

中華民國第 58 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國中組 物理科

第三名

030107

電場下的極限運動-水滴帶電量之探討

學校名稱：臺北市立蘭雅國民中學

作者： 國二 詹承哲 國二 林源深 國二 曾慶翔	指導老師： 商仲凱
---	------------------

關鍵詞：電場、水滴、靜電力

摘要

我們嘗試製作穩定電場，以電源供應器對靜電棒供電，並連接靜電環、鐵球來產生穩定電場，以此裝置觀察水滴在電場下的裂解與運動軌跡；實驗結果顯示：一、經過靜電環的裂解水滴，其帶電量與質量之比值與水滴半徑 -2 次方成正相關。二、靜電鐵球周圍的裂解水滴，帶電量與表面積成正比，表面電荷密度應為定值。三、液滴的表面張力會影響液滴體積大小，但不影響其表面電荷密度。四、體積愈小的水滴，受靜電力的影響會比重力更明顯。

壹、研究動機

在偶然瀏覽 YouTube 時，我們看到開爾文滴水發電機的運作，影片中顯示此裝置不需外接電源，卻在滴水過程逐漸累積靜電，不久後的滴落水滴竟然在金屬環周圍繞轉起來，我們對於此現象深感興趣，想要進一步探討水滴帶電量的相關特性。



(影片來源:<https://www.youtube.com/watch?v=D1u5YL2afT4>)

貳、研究目的

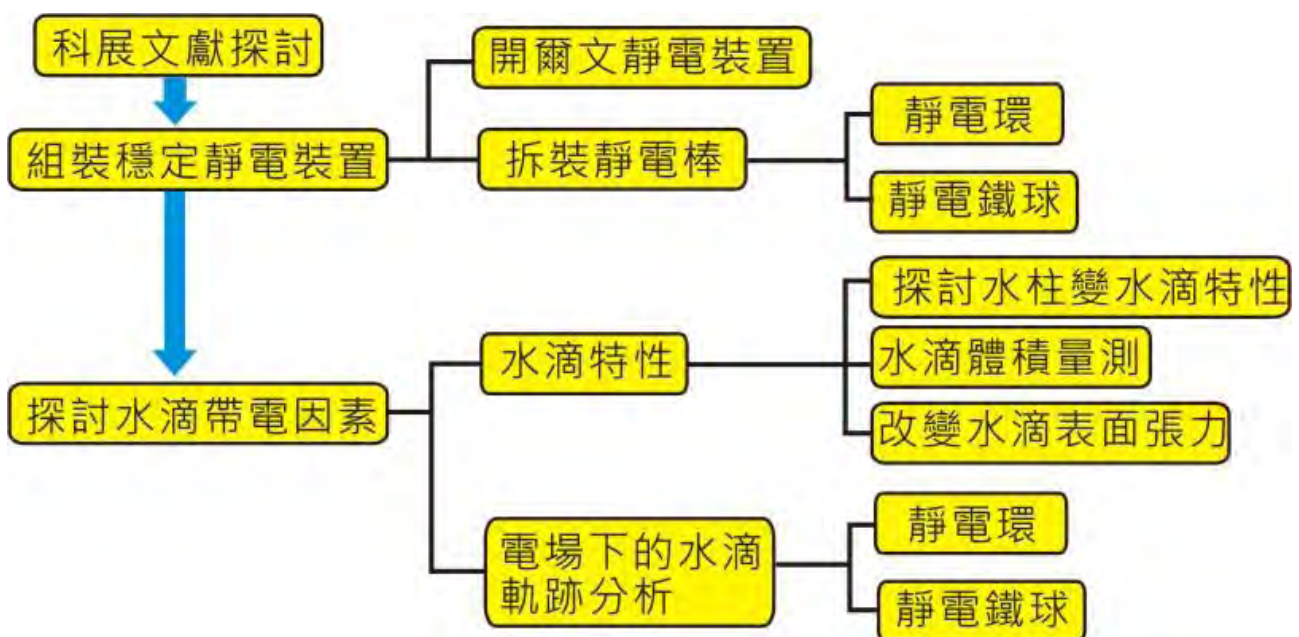
- 一、尋找可以產生穩定靜電的裝置
- 二、在靜電環的電場下，探討裂解水滴帶電量與質量之比值
- 三、在靜電鐵球的電場下，探討裂解水滴帶電量與體積之關係
- 四、探討表面張力對液滴帶電量之影響

參、研究設備及器材

靜電電位計(SIMCO-FMX003)、靜電棒、電源供應器、銅線、塑膠水槽、針頭、流速控制接頭、塑膠軟管、透明投影片、濾紙、電腦軟體(ImageJ、Tracker)、高速攝影機、檯燈、清潔劑(沙拉脫)、直尺、游標卡尺、量筒、各種滴管、馬錶

肆、研究過程或方法

一、研究流程與架構



二、歷屆科展的相關研究

我們找尋歷屆科展對於水滴帶電的相關研究，發現水滴確實會被靜電感應而帶電(柯皓恩、簡颯緯、林韋至，民 100)，而在靜電場下的裂解水滴，其荷質比與帶電量、偏移距離有正相關(管謹中、戴傳軒、蔡峻明，民 103)，亦有提到水滴帶電量與體積的關係(鐘建陽、李宗穎、羅昱璋，民 103)，但是針對水滴帶電量的精確數值卻仍未有相關科展加以探討，因此我們嘗試製作穩定電場，探討水滴在穩定電場下被感應之帶電量與相關因素之關係。

三、尋找可以產生穩定靜電的裝置

(一) 組裝開爾文滴水器 (Kelvin Water Dropper)

1.開爾文靜電產生原理：

利用「感應起電」的原理，將上方流下的水流，分別通過兩邊帶正、負電的金屬環而滴落至下方集水罐中，水滴通過帶正電金屬環會被感應而帶負電，通過帶負電金屬環被感應而帶正電，因此兩邊集水罐分別儲存負電、正電荷，而右方集水罐用導線連接左方的金屬環，左方集水罐用導線連接右方金屬環，集水罐儲存的電荷便會往金屬環傳遞，使得上方金屬環可以維持所帶電量，且隨著水滴持續滴落，靜電電壓會漸高，若高於空氣放電極值就會產生尖端放電的現象，原理如下圖 1 所示。

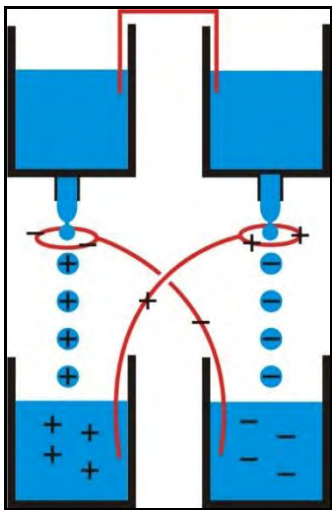


圖 1 開爾文靜電產生原理

2.組裝開爾文靜電裝置，裝置如下圖 2 所示。

***製作步驟：**去除漆包線外漆以製作兩個靜電感應之靜電環，各自連接底部集水杯並墊上保麗龍片絕緣，連接上部水箱、塑膠軟管；裝置開始滴水後，以靜電計測量銅環表面電位值。

***變因：**分別改變導線材質(銅線、鐵線、鋁線)，集水杯材質(玻璃杯、鋁罐、塑膠杯)，不同出水口徑(塑膠管、針頭)，找出最佳的靜電產生模式。

***結果：**兩靜電環成功產生正、負靜電，以靜電計測量其表面電位，顯示電位值會緩慢增加至 $\pm 7\text{KV}$ ，但增加過程很不穩定，且一停止滴水後，靜電電位會逐漸下降而無法維持穩定，推測靜電的累積受到環境濕度、水滴四處噴濺使靜電容易互相中和或流失所致。因此，我們思考更穩定的靜電裝置。



圖 2 開爾文靜電產生器的製作演進過程

(二) 組裝靜電棒

1. 靜電棒的原理說明：

靜電棒內部為一組馬達帶動膠條運轉，摩擦產生靜電並由前端的金屬片導出靜電，馬達正常運轉下，我們以電位計測量前端金屬片的靜電電位，可穩定達+10KV，我們進一步以電源供應器連接靜電棒，調整輸出電壓以控制靜電棒之輸出電位，如下圖 3 所示。



圖 3 靜電棒內部裝置

2. 靜電電位計的原理說明：

此電位計以非接觸式測量物體表面電位，量測時，被測物的電場會使儀器前端的感應電極產生感應電荷，其電荷量正比於該電場強度，並經由交流訊號轉為電位值。使用前需校正歸零，量測時須與被測物保持精確距離(25mm，由紅光 LED 定位)，如圖 4 所示。



圖 4 靜電電位計的使用

3.水滴在電場下的裂解測試：

將上方水箱接地並連接塑膠軟管，軟管末端接上出水調節器與針頭以產生穩定水柱；使相連接的靜電環有明顯且穩定的靜電效果，可讓通過的水柱因靜電感應而產生明顯裂解效果，裝置如下圖 5，水柱裂解效果如下圖 6 所示：



圖 5 靜電產生裝置+水柱裝置

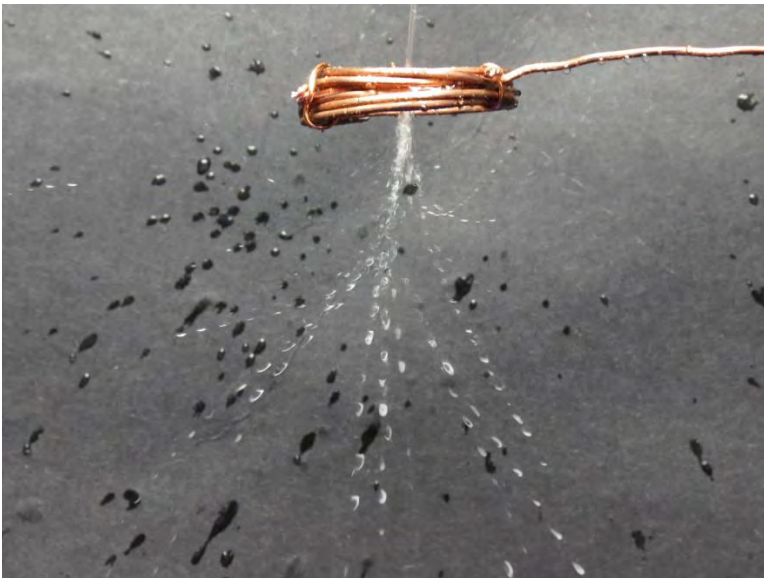


圖 6 水柱經過靜電環而產生明顯的裂解效果

四、探討水滴的帶電因素

(一) 水滴特性探討

1. 探討水柱變水滴的特性

我們觀察正常水柱流下後會分裂成水滴，不同流速產生的水柱長度並不同，且靜電環的位置需要置於水柱轉水滴之處，才容易裂解出明顯的帶電水滴，使水柱產生最佳靜電感應效果。因此，我們先確認在一般狀況（無靜電場）之下，水柱轉水滴的現象。

(1)如下圖 7 所示，水由出水孔流出後，會先有一段穩定水柱，接著水柱末端轉為一小段外型有明顯彎曲變化的擾動水柱，最後才產生水滴；而調整水柱流速，出水流速愈快，穩定水柱的長度會愈長（下方擾動水柱的長度約略不變），水滴向下滴落的速度因而增加，進而影響水滴的靜電感應與帶電效果。我們以固定針頭（內徑 0.6mm）為出水孔，調整不同長度的水柱，並以馬錶測量流滿量筒 10ml 的時間以估計流速：

$$\text{流速} \times \text{時間} \times \text{出水管截面積} = \text{液體體積}$$

水柱長度(cm)	1.0	3.0	5.0
平均流速(cm/s)	92.4	135.3	192.3

(2)若將水柱視為一個整體，靜電環擺在水柱末端，也就是擾動水柱的位置，會對水柱產生最佳的靜電感應效果。

(3)如下圖 8、圖 9、圖 10 所示，水柱經過靜電環，因靜電感應而產生裂解現象，會有不同型

態的水滴產生，我們也發現，較短的水柱，水流速度較慢，經靜電環裂解出的帶電水滴明顯較大。

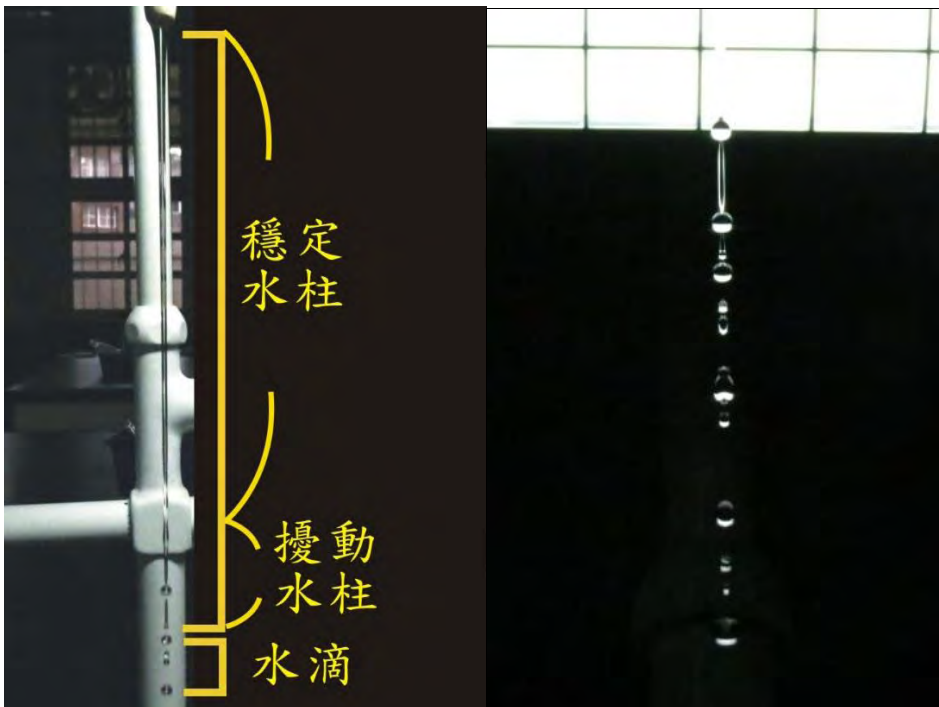


圖 7 水柱介紹(圖左)，外型有曲度變化的擾動水柱(圖右)

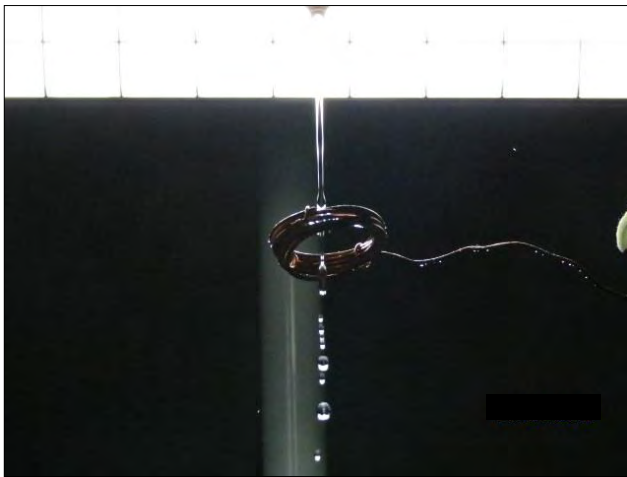


圖 8 靜電環未通電，水柱正常落下



圖 9 靜電環通電，水滴裂解而散開(快門 1/1600)

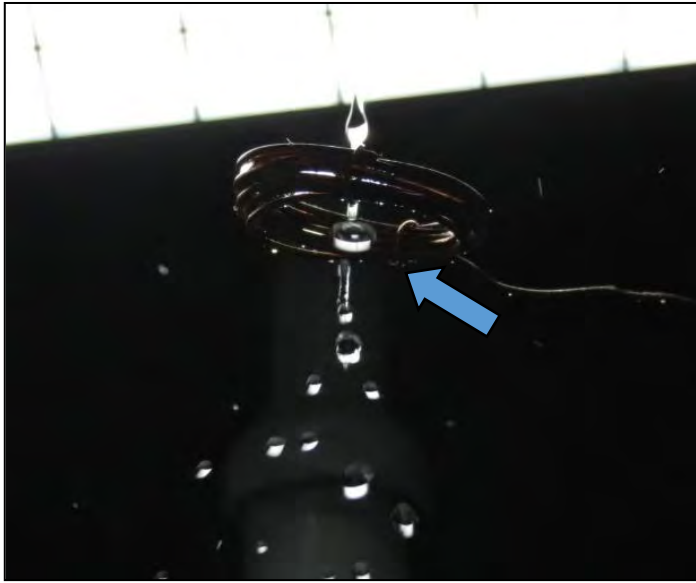


圖 10 靜電環下方的電場極大，水滴受靜電力吸引而聚成大水滴

2.水滴體積的精準量測

(1)因靜電感應而裂解的水滴有大小不同體積，因此需精準量測 1 滴水的體積；以量筒測量不同出水孔（滴定管、玻璃滴管、塑膠滴管、粗針頭、細針頭）各 200 滴水的體積，取平均值以求出 1 滴水的體積，過程如圖 11，結果如下表 1。

(2)將不同大小的水滴滴在濾紙上，水滴會被濾紙吸收形成潮濕的圓形面積，再使用軟體 ImageJ 測量圓面積值，如下圖 12 所示。但後來發現靜電環上的繞轉水滴極細小，無法在濾紙上形成明顯的潮濕圖形，因此改將 1 滴水滴在不會被吸收的投影片上，以固定厚度的玻璃片壓 2 分鐘後，再測量水滴在投影片上的延展面積，因水滴在固定壓力的投影片之間會延展為固定厚度的水層，其面積可精準對應到水滴體積，水滴體積與投影片擠出面積之關係：

體積(ml) = 面積(mm^2) $\times 4 \times 10^{-6}$ ，過程如圖 13，結果如下表 2、圖 14 所示。

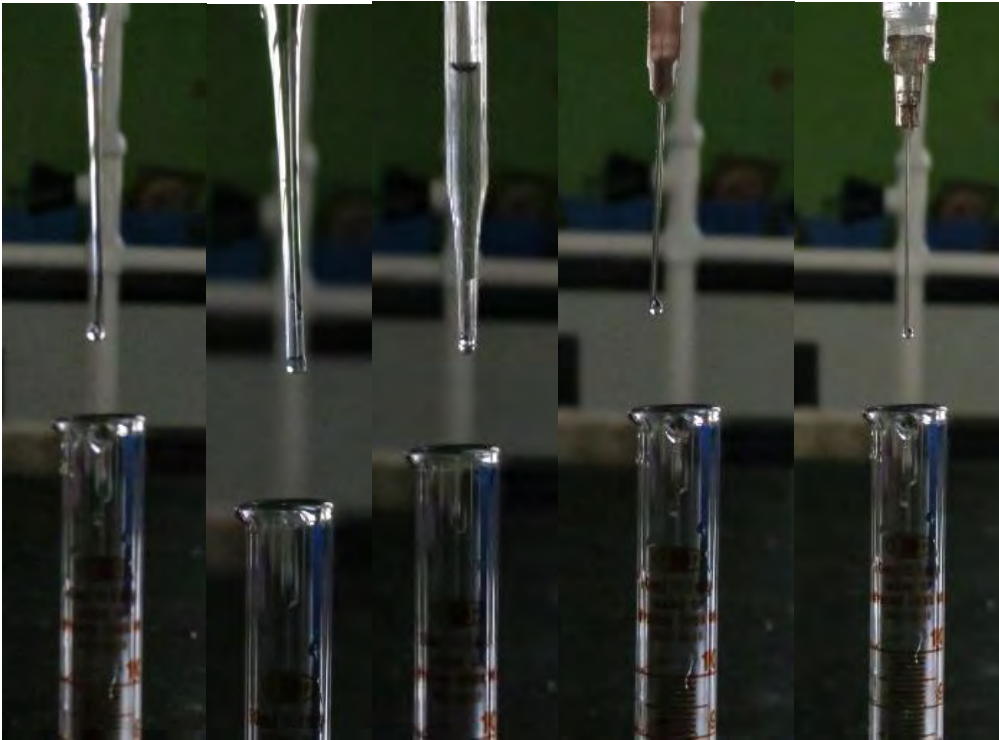


圖 11 不同的出水孔徑

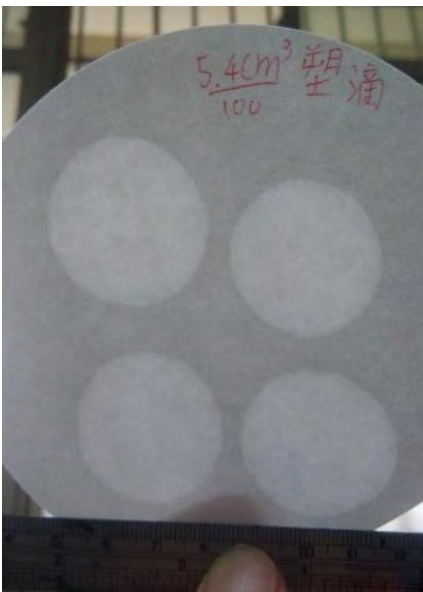


圖 12 以濾紙測量液滴

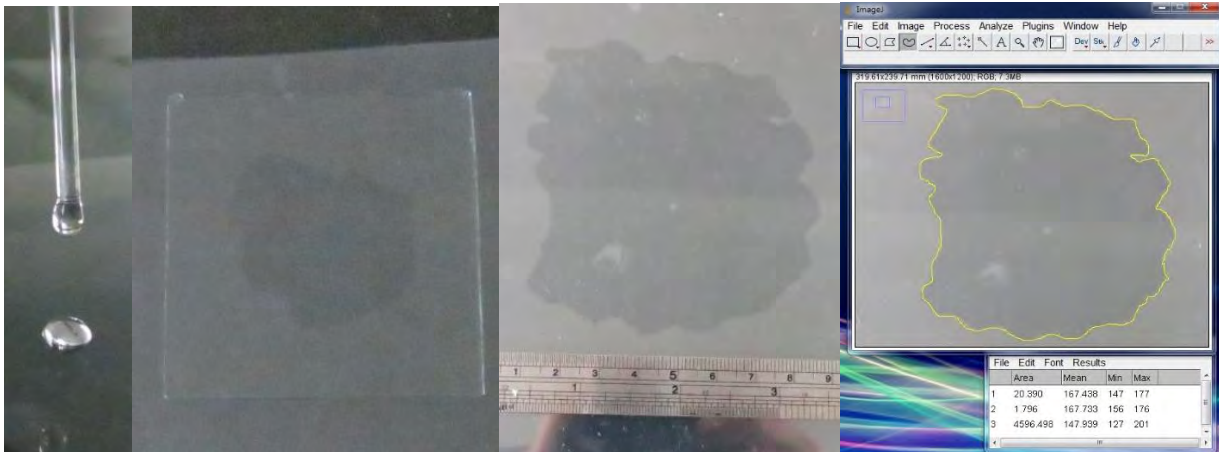


圖 13 量測投影片上的液滴面積

表 1 測量水滴的體積

	200 滴(ml)	平均 1 滴(ml)
塑膠滴管	11.20	0.0560
玻璃滴管	5.45	0.0273
滴定管	9.40	0.0470
細針頭	1.95	0.00975
粗針頭	2.20	0.0110

表 2 不同水滴與面積關係

	面積 1	面積 2	面積 3	平均(mm ²)
塑膠滴管	14985.3	15521.4	15145.6	15217.4
玻璃滴管	6683.1	7112.5	7081.9	6959.2
滴定管	11745.8	12354.4	12585.3	12228.5
細針頭	2891.8	2769.6	2810.9	2824.1
粗針頭	3047.6	3015.0	3005.8	3022.8

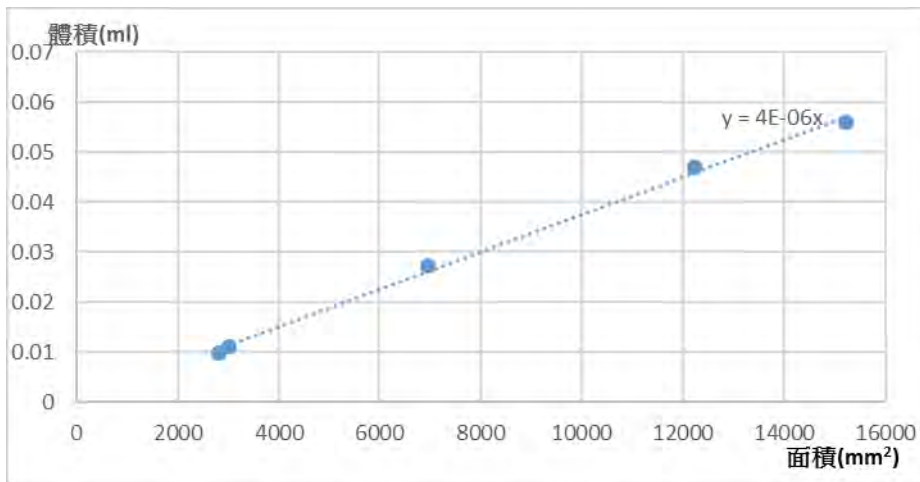


圖 14 不同大小水滴與擠壓面積之對應關係

3. 改變水滴的表面張力

水滴大小除了與流速快慢有關，也與表面張力有關，因此加入清潔劑以改變水滴表面張力，並用於後續實驗。

(1) 室溫 28°C 下，使用內徑 1.65mm 的玻璃滴管，於量筒內控制以固定速度滴下 200 滴純水，紀錄其質量。

(2) 使用清潔劑配置體積百分濃度 20% 的肥皂水，重複上述步驟(1)，並計算純水與肥皂水的表面張力，結果如下表所示。

$$\text{(表面張力)} = \frac{1 \text{ 滴液體重量}}{\text{滴管內徑圓周長}}$$

液體種類	滴數	質量(g)	平均質量(g)	表面張力(N/m)
純水	200	7.8	0.039	0.073
肥皂水(20%)	200	3.2	0.016	0.030

(二) 電場下的水滴軌跡分析

1. 靜電環下的水滴裂解

※**靜電裝置**：將銅線繞為半徑 1.5cm 的 10 匝圓形線圈，銅線另一端纏繞靜電棒，並連接電源供應器。

※**水柱裝置**：水箱接地並連接塑膠軟管，塑膠軟管的出水孔連接水量調節器（控制出水量），連接針頭，使出水的水柱粗細維持一致，裝置如下圖 15 所示。



圖 15 靜電環與水柱裝置

(1)調整水量，使水柱中的穩定水柱長度分別為 1cm、3 cm、5cm 以控制流速快慢，並將靜電環置於擾動水柱之處，待水柱產生裂解時，將水柱下方的集水盤迅速移開，使水柱下方的裂解水滴附著在定位的投影片上。

(2)拍照定位的投影片後，以軟體 ImageJ 量取各種水滴與水柱中心點的水平距離，並量測水滴體積（由擠壓後的水滴面積估算），可得到各種水滴在裂解時所受到的帶電量/質量之比值(荷質比)，過程如下圖 16 所示。

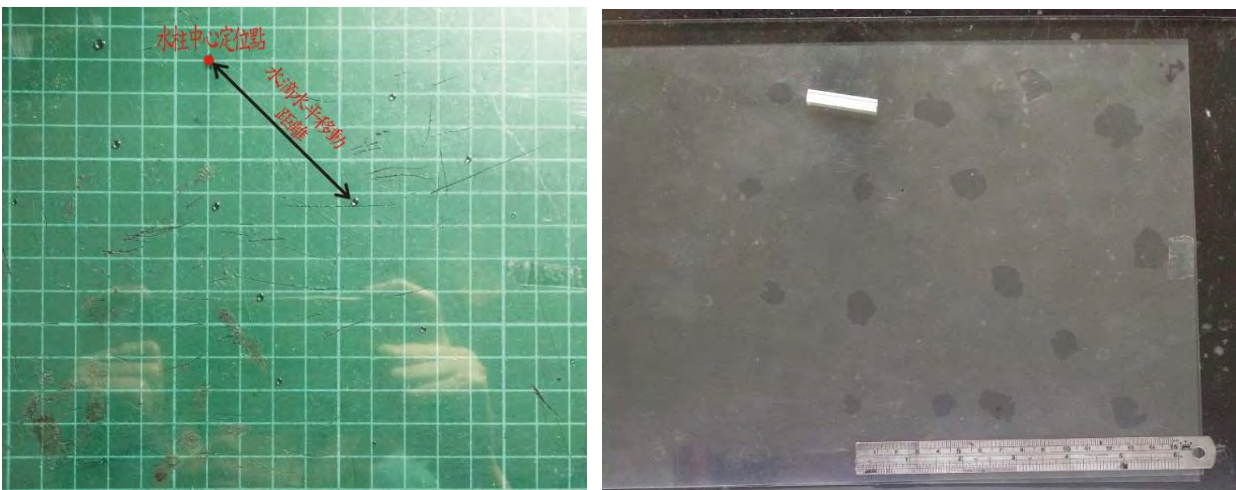


圖 16 裂解水滴的水平距離與面積大小

2.靜電鐵球周圍的裂解水滴

(1)靜電環周圍的水滴雖有規律的圓形繞轉軌跡，但其周圍電場較不具規律性，所以我們改採半徑 9.50 mm 的圓鐵球，接上靜電棒成為帶靜電鐵球，由電位計測量鐵球表面電位以求出周圍電場，調整鐵球位置以產生最佳裂解效果，以高速攝影機（240 fps）記錄裂解水滴的運動軌跡，並以軟體 Tracker 分析，如圖 20 所示。

(2)我們於裂解水滴經過軌跡的特定位置，以投影片捕捉裂解水滴的體積，經過幾次改良：

方法 1：以圓筒形投影片捕捉繞轉水滴，但捕捉到的水滴，在圓弧投影片上不易精準定位。

方法 2：以平板投影片加上黑白方格定位，但拍攝到的影片顯示，相同軌道上的相鄰水滴，會繞行到投影片相同位置，累積成大水滴，造成誤差。

方法 3：以滑動投影片加上黑白方格定位，可成功捕捉水滴，過程如下圖 17、圖 18，示意圖如圖 19 所示。

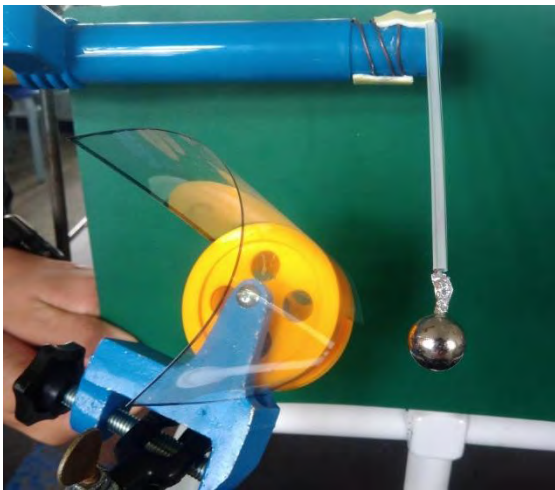


圖 17 方式 1：以圓筒形投影片捕捉繞轉水滴

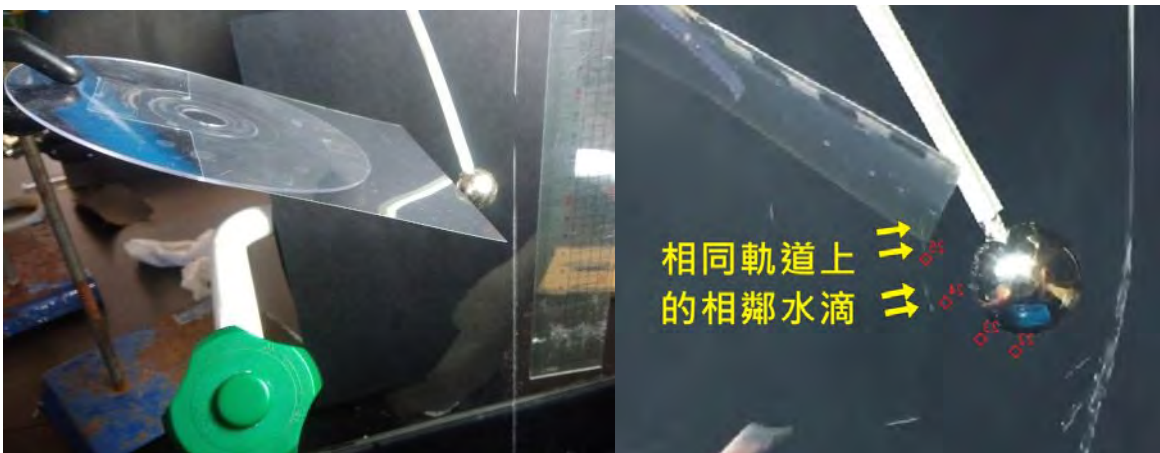


圖 18 方式 2：以定位投影片捕捉繞轉水滴

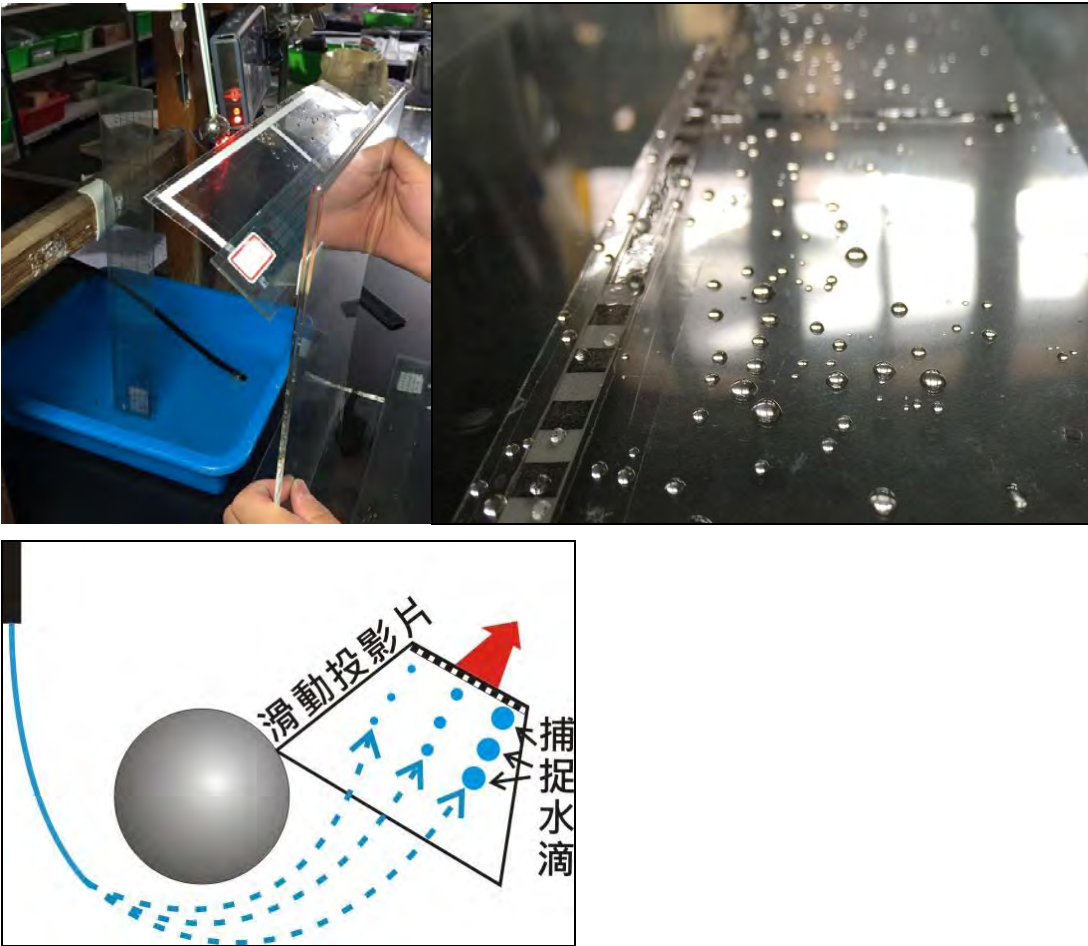


圖 19 方式 3：捕捉水滴裝置圖(上圖左)、捕捉水滴(上圖右)、示意圖(下圖)

(3)靜電鐵球的半徑 R ($R = 9.5 \text{ mm}$)，水滴在鐵球外部距離鐵球中心距離為 R ，鐵球表面電位 V ，鐵球帶電量 Q ，水滴帶電量 q ，水滴受靜電力 F_e ，因水滴靜電力遠大於重力，且水滴繞轉軌跡近似圓形，因此以水滴所受向心力 F_c 視為靜電力 F_e ，繞轉軌跡與半徑 R 、角速度 ω 可利用軟體 Tracker 與 ImageJ 求出。由 $F_c = mR\omega^2$ ，以測得鐵球表面電位 $V = \frac{kQ}{R}$ ，再經由水滴所在電場 $E = \frac{kQ}{r^2}$ ，可求出電場 E 代入 $F_e = qE$ ，可求出水滴帶電量 q 。

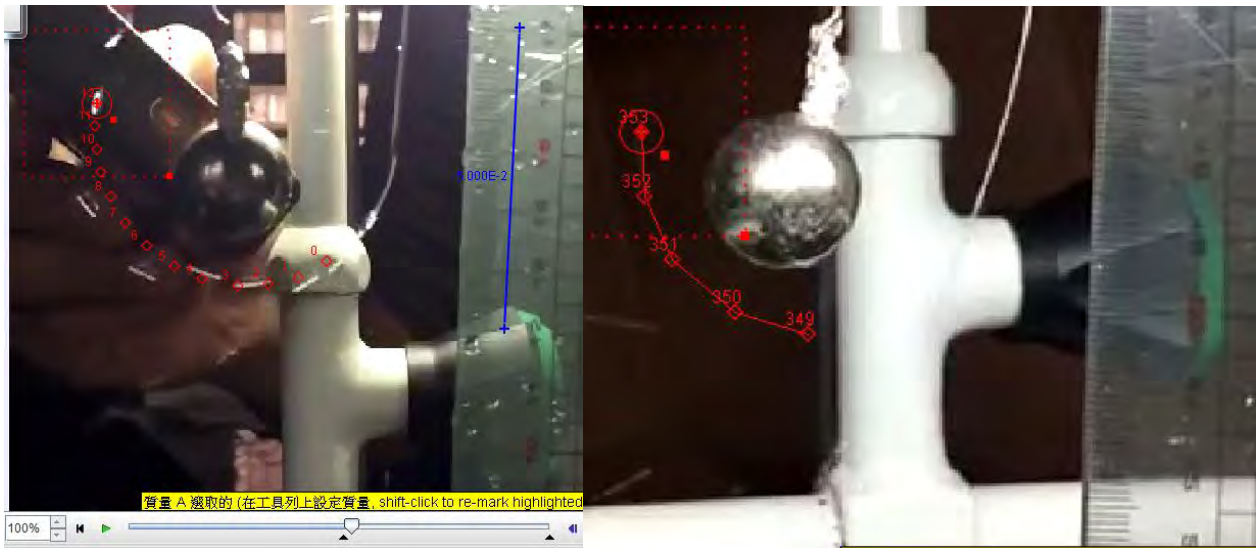


圖 20 以 tracker 找出水滴的繞轉軌跡

(4)較大的水滴會在鐵球外圍產生拋物線軌跡，難以產生規律的圓形軌跡，我們改用半徑較大的靜電鐵球（ $R=19.00\text{ mm}$ ），使水滴會有較大的繞轉半徑，較易於捕捉大體積水滴的繞轉圓形軌跡，重複上述步驟(1)~(3)，如下圖 21 示。

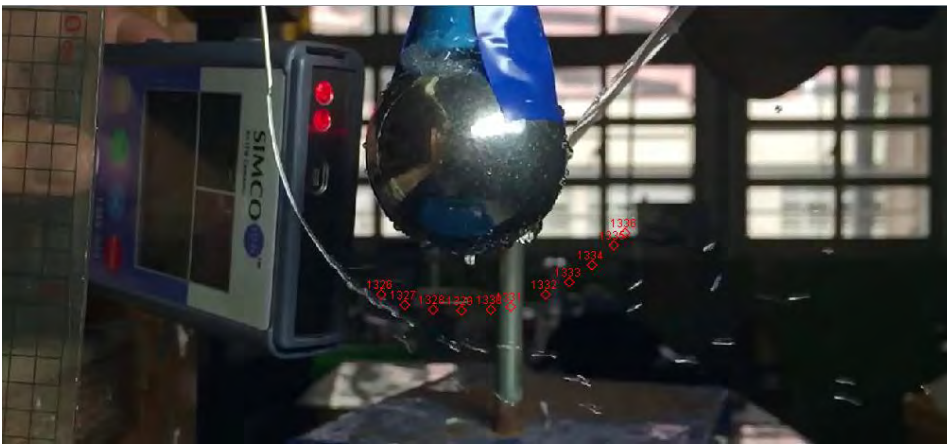


圖 21 大的靜電鐵球實驗圖

(5)使用體積百分濃度 20%的肥皂水，降低水滴的表面張力，會產生體積明顯較小的裂解水滴，重複上述步驟(1)~(3)。

伍、研究結果

一、靜電環下方的裂解水滴

(一) 由下表 3、圖 22 顯示，流速愈慢(水柱愈短)，因靜電感應而裂解的水滴明顯較大。我們推測是因為水的流速慢，使水滴有較多時間形成大水滴；水的流速快，因為受重力而向下加速運動，會使彼此水滴分離，裂解出來的水滴會明顯變小；此現象類似於使用滴定管或滴管測量液體體積時，當控制水滴滴落的速度較慢時，水滴體積會較大；滴落的速度較快時，水滴體積會較小。

表 3 水柱長度、流速與體積關係表

水柱長度(cm)	1	3	5
流速(cm/s)	92.4	135.3	192.3
水滴體積(cm ³)	1.35E-03	7.27E-04	3.38E-04

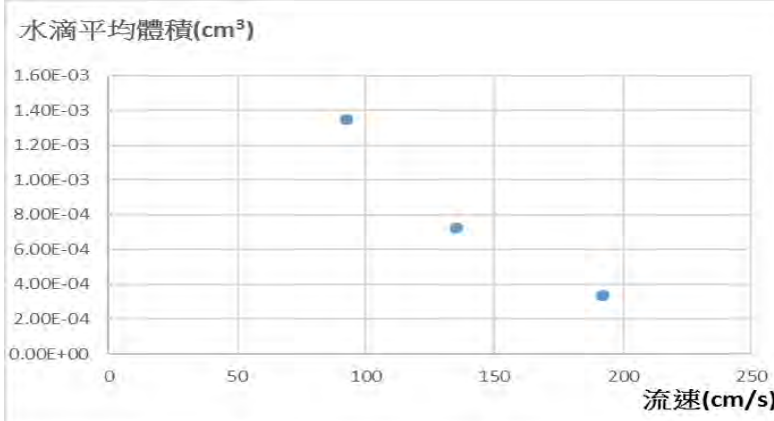


圖 22 水柱流速與水滴平均體積之關係

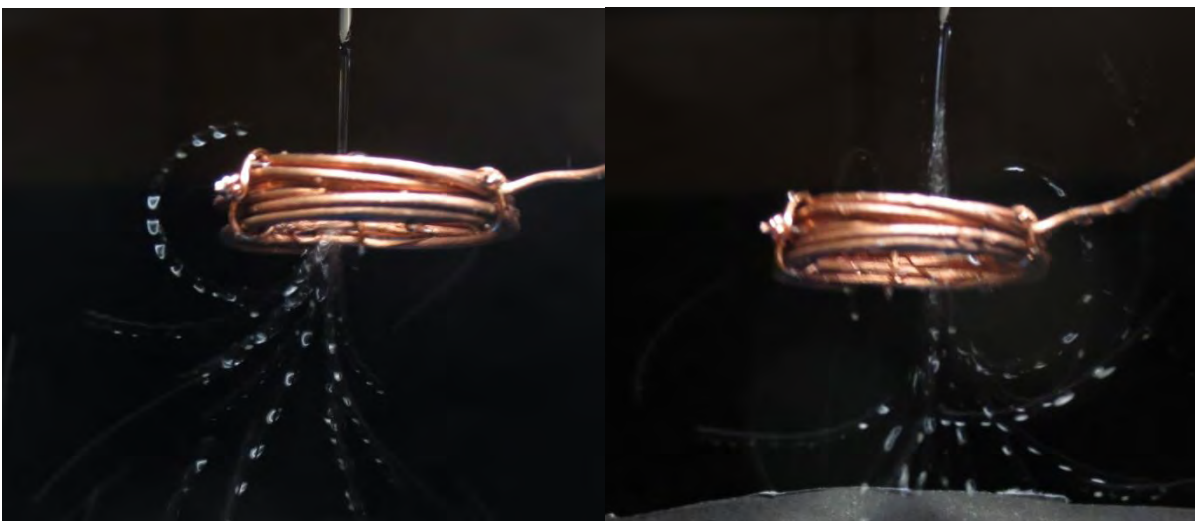


圖 23 繞轉靜電環的大水滴(快門 1/20)

(二) 由下圖 24 顯示，低流速(水柱 1 公分)的裂解水滴，水滴的體積明顯較大，但水柱下方的噴灑水平距離卻無規律性，由實驗觀察到，裂解出來的大水滴不會立刻向下噴灑，而是受靜電環的吸引力作用，會規律繞著靜電環運動，顯示大水滴明顯受靜電力影響，推測是其具有的電荷量較大，才會產生明顯的繞轉現象，也因此使得底部顯示的噴灑水平距離並不規律。

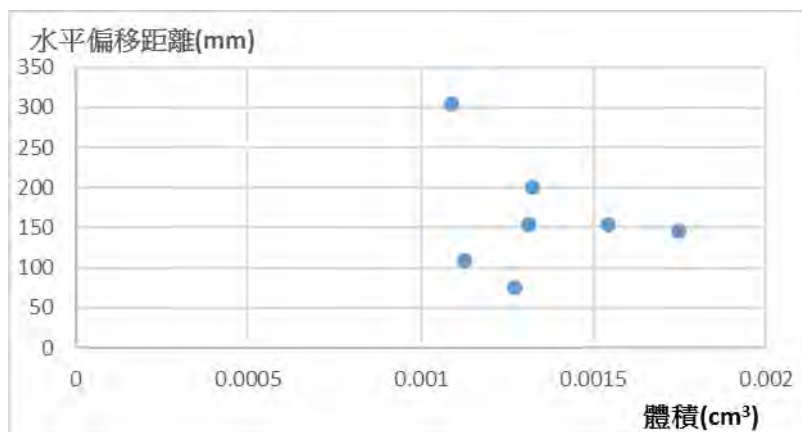


圖 24 低流速下的裂解水滴之水平偏移距離與體積關係

(三) 由下圖 25 顯示，中流速（水柱 3 公分，流速 135.3 cm/s）、高流速（水柱 5 公分，流速 192.3 cm/s）的裂解水滴，其水平偏移距離愈大，體積愈小，兩者呈負相關；但流速愈快，裂解水滴的分布範圍愈集中，偏移角度較小。

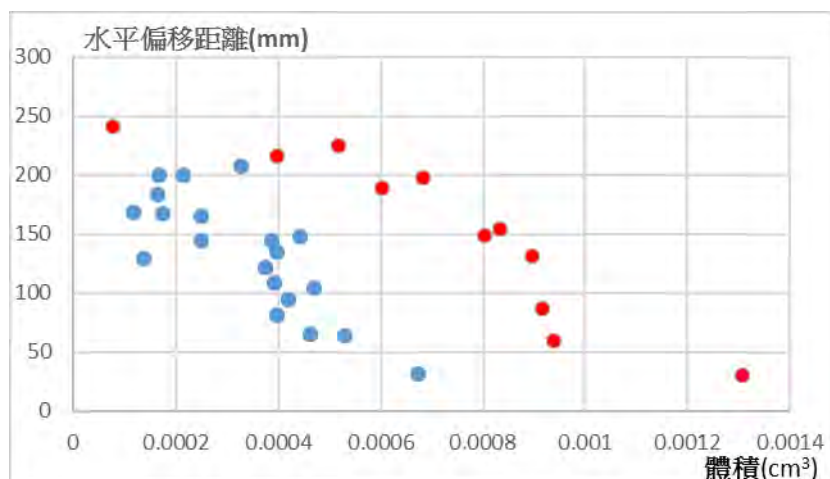


圖 25 中、高流速下的裂解水滴之水平偏移距離與體積關係

(紅點：中流速的裂解水滴，藍點：高流速的裂解水滴)

我們發現靜電環下方的裂解水滴，與靜電環中心軸夾角小(內側)的明顯較大，夾角大(外側)的明顯較小，推測水滴會向外裂解，是因為水柱末端受到帶正電靜電環的靜電感應而聚集

大量電子，電子因彼此排斥而分布在水滴表面，水滴外觀呈現不規則狀，推論是曲率半徑較小的水滴表面，會有較大的電荷密度，因相斥而產生裂解的現象，如下圖 26 所示。

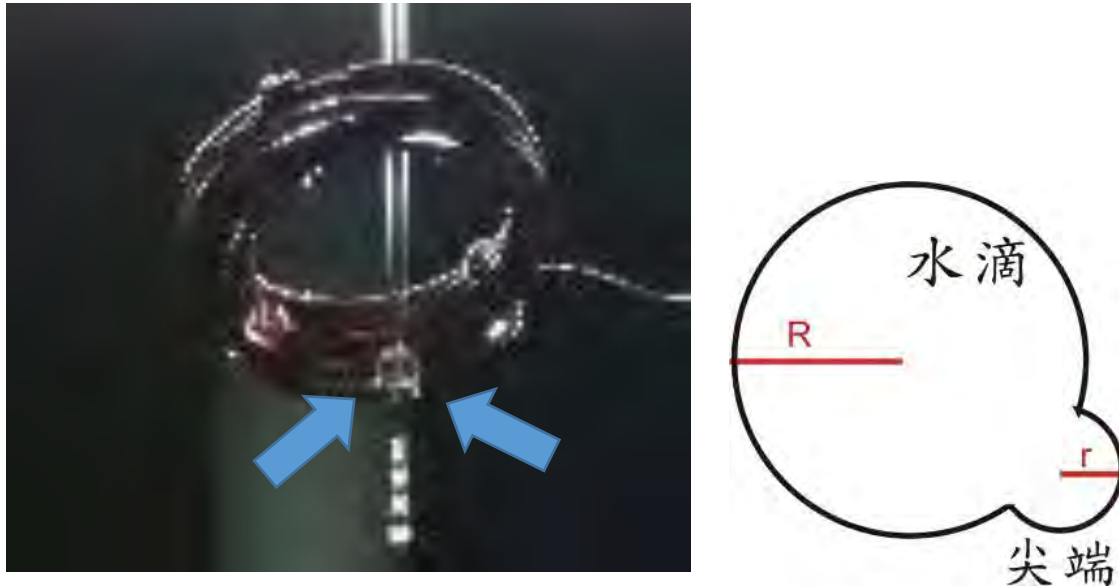


圖 26 靜電環下方裂解瞬間的水滴

以下分裂出來的水滴，我們視為理想球體：

$$\text{水滴表面電位 } V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r}$$

當靜電分布於水滴表面時，其表面電位應相同，因此，半徑 r 的水滴帶電量 q

$$q = 4\pi\epsilon r V \quad (\text{與 } r \text{ 成正比})$$

$$\text{表面電荷密度 } \sigma = \frac{q}{A} = \frac{4\pi\epsilon r V}{4\pi r^2} = \frac{\epsilon V}{r} \quad (\text{與 } r \text{ 成反比})$$

$$1. \text{兩個不同裂解水滴的帶電量/質量比} = \frac{q_1}{m_1} : \frac{q_2}{m_2} = \frac{r_1}{r_1^3} : \frac{r_2}{r_2^3} = \frac{1}{r_1^2} : \frac{1}{r_2^2} = r_1^{-2} : r_2^{-2}$$

我們推測水滴所受靜電排斥力明顯發生於水滴初裂解，距離很近的時候，一但水滴遠離裂解位置，靜電斥力就會急速減弱，水滴在水平方向因慣性而等速離開。

$$2. \text{兩個不同裂解水滴的帶電量/質量比} = \frac{F_1}{m_1} : \frac{F_2}{m_2} = \frac{m_1 a_1}{m_1} : \frac{m_2 a_2}{m_2} = a_1 : a_2 = V_1 : V_2 = \frac{d_1}{t} : \frac{d_2}{t} = d_1 : d_2$$

以上推導顯示水滴的帶電量/質量比，正比於水滴半徑的 -2 次方，也正比於下方距中心定位點的水平距離 d ，實驗結果也顯示如此趨勢，如下圖 27 所示。

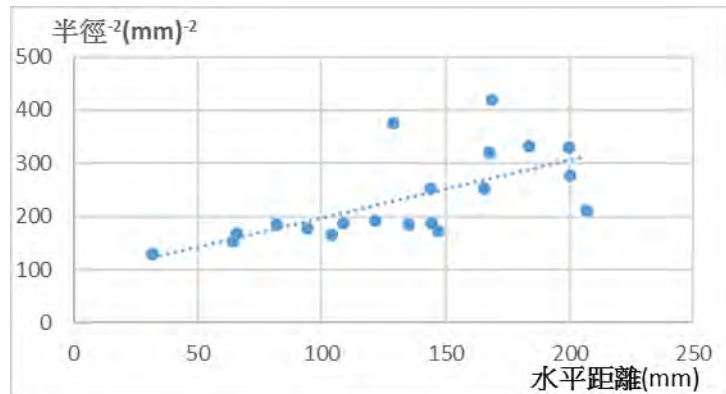
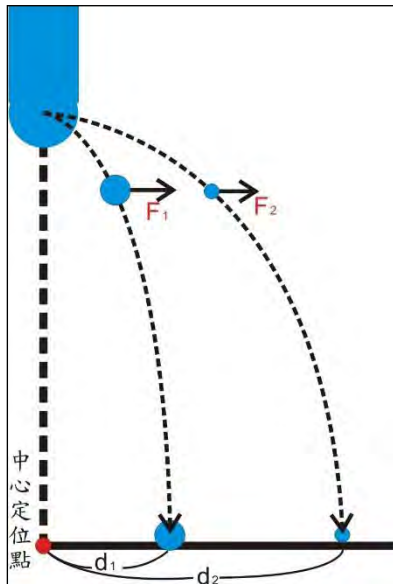


圖 27 圖左:實驗示意圖，圖右:水滴半徑²次方與偏移水平距離之關係

二、靜電鐵球旁的繞轉水滴分析

我們測量並分析靜電鐵球旁的繞轉水滴之相關數據，結果如下表四所示。

(一)純水繞轉水滴

如下表 4 所示，水柱長度愈長，水流速度愈快，裂解出來的水滴愈小，帶電量也愈小。而下圖 28 顯示水滴帶電量與表面積呈正比趨勢，進一步推論，在電場下產生各種不同大小的帶電裂解水滴，其表面電荷密度應趨近定值。

表 4 純水繞轉水滴之相關特性分析

電場來源:靜電小鐵球 R= 9.50 mm								
水柱長 (cm)	水滴體積 (mm ³)	水滴半徑 (mm)	繞轉半徑 (mm)	角速度 (rad/s)	向心力 (N)	水滴所在電場 (V/m)	水滴帶電量(C)	水滴表面積(mm ²)
1cm	2.90E-03	8.85E-02	22.4	70.9	3.27E-07	1.89E+05	1.74E-12	9.85E-02
2cm	1.46E-03	7.03E-02	15.6	60.9	1.99E-07	1.96E+05	1.02E-12	6.21E-02
3cm	2.58E-04	3.95E-02	24.3	108.1	7.35E-08	2.09E+05	3.52E-13	1.96E-02
3cm	5.75E-04	5.16E-02	17.8	114.9	1.35E-07	3.89E+05	3.48E-13	3.34E-02
3cm	2.22E-04	3.75E-02	19.9	122.5	6.62E-08	3.11E+05	2.13E-13	1.77E-02
5cm	1.18E-04	3.04E-02	14.2	123.2	2.54E-08	2.35E+05	1.08E-13	1.16E-02
5cm	4.27E-05	2.17E-02	11.3	99.0	4.72E-09	3.75E+05	1.26E-14	5.91E-03
5cm	1.97E-04	3.61E-02	17.0	122.8	5.06E-08	1.64E+05	3.10E-13	1.64E-02
5cm	2.48E-04	3.90E-02	14.6	125.0	5.65E-08	2.24E+05	2.52E-13	1.91E-02

5cm	3.48E-05	2.03E-02	14.1	74.2	2.71E-09	2.39E+05	1.13E-14	5.16E-03
5cm	1.14E-04	3.01E-02	13.5	137.5	2.91E-08	2.61E+05	1.12E-13	1.14E-02
電場來源:靜電大鐵球 R= 19.07 mm								
水柱長 (cm)	水滴體積 (mm ³)	水滴半徑 (mm)	繞轉半徑 (mm)	角速度 (rad/s)	向心力 (N)	水滴所在電場 (V/m)	水滴帶電量(C)	水滴表面積(mm ²)
2cm	2.77E-03	8.71E-02	25.4	66.4	3.11E-07	2.36E+05	1.32E-12	9.53E-02
3cm	1.59E-03	7.24E-02	25.5	68.4	1.90E-07	2.34E+05	8.10E-13	6.58E-02
3cm	2.60E-03	8.53E-02	30.1	45.4	1.61E-07	1.26E+05	1.27E-12	9.15E-02
3cm	1.85E-03	7.62E-02	31.3	40.6	9.53E-08	1.07E+05	8.90E-13	7.29E-02
3cm	3.14E-03	9.08E-02	26.0	71.9	4.21E-07	2.82E+05	1.49E-12	1.04E-01
4cm	2.76E-04	4.04E-02	24.3	64.9	2.83E-08	2.90E+05	9.77E-14	2.05E-02
4cm	1.00E-03	6.21E-02	25.9	79.2	1.63E-07	2.84E+05	5.76E-13	4.85E-02
5cm	4.49E-04	4.75E-02	23.9	75.5	4.30E-08	2.33E+05	1.85E-13	2.84E-02
5cm	1.76E-04	3.47E-02	26.4	70.4	2.30E-08	1.91E+05	1.20E-13	1.52E-02

(水滴所在電場，是量測每次實驗的靜電鐵球表面電位值，以水滴位置之繞轉半徑計算得出)

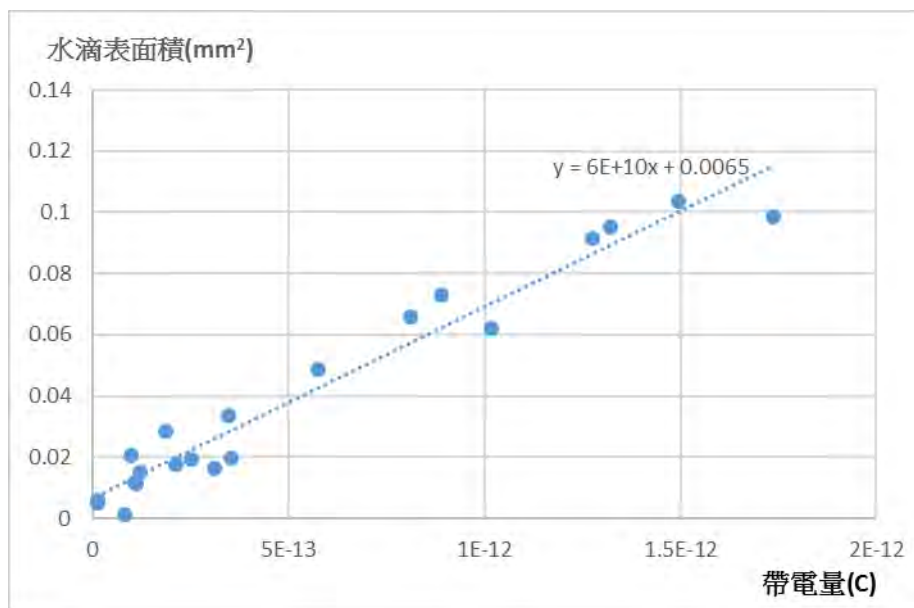


圖 28 純水滴之表面積與帶電量關係

(二)肥皂水繞轉水滴

由下圖 29 顯示，肥皂水滴因表面張力下降，導致液滴體積變小，因此降低其帶電量，但帶電量與表面積仍為正比趨勢，我們進一步與純水水滴相比較，如下圖 30 顯示，肥皂水的體積與帶電量皆較小，但兩種液體分布的斜率相同，表示液滴若改變表面張力，會影響體積與帶電量，並不會影響表面電荷密度。

表 5 肥皂水繞轉水滴之相關特性分析

電場來源:靜電小鐵球 R= 9.50 mm								
水柱長 (cm)	水滴體積 (mm ³)	水滴半徑 (mm)	繞轉半徑 (mm)	角速度 (rad/s)	向心力 (N)	水滴所在電場(V/m)	水滴帶電量(C)	水滴表面積(mm ²)
5cm	1.09E-04	2.96E-02	14.0	142.5	2.49E-08	2.41E+05	1.03E-13	1.10E-02
5cm	2.17E-05	1.73E-02	12.2	134.4	3.83E-09	3.18E+05	1.20E-14	3.76E-03
5cm	5.11E-05	2.30E-02	13.9	149.4	1.27E-08	2.47E+05	5.12E-14	6.66E-03
5cm	6.54E-06	1.16E-02	14.0	123.1	1.11E-09	2.42E+05	4.60E-15	1.69E-03
4cm	2.23E-04	3.76E-02	16.9	109.9	3.65E-08	1.66E+05	2.20E-13	1.78E-02
4cm	7.59E-05	2.63E-02	12.5	173.1	2.28E-08	3.02E+05	7.55E-14	8.67E-03
4cm	1.77E-04	3.48E-02	13.3	145.4	3.97E-08	2.69E+05	1.48E-13	1.52E-02
4cm	1.74E-04	3.46E-02	15.3	109.8	2.56E-08	2.04E+05	1.26E-13	1.51E-02
4cm	6.03E-05	2.43E-02	12.7	135.7	1.13E-08	2.94E+05	3.85E-14	7.43E-03
4cm	5.81E-05	2.40E-02	15.3	109.8	8.87E-09	2.85E+05	3.11E-14	7.25E-03

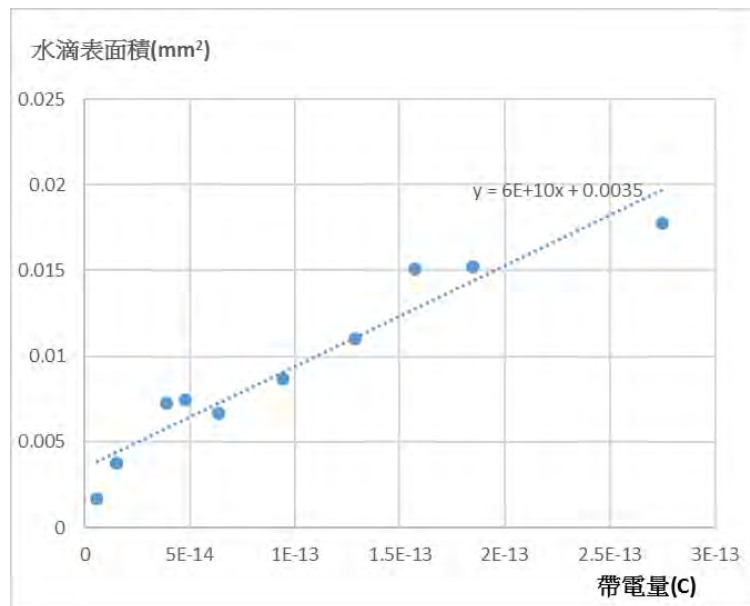


圖 29 肥皂水滴之表面積與帶電量關係

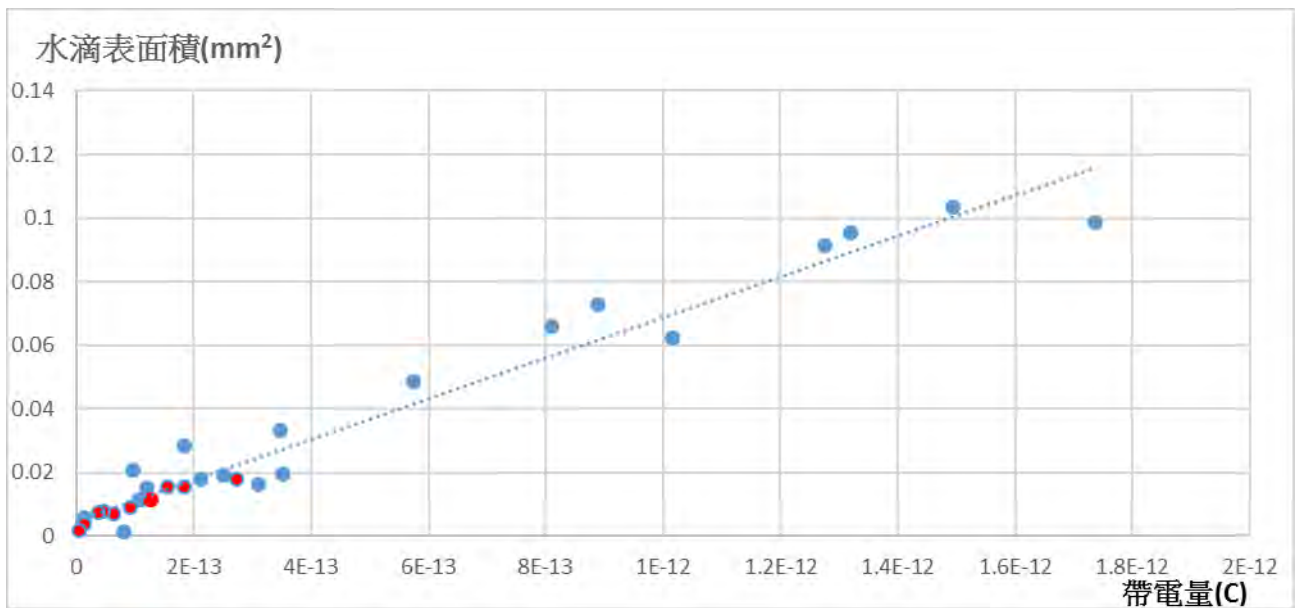


圖 30 不同水滴之表面積與帶電量關係(藍點:純水滴，紅點:肥皂水滴)

陸、討論

※水滴帶電量與體積大小的關係探討

一、實驗過程如下圖 31 所示，繞轉靜電鐵球的水滴因異電相吸而產生圓弧繞轉軌跡，相同軌道的裂解水滴，具有相同大小的體積；愈接近鐵球的水滴，繞轉半徑愈小，體積也愈小，我們推論原因如圖 29 所示，水滴帶電量與表面積成正比，因此在相同電場下，水滴所受靜電力與帶電量成正比，也與水滴半徑的 2 次方成正比： $F_e \propto q \propto r^2$ ，但水滴所受重力與體積成正比，也與半徑 3 次方成正比： $F_g \propto r^3$ ，因此隨著水滴半徑增大，體積愈大，重力的影響會愈大，並降低水滴在垂直方向上的繞轉效果。



圖 31 水滴軌跡照片(左)與示意圖(右)

二、我們進一步推論水滴以圓形軌跡繞轉時，所受靜電力/重力之比例關係，應會隨著水滴體積愈大，靜電力/重力之比值會愈小，因此設定在固定電場下，觀察同時裂解在不同軌道上的特定裂解水滴，紀錄並分析其相關特性，結果如下圖 32 所示，顯示裂解水滴的體積愈小，靜電力/重力之比值愈大，也就是說，體積愈小的水滴，受靜電力的影響會比重力更明顯，符合我們的推論。

表 6 固定電場下，同時裂解在不同軌道上的裂解水滴

電場來源:靜電小鐵球 R= 9.50 mm，表面電位 4000V					
水滴體積 (mm ³)	水滴重量 (N)	繞轉半徑 (mm)	靜電力 (N)	水滴帶電量 (C)	水滴受靜電力/重力
2.01E-05	1.97E-10	15.9	3.06E-09	1.01E-14	15.5
8.60E-05	8.43E-10	16.7	9.80E-09	3.60E-14	11.6
2.31E-04	2.27E-09	18.5	2.29E-08	1.02E-13	10.1
3.14E-04	3.08E-09	19.6	3.16E-08	1.60E-13	10.3
4.38E-04	4.29E-09	20.6	3.33E-08	1.85E-13	7.8
5.88E-04	5.76E-09	22.8	3.73E-08	2.54E-13	6.5

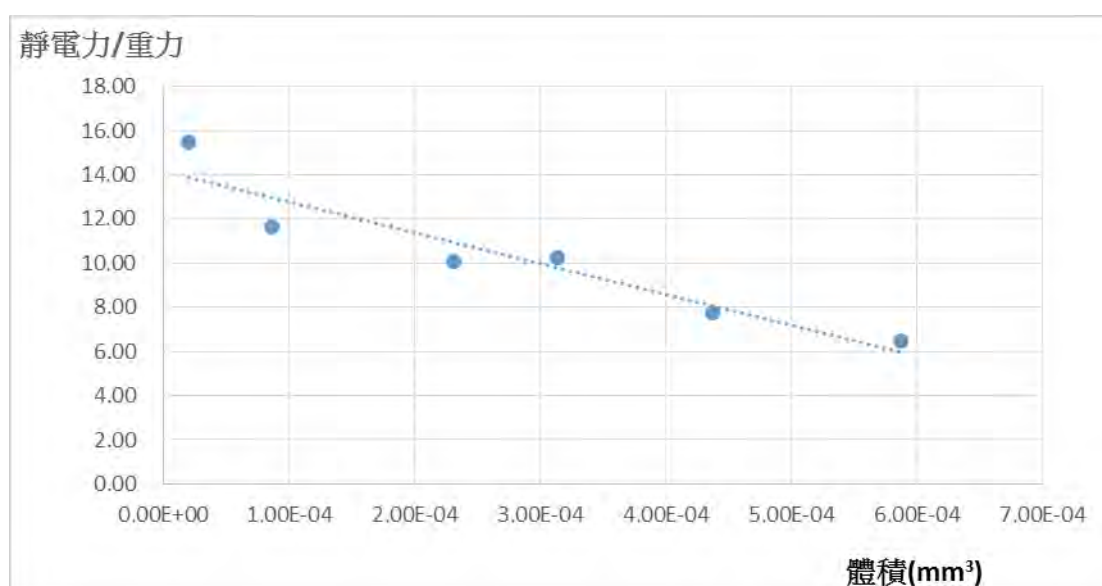


圖 32 水滴受靜電力/重力比值與水滴體積大小之關係

※實驗過程的探討

三、由快速攝影機拍攝的實驗影片中，我們觀察到靜電鐵球附近，會有 2~3 滴鄰近相接的水滴，在同軌道上以相同速度繞行，彼此水滴的距離固定；反之，如果在一般垂直方向上的水柱轉水滴現象，我們推論是水柱受到重力向下加速流動，當水柱流速漸快，使分子內

聚力與表面張力無法支撐時，水柱末端就會向下分離而形成水滴，如下圖 33 所示。



圖 33 水滴現象之探討

- 四、實驗過程中，帶正電的靜電鐵球表面會吸附周圍繞轉的負電水滴，因電荷中和而降低鐵球靜電效果與電場穩定度，因此操作上避免長時間捕捉水滴，力求快速捕捉實驗初始的裂解水滴。
- 五、由實驗過程與表四顯示，半徑較小的靜電鐵球($R=9.50\text{ mm}$)，周圍水滴的繞轉半徑較小，水滴體積亦較小；因此我們改採用半徑較大的靜電鐵球($R=19.07\text{ mm}$)，實驗顯示周圍水滴的繞轉半徑因而較大，也較易於捕捉到較大體積的繞轉水滴。
- 六、以投影片延展水滴體積的量測方式，可以捕捉到極微小的液滴，並經由面積測量，可精準估算水滴體積。

柒、結論

- 一、採用靜電棒連接電源供應器與靜電環與鐵球，會產生穩定電場。
- 二、靜電環下的裂解水滴，其帶電量與質量之比值與水滴半徑-2 次方、水滴水平排斥距離成正相關。
- 三、靜電鐵球周圍的裂解水滴，其帶電量與水滴表面積成正比，因此表面電荷密度應為定值。
- 四、液滴的表面張力會影響液滴體積大小，但不影響其表面電荷密度。
- 五、體積愈小的水滴，受靜電力的影響會比重力更明顯。

捌、參考資料及其他

- 柯皓恩、簡幗緯、林韋至（2011）。中華民國第 51 屆中小學科學展覽會參展作品物理科高中組，水被電死了。
- 鐘建陽、李宗穎、羅昱璋（2014）。中華民國第 54 屆中小學科學展覽會參展作品物理科高中組，水電交融。
- 管謹中、戴傳軒、蔡峻明（2014）。中華民國第 54 屆中小學科學展覽會物理科高中組，水滴~來不來電？
- 李其綦、吳羽霽（2017）。中華民國第 57 屆中小學科學展覽會物理科國中組，嘩啦啦與淅瀝瀝~水柱變水滴的探討
- 開爾文裝置的靜電影片: <https://www.youtube.com/watch?v=D1u5YL2afT4>
- 靜電電位計原理: https://en.wikipedia.org/wiki/Electrostatic_fieldmeter

附錄

表六 水柱 1 公分的裂解水滴之噴灑水平距離與體積關係

體積(cm ³)	距離(mm)
1.27E-03	75.8
1.54E-03	154.2
1.75E-03	146.2
1.13E-03	109.8
1.31E-03	154.3
1.33E-03	201.2
1.09E-03	305.2

表七 水柱 3 公分的裂解水滴之噴灑水平距離與體積關係

體積(cm ³)	距離(mm)
1.31E-03	29.5
9.40E-04	58.6
9.16E-04	85.8
8.99E-04	130.4

6.05E-04	188.5
8.35E-04	153.7
8.06E-04	148.0
6.86E-04	196.5
4.00E-04	215.9
5.20E-04	224.5
7.96E-05	241.0

表八 水柱 5 公分的裂解水滴之噴灑水平距離與體積關係

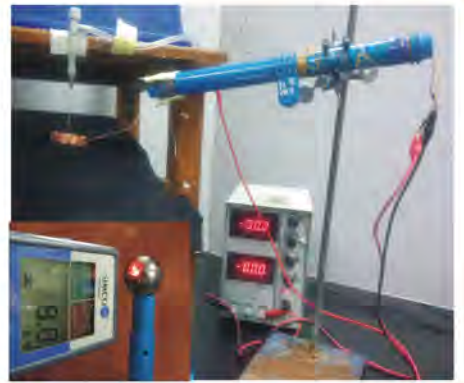
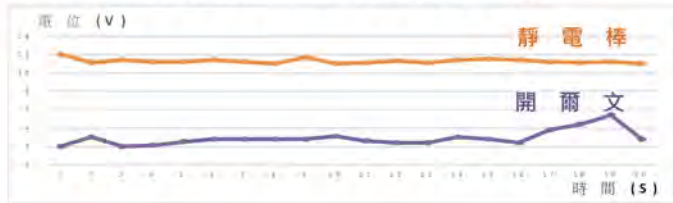
體積(cm ³)	距離 (mm)
6.73E-04	31.6
3.99E-04	81.6
5.30E-04	64
4.64E-04	65.5
3.94E-04	108.4
4.21E-04	94
4.70E-04	103.9
3.76E-04	121.7
3.98E-04	134.8
3.89E-04	144.2
1.64E-04	183.4
2.16E-04	199.9
2.50E-04	165.5
1.17E-04	168.4
3.27E-04	207
2.49E-04	143.8
1.37E-04	128.7
1.75E-04	167.4
1.67E-04	199.6
4.42E-04	147.1

【評語】 030107

題材有趣，現象呈現清晰，雖是延續已知作品，但深入探究值得肯定，建議可對水滴帶電量的定性及定量分析，更進一步詳細說明。比較開達文滴水器，設計實用感應發電機，會使作品呈現更具完整性。

2. 靜電棒裝置

- (1) 靜電棒使用馬達帶動膠條運轉，摩擦產生靜電，以電源供應器連接靜電棒，控制輸出穩定的靜電電壓。
- (2) 可外接金屬銅環或鐵球成為穩定靜電裝置。
- (3) 靜電棒比開爾文裝置的輸出電壓更高且穩定。



三、電場下的水滴軌跡分析

1. 靜電環下的水滴軌跡分析

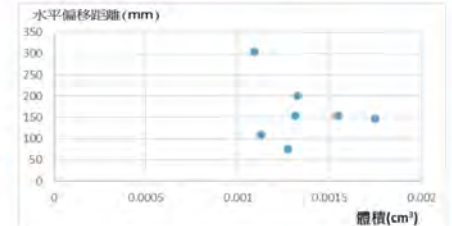
※ 靜電裝置：纏繞10匝線圈並連接靜電棒與電源供應器。
 ※ 水柱裝置：水箱接地並連接塑膠軟管與水量調節器，以針頭為出水孔，使水柱粗細維持一致。

- (1) 調整水量，改變水柱長度以控制流速，並將靜電環置於擾動水柱處，待水柱產生裂解時，迅速收集下方的裂解水滴。
- (2) 拍照定位的投影片後，以ImageJ量取各種水滴與中心點的水平距離，並量測水滴體積，可得到各種水滴的帶電量/質量比值(荷質比)。



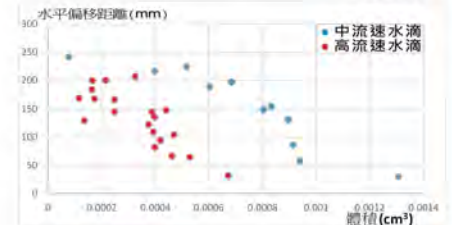
(1) 水柱短→流速慢→水滴大

- 低流速的裂解水滴，體積明顯較大而具有較大電荷量，受靜電環吸引而繞轉，因此底部測到的水平噴灑距離並不規律。

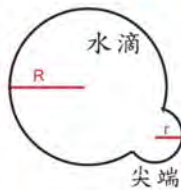
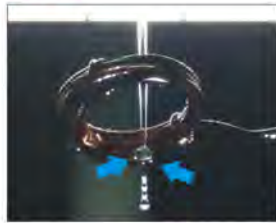
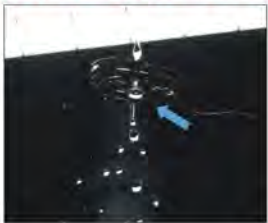


(2) 水柱長→流速快→水滴小

- 中、高流速的裂解水滴，其體積愈小，水平偏移距離愈大，兩者呈負相關；且流速愈快，裂解水滴的分布範圍愈集中，偏移角度較小。



(3) 水滴裂解機制與荷質比



- 水滴向外裂解，是因水柱末端受正電靜電環感應而聚集大量電子並分布在水滴表面，曲率半徑較小的水滴表面，會有較大電荷密度，因排斥而產生裂解。

- 將分裂出來的水滴視為理想球體，當靜電分布於半徑r的水滴表面時，其表面電位V相同，因 $V = \frac{q}{4\pi\epsilon r}$

$$\text{帶電量 } q = 4\pi\epsilon rV \quad (\text{與 } r \text{ 成正比})$$

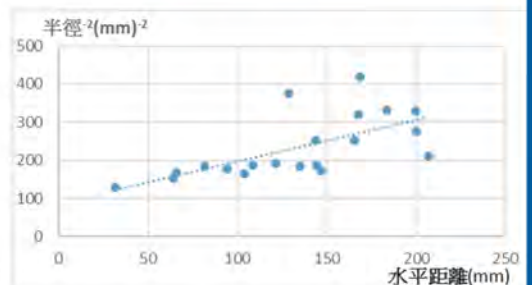
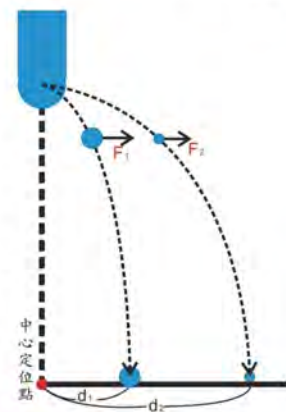
$$\text{表面電荷密度 } \sigma = \frac{q}{A} = \frac{4\pi\epsilon rV}{4\pi r^2} = \frac{\epsilon V}{r} \quad (\text{與 } r \text{ 成反比})$$

- 兩個不同裂解水滴的帶電量/質量比

$$= \frac{q_1}{m_1} : \frac{q_2}{m_2} = \frac{r_1}{r_1^3} : \frac{r_2}{r_2^3} = \frac{1}{r_1^2} : \frac{1}{r_2^2} = r_1^{-2} : r_2^{-2}$$

$$= \frac{F_1}{m_1} : \frac{F_2}{m_2} = \frac{m_1 a_1}{m_1} : \frac{m_2 a_2}{m_2} = a_1 : a_2 = v_1 : v_2 = \frac{d_1}{t} : \frac{d_2}{t} = d_1 : d_2$$

(水滴受靜電斥力明顯發生於水滴初裂解時，一旦遠離裂解位置，靜電斥力會大幅減弱，水滴在水平方向因慣性而等速離開。)

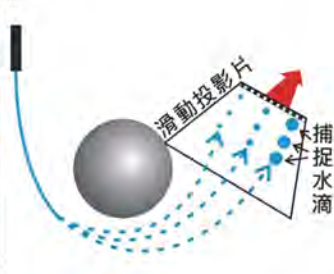
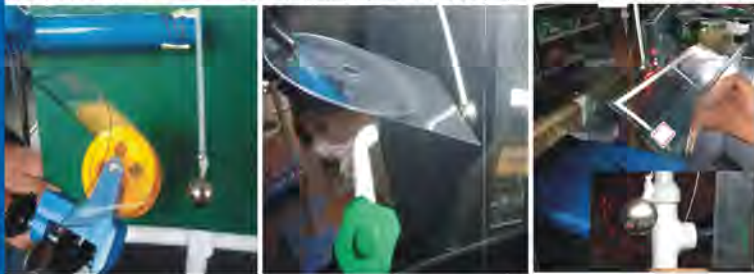


2. 靜電鐵球旁的水滴軌跡分析

- 1) 捕捉裂解水滴經過幾次改良，調整水柱與鐵球 ($R=9.50\text{ mm}$) 位置以產生最佳裂解效果。
- 2) 因水滴靜電力遠大於重力，繞轉軌跡近似圓形，因此以水滴受向心力視同靜電力，繞轉軌跡半徑、角速度、質量由軟體Tracker與ImageJ求出，測量鐵球表面電位可得水滴所在電場，並求出帶電量。

$$q = \frac{F_c}{E} \doteq \frac{F_c}{E} = \frac{mrw^2}{E}$$

- 3) 大鐵球 ($R=19.0\text{ mm}$) 使大水滴有較大繞轉半徑，可得大水滴數據。



結果:

- (1) 水柱長度控制水滴大小，在求出帶電量關係，可得到水滴帶電量與表面積呈正比，推論裂解水滴的表面電荷密度趨近定值。
- (2) 肥皂水滴因表面張力下降，使體積與帶電量變小，但帶電量與表面積仍呈正比，且因分布斜率相同，表示液滴若改變表面張力，會影響體積與帶電量，但不影響表面電荷密度。

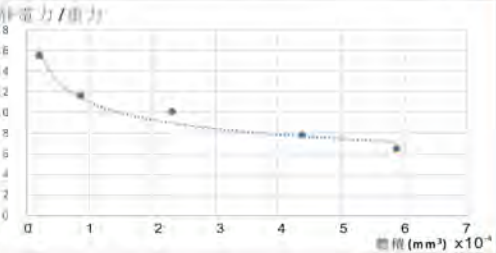
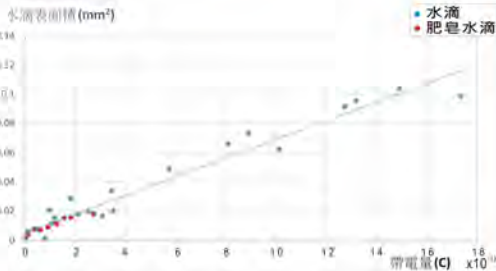
固定電場下，同時裂解在不同軌道上的水滴：

- (1) 水滴帶電量正比於所受靜電力，也正比於表面積，而水滴受重力正比於體積：

$$F_e \propto r^2, \quad F_g \propto r^3$$

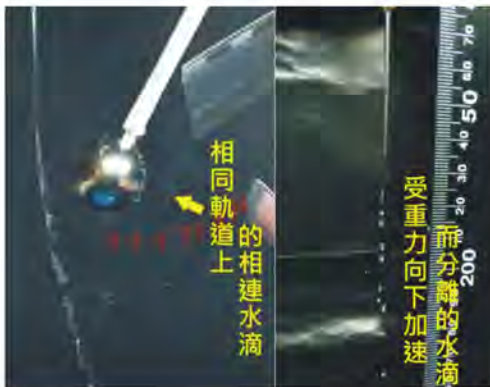
因此水滴愈大，重力影響愈大，會降低垂直方向上的繞轉效果。

- (2) 固定電場下，同時裂解在不同軌道上的裂解水滴，體積愈小，靜電力/重力之比值愈大，即體積愈小的水滴，靜電力的影響比重力更明顯。



三、討論

1. 垂直方向的水柱因受重力向下加速流動，當流速漸快，分子的內聚力與表面張力無法支撐，水柱末端就會分離形成水滴。而靜電鐵球附近會有2-3滴鄰近相接的水滴，在同軌道以同速度繞行，彼此水滴距離固定。
2. 小鐵球 ($R=9.50\text{ mm}$) 周圍捕捉到的繞轉水滴較小，難以捕捉到大水滴；改用大鐵球 ($R=19.07\text{ mm}$) 可使大體積水滴易於繞轉而捕捉，並產生有效數據。
3. 帶正電的靜電鐵球表面會吸附周圍繞轉的負電水滴而中和，並降低靜電場穩定度，因此操作需快速捕捉實驗初始的裂解水滴。
4. 以投影片延展水滴體積的測量方式，可捕捉到極微小的液滴，並經由面積測量，可精準估算水滴體積。



四、結論

1. 採用靜電棒連接電源供應器與靜電環與鐵球，會產生穩定電場。
2. 靜電環下的裂解水滴，其帶電量與質量之比值與水滴半徑-2次方、水滴水平排斥距離成正相關。
3. 靜電鐵球周圍的裂解水滴，其帶電量與水滴表面積成正比，因此表面電荷密度應為定值。
4. 液滴的表面張力會影響液滴體積大小，但不影響其表面電荷密度。
5. 體積愈小的水滴，受靜電力的影響會比重力更明顯。

五、參考資料

- 李其蓁、吳羽霏 (2017)。中華民國第57屆中小學科學展覽會物理科國中組，嘩啦啦與浙瀝瀝～水柱變水滴的探討
- 柯皓思、簡綸緯、林韋至 (2011)。中華民國第51屆中小學科學展覽會參展作品物理科高中組，水被電死了。
- 管謹中、戴傳軒、蔡峻明 (2014)。中華民國第54屆中小學科學展覽會物理科高中組，水滴-來不來電？
- 鍾建陽、李宗穎、羅昱瑋 (2014)。中華民國第54屆中小學科學展覽會參展作品物理科高中組，水電交融。
- 開爾文裝置的靜電影片: <https://www.youtube.com/watch?v=Dlu5YL2afT4>
- 靜電電位計原理: https://en.wikipedia.org/wiki/Electrostatic_fieldmeter