

中華民國第 57 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組 地球與行星科學科

第一名

051908

系外行星凌星光譜的模擬與探究

學校名稱：臺北市立明倫高級中學

作者： 高二 李杰霖 高二 胡恆為 高二 胡景勛	指導老師： 江玉燕
---	------------------

關鍵詞：系外行星、凌星法、凌星深度

得獎感言

7月24日一個風和日麗的早晨，我們一行人出發前往富有人情味的雲林。在路途中充溢著內心的是無比的緊張與自豪，一方面我們從北市科展中脫穎而出，攜帶著北市寄於我們的期望與其他縣市的選手一同較勁，另一方面內心的不安感隨之襲來，因為我們深知我們所面臨的將會是一場硬戰。

在這次的科展中令我最印象深刻的是晚上與老師一同討論白天評審們集思廣益下所提出有趣問題，儘管經歷了白天一系列的考驗，晚上與老師一起思考排山倒海勢的問題還是令我心中雀躍不已。另一個令我印象深刻的經歷就是將我們研究成果與大眾們分享，除去時間的壓力，我們更能清楚完整的向大眾解釋科展內容，看見她們眼中洋溢著明瞭且欽佩的神情，就像是對於我們作品的肯定，頓時明白這一切的辛苦與努力沒有白費。

這次科展給我最大的收穫是科學是一個動詞而不是名詞，同時也讓我明白科學家最需具備的是追求未知事物的熱情，我們三個都以成為科學家為我們的夢想，所以這次的科展不僅讓我們瞭解團隊合作的重要性還培養出了我們面對困難時所需要的強大心理與毅力。

這次科展的大功臣便是我們的指導老師，她不辭辛勞的帶著我們做實驗打報告，她更教會了我們在人生下個階段所需具備的能力，所以我們三個想對您說：辛苦了！老師！謝謝您。

回顧這一年每天到地科實驗室做科展的日子說長也不長、說短也不短、說辛苦，其實也還好但是如果有機會再參加一次科展，我們會毫不猶豫地說好，所以我們要跟後進的參賽者們說，不要猶豫放手追夢吧！



初審就這樣結束了，帶著忐忑不安的心情進入複審。



科展終於結束嘞！拿了第一名 yeah~

摘要

凌星法是目前尋找系外行星的利器，而光譜的分析則可進一步提供更細微的探究。我們嘗試以燈泡及固定軌道的凌星實驗模組來模擬系外行星的空間狀態，再藉由光譜儀接收模擬的凌星光譜資料。從行星大小及凌星視軌道傾斜 b 值的探討，我們了解到行星遮掩恆星的面積大小及遮掩區域，都會影響凌星亮度曲線的形狀及凌星深度，其中最大影響因素就是恆星臨邊昏暗效應的作用。不同波段凌星光譜的訊息，提供我們對模組光源更細膩的探究，也看到了凌星亮度曲線的差異，同時，藉由行星不同凌星位置或不同大小遮掩面積的凌星光譜資料，我們成功地建構出恆星圓盤的亮度變化結構，應證臨邊效應的特性與影響，期待未來能更精確地應用於恆星圓盤層圈亮度結構的研究。

壹、研究動機

追尋第二顆地球向來就是人類的夢想，每聽到又發現一顆很類似地球的行星，總會讓我們雀躍不已。然而，系外行星小而遠，向來就難以一眼就看到其形貌，但一旦有機會運行到地球和母恆星之間，母恆星就會因行星的遮掩而稍微變暗，並隨著行星的公轉而呈現週期性的亮度變化。凌星觀測技術猶如一把鎖鑰，藉由母恆星規律的亮度變化，可以探索出行星的運動及體積大小等重要線索；近來天文學家借助光譜分析技術，大致可解析系外行星的組成及大氣成分，至此，第二顆地球儼然天涯若比鄰。本研究嘗試利用簡易的光譜儀和自行設計的系外行星模組，模擬出系外行星凌星過程的光譜記錄，再應用相關分析方法，進行應證及合理的推論。

貳、研究目的

- 一、設計出能模擬凌星現象並進行光譜研究的實體模型。
- 二、經由凌星模組所量測的光譜資料，模擬出多波段凌星亮度變化曲線。
- 三、從不同光源、行星大小及視軌道傾角等因素，探討臨邊昏暗效應對凌星亮度曲線的影響。
- 四、藉由多波段的凌星亮度資料，建構恆星(模擬光源)盤面臨邊昏暗效應的層圈變化。

參、研究設備及器材

- 一、凌星模型所需器材：半圓形鐵絲圈、木架、橡皮筋串成的橡皮筋條帶和固定鐵塊；
100w、60w、20w 熾熱燈泡和 10w LED 燈泡，以及燈座；
直徑 10、15、20、25、30、35 和 40mm 七種規格的保麗龍球。

二、空間位置校正儀器：水平檢測器和手機羅盤 APP 程式。

三、觀測儀器：光譜儀、筆記型電腦和手機相機。

肆、研究原理與方法

一、研究流程



二、建構系外行星凌星的實驗模組

(一) 製作系外行星凌星軌道的模型與支架

1. 模擬恆星：在木板正中心設置燈座，可更換 100w、60w、20w 熾熱燈泡和 10w LED 燈泡等光源以模擬不同的恆星，在木板上貼上黑色書面紙，減少木板對燈光的反射。
2. 固定凌星軌道：如圖 1 (b)，以燈泡中心為圓心，將半圓形鐵圈垂直釘置於木板 (直徑方向平行木板底邊) 做為行星運行軌道。
3. 模擬行星：將保麗龍球切割狹縫至球心，並夾放在凌星軌道上。
4. 設置凌星位置：在鐵圈上以相同間距標記刻度，並以半圓形鐵圈的正中間位置為時間原點 0，設定行星完整公轉一圈的周期為 T ，沿著鐵圈往左依序以負值標記保麗龍球所在位置的相對時間，往右則以正值標記。

(二) 擺設光譜紀錄裝置

1. 固定光譜儀：如圖 1 (a)，光譜儀的接收鏡頭需與燈泡中心維持固定距離 (本實驗固定 175 公分)，且兩者的連線須保持與木板水平線垂直 (本實驗燈泡中心與光譜儀鏡頭的高度都固定為 20 公分)。

2. 電腦觀測紀錄：將光譜儀連上筆記型電腦，啟動軟體程式即可接收光譜資料。

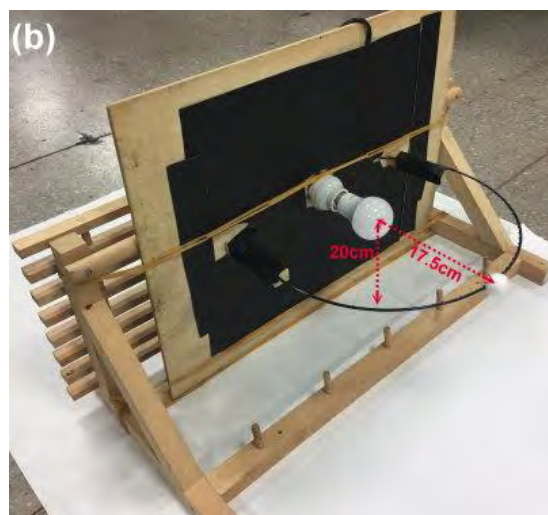
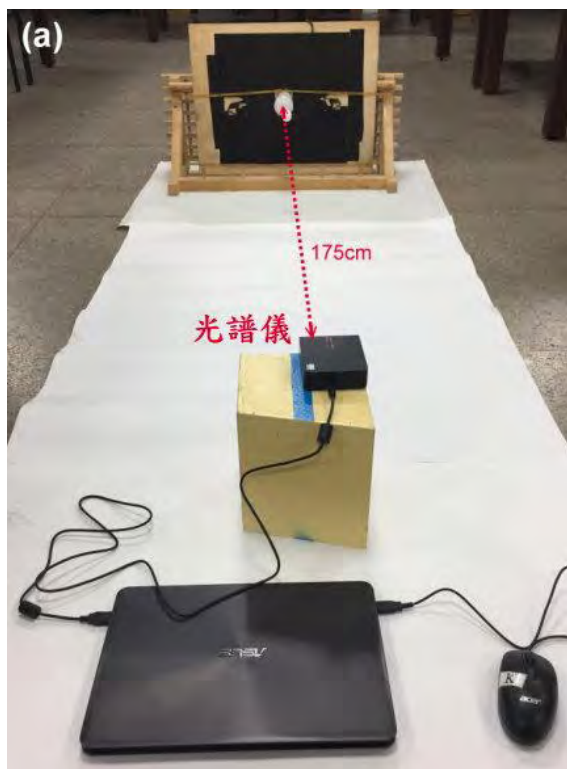


圖 1、模擬系外行星凌星光譜的實驗模組。左側圖(a)為整個模擬裝置，上側圖(b)為模擬系外行星凌星過程的實驗裝置。

(三) 校正軌道傾角

1. 改變軌道傾角：以兩條橡皮筋條帶將木板圍捆於木架上、下方，可固定木板與木架的相對位置；只要調動下方橡皮筋條帶的前後位移，即可改變木板的前傾角度，並在木板底部左右兩側以鐵塊前後固定。
2. 校正軌道傾角：如圖 2 將大小適中的紙盒蓋放置於鐵圈上，再置放水平檢測器與手機，啟動手機羅盤 APP 程式進行監測，微調木板的左右高度及前傾角度。

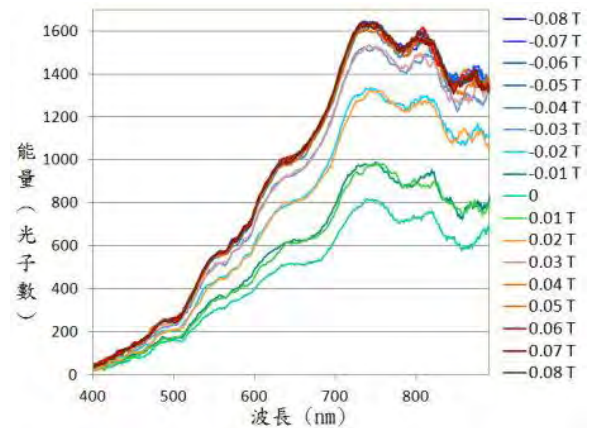


圖 2、運用水平檢測器與 APP 軟體檢測凌星軌道面的傾角(本圖係由上往下俯視拍攝)。

三、應用 Excel 處理凌星歷程的光譜數值資料

(一) 記錄行星凌星過程的光譜資料

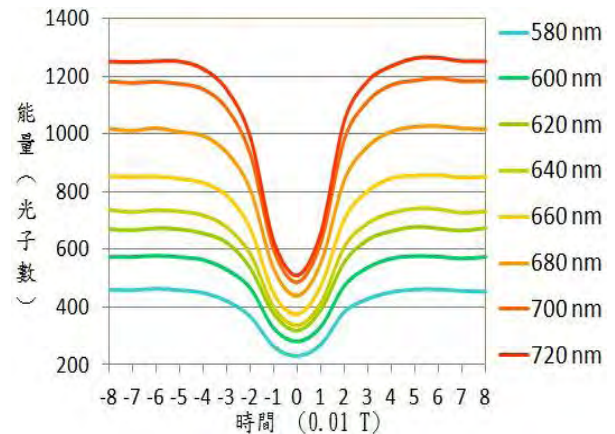
1. 光譜儀設置 50ms 的積分時間，並疊加 10 次後再紀錄輻射結果。
2. 行星在軌道上的每一個位置，都以三次光譜觀測的平均為其記錄值。
3. 將行星在各個凌星位置的光譜數值，以 Excel 程式繪出如圖 3(a) 所示的圖，進行觀察監測。



(a) 不同凌星位置的光譜能量曲線

(二) 解析出行星凌星的多波段亮度資料

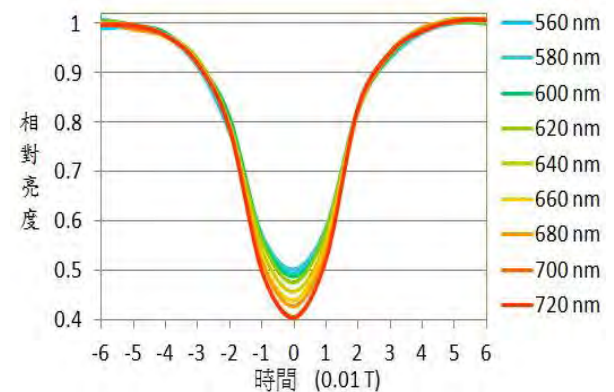
1. 將每個行星凌星位置的光譜資料，以 20nm 為間隔標定特定波長，再以該標定波長 ± 10 nm 的頻寬取樣出平均亮度。
2. 將凌星過程各特定波長的亮度值對應凌星位置繪圖，可得到如圖 3(b) 的多波段凌星亮度變化曲線。



(b) 不同波段的凌星亮度變化曲線

(三) 分析多波段凌星相對亮度曲線

各波段都以恆星沒被遮蔽時的最大亮度為基準，做出整個凌星歷程的相對亮度曲線。



(c) 不同波段的相對亮度變化曲線

圖 3、以 20w 熾熱燈、20mm 直徑球及視軌道傾斜 $b=0$ 情境下的光譜分析歷程。

四、研究原理

(一) 凌星深度 (transit depth)

當系外行星橫越母恆星表面時，若恆星盤面的亮度很均勻，則觀測到的凌星亮度變化曲線會如右圖黑色實線所示，呈現規則的線性變化。凌星亮度變化曲線上所出現的最大減光量(ΔF)，與恆星未被遮掩時的最大亮度(F)比，就是「凌星深度」。

由於系外行星與地球的距離，相較於行星的軌道半徑大很多，理論上，凌星深度(D)可視為行星面積與母恆星面積的比值，因此可表示為：

$$D = \frac{\Delta F}{F} = \frac{R_p^2}{R_*^2}$$

其中， R_* 為母恆星的半徑， R_p 為行星的半徑。

(二) 系外行星的視軌道傾斜

如圖 4，當行星凌越恆星至軌跡最中點時，行星中心點與恆星中心點相距 $b R_*$ ，則 $0 \leq b \leq 1$ 。

如圖 5， $b = 0$ 時，行星中心會通過恆星中心；

$b = 1$ 時，行星軌道恰切過恆星邊緣。

不同的 b 值，會影響圖 4 中 t_1 、 t_2 、 t_3 與 t_4 的時間落點。

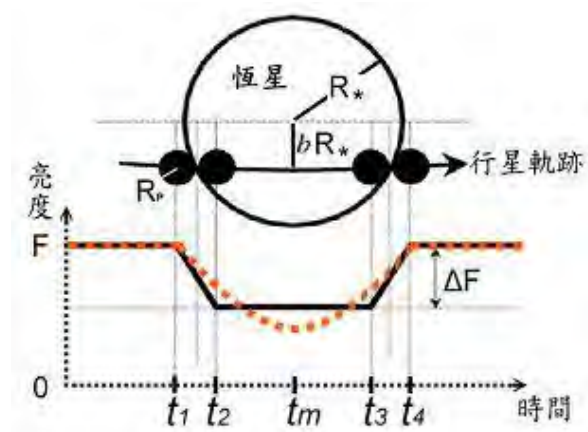


圖 4、系外行星凌星過程造成母恆星亮度變化的理論曲線及對應位置，其中 t_1 至 t_2 時段為行星尚不足以自己整個圓盤遮掩恆星的期間， t_3 至 t_4 時段亦同理。

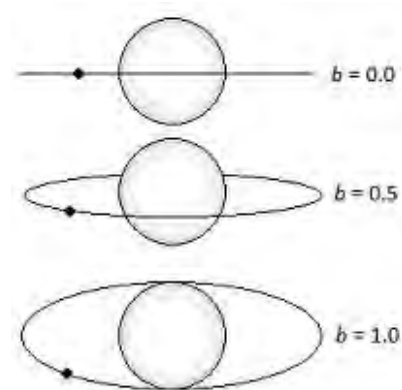


圖 5、系外行星軌道的視傾角

(三) 臨邊昏暗效應 (limb darkening)

恆星內部同一層圈的光子往地球方向穿越恆星外層物質時，愈來自恆星圓盤中心方向的光子，穿越恆星物質的路徑愈短，因此，恆星明亮圓盤的亮度，一般會由盤面的中心往邊緣愈來愈暗，呈現「臨邊昏暗效應」；因此，行星的凌星亮度變化曲線，實際上會如圖 4 橘色虛線所示，由折角變成類似「U」字型的圓滑外形。

(四) 系外行星凌星亮度曲線的形狀

1. 凌星亮度曲線的形狀係數

不僅臨邊昏暗效應會影響凌星亮度曲線的外形，行星的大小及軌道視傾斜 b 值也會導致圖 4 中 t_1 、 t_2 、 t_3 與 t_4 的彼此間的時間間距，因此可以將行星凌星曲線的外形以係數 S 來表示：

$$S = \frac{t_2 - t_1}{t_m - t_1}$$

2. 從凌星亮度曲線分析出各凌星時段的時間點

如圖 6 所示，應用 Excel 程式的統計分析功能，找出凌星亮度曲線觀測值的近似方程式，以求得 t_1 、 t_2 、 t_3 與 t_4 的近似值，就可解析出凌星曲線的外形係數。

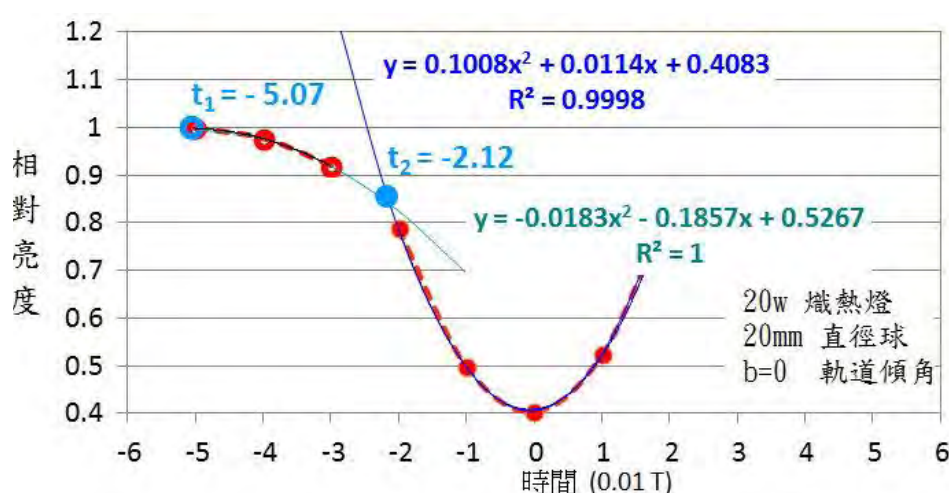


圖 6、應用觀測數據的模擬算式，應用外插技巧求得 t_1 、 t_2 等不同凌星階段的时间點。圖中深藍色及綠色所註明的二次方程式，是透過 Excel 程式趨勢線功能所推算出來的， r^2 則為 x 和 y 兩參數的相關係數分析。

伍、研究結果

一、不同光源的光譜分析

(一) 模擬實驗設計：本段落係以 100w、60w、20w 熾熱燈和 10w LED 燈四種燈模擬恆星光源，20mm 直徑的保利龍球為行星，在凌星軌道視傾斜 $b = 0$ 的情境下模擬出凌星亮度變化曲線。

(二) 四種光源的光譜能量比（如圖 7 所示）

1. 熾熱燈為熱輻射光源，輻射能量分佈在較寬的波長範圍內，即使亮度有差，頻譜的型態差不多。

2. LED 燈的光以光電效應原理產生，主要分布在可見光的波段範圍；且相較於其他波段，紫藍色的短波段有一突顯波峰值出現，如要以做為模擬恆星的輻射光源，就須先解決該波段的干擾。

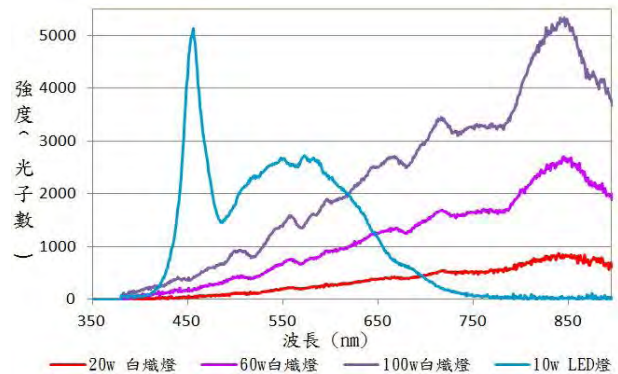
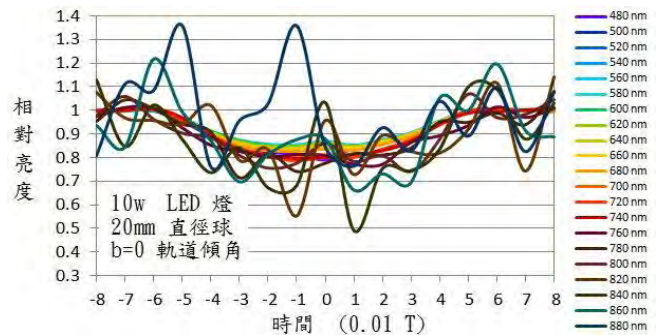


圖 7、四種燈源的光譜

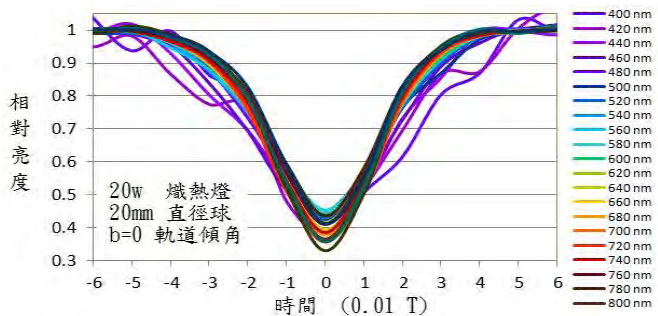
(三) 四種光源多波段凌星亮度曲線的解析

1. 過低能量的波段易產生不穩定的擺盪

對照圖 7 的光譜輻射，會發現圖 8 (a) LED 燈與 (b) 20w 熾熱燈多波段凌星曲線會發生劇烈起伏震盪的波段，其分布的輻射能量都極度偏低，因而易受光譜儀機器的響應或其他干擾而產生不正常的記錄。



(a) 760nm 至 800nm 間的波段有劇烈的起伏震盪



(b) 400nm 至 500nm 間的波段有不正常起伏震盪

圖 8

2. 凌星深度與波長的線性相關

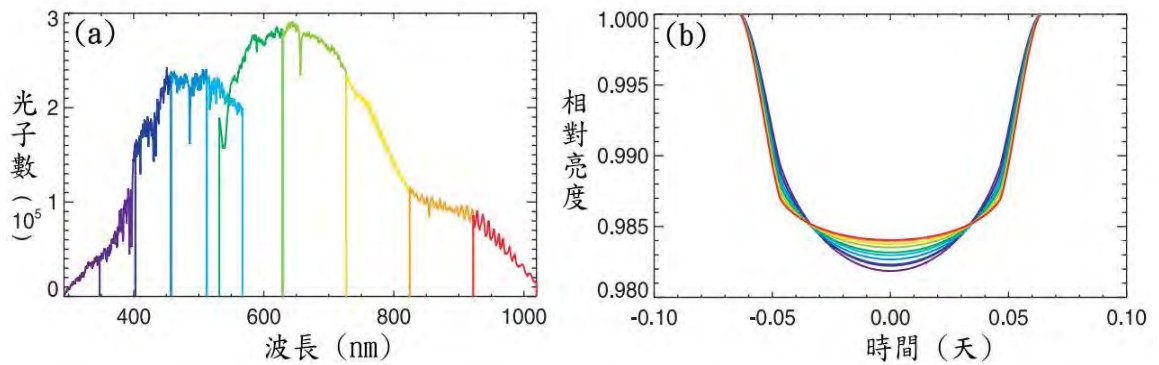


圖 9、行星 HD 209458b 的凌星光譜資料。圖(a)為恆星 HD 209458 在兩個不同頻寬光譜儀所合成的光譜能量曲線，圖(b)則顯示行星 HD 209458b 凌星過程中，HD 209458 在各個波長的亮度變化狀況，線條的顏色係對應自圖(a)光譜上同顏色垂直線所指示的波長數值。(修自參考資料 6 的圖)

Knutson,H.等人曾就行星 HD 209458b 的凌星觀測資料進行不同波段的處理分析，發現行星凌星的亮度變化狀況在各個波段有所差異。如圖 9 (b)所示，行星凌星的亮度變化曲線在波長較短的波段，會有較大的凌星深度（亮度變化曲線的凹陷深度較深），且曲線發生凹陷的寬度也相對較窄一些，也就是說，凌星亮度變化曲線的形狀會由「U」字型轉化為近似「V」字型；相對地，較長波長波段所呈現的亮度變化曲線則較為寬平。

圖 10 四種光源各波段凌星深度的分析，發現 20w 熾熱燈源自 560nm 至 720nm 九個波段具有最佳的線性相關，雖然其線性相關和行星 HD 209458b 凌星深度與

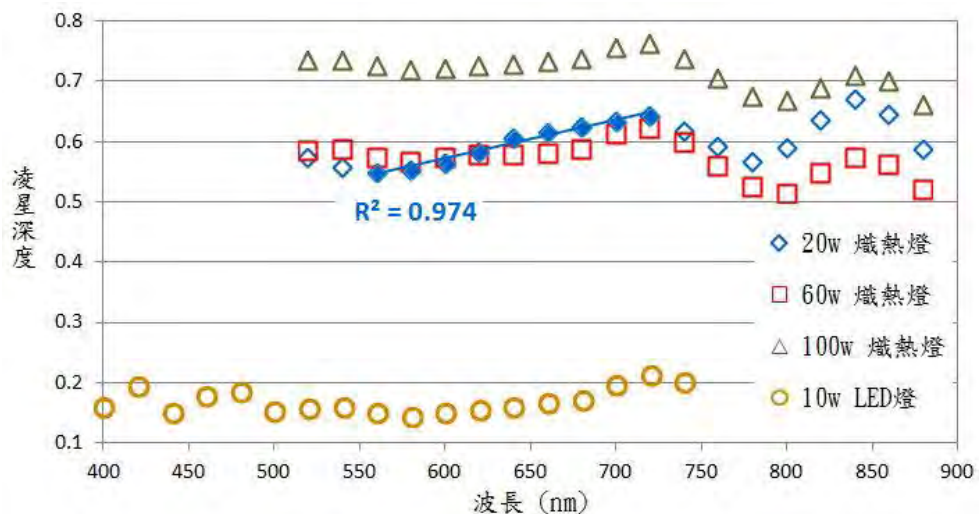


圖 10、四種光源在扣除圖 8 不正常震盪的波段後，各波段凌星深度對應波長，其中，所有光源在 580nm 至 720nm 的波段範圍內均呈線性相關，而藍色實心點(20w 熾熱燈)更具有最佳的線性相關係數。

波長所呈現的關係（波長愈短的波段有愈深的凌星深度）相反，但仍是四種燈源中最適合做為後續模擬實驗的光源。

3. 四種光源多波段凌星深度的比較

(1) 凌星亮度的模擬曲線以熾熱燈源所呈現的結果最好，LED 燈係以光電效應為其發光原理，凌星曲線的外觀不甚完美。

(2) 就 100w、60w、20w 三個熾熱燈的凌星曲線來看，光源能量愈強則凌星深度愈深。

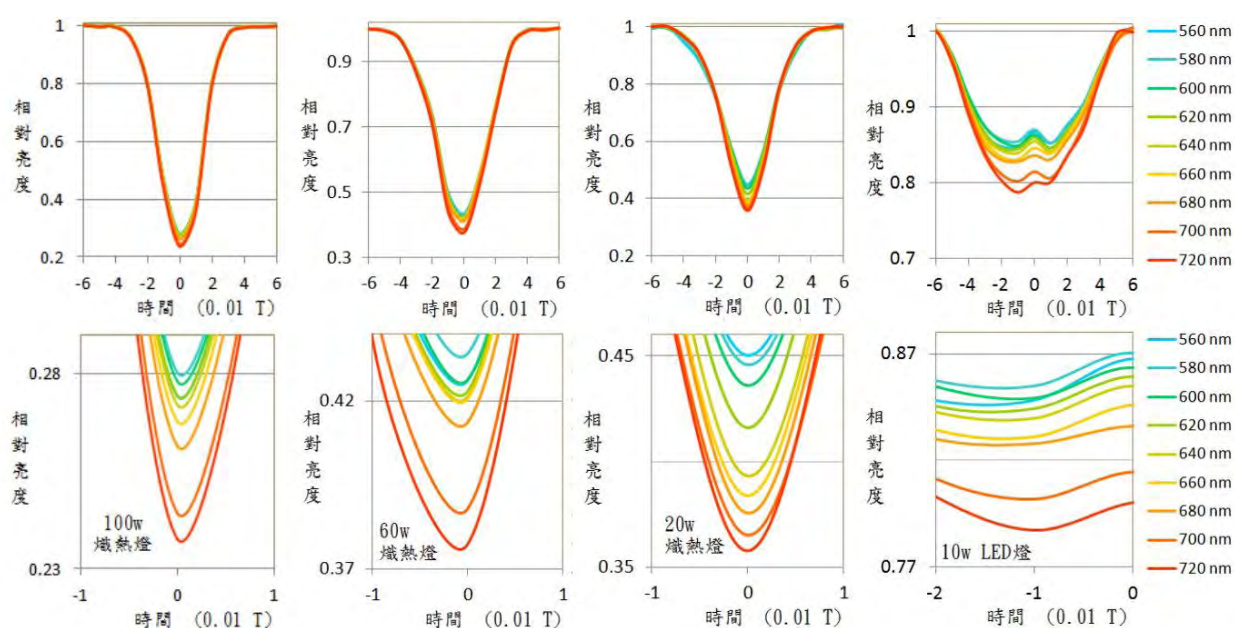


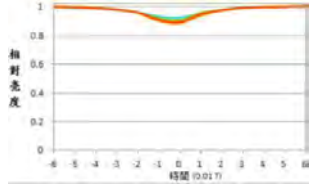
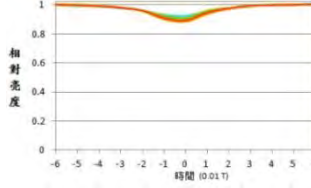
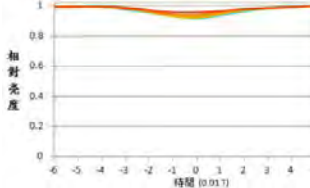
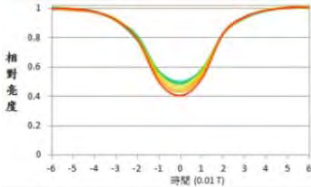
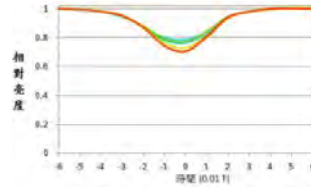
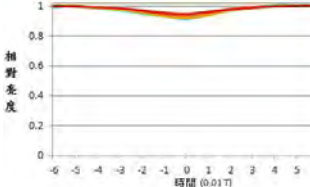
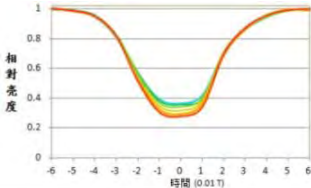
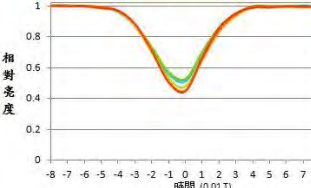
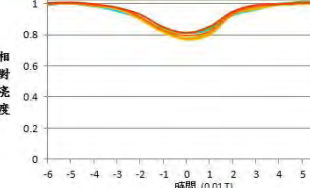
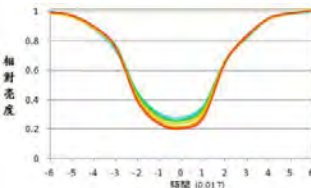
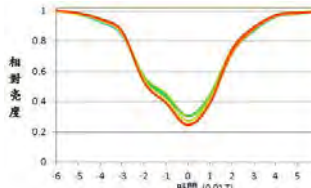
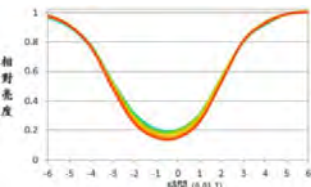
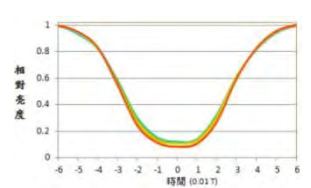
圖 11、四種光源九個波段的完整凌星亮度曲線，如上半列的圖所示；下半列所示為該燈源在凌星亮度最暗時(時間點近於 0 的位置)各波段的相對亮度表現。

二、臨邊效應的觀察與分析

(一) 模擬實驗設計：本段落係以 20w 熾熱燈模擬恆星光源，15、20、25、30、35 和 40mm 六種直徑規格的保利龍球為行星，依序在凌星軌道視傾斜 $b = 0$ 、 $b = 0.2$ 及 $b = 0.4$ 三種情境下模擬凌星亮度變化曲線。原則上，當行星在凌星軌跡最近光源中心點時，若整體面積未能涵蓋在光源盤面中，即放棄該大小行星的模擬。經此模擬所得到的凌星曲線，如下頁表一所列：

1. 模擬行星的直徑愈大，凌星深度愈大，同時，凌星曲線愈趨近於寬平的U字形。
2. 軌道視傾斜 b 值愈大，凌星深度愈小，顯然行星穿越光源盤面上的路徑愈偏離中心，則光源因遮掩所減損的輻射能量愈少，光源盤面由中心點往外每單位面積所分布的輻射能量不但不均勻，且大致有愈來愈少的現象。

表一、以不同直徑的保利龍球及軌道視傾斜 b 值所模擬得到的凌星曲線

球直徑	軌道視傾斜 $b=0$	軌道視傾斜 $b=0.2$	軌道視傾斜 $b=0.4$
15mm			
20mm			
25mm			
30mm			
35mm			
40mm			

(二) 不同直徑大小行星的凌星曲線分析

1. 凌星深度的理論值

根據前述的凌星深度理論，凌星深度應為行星面積與恆星面積的比值。以七個大小不等的保麗龍球為凌星模擬實驗的行星，則其凌星深度的理論值可以下列步驟分析得到：

(1) 取其在進行凌星軌道視傾斜 b 值為 0 模

擬實驗時，最近恆星中心的拍攝影像。

(2) 如圖 12，在一般繪圖軟體中開啟該影像

的圖檔，估量恆星及行星垂直向(Y 軸方向)及水平向(X 軸方向)的直徑像素量。

(3) 將影像中行星及恆星在垂直向與水平向的直徑像素量平均後，取其兩者平方值的比值，結果如下表二所列。

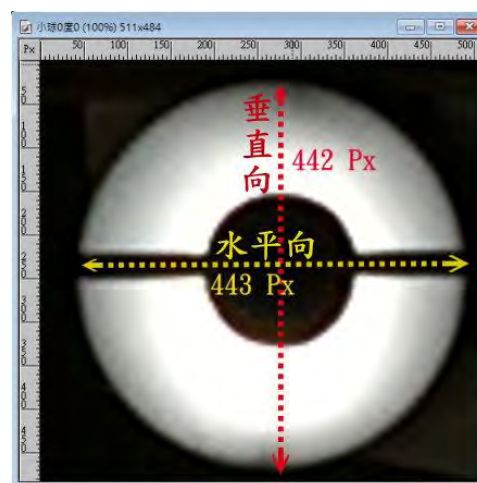


圖 12、在繪圖軟體中估量星體影像的大小。

表 二

行星直徑		10mm	15mm	20mm	25mm	30mm	35mm	40mm
實際影像								
恆星直徑 (Px)	垂直向	435	437	437	436	437	440	440
	水平向	440	440	438	435	440	442	446
	平均值	437.5	438.5	437.5	435.5	438.5	441	443
行星直徑 (Px)	垂直向	74	125	163	216	257	294	342
	水平向	77	117	157	215	254	294	337
	平均值	75.5	121	160	215.5	255.5	294	339.5
行星與恆星的半徑比		0.172	0.275	0.365	0.494	0.582	0.666	0.766
行星與恆星的面積比 (凌星深度理論值)		0.030	0.076	0.134	0.245	0.340	0.444	0.587

2. 凌星深度的分析

(1) 大小不同行星的凌星深度觀察

就凌星軌道視傾斜 $b = 0$ 的模擬情境中，六顆大小不同保利龍球所模擬出來的多波段凌星亮度曲線（表一第一欄所列），依其波長所對應的凌星深度作圖，如下圖 13 所示。

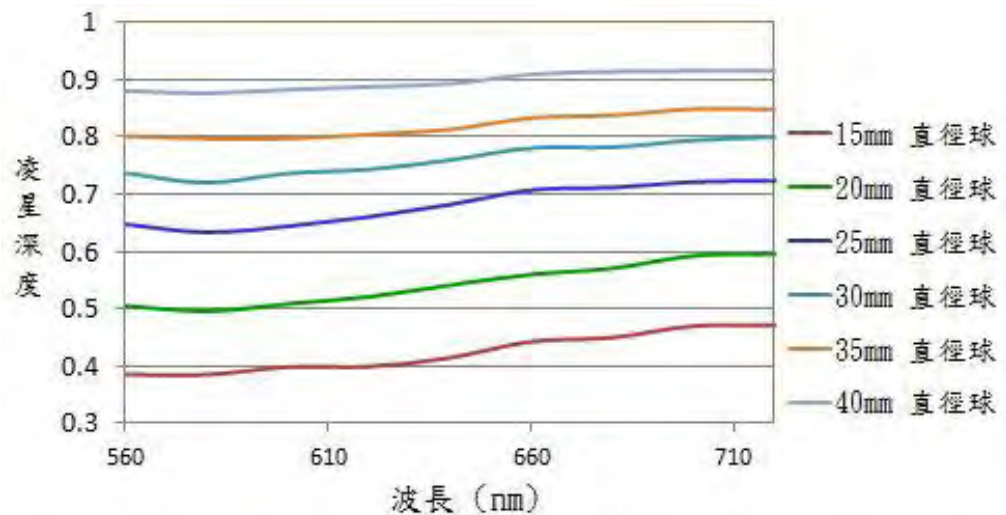


圖 13、各大小保利龍球所模擬的凌星曲線，對應在各波長的凌星深度。

- ① 從圖中可發現：直徑愈大的行星有較大的凌星深度。
- ② 將六顆不同大小行星在各波段的凌星深度觀測值扣除理論值，再對應理論值求比值（如圖 14 所示）作比較分析：

I. 就行星大小而言，大行星的凌星深度觀測值較接近理論值，而行星

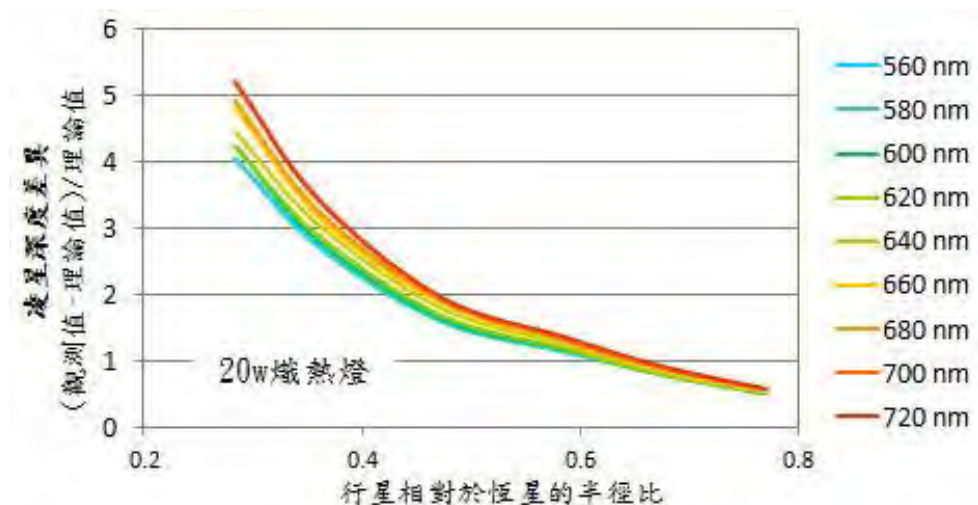


圖 14、20w 熾熱燈源模擬情境中，凌星深度差異比值相對行星大小的關係圖。

的直徑愈小，觀測值愈大於理論值。追究其原因，應該是行星的直徑愈大，接收到的光譜能量來自恆星圓盤邊緣區域的比例較多，受到臨邊效應的影響較大。

II. 就波段而言，長波長波段的凌星深度差異（理論值與觀測值的差）稍比短波段明顯些，且在小行星這端的差異值愈大，長波長輻射強度從光源圓盤中心往外銳減的趨勢較短波段明顯。

(三) 不同視軌道傾斜的凌星深度觀察

比較直徑 15、20 和 25mm 三顆保利龍球依序在凌星軌道視傾斜 $b = 0$ 、 $b = 0.2$ 及 $b = 0.4$ 三種情境下模擬得到的凌星深度，如下圖 15 所列。

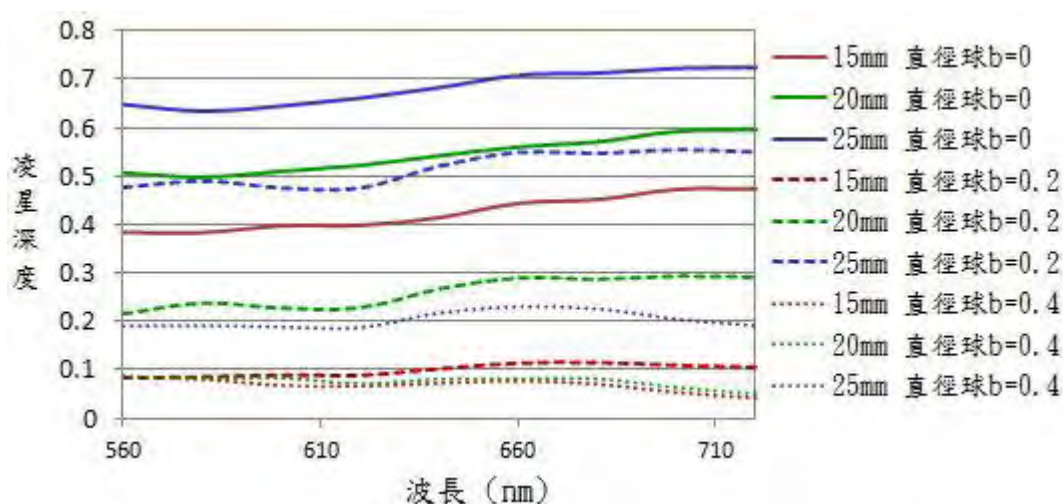


圖 15、直徑 15、20 和 25mm 三顆保利龍球在不同凌星軌道視傾斜 b 值模擬得到的凌星深度。

1. 就軌道視傾斜而言，當 b 值愈大時，行星的凌星深度愈小。對照右表三的行星凌星模擬影像，可見軌道視傾斜 $b = 0.4$ 時，行星雖然整個星體還是在恆星的盤面內，但位置較偏於邊緣，所以這應是光源盤面愈近邊緣處輻射較弱所導致的結果。

表三、不同直徑的保利龍球及軌道視傾斜模擬得到的最近光源中心凌星影像

軌道視傾斜 球直徑	$b=0$	$b=0.2$	$b=0.4$
15mm			
20mm			
25mm			

2. 在軌道視傾斜 $b = 0$ 和 $b = 0.2$ 時，相較短波長波段，長波長波段的凌星深度較大，顯示行星從光源盤面中心到邊緣，長波長波段的輻射變化量比降大。

3. 再就圖 16 各保利龍球在各波段凌星深度觀測值與理論值的差異比值進行分析：

(1) 三個圖均顯示，當 b 值愈小時，凌星深度觀測值比理論值大得愈明顯，顯示行星遮掩恆星的位置較近圓盤中心區域，減損的輻射能量越多，臨邊昏暗效應在此顯而易見。

(2) 長波長波段對應 b 值的變化量比較明顯，臨邊昏暗效應較為明顯。

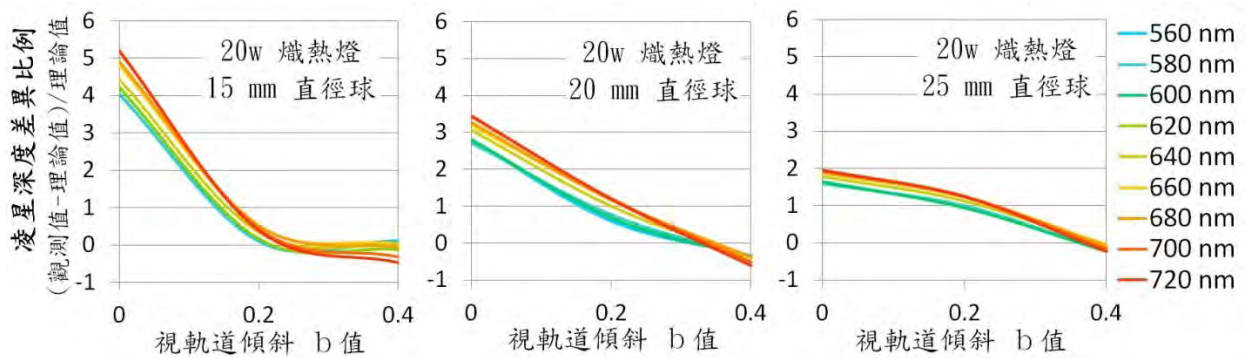


圖 16、就直徑 15mm、20mm 和 25mm 三顆保利龍球，九個波段凌星深度與理論值的差異比值對應視軌道傾斜 b 值的關係圖。

(四) 凌星曲線的外形分析

除了凌星深度的觀察，也嘗試分析零星曲線的外形係數 S ，其結果如圖 17 所示。

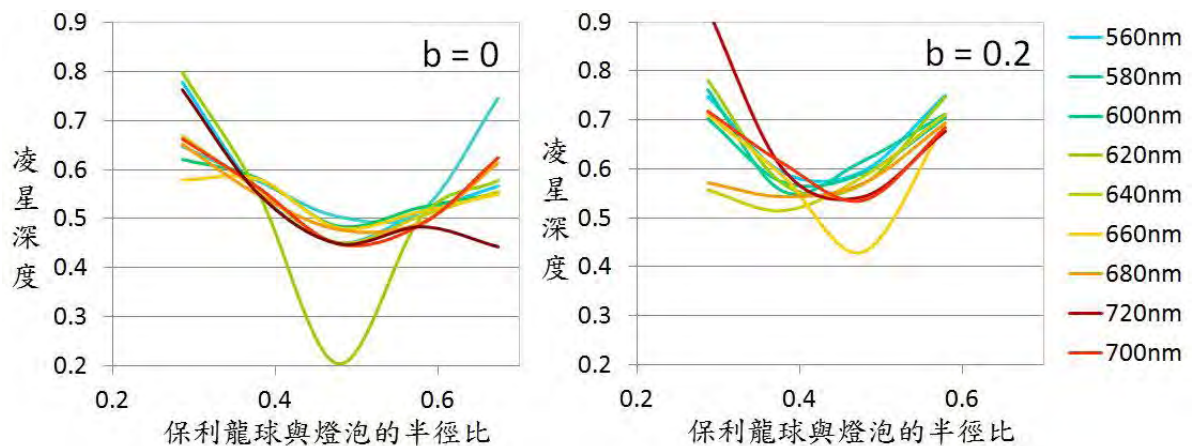
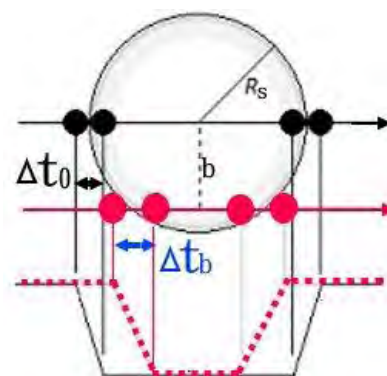


圖 17、針對 20w 熾熱光源分別在視軌道傾斜 $b = 0$ 和 $b = 0.2$ 時各大小保麗龍球模擬的凌星光譜曲線，分析得到的外形係數 S 與行星大小對應圖。

從圖中顯示的資料可看到：b 值愈大，大部分保麗龍球所模擬的凌星曲線 S 係數都偏高，惟 $b = 0.2$ 的 660nm 波段有所異常(另外在 $b = 0$ 的分析結果中，620nm 也有偏差的現象)，此結果大致可以右圖 18 做解釋：當行星凌日的視軌道傾斜 b 值不為 0 時，行星從進入光源盤面至開始整顆進入的間隔時間



Δt_b 一定會大於 $b = 0$ 時的時間，而從進入盤面至完全脫離盤面的時間又比較短，所以外形係數 S 值必會比較大。

圖 18、當系外行星以視軌道傾斜 $b \neq 0$ 的軌跡凌星時， Δt_b 的時間必大於 $b = 0$ 時的 Δt_0 。

三、建構恆星盤面分層的臨邊效應結構

行星經過光源的盤面，會造成恆星瞬間的亮度發生改變，透過行星凌星的位置及其當時減損的亮度，可以得到光源盤面層圈的臨邊昏暗效應的變化。

(一) 以同一顆行星的凌星亮度變化分析恆星圓盤亮度的層圈特性

下列將以 20w 熾熱光源、15mm 保麗龍球模擬凌星的資料作為分析比較的素材。

1. 系外行星以近水平的軌道傾角穿越恆星表面

(1) 分析方法

因行星遮掩恆星盤面不同的層圈位置，恆星會有不同比例的減光量。如右圖 19 所示，當行星中心點位於 r_x 處 (x 介於 0 到恆星半徑 R)，則該點所在盤面層圈的單位面積亮度，可以行星遮掩區域單位面積的平均光子數 (ρ_x) 表示：

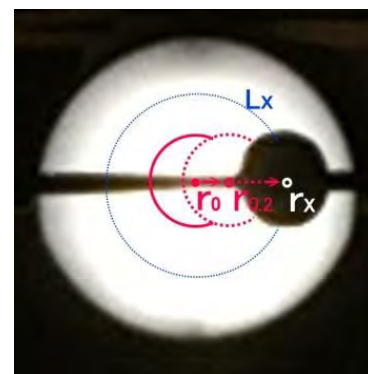


圖 19

$$\rho_x = \frac{L_{out} - L_x}{A_s \times f_x}$$

其中 L_{out} 為恆星在未發生凌星現象時的亮度(此處為光譜儀接收的總光子數)，

L_x 為行星中心點位於 r_x 處的恆星圓盤亮度，

A_s 為恆星盤面的面積，

f_x 為影像中行星相對於恆星的面積比。

(2) 分析結果

①15mm 直徑保利龍球以視軌道視傾斜 $b = 0$ 凌星的影像大小及位置等相關分析資料，如下表所列。

表 四

實際影像 分析項目												
	垂直	水平	垂直	水平	垂直	水平	垂直	水平	垂直	水平	垂直	水平
恆星直徑 (Px)	433	440	441	439	433	430	437	438	430	432	434	438
行星直徑 (Px)	132	122	125	111	118	109	123	122	128	121	132	121
行星與恆星的面積比	0.084652		0.071921		0.069188		0.0784		0.083442		0.08418	
球中點與邊緣的距離 (Px)	66		121		167		205		146		98	
球中點位置(R_s)	-0.7		-0.448747		-0.223256		0.063927		0.324074		0.552511	

②將各凌星位置的多波段光譜數值處理後，得到如下圖 20 的結果。

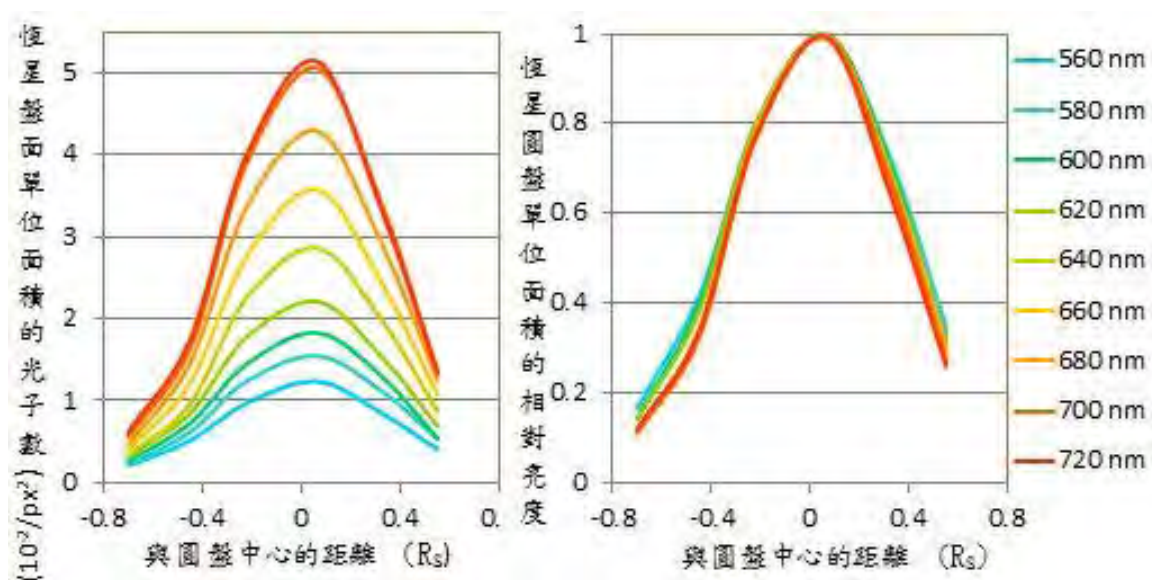


圖 20、以 15mm 直徑保利龍球視軌道傾斜 $b = 0$ 的模式所測得，20w 熾熱燈光源盤面圓心向外兩側的多波段單位面積輻射強度分析(左圖)及相對亮度衰減變化分析(右圖)。

2. 系外行星以非水平軌道傾角穿越恆星表面

(1) 分析方法

若系外星的凌星視軌道傾斜 $b \neq 0$ 時，一樣可透過行星每一凌星位置與光源圓盤中心的相對距離，分析出光源的臨邊昏暗效應變化。如圖 21 所示，測量光源中心(r_s)、保利龍球球心(r_x)及通過兩球心的半徑頂端三點的水平像素值(P_s 、 P_x 、 P_r)，依比例就可求得球心的位置。

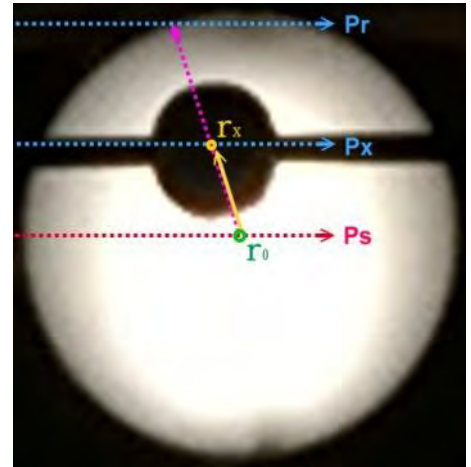
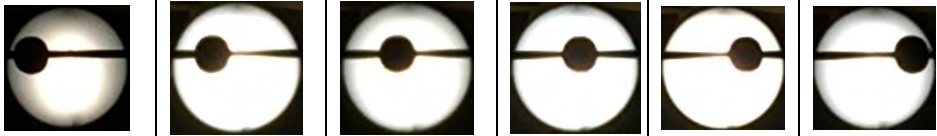


圖 21

(2) 分析結果

① 15mm 直徑保利龍球以視軌道視傾斜 $b = 0.2$ 凌星的影像及位置等相關分析資料，如下表所列。

表 五

實際影像 分析項目												
	垂直	水平	垂直	水平	垂直	水平	垂直	水平	垂直	水平	垂直	水平
恆星直徑(P_x)	440	440	441	439	438	432	440	438	441	438	440	438
行星直徑(P_x)	136	130	131	122	129	124	124	122	127	122	130	125
行星與恆星 的面積比	0.091577		0.082656		0.084567		0.078502		0.080246		0.084351	
球中點位置 (R_s)	-0.57		-0.4		-0.23		0.20		0.41		0.64	

② 將各凌星位置的多波段光譜數值處理後，得到如下頁圖 22 的結果：

除了從圓心至離半徑 0.2 處沒有資料外，其結果和圖 20 可以相為呼應。

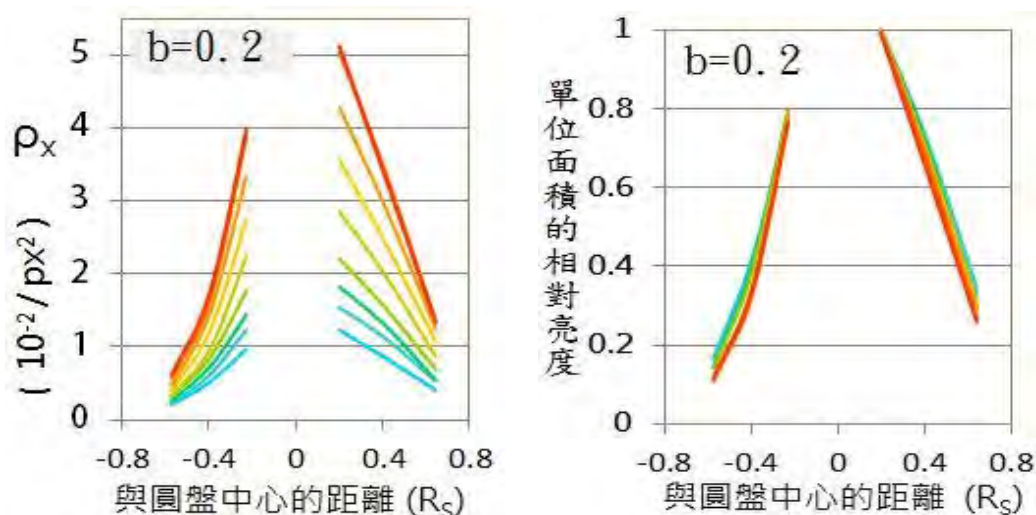


圖 22、以 15mm 直徑保利龍球視軌道傾斜 $b=0.2$ 的模式所測得，20w 熾熱燈光源盤面圓心向外兩側的多波段單位面積輻射強度分析(左圖)及相對亮度衰減變化分析(右圖)。

(二) 以不同大小行星的凌星亮度差異分析恆星圓盤亮度的層圈特性

當行星凌星的位置剛好在母恆星盤面正中央時，所測量的光譜是明亮環形盤面區域的輻射結果，因此可以就大小不同行星的凌星資料解析出恆星盤面各個環形區的亮度結構。

1. 分析方法

如右圖 23 所示，恆星盤面第 N 層圈單位面積的平均光子密度可以表示為：

$$\rho_N = \frac{L_{N-1} - L_N}{A_N - A_{N-1}}, \quad \rho_I = \frac{L_{out} - L_1}{A_1}$$

其中 A_N 為行星的遮掩面積。

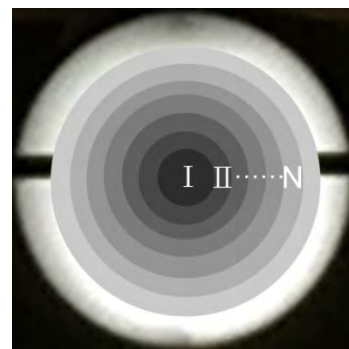


圖 23

2. 分析過程與方法

取 10mm、15mm、20mm、25mm、30mm、35mm 和 40mm 直徑的七顆保利龍球在 20w 熾熱燈源中心的影像及光譜資料作分析。

(1) 分析結果

① 七顆保利龍球相對 20w 熾熱燈源的大小及面積已列於第 12 頁的表二中。

② 將各凌星位置的多波段光譜數值處理後，得到如下圖 24 的結果：

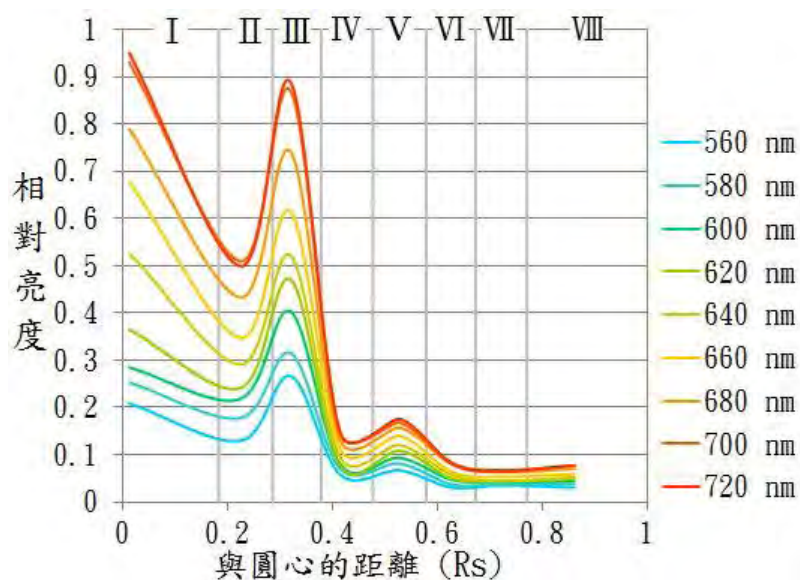


圖 24、20w 光源圓盤的分層亮度變化

(2) 結果討論

- ① 各波段的亮度變化在光源內部距圓心 0.3 Rs 處有異常的高值出現，經過重新模擬量測後，其分析結果大致都差不多。對照其原來各保利龍球所擷取的光譜資料(圖 25)，發現直徑 15mm 保利龍球和直徑 20mm 保利龍球兩個測到的光譜能量確實有很大的落差，因此我們懷疑光源本身各層圈的亮度變化確實有不連續的現象，而以此細微的同心圓取樣中，就可精細的觀察到不正常的變化。

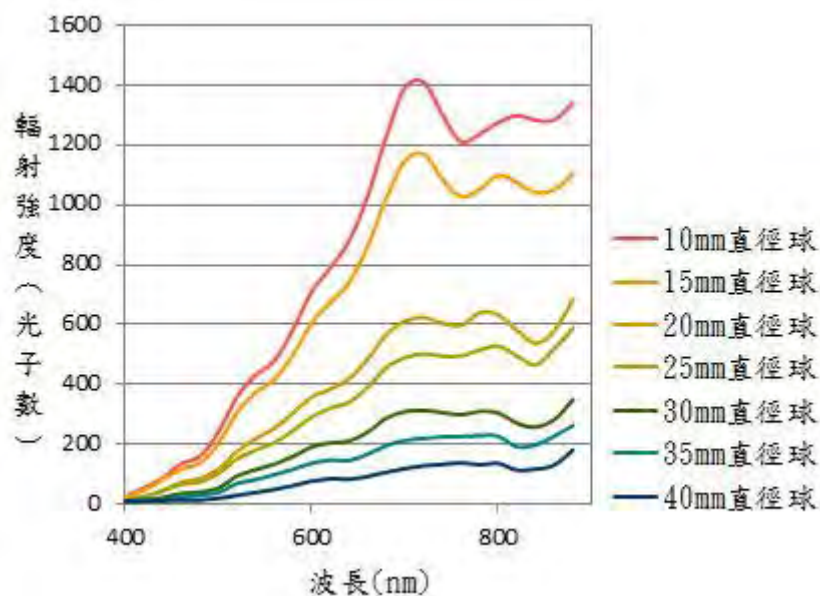


圖 25、圖 24 所使用的原始光譜資料

② 除上述的問題外，從圖中可看到：

I、恆星圓盤上愈趨近於中心點的位置，單位面積所分布的光子數愈多。

II、短波長的光子數量較少，朝恆星圓盤邊緣減少的趨勢較緩；長波長的光子數量較多，朝恆星圓盤邊緣數量減少的趨勢較快。本研究所採用的光源正是會熱輻射的 20w 熾熱燈泡，長波段能量的比例原本就比較高。

陸、討論

一、本研究雖然以 20w 熾熱燈模擬出各波段凌星亮度變化曲線的凌星深度與波長具有線性相關的特性，但可能礙於發光機制與空間尺度等差異，模擬光譜的特性與實際凌星光譜(如 HD 209458b 的凌星光譜)仍有所不同：

(一) 熾熱燈源所模擬產生的各波段凌星曲線中，長波段的凌星深度較深，HD 209458 則以短波段的凌星深度較深。

(二) Knutson,H.等人的報告中，HD 209458 短波輻射的臨邊昏暗效應較明顯，即如表六所示，293-347nm 波長範圍的亮度比值最小；而我們所測得的 20W 熾熱燈泡圓盤外圍相對於近圓心區域的亮度比值如表七所列，是以長波輻射較小。

表六、HD209458 與太陽發光圓盤邊緣相對於中心的亮度比值
(節錄自 Knutson, H., et al., 2007)

波長範圍 (nm)	HD209458 電腦模擬值	HD209458 理論計算值	太陽理論值
293-347	0.219	0.122	0.066
348-402	0.227	0.172	0.083
403-457	0.199	0.226	0.115
458-512	0.199	0.314	0.152
512-567	0.228	0.357	0.188
532-629	0.250	0.317	0.216
629-726	0.307	0.468	0.272
727-824	0.354	0.521	0.317
825-922	0.397	0.524	0.363
922-1019	0.421	0.479	0.393

表七、20W 熾熱燈泡圓
盤亮度比值

波長範圍 (nm)	VIII區/I區 亮度比值
560 ±10	0.15020
580 ±10	0.15445
600 ±10	0.13187
620 ±10	0.09866
640 ±10	0.08632
660 ±10	0.08867
680 ±10	0.08261
700 ±10	0.08138
720 ±10	0.09836

二、本研究是要模擬系外行星凌星的實境，但在硬體上面臨許多的挑戰：

- (一) 一般充當恆星的光源還是以熱輻射發光為主，但這類的熾熱燈泡所發出的電磁波能量多集中於紅外線等長波長波段，至於類似太陽這類以可見光為主的恆星，則較不容易找到模擬的光源。
- (二) 目前學校所能提供的光譜儀，測光譜的解析度有限，因此，實驗操作時，舉凡行星擺放的位置，或是凌星軌道在三度空間中是否能準確地控制單向傾斜，都會影響實驗的穩定性。

三、有關以系外行星凌星歷程的光譜資料來分析恆星層圈臨邊昏暗效應變化的方法中，以固定一顆凌星歷程的亮度變化作分析是目前較為可行的方法。如要藉由大小不等恆星的遮掩面積及凌星光譜資料作分析，首要條件就是要能找到一個視軌道傾斜 b 值近似於零的多行星系統。然而目前能找到適合分析的例子卻很少，一來是因會發生凌星現象的系外行星只有 1~2% 的機率，二來是諸如木星大小的系外行星，其能遮掩恆星盤面的面積比例也非常小(木星的直徑只能約略達到太陽的 1/10)，無法將恆星盤面(尤其是遠離恆星中心的邊緣區域)做合理的層圈分隔，可能諸如 M 型紅矮星和熱木星這類的組合會較有機會。

柒、結論

一、在模擬行星的凌星過程中，凌星曲線的凌星深度主要受到兩個因素的影響：

- (一) 行星遮掩恆星的面積大小

本模擬實驗以大小不同的保利龍球模擬行星，大直徑的行星有較大的遮掩區域，凌星深度就明顯比較大。

- (二) 行星遮掩恆星的區域位置

臨邊昏暗效應導致恆星圓盤的亮度不均勻，愈接近圓盤邊緣區域的亮度會愈暗，行星凌星的視軌道傾斜 b 值愈大，則遮掩的區域愈偏離恆星圓盤的圓心，凌星亮度曲線的凌星深度就愈小。

- 二、系外行星凌星曲線的外型係數 S 會受到行星大小及視軌道傾斜的影響；其中，視軌道傾斜 b 值的變化最有規則性， b 值愈大則 S 係數的值也愈大。
- 三、模擬光源的能量強度會影響凌星深度，100w 熾熱燈源的凌星深度就明顯比 20w 及 40w 的熾熱燈大。
- 四、從光源的多波段光譜資料分析，了解恆星盤面不同波段的臨邊昏暗效應會有差異，或許未來可進一步分析不同類型恆星之間的異同。

捌、參考資料

1. 發現第二個地球，辜品高，科學月刊，2015 年 9 月號
2. Transits and Occultations, Joshua N. Winn, 2014, astro-ph.EP, University of Arizona
3. What factors impact transit shape, Planet Hunters ,
<https://blog.planethunters.org/2013/01/21/what-factors-impact-transit-shape/>
4. Using Stellar Limb-Darkening to Refine the Properties of HD 209458b , Knutson, H., et al., 2007, ApJ, 564, 575
5. The spectral characteristics of transiting extrasolar planet, Jae-Min Lee, 2009, The 1st year report for the degree of Doctor of Philosophy, Wolfson College, University of Oxford
6. Estimating Exoplanet Radius from Transit Depth, Transit Length, Orbital Period and Star Color, Bruce L. Gary, 2007, <http://brucegary.net/PlanetRadius/Rp.htm>
7. Transit Of Venus 08 June 2004,
http://nicmosis.as.arizona.edu:8000/ECLIPSE_WEB/TRANSIT_04/ACRIMSAT/ACRIMSAT_TOV.html
8. Planethunters: Planetary transit depths,
<http://evildrganymede.net/wp/2010/12/28/planethunters-planetary-transit-depths/>

【評語】 051908

1. 觀測系外行星、類地行星是天文、太空科學熱門議題，本組同學能夠自我學習此一熱門、較為艱深的議題，難能可貴。
2. 設計實驗，探討類地行星軌道對於掩星觀測的影響，具備創意，如能進一步考慮類地行星之大氣效應、恆星黑子對於掩星觀測之衝擊，則更能符合目前最新研究進度。
3. 團隊同學對於相關知識、文獻閱讀、搜尋皆具水準，並且確實去讀期刊論文，並依此進行實驗設計。

作品海報

壹、研究動機

追尋第二顆地球向來就是人類的夢想，每聽到又發現一顆很類似地球的行星，總會讓我們雀躍不已，究竟天文學家是如何發現這些系外行星的存在？循著訊息的來源，看著一篇篇引人入勝的報導，NASA 主導的克卜勒任務一次又一次地複印在我們的腦海，凌星觀測技術猶如一把鎖鑰，引領著我們直入系外行星的探索殿堂。

貳、研究目的

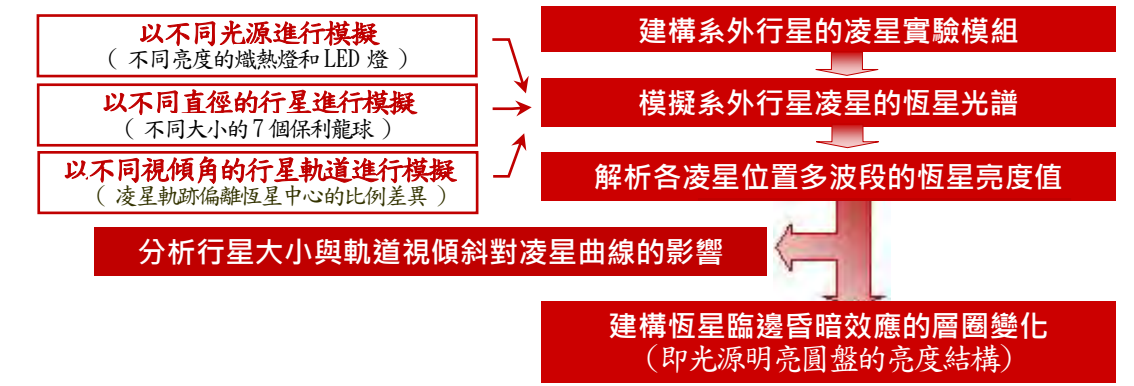
- 一、設計出能模擬凌星現象並進行光譜研究的實體模型。
- 二、經由凌星模組所量測的光譜資料，模擬出多波段凌星亮度變化曲線。
- 三、從光源、行星大小及視軌道傾斜等因素，探討臨邊昏暗效應對凌星亮度曲線的影響。
- 四、藉由多波段凌星亮度資料，建構恆星(模擬光源)盤面臨邊昏暗效應的層圈變化。

參、研究設備與器材

凌星模型所需器材	空間位置校正儀器	觀測儀器
半圓形鐵絲圈、木架、橡皮筋串成的橡皮筋條帶燈座；100w、60w、20w 熾熱燈泡和10w LED 燈泡 直徑約10、15、20、25、30、35和40mm 大小不等的7個保利龍球	水平檢測器 手機羅盤APP 程式	光譜儀 筆記型電腦 手機相機

肆、研究原理與方法

一、研究流程



二、系外行星的凌星亮度曲線

若恆星盤面的亮度很均勻，系外行星凌星亮度的變化應如右圖黑色折線呈現的規則變化。實際上，恆星盤面會有「臨邊昏暗效應」，以致凌星亮度曲線變成如圖中橘色虛線所示的圓滑「U」形曲線。

(一) 凌星深度

為凌星亮度曲線的最大減光量(ΔF)，與恆星未被遮掩時的最大亮度(F)比；理論值為行星與母恆星面積的比值，即

$$D = \frac{\Delta F}{F} = \frac{R_p^2}{R_*^2}$$

(二) 凌星亮度曲線的S係數

凌星歷程中，行星盤面未完全沒入母恆星範圍的時間比例。

$$S = \frac{t_2 - t_1}{t_m - t_1}$$

(三) 凌星視軌道傾斜b值

行星凌星至軌跡最中點時，其中心點與恆星盤面中心的距離為 bR_* ，則 $0 \leq b \leq 1$ (圖2)。

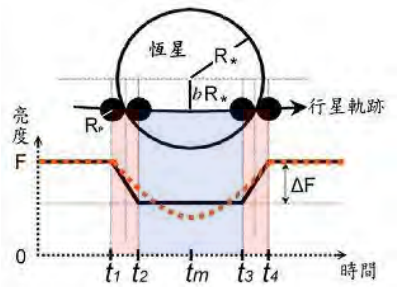


圖 1

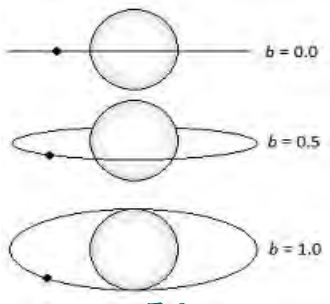
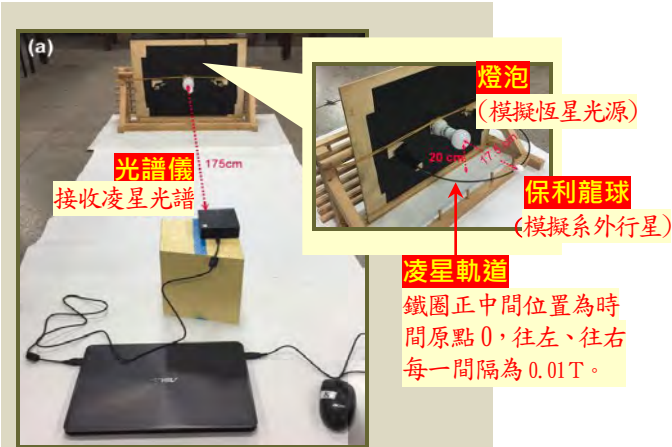


圖 2

三、建構系外行星的凌星實驗模組

(一) 凌星實驗模組的架設



(二) 視軌道傾斜的校正



四、應用 Excel 處理凌星歷程的光譜數值資料

各軌道位置的
原始光譜資料

➢ 光譜儀以 50ms 的積分時間，疊加 10 次紀錄。
➢ 行星在軌道的每一個位置，取三次光譜紀錄的平均值。

多波段的行星
凌星亮度曲線

➢ 每個軌道位置的光譜資料，以 10nm 的頻寬取樣平均亮度。
➢ 將同波段平均亮度對應軌道位置繪圖。

多波段的凌星
相對亮度曲線

➢ 各波段都以恆星未被遮蔽時的最大亮度為基準，做出整個凌星歷程的相對亮度曲線。

伍、研究成果

一、不同光源的光譜分析

實驗模組設置情境

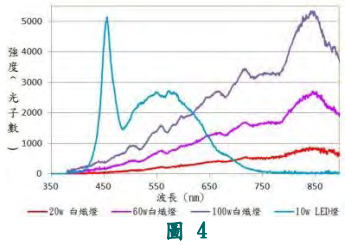
20mm 直徑保利龍球為行星，
凌星軌道視傾斜 $b = 0$ 。

探討主題

比較 100w、60w、20w 熾熱燈和 10wLED 燈四種光源模擬的凌星光譜與凌星亮度曲線。

(一) 四種光源的光譜能量分布

熾熱燈為熱輻射光源，輻射能量分佈的波段較寬；LED 燈以光電效應產生光，光譜雖以可見光為主，但藍紫色波段有異常突兀的能量峰值。



(二) 四種光源的多波段凌星亮度曲線

1. 光譜兩端能量過低的波段，凌星亮度曲線易有不穩定的擺盪。

圖 5、760nm 至 800nm 間的波段有劇烈的起伏震盪

2. 四種光源多波段凌星曲線特性的比較

圖 6、400nm 至 500nm 間的波段有不正常起伏震盪

二、臨邊昏暗效應的觀察與分析

實驗模組設置情境

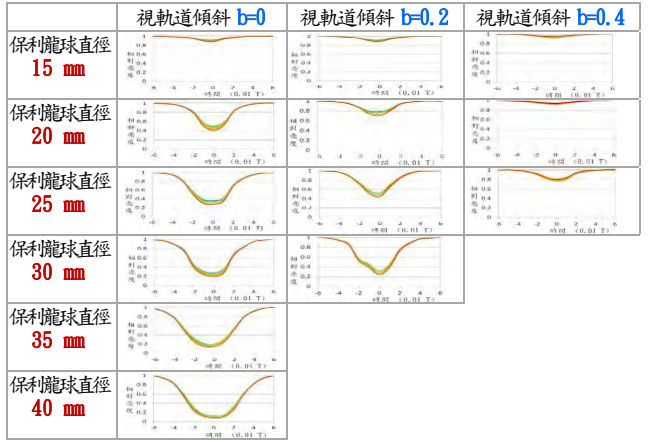
以 20w 熾熱燈模擬恆星光源，15、20、25、30、35 和 40mm 六種直徑規格的保利龍球為行星，

探討主題

依序以凌星軌道視傾斜 $b = 0$ 、 $b = 0.2$ 及 $b = 0.4$ 三種參數下模擬出凌星亮度曲線。

(一) 凌星曲線的定性觀察

不同直徑保利龍球及視軌道傾斜 b 值測得的凌星曲線如下：



1. 保利龍球的直徑愈大，凌星深度愈大，且凌星曲線愈趨近 U 字形。
2. 視軌道傾斜 b 值愈大，則凌星深度愈小。
顯然凌星路徑愈偏離光源盤面中心，則光源減損的輻射能量愈少，即光源盤面單位面積的輻射能量大致由中心往外愈來愈少。

(二) 凌星曲線的凌星深度分析

1. 凌星深度的理論值
拍攝各保利龍球的凌星影像，再以繪圖軟體估算光源及保利龍球直徑的像素量，推得兩者面積比值，此即為凌星深度的理論值。
2. 行星大小對凌星深度的影響
就視軌道傾斜 $b = 0$ 時，各保利龍球的多波段凌星亮度曲線分析：
 - (1) 凌星深度對應波長的關係圖
如圖 11，直徑愈大的行星，凌星深度愈大。
 - (2) 就各波段凌星深度觀測值相對於理論值的差異比例，對應保利龍球大小進行分析，如圖 12 所示：
 - ① 大保利龍球的凌星深度觀測值較接近理論值。
 - ② 凌星深度理論值與觀測值的差異在長波長波段比較明顯（且保利龍球愈小則不同波段間的差異愈顯著）。

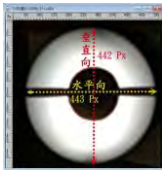
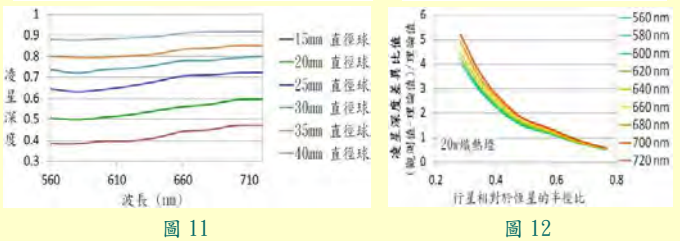


圖 10



3. 視軌道傾斜對凌星深度的影響

就直徑 15、20 和 25mm 三顆保利龍球，依序在凌星軌道視傾斜 $b = 0$ 、 $b = 0.2$ 及 $b = 0.4$ 三種情境下的凌星深度作分析：

- (1) 凌星深度對應波長的關係，如圖 13 所列。

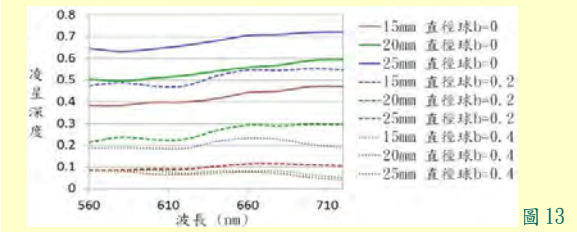


圖 13

- ① 凌星軌道視傾斜 b 值愈大則凌星深度愈小。
- ② 軌道視傾斜 $b = 0$ 和 $b = 0.2$ 時，長波長波段的凌星深度較大。
顯示光源盤面從中心到邊緣，長波長波段的輻射變化量較大。
- (2) 就各波段凌星深度觀測值相對於理論值的差異比例，對應軌道視傾斜 b 值進行分析，如圖 14 所示：
 - ① b 值愈小，則「觀測值相對於理論值的差異比例」就愈大。
 - ② 凌星深度「觀測值相對於理論值的差異比例」對應 b 值的變化量，波長愈長的波段愈明顯，臨邊昏暗效應較顯著。

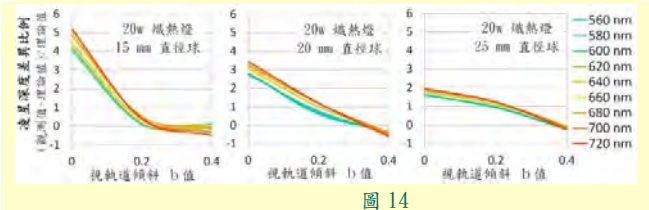


圖 14

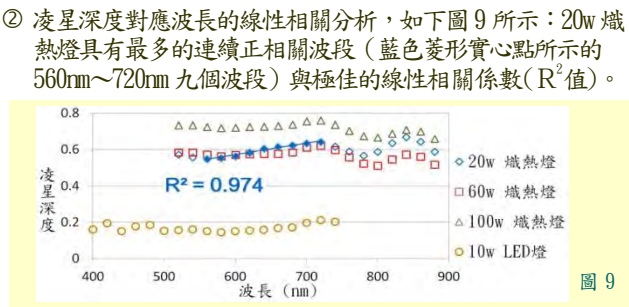


圖 9

(三) 凌星曲線的外形分析

1. 從凌星亮度曲線分析出各凌星時段的時間點

應用 Excel 的趨勢線功能,找出凌星曲線觀測值的近似方程式(圖 15),以求得 t_1 、 t_2 、 t_3 與 t_4 的近似值。

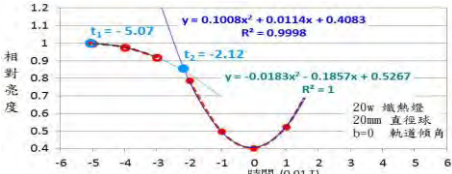


圖 15

2. 利用各時間點求取凌星亮度曲線形狀的 S 係數

3. 將 S 係數對應保麗龍球大小作圖 (如圖 16)

b 值較大則大部分波段的凌星曲線的 S 係數會偏高。如圖 17 所示,當系外行星以視軌道傾斜 $b \neq 0$ 的軌跡凌星時, Δt_0 的時間必大於 $b=0$ 時的 Δt_0 , 而從進入盤面至完全脫離盤面的時間又比較短, 所以 S 係數值必會比較大。

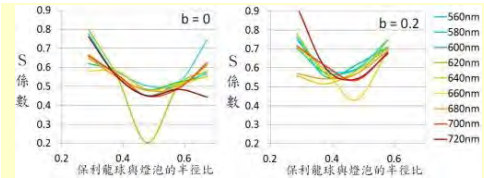


圖 16

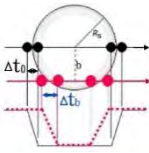


圖 17

(三) 20w 熾熱燈光源盤面的臨邊昏暗效應變化分析

1. 愈近光源圓盤中心的層區,單位面積的光子數愈多。
2. 光譜中,長波長的光子數量較多,朝恆星圓盤邊界數量減少的趨勢也較快。

陸、討論

- 一、20w 熾熱燈模擬的多波段凌星亮度曲線,其凌星深度與波長雖有線性相關,但光譜特性與實際仍有不同:
 1. 熾熱燈所模擬的各波段凌星曲線中,長波段的凌星深度較深,HD 209458 則以短波段的凌星深度較深。
 2. HD 209458 短波輻射的臨邊昏暗效應較明顯(表二),波長 293-347nm 範圍的亮度比值最小;而 20W 熾熱燈圓盤邊緣相對於中心的亮度比值,以長波輻射較小(表三)。

表二、HD209458 與太陽發光圓盤邊緣相對於中心的亮度比值

波長範圍 (nm)	HD209458 電腦模擬值	HD209458 理論計算值	太陽 理論值
293-347	0.219	0.122	0.066
348-402	0.227	0.172	0.083
403-457	0.199	0.226	0.115
458-512	0.199	0.314	0.152
512-567	0.228	0.357	0.188
532-629	0.250	0.317	0.216
629-726	0.307	0.468	0.272
727-824	0.354	0.521	0.317
825-922	0.397	0.524	0.363
922-1019	0.421	0.479	0.393

表三、20W 熾熱燈圓盤亮度比值

波長範圍 (nm)	VIII區/I 區 亮度比值
560 ±10	0.15020
580 ±10	0.15445
600 ±10	0.13187
620 ±10	0.09866
640 ±10	0.08632
660 ±10	0.08867
680 ±10	0.08261
700 ±10	0.08138
720 ±10	0.09836

(節錄自 Knutson, H., et al., 2007)

二、多波段凌星曲線的模擬面臨許多硬體的挑戰

1. 一般充當恆星的光源還是以熱輻射紅外線波段為主,不容易找到與恆星輻射相同的模擬光源。
2. 光譜儀的解析度有限,而且,實驗操作時保麗龍球擺放的位置,或是凌星軌道在三度空間的傾斜狀況,都會影響光譜訊號的穩定性。

三、以凌星光譜分析恆星臨邊昏暗效應的層圈變化有限制

1. 以一顆行星凌星過程的亮度變化進行分析是目前較為可行的方法。
2. 如要藉由數個大小不等行星的凌星亮度差異做分析,必須找到視軌道傾斜 b 值近似 0 的多行星系統。然而目前能找到適合分析的例子卻很少,且要找到能遮掩恆星盤面大比例面積,進行合理分層的大行星,機率也不高,只有諸如紅矮星和熱木星這類的組合較有機會。

柒、結論

一、在凌星模擬實驗中,亮度變化曲線的凌星深度主要受到兩個因素的影響:

1. 行星遮掩恆星的面積大小
大直徑的行星有較大的遮掩區域,凌星深度較大。
2. 行星遮掩恆星的區域位置
恆星圓盤的亮度愈近邊緣愈暗,行星凌星的視軌道傾斜 b 值愈大,遮掩區域愈遠離恆星中心,凌星深度會愈小。

二、凌星曲線形狀的 S 係數與行星大小及視軌道傾斜有關

其中,視軌道傾斜 b 值的影響最有規則性,當 b 值愈大則 S 係數的值也愈大。

三、光源的能量強度也會影響凌星深度

熾熱燈的光譜型態差不多,但 100w 熾熱燈的凌星深度就明顯比 20w 及 60w 的熾熱燈大。

四、光源(恆星)盤面上各種波長光波的臨邊昏暗效應不同

20W 熾熱燈在 560nm 至 720nm 範圍,波長愈長的波段,圓盤邊緣與中心的亮度比值愈大(臨邊昏暗效應愈明顯)。

捌、參考資料

1. 發現第二個地球, 華品高, 科學月刊, 2015 年 9 月號
2. Transits and Occultations, Joshua N. Winn, 2014, astro-ph. EP, University of Arizona
3. What factors impact transit shape, Planet Hunters, <http://blog.planethunters.org/2013/01/21/what-factors-impact-transit-shape/>
4. Using Stellar Limb-Darkening to Refine the Properties of HD 209458b, Knutson, H., et al., 2007, ApJ, 564, 575
5. The spectral characteristics of transiting extrasolar planet, Jae-Min Lee, 2009, The 1st year report for the degree of Doctor of Philosophy, Wolfson College, University of Oxford
6. Estimating Exoplanet Radius from Transit Depth, Transit Length, Orbital Period and Star Color, Bruce L. Gary, 2007, <http://brucegary.net/PlanetRadius/Rp.htm>
7. Transit Of Venus 08 June 2004, http://nicmosis.as.arizona.edu:8000/ECLIPSE_WEB/TRANSIT_04/ACRIMSAT/ACRIMSAT_TOV.html
8. Planethunters: Planetary transit depths, <http://evildrganymede.net/wp/2010/12/28/planethunter-s-planetary-transit-depths/>

以同一顆行星的凌星亮度變化分析	以不同大小行星的凌星亮度差異分析
凌星視軌道傾斜 $b=0$	凌星視軌道傾斜 $b \neq 0$
以行星遮掩區域單位面積的平均亮度,為行星中心(r_x)所在層圈的單位面積亮度(ρ_x)。	將影像 P_s 、 P_x 、 P_r 三個水平像素值代入: $\frac{r_x}{r_s} = \frac{P_x - P_r}{P_s - P_r}$ r_x 為行星中心相對圓盤中心的距離。
$\rho_x = \frac{L_{out} - L_x}{A_s \times f_x}$ L_{out} 為恆星在未發生凌星時的亮度 L_x 為行星中心位於 r_x 時的凌星亮度 A_s 為恆星盤面的面積 f_x 為影像中行星相對於恆星的面積比	第 N 層圈的單位面積亮度: $\rho_N = \frac{L_{N-1} - L_N}{A_N - A_{N-1}}$ L_N 為第 N 個行星的凌星亮度 A_N 為第 N 個行星的遮掩面積

實驗模組設置情境	實驗模組設置情境
以 20w 熾熱燈模擬恆星光源, 15mm 直徑保麗龍球為行星。	以 20w 熾熱燈模擬恆星光源, 視軌道傾斜 $b=0$ 。
探討主題 在 $b=0$ 或 $b=0.2$ 情境下, 模擬分析光源盤面多波段的層圈亮度變化。	探討主題 以直徑 10、15、20、25、30、35、40mm 七顆保麗龍球, 模擬分析光源盤面多波段的層圈亮度變化。
相對亮度衰減變化: 	

(二) 不同分析方式的成果比較

1. 以同一顆行星的凌星亮度變化分析,在視軌道傾斜 $b=0$ 或 $b=0.2$ 測得光源臨邊昏暗效應的層圈變化趨勢差不多,只是 $b \neq 0$ 時,近圓心區域沒有資料。
2. 以不同大小保麗龍球的凌星亮度差異做分析,因所採用球的直徑間隔只有 5mm,量測的細窄層圈區域,亮度差異較小,對於光源層圈亮度變化的解析度較高。