

# 中華民國第 57 屆中小學科學展覽會

## 作品說明書

---

高級中等學校組 地球與行星科學科

**第二名**

051901

**由彩虹現象談雨滴形狀、大小、終端速度**

學校名稱：嘉義縣私立協同高級中學

作者：  高二 黃寶萱  高二 周沛洳  高二 吳奐妤	指導老師：  翁啟訓
---	------------------

關鍵詞：雨滴形狀、終端速度、彩虹

# 摘要

藉由探討彩虹之形成，逆向思考反推形成雨滴的條件。

## 壹、 研究動機

雨滴的大小及形狀，除了能利用高速攝影，捕捉其瞬間的形狀外，我們想藉由探討彩虹之形成，研究大小雨滴的終端速度和大小雨滴形狀的關聯性。

## 貳、 研究目的

雨滴的終端速度若太快，由於空氣阻力及白努力定律的影響，會改變雨滴原本的正圓球狀，我們想藉由彩虹的形成，逆向思考反推形成雨滴的各種形狀。

## 參、 研究器材及設備

- 一、 單眼數位相機
- 二、 一公尺長木尺(每 10 公分為一單位)
- 三、 1.1 公尺長的紙尺(每 10 公分為一單位)
- 四、 電子秤
- 五、 游標尺
- 六、 30 公分的鋼尺(mm)
- 七、 大小不同直徑的保麗龍球(7 種)(見下表)

<表(一)>

號碼	1	2	3	4	5	6	7
質量 (g)	31.86	10.04	5.19	2.89	1.445	0.342	0.111
直徑 (cm)	14.69	9.96	7.65	5.70	4.89	2.83	1.82
體積 (cm <sup>3</sup> )	1659.83	517.34	234.41	96.97	61.22	11.87	3.16
密度(g/cm <sup>3</sup> )	0.0192	0.0194	0.0221	0.0298	0.0236	0.0288	0.0352

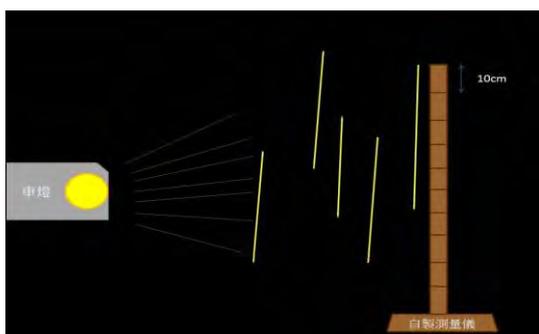
- 八、 尺、三角函數表、EXCEL

## 肆、 研究步驟

### 一、 終端速度的測量

#### (一) 雨滴的終端速度測量：

1. 把自製的長度測量尺放置於大雨中。
2. 利用汽車車燈照明可明顯看到雨滴落下的線條。
3. 在自製的長度測量尺旁放置預定的快門，如(30、40、60)等三角紙牌。
4. 配合快門牌的數字，調整單眼相機的快門與紙牌一致後，按下快門拍攝雨滴落下的路徑。
5. 依快門 1/30 秒、1/40 秒、1/60 秒重覆拍攝數張。
6. 比對照片中雨滴的路徑長與長度測量尺的刻度，即可測出在該快門之下的雨滴瞬時速率。



照片<一>

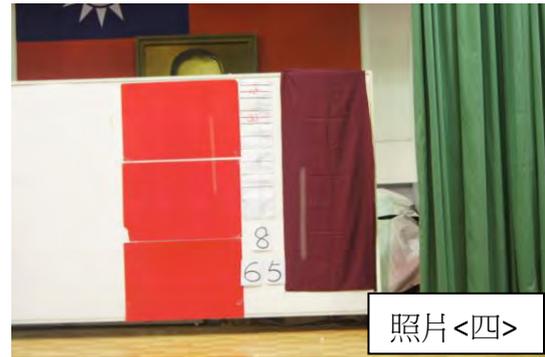
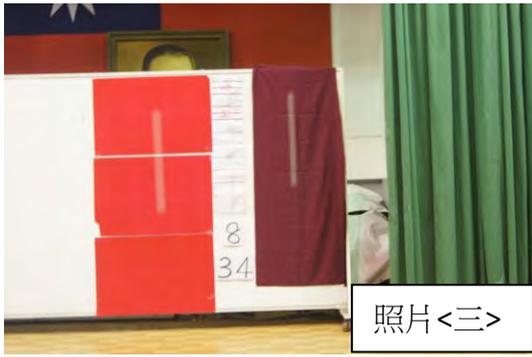


照片<二>

#### (二) 大小不同半徑的保麗龍球終端速度之測量：

1. 在大禮堂內，利用高約 9 公尺的佈置台為投射點。
2. 背景看板上張貼紅色布或色紙，並且貼上每 10 公分為一單位的紙尺 1.2 公尺長，作為測量長度的對照。
3. 以腳架固定相機後，把單眼相機快門調為 1/15 秒時，把 1 號保麗龍球到 7 號保麗龍球，分別讓其自由落下。當球落在有紅色背景之看板前時，迅速按下快門拍攝。
4. 單眼相機快門調為 1/8 秒時，重複 3 之步驟。
5. 在照片中由保麗龍球在紅色背景中拉出的白色路徑長配合快門時間，即可求出其終端速度。

(三)利運結果推導出公式，並計算出雨水(水球)在不同直徑大小之終端速度。

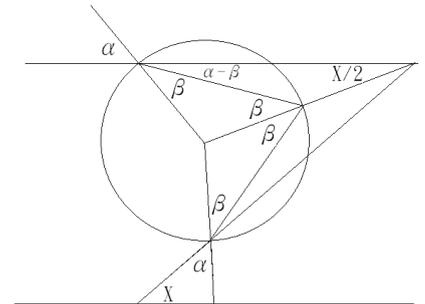


## 二、 虹的形成

$$\angle \beta = \angle \alpha - \angle \beta + \angle X/2 \quad \angle X/2 = \angle \beta - (\angle \alpha - \angle \beta)$$

$$\angle X/2 = \angle \beta + \angle \beta - \angle \alpha \quad \angle X = 4 \angle \beta - 2 \angle \alpha \dots \text{公式(一)}$$

$\angle X$  為虹的觀測仰角



## 三、 霓的形成

$$2 \angle P = 360^\circ - 3(180^\circ - 2 \angle \beta) \quad 2 \angle P = 360^\circ - 540^\circ + 6 \angle \beta$$

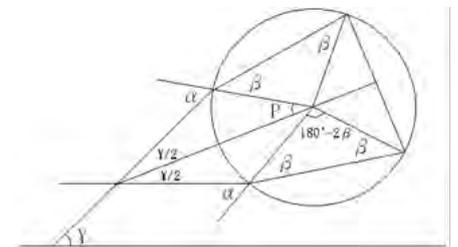
$$2 \angle P = 6 \angle \beta - 180^\circ \quad \angle \alpha = \angle Y/2 + \angle P \quad \angle Y/2 = \angle \alpha - \angle P$$

$$\angle Y = 2 \angle \alpha - 2 \angle P$$

$$= 2 \angle \alpha - (6 \angle \beta - 180^\circ)$$

$$\angle Y = 2 \angle \alpha - 6 \angle \beta + 180^\circ \dots \text{公式(二)}$$

$\angle Y$  為霓的觀測仰角



四、 累計觀測仰角每相差  $1^\circ$  間的人射光照量  $[\sin \alpha - \sin(\alpha - 1)]$  ( $1^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ) ( $\alpha$  為入射線)，再配合光的七彩對水有不同的折射率(紅光:1.332，紫光:1.344)，可繪出日光七彩形成虹和霓的光照量對應觀測仰角之關係圖。



## 伍、 研究結果

### (一)雨滴終端速度之測量值

<表(二)>

密度 (g/cm <sup>3</sup> )	快門 (秒)	螢幕上 測量距離 (cm)	螢幕上 測量距離 平均 (cm)	實際落下 距離平均值 (cm)	終端速度 (m/s)	終端速度 平均值 (m/s)
1.0	1/60	9.09	8.45	10.7	6.404	6.308
		8.14				
		8.13				
1.0	1/40	12.72	12.04	16.1	6.429	
		11.83				
		11.56				
1.0	1/30	14.08	13.11	20.3	6.090	
		12.79				
		12.46				

### (二)保麗龍球之終端速度測量值

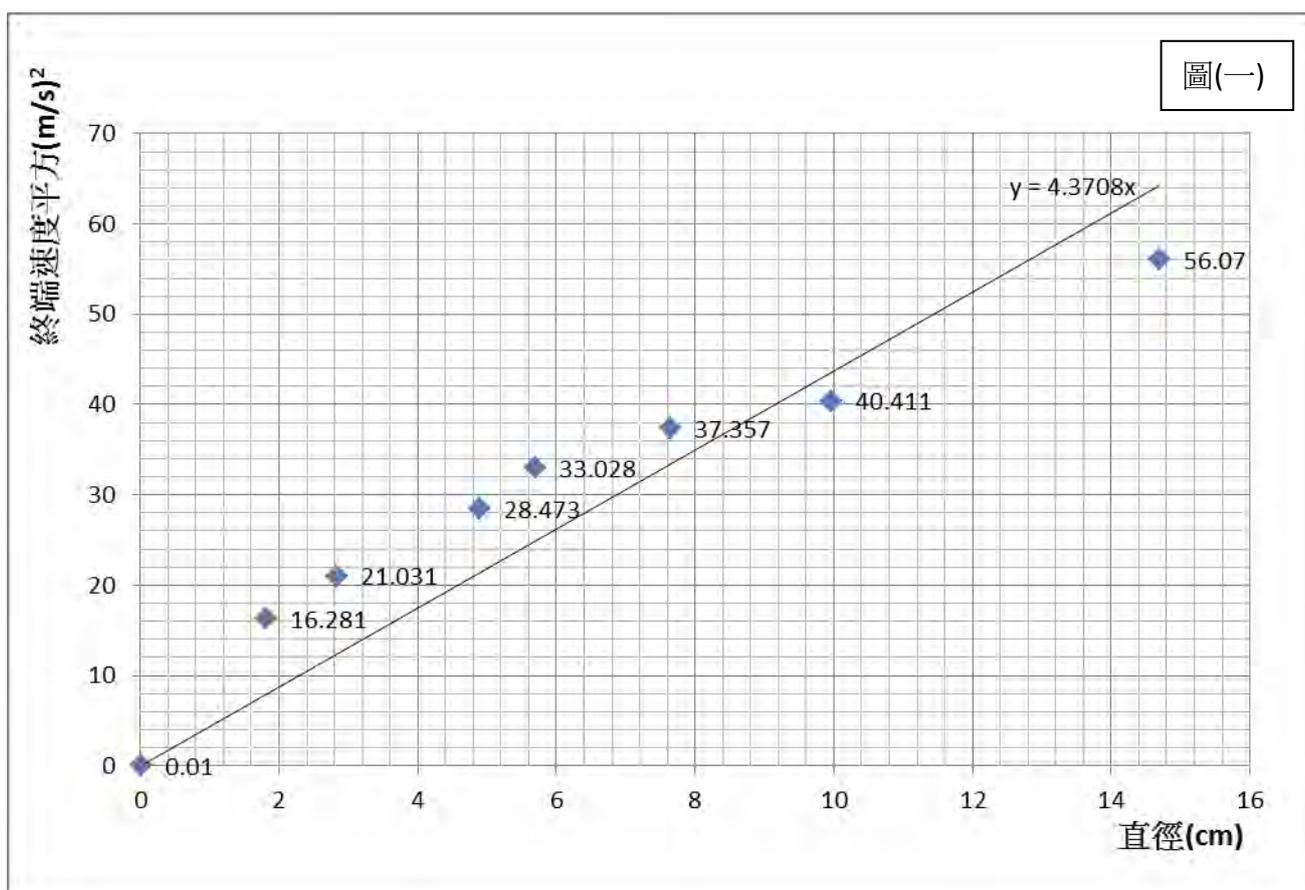
<表(三)>

球編號	重量 (g)	直徑(mm)	密度 (g/cm <sup>3</sup> )	快門 (秒)	螢幕上 測量距離 (cm)	螢幕上測 量距離平 均值(cm)	實際落下 距離平均 值(cm)	終端速度 (m/s)	
1	31.86	14.69	0.0192	1/15	4.35	4.33	47.17	7.070	
					4.25				
					4.40				
				1/8	8.55	8.60	93.61		7.488
					8.60				
					8.65				
2	10.04	9.96	0.0194	1/15	3.85	3.80	41.36	6.200	
					3.80				
					3.75				
				1/8	7.25	7.30	79.46		6.357
					7.30				
					7.35				

3	5.19	7.65	0.0221	1/15	3.78	3.79	41.29	6.193
					3.75			
					3.85			
				1/8	7.00	7.02	76.41	6.112
					7.05			
					7.00			
4	2.89	5.7	0.0298	1/15	3.45	3.52	38.28	5.740
					3.50			
					3.60			
				1/8	6.55	6.60	71.84	5.747
					6.60			
					6.65			
5	1.445	4.89	0.0236	1/15	3.15	3.07	33.38	5.010
					3.00			
					3.05			
				1/8	6.15	6.13	66.72	5.336
					6.10			
					6.15			
6	0.342	2.83	0.0288	1/15	2.75	2.60	28.30	4.240
					2.5			
					2.55			
6	0.342	2.83	0.0288	1/8	5.25	5.27	57.32	4.586
					5.25			
					5.30			
7	0.111	1.82	0.0352	1/15	2.25	2.25	24.49	3.670
					2.15			
					2.35			
				1/8	4.55	4.63	50.43	4.035
					4.65			
					4.70			

<表(四)>

號碼	1	2	3	4	5	6	7
直徑(cm)	14.69	9.96	7.65	5.70	4.89	2.83	1.82
平均速度(m/s)	7.488	6.357	6.112	5.747	5.336	4.586	4.035
速度平方(m/s) <sup>2</sup>	56.070	40.411	37.357	33.028	28.473	21.031	16.281

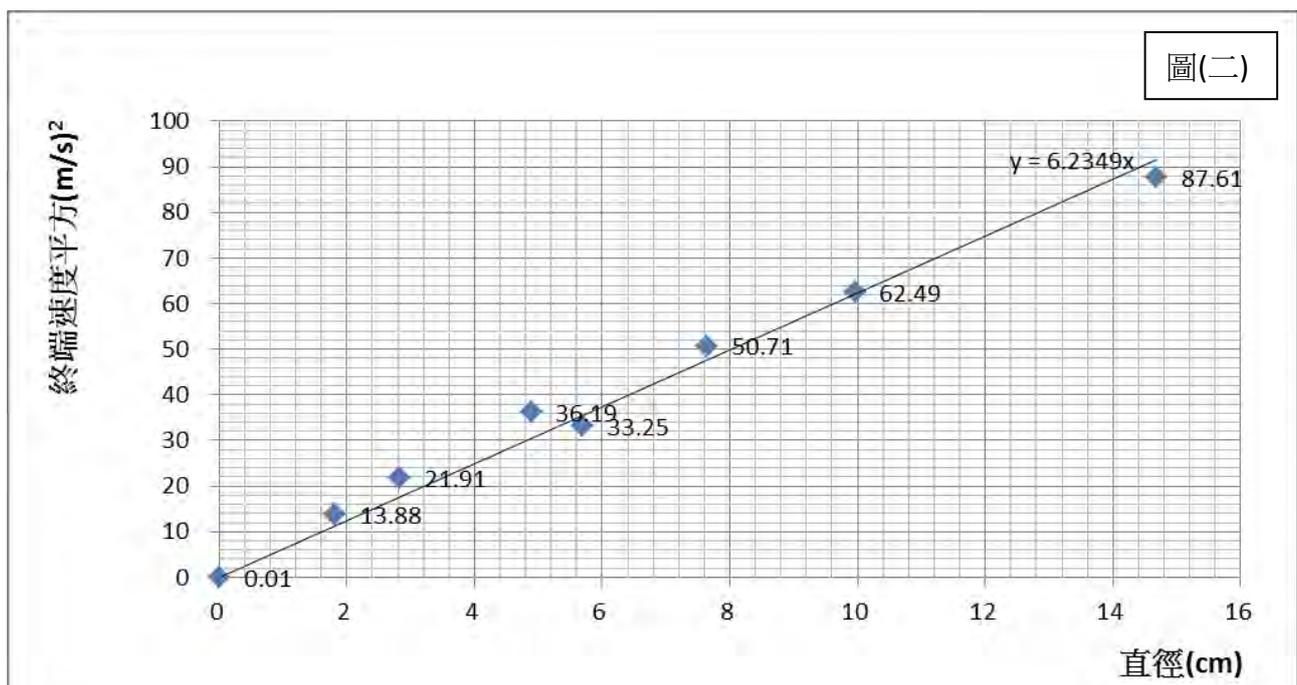


(三) 假設終端速度之平方和密度成正比時，保麗龍球之密度皆為 0.030g/ml。此時終端速度見下表

<表(五)>

	號碼	1	2	3	4	5	6	7
a	直徑(cm)	14.69	9.96	7.65	5.7	4.89	2.83	1.82
b	密度(g/cm <sup>3</sup> )	0.0192	0.0194	0.0221	0.0298	0.0236	0.0288	0.0352
c	速度平方(m/s) <sup>2</sup>	56.070	40.411	37.357	33.028	28.473	21.031	16.281
d	速度平方(m/s) <sup>2</sup> (密度變為0.030 g/ml)	87.609	62.491	50.711	33.250	36.194	21.907	13.876

$$\text{公式: } d = \frac{0.030}{b} \times c \quad \text{<公式(一)>}$$



我們得到  $V_t^2 \propto \rho_s \cdot d$  ( $V_t$  為終端速度， $\rho_s$ : 球體密度， $d$ : 球體直徑) <公式(二)>

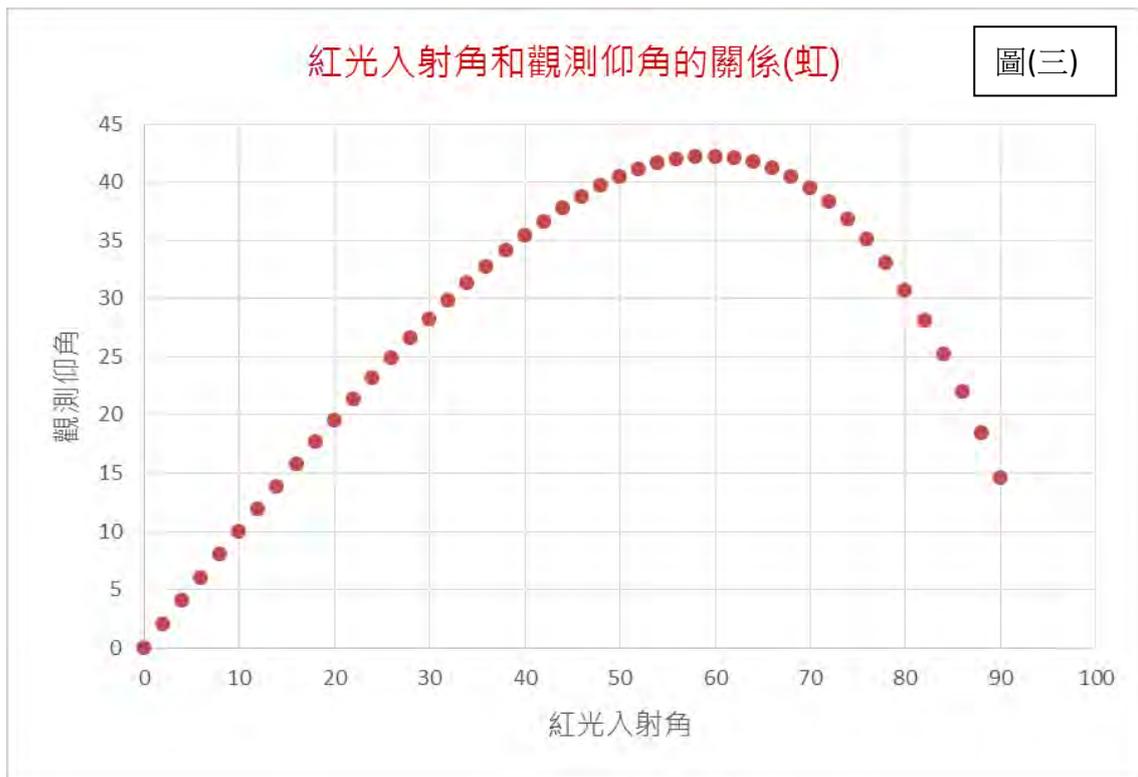
$$\text{也導出 } \frac{V_t^2}{62.491} = \frac{\rho_s \cdot d}{0.03 \times 9.96} \quad \text{<公式(三)> (在空氣中)}$$

直徑(cm)	細砂岩 (2.7g/cm <sup>3</sup> )	水 (1g/cm <sup>3</sup> )	冰 (0.92g/cm <sup>3</sup> )	隕石 (6.84 g/cm <sup>3</sup> )	保麗龍球 (0.030 g/cm <sup>3</sup> )
10 <sup>2</sup>	236.25m/s	144.62m/s	138.71m/s	378.22m/s	25.05 m/s
10	74.71 m/s	45.73 m/s	43.86 m/s	119.60m/s	7.921 m/s
1	23.63 m/s	14.46 m/s	13.87 m/s	37.82 m/s	2.505 m/s
<b>4.57x10<sup>-1</sup></b>	<b>15.97 m/s</b>	<b>9.78 m/s</b>	<b>9.38 m/s</b>	<b>25.57 m/s</b>	<b>1.693 m/s</b>
4x10 <sup>-1</sup>	14.94m/s	9.15m/s	8.77 m/s	23.92 m/s	1.584 m/s
2x10 <sup>-1</sup>	10.57 m/s	6.47 m/s	6.20 m/s	16.91 m/s	1.120 m/s
1.6x10 <sup>-1</sup>	9.45 m/s	5.78 m/s	5.55 m/s	15.13 m/s	1.002 m/s
10 <sup>-1</sup>	7.47 m/s	4.57 m/s	4.39 m/s	11.96 m/s	0.7921 m/s
10 <sup>-2</sup>	2.36 m/s	1.45 m/s	1.39 m/s	3.782 m/s	0.2505 m/s
10 <sup>-3</sup>	0.7471m/s	0.4573m/s	0.4386m/s	1.196 m/s	0.0792 m/s
10 <sup>-4</sup>	2.36 x 10 <sup>-1</sup> m/s	<b>1.45 x 10<sup>-1</sup> m/s</b>	1.39 x10 <sup>-1</sup> m/s	3.78x 10 <sup>-1</sup> m/s	2.51 x 10 <sup>-2</sup> m/s
10 <sup>-5</sup>	7.47x10 <sup>-2</sup> m/s	<b>4.57 x10<sup>-2</sup> m/s</b>	4.39 x10 <sup>-2</sup> m/s	1.20 x10 <sup>-1</sup> m/s	7.92 x10 <sup>-3</sup> m/s
10 <sup>-6</sup>	2.36 x10 <sup>-2</sup> m/s	<b>1.45 x10<sup>-2</sup> m/s</b>	1.39 x10 <sup>-2</sup> m/s	3.78 x10 <sup>-2</sup> m/s	2.51 x10 <sup>-3</sup> m/s
10 <sup>-7</sup>	7.47 x10 <sup>-3</sup> m/s	<b>4.57 x10<sup>-3</sup> m/s</b>	4.39 x10 <sup>-3</sup> m/s	1.20 x10 <sup>-2</sup> m/s	7.92x10 <sup>-4</sup> m/s
10 <sup>-8</sup>	2.36 x10 <sup>-3</sup> m/s	1.45 x10 <sup>-3</sup> m/s	1.39 x10 <sup>-3</sup> m/s	3.78 x10 <sup>-3</sup> m/s	2.51 x10 <sup>-4</sup> m/s
10 <sup>-9</sup>	7.47 x10 <sup>-4</sup> m/s	4.57 x10 <sup>-4</sup> m/s	4.39 x10 <sup>-4</sup> m/s	1.20 x10 <sup>-3</sup> m/s	7.92 x10 <sup>-5</sup> m/s

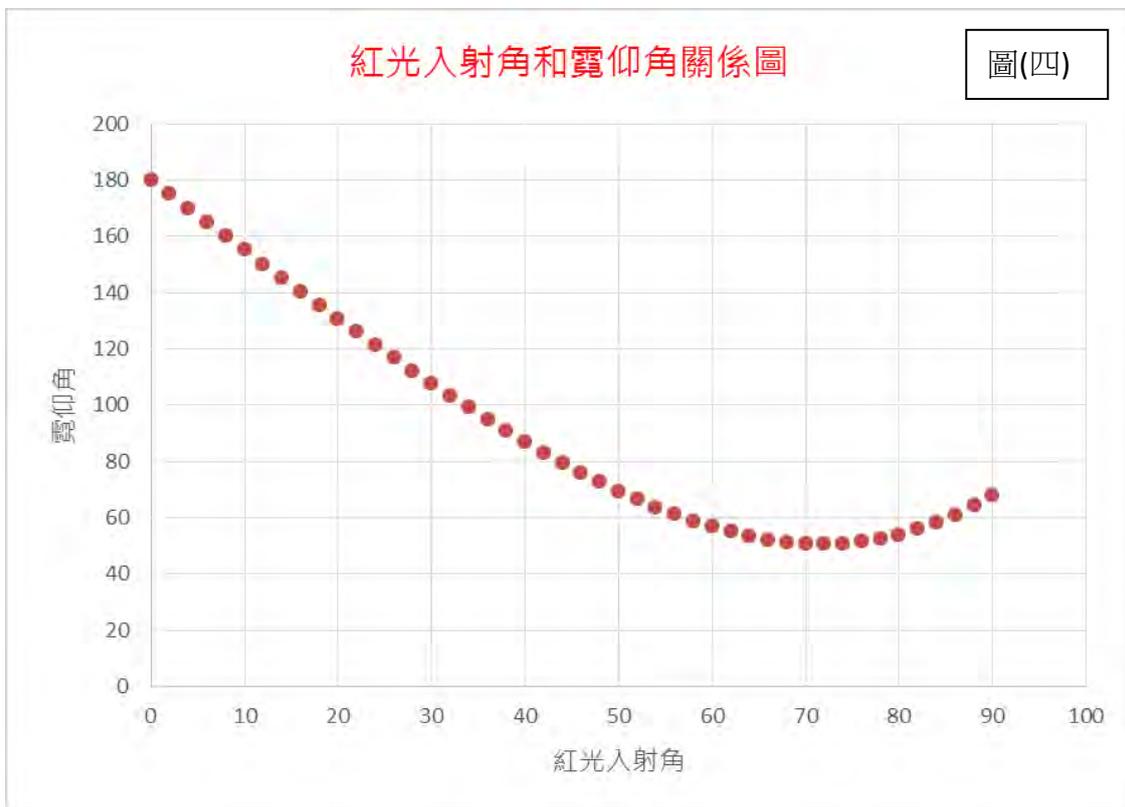
## (四)虹與霓的形成

&lt; 表六 &gt;

紅光 入射角 $\alpha$	$\sin\alpha$	$\sin\beta$	折射角 $\beta$	虹仰角 $4\beta - 2\alpha$	霓仰角 $2\alpha - 6\beta + 180$	計算入射角每差一度的光照量 $\sin\alpha - \sin(\alpha - 1)$
0	0	0	0	0	180	0
4	0.07	0.052	3.002	4.008	169.988	0.018
8	0.139	0.104	5.997	7.99	160.015	0.017
12	0.208	0.156	8.98	11.92	150.12	0.017
16	0.276	0.207	11.943	15.771	140.343	0.017
20	0.342	0.257	14.879	19.514	130.728	0.016
24	0.407	0.305	17.78	23.119	121.322	0.016
28	0.469	0.352	20.638	26.55	112.174	0.015
32	0.53	0.398	23.443	29.772	103.342	0.015
36	0.588	0.441	26.186	32.742	94.886	0.014
40	0.643	0.483	28.854	35.414	86.878	0.014
44	0.695	0.522	31.434	37.736	79.396	0.013
48	0.743	0.558	33.912	39.647	72.529	0.012
52	0.788	0.592	36.271	41.082	66.376	0.011
56	0.829	0.622	38.492	41.967	61.05	0.01
58	0.848	0.637	39.544	42.177	58.735	0.009
59	0.857	0.644	40.062	42.248	57.628	0.009
60	0.866	0.65	40.562	42.247	56.63	0.009
64	0.899	0.675	42.436	41.745	53.382	0.008
68	0.927	0.696	44.114	40.455	51.318	0.006
70	0.94	0.705	44.868	39.472	50.792	0.006
71	0.946	0.71	45.231	38.925	50.612	0.006
72	0.951	0.714	45.571	38.282	50.576	0.005
73	0.956	0.718	45.894	37.576	50.636	0.005
74	0.961	0.722	46.192	36.769	50.846	0.005
76	0.97	0.728	46.757	35.027	51.46	0.004
80	0.985	0.739	47.676	30.703	53.946	0.003
84	0.995	0.747	48.3	25.2	58.2	0.002
88	0.999	0.75	48.616	18.463	64.305	0
90	1	0.751	48.655	14.622	68.067	0



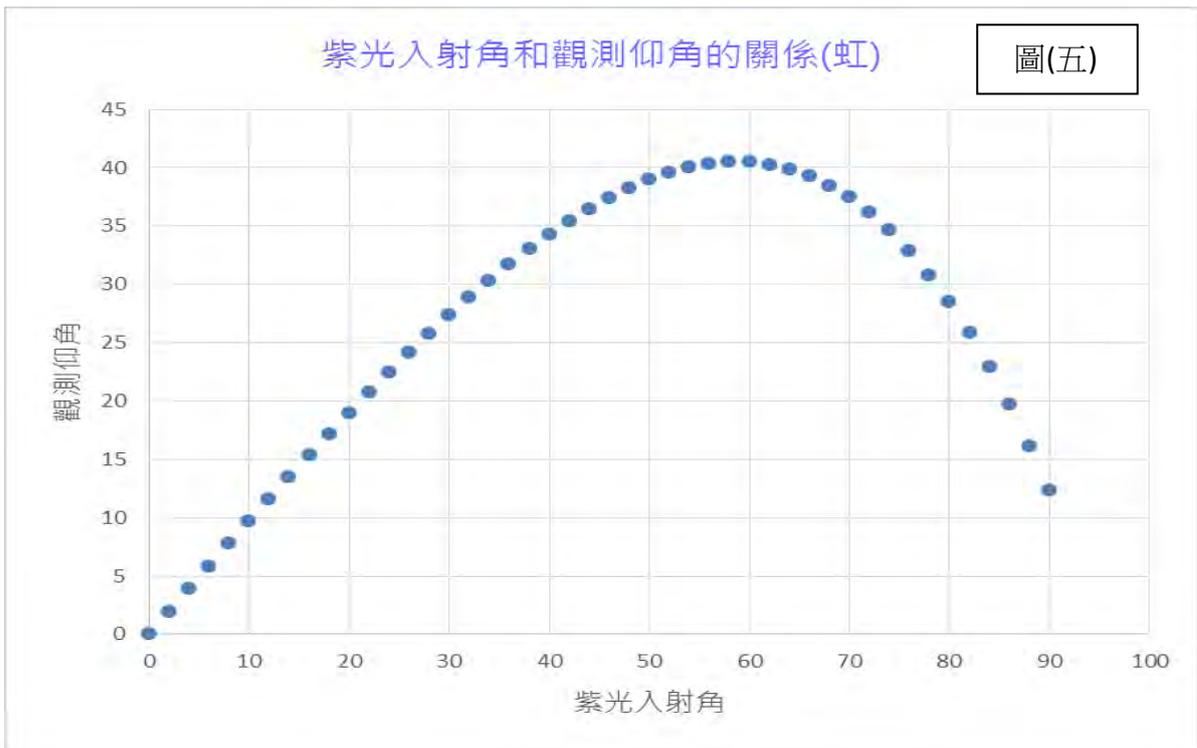
虹的形成最高仰角為  $42.253^\circ$ (紅光)



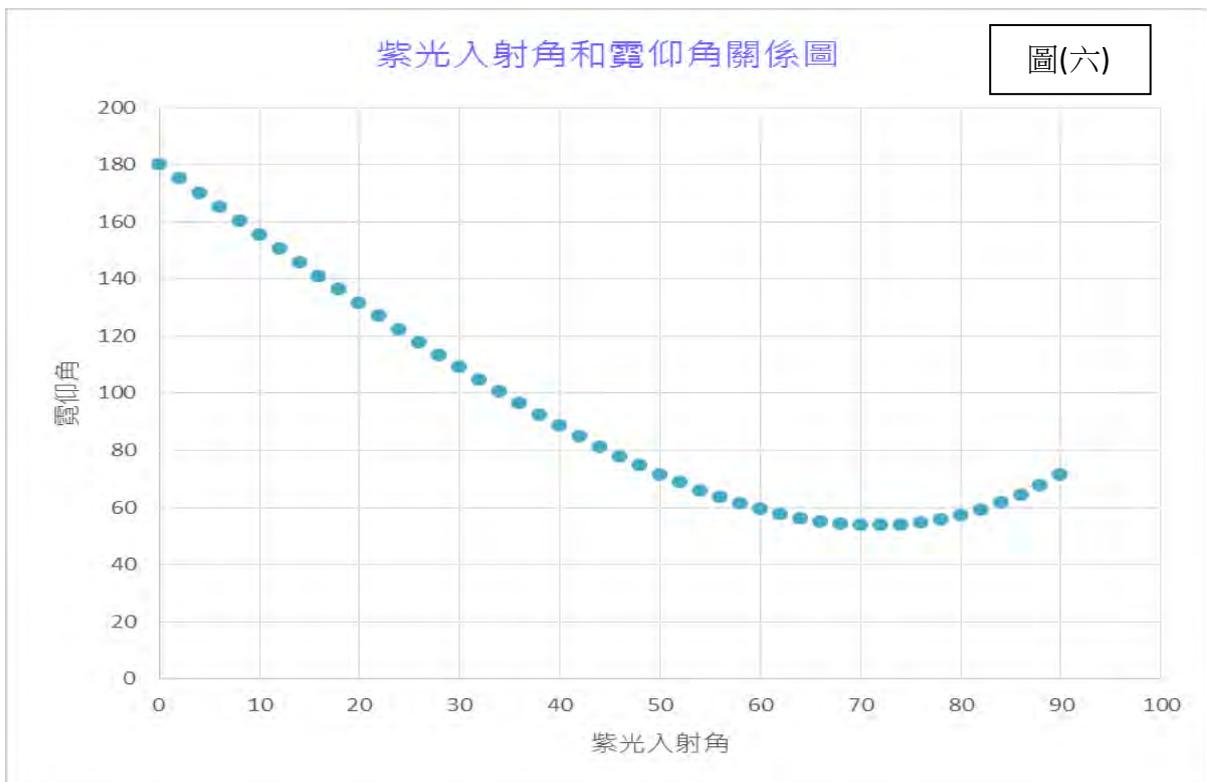
霓的形成最低仰角為  $50.576^\circ$ (紅光)

&lt; 表七 &gt;

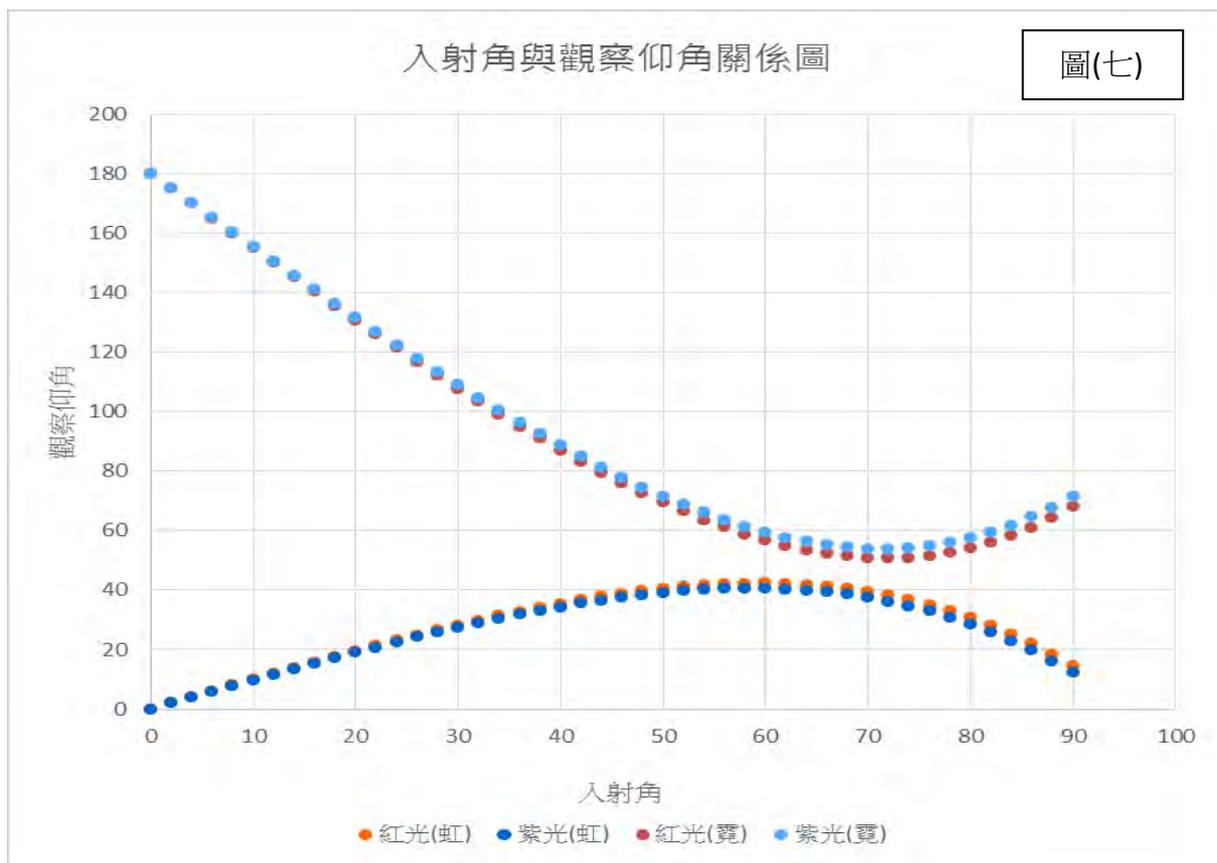
紫光入射角 $\alpha$	$\sin\alpha$	$\sin \beta$	折射角 $\beta$	虹仰角 4 $\beta - 2\alpha$	霓仰角 $2\alpha - 6\beta + 180$	計算入射角每差一度的光 照量 $\sin\alpha - \sin(\alpha - 1)$
0	0	0	0	0	180	0
4	0.07	0.052	2.975	3.9	170.149	0.018
8	0.139	0.104	5.944	7.775	160.338	0.017
12	0.208	0.155	8.899	11.597	150.605	0.017
16	0.276	0.205	11.835	15.338	140.992	0.017
20	0.342	0.254	14.743	18.971	131.544	0.016
24	0.407	0.303	17.616	22.463	122.306	0.016
28	0.469	0.349	20.445	25.78	113.33	0.015
32	0.53	0.394	23.221	28.886	104.672	0.015
36	0.588	0.437	25.934	31.737	96.394	0.014
40	0.643	0.478	28.572	34.288	88.567	0.014
44	0.695	0.517	31.122	36.487	81.269	0.013
48	0.743	0.553	33.569	38.274	74.588	0.012
52	0.788	0.586	35.896	39.584	68.623	0.011
56	0.829	0.617	38.086	40.344	63.484	0.01
58	0.848	0.631	39.14	40.562	61.158	0.009
59	0.857	0.638	39.644	40.575	60.138	0.009
60	0.866	0.644	40.118	40.472	59.292	0.009
64	0.899	0.669	41.97	39.881	56.178	0.008
68	0.927	0.69	43.62	38.479	54.282	0.006
70	0.94	0.699	44.361	37.444	53.834	0.006
71	0.946	0.704	44.73	36.922	53.617	0.006
72	0.951	0.708	45.064	36.256	53.617	0.005
74	0.961	0.715	45.662	34.646	54.03	0.005
76	0.97	0.722	46.215	32.862	54.708	0.005
80	0.985	0.733	47.117	28.468	57.298	0.004
84	0.995	0.74	47.729	22.916	61.626	0.003
88	0.999	0.744	48.039	16.154	67.769	0.002
90	1	0.744	48.077	12.309	71.536	0



虹的形成最高仰角為  $40.575^\circ$ (紫光)

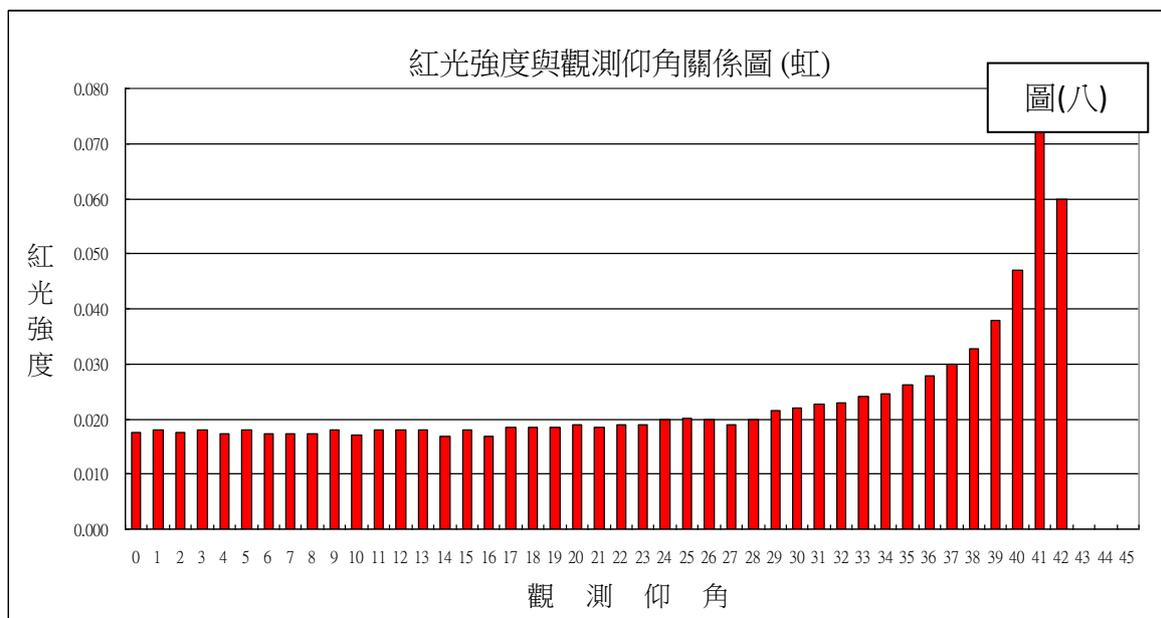


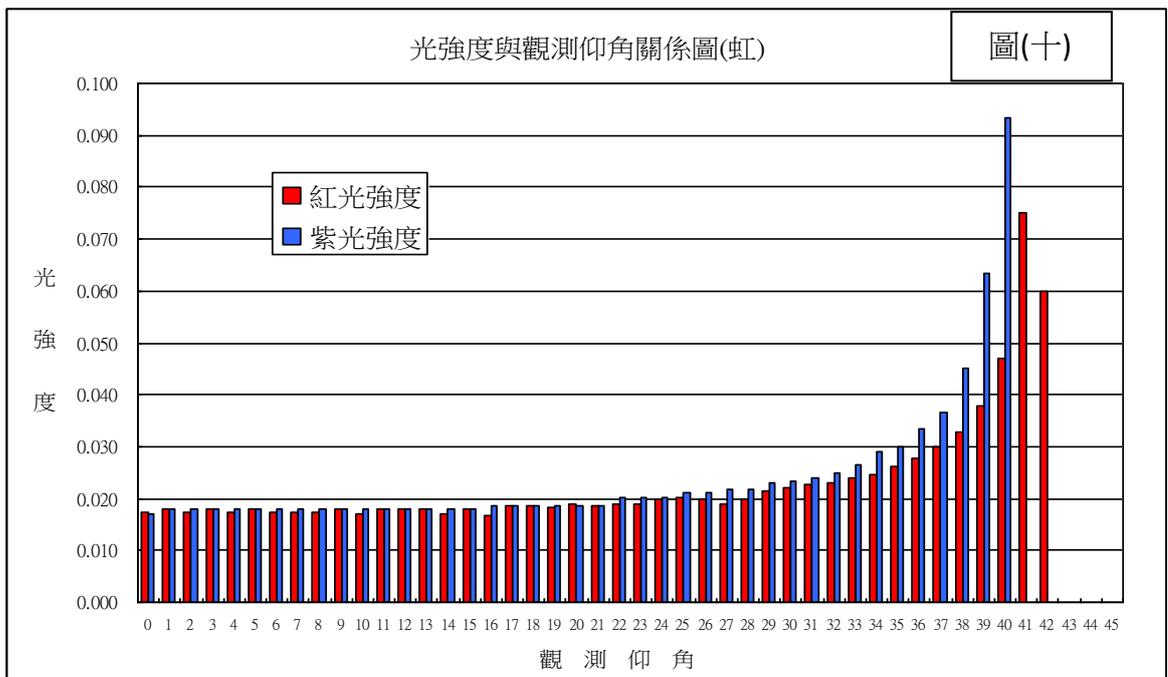
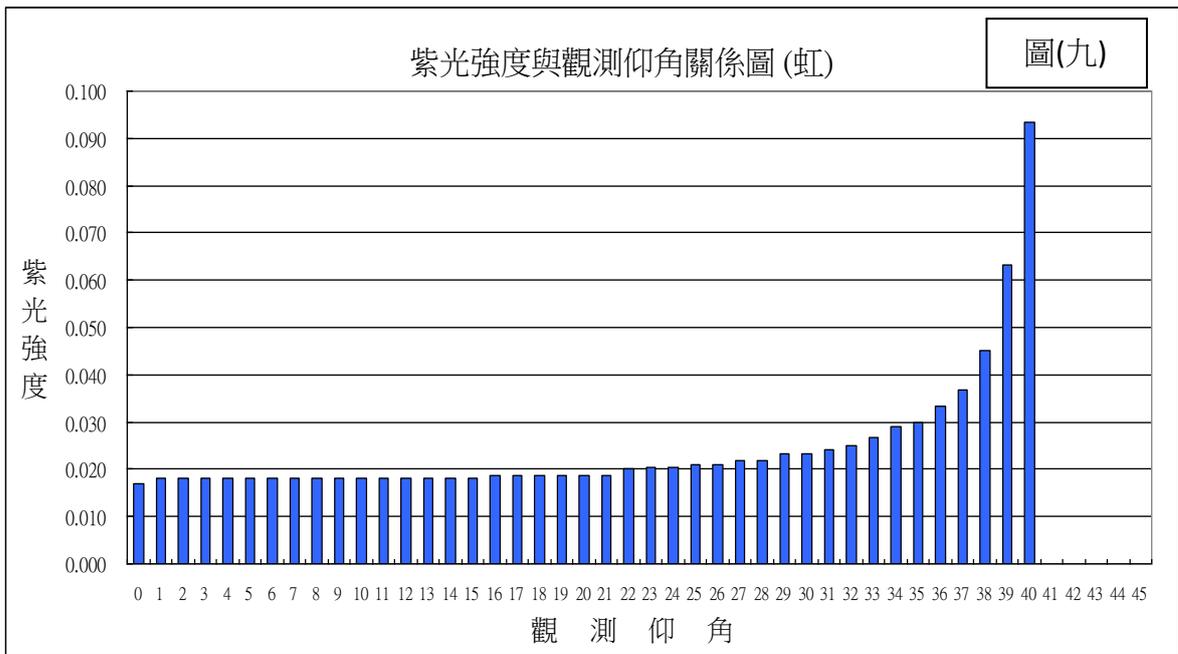
霓的形成最低仰角為  $53.605^\circ$ (紫光)



虹的形成最高仰角為  $42.253^\circ$ (紅光)    霓的形成最低仰角為  $50.576^\circ$ (紅光)

虹的形成最高仰角為  $40.575^\circ$ (紫光)    霓的形成最低仰角為  $53.605^\circ$ (紫光)



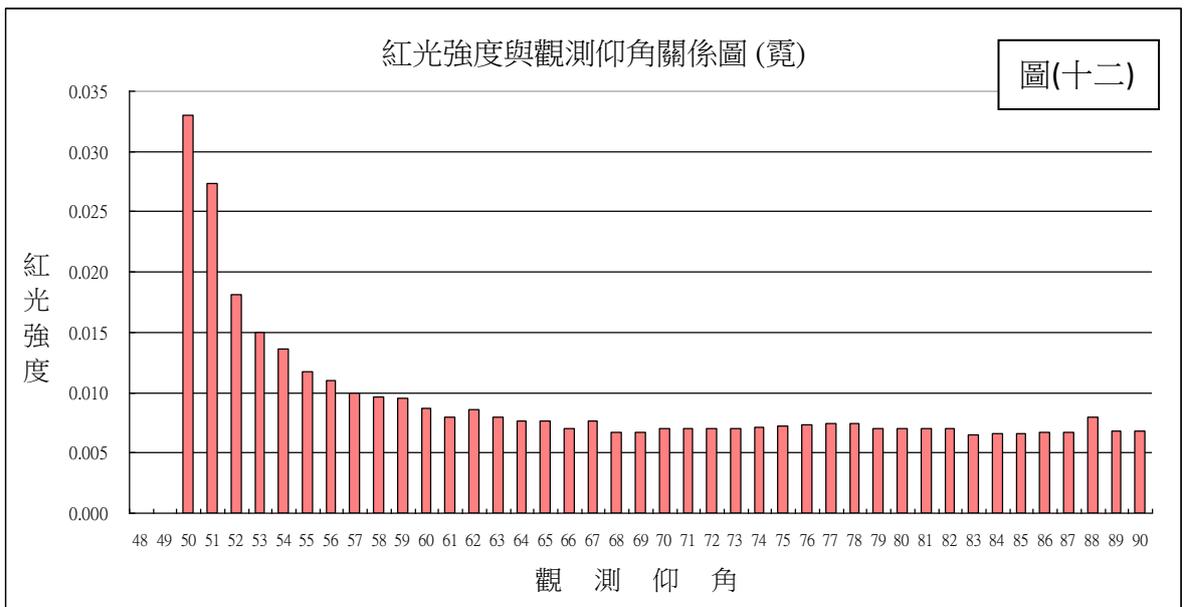
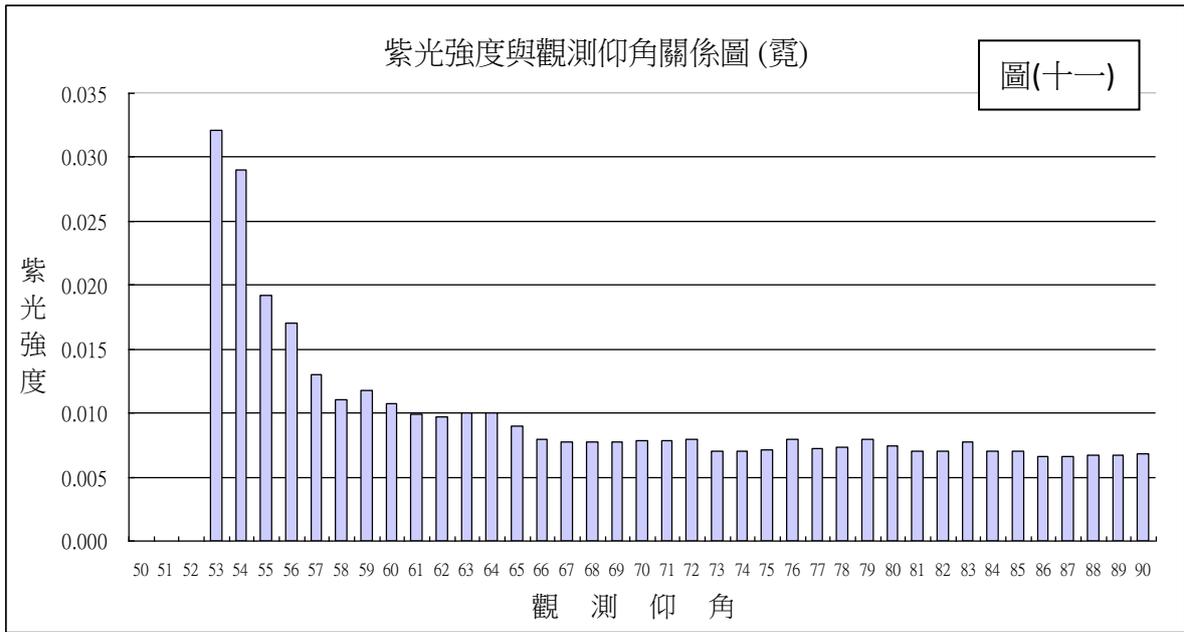


照片<七>



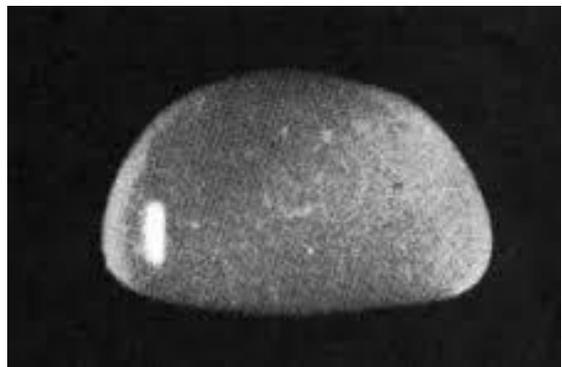
照片<八>

(彩虹觀測儀之彩虹形成實驗)



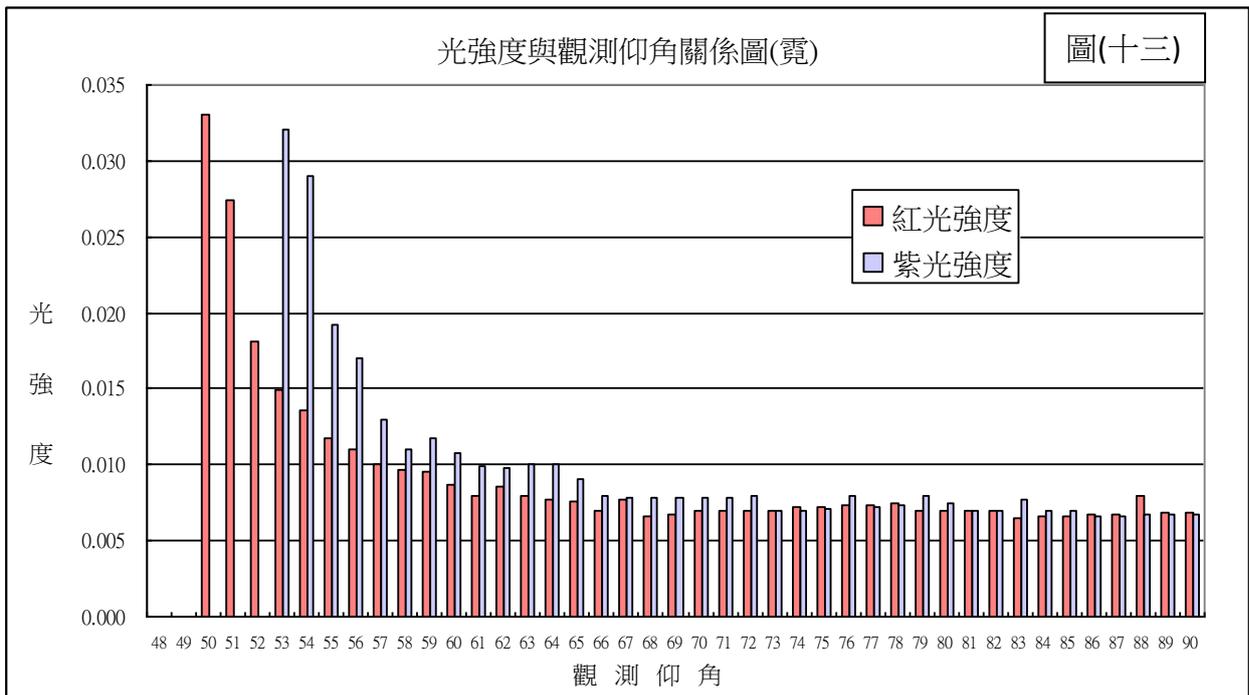
照片<九>

(彩虹觀測儀之彩虹形成實驗)



照片<十>

(水滴網路照片)



## 陸、 討論

一、 由表(二) 將快門 1/30.1/40.1/60 秒的兩滴照片在螢幕上測得的落下長度換算成實際落下的距離。

(一) 快門 1/30 秒，螢幕上測的 6.5 公分為實際的 10 公分

$$\frac{10}{6.5} = \frac{x}{13.11} \quad x \doteq 20.3\text{cm} \quad 20.3\text{cm} \div \frac{1}{30}\text{秒} = 6.090\text{m/s}$$

(二) 快門 1/40 秒，螢幕上測的 7.5 公分為實際的 10 公分

$$\frac{10}{7.5} = \frac{x}{12.04} \quad x \doteq 16.1\text{cm} \quad 16.1\text{cm} \div \frac{1}{40}\text{秒} = 6.429\text{m/s}$$

(三) 快門 1/60 秒，螢幕上測的 7.9 公分為實際的 10 公分

$$\frac{10}{7.9} = \frac{x}{8.45} \quad x \doteq 10.7\text{cm} \quad 10.7\text{cm} \div \frac{1}{60}\text{秒} = 6.404\text{m/s}$$

二、 由表(三)將 1-7 號保麗龍球在螢幕上測得的落下長度換算成實際落下的距離。

(以 1/8 秒為例) (在螢幕上測的 7.35 公分為實際的 80 公分)

$$\frac{80\text{cm}}{7.35\text{cm}} = \frac{\text{實際距離}}{\text{螢幕上長度}}$$

(一) 一號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{8.60} \quad x \doteq 93.61\text{cm} \quad 93.6\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \doteq 7.49\text{m/s}$$

(二) 二號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{7.30} \quad x \doteq 79.46\text{cm} \quad 79.4\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \doteq 6.36\text{m/s}$$

(三) 三號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{7.02} \quad x \doteq 76.41\text{cm} \quad 76.4\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \doteq 6.11\text{m/s}$$

(四) 四號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{6.60} \quad x \doteq 71.84\text{cm} \quad 71.8\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \doteq 5.75\text{m/s}$$

(五) 五號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{6.13} \quad x \doteq 66.72\text{cm} \quad 66.7\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \doteq 5.34\text{m/s}$$

(六) 六號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{5.27} \quad x \doteq 57.32\text{cm} \quad 57.3\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \doteq 4.59\text{m/s}$$

(七) 七號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{4.63} \quad x \doteq 50.43\text{cm} \quad 50.4\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \doteq 4.03\text{m/s}$$

三、 由表(四)得知大小不同半徑之保麗龍球，若由實驗數據作  $Vt^2$ (終端速度平方)  $\propto$  R(直徑)得到圖 (一)，略呈正比關係。

四、 由表(五)得知因保麗龍球之密度並非相同，嘗試把保麗龍球之密度調為相同時，對相同密度的大小不同半徑的保麗龍球，做出其終端速度平方( $Vt^2$ )  $\propto$ 直徑(R)得到圖(二)，可看出為正比關係，可見終端速度平方正比於密度的假設是正確的。

五、 我們得到  $Vt^2 \propto \rho \cdot s \cdot d$  ( $Vt$  為終端速度,  $\rho$  s:球體密度,  $d$ :球體直徑) <公式(二)>

六、 由公式(三)  $\frac{Vt^2}{62.491} = \frac{\rho s \cdot d}{0.03 \times 9.96}$  (在空氣中) 我們可求出雨滴(直徑為 0.457cm 時)

之終端速度為 9.78m/s。(已知 1ml 之水有 20 滴水滴可算出每滴水之直徑為 0.457cm)

七、 我們經由夜間拍攝可求出下雨時終端速度約為 6.3m/秒。

我們同時可由夜間拍攝實驗測出的雨滴終端速度 6.3m/s 算出其直徑為 0.190cm。

計算過程:

$$\frac{(6.3)^2}{62.491} = \frac{1 \cdot d \text{ (cm)}}{0.03 \times 9.96 \text{ (cm)}} \quad d = 0.1898 \text{ cm} \doteq 0.190 \text{ cm}$$

八、 由雨滴的落下速度-Biglobe 查知, 雨滴直徑 0.16cm 時, 終端速度為 6.08m/s;

雨滴直徑 0.20cm 時, 終端速度為 6.80m/s;

雨滴直徑 0.40cm 時, 終端速度為 9.62m/s。

這些資料和我們的實驗計算值吻合, 再度證明我們的實驗完美, 且  $Vt^2 \propto \rho \cdot s \cdot d$  (公式二)的結論正確。

九、 我們也可算出當水球直徑為 100nm 時, 其終端速度為 4.57cm/s; 當直徑為 1nm 時, 其終端速度為 0.457cm/s, 就是霧的現象。

(霧為膠體溶液, 其直徑在 1-1000nm 之間) (高中化學)

十、 人背向太陽, 以人與太陽的連線為中心軸時, 仰角  $42.253^\circ$  以內的所有水球皆會反射太陽光進入觀測者眼裡, 但  $40.575^\circ$  以內的七色光, 其光照亮一樣多, 所以呈現白光。

十一、  $40^\circ \sim 42^\circ$  之內的七色光, 其光照亮不一樣多, 所以呈現虹。

十二、 同十, 人背向太陽, 以人與太陽的連線為中心軸時, 仰角  $50.576^\circ$  以上的所有水球皆會反射太陽光進入觀測者眼裡, 但  $53.605^\circ$  以上的七色光, 其光照亮一樣多, 所以呈現白光。

十三、  $50^\circ \sim 53^\circ$  之內的七色光, 其光照亮不一樣多, 所以呈現霓。

十四、 $42^{\circ} \sim 50^{\circ}$  之間的水球沒有光經由反射進入觀測者眼裡，所以呈現暗帶。

十五、每一顆水珠只有垂直於觀測者，且通過該水珠球心那一面的光線，此時才會有反射光進入觀測者眼裡。

十六、觀察噴泉附近所形成的彩虹，只見隨風飄移的霧才會形成彩虹，或者雨後空氣中的水霧才有形成彩虹的現象。

十七、由雨滴終端速度實驗可得知，當霧的直徑在 1nm 到 1000nm 之間時，其終端速度介於 0.457cm/s 至 14.5cm/s 之間，以緩慢的速度落下，阻力很小，所以水珠成球狀且可以形成彩虹現象。

十八、較大的雨滴終端速度較快，雨滴前端阻力較大，所以不會成正圓球形，無法形成彩虹。水滴直徑在 0.01mm 時之終端速度為 45.7cm/s 其阻力不至於改變球狀，因此可形成彩虹。而水球直徑在 0.1mm 時之終端速度為 145cm/s，其阻力已大到可改變水球的正圓球狀(見水滴網路照片十)，因此無法形成彩虹。

## 柒、結論

一、 $V_t^2 \propto \rho_s \cdot d$  ( $V_t$ : 終端速度,  $\rho_s$ : 球體密度,  $d$ : 球體直徑)

二、我們算出當水球直徑為 100nm 時，其終端速度為 4.57cm/s；當直徑為 1nm 時，其終端速度為 0.457cm/s，就是霧的現象。

(霧為膠體溶液，其直徑在 1-1000nm 之間)(高中化學)

三、由雨滴終端速度實驗可得知，當霧的直徑在 1nm 到 1000nm 之間時，其終端速度介於 0.457cm/s 至 14.5cm/s 之間，以緩慢的速度落下，阻力很小，所以當水珠成球狀時可以形成彩虹。

四、較大的雨滴終端速度較快，雨滴前端阻力較大，所以不會成正圓球形，無法形成彩虹。水滴直徑在 0.01mm 時之終端速度為 45.7cm/s 其阻力不至於改變球狀，因此可形成彩虹。而水球直徑在 0.1mm 時之終端速度為 145cm/s，其阻力已大到可改變水球的正圓球狀(見水滴網路照片十)，因此無法形成彩虹。

## 捌、 參考資料來源

- 一、 南一書局 國民中學 自然與生活科技 (三上) 1-5 自由落體
- 二、 <http://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%B5%82%E7%AB%AF%E9%80%9F%E5%BA%A6>
- 三、 <http://www5b.biglobe.ne.jp/~saturn/meteology/04.htm>
- 四、 高中選修化學(上) 南一書局
- 五、 岩石密度表 <http://www.pref.miyagi.jp/uploaded/attachment/19364.PDF>
- 六、 水滴照片 <http://tampoyee.blogspot.tw/2007/03/when-size-of-rain-drop-is-bigger-than-4.html>
- 七、 第 52 屆第四區科展彩虹的秘密作品說明書

## 【評語】 051901

1. 作品在研究主題，以及研究方法的設計都有很好的構想與執行是不可多得的好作品。
2. 彩虹是大地的有趣光象，與懸浮在大氣中的降雨粒子特性有密切的關係，類似的作品在過去科展較少出現，具很高的創意。
3. 使用保麗龍球模擬降雨粒子大小、形狀，並討論雨滴粒子在落下時達到的終端速度特性，將大氣光象與降雨特性予以連結，極為難得。

# 由彩虹現象談雨滴形狀、大小、終端速度

## 壹、研究動機：

雨滴的大小及形狀，除了能利用高速攝影，捕捉其瞬間的形狀外，我們想藉由探討彩虹之形成，研究大小雨滴的終端速度和大小雨滴形狀的關聯性。

## 貳、研究目的：

雨滴的終端速度若太快，由於空氣阻力及白努力定律的影響，會改變雨滴原本的正圓球狀，我們想藉由彩虹的形成，逆向思考反推形成雨滴的各種形狀。

## 參、研究器材及設備：

- 一、單眼數位相機
- 二、一公尺長木尺(每 10 公分為一單位)
- 三、1.1 公尺長的紙尺(每 10 公分為一單位)
- 四、電子秤
- 五、游標尺
- 六、30 公分的鋼尺(mm)
- 七、大小不同直徑的保麗龍球(7 種)(見右表)
- 八、尺、三角函數表、EXCEL



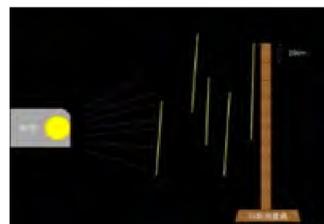
號碼	1	2	3	4	5	6	7
質量 (g)	31.86	10.04	5.19	2.89	1.445	0.342	0.111
直徑 (cm)	14.69	9.96	7.65	5.70	4.89	2.83	1.82
體積 (cm <sup>3</sup> )	1659.83	517.34	234.41	96.97	61.22	11.87	3.16
密度(g/cm <sup>3</sup> )	0.0192	0.0194	0.0221	0.0298	0.0236	0.0288	0.0352

## 肆、研究步驟

### 一、終端速度的測量

#### (一) 雨滴的終端速度測量：

1. 把自製的長度測量尺放置於大雨中。
2. 利用汽車車燈照明可明顯看到雨滴落下的線條。
3. 在自製的長度測量尺旁放置預定的快門，如(30、40、60)等三角紙牌。
4. 配合快門牌的數字，調整相機的快門與紙牌一致後，按下快門拍攝雨滴落下的路徑。
5. 依快門 1/30 秒、1/40 秒、1/60 秒重覆拍攝數張。
6. 比對照片中雨滴的路徑長與長度測量尺的刻度，測出在該快門之下的雨滴瞬時速率。



#### (二) 大小不同半徑的保麗龍球終端速度之測量：

1. 在大禮堂內，利用高約 9 公尺的佈置台為投射點。
2. 背景看板上張貼紅色布或色紙，並且貼上每 10 公分為一單位的紙尺 1.2 公尺長，作為測量長度的對照。
3. 以腳架固定相機後，把單眼相機快門調為 1/15 秒時，把 1 號保麗龍球到 7 號保麗龍球，分別讓其自由落下。當球落在有紅色背景之看板前時，迅速按下快門拍攝之。
4. 單眼相機快門調為 1/8 秒時，重複 3 之步驟。
5. 在照片中由保麗龍球在紅色背景拉出的白色路徑長配合快門時間，求出其終端速度。



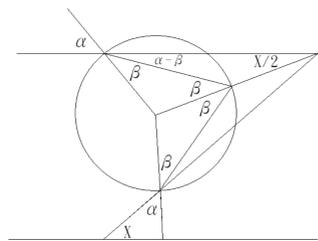
#### (三) 分別推導出雨水、冰雹、隕石等之終端速度。

### 二、虹的形成

$$\angle \beta = \angle \alpha - \angle \beta + \angle X/2 \quad \angle X/2 = \angle \beta - (\angle \alpha - \angle \beta)$$

$$\angle X/2 = \angle \beta + \angle \beta - \angle \alpha \quad \angle X = 4 \angle \beta - 2 \angle \alpha \dots \text{公式(一)}$$

$\angle X$  為虹的觀測仰角



### 三、霓的形成

$$2 \angle P = 360^\circ - 3(180^\circ - 2 \angle \beta) \quad 2 \angle P = 360^\circ - 540^\circ + 6 \angle \beta$$

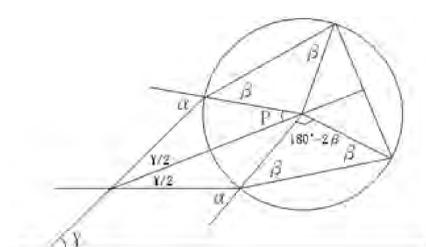
$$2 \angle P = 6 \angle \beta - 180^\circ \quad \angle \alpha = \angle Y/2 + \angle P \quad \angle Y/2 = \angle \alpha - \angle P$$

$$\angle Y = 2 \angle \alpha - 2 \angle P$$

$$= 2 \angle \alpha - (6 \angle \beta - 180^\circ)$$

$$\angle Y = 2 \angle \alpha - 6 \angle \beta + 180^\circ \dots \text{公式(二)}$$

$\angle Y$  為霓的觀測仰角



四、累計觀測仰角每相差 1° 間的入射光照量  $[\sin \alpha - \sin(\alpha - 1)]$  ( $1^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ) ( $\alpha$  為入射線)，再配合光的七彩對水有不同的折射率(紅光:1.332，紫光:1.344)，可繪出日光七彩形成虹和霓的光照量對應觀測仰角之關係圖。

## 伍、研究結果：

### (一) 雨滴終端速度之測量值

密度 (g/cm <sup>3</sup> )	快門 (秒)	螢幕上測量距離 (cm)	螢幕上測量距離平均	實際落下距離平均值 (cm)	終端速度 (m/s)	終端速度平均值 (m/s)
1.0	1/60	9.09	8.45	10.7	6.404	6.308
		8.14				
		8.13				
1.0	1/40	12.72	12.04	16.1	6.429	
		11.83				
		11.56				
1.0	1/30	14.08	13.11	20.3	6.090	
		12.79				
		12.46				



## 陸、討論：

一、將快門 1/30、1/40、1/60 秒的雨滴照片在螢幕上測得的落下長度換算成實際落下的距離。

(一) 快門 1/30 秒，螢幕上測的 6.5 公分為實際的 10 公分

$$\frac{10}{6.5} = \frac{x}{13.11} \quad x \approx 20.3\text{cm} \quad 20.3\text{cm} \div \frac{1}{30}\text{秒} = 6.090\text{m/s}$$

(二) 快門 1/40 秒，螢幕上測的 7.5 公分為實際的 10 公分

$$\frac{10}{7.5} = \frac{x}{12.04} \quad x \approx 16.1\text{cm} \quad 16.1\text{cm} \div \frac{1}{40}\text{秒} = 6.429\text{m/s}$$

(三) 快門 1/60 秒，螢幕上測的 7.9 公分為實際的 10 公分

$$\frac{10}{7.9} = \frac{x}{8.45} \quad x \approx 10.7\text{cm} \quad 10.7\text{cm} \div \frac{1}{60}\text{秒} = 6.404\text{m/s}$$

二、將 1-7 號保麗龍球在螢幕上測得的落下長度換算成實際落下的距離。(以 1/8 秒為例)(在螢幕上測的 7.35 公分為實際的 80 公分)

$$\frac{80\text{cm}}{7.35\text{cm}} = \frac{\text{實際距離}}{\text{螢幕上長度}}$$

(一) 一號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{8.60} \quad x \approx 93.61\text{cm} \quad 93.6\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \approx 7.49\text{m/s}$$

(二) 二號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{7.30} \quad x \approx 79.46\text{cm} \quad 79.5\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \approx 6.36\text{m/s}$$

(三) 三號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{7.02} \quad x \approx 76.41\text{cm} \quad 76.4\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \approx 6.11\text{m/s}$$

(四) 四號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{6.60} \quad x \approx 71.84\text{cm} \quad 71.8\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \approx 5.75\text{m/s}$$

(五) 五號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{6.13} \quad x \approx 66.72\text{cm} \quad 66.7\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \approx 5.34\text{m/s}$$

(六) 六號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{5.27} \quad x \approx 57.32\text{cm} \quad 57.3\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \approx 4.59\text{m/s}$$

(七) 七號球

$$\frac{80}{7.35} = \frac{x}{4.63} \quad x \approx 50.43\text{cm} \quad 50.4\text{cm} \div \frac{1}{8}\text{秒} \approx 4.03\text{m/s}$$

三、大小不同半徑之保麗龍球，若由實驗數據作  $Vt^2$ (終端速度平方)  $\propto R$ (直徑)作圖，略呈**正比**關係。

四、因保麗龍球之密度並非相同，嘗試把保麗龍球之密度調為相同時，對相同密度的大小不同半徑的保麗龍球，做出其**終端速度平方**( $Vt^2$ )  $\propto$  **直徑**( $R$ )的圖，可看出為正比關係，可見終端速度平方正比於密度的假設是正確的。

五、我們得到：

$$Vt^2 \propto \rho_s \cdot d \quad (Vt \text{ 為終端速度, } \rho_s \text{ 球體密度, } d \text{ 球體直徑})$$

六、由  $\frac{Vt^2}{62.491} = \frac{\rho_s \cdot d}{0.03 \times 9.96}$  可求出雨滴(直徑為 0.457cm 時)之終端速度為 9.78m/s。(已知 1ml 之水有 20 滴水滴可算出每滴水之直徑為 0.457cm)

七、我們經由夜間拍攝可求出下雨時終端速度約為 6.3m/s。我們同時可由夜間拍攝實驗測出的雨滴終端速度 6.3m/s 算出其直徑為 0.190cm。

$$\text{計算過程: } \frac{(6.3)^2}{62.491} = \frac{1 \cdot d(\text{cm})}{0.03 \times 9.96(\text{cm})} \quad d = 0.1898 \text{ cm} \approx 0.190 \text{ cm}$$

八、由雨滴的落下速度-Biglobe 查知，

雨滴直徑 0.16cm 時，終端速度為 6.08m/s；

雨滴直徑 0.20cm 時，終端速度為 6.80m/s；

雨滴直徑 0.40cm 時，終端速度為 9.62m/s。

這些資料和我們的實驗計算值吻合，再度證明我們的實驗完美，且  $Vt^2 \propto \rho_s \cdot d$  的結論正確。

九、我們也可算出當水球直徑為 100nm 時，其終端速度為 4.57cm/s；當直徑為 1nm 時，其終端速度為 0.457cm/s，就是霧的現象。(霧為膠體溶液，其直徑在 1-1000nm 之間)(高中化學)

十、人背向太陽，以人與太陽的連線為中心軸時，**仰角 42.253° 以內**的所有水球皆會反射太陽光進入觀測者眼裡，**40.575° 以內**的七色光，其光照亮一樣多，所以呈現白光。

十一、**40° ~ 42°** 以內的七色光，其光照亮不一樣多，所以呈現虹。

十二、同十，人背向太陽，以人與太陽的連線為中心軸時，**仰角**

**50.576°** 以上的所有水球皆會反射太陽光進入觀測者眼裡，但

**53.605°** 以上的七色光，其光照亮一樣多，所以呈現白光。

十三、**50° ~ 53°** 以內的七色光，其光照亮不一樣多，所以呈現霓。

十四、**42° ~ 50°** 之間的水球沒有光經由反射進入觀測者眼裡，所以呈現暗帶。

十五、每一顆水珠只有垂直於觀測者，且通過該水珠球心那一面的光線，此時才有反射光進入觀測者眼裡。

十六、觀察噴泉附近所形成的彩虹，只見隨風飄移的霧才會形成彩虹，或者雨後空氣中的水霧才有形成彩虹的現象。

十七、由雨滴終端速度實驗可得知，當霧的直徑在 1nm 到 1000nm 之間時，其終端速度介於 0.457cm/s 至 14.5cm/s 之間，以緩慢的速度落下，阻力很小，所以水珠成球狀且可以形成彩虹現象。

十八、較大的雨滴終端速度較快，雨滴前端阻力較大，所以不會成正圓球形，無法形成彩虹。水滴直徑在 0.01mm 時之終端速度為 45.7cm/s 其阻力不至於改變球狀，因此可形成彩虹。而水球直徑在 0.1mm 時之終端速度為 145cm/s，其阻力已大到可改變水球的正圓球狀(見水滴網路照片十)，因此無法形成彩虹。

## 柒、結論：

一、 $Vt^2 \propto \rho_s \cdot d$  ( $Vt$ : 終端速度， $\rho_s$ : 球體密度， $d$ : 球體直徑)

二、我們算出當水球直徑為 100nm 時，其終端速度為 4.57cm/s；當直徑為 1nm 時，其終端速度為 0.457cm/s，就是霧的現象。(霧為膠體溶液，其直徑在 1-1000nm 之間)(高中化學)

三、由雨滴終端速度實驗可得知，當霧的直徑在 1nm-1000nm 之間時，其終端速度介於 0.457cm/s 至 14.5cm/s 之間，以緩慢的速度落下，阻力很小，所以當水珠成球狀時可以形成彩虹。

四、較大的雨滴終端速度快，雨滴前端阻力較大，所以不成正圓球形，無法形成彩虹。水滴直徑在 0.01mm 時之終端速度為 45.7cm/s 其阻力不至於改變球狀，因此可形成彩虹。而水球直徑在 0.1mm 時之終端速度為 145cm/s，其阻力已大到可改變水球的正圓球狀(見水滴網路照片十)，因此無法形成彩虹。

## 捌、參考資料來源：

一、南一書局 國民中學 自然與生活科技 (三上) 1-5 自由落體

二、<http://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%B5%82%E7%AB%AF%E9%80%9F%E5%BA%A6>

三、<http://www5b.biglobe.ne.jp/~saturn/meteorology/04.htm>

四、高中選修化學(上) 南一書局

五、岩石密度表

<http://www.pref.miyagi.jp/uploaded/attachment/19364.PDF>

六、水滴照片

<http://tampoyee.blogspot.tw/2007/03/when-size-of-rain-drop-is-bigger-than-4.html>

七、第52屆第四區科展彩虹的秘密作品說明書