中華民國第 57 屆中小學科學展覽會
作品說明書

高級中等學校組　物理與天文學科

051813

就是愛自拍－手機外加廣角鏡成像變形之研究

學校名稱：臺中市私立新民高級中學

作者：	指導老師：
高二 林明秀 高二 洪玉滿 高二 曾畯澄	劉永華

關鍵詞：廣角鏡、桶狀變形、變形率

摘要：

手機外加廣角鏡，可將較寬的景物拍攝下來，但照片卻產生明顯的變形。

我們量測三種距離(50、100、150 公分)與四種廣角鏡(魚眼鏡、0.36x、0.4x、0.45x 廣角鏡)在兩種不同相機(iPhone6s、ASUS zenfone2)拍攝照片，並以 Photoshop 軟體進行量測、分析變形情形。以下為我們的發現與貢獻：

一、 手機外接廣角鏡以 0.45x 最佳，自拍距離以 100 公分最適合，需站在照片橫向比例 80%以內的位置。

二、 將縱向變形率圖表的橫向位置，改成橫向比例，讓使用者清楚知道自拍時的站位。

三、 研究結果具有商業價值，依據實驗數據調整變形照片，可在有限拍照距離內，增加視角、減少變形量，並提供數據可用於研發廣角鏡頭校正 app。

本研究有助於在自拍時，選擇合適的距離和廣角鏡，不再因為影像變形而苦惱。

壹、研究動機：

正值青春年華的我們，不少同學喜愛自拍，當然我們也不例外。每當我們想拍個大團體照，卻總發現站在周邊的同學老是上不了鏡。於是在手機上外加了廣角鏡，然而，雖然視角確實變得寬闊，周圍的同學都入鏡了，但身子卻也都變得比原來的矮小且彎曲些。不禁使我們對於廣角鏡產生濃濃的興趣，同時想對廣角鏡進行研究，想知道：

一、自拍時，我們該選擇何樣的廣角鏡拍出來的照片最佳。

二、自拍時，我們應該怎麼站位比較好，較不會被變形影響。

三、自拍時，我們應該在何種自拍距離 L 使能夠兼顧景象和變形。

貳、研究目的：

一、探討外接廣角鏡的視角。

二、探討手機拍照時外接廣角鏡拍出的照片變形情形。

三、觀察不同拍攝距離對於照片變形的影響情形。

四、觀察廣角鏡在不同手機呈現的差異。

五、不同的廣角鏡拍攝出來的變形率是否一樣。

六、不同拍攝距離拍攝出來的變形率是否一樣。

七、利用電腦軟體進行量測距離之方式。

八、依據實驗數據調整變形照片，減少變形量，並提供數據發展廣角鏡頭校正 app。

參、研究設備及器材：

一、手機(iPhone6s、ASUS zenfone2)，如圖一。

二、腳架，如圖二。

三、雷射筆，如圖二。

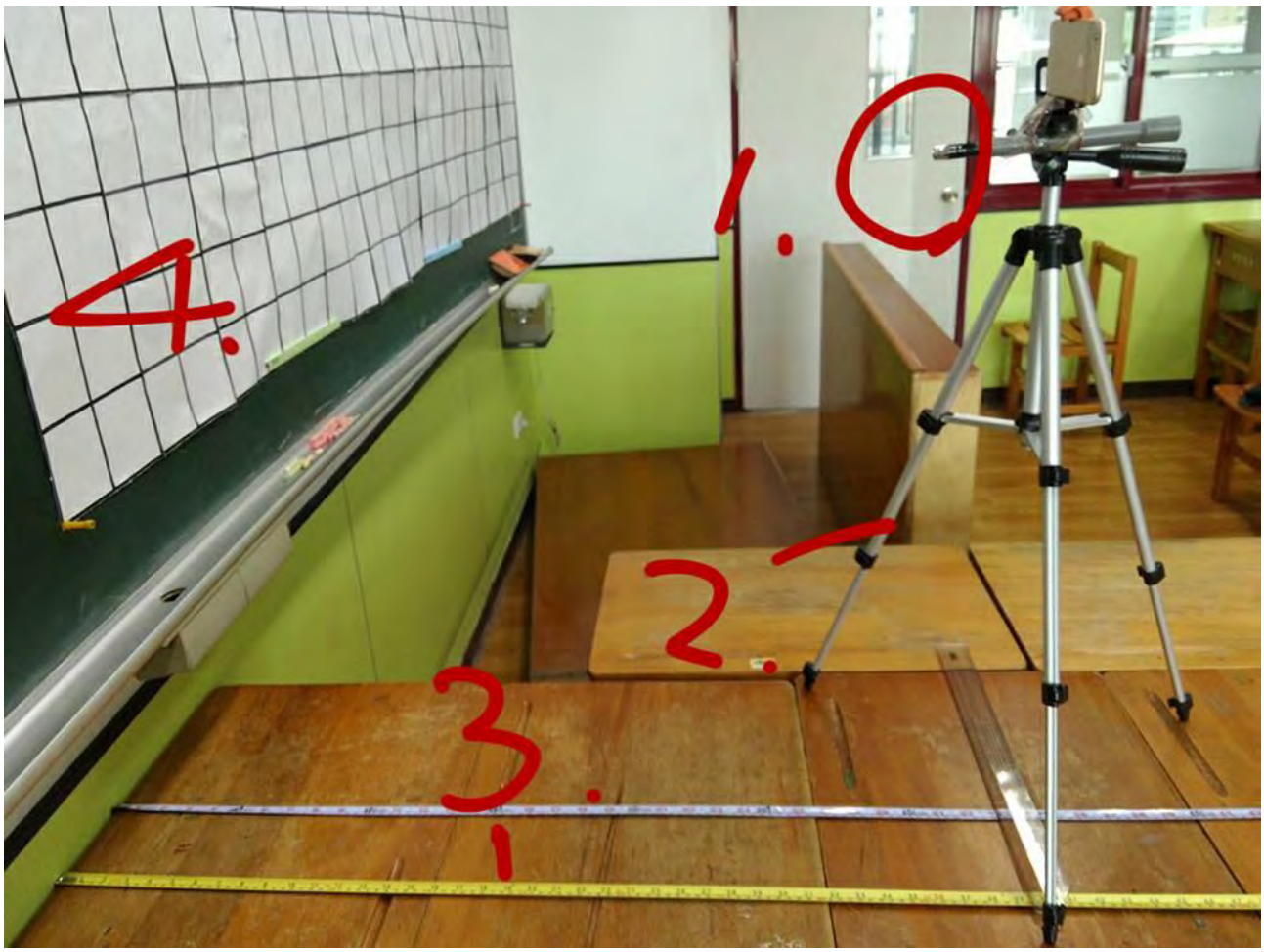
四、捲尺，如圖二。

五、市售價格 250~500 元間的廣角鏡(倍率 0.36x、0.4x、0.45x)和魚眼鏡，如圖三。

六、筆記型電腦(Word、 Excel、Phptoshop)。

七、網格紙(10cmX10cm)，如圖二。

圖一：左圖為 iPhone6s、右圖為 ASUS zenfone2



圖二：1.雷射筆、2.腳架、3.捲尺、4.網格紙

圖三：各式廣角鏡，左圖依序為魚眼鏡、0.36x 廣角鏡、0.4x 廣角鏡、0.45x 廣角鏡

肆、研究過程及方法：

一、相機中的光學成像原理

（一）焦距與放大率

鏡頭的焦距直接影響到我們拍攝的視角，也直接影響到我們拍攝的題材。鏡頭的焦距一般用毫米來表示，例如 35mm、85mm、105mm 等等。焦距越短（數字越小），視角就越寬；而焦距越長（數字越大），視角就越窄。除了視角的寬窄，焦距的變化還跟我們另一個直觀的感受：焦距越短，被攝物體離我們顯得

越遠；焦距越長，被攝物體離我們顯得越近。放大率的光學公式如下：

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

此公式為高斯公式，公式如下，p 為物距，q 為像距，f 為焦距。在一般攝影時像距其實與焦距非常接近，但是在微距攝影時，像距則可能大於焦距，此時放大率會超過 1。
利用此公式也可以導出放大率公式如下：

$$\text{放大率}\quad M=\frac{p}{q}$$

考慮一個理想的高斯光學系統。絕大多數情況下我們可以假設物體所在空間與成像空間是同一介質。這樣，聚焦的時候，像平面到透鏡的距離 s_i，物體到透鏡的距離 s_o，以及透鏡焦距 f 滿足以下關係：

$$\frac{1}{s_i}+\frac{1}{s_o}=\frac{1}{f}$$

橫向放大率 M 由下式給出

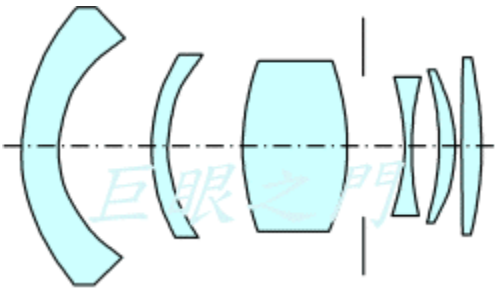
$$M=\frac{s_i}{s_o}=\frac{f}{s_o-f}$$

在 s_o 處的物體的*軸向放大率* M_{ax} 由像距 s_i 的變化與物距 s_o 的變化的比率給出：

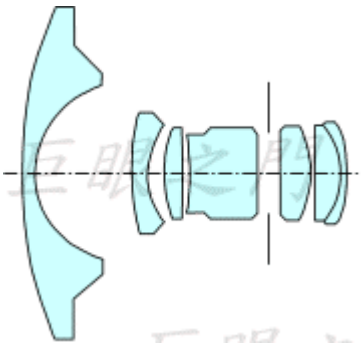
$$M_{ax}=\left|\frac{d}{d(s_o)}\left(\frac{s_i}{s_o}\right)\right|=\left|\frac{d}{d(s_o)}\left(\frac{f}{s_o-f}\right)\right|=\left|\frac{-f}{(s_o-f)^2}\right|=\frac{M^2}{f}$$

可以看到，如果橫向放大率為定值，較長的焦距會帶來較小的軸向放大率，而較短的焦距會帶來較大的軸向放大率。意思是說，移動長焦鏡頭以獲得同樣的放大率 M 時，物體看起來更淺，而且物體間的軸向距離更短，反之也成立。

所以數位相機上的變焦功能之所以能給我們帶來「拉近拉遠」的感覺，實際上就是通過改變鏡頭的焦距來實現的，例如：廣角鏡（如圖四）、魚眼鏡（如圖五）。



圖四：廣角鏡頭呈像構造



圖五：魚眼鏡頭呈像構造

二、相機鏡頭之差別

（一）標準鏡

50mm～85mm 的鏡頭稱為標準鏡頭。

標準鏡頭的視角約 50 度左右，這是人單眼在頭和眼不轉動的情況下所能看到的視角，從標準鏡頭中觀察的感覺與我們平時所見的景物基本相同。35mm 相機的標準鏡頭的焦距多為 40mm，50mm 或 55mm。120 相機的標準鏡頭焦距一般為 80mm 或 75mm，相機片幅越大則標準鏡頭的焦距越大。

（二）廣角鏡

24mm～35mm 的鏡頭稱為廣角鏡頭

廣角鏡頭，顧名思義就是其攝影視角比較廣，適用於拍攝距離近且範圍大的景物，有時用來刻意誇大前景表現，強烈遠近感以及透視。35mm 相機的典型廣角鏡頭為焦距 28mm，視角為 72 度。常用的還有比 28mm 略長一些的 35mm，38mm 的所謂小廣角（多見於傻瓜機）。 比一般廣角鏡頭視角更大的是超廣角鏡頭（如焦距為 24mm，視角 84 度）以及所謂的魚眼鏡頭，其焦距為 8mm，視角可達 180 度。廣角鏡為了拍攝更廣的場景，當然也發展出了廣角鏡，但是廣角鏡有個問題，就是廣角鏡因為焦距短，後方鏡片與底片或感光元件的距離比較短，在非單眼相機例如連動測距相機上也許問題較小，但是在單眼相機上會有被反光鏡打到的問題，目前在數位相機上也有邊緣影像的光線角度過大的問題。

為了解決這些問題，單眼相機的廣角鏡使用了倒伽利略式的設計，就是前鏡組為凹鏡，後鏡組為凸鏡，伽利略式可以用較短的鏡筒產生較長的焦距，倒過來則可以用較長的鏡筒來產生較短的焦距，所以廣角鏡常常整個鏡頭好幾公分甚至到 10cm 以上長度，但是實際焦距只有 2~3 公分甚至 1 公分多。實際的廣角鏡當然用了更多的鏡片組合來調整各種像差。

（三）魚眼鏡

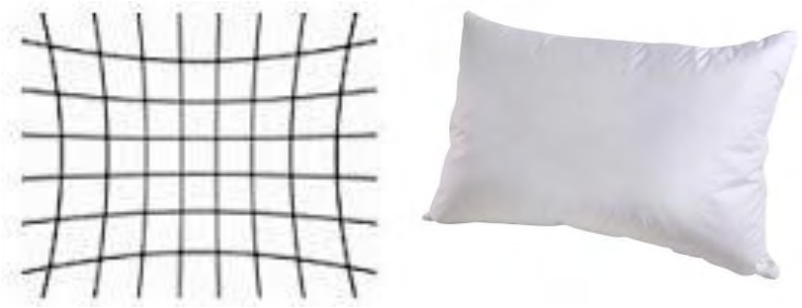
魚眼鏡是一種視角接近或等於 180°的鏡頭，視角為眾多鏡頭之冠，它其實也是一種廣角鏡，這類鏡頭一般焦距極短，只是保留了甚至加強了變形而已。一般來說魚眼鏡也是採用倒伽利略式的結構。一般的魚眼鏡，就是可以在底片上產生一個圓形的 180 度影像，焦距大約在 8mm 左右；如果是 CCD 用的，那就複雜了，有全幅的、APS 尺寸、乘以 1.3、乘以 1.6 的等等。

三、不同鏡頭下成像變形之情形

鏡頭變形的原因主要來自於像差（Abbreviation），也就是實際成像與理想影像之間的差異，是由於透鏡對色光的彎曲能力不同，使成像點與光軸距離不同，其側向放大率亦隨之不同所造成。

（一）枕狀變形（Pincushion Distortion）：

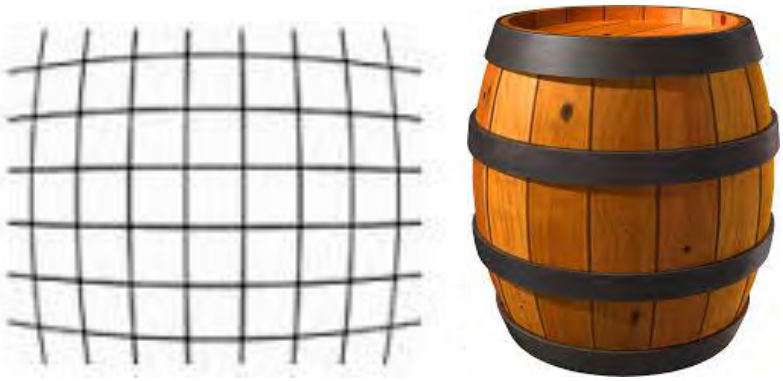
亦可稱為正型扭曲（Positive Distortion），較常發生在使用長焦段鏡頭或變焦鏡的望遠端時。方形物體的影像會變成由四角向內凹陷，就像一個枕頭，因此被稱為枕狀變形，如圖六。



圖六：枕狀變形示意圖

（二）桶狀變型（Barrel Distortion）

亦可稱為負型扭曲（Negative Distortion），整體影像會變小，較常發生在使用廣角鏡頭或魚眼鏡頭時。方形物體的影像會變成四角向內收縮，邊線中段則向外凸出，好像一個木桶，因此被稱為桶狀變形，如圖七。



圖七：桶狀變形示意圖

其實不同鏡頭都有不同的變形問題，但廣角鏡頭雖然能創造不可思議的空間感，其嚴重的桶狀變形也最為人詬病。除了遠近感上的差異，不同焦段的鏡頭在成像上還有一種值得特別一提的差異性，那就是變形，其中又以廣角鏡頭的桶狀變形最常被拿來討論。不過，有時候這種特性反而變成一種特色，例如魚眼鏡頭，也可以拿來拍大頭狗的照片。

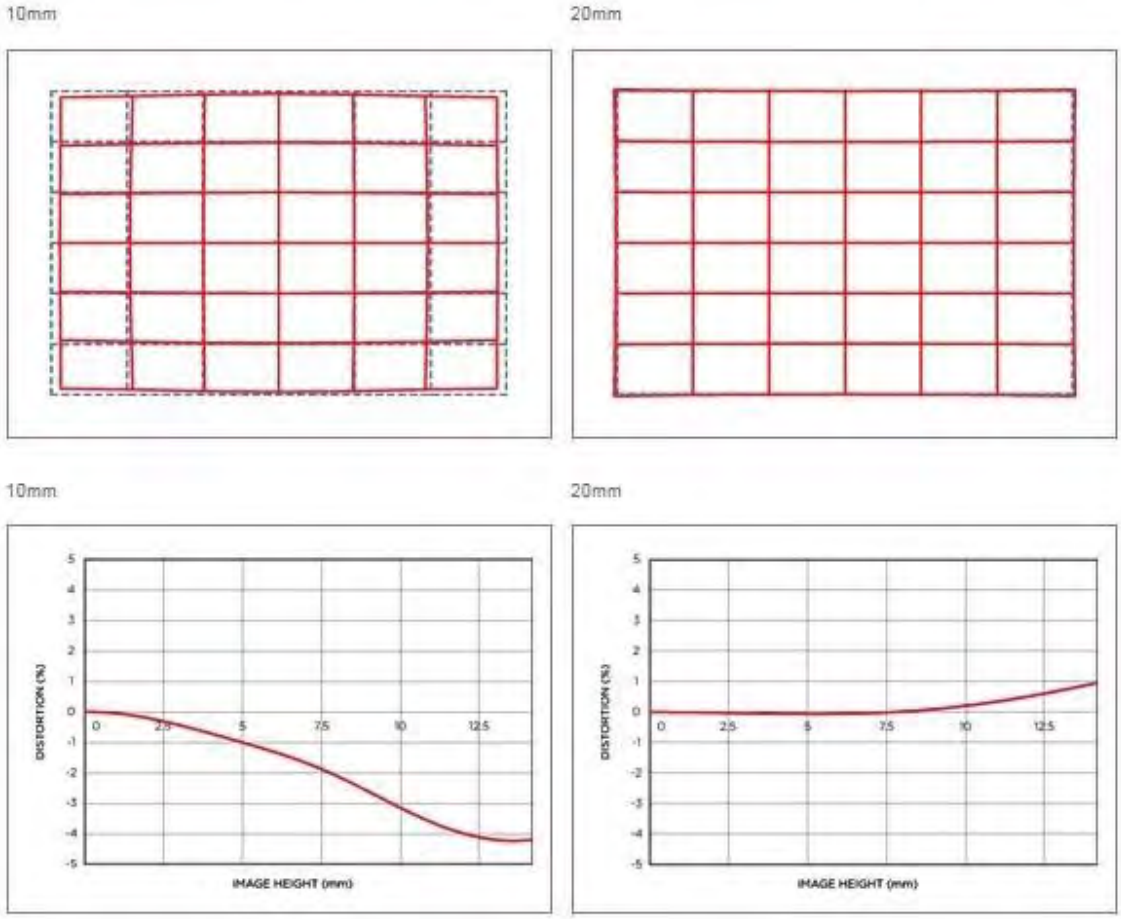
使用超廣角鏡頭或魚眼鏡頭（極端的超廣角鏡頭）非常靠近被攝主體時，會產生中心向外凸、四角向內凹的桶狀變形。至於變形通常問題較小，如果變形率在 4%以下，人眼難以察覺；或者，我們也可以使用 Photoshop 等影像繪圖軟體做簡單的校正，也可以多少彌補一下變形的問題。但是我們一般大眾拍完照後並不會使用 Photoshop 來修改圖片，所以我們試著找出拍攝的最適當範圍來彌補變形率過大的問題。

四、成像的變形率

$$U' = f'(1+D\%)\times \tan W$$

U'：影像距離光軸中心的距離
W：被攝物到入攝瞳連線和光軸的夾角
f'：焦距
$D\%$：變形率

當 $D\%$ 為 0 時 $U' = f'\times \tan W$，這也是實務上用來測量焦距的方式
但當 $D\%$ 為正值時，U' 就會大於理想狀態(即 $D\%$ 為 0)下的 U'，這形成了枕狀變形，反之 $D\%$ 為負值時則形成桶狀變形。

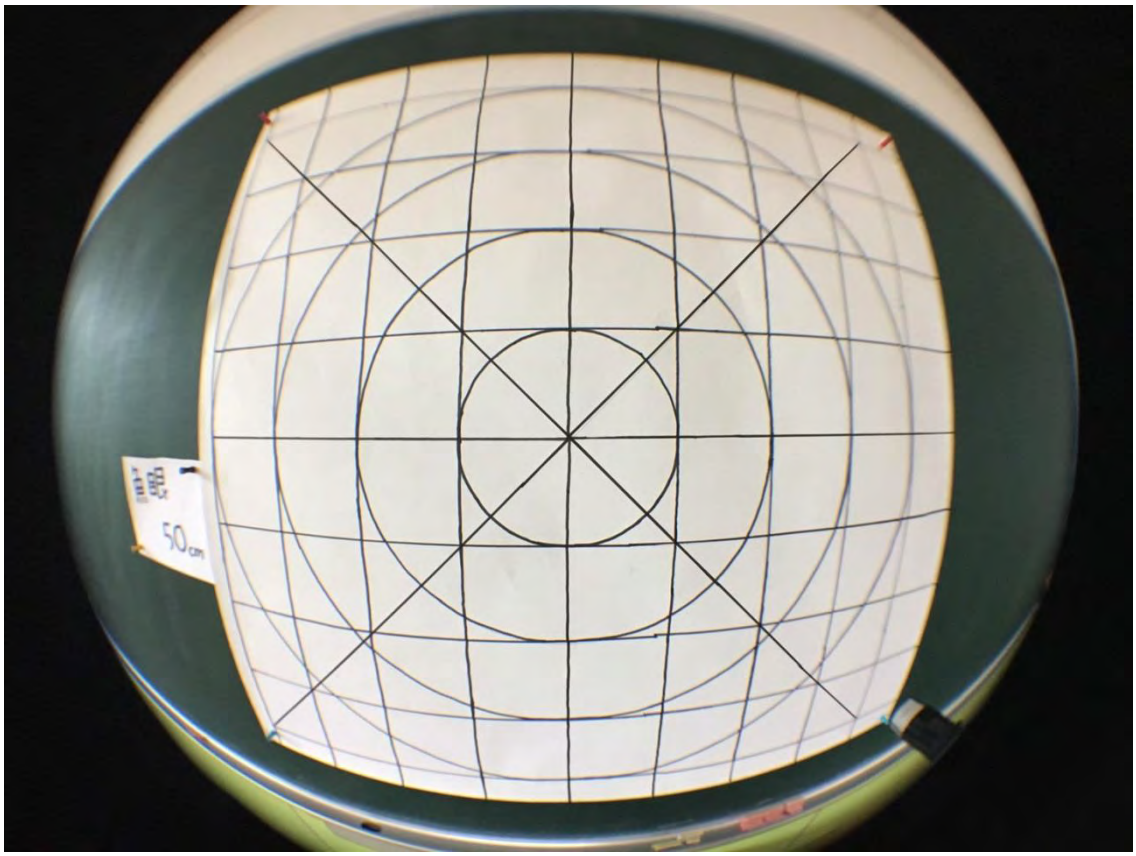


圖八：專業鏡頭公司 Sigma 官網公佈的 Sigma 10~20mm 區線圖

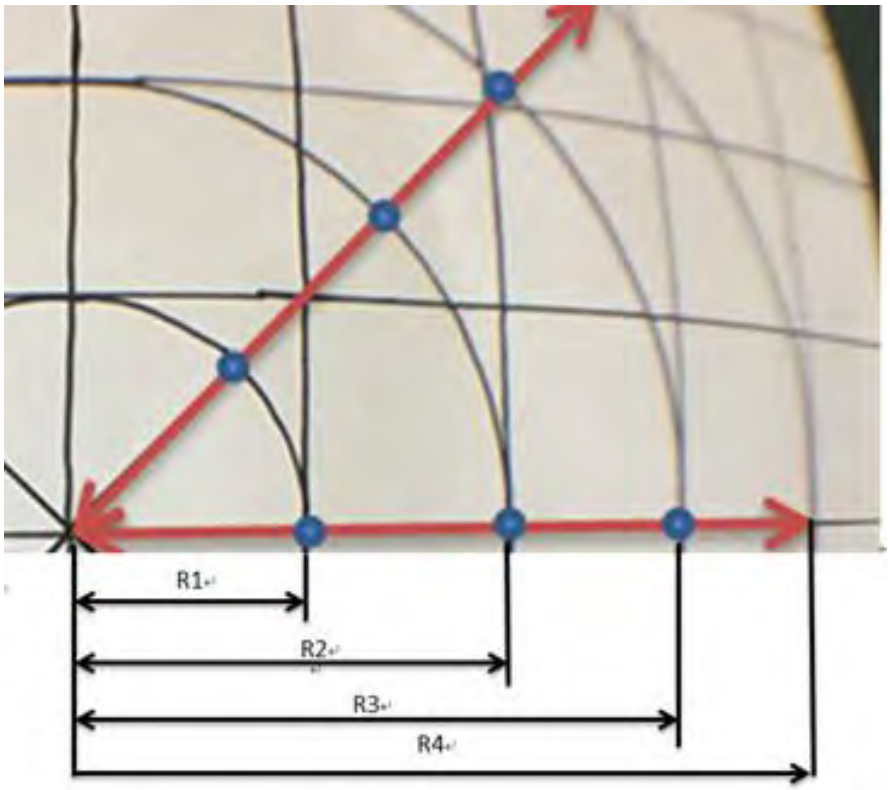
這是專業鏡頭公司 Sigma 官網公佈的 Sigma 10~20mm 區線圖，這個變形曲線圖是可以一目了然。0 的為至代表鏡頭中心，橫軸越往右側，代表越是鏡頭的邊緣。橫軸以下代表桶狀變形，橫軸以上代表枕狀變形。這個 Sigma 10~20mm 的廣角鏡頭，10mm 是廣角端，20mm 是望遠端，可以發現 10mm 的廣角端很明顯的桶狀變形，可是在 20mm 的望遠端還好，輕微的枕狀變形，所以通常望遠端的枕狀變形都很輕微，肉眼看不太出來。

五、實驗設計

（一）製作點對稱之同心圓網格線以確認手機外接廣角鏡變形情形是否為點對稱，如圖九、圖十。



圖九：點對稱之同心圓網格線



圖十：以點對稱之同心圓網格紙量測八個方位軸線變形情形

（二）八個方位半徑尺寸變異係數皆在 1~2%以內，表示各方位之變形量差異不大，可視為點對稱，如表 1、表 2。

表 1：同心圓網格線在八個方向的長度量測

	R1	R2	R3	R4
0 度	4.93	9.37	13.00	15.85
45 度	5.06	9.43	13.32	16.07
90 度	4.98	9.37	13.19	16.23
135 度	4.99	9.70	13.59	15.64
180 度	4.98	9.76	13.53	16.43
225 度	4.92	9.63	13.32	16.12
270 度	5.02	9.66	13.00	15.70
315 度	5.06	9.57	13.00	15.51

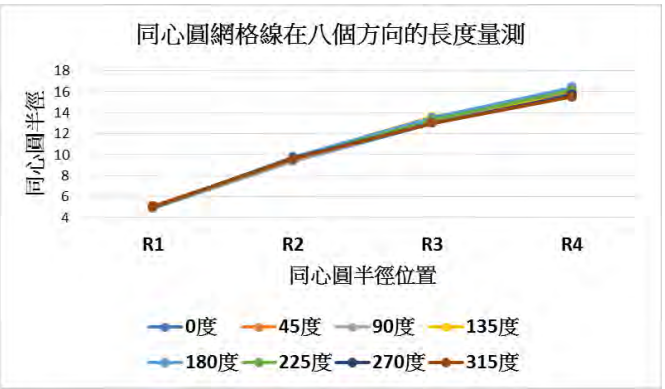


表 2：同心圓網格線在八個方向的長度分析

	R1	R2	R3	R4
標準差 S	0.0499	0.1430	0.2228	0.2978
平均數 M	4.99	9.56	13.24	15.94
變異係數 S/M	1.00%	1.50%	1.68%	1.87%

（三）依據上述的量測結果，廣角鏡變形情形可視為點對稱之分布，為簡化實驗步驟，僅量測第一象限之縱向變形情形，作為分析廣角鏡變形率之依據。

（四）縱向變形率之量測，如圖十一所示，其中各參數定義如下：

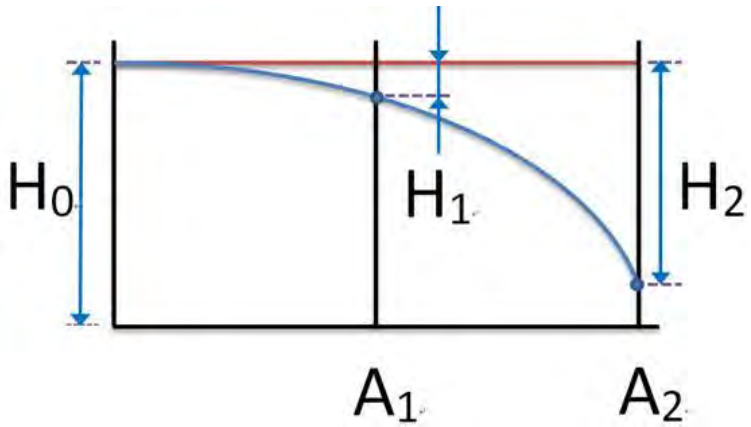
$$D_A = \frac{H_1}{H_0}$$

D_A ：成像中心點橫向距離 A 點之變形率縱向變形率(Distortion Rate of image Height)

D ：縱向變形率(Distortion Rate of image Height)

H_0 ：第一條水平線與網格原點線之距離

H_1 ：在 A 點處的呈像與第一條水平之距離



圖十一：縱向變形率之量測示意圖

（四）我們模擬手機自拍時可能拍攝之距離，以 50 公分、100 公分、150 公分對於網格線進行拍攝，並且再分別在手機外加 0.36x 廣角鏡、0.4x 廣角鏡、0.45x 廣角鏡拍照後針對這些照片分別量測 H_0、H_1 並計算在軸向距離 A 點之變形率。

（五）依據得到的變形率進行數據分析，並繪製成圖表，可以得到每個距離配上的倍率分別的變形情形，以及最適合的拍照距離與最佳取景之範圍。

六、實驗步驟與方法：

設定條件下自拍，分析照片變形情形，並觀察變形率

(一) 在長 80 公分寬 240 公分的紙張上建立 10cmX10cm 的網格線，如圖二。

(二) 將手機裝置於腳架上讓手機與網格面保持平行將鏡頭中心對準網格線中心原點處，如圖十二。

(三) 將腳架置於網格平面前方使鏡頭距離網格原點 50 公分處。

(四) 分別以未安裝廣角鏡、0.36x 廣角鏡、0.4x 廣角鏡、0.45x 廣角鏡、魚眼鏡拍攝照片。

(五) 將腳架置於網格平面前方使鏡頭距離網格原點 100 公分處，重複步驟（四）。

(六) 將腳架置於網格平面前方使鏡頭距離網格原點 150 公分處，重複步驟（四）

(七) 使用 Photoshop 將照片進行網格線偏移尺寸量測，每隔十公分量測第一條水平線之偏移變形尺寸，如圖十三、圖十四。

(八) 製作實驗數據以電腦 Excel 計算出來。

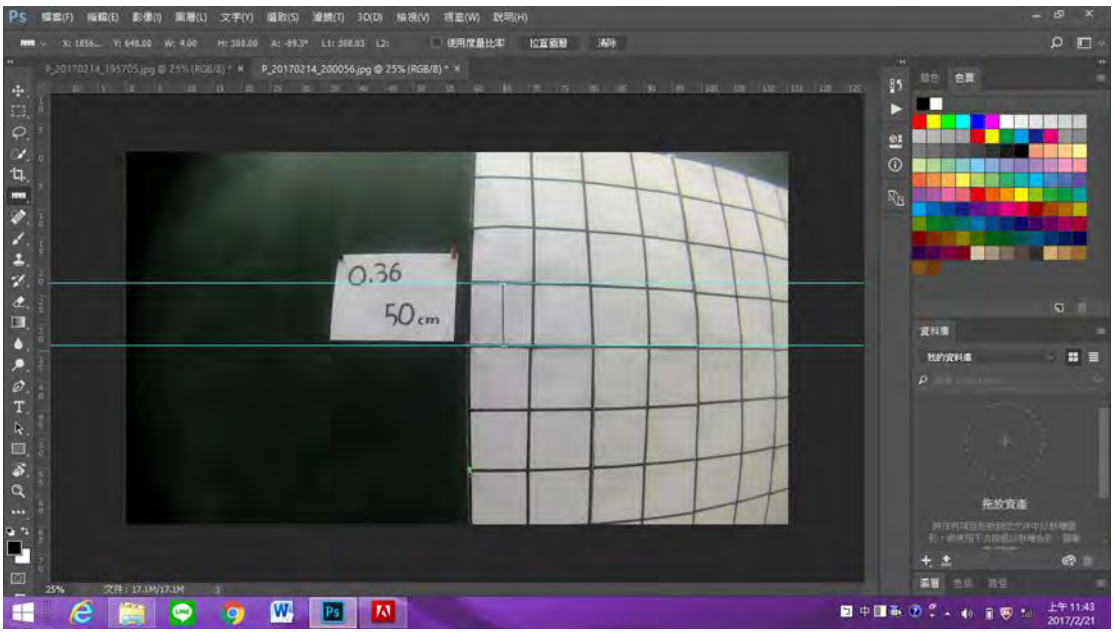
(九) 以實驗數據製作圖表。

依據實驗數據調整照片減少變形量

(十) 使用 word 將變形之照片裁切成長條狀，如圖十五。

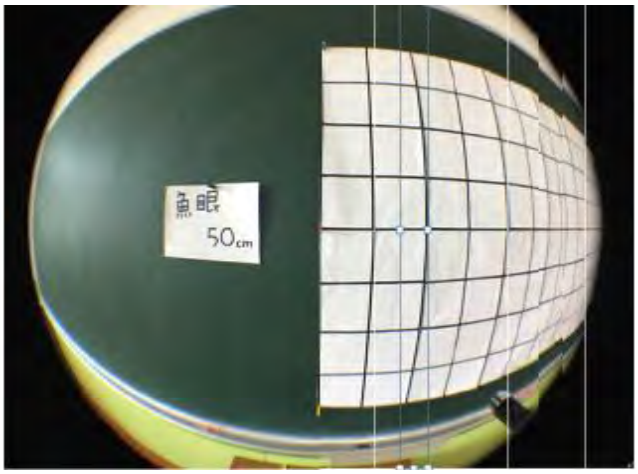
(十一) 將已裁切好之照片，依據實驗所得之變形率拉長，使照片減少縱向變形量，如圖十六。

圖十二：手機裝置於腳架上讓手機與網格面保持平行將鏡頭中心對準網格線中心原點處

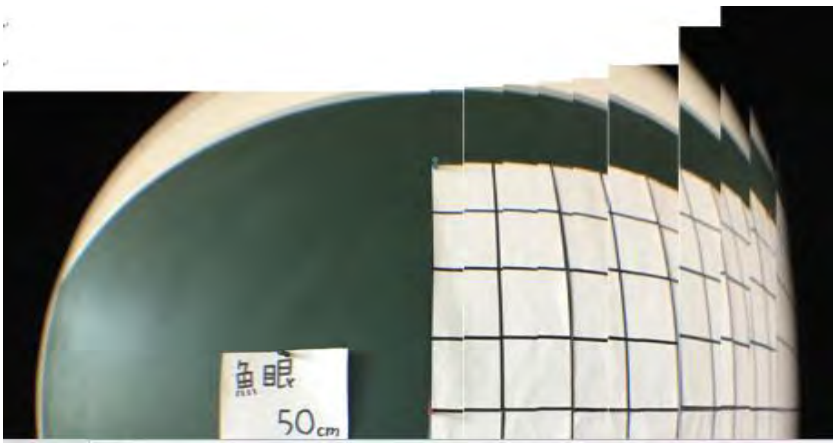


圖十三：Photoshop 將照片進行網格線偏移尺寸量測

圖十四：使用 Photoshop 進行量測截取數據



圖十五：使用 word 將變形之照片裁切成長條狀



圖十六：將已裁切好之照片，依據實驗所得之變形率拉長，使照片減少縱向變形量

伍、研究結果：

一、實驗數據

若我們以一般自拍時的拍照距離來研究，手臂長為 50 公分、自拍棒為 100 公分，拍照距離約 50 公分~150 公分，我們採用自拍距離 L 為 50 公分、100 公分、150 公分三種距離進行實驗，並使用四種不同鏡頭(0.36x、0.4x、0.45x 廣角鏡、魚眼鏡)及未加廣角鏡之不同情形進行拍照，將所得照片的變形情形進行量測與計算，可得下列實驗結果：

(一) 自拍距離 L=500mm 的量測結果

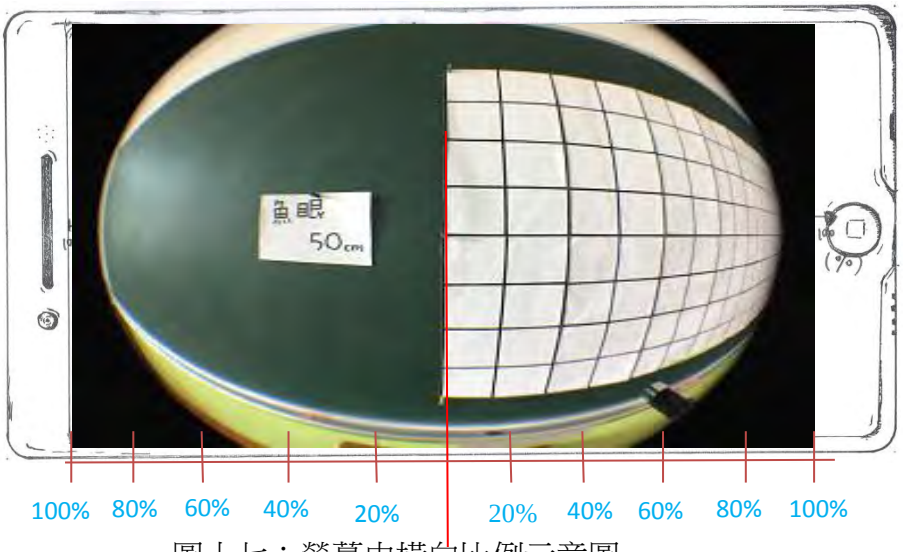
1. 表 3： iPhone6s 在不同鏡頭中，不同橫向距離中的變形尺寸

變形高度dH	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6	位置7
軸向距離X	100.0	200.0	300.0	400.0	500.0	600.0	700.0
魚眼鏡	1.84	4.80	10.40	17.75	20.65	25.02	34.03
0.36x廣角鏡	4.33	8.60	14.19	21.51	26.41	32.53	39.09
0.4x廣角鏡	3.73	8.65	11.30	16.83	20.66	24.62	30.45
0.45x廣角鏡	2.49	5.36	10.84				

2.表 4： iPhone6s 在不同鏡頭中，不同橫向距離中的變形率

縱向變形率D	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6	位置7
軸向距離X	100.00	200.00	300.00	400.00	500.00	600.00	700.00
魚眼鏡	1.84%	4.80%	10.40%	17.75%	20.65%	25.02%	34.03%
0.36x廣角鏡	4.33%	8.60%	14.19%	21.51%	26.41%	32.53%	39.09%
0.4x廣角鏡	3.73%	8.65%	11.30%	16.83%	20.66%	24.62%	30.45%
0.45x廣角鏡	2.49%	5.36%	10.84%				

3.為了讓使用者清楚知道自拍時在螢幕中每個位置的變形情形，我們將橫向位置改成橫向比例，如圖十七，我們以螢幕的中心點為原點，螢幕兩側邊緣為 100%，將表 4 的數據調整成表 5。



圖十七：螢幕中橫向比例示意圖

表 5：iPhone6s 在不同鏡頭中，不同橫向比例中的變形率

縱向變形率D	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6	位置7
軸向比例	19.51%	42.01%	58.11%	72.33%	82.90%	88.87%	94.99%
魚眼鏡	1.84%	4.80%	10.40%	17.75%	20.65%	25.02%	34.03%
軸向比例	17.64%	34.26%	50.16%	62.09%	74.41%	85.07%	93.41%
0.36x廣角鏡	4.33%	8.60%	14.19%	21.51%	26.41%	32.53%	39.09%
軸向比例	18.14%	34.07%	48.71%	60.49%	72.15%	83.55%	90.03%
0.4x廣角鏡	3.73%	8.65%	11.30%	16.83%	20.66%	24.62%	30.45%
軸向比例	32.45%	64.89%	97.34%				
0.45x廣角鏡	2.49%	5.36%	10.84%				

4.表 6：ASUS zenfone2 在不同鏡頭中，不同橫向距離中的變形尺寸

變形高度dH	位置1	位置2	位置3	位置4
軸向距離X	100.0	200.0	300.0	400.0
魚眼鏡	2.00	4.58	10.68	18.14
0.36x廣角鏡	2.00	4.93	9.76	16.64
0.4x廣角鏡	3.84	7.80	13.07	20.66
0.45x廣角鏡	1.19	3.45	7.22	13.89

5.表 7：ASUS zenfone2 在不同鏡頭中，不同橫向距離中的變形率

縱向變形率D	位置1	位置2	位置3	位置4
軸向距離X	100.00	200.00	300.00	400.00
魚眼鏡	2.00%	4.58%	10.68%	18.14%
0.36x廣角鏡	2.00%	4.93%	9.76%	16.64%
0.4x廣角鏡	3.84%	7.80%	13.07%	20.66%
0.45x廣角鏡	1.19%	3.45%	7.22%	13.89%

6.表 8：ASUS zenfone2 在不同鏡頭中，不同橫向比例中的變形率

縱向變形率D	位置1	位置2	位置3	位置4
軸向比例	18.90%	37.81%	56.71%	75.62%
魚眼鏡	2.00%	4.58%	10.68%	18.14%
軸向比例	22.41%	44.82%	67.23%	89.64%
0.36x廣角鏡	2.00%	4.93%	9.76%	16.64%
軸向比例	20.55%	41.10%	61.65%	82.21%
0.4x廣角鏡	3.84%	7.80%	13.07%	20.66%
軸向比例	27.84%	55.68%	83.52%	111.36%
0.45x廣角鏡	1.19%	3.45%	7.22%	13.89%

（二）自拍距離 L=1000mm 的量測結果

1. 表 9： iPhone6s 在不同鏡頭中，不同橫向距離中的變形尺寸

變形高度dH	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6	位置7	位置8
軸向距離X	100.0	200.0	300.0	400.0	500.0	600.0	700.0	800.0
魚眼鏡	0.00	0.00	3.50	6.50	8.34	11.67	15.84	21.67
0.36x廣角鏡	0.00	0.00	1.85	3.32	4.61	7.23	11.30	15.36
0.4x廣角鏡	0.00	0.00	1.99	3.92	7.60	10.39	14.19	20.07
0.45x廣角鏡	0.00	0.00	2.37	4.63	6.45	8.68	14.06	18.67

2. 表 10： iPhone6s 在不同鏡頭中，不同橫向距離中的變形率

縱向變形率D	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6	位置7	位置8
軸向距離X	100.0	200.0	300.0	400.0	500.0	600.0	700.0	800.0
魚眼鏡	0.00%	0.00%	3.50%	6.50%	8.34%	11.67%	15.84%	21.67%
0.36x廣角鏡	0.00%	0.00%	1.85%	3.32%	4.61%	7.23%	11.30%	15.36%
0.4x廣角鏡	0.00%	0.00%	1.99%	3.92%	7.60%	10.39%	14.19%	20.07%
0.45x廣角鏡	0.00%	0.00%	2.37%	4.63%	6.45%	8.68%	14.06%	18.67%

3. 表 11：iPhone6s 在不同鏡頭中，不同橫向比例中的變形率

縱向變形率D	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6	位置7	位置8
軸向比例	9.31%	18.63%	27.94%	37.25%	46.57%	55.88%	65.20%	74.51%
魚眼鏡	0.00%	0.00%	3.50%	6.50%	8.34%	11.67%	15.84%	21.67%
軸向比例	10.83%	21.66%	32.48%	43.31%	54.14%	64.97%	75.80%	86.63%
0.36x廣角鏡	0.00%	0.00%	1.85%	3.32%	4.61%	7.23%	11.30%	15.36%
軸向比例	10.22%	20.44%	30.67%	40.89%	51.11%	61.33%	71.55%	81.78%
0.4x廣角鏡	0.00%	0.00%	1.99%	3.92%	7.60%	10.39%	14.19%	20.07%
軸向比例	12.82%	25.64%	38.46%	51.28%	64.10%	76.92%	89.74%	102.56%
0.45x廣角鏡	0.00%	0.00%	2.37%	4.63%	6.45%	8.68%	14.06%	18.67%

4.表 12：ASUS zenfone2 在不同鏡頭中，不同橫向距離中的變形尺寸

變形高度dH	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6	位置7	位置8
軸向距離X	100.0	200.0	300.0	400.0	500.0	600.0	700.0	800.0
魚眼鏡	0.00	1.45	2.74	6.59	9.00	11.41	15.59	19.45
0.36x廣角鏡	0.00	2.12	2.12	4.48	6.84	8.11	11.56	12.83
0.4x廣角鏡	0.00	2.39	2.39	5.03	7.05	8.76	12.03	14.40
0.45x廣角鏡	1.96	2.85	2.85	6.42	8.46	10.75	14.82	17.24

5.表 13：ASUS zenfone2 在不同鏡頭中，不同橫向距離中的變形率

縱向變形率D	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6	位置7	位置8
軸向距離X	100.0	200.0	300.0	400.0	500.0	600.0	700.0	800.0
魚眼鏡	0.00%	1.45%	2.74%	6.59%	9.00%	11.41%	15.59%	19.45%
0.36x廣角鏡	0.00%	2.12%	2.12%	4.48%	6.84%	8.11%	11.56%	12.83%
0.4x廣角鏡	0.00%	2.39%	2.39%	5.03%	7.05%	8.76%	12.03%	14.40%
0.45x廣角鏡	1.96%	2.85%	2.85%	6.42%	8.46%	10.75%	14.82%	17.24%

6.表 14：ASUS zenfone2 在不同鏡頭中，不同橫向比例中的變形率

縱向變形率D	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6	位置7	位置8
軸向比例	10.41%	20.82%	31.22%	41.63%	52.04%	62.45%	72.86%	83.26%
魚眼鏡	0.00%	1.45%	2.74%	6.59%	9.00%	11.41%	15.59%	19.45%
軸向比例	11.19%	22.37%	33.56%	44.75%	55.94%	67.12%	78.31%	89.50%
0.36x廣角鏡	0.00%	2.12%	2.12%	4.48%	6.84%	8.11%	11.56%	12.83%
軸向比例	10.50%	21.00%	31.50%	42.00%	52.50%	63.00%	73.50%	84.00%
0.4x廣角鏡	0.00%	2.39%	2.39%	5.03%	7.05%	8.76%	12.03%	14.40%
軸向比例	14.88%	29.76%	44.64%	59.52%	74.40%	89.28%	104.16%	119.05%
0.45x廣角鏡	1.96%	2.85%	2.85%	6.42%	8.46%	10.75%	14.82%	17.24%

（三）自拍距離 L=1500mm 的量測結果

1. 表 15： iPhone6s 在不同鏡頭中，不同橫向距離中的變形尺寸

變形高度dH	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6
軸向距離X	200.0	400.0	600.0	800.0	1000.0	1200.0
魚眼鏡	0.00	7.03	11.42	20.46	27.70	34.78
0.36x廣角鏡	0.00	2.21	2.21	4.07	10.13	12.36
0.4x廣角鏡	0.00	2.24	2.24	6.59	9.20	11.07
0.45x廣角鏡	0.00	0.00	4.11	9.52	14.11	15.57

2. 表 16： iPhone6s 在不同鏡頭中，不同橫向距離中的變形率

縱向變形率D	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6
軸向距離X	200.0	400.0	600.0	800.0	1000.0	1200.0
魚眼鏡	0.00%	3.52%	5.71%	10.23%	13.85%	17.39%
0.36x廣角鏡	0.00%	1.10%	1.10%	2.04%	5.07%	6.18%
0.4x廣角鏡	0.00%	1.12%	1.12%	3.30%	4.60%	5.54%
0.45x廣角鏡	0.00%	0.00%	2.05%	4.76%	7.05%	7.79%

3. 表 17：iPhone6s 在不同鏡頭中，不同橫向比例中的變形率

縱向變形率D	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6
軸向比例	12.28%	24.56%	36.84%	49.12%	61.40%	73.68%
魚眼鏡	0.00%	3.52%	5.71%	10.23%	13.85%	17.39%
軸向比例	13.24%	26.48%	39.72%	52.96%	66.20%	79.44%
0.36x廣角鏡	0.00%	1.10%	1.10%	2.04%	5.07%	6.18%
軸向比例	12.77%	25.53%	38.30%	51.06%	63.83%	76.59%
0.4x廣角鏡	0.00%	1.12%	1.12%	3.30%	4.60%	5.54%
軸向比例	18.09%	36.18%	54.27%	72.35%	90.44%	108.53%
0.45x廣角鏡	0.00%	0.00%	2.05%	4.76%	7.05%	7.79%

4. 表 18：ASUS zenfone2 在不同鏡頭中，不同橫向距離中的變形尺寸

變形高度dH	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6
軸向距離X	200.0	400.0	600.0	800.0	1000.0	1200.0
魚眼鏡	0.00	1.92	3.34	9.25	18.11	23.16
0.36x廣角鏡	0.00	0.00	0.00	3.07	6.74	11.34
0.4x廣角鏡	0.00	6.46	9.89	17.49	25.55	31.43
0.45x廣角鏡	0.00	4.24	6.36	10.93	20.25	25.63

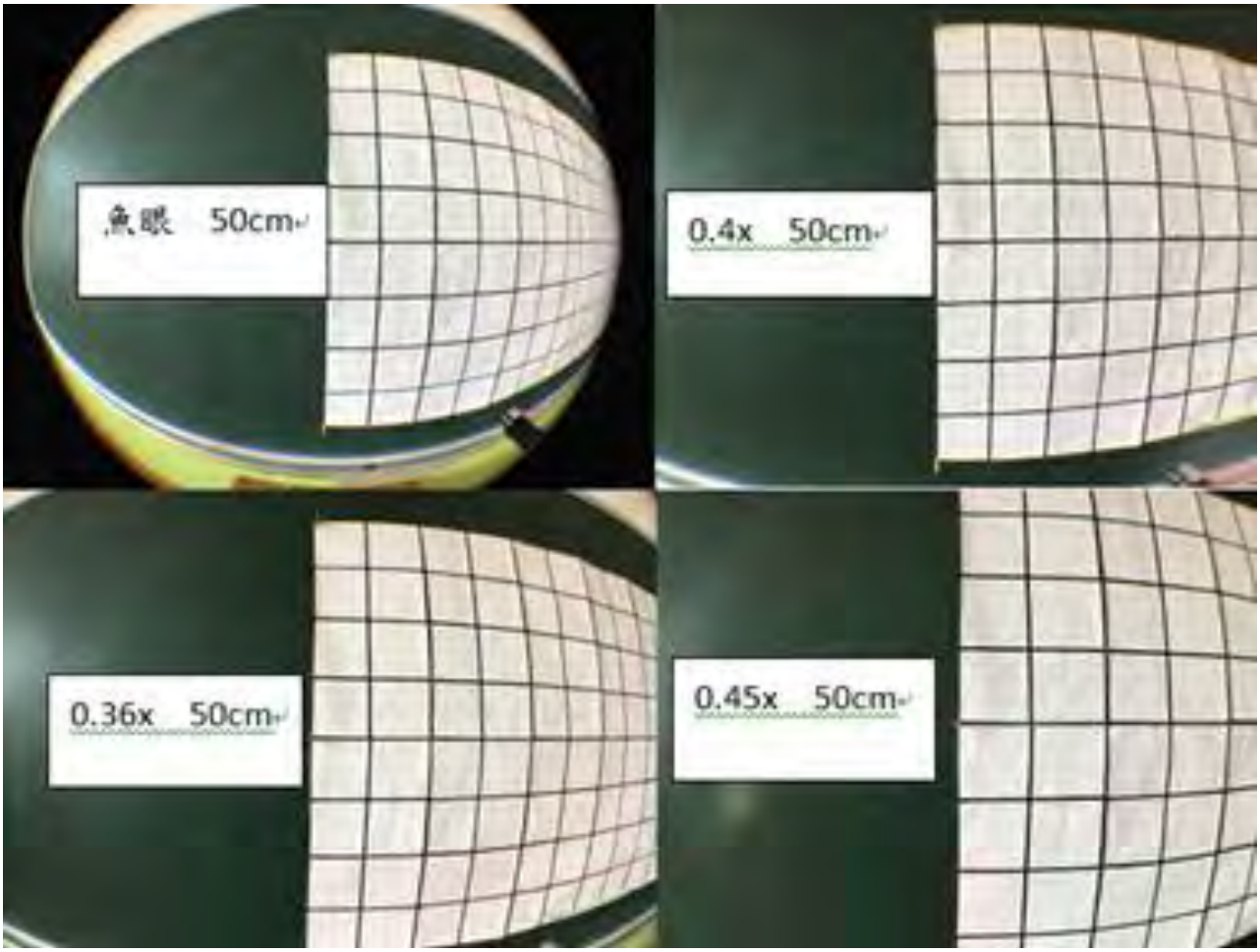
5. 表 19：ASUS zenfone2 在不同鏡頭中，不同橫向距離中的變形率

縱向變形率D	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6
軸向距離X	200.0	400.0	600.0	800.0	1000.0	1200.0
魚眼鏡	0.00%	0.96%	1.67%	4.62%	9.05%	11.58%
0.36x廣角鏡	0.00%	0.00%	0.00%	1.53%	3.37%	5.67%
0.4x廣角鏡	0.00%	3.23%	4.94%	8.74%	12.78%	15.71%
0.45x廣角鏡	0.00%	2.12%	3.18%	5.46%	10.13%	12.81%

6. 表 20：ASUS zenfone2 在不同鏡頭中，不同橫向比例中的變形率

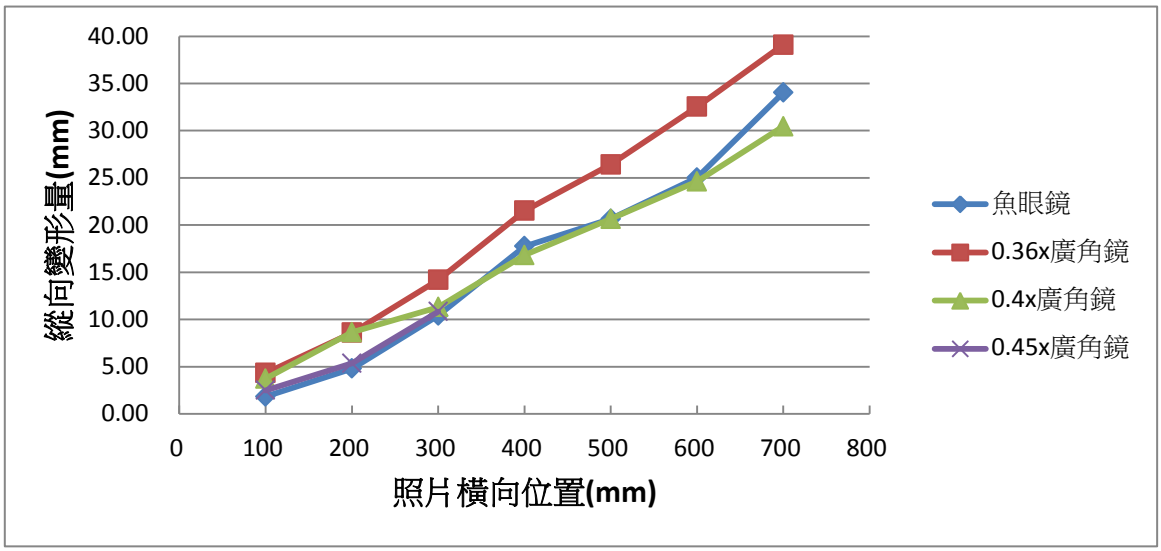
縱向變形率D	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6
軸向比例	13.80%	27.60%	41.40%	55.21%	69.01%	82.81%
魚眼鏡	0.00%	0.96%	1.67%	4.62%	9.05%	11.58%
軸向比例	14.66%	29.32%	43.98%	58.64%	73.31%	87.97%
0.36x廣角鏡	0.00%	0.00%	0.00%	1.53%	3.37%	5.67%
軸向比例	14.35%	28.69%	43.04%	57.38%	71.73%	86.07%
0.4x廣角鏡	0.00%	3.23%	4.94%	8.74%	12.78%	15.71%
軸向比例	18.79%	37.58%	56.37%	75.17%	93.96%	112.75%
0.45x廣角鏡	0.00%	2.12%	3.18%	5.46%	10.13%	12.81%

(四)數據分析

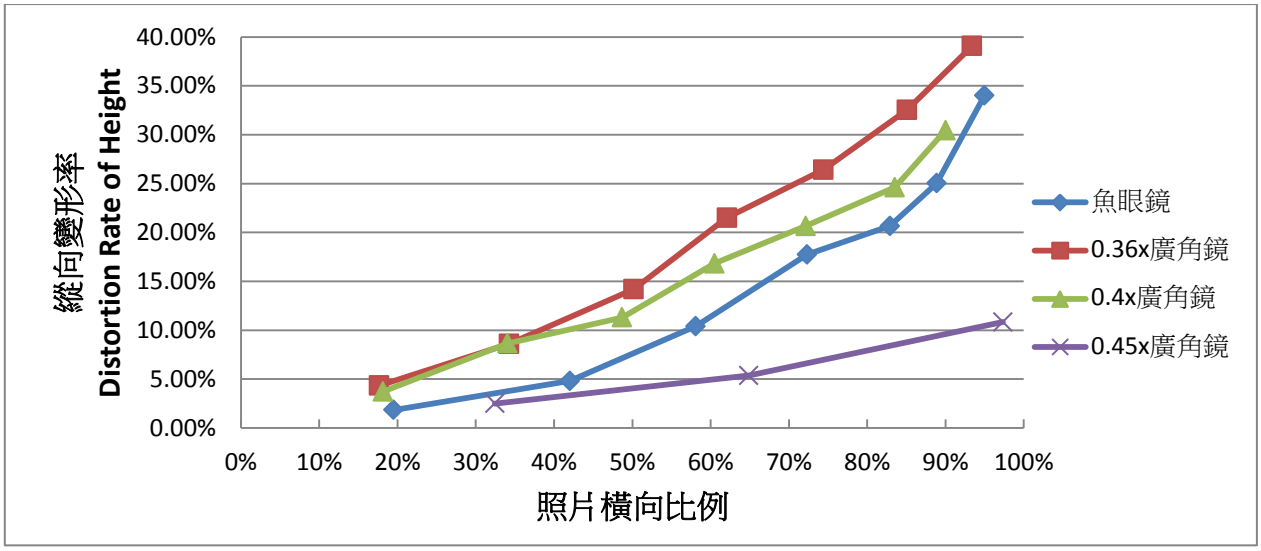


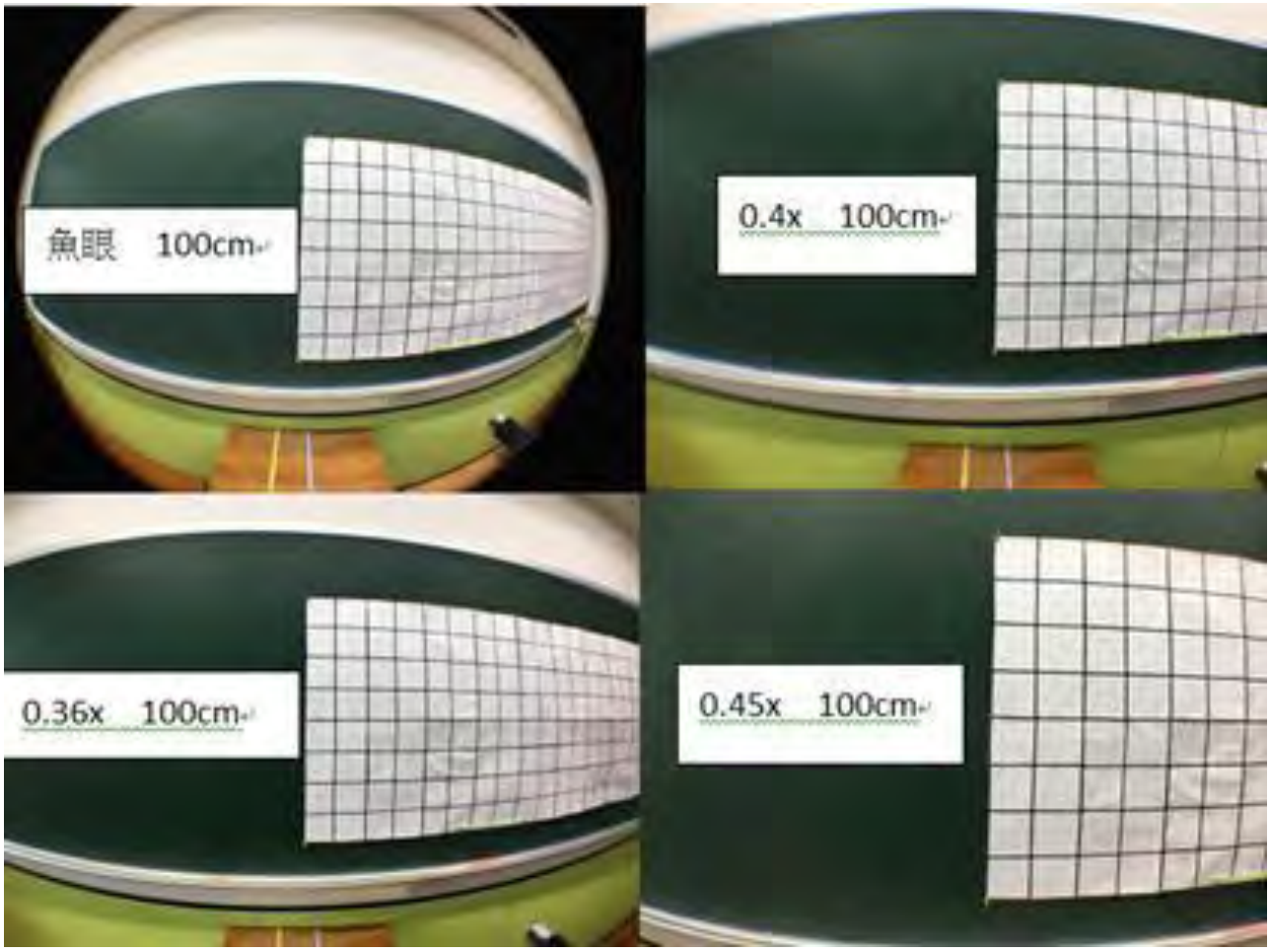
圖十八：自拍距離 L= 50 公分 iPhone6s 在不同鏡頭中拍攝的照片

1. 表 21：自拍距離 L= 500mm iPhone6s 在不同鏡頭中，照片橫向位置與縱向變形率 D 之關係圖



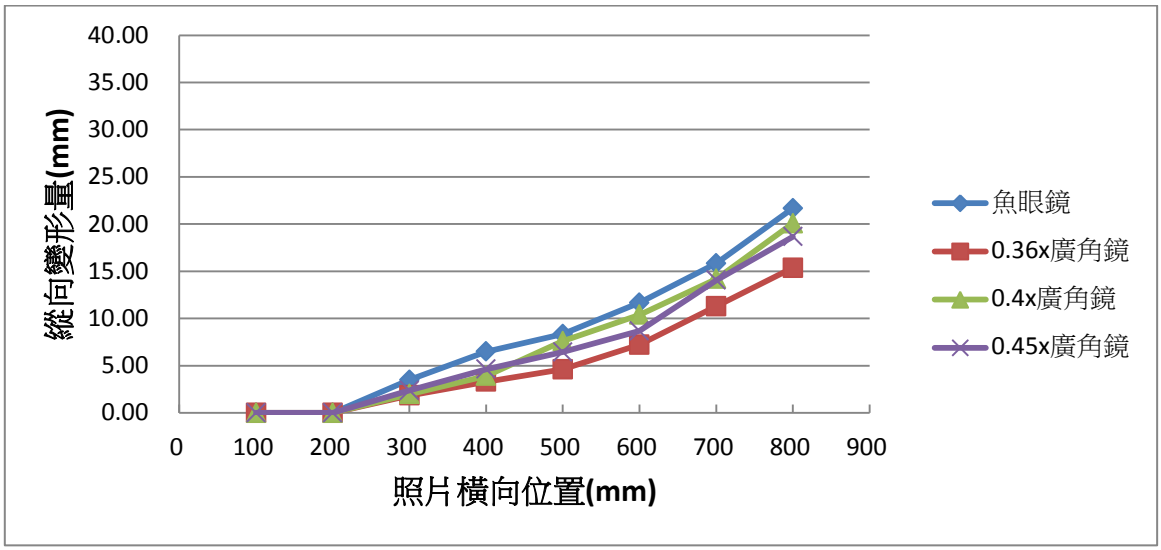
2. 表 22：自拍距離 L= 500mm iPhone6s 在不同鏡頭中，照片橫向比例與縱向變形率 D 之關係圖



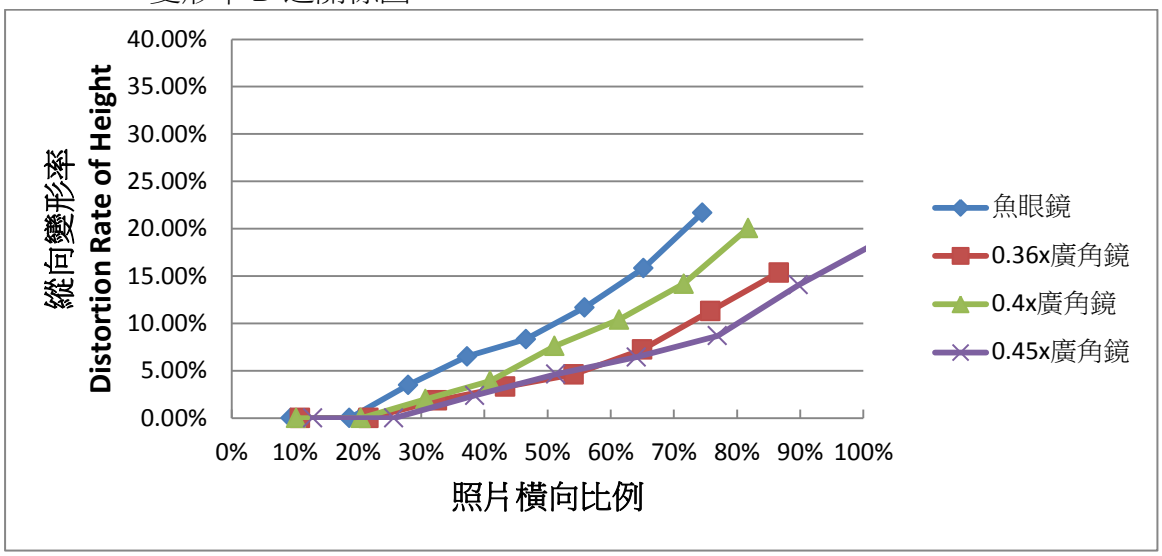


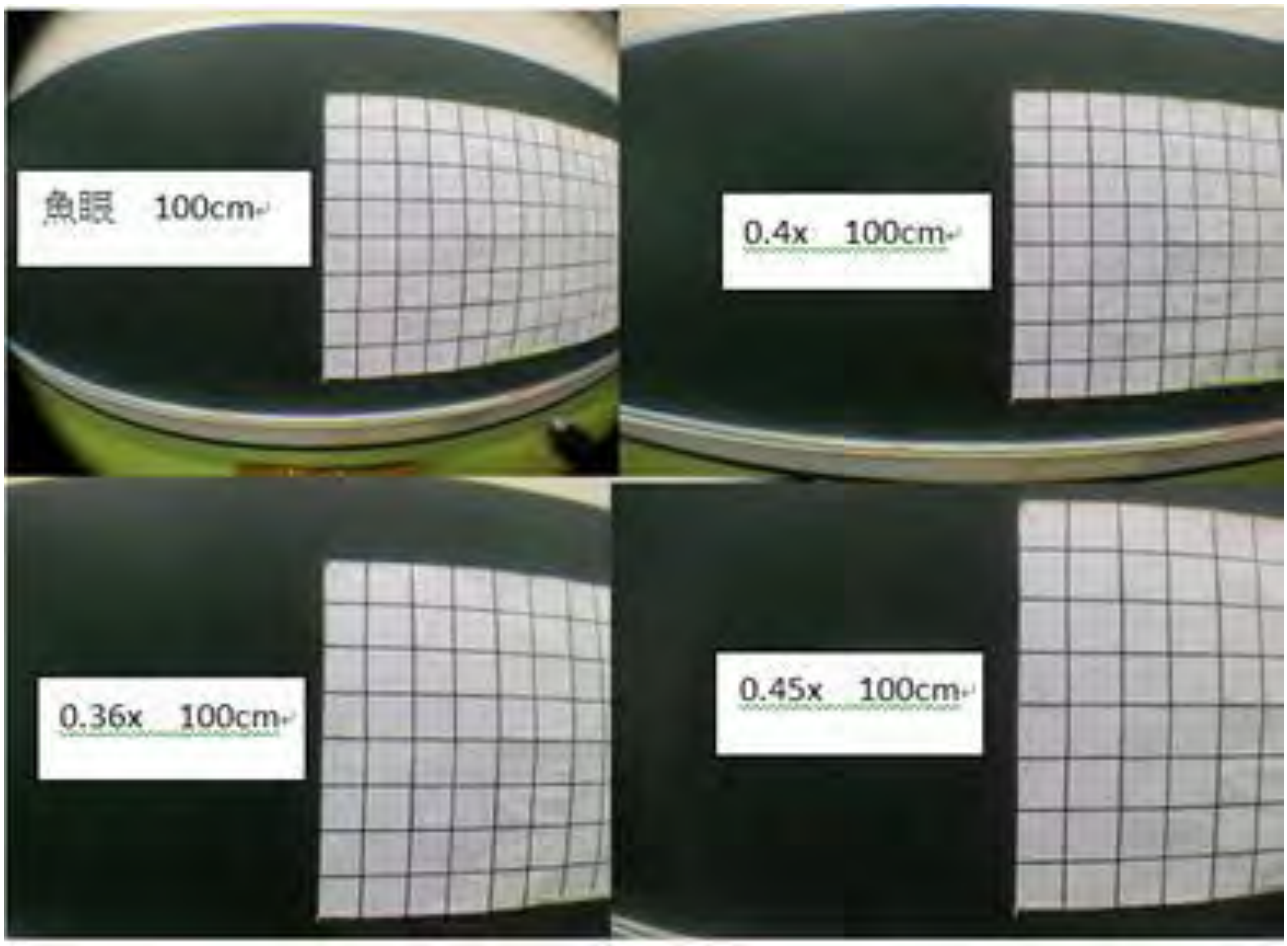
圖十九：自拍距離 L= 100 公分 iPhone6s 在不同鏡頭中拍攝的照片

3. 表 23：自拍距離 L=1000mm iPhone6s 在不同鏡頭中，照片橫向位置與縱向變形率 D 之關係圖



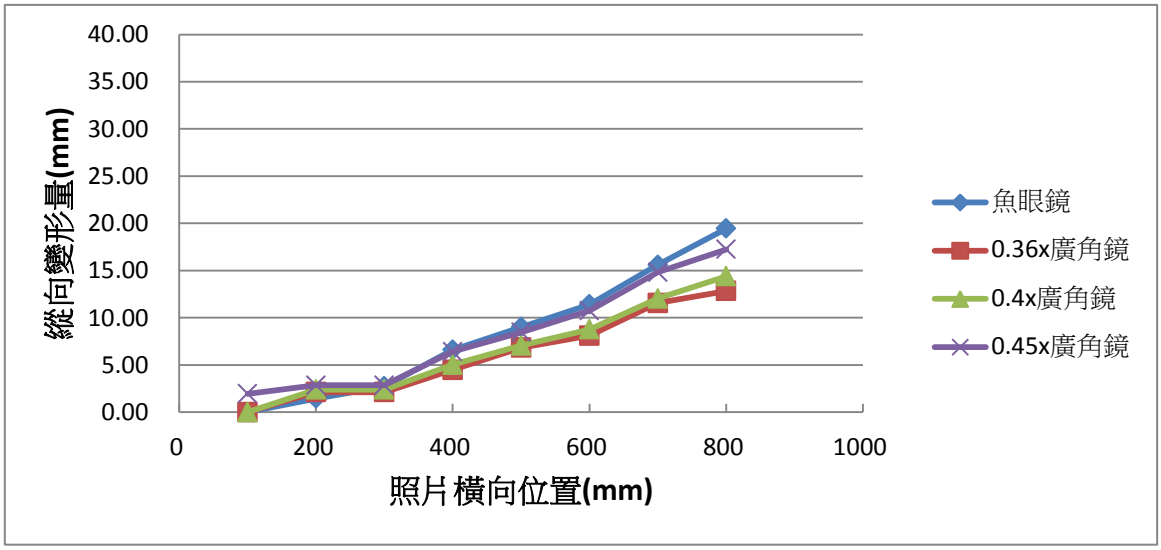
4. 表 24：自拍距離 L=1000mm iPhone6s 在不同鏡頭中，照片橫向比例與縱向變形率 D 之關係圖



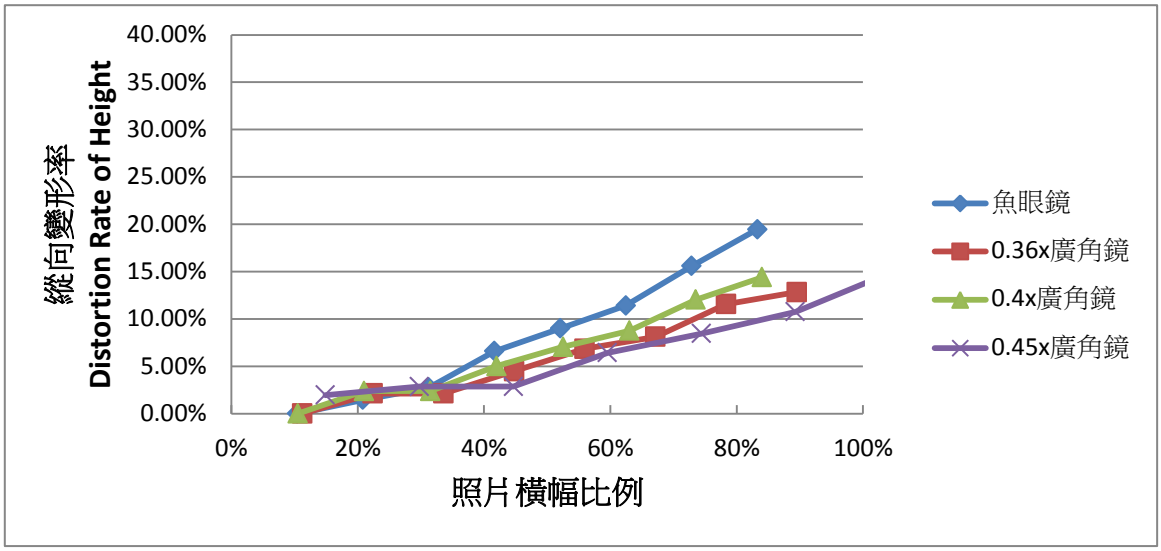


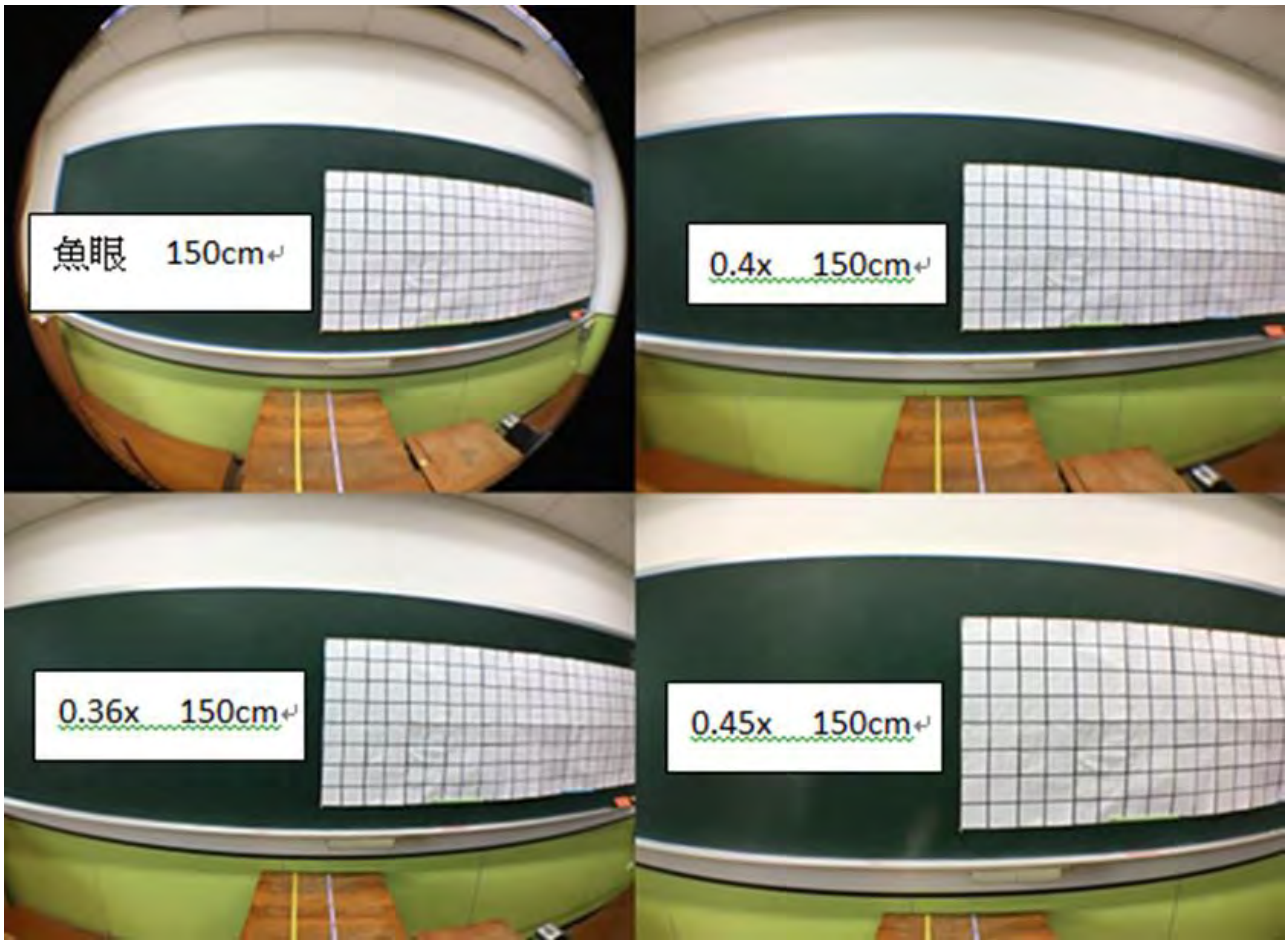
圖二十：自拍距離 L=100 公分 ASUS zenfone2 在不同鏡頭拍攝的照片

5. 表 25：自拍距離 L=1000mm ASUS zenfone2 在不同鏡頭中，照片橫向位置與縱向變形率 D 之關係圖



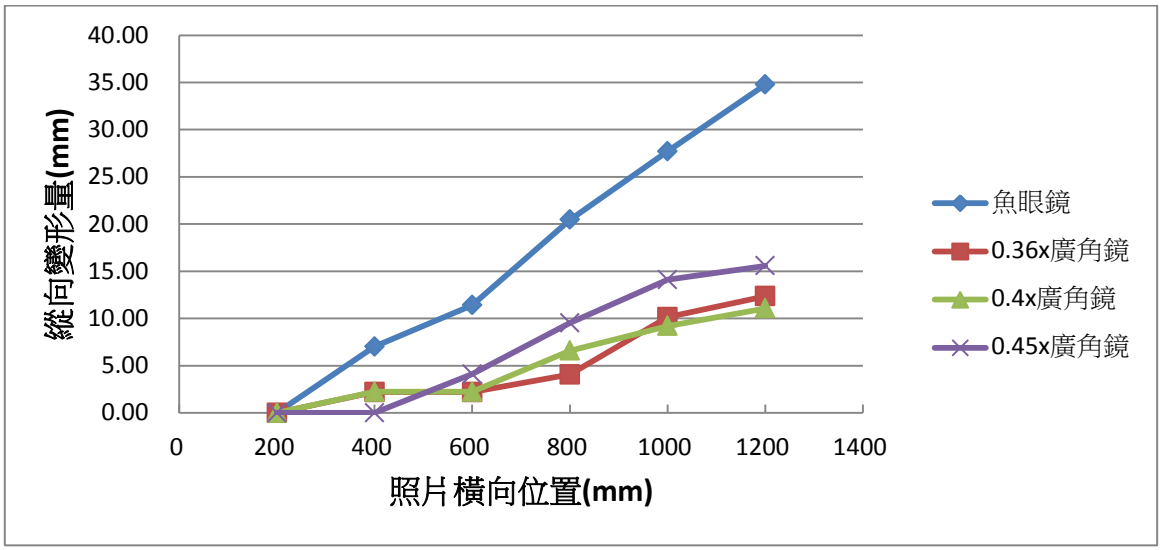
6.表 26：自拍距離 L=1000mm ASUS zenfone2 在不同鏡頭中，照片橫向比例與縱向變形率 D 之關係圖



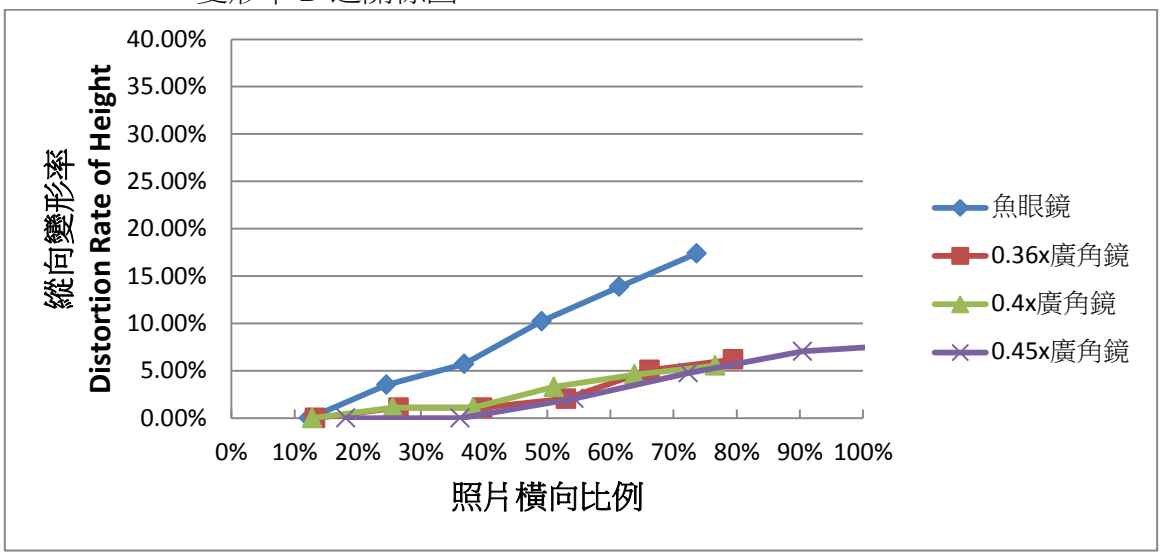


圖二十一：自拍距離 L=150 公分 iPhone6s 在不同鏡頭中拍攝的照片

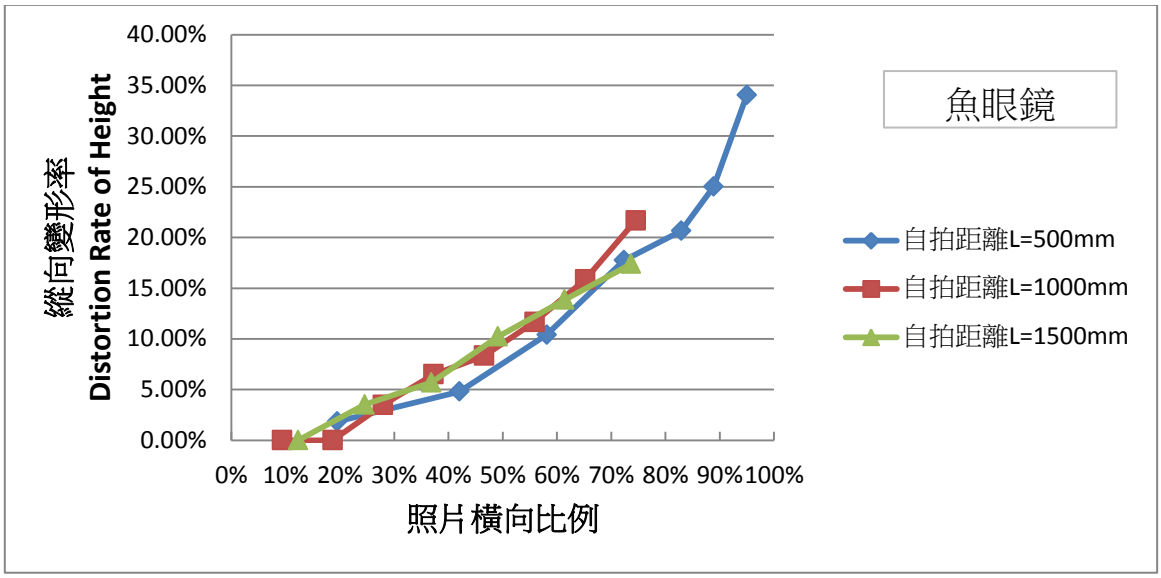
7. 表 27：自拍距離 L=1500mm iPhone6s 在不同鏡頭中，照片橫向位置與縱向變形率 D 之關係圖



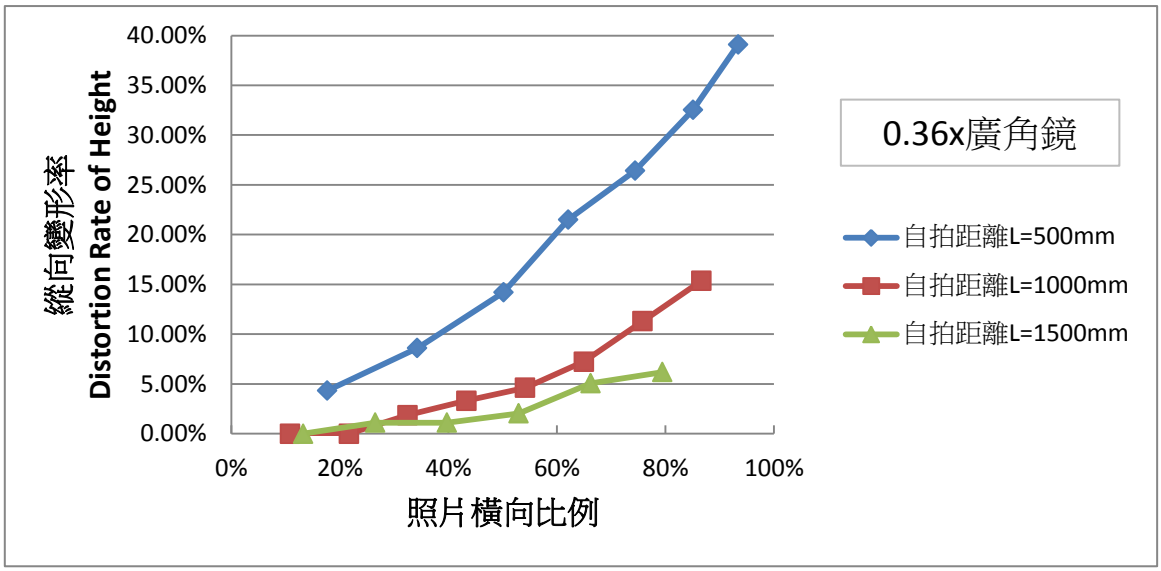
8. 表 28：自拍距離 L=1500mm iPhone6s 在不同鏡頭中，照片橫向比例與縱向變形率 D 之關係圖



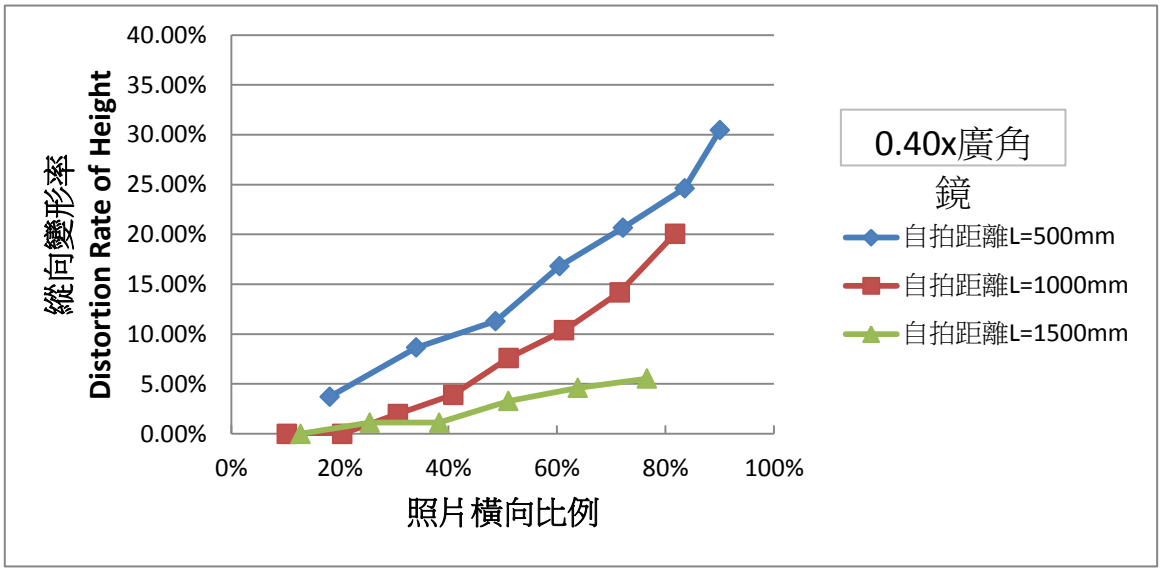
9.表 29：魚眼鏡在不同自拍距離 L 時，橫向比例與縱向變形率 D 之關係圖



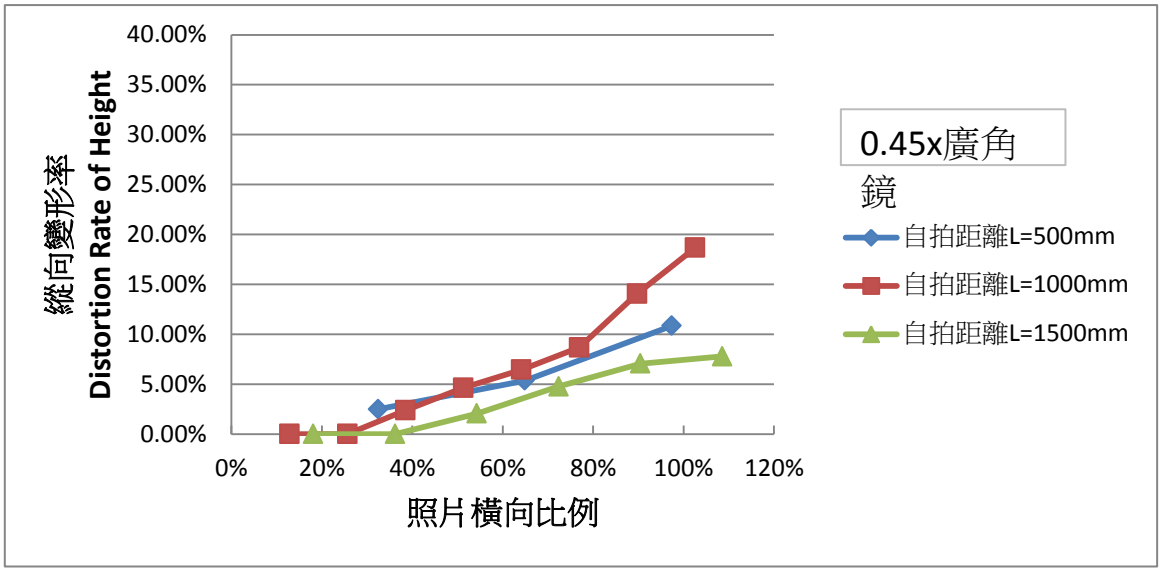
10.表 30：0.36x 廣角鏡在不同自拍距離 L 時，橫向比例與縱向變形率 D 之關係圖



11.表 31：0.4x 廣角鏡在不同自拍距離 L 時，橫向比例與縱向變形率 D 之關係圖



12.表 32：0.45x 廣角鏡在不同自拍距離 L 時，橫向比例與縱向變形率 D 之關係圖



陸、討論：

手機外加廣角鏡進行拍照時，我們以不同自拍距離 L=50 公分、100 公分、150 公分進行實驗，並使用魚眼鏡、0.36x 廣角鏡、0.4x 廣角鏡、0.45x 廣角鏡 4 種不同鏡頭，將所得照片使用 Photoshop 進行量測與計算，可得下列實驗結果：

一、 由表 1 可知，廣角鏡變形情形可視為點對稱之分布，為簡化實驗步驟，僅量測第一象限之縱向變形情形，作為分析廣角鏡變形率之依據。

二、 由表 24 與表 26 可知，在自拍距離 L=100 公分時，iPhone6s 與 ASUS zenfone2 的最大縱向變形率 D 約在 20%左右，且兩者的圖形差異都不大，所以我們推測不同手機的相機外加廣角鏡時變形情形大致相同，我們僅採用 iPhone6s 來進行討論。

三、 由表 24 與表 26 可知，所有圖形呈現右高左低的線型圖形，表示照片中心的變形最小，而愈往兩側變形率愈大。此結果與理論及參考文獻皆相同結果。

四、 由表 21、表 22、表 23、表 24、表 27、表 28 可知，魚眼鏡頭在自拍距離 L=100 公分、150 公分的縱向變形率 D 都比其他廣角鏡頭大。而其他廣角鏡頭的變形率各有不同，此與原來理論預測的縱向變形率 D 大小：魚眼鏡>0.36x>0.4x>0.45x 不一樣。專業鏡頭兩側的最大縱向變形率 D 約 5%以下，而我們使用的市售廣鏡頭兩側縱向變形率 D 約 20%左右，所以我們使用的廣角鏡縱向變形率 D 約為專業鏡頭縱向變形率 D 的 4 倍左右。由此可推測一般市售的手機外接廣鏡頭，因價格較低廉(約 200 元~500 元)、材質較差且製做技術不佳，在不同的自拍距離 L 時，而產生變形的情形有所差異。

五、 由表 21、表 22、表 23、表 24、表 27、表 28，統整出表 33：使用不同廣角鏡搭配不同自拍距離 L，對應的縱向變形率 D，以及將縱向變形率 D 控制在 10%以下與照片橫向比例之關係。得知自拍距離 L=50、100 公分時，皆以 0.45x 廣角鏡表現最佳；自拍距離 L=150 公分時，0.36x、0.4x、0.45x 廣角鏡表現一樣佳。

廣角鏡 / 自拍距離 L	縱向變形率 D / 照片橫向比例	魚眼	0.36x 廣角鏡	0.4x 廣角鏡	0.45x 廣角鏡
50cm		26% / 58%	39% / 50%	36% / 50%	11% / <10%
100cm		22% / 55%	20% / 75%	18% / 61%	15% / 80%
150cm		18% / 50%	<8% / 100%	<8% / 100%	<8% / 100%

表 33

六、 由表 29 可知，魚眼鏡的縱向變形率 D 與自拍距離 L 的遠近無關，僅與照片橫向比例有關，此結果與理論及參考文獻皆相同結果。

七、 由表 30、表 31、表 32 可知，0.36x、0.4x、0.45x 廣角鏡自拍距離 L 愈大，則縱向

變形率 D 愈小。當自拍距離 L 增加至 150 公分得時候變形率 D 都只減少 2~3%，變化不大。

八、 由圖十五與圖十六可知，使用裁切的方式，依據實驗數據調整照片變形的部分，可達到減少縱向變形的效果。

柒、結論：

一、 廣角鏡規格及自拍距離影響照片的縱向變形。
iPhone6s 與 ASUS zenfone2 所拍照片的縱向變形情形約略一致，推測照片縱向變形率 D 與外加廣角鏡規格及自拍距離 L 相關，與手機品牌無關。

二、 市售手機外加廣角鏡頭縱向變形嚴重，約為專業相機鏡頭的 4 倍左右。
一般市售手機外加廣角鏡頭，兩側縱向變形率 D 約 20%左右，縱向變形嚴重，約為專業相機鏡頭的 4 倍左右。由此可推測一般市售的手機外接廣鏡頭，因價格較低廉、品質較差，自拍使用時須謹慎考慮在照片中橫向比例的位置，避免站在兩側，以免產生較大的變形。

三、 自拍距離以 100 公分最適合。
自拍距離 L 越大，縱向變形率 D 越小，自拍距離 L 由 50 公分增加至 100 公分時，縱向變形率 D 約可以降低 10%~15%左右，但是自拍距離 L 再增加至 150 公分時，縱向變形率 D 約僅再降低 2~3%，所以建議自拍距離以 100 公分最適合。

四、 自拍距離 L=100 公分時，建議使用 0.45x 廣角鏡。
自拍時，若以最適合的自拍距離 L=100 公分時，使用 0.36x 廣角鏡時，需站在照片橫向比例 75%以內位置；0.4x 廣角鏡時，需站在照片橫向比例 61%以內位置；使用 0.45x 廣角鏡時，需站在照片橫向比例 80%以內位置，所以在自拍距離 L=100 公分時，0.45x 廣角鏡的表現最佳。

五、 自拍時魚眼鏡頭縱向變形率 D 較大，不建議使用。
除非為了特殊構圖與效果，自拍時不建議使用魚眼鏡頭，因為縱向變形率 D 較大，若一定要使用，則建議站在照片橫向比例 50%以內位置，以免變形過大。

六、 我們使用相機專業鏡頭的分析方式，來分析一般市售手機外接鏡頭的效能，並將縱向變形率圖表的橫向位置，改成橫向比例，這樣可以讓一般使用者清楚知道自拍時的站位。

七、 我們依據實驗數據，校正圖片之縱向變形量，可達到寬廣視角且減少變形。

八、未來展望：

我們提供的方法可在自拍距離內，增加視角並減少變形量，相關實驗數據可讓使用者清楚知道每個廣角鏡的優劣，作為選購之參考，也提供給鏡頭廠商，製作鏡頭專屬之修圖 app，以增加廣角鏡之性能並提高其價值。

捌、參考資料：

一、高中基礎物理(一)全/第六章波，翰林出版社

二、高中選修物理(上)/第四章幾何光學，龍騰出版社

三、張榮森，幾何光學：光學原理與設計應用，五南出版社(民 100)

四、Michael Langford 譯者：許瑜菁，攝影入門完全指南，貓頭鷹出版社(民 103)

五、Michael Freeman 譯者：吳光亞，攝影師之眼：數位攝影的思考、設計和構圖，大家出版社出版社(民 98)

六、中華民國第四十八屆中小學科學展覽會作品說明書，愛怎麼樣，都型－鋼管秀之投影幾何

七、中華民國第四十二屆中小學科學展覽會作品說明書，利用半錐角定義導出數位多元量測系統之研究

八、http://jon6773.pixnet.net/blog/post/41579768-iphone-6-iphone-6-plus-%E9%8F%A1%E9%A0%AD%E7%84%A6%E8%B7%9D(iPhone 6, iPhone 6 Plus 鏡頭焦距)

九、https://read01.com/0MOo7x.html (單眼相機鏡頭知識)

十、http://www.bigeye.url.tw/big5/d_lensstru.htm (攝影鏡頭光學實務及機械簡介)

九、 https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%80%8F%E8%A7%86%E5%8F%98%E5%BD%A2 (透視變形)

十、 http://i-dothing.com.tw/bbs/forum.php?mod=viewthread&tid=984 (鏡頭的桶狀變形和枕狀變形)

十一、 http://pentaxfans.net/thread-144971-1-1.html (光學原理：變形)

十二、 https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%B1%BC%E7%9C%BC%E9%95%9C%E5%A4%B4 (魚眼鏡頭)

【評語】051813

本件作品討論手機外加廣角鏡成像變形的關係，能夠和一般生活貼近。經由實驗分析討論出相關的結果，但是和理論大致相符，沒有新的結果。結論關於自拍的距離、鏡頭成像變形等有其應用價值。雖然本項主題已有極完整的解答與商業應用，若作者仍有興趣，建議做更定量深入的探討。

作品海報

研究主題：就是愛自拍-手機外加廣角鏡成像變形之研究

摘要

手機外加廣角鏡，可將較寬的景物拍攝下來，但照片卻產生明顯的變形。

我們量測三種距離(50、100、150 公分)與四種廣角鏡(魚眼鏡、0.36x、0.4x、0.45x 廣角鏡)在兩種不同相機(iPhone6s、ASUS zenfone2)拍攝照片，並以 Photoshop 軟體進行量測、分析變形情形。以下為我們的發現與貢獻：

一、 手機外接廣角鏡以 0.45x 最佳，自拍距離以 100 公分最適合，需站在照片橫向比例 80%以內的位置。

二、 將縱向變形率圖表的橫向位置，改成橫向比例，讓使用者清楚知道自拍時的站位。

三、 研究結果具有商業價值，依據實驗數據調整變形照片，可在有限拍照距離內，增加視角、減少變形量，並提供數據可用於研發廣角鏡頭校正 app。

本研究有助於在自拍時，選擇合適的距離和廣角鏡，不再因為影像變形而苦惱。

壹、研究動機：

當我們想拍個大團體照，在手機上外加了廣角鏡，雖然視角確實變得寬闊，周圍的同學都入鏡了，但身子卻也都變得比原來的矮小且彎曲些。想知道自拍時，該選擇何樣的廣角鏡拍、應該怎麼站位比較好、應該在何種自拍距離 L 使能夠兼顧景象和變形，並如何改善照片的變形情形。

貳、研究目的：

探討手機拍照時，使用不同的廣角鏡，在不同拍攝距離拍出的照片變形的情形，依據實驗數據調整變形照片，減少變形量，並提供數據發展廣角鏡頭校正 app。

參、研究設備及器材：

手機(iPhone6s、ASUS zenfone2)、腳架、雷射筆、捲尺、市售價格 250~500 元間的廣角鏡(倍率 0.36x、0.4x、0.45x)和魚眼鏡、筆記型電腦(Word、 Excel、Phptoshop)、網格紙(10X10)。

肆、研究過程及方法

一、照相原理與物理概念

鏡頭的焦距直接影響到我們拍攝的視角，而焦距越長（數字越大），視角就越窄，除了視角的寬窄，焦距越短，被攝物體離我們顯得越遠；焦距越長，被攝物體離我們顯得越近。聚焦的時候，像平面到透鏡的距離 s_i，物體到透鏡的距離 s_o，以及透鏡焦距 f 滿足以下關係：$\frac{1}{s_i}+\frac{1}{s_o}=\frac{1}{f}$

可以看到，如果橫向放大率為定值，較長的焦距會帶來較小的軸向放大率，而較短的焦距會帶來較大的軸向放大率。

二、相機鏡頭之差別

(一)標準鏡:50mm～85mm 的鏡頭稱為標準鏡頭。

標準鏡頭的視角約 50 度左右，這是人單眼在頭和眼不轉動的情況下所能看到的視角。

(二)廣角鏡:24mm～35mm 的鏡頭稱為廣角鏡頭

適用於拍攝距離近且範圍大的景物，有時用來刻意誇大前景表現，強烈遠近感以及透視。35mm 相機的典型廣角鏡頭為焦距 28mm，視角為 72 度。

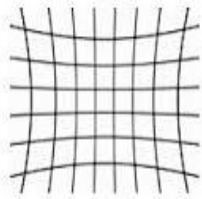
(三)魚眼鏡:魚眼鏡是一種視角接近或等於 180°的鏡頭，視角為眾多鏡頭之冠。

它其實也是一種廣角鏡，這類鏡頭一般焦距極短，只是保留了甚至加強了變形而已。

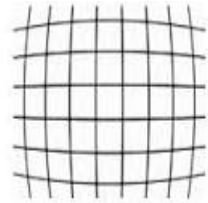
三、不同鏡頭下的差別與成像變形之情形

(一)枕狀變形:較常發生在使用長焦段鏡頭或變焦鏡的望遠端時。

(二)桶狀變型:較常發生在使用廣角鏡頭或魚眼鏡頭時，方形物體的影像會變成四角向內收縮，邊線中段則向外凸出，好像一個木桶，因此被稱為桶狀變形。



(一)枕狀變形



(二)桶狀變型

四、成像變形的變形率

我們依據上述的說明以一個網格線來量測手機外加鏡產生的變形率

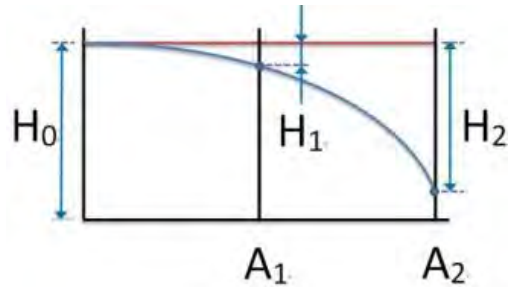
H_0：第一條水平線與網格原點線之距離

H_1：在 A 點處的呈像與第一條水平之距離

D：縱向變形率

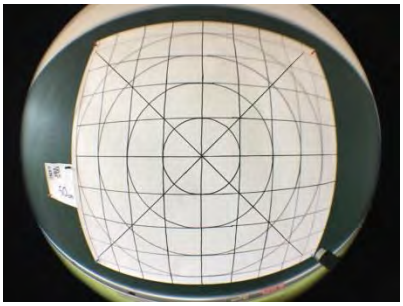
D_A：成像中心點橫向距離 A 點之變形率縱向變形率

$$D_A=\frac{H_1}{H_0}$$

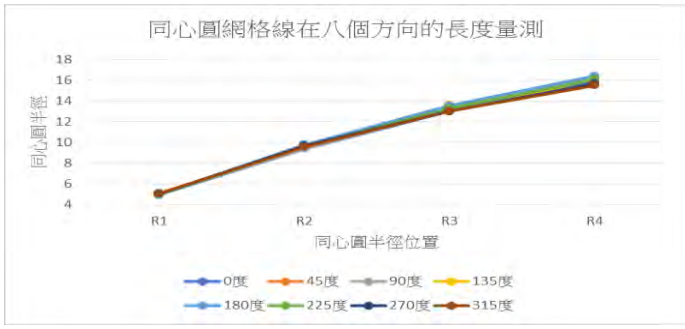


五、實驗設計

（一）製作點對稱之同心圓網格線以確認手機外接廣角鏡變形情形是否為點對稱，如圖一。八個方位半徑尺寸變異係數皆在 1~2%以內，表示各方位之變形量差異不大，可視為點對稱。所以僅量測第一象限之縱向變形情形，作為分析廣角鏡變形率之依據。



圖一：點對稱之同心圓網格線



（二）我們模擬手機自拍時可能拍攝之距離，以 50 公分、100 公分、150 公分對於網格線進行拍攝，並且再分別在手機外加 0.36x 廣角鏡、0.4x 廣角鏡、0.45x 廣角鏡拍照後針對這些照片分別量測 H_0、H_1 並計算在軸向距離 A 點之變形率。

（三）依據得到的變形率進行數據分析，並繪製成圖表，可以得到每個距離在不同廣角鏡頭的失真情形，以及最適合的拍照距離與最佳取景之範圍。

六、實驗步驟與方法：

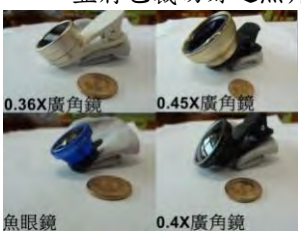
（一） 建立 10X10 公分的網格線，並將手機鏡頭中心對準網格線中心原點處。

（二） 將相機腳架置於網格平面前方使鏡頭距離網格原點 50、100、150 公分處，分別拍攝照片（未安裝廣角鏡、0.36x 廣角鏡、0.4x 廣角鏡、0.45x 廣角鏡、魚眼鏡）。

（三） 使用 Photoshop 將照片進行網格線偏移尺寸量測，每隔 10 公分量測第一條水平線之偏移變形。

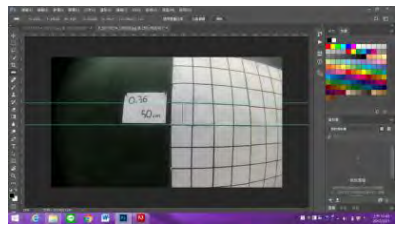
（四） 製作實驗數據以電腦 Excel 計算出來，並以實驗數據製作圖表。

（五） 依據實驗數據調整照片減少變形量，使用 word 將變形之照片裁切成長條狀，如圖五。
並將已裁切好之照片，依據實驗所得之變形率拉長，使照片減少縱向變形量，如圖六。

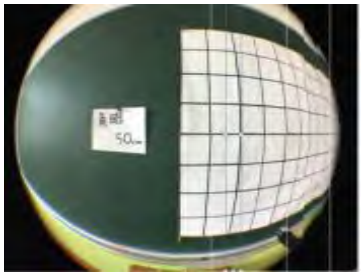


圖二：各式廣角鏡

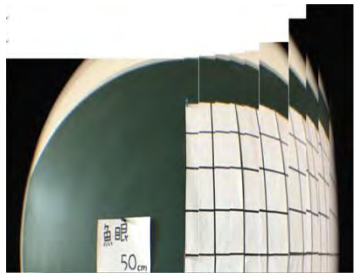
圖三：實驗設備



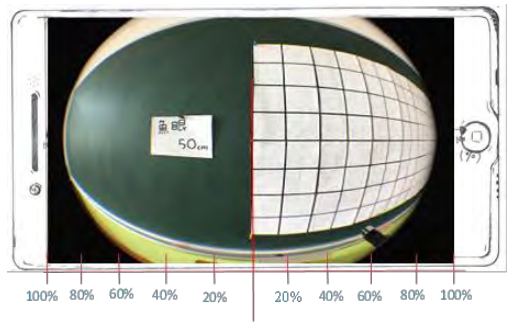
圖四：以 Photoshop 進行偏移尺寸量測



圖五：變形照片裁切成長條狀



圖六：依實驗所得之變形率拉長，使照片減少縱向變形量



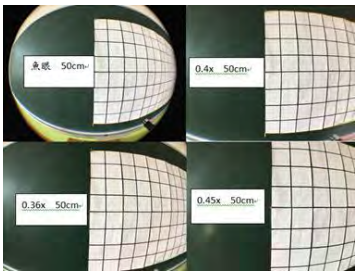
圖七：螢幕中橫向比例示意圖

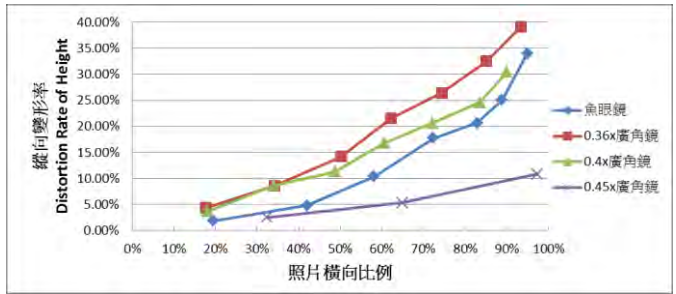
伍、研究結果：

一、實驗數據分析

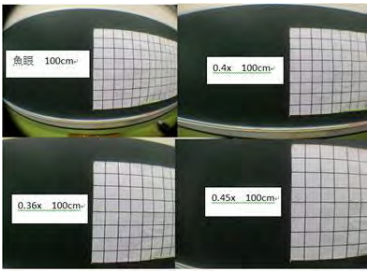
若我們以一般自拍時的拍照距離來研究，手臂長為 50 公分、自拍棒為 100 公分，拍照距離約 50 公分~150 公分，我們採用自拍距離 L 為 50 公分、100 公分、150 公分三種距離進行實驗，並使用四種不同鏡頭(0.36x 廣角鏡、0.4x 廣角鏡、0.45x 廣角鏡、魚眼鏡)及未加廣角鏡之不同情形進行拍照，將所得照片的變形情形進行量測與計算，可得下列實驗結果：

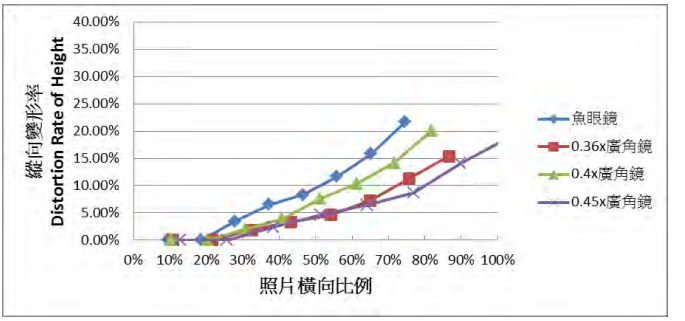
（一）自拍距離 L=50 公分的結果



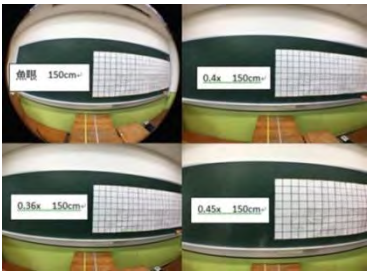


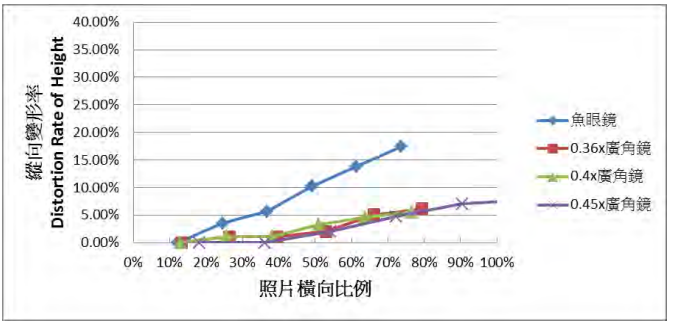
(二)自拍距離 L=100 公分的結果





(三)自拍距離 L=150 公分的結果





陸、討論：

一、 魚眼鏡的縱向變形率 D 與自拍距離 L 無關，僅與照片橫向比例有關，此結果與理論及參考文獻相同。

二、 由表 1 得知自拍距離 L=50、100 公分時，皆以 0.45x 廣角鏡表現最佳；自拍距離 L=150 公分時，0.36x、0.4x、0.45x 廣角鏡表現一樣佳。而廣角鏡的表現依次 0.45x＞0.4x＞0.36x＞魚眼為佳。

廣角鏡	魚眼		0.36x 廣角鏡		0.4x 廣角鏡		0.45x 廣角鏡	
自拍距離	縱向變形率 D	照片橫向比例	縱向變形率 D	照片橫向比例	縱向變形率 D	照片橫向比例	縱向變形率 D	照片橫向比例
50cm	26%	58%	39%	50%	36%	50%	11%	90%
100cm	22%	55%	20%	75%	18%	61%	15%	80%
150cm	18%	50%	<8%	100%	<8%	100%	<8%	100%

柒、結論：

一、 廣角鏡規格及自拍距離影響照片的縱向變形。

二、 市售手機外加廣角鏡頭縱向變形嚴重，約為專業相機鏡頭的 4 倍左右。

三、 自拍距離以 100 公分最適合。

自拍距離 L 越大，縱向變形率 D 越小，自拍距離 L 由 50 公分增加至 100 公分時，縱向變形率 D 約可以降低 10%~15%左右，但是自拍距離 L 再增加至 150 公分時，縱向變形率 D 約僅再降低 2~3%，所以建議自拍距離以 100 公分最適合。

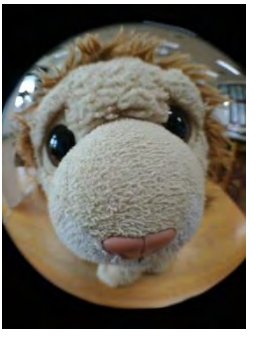
四、 自拍距離 L=100 公分時，建議使用 0.45x 廣角鏡。

自拍時，若以最適合的自拍距離 L=100 公分時，使用 0.36x 廣角鏡時，需站在照片橫向比例 75%以內位置；0.4x 廣角鏡時，需站在照片橫向比例 61%以內位置；使用 0.45x 廣角鏡時，需站在照片橫向比例 80%以內位置，所以在自拍距離 L=100 公分時，0.45x 廣角鏡的表現最佳。

五、 自拍時魚眼鏡頭縱向變形率 D 較大，不建議使用。

除非為了特殊構圖與效果，自拍時不建議使用魚眼鏡頭，因為縱向變形率 D 較大，若一定要使用，則建議站在照片橫向比例 50%以內位置，以免變形過大

六、 我們使用相機專業鏡頭的分析方式，來分析一般市售手機外接鏡頭的效能，並將縱向變形率圖表的橫向位置，改成橫向比例，這樣可以讓一般使用者清楚知道自拍時的站位。



七、 未來展望:研究成果之商業應用

我們提供的方法可在有限拍照距離內，增加視角並減少變形量，相關實驗數據可讓使用者清楚知道每個廣角鏡的優劣，作為選購之參考，也提供給鏡頭廠商，製作鏡頭專屬之修圖 app，以增加廣角鏡之性能並提高其價值。

捌、參考資料：

一、 高中基礎物理(一)全/第六章波，翰林出版社

二、 高中選修物理(上)/第四章幾何光學，龍騰出版社

三、 張榮森，幾何光學：光學原理與設計應用，五南出版社(民 100)

四、 Michael Langford 譯者：許瑜菁，攝影入門完全指南，貓頭鷹出版社(民 103)

五、 http://www.bigeye.url.tw/big5/d_lensstru.htm（攝影鏡頭光學實務及機械簡介）

六、 https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%80%8F%E8%A7%86%E5%8F%98%E5%BD%A2（透視變形）

七、 http://i-dothing.com.tw/bbs/forum.php?mod=viewthread&tid=984（桶狀變形和枕狀變形）