中華民國第 57 屆中小學科學展覽會
作品說明書

高級中等學校組　物理與天文學科

佳作

051811

超重力鎖鏈

-交錯排列結構對鎖鏈下落速度增加之探討

學校名稱：國立科學工業園區實驗高級中學

作者：	指導老師：
高二 宋毓洵 高二 黃安榕 高二 黃聖偉	陳其威

關鍵詞：繩線、撞擊、超重力

摘要

多個木棍以傾斜的方式，由兩側繩線固定形成一鎖鏈(如圖 0-1)，使其自空中自由落下，我們發現撞擊到下落面的木棍會因碰撞而轉動，拉扯連接木棍的繩線，使鎖鏈下落加速度大於重力加速度。本研究主要在探討此現象的成因，提出最合理的解釋，並研究相關參數之影響。我們比較以棉繩和釣魚線作為繩線來製作鎖鏈的差異，發現棉繩製的鎖鏈加速度達到一定值後就不再上升，且繩張力傳遞時間較長；而釣魚線加速度則會持續增加，且繩張力傳遞時間較短。進一步研究後發現，短邊繩長與木棍數會影響繩張力傳遞時間，而不影響最大加速度；木棍傾角會影響最大加速度，且有一最佳傾角，可以使鎖鏈加速度量值達到最大，而開始加速的時間在短邊固定時與角度無關。

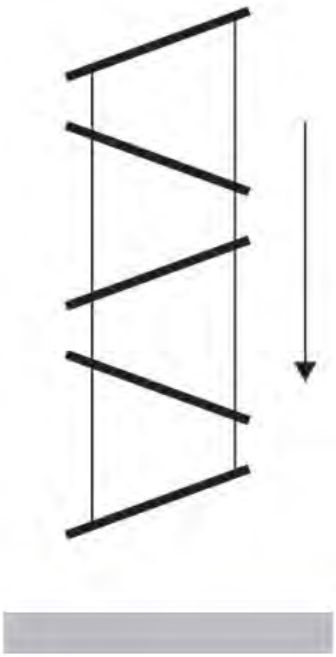


圖 0-1

壹、　研究動機

在一次物理實驗課中，老師示範了一個鐵鏈從高處落下的實驗，有撞擊一平面的鐵鏈其掉落速度會比自由落下的鐵鏈還快。這個現象引起我們的好奇，經查詢之後，我們發現由木棍交錯排列構成的鎖鏈也會發生類似此種因撞擊造成下落速度增加的現象，但相關的研究資料不多，因此我們希望透過本研究了解此現象的成因，並進一步探究相關參數對現象的影響以及應用。

貳、　研究目的

一、探討此現象之成因，並提出合理之解釋。

二、比較棉繩與釣魚線對加速效果之影響。

三、研究木棍數對加速效果之影響。

四、研究繩線長度對加速效果之影響。

五、研究木棍傾斜角度對加速效果之影響。

參、　研究設備及器材

一、實驗裝置示意圖（如圖 3-1）

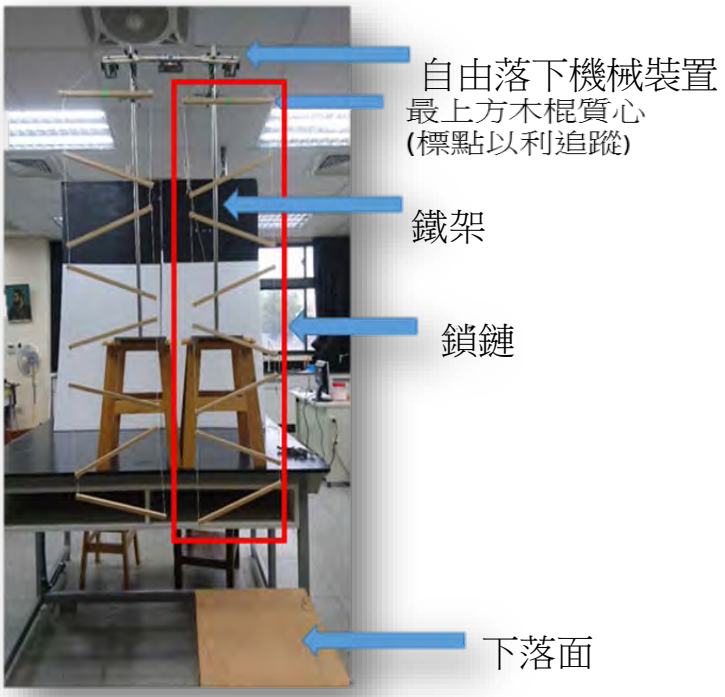
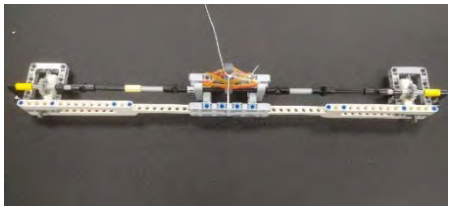
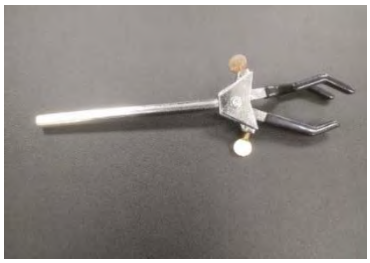
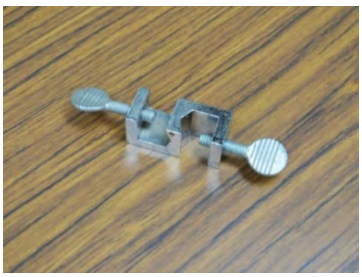
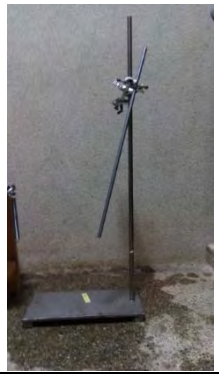


圖 3-1

二、實驗器材

（一）木棍 	（二）棉繩
（三）自由落下機械裝置 （由樂高構成） 	（四）釣魚線
(五)水平儀 	(六)Y 形夾 
(七) s 型夾 	(八)木椅（建構下落面）
(九)鐵架 	(十)Nexus 6P(高速攝影)

三、使用軟體

（一）Tracker(圖 3-2):

在進行超重力鎖鏈的研究中，tracker 軟體是分析處理數據上重要的一環。它的主要功能是分析鎖鏈掉落時的軌跡並能進一步計算出加速度。我們將最上方之木棍質心貼上一綠色標記，以供 tracker 軟體追蹤。

圖 3-2

（二）Adobe After Effect CC(圖 3-3):

在超重力鎖鏈的研究中，我們使用影像處理軟體 After Effect CC 進行影像的梯形校正，以修正因鎖鏈較長，而使得相機無法整段水平拍攝所產生的視角差，得出確切的加速度隨時間變化。

圖 3-3

（三）Origin8(圖 3-4):

Origin8 是個功能強大的製圖軟體，我們用它來繪製實驗數據圖表，既清楚明瞭又好看，對數據資料做微分或積分處理也相當方便，是我們分析數據最的堅實後盾。

圖 3-4

肆、　研究過程與方法

一、實驗流程圖(如圖 4-1)

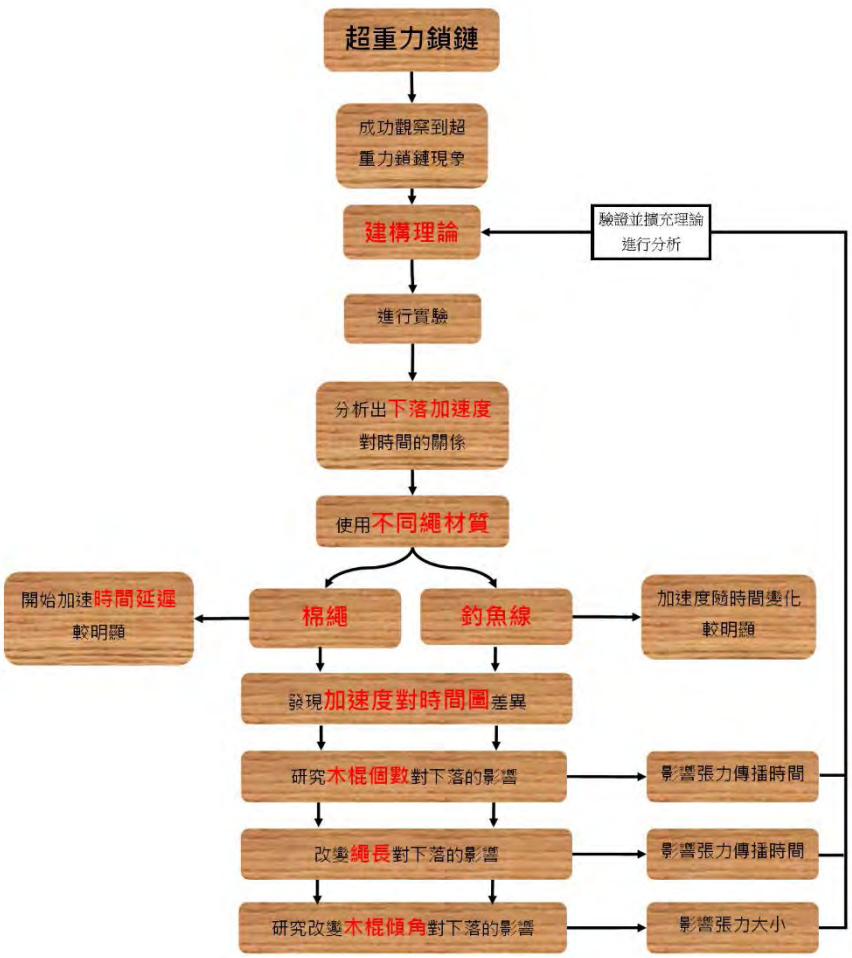


圖 4-1

二、理論探討

由於鎖鏈掉落至下落面時木棍只有 A 端單邊落地，故會對於 B 端造成兩個效應:撞擊力造成質心向上的加速度，以及該力造成的力矩對應轉動中心形成的角加速度(以下理論皆在重力坐標系中討論):

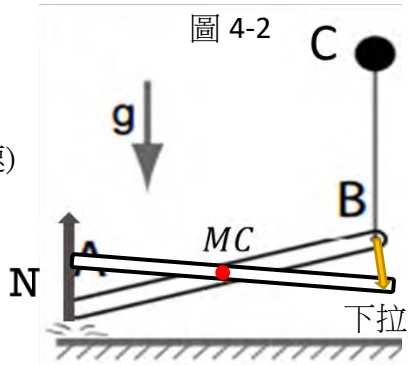
（一）水平傾角較大之情形:

(假設前提:在端點 B 碰到地面之前最上方木棍就已開始加速)

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$_(1)

$\sum \vec{\tau} = I\vec{\alpha}$_(2)

圖 4-2



由_(2)可知: $\bar{N}\cdot\frac{1}{2}Lcos\theta=\frac{1}{12}mL^2\cdot\alpha$_(3)

$\alpha=\frac{6\bar{N}\cos\theta}{mL}$;$\omega=\frac{6\bar{N}\Delta t\cos\theta}{mL}$;

又由_(1)可知線性加速度 $a=\frac{\bar{N}}{m}$ ➔ $\Delta V=\frac{\bar{N}\Delta t}{m}$

速度的向下分量=旋轉速度·有效分量+線性速度變化

➔ $V_{向下分量}=\frac{3\bar{N}\Delta t cos\theta}{mL}\cdot\frac{1}{2}L\cdot\cos\emptyset-\frac{\bar{N}\Delta t}{m}$_(4)

而 B 點的向下速度與繩張力傳遞到最上方木棍的時間乘積即為線繩的身長量，再乘以線繩的彈性係數即為對上方拉力的大小。

➔ $\frac{\bar{N}\Delta t(3cos\theta cos\emptyset-1)}{m}\cdot\frac{Xb}{V_{波}}\cdot k_{th}=F$_(5)

但在上式中的k_{th}是把上方所有短邊串聯起來視作一個彈簧的彈性係數，其大小會隨著鎖鏈下落使仍在空中的木棍數減少而增加(串聯的彈簧數量減少)。但滿足下列關係式:

➔ $k_{th}=\frac{1}{X}k_b$

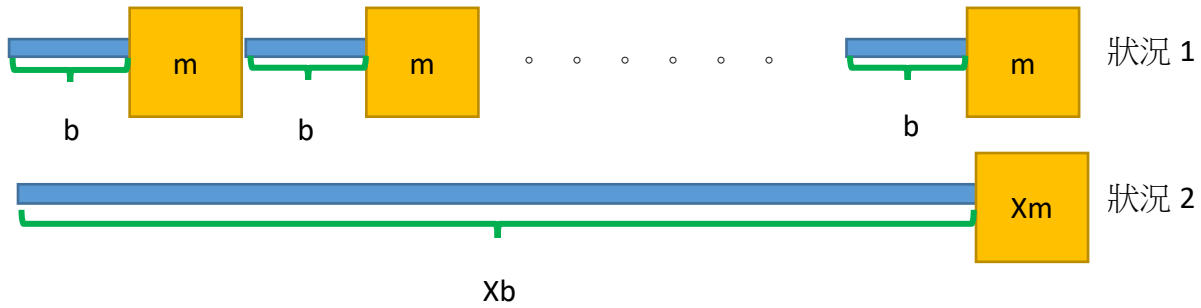
將k_{th}與k_b之關係式代入式(5)如下:

➔ $\frac{\bar{N}\Delta t(3cos\theta cos\emptyset-1)}{m}\cdot\frac{Xb}{V_{波}}\cdot\frac{1}{X}k_b=F$_(6)

再依 $F=m_{慣性}a$ 即可得知仍在空中的鎖鏈因超重力鎖鏈現象而增加的加速度

➔ $\Delta a=\frac{\frac{\bar{N}}{m}\Delta t(3cos\theta cos\emptyset-1)bk_b}{M_{慣性}\cdot V_{波}}$_(7)

而此時因為木棍是一個個的以棉繩連結，故不能直接將所有質量視為都在鎖鏈最上方來簡化空中鎖鏈的等效慣性質量。其換算方法如下:



由實驗結果可知，同一條鎖鏈的個別木棍除了加速度延遲之外，波形基本上如出一轍。故在推導中令每一個木棍(方型代表木棍)的加速度均為 a:

- 狀況 1:伸長量與任意段短邊後所拉質量成正比=X:X-1:X-2……，1;而最上方的短邊只需要提供一個質量 m 的木棍 a 的加速度即可，故其伸長量為$\frac{ma}{k_b}$；再依照每段短邊伸長的比例式，可求出總伸長量為$\frac{ma}{k_b}\cdot\frac{X(X+1)}{2}$。
- 狀況 2:可視為單一質點被伸長的彈簧加速，其伸長量為$\frac{Xm\cdot a}{\frac{1}{X}k_b}=\frac{ma}{k_b}\cdot X^2$。

再由 F=$m_{慣性}$a=ks 可知$m_{慣性}=\frac{ks}{a}$；上述兩狀況之 k 相同(在此提及的 k 在狀況一中是 X 個短邊線繩串聯後的彈性係數)、a 也相同，s 的比例為則為$\frac{X+1}{2}:X=\frac{X+1}{2X}$ ∴兩者的等效慣性質量比亦為$\frac{X+1}{2X}$。

由以上推導可知，如果要把狀況 1----也就是超重力鎖鏈的問題簡化成狀況 2 的形式，其真正的慣性質量$M_{慣性}=M\cdot\frac{X+1}{2}$

將$M_{慣性}$與M的關係式代入式(7):

$$\Delta a=\frac{\frac{\overline{N}}{m}\Delta t(3cos\theta cos\emptyset-1)bk_b}{\frac{X+1}{2X}\cdot M\cdot V_{波}}$$

（二）水平傾角較小之情形:

(假設前提:在最上方木棍開始加速前端點 B 就已落地)

此時 A 點與 B 點的原始垂直距離即端點 B 之下落距離=$\frac{a-b}{2}$，將其以水平傾角的正弦值表示=Lsinθ

由 F=ks 可知下拉力=$\mathrm{L}\sin\theta\cdot\frac{1}{X}k_b$，再除以慣性質量即為加速度變化之大小。

此時$\Delta a = \frac{L\sin\theta \cdot \frac{1}{X} k_b}{\frac{X+1}{2X} \cdot M}$

符號意義如下:

$\bar{N}$:正向力　θ:起始狀況下木棍與水平面之傾角　m:單一個木棍之質量

Δt:正向力作用時間　a:線繩長邊長　b:線繩短邊長　X:仍在空中的木棍數

M 仍在空中的質量　$V_{波}$:張力波的傳遞速度　k_b:線繩單一短邊的彈性係數

∅ ： 旋轉速度的平均向下分量角(考慮木棍旋轉唯一連續的運動，故其向下有效分量不應依照幾何方法寫成θ，而是一個滿足$\theta > \emptyset > \frac{\theta}{2}$的分量角)

由上述推論可知，因為超重力鎖鏈現象是在端點 B 相對於上方系統有下落的前提下才會發生，此時 $V_{向下分量} = \frac{\bar{N}\Delta t(3\cos\theta\cos\emptyset - 1)}{m}$必須為正，考慮$\bar{N}$、$\Delta t$及 m 均為正值純量，上述條件可改寫成 $3\cos\theta\cos\emptyset - 1 > 0$。而因為∅是向下速度的平均有效分量角，故$\theta > \emptyset > \frac{\theta}{2}$。此時若$\theta = \emptyset$，可知 $3\cos^2\theta - 1 > 0 \Rightarrow \theta < 54.7°$；若$\frac{\theta}{2} = \emptyset$，可知$3\cos\theta\cos\frac{\theta}{2} - 1 > 0 \Rightarrow \theta < 66.50°$。故現象發生之臨界角介於兩者之間，與實驗所得的區間(55°~65°)相近。

當超重力鎖鍊的水平傾角較小時，因為其水平傾角的正弦值較小，下拉距離不足，故加速度不會最大；但當角度較大時，則會因為轉動速度的不足導致即使角度不超過臨界角仍無法產生足夠的下拉距離，所以其加速度亦不會最大，由此可知此現象有一最佳角度可使加速度最大化。

三、鎖鏈製作

(名詞定義: 1.長邊: 連接兩木棍間較長之棉繩 2.短邊: 連接兩木棍間較短之棉繩 3.平均距離:兩木棍質心間距離(見圖 4-3))

（一）以線鋸機將寬與高皆為 1. 2 公分之長方體木棍鋸成 15 公分長。

（二）以鑽孔機於每條木棍寬之中點，距離兩側端點 0.5 公分處各鑽一孔。

（三）將繩線穿過各木棍上的孔，此步驟須確保繩線從木棍之同一側穿入，以免反轉。

（四）各個木棍間以繩線長邊與短邊交錯排列，並拉緊繩線以熱熔膠固定(見圖 4-4)。

（五）將一段長於 15 公分之棉繩黏於鎖鏈最上方木棍之兩端，形成一可掛鉤的繩帶。

（六）在最上方木棍中心處標記一綠點以供 tracker 分析。

（七）製作完成的鎖鏈如圖 4-5。

圖 4-3

圖 4-4

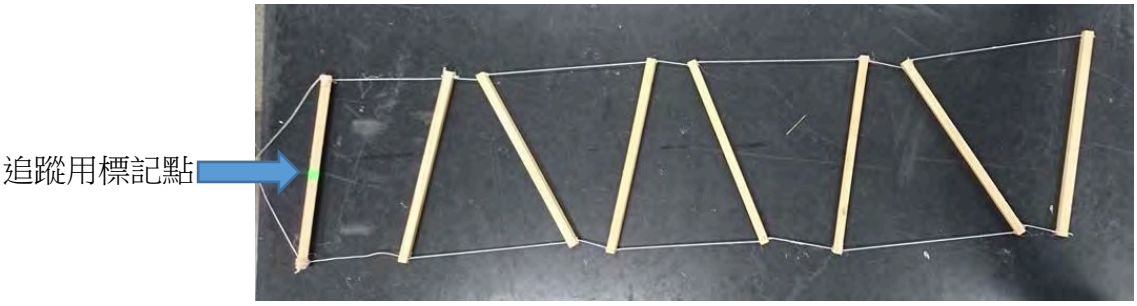


圖 4-5

四、自由落下機械裝置

（一）裝置啟動前由軸傳動齒輪連動齒條，齒條連接掛勾以掛住超重力鎖鏈上方的繩帶。(見圖 4-6、4-7)

（二）欲啟動裝置時，拉動機械裝置中央的棉繩，連接棉繩的機關會透過軸連動動齒輪，並使齒條與掛勾向後縮進裝置內，鎖鏈因而失去支撐而落下。

（三）透過高速攝影機可知兩掛勾縮入的時間差<0.005 秒，可視為兩條鎖鏈同時落下。

（四）將自由落下機械裝置用 Y 型夾和 S 型夾夾在鐵架上，形成最終的下落裝置，如圖４－8。

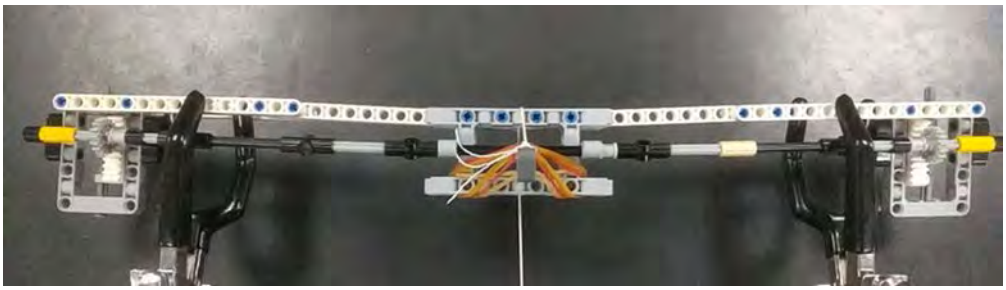


圖 4-6

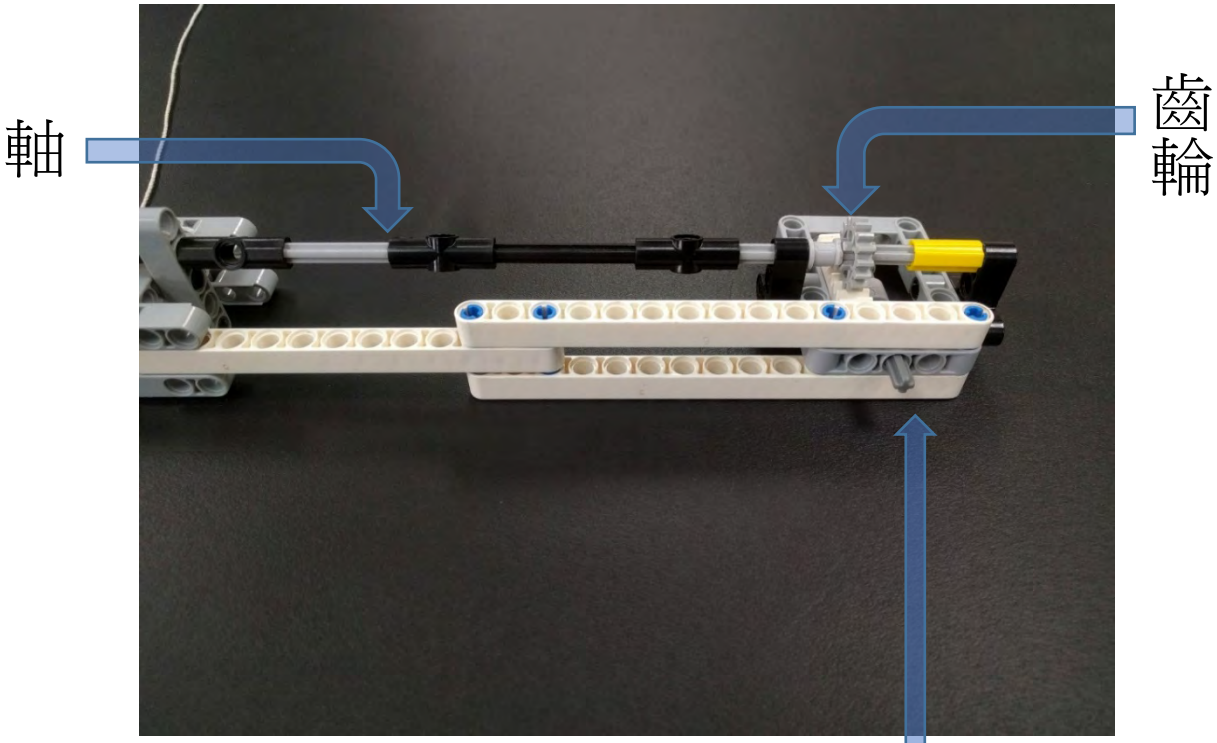


圖 4-7

圖 4-8

五、建構完整的實驗裝置

將做好的超重力鎖鏈掛在自由落下機械裝置上，並於其中一條鎖鏈下方堆疊椅子形成一個下落面(必須確保下落面至地面的距離大於鎖鍊長度，以避免自由落下的對照組也因撞擊地面而加速)，並等待實驗的進行，如圖 4-9。

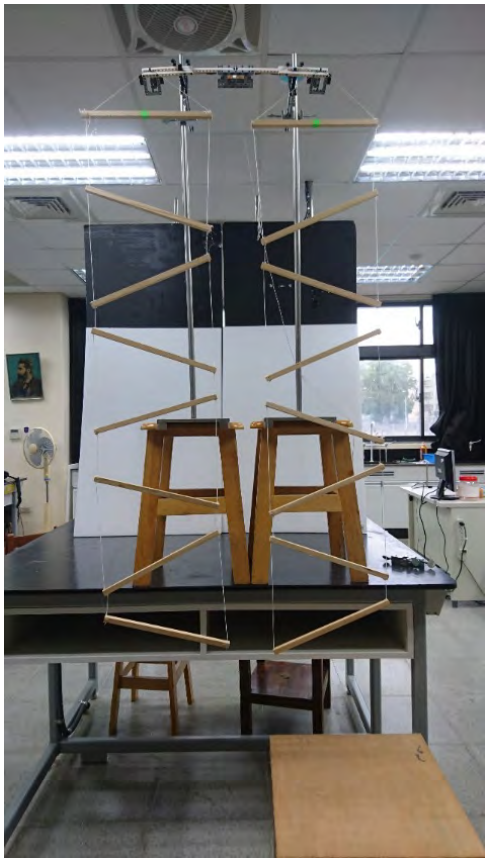


圖 4-9

六、實驗步驟及方法

（一）實驗一: 棉繩和釣魚線對加速效果之比較

1. 分別用棉繩和釣魚線作為繩線，製作由 20 條木棍構成，短邊 5 公分，傾角 15 度的鎖鏈。
2. 固定鎖鏈底端木棍之最低點到下落面之距離於 10cm(兩者皆有碰撞而加速)。
3. 啟動裝置，並以高速攝影機錄製鎖鏈掉落過程。
4. 用影片處理軟體分析下落加速度，並比較兩者差異。

（二）實驗二: 探討木棍數對加速效果之影響

1. 依次將 8,10,13,15,18,20 條木棍以長短繩線交錯製作兩鎖鏈。
2. 將兩鎖鏈最上方之繩帶掛於自由落下機械裝置上。
3. 固定其中一條鎖鏈底端木棍之最低點與下落面之距離於 10cm，另一條則為自由落下之對照組。
4. 啟動機械裝置，並以高速攝影機錄製鎖鏈掉落過程。
5. 用影片處理軟體分析下落加速度。
6. 此實驗包含棉繩以及釣魚線兩種不同繩子材質。

（三）實驗三: 探討繩線長短對加速效果之影響

1. 在固定傾斜角度的情況下，改變繩線長度探討其對實驗結果之影響。
2. 其餘步驟皆如實驗二。

（四）實驗四: 探討木棍傾斜角度對加速效果之影響

1. 固定短邊繩線長度，並藉由改變長邊繩長來改變木棍的傾斜角度，探討其對實驗結果之影響。
2. 其餘步驟皆如實驗二。

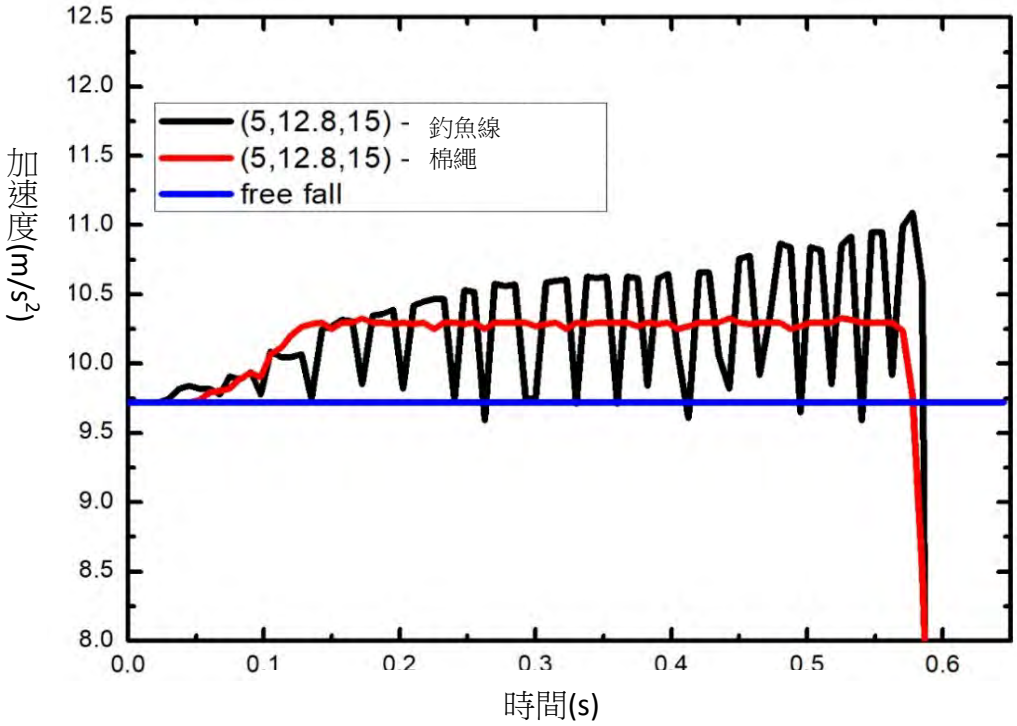
伍、 研究結果

定義 ： 圖例中的數對(a,b,c)代表 a 為短邊繩長(單位 cm)，b 則為長邊繩長(單位 cm)，c 為木棍傾角(單位°)。例如(5,12.8,15)代表短邊長 5cm、長邊長 12.8cm、傾角 15°。

一、下圖 5-1 為分別以棉繩及釣魚線製作超重力鎖鏈的時間對加速度圖。

圖 5-1

不同繩子材質之加速度對時間圖



二、下圖 5-2、5-3 分別為釣魚線及棉繩不同木棍數的加速度對時間圖，圖 5-4、5-5 則分別為不同木棍數對加速度最大值及開始加速時間之關係圖。

圖 5-2

釣魚線為繩材，不同木棍數之加速度對時間圖

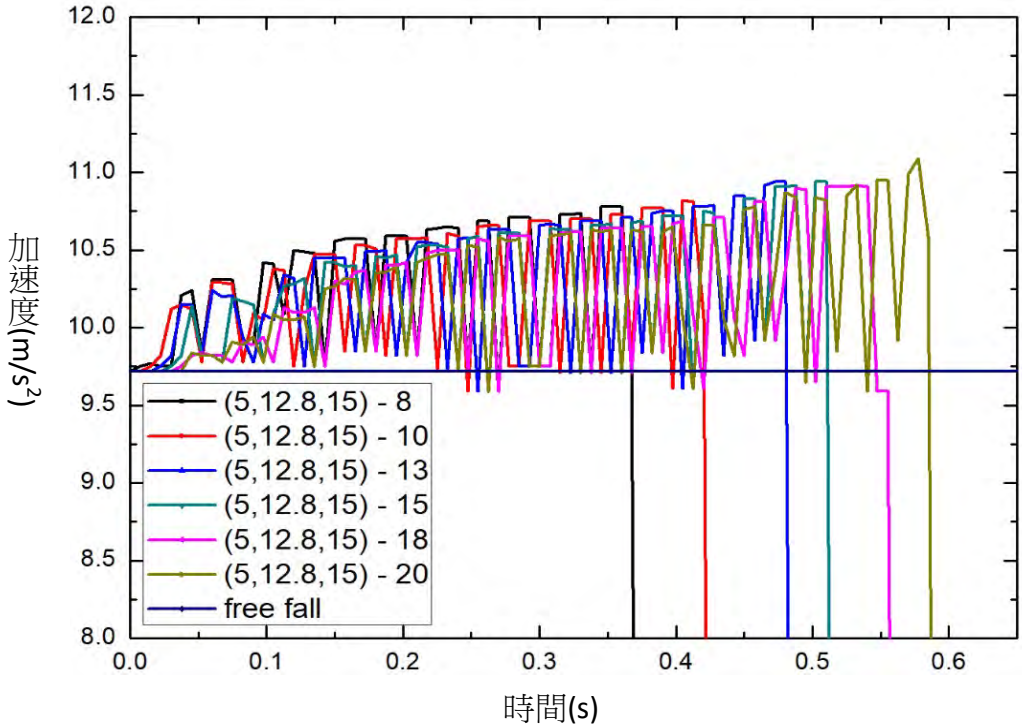


圖 5-3

棉繩為繩材，不同木棍數之加速度對時間圖

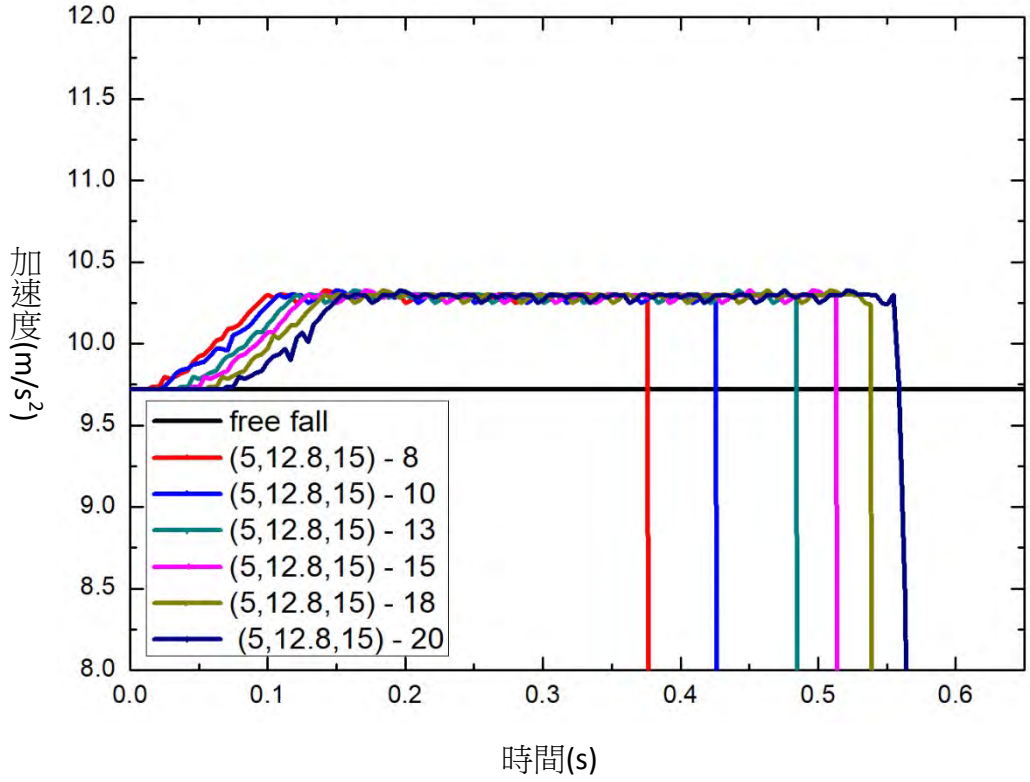


圖 5-4

木棍數對最大加速度圖

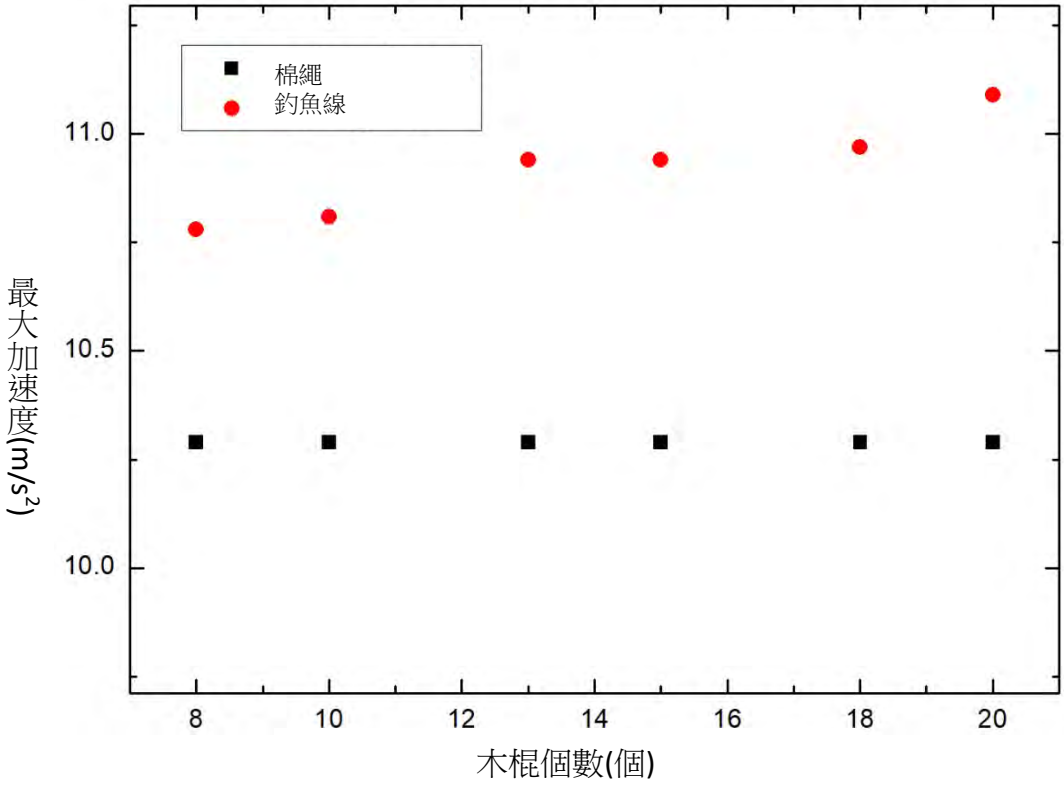
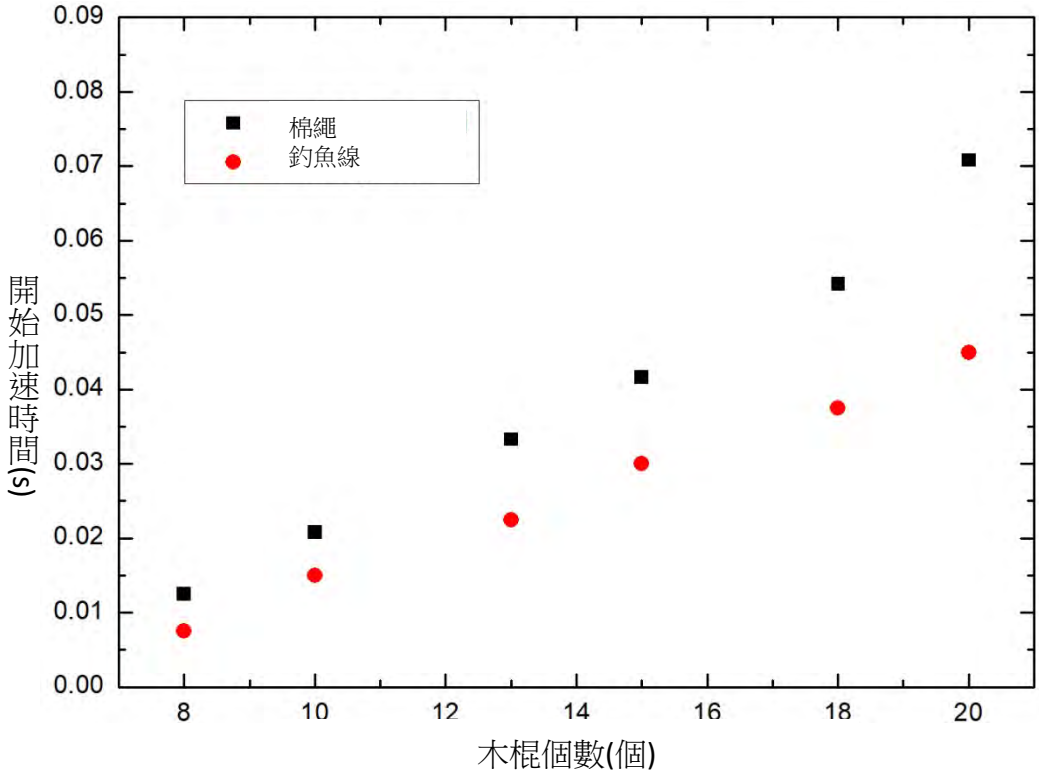


圖 5-5

木棍數對開始加速時間圖



三、下圖 5-6、5-7 分別為釣魚線及棉繩傾角不變情況下，改變短邊繩長的加速度對時間圖，圖 5-8、5-9 則分別為不同短邊繩長對加速度最大值及開始加速時間之關係圖。

圖 5-6

釣魚線為繩材，不同繩長之加速度對時間圖

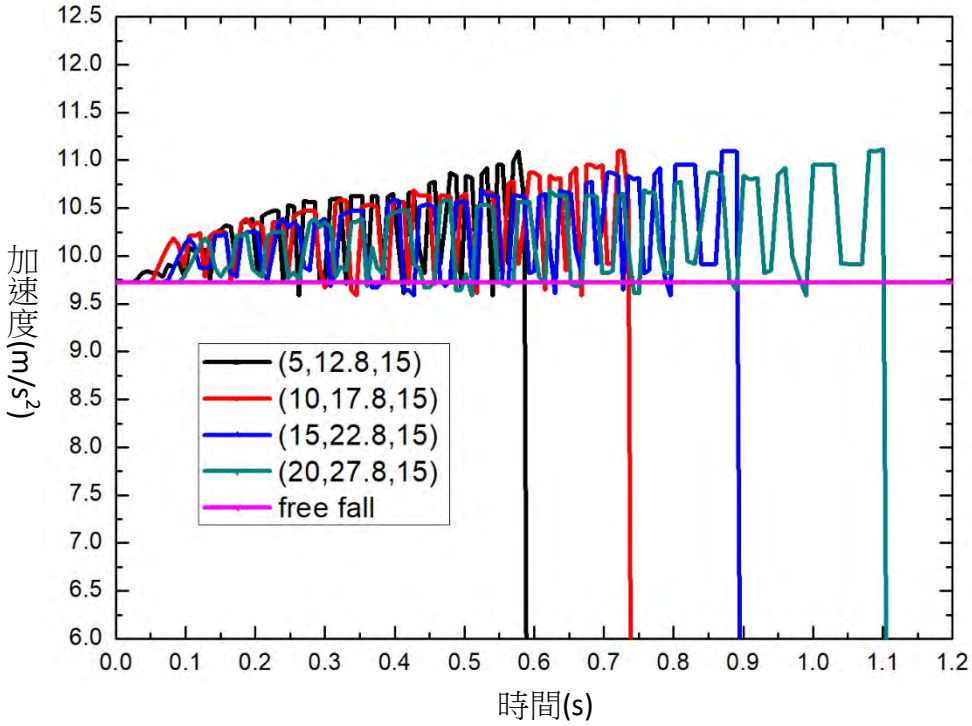


圖 5-7

棉繩為繩材，不同繩長之加速度對時間圖

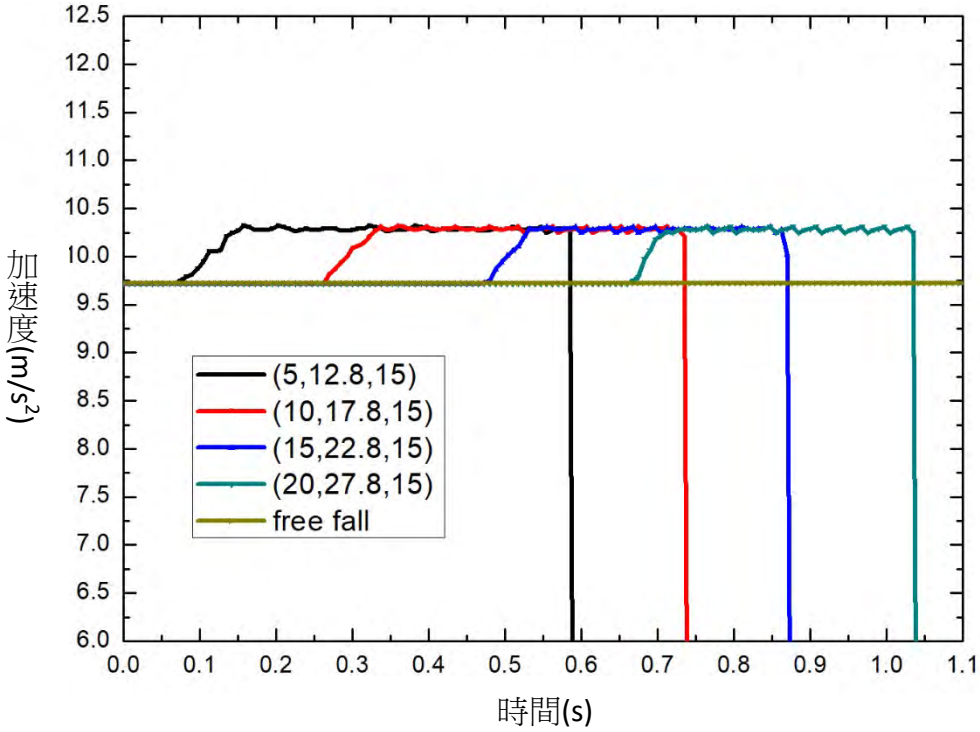


圖 5-8

繩長對最大加速度圖

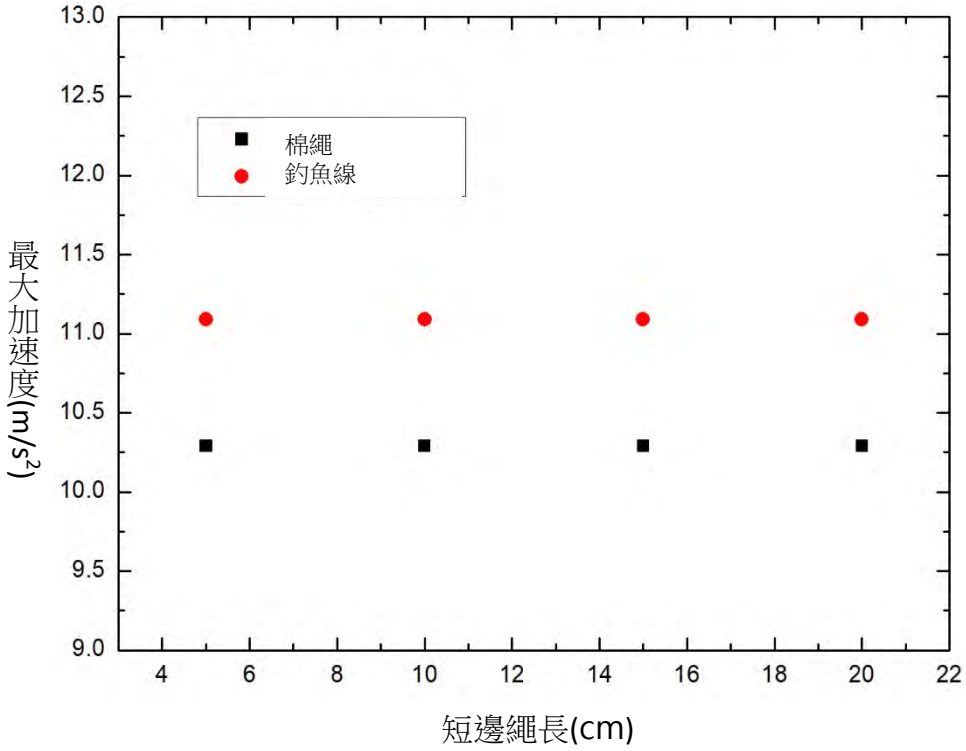
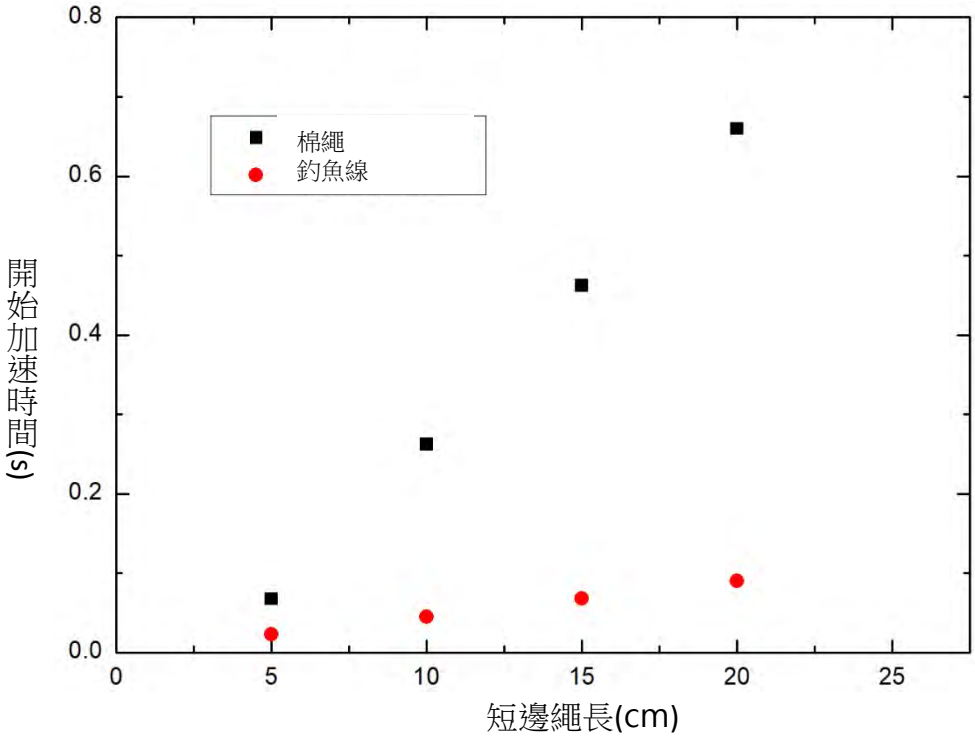


圖 5-9

繩長對開始加速時間圖



四、下圖 5-10、5-11 分別為釣魚線及棉繩改變傾角的加速度對時間圖，圖 5-12、5-13 則分別為不同傾角對加速度最大值及開始加速時間之關係圖。

圖 5-10

釣魚線為繩材，不同傾角之加速度對時間圖

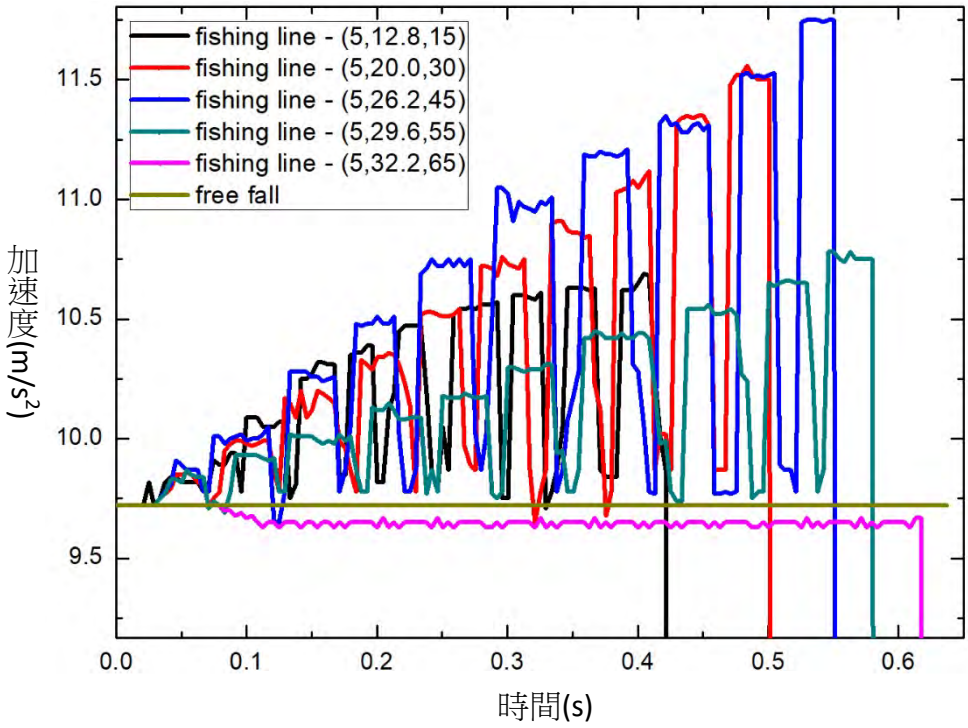


圖 5-11

棉繩為繩材，不同傾角之加速度對時間圖

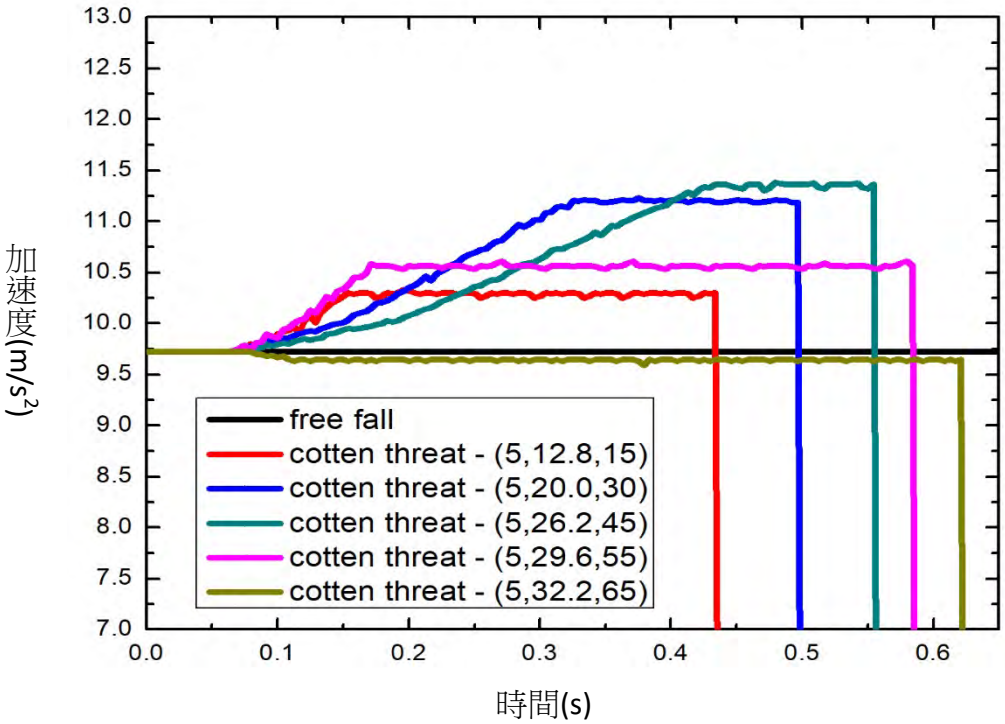


圖 5-12

傾角對最大加速度圖

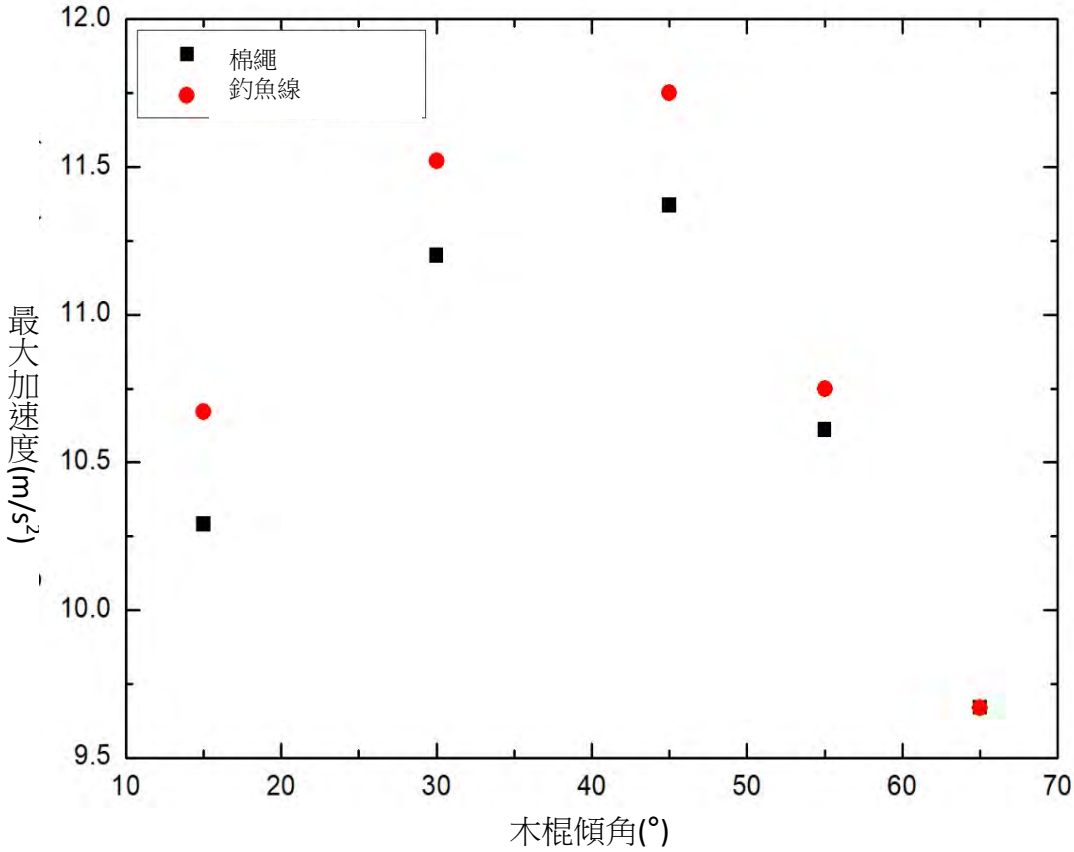
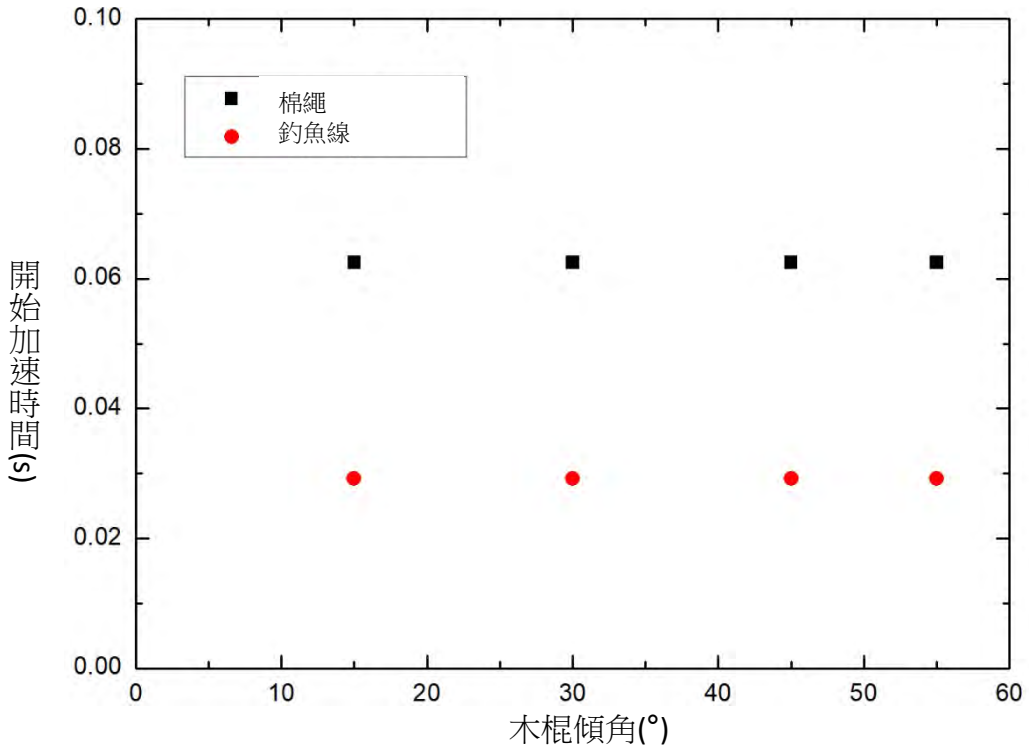


圖 5-9
繩長對開始加速時間圖



陸、 討論

一、由棉繩和釣魚線製作的鎖鏈為何對實驗結果有如此顯著差異?此差別異如何影響接下來實驗中材質的選擇?

（一） 這兩著實驗結果最主要的差異為繩子的材料特性。棉繩材質較柔軟易形變，力學波傳遞速度較慢，致使較上方的木棍會隨著下落而受空氣阻力，使木棍傾角變小，轉動效應減小，故加速度無法隨著上方鎖鏈質量下降而上升，而是上升到一個程度就持平。而因其張力波傳遞時間較長，個別木棍因撞擊所產生的張力波重疊幅度高，故難以看出加速度是由個別木棍碰撞後旋轉所致，但也因此使得繩張力並不一定能即時傳播的事實得以由實驗佐證。釣魚線的材質幾乎無法伸縮，使下落時上方木棍的傾角變化較小，轉動效應變化較小，因此加速度能隨上方鎖鏈質量減少而增加。又因力學波傳遞速度極快，個別木棍造成的加速度幾乎沒有重疊，使得加速度是由個別木棍造成的理論得以被驗證，但張力傳播的時間則比棉繩短。

（二）　基於這兩種繩材的不同，使用正確的材質將會使實驗數據更易分析，也更能將現象釐清。選用釣魚線可以看出加速度隨著鎖鏈下落呈現週期性的增加，減低空氣阻力的影響，讓我們了解每一個木棍都會因為撞擊造成加速度的上升，故在實驗二中，釣魚線是較好的材質。棉繩因其力學波傳遞速度較慢，較能看出隨著繩子長度增加，開始加速時間的延遲，因此實驗三中，棉繩為較佳的材質。實驗四，無論何種繩材皆有相似的結果，代表本實驗雖然會隨著繩子材質改變而影響結果，但大致上的趨勢與走勢仍然相同。

二、棉繩製的鎖鏈加速度無法上升的原因?

我們認為這是空氣阻力的影響，從實驗影片中可以清楚的看到因下方木棍所受空氣阻力大於上方木棍所受之阻力(類似於破風效應)，連結木棍間的棉繩會鬆軟，而且越上方木棍鬆軟程度越明顯，所需花費讓棉繩張緊的時間也越長，當撞擊發生時，必須先拉緊棉繩才能使棉繩具有張力，進而下拉鎖鏈。隨著下落，上方所剩木棍雖然較少，質量也較小，但是因為張力能有效作用造成加速的時間較短，因此加速度量值難以上升。

三、為何釣魚線的加速度量值會有上下震動，且有些值甚至至低到接近重力加速度?

釣魚線的材質較不易形變，且張力波傳遞速度極快，故個別木棍造成的加速效應可以明顯看出，由圖 5-1 可以看出一共有 19 個震盪週期，即是當第二十個木棍掉落前，前十九個木棍分別撞擊地面造成的加速效應。由於木棍並不是連續掉落(因中間有繩線連接)，故兩兩木棍撞擊到平面會有時間間隔，且此段間隔因鎖鏈不受外力，故呈現自由落下，加速度為 9.78，所以會有低峰值接近 9.78 的現象，而高峰值的產生則為撞擊造成木棍角速度變化，加速度量值上升。

四、實驗二有關加速度最大值的解釋?

（一）　隨著木棍數增加，棉繩的加速度最大值不變，是因其受空氣阻力的影響，在討論的第二點已有詳細說明。

（二）　釣魚線則是呈現加速度緩慢上升的趨勢，雖然依照理論(上方只有一根木棍時是用大角度理論的前提)$\Delta a = \frac{\frac{\bar{N}}{m}\Delta t(3cos\theta cos\emptyset - 1)bk_b}{M_{慣性} \cdot V_{波}}$乍看之下與木棍數對此圖表的唯一影

響無關----下落速度。但實際上因為地面給予木棍的衝量正比於木棍的向下動量(m 固定所以$\bar{N}\Delta t \propto$ V)。而若將地面近似成一彈性係數極大的彈簧，可得$\Delta t \propto \sqrt{\frac{m}{K_{地}}}$➔$\Delta t$與落地速度無關，故可得正向力正比於下落速度之結論，並能因此得知:下落速度越大，造成的加速度變化也隨之增加。如此即可解釋釣魚線製的鎖鏈在不同木棍數時，倒數第二根木棍造成的加速度與木棍數正相關之結果，但棉繩則會隨著鎖鏈下落使木棍傾角下降太過明顯，故無法與理論相符。

五、實驗二有關開始加速時間延遲的解釋?

隨著木棍數增加，張力波所需傳遞的路程增長，故傳遞到鎖鏈最上方木棍使鎖鏈開始加速的時間也增長，亦即開始加速時間延遲較長。而不同繩材的張力波傳遞時間亦不相同，釣魚線的張力傳遞時間短於棉繩，故其開始加速時間延遲較短。

六、實驗三有關加速度最大值的解釋?

由圖 5-8 可知，改變繩長對於加速度最大值無明顯影響，是因為繩線長短並不影響木棍因轉碰撞造成角速度變化的條件，繩線只是扮演力學波傳遞者的角色，故不影響加速度最大值。

七、實驗三有關開始加速時間延遲的解釋?

當繩長增長時，張力波所需傳遞的距離增長，導致開始加速時間延遲也隨之增加。

八、實驗四有關加速度最大值的解釋?

由圖 5-12 可以發現，木棍傾角會改變加速度最大值，而且有一峰值出現在 45 度左右，因為當超重力鎖鍊的水平傾角較小時，因為其水平傾角的正弦值較小，下拉距離不足，故加速度不會最大；但當角度較大時，則會因為轉動速度的不足導致即使角度不超過臨界角仍無法產生足夠的下拉距離，所以其加速度亦不會最大，由此可知此現象有一最佳角度可使加速度最大化。

九、實驗四有關開始加速時間延遲的解釋?

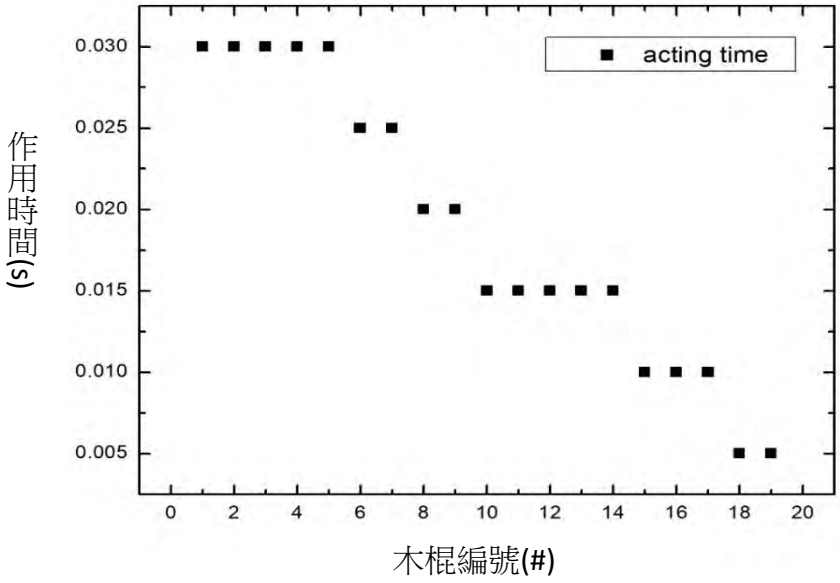
我們在實驗四中是固定短邊繩長，藉由改變長邊繩長來研究傾角對加速效果的影響，結果顯示開始加速時間延遲不隨傾角變化而改變，代表張力波傳遞的時間相同，由於實驗中固定的為短邊長度，因此由此實驗結果可以證明短邊繩線為張力傳遞的途徑。

十、有實驗證明隨著鎖鏈下落作用時間確實減少嗎?

如下圖 6-1，我們將鎖鏈由下往上依序編號，最下方為 1，最上方為 20，發現隨著鎖鏈下落，上方還未掉落至撞擊面的鎖鏈因速度逐漸增大，作用時間逐漸下降。而實驗結果之所以呈現階梯狀下降，是因為高速攝影機的解析度不足所致，相鄰的兩個作用時間差極小，甚至小於高速攝影機最小的一個影格，因此難以區分差異，所以結果呈現階梯狀，但仍能由其看出隨著鎖鏈下落，作用時間越來越短的趨勢。

圖 6-1

作用時間對木棍數圖



十一、 既然理論中以繩張力傳遞時間與木棍作用時間的大小之別做了區分，是否表示當作用時間因下落而縮短或鎖鏈長度有變化時，最佳角以及臨界角也會有所增減?

（一） 臨界角並不會因此改變，原因是因為臨界角的計算公式檢視的是產生超重力鎖鏈現象的前提-----速度向下分量之正負，與繩張力傳遞時間無關。

（二） 當鎖鏈在下落時，作用時間與繩張力傳播距離是同時下降的，故對於兩者大小未在實驗中造成明顯差別。

（三） 當鎖鏈長度較短時，或許會因此有些較小的角度卻適用大角度的前提，但是因為小角度力矩大，造成的旋轉速度明顯，故即使最上方的鎖鏈開始加速了，速度還是得先比端點 B 快，兩者間持續的遠離造成的加速度上升才會停止，以至於結果雖

然無法近似於小角度的公式，但在趨勢上還是會因為此運動須以足夠的作用時間為前提，而呈現加速度與角度正相關之趨勢。

（四） 當鎖鏈長度較長時，雖然可能使較大的角度也適用小角度的前提，但因為角度大，旋轉時間長，張力傳遞時間也長，致使這段期間感受到張力的許多木棍質量造成的慣性影響最下方木棍的旋轉，其造成的結果就是:雖然因為上方系統不會隨端點 B 同步轉動，故轉動中心不會因為上方質量數倍甚至數十倍於單一木棍而趨近於端點 B，但轉動中心的偏移是必然的。在此情形下正向力造成力矩的力臂增長，角速度所造成的速度卻因轉動中心與端點 B 的距離縮短而減少。又因力矩力臂與 B 的旋轉半徑相加為定值 L，估依算幾不等式可知旋轉速度會因此減少，臨界角也會因此逐漸變大，使得端點 B 不再有能力造成加速，但在此之前因為轉動中心尚未偏移故端點 B 相對於上方系統仍有造成向下的位移，故超重力鎖鏈現象仍會發生，只是此狀況雖符合小角度理論的前提，但狀況並不會相同。

十二、 可能的實驗誤差來源?

（一） 空氣阻力絕對是本實驗不可否認且具有一定程度影響的誤差來源。我們原先是採用木板做實驗，但是因為木板所受的空氣阻力實在太大，鎖鏈都會縮在一起(先下落之木板所受風阻較大)，造成實驗結果難以分析，因此改用木棍。另外我們之所以會固定最下方木棍到下落面之距離，而且還只有 10 公分的距離，就是希望鎖鍊在下落過程中不要受空氣阻力的影響過於顯著。

（二） 撞擊到下落面之木棍有可能在彈其來後行二次撞擊造成實驗誤差。我們已經選用較不具彈性的木板來建構下落面，藉以降低這方面的誤差。

柒、 結論

一、超重力鎖鏈現象的發生是因為短邊繩線具有張力，把上方鎖鏈往下拉。

二、以棉繩製作的鎖鏈易受空氣阻力而鬆軟使得木棍傾角變小，加速度量值無法持續上升，且張力傳遞時間較長，致使個別木棍造成的加速效應不易觀察。

三、以釣魚線製作的鎖鏈因釣魚線會給木棍輕微的向外應力而能不致形變，繩張力傳遞時間比棉繩短，故使個別木棍造成的加速效應清晰，可以看出加速度呈現週期性上升的趨勢，其張力傳遞時間雖短，但仍不可忽視。

四、以棉繩製作的鎖鏈，隨著木棍數增加，加速度最大值並未因此上升，只有開始加速時間因鎖鏈增長而延遲。

五、以釣魚線製作的鎖鏈，隨著木棍數增加，加速度震盪的波峰數增加，加速度最大值也增加，且開始加速時間隨著木棍數增加而延遲。

六、無論是以釣魚線或棉繩製作的鎖鏈，在固定傾角時縮短繩長均不改變加速度量值，只對繩張力傳遞時間有所影響。

七、在固定短邊改變木棍傾角時，無論是釣魚線或綿繩製作的鎖鏈皆能看出有一角度能使加速度最大化，以及超重力鎖鏈現象有一臨界角，且兩者趨勢相近；至於繩張力傳播時間則都未因角度改變而增減，進而佐證短邊為繩張力的傳遞途徑。

八、短邊繩長影響加速度開始作用的時間，木棍傾斜角度則影響加速度量值的大小；在以釣魚線為線材時木棍數也會些微影響加速度量值。

捌、 參考資料及其他

一、Anoop Grewal, Phillip Johnson,and Andy Ruina (Dated: March 13, 2011). A chain that accelerates, rather than slows, due to collisions:how compression can cause tension. Department of Mechanical Engineering, Cornell University, Ithaca, NY 14853,3-7

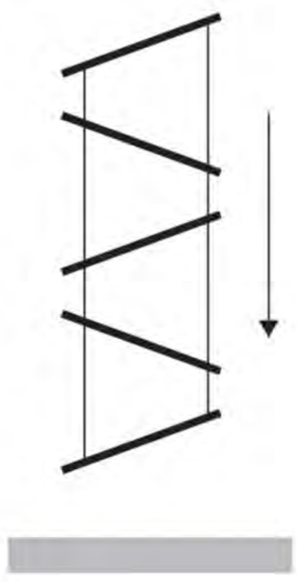
【評語】051811

本件作品探討交錯排列結構下落的運動現象。實驗構想及設計周延。實驗數據紀錄、整理及分析相當詳實且學理論述詳盡。建議增加研究主題的延伸及後續發展的討論。

作品海報

研究動機

在一次物理實驗課中，老師給我們看許多使用高速攝影機錄影的實驗，其中一個實驗是將鐵鏈從高處落下，當鐵鏈撞擊接觸面後，會比自由落下還快。但同時老師也告訴我們這個理論假設是有缺陷的，致使我們對這個並不單純的現象感到好奇，經查詢之後，發現由木棍交錯排列構成的鎖鏈也會發生這種現象，但相關的資料較少，於是我們希望透過實驗了解影響此現象的相關參數以及應用。



研究目的

1.探討此現象之成因，並提出合理之解釋。

2.比較棉繩與釣魚線對加速效果之影響。

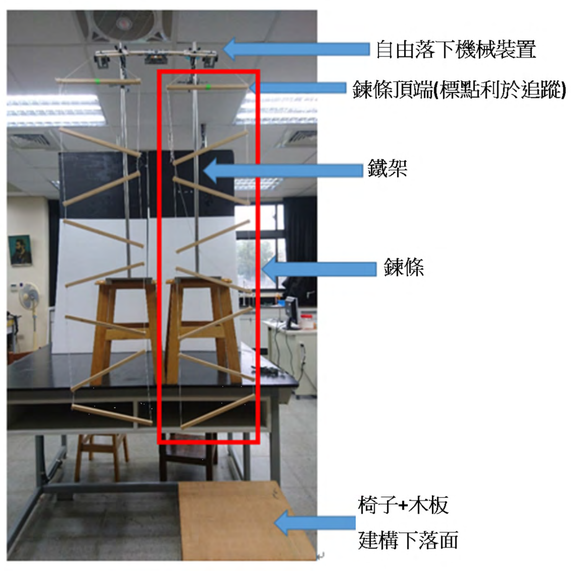
3.研究木棍數對加速效果之影響。

4.研究繩線長度對加速效果之影響。

5.研究木棍傾斜角度對加速效果之影響。

研究器材及方法

一、實驗裝置

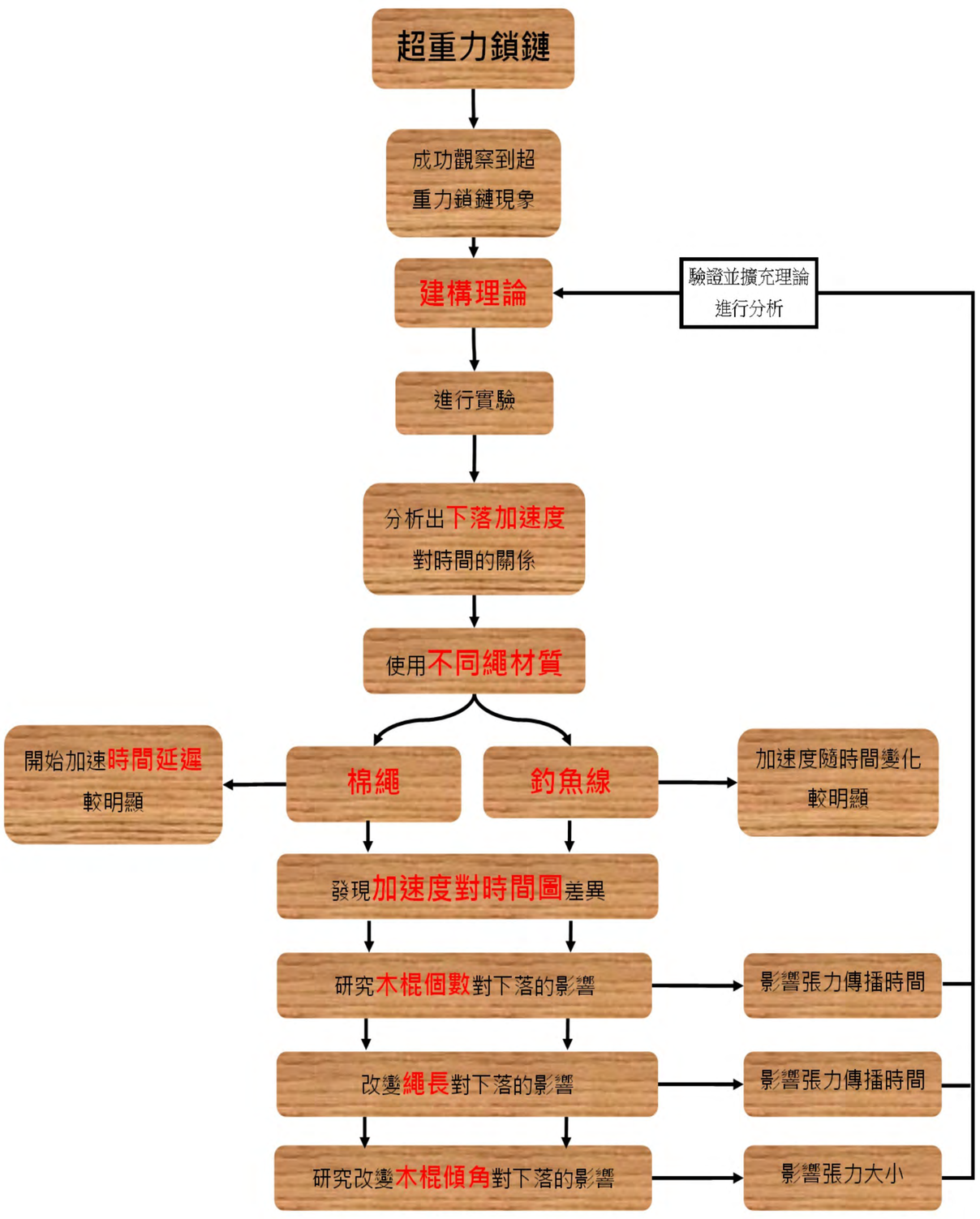


二、鏈條製作

三、加速度追蹤

我們在鎖鏈最上方木棍質心貼上追蹤標記，並使用 After Effect 進行相機視角校正，接著利用 Tracker 軟體追蹤最上方木塊的加速度。

實驗流程圖



理論

由於鎖鏈掉落至下落面時木棍只有 A 端單邊落地，故會對於 B 端造成撞擊力造成質心向上的加速度，以及該力造成的力矩對應轉動中心形成的角加速度。以此造成的端點 B 速度變化造成的線材拉扯，即為此現象成因(以下理論皆在重力坐標系中討論):

1.水平傾角較大之情形(假設前提:在端點 B 碰到地面之前最上方木棍就已開始加速):$\vec{a}_B = \vec{a}_{MC} + \vec{a}_R$(B 點加速度=質心加速度+B 相對於質心的角加速度)

$$a_{mc} = \frac{\bar{N}}{m} \ldots\ldots \Delta V = \frac{\bar{N}\Delta t}{m}$$ (N 為地面對木棍之正向力，△t 為其作用時間)

$$a_R = \alpha \cdot \frac{1}{2}L = \frac{3\bar{N}\cos\theta}{m}\ ;\ \therefore V_{\text{向下分量}} = \frac{3\bar{N}\Delta t\cos\theta}{mL} \cdot \frac{1}{2}\mathrm{L} \cdot \cos\emptyset - \frac{\bar{N}\Delta t}{m}$$

由此乘以繩張力傳遞時間，再乘以彈性係數即為拉力大小$F = \frac{\bar{N}\Delta t(3\cos\theta\cos\emptyset - 1)}{m} \cdot \frac{Xb}{V_{波}} \cdot k_{th}$；化簡得 $\Delta a = \frac{\frac{\bar{N}}{m}\Delta t(3\cos\theta\cos\emptyset - 1)bk_b}{\frac{X+1}{2X} \cdot M \cdot V_{波}}$

2.水平傾角較小之情形:(假設前提:在最上方木棍開始加速前端點 B 就已落地)，此時 A 點與 B 點的原始垂直距離即端點 B 之下拉距離。

$$\Delta a = \frac{\mathrm{L}\sin\theta \cdot \frac{1}{X}k_b}{\frac{X+1}{2X} \cdot M}$$

3.在此假設的最大加速度發生在張力波傳遞到頂端的那一瞬間，但實際上在上方木棍加速到和底端速度相等時加速度方為最大值，再加上之後會討論的實驗誤差，故此理論無法完全量化解釋實驗，但可以由此了解各參數對本實驗的影響。

符號意義如下:

$\bar{N}$:正向力　θ:起始狀況下木棍與水平面之傾角　m:單一個木棍之質量

Δt:正向力作用時間　b:線繩短邊長　X:仍在空中的木棍數　M 仍在空中的質量

$V_{波}$:張力波的傳遞速度　k_b:線繩單一短邊的彈性係數

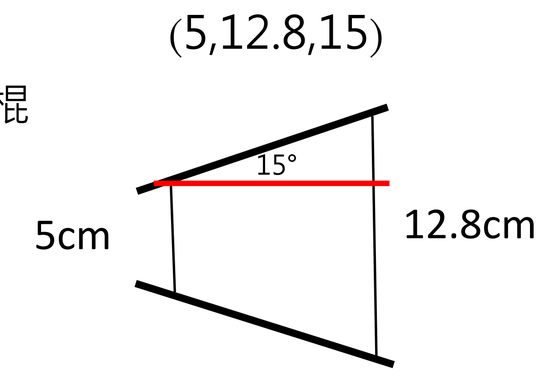
Ø：旋轉速度的平均向下分量角(考慮木棍旋轉唯一連續的運動，故其向下有效分量不應依照幾何方法寫成θ，而是一個滿足$\theta > \emptyset > \frac{\theta}{2}$的分量角)

研究結果

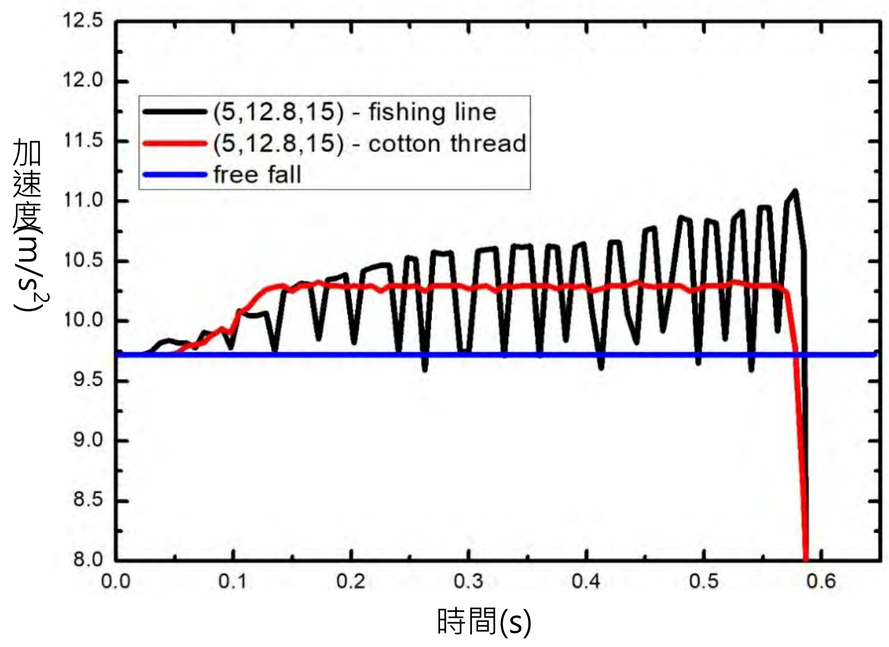
一、名詞定義

(一)鎖鏈繩長定義:

我們使用一個數對表示鎖鏈兩端的繩長與木棍傾角，數對中第一個數字為短邊繩長，第二個數字為長邊繩長，第三個數字代表木棍傾角，單位為公分。如(5,12.8,15)表示鎖鏈短邊長 10 公分、長邊長 20 公分，木棍傾角 15°。

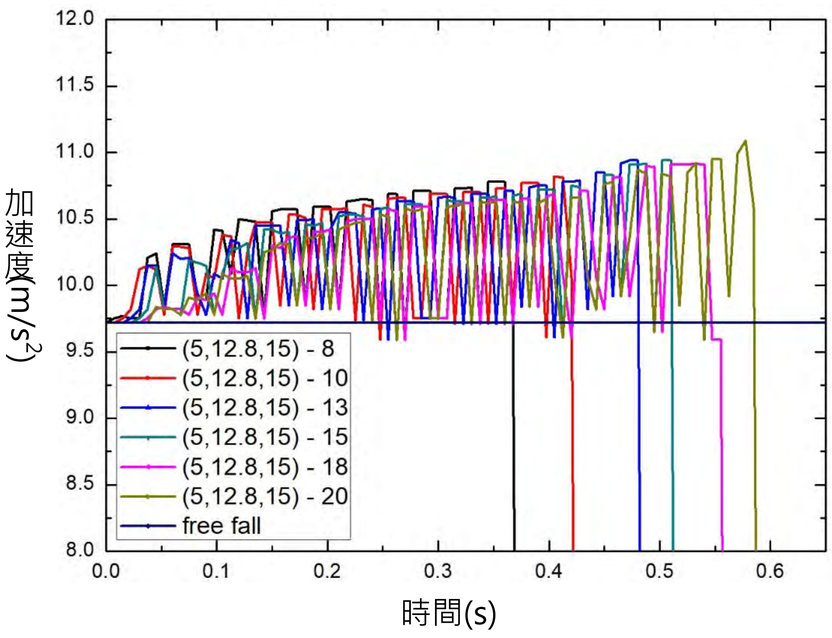


二、不同繩子材質之加速度對時間圖

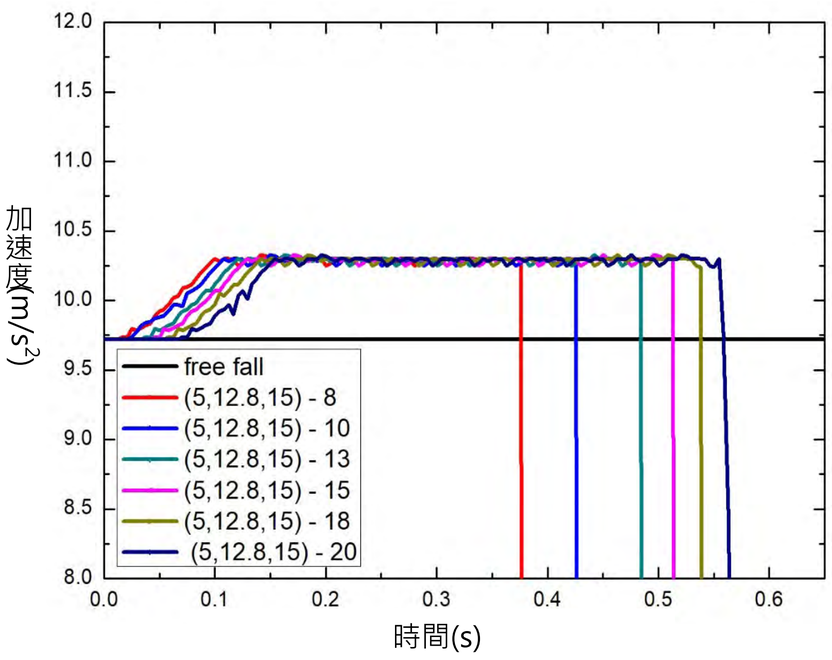


三、改變木棍數結果

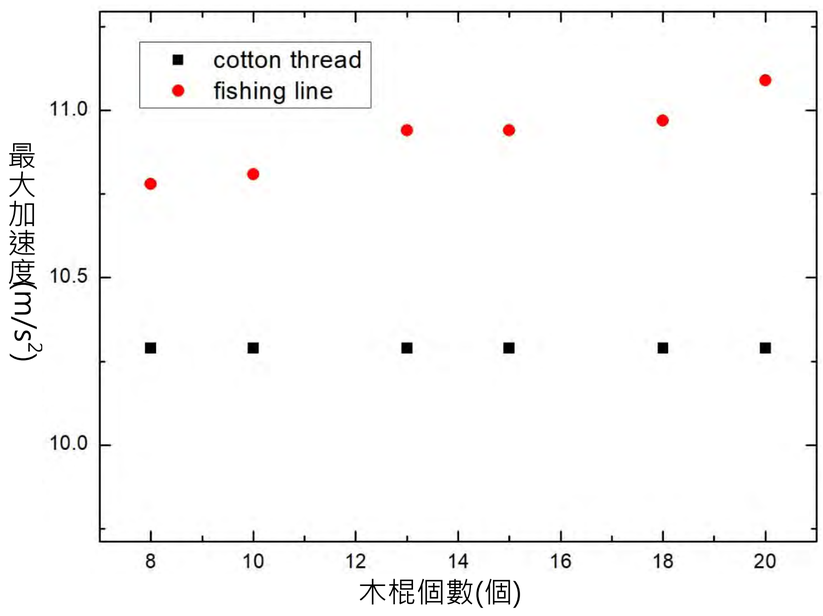
釣魚線為繩材，不同木棍數之 a-t 圖



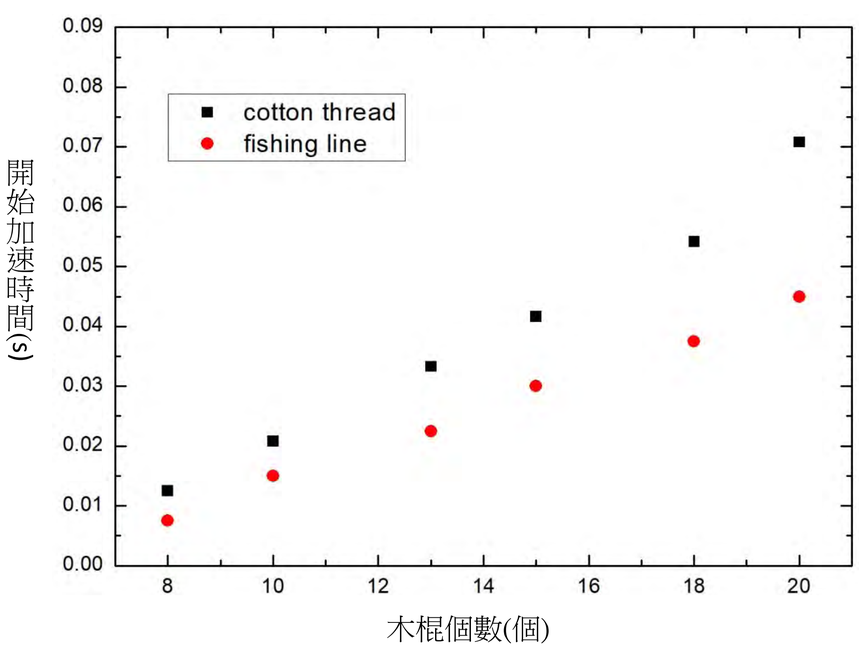
棉繩為繩材，不同木棍數之加速度對時間圖



木棍數對最大加速度圖

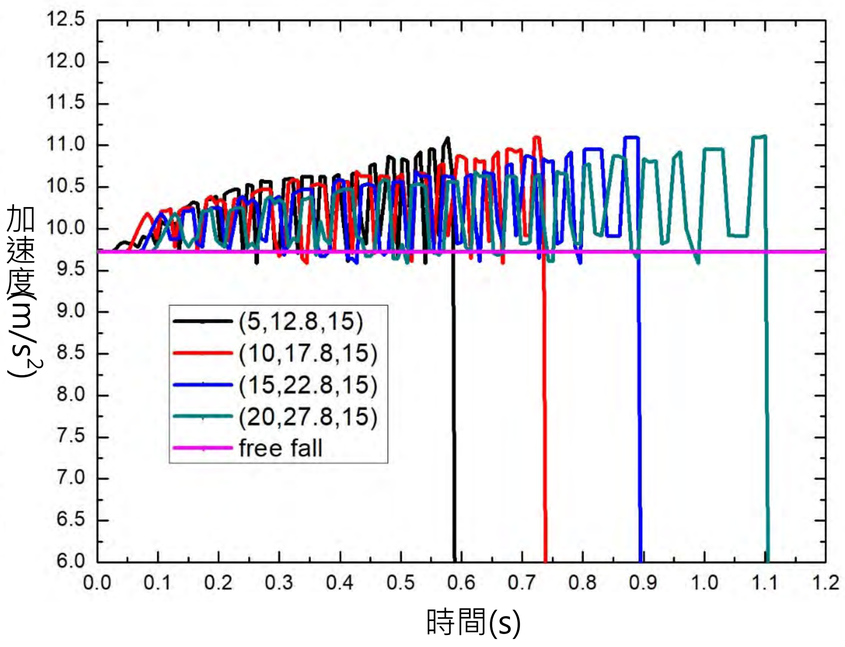


木棍數對開始加速時間圖

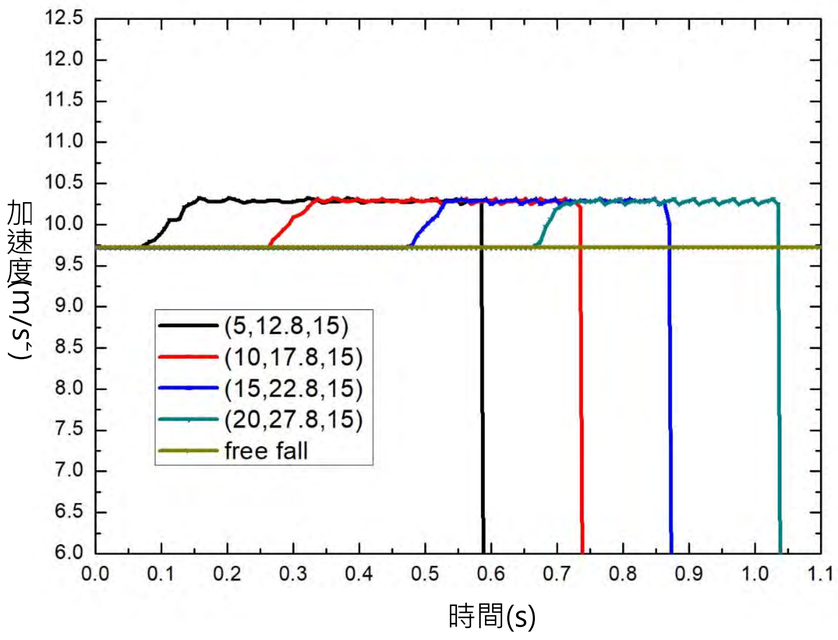


四、改變繩長結果

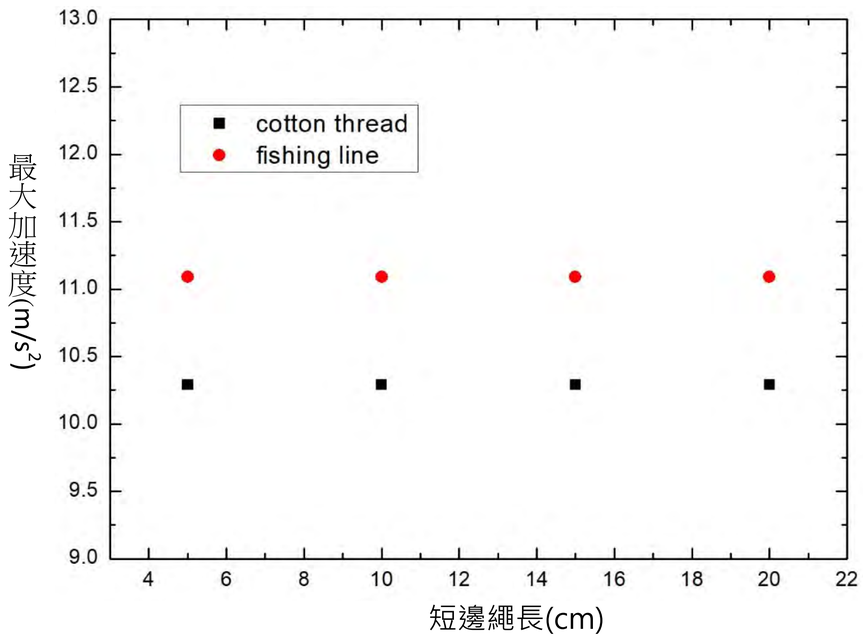
釣魚線為繩材，不同繩長之 a-t 圖



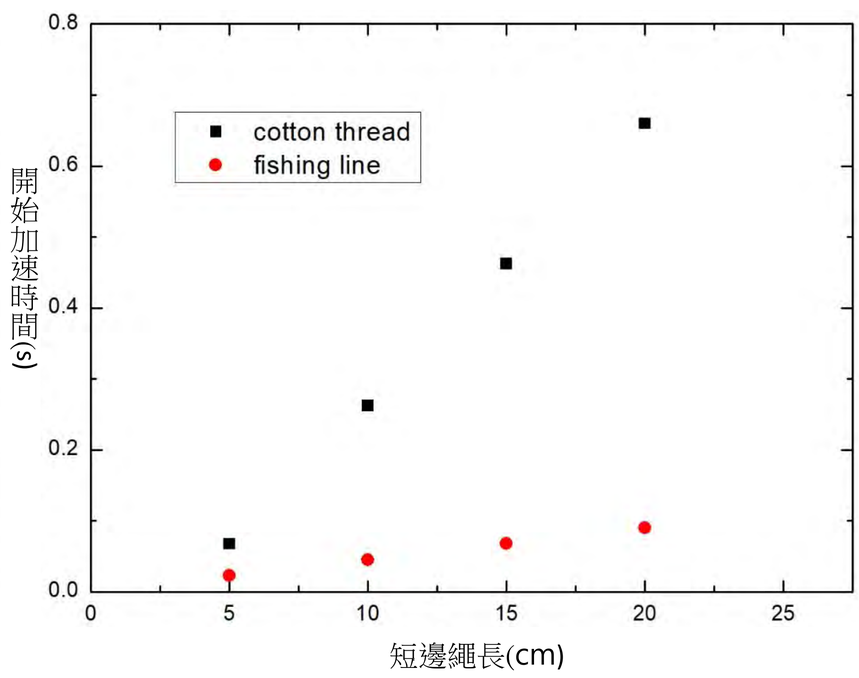
棉繩為繩材，不同繩長之加速度對時間圖



繩長對最大加速度圖

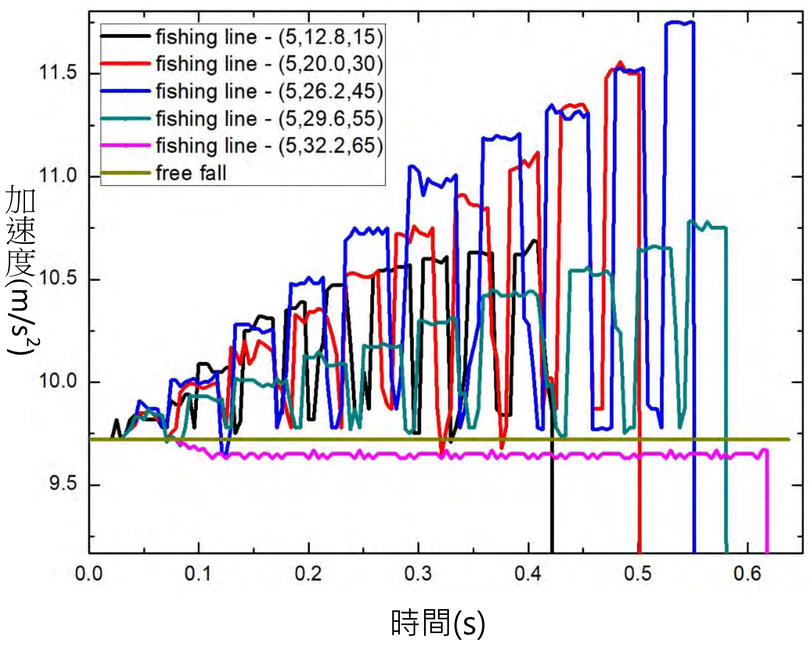


繩長對開始加速時間圖

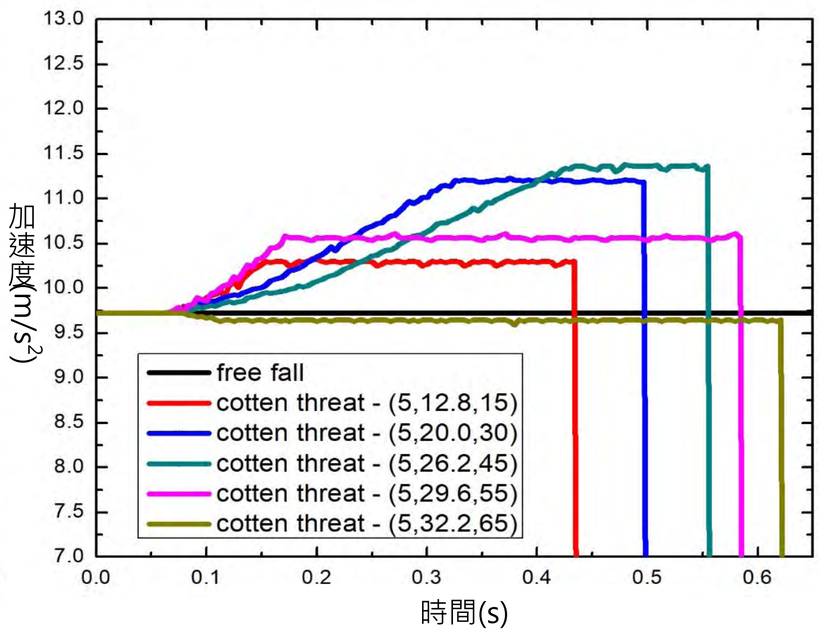


五、改變木棍傾角結果

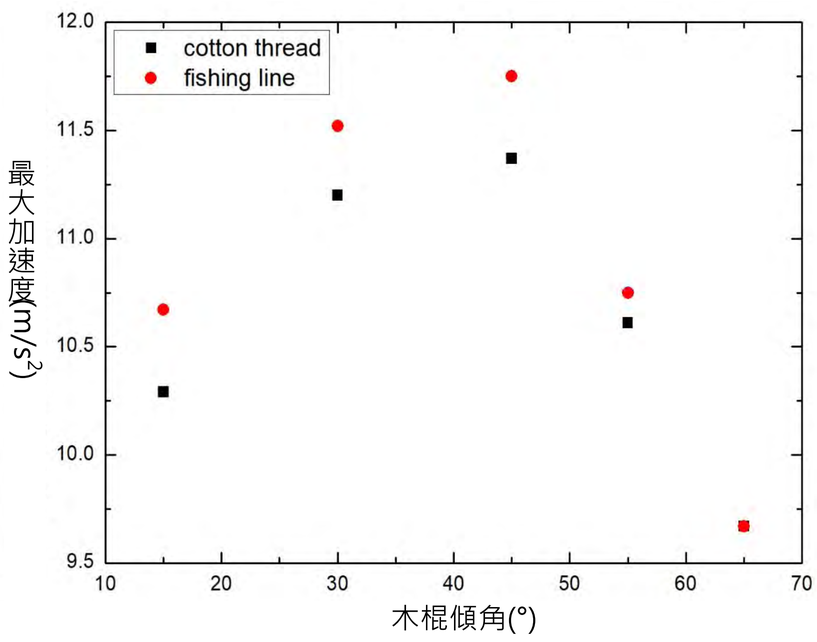
釣魚線為繩材，不同傾角之 a-t 圖



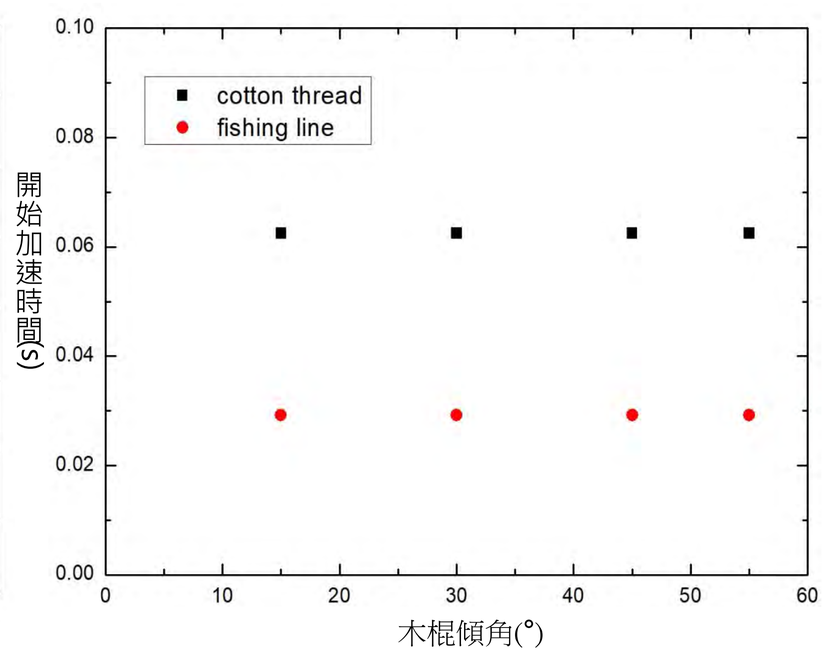
釣魚線為繩材，不同傾角之加速度對時間圖



傾角對最大加速度圖



傾角對開始加速時間圖



問題與討論

一、由棉繩和釣魚線製作的鎖鏈為何對實驗結果有如此顯著差異?此差別異如何影響接下來實驗中材質的選擇?

(一)這兩著實驗結果最主要的差異為繩子的材料特性。棉繩材質較柔軟易形變，力學波傳遞速度較慢，致使較上方的木棍會隨著下落而受空氣阻力，使木棍傾角變小，轉動效應減小，故加速度無法隨著上方鎖鏈質量下降而上升，而是上升到一個程度就持平。而因其張力波傳遞時間較長，個別木棍因撞擊所產生的張力波重疊幅度高，故難以看出加速度是由個別木棍碰撞後旋轉所致，但也因此使得繩張力並不一定能即時傳播的事實得以由實驗佐證。釣魚線的材質幾乎無法伸縮，使下落時上方木棍的傾角變化較小，轉動效應變化較小，因此加速度能隨上方鎖鏈質量減少而增加。又因力學波傳遞速度極快，個別木棍造成的加速度幾乎沒有重疊，使得加速度是由個別木棍造成的理論得以被驗證，但張力傳播的時間則比棉繩短。

(二)基於這兩種繩材的不同，使用正確的材質將會使實驗數據更易分析，也更能將現象釐清。選用釣魚線可以看出加速度隨著鎖鏈下落呈現週期性的增加，減低空氣阻力的影響，讓我們了解每一個木棍都會因為撞擊造成加速度的上升，故在改變木棍數實驗中，釣魚線是較好的材質。棉繩因其力學波傳遞速度較慢，較能看出隨著繩子長度增加，開始加速時間的延遲，因此改變繩長實驗中，棉繩為較佳的材質。改變木棍傾角實驗，無論何種繩材皆有相似的結果，代表本實驗雖然會隨著繩子材質改變而影響結果，但大致上的趨勢與走勢仍然相同。

二、為何釣魚線的加速度量值會有上下震動，且有些值甚至至低到接近重力加速度?

釣魚線的材質較不易形變，且張力波傳遞速度極快，故個別木棍造成的加速效應可以明顯看出，由圖中可以看出一共有 19 個震盪週期，即是當第二十個木棍掉落前，前十九個木棍分別撞擊地面造成的加速效應。由於木棍並不是連續掉落(因中間有繩線連接)，故兩兩木棍撞擊到平面會有時間間隔，且此段間隔因鎖鏈不受外力，故呈現自由落下，加速度為 9.78，所以會有低峰值接近 9.78 的現象，而高峰值的產生則為撞擊造成木棍角速度變化，加速度量值上升。

三、改變木棍數實驗中有關加速度最大值的解釋?

(一)隨著木棍數增加，棉繩的加速度最大值不變，是因其受空氣阻力的影響，在討論的第二點已有詳細說明。

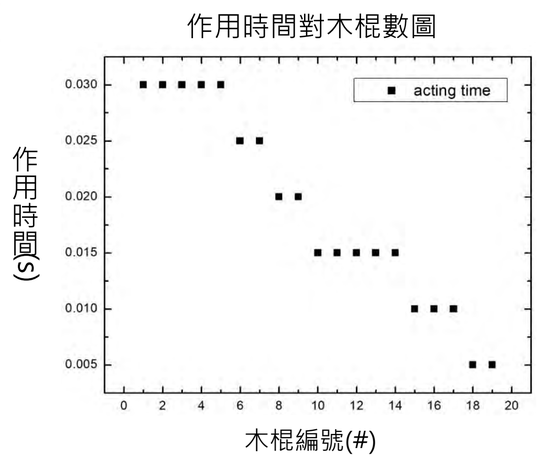
(二)釣魚線則是呈現加速度緩慢上升的趨勢，是因為地面給予木棍的衝量正比於木棍的向下動量(m 固定所以 $\bar{N}\Delta t \propto V$)。而若將地面近似成一彈性係數極大的彈簧，可得-> Δt 與落地速度無關，故可得正向力正比於下落速度之結論，並能因此得知:下落速度越大，造成的加速度變化也隨之增加。如此即可解釋釣魚線製的鎖鏈在不同木棍數時，倒數第二根木棍造成的加速度與木棍數正相關之結果，但棉繩則會隨著鎖鏈下落使木棍傾角下降太過明顯，故無法與理論相符。

四、改變木棍數實驗有關開始加速時間延遲的解釋?

隨著木棍數增加，張力波所需傳遞的路程增長，故傳遞到鎖鏈最上方木棍使鎖鏈開始加速的時間也增長，亦即開始加速時間延遲較長。而不同繩材的張力波傳遞時間亦不相同，釣魚線的張力傳遞時間短於棉繩，故其開始加速時間延遲較短。

五、有實驗證明隨著鎖鏈下落作用時間確實減少嗎?

如下圖 6-1，我們將鎖鏈由下往上依序編號，最下方為 1，最上方為 20，發現隨著鎖鏈下落，上方還未掉落至撞擊面的鎖鏈因速度逐漸增大，作用時間逐漸下降。



結論

一、超重力鎖鏈現象的發生是因為短邊繩線具有張力，把上方鎖鏈往下拉。

二、以棉繩製作的鎖鏈易受空氣阻力而鬆軟使得木棍傾角變小，加速度量值無法持續上升，且張力傳遞時間較長，致使個別木棍造成的加速效應不易觀察。

三、以釣魚線製作的鎖鏈因釣魚線會給木棍輕微的向外應力而能不致形變，繩張力傳遞時間比棉繩短，故使個別木棍造成的加速效應清晰，可以看出加速度呈現週期性上升的趨勢，其張力傳遞時間雖短，但仍不可忽視。

四、以棉繩製作的鎖鏈，隨著木棍數增加，加速度最大值並未因此上升，只有開始加速時間因鎖鏈增長而延遲。

五、以釣魚線製作的鎖鏈，隨著木棍數增加，加速度震盪的波峰數增加，加速度最大值也增加，且開始加速時間隨著木棍數增加而延遲。

六、無論是以釣魚線或棉繩製作的鎖鏈，在固定傾角時縮短繩長均不改變加速度量值，只對繩張力傳遞時間有所影響。

七、在固定短邊改變木棍傾角時，無論是釣魚線或綿繩製作的鎖鏈皆能看出有一角度能使加速度最大化，以及超重力鎖鏈現象有一臨界角，且兩者趨勢相近；至於繩張力傳播時間則都未因角度改變而增減，進而佐證短邊為繩張力的傳遞途徑。

八、短邊繩長影響加速度開始作用的時間，木棍傾斜角度則影響加速度量值的大小；在以釣魚線為線材時木棍數也會些微影響加速度量值。

參考資料及其他

一、Anoop Grewal, Phillip Johnson,and Andy Ruina (Dated: March 13, 2011).A chain that accelerates, rather than slows, due to Collisions : how compression can cause tension.Department of Mechanical Engineering, Cornell University, Ithaca, NY 14853,3-7