中華民國第 57 屆中小學科學展覽會
作品說明書

高級中等學校組　物理與天文學科

051805

液滴凝成奇異形狀的繼續研究

學校名稱：國立嘉義高級中學

作者：	指導老師：
高二 陳冠任	侯富議
高二 宋冠霖	謝孟恭

關鍵詞：內聚力、附著力、接觸角

摘要

液滴滴在冷金屬板上，液體由下向上結冰時，液體分子間的內聚力以及冰和液體分子間的附著力決定了液體、冰、和空氣間的接觸角大小。接觸角的大小決定了液滴頂端的形狀。

純水在凝固過程中，接觸角為 90°，水滴頂端凝成頂角 65°的圓錐形。葡萄糖水溶液結冰時，接觸角隨溶液的濃度的增加而遞減且小於 90°，液滴頂端凝成圓錐形。氯化鈉水溶液結冰前先形成濃稠層，因濃度的不同，液滴頂端可形成煙囪形、圓錐形、和圓弧形。2.00mol/kg 的氯化銨水溶液結冰時，先凝成煙囪形，再從煙囪中長出圓錐形的冰錐。化合物水溶液的表面張力大於水者，適當的濃度下，液滴結冰時都可以形成煙囪形。

壹、研究動機

作者以『液滴凝成奇異形狀的研究』參加 2016 年臺灣國際科學展覽會，獲得物理與天文學科大會二等獎〔1〕；在評審期間，評審教授給了許多增加作品內容的建議，擬提出繼續研究的作品參加今年的全國科展活動。

貳、研究目的及研究問題

一、實驗研究液滴凝成的奇異形狀。

二、理論探討液滴凝成奇異形狀的變因。

三、探討液滴凝成奇異形狀的應用。

參、研究設備及器材

一、容器裝冷劑(三種不同的冷劑：

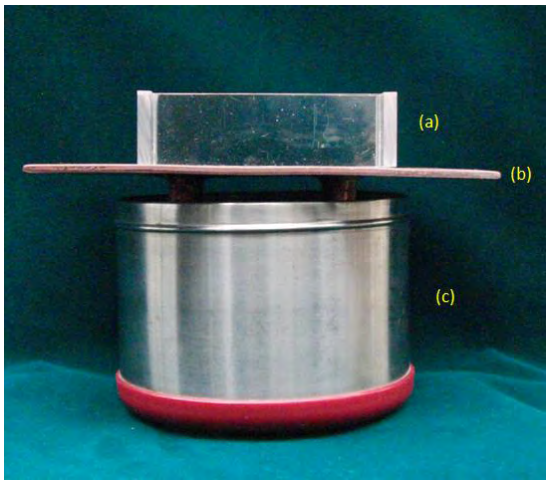
乾冰、質量比 7:1 的乾冰+乙醚和液態氮)

二、銅板架（腳架沒在冷劑中）

三、Hele Shaw Cell (壓克力製，

兩片間距 1mm)

四、攝影機 、KMPlayer 電腦軟體

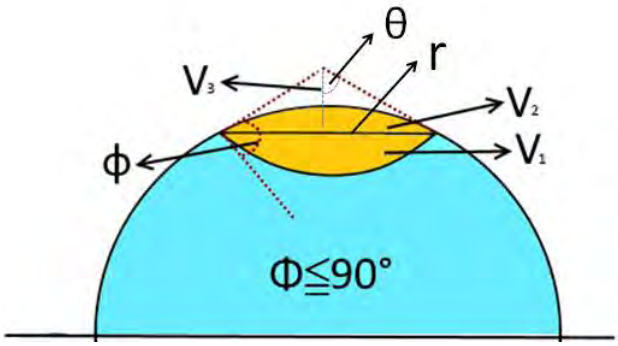


圖一:實驗裝置:(a) Hele Shaw Cell (b) 銅板架(c) 容器裝冷劑。

五、 滴管、紅外線溫度計、蒸餾水、葡萄糖、氯化鈉、氯化銨、硝酸銀、硫酸銅、溴化鉀、碘化鉀、氯化錳等化合物。

肆、原理

一、 銅板放在冷劑上方，在銅板上滴入液滴後，液滴的熱量向下傳導，由下往上逐漸凝固成冰。液滴外緣的熱傳導速率大於內部，使得冰液交界面呈凹谷型〔2〕。



圖二:液滴頂端液體分子的內聚力小於冰液間的附著力者$\phi \leqq 90^{\circ}$。

（一）液體分子的內聚力小於冰液間的附著力者（如圖二所示），凹谷內水平面下方的液體體積 V_1 大於上方的 V_2，接觸角$\phi \leqq 90^{\circ}$ 。液體逐漸向上形成頂角 θ 的冰錐。凹谷內液體總體積 V_1，

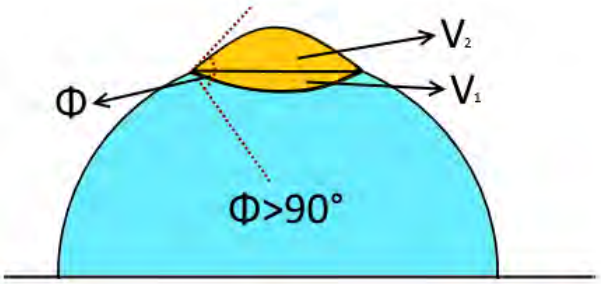
$$V_1 = \int_{\theta}^{0} -\pi R^3 \sin^3 \alpha d\alpha \quad = \frac{\pi r^3}{3} \frac{(1-\cos\theta)^2 (2+\cos\theta)}{\sin^3 \theta}$$

$$V_2 = \int_{\pi-\phi-\theta}^{0} dV = \frac{\pi r^3}{3} \frac{[1-\sin(\theta+\phi)]^2 [2+\sin(\theta+\phi)]}{\sin^3(\theta+\phi)} \qquad V_3 = \frac{1}{3}\pi r^2 \frac{r}{\tan\theta} = \frac{\pi r^3}{3} \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

V_1+V_2凝固成總體積 V_1+V_3的冰。

冰液密度的比值 ρ ，

$$\rho = \frac{M/(V_1+V_3)}{M/(V_1+V_2)} = \frac{V_1+V_2}{V_1+V_3} \cdots (1)$$



圖三: 液滴頂端液體分子的內聚力大於冰液間的附著力者$\phi > 90^{\circ}$。

（二）液體分子的內聚力大於冰液間的附著力者（如圖三所示），接觸角$\phi > 90^{\circ}$，$V_1 < V_2$ 。液體逐漸向上凝固時，由於凝固結成冰的體積膨脹，圖二中的 V_1+V_3的空間容納不下。液滴頂端裂開，形成煙囪狀。

伍、實驗

一、水滴凝成奇異形狀

（一）將銅板放在乾冰為冷劑的容器上方，在銅板上滴入不同半徑的蒸餾水水滴，用攝影機拍攝水滴凝固的過程。將影片在電腦上以 KMPlayer 程式播放。經慢速播放、擷圖等手續，取得需要的影片及照片。

（二）銅板架改放在乾冰＋乙醚（7:1），液態氮兩種不同冷劑的容器上方，重做實驗一之（一）的實驗，以探討銅板溫度對蒸餾水水滴凝固的影響。

（三)將銅板架放在乾冰為冷劑的容器上方，在 Hele Shaw Cell 中滴入一滴水滴，將 Hele Shaw Cell 放在銅板上方，輕敲 Hele Shaw Cell 使水滴下端觸及銅板。用攝影機拍下水滴在 Hele Shaw Cell 中的凝固過程後，將影片以 KMPlayer 程式播放，擷取影片及照片。

（四 ）改變冷劑，重做實驗一之（三）的實驗。

二、葡萄糖水溶液凝成奇異形狀

（一）銅板架放在以乾冰為冷劑的容器上，銅板上方滴入濃度 0.75mol/kg 的葡萄糖水溶液，用攝影機攝影，拍成影片後，實驗步驟和實驗一之（一）相同。

（二）銅板上改滴入濃度 1.50mol/kg，3.00mol/kg 的葡萄糖水溶液液滴，重做上一步驟的實驗。

（三)銅板上改放置 Hele Shaw Cell，分別滴入 0.75mol/kg，1.50mol/kg，3.00mol/kg 的葡萄糖水溶液液滴，做實驗一之（三）的實驗。

三、氯化鈉水溶液凝成奇異形狀

五種濃度分別為 0.75mol/kg，1.00mol/kg，1.50mol/kg，2.00mol/kg 和 3.00mol/kg 的氯化鈉水溶液液滴，重做實驗二的實驗。

四、氯化銨水溶液凝成奇異形狀

五種濃度分別為 0.75mol/kg，1.00mol/kg，1.50mol/kg，2.00mol/kg 和 3.00mol/kg 的氯化銨水溶液，重做實驗三的實驗。

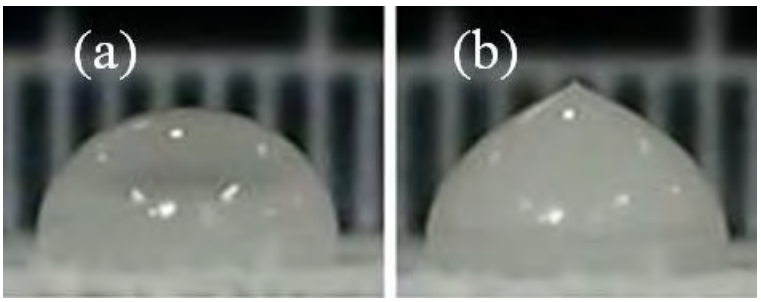
五、何種物質的水溶液會凝成煙囪型

取硝酸銀、硫酸銅、溴化鉀、碘代鉀、氯化錳等化合物，配置成 0.75mol/kg 的水溶液，分別滴到冷銅板上，拍攝溶液凝固過程，將影片以 KMPlayer 播放。

陸、結果和討論

一、水滴凝成奇異形狀

（一）蒸餾水的水滴半徑不同，銅板架的

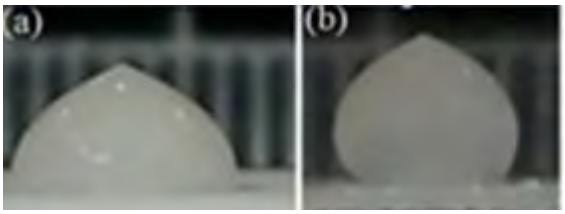


圖四: 液滴頂端由(a)圓弧形漸漸凝成(b)圓錐形。

溫度不同，蒸餾水的冰錐都是圓錐狀。

換言之，銅板的溫度和液滴的半徑，

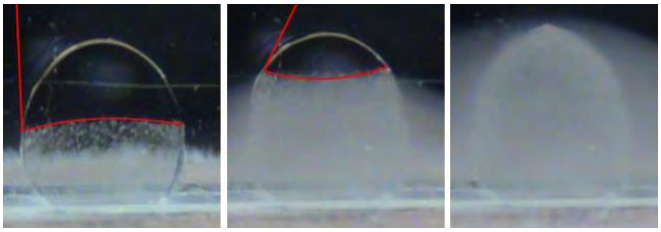
不會影響冰錐的形狀。



圖五: 水滴的半徑不同 (a) 3.2 mm, (b) 2.2 mm 頂部均呈圓錐狀。

（二）圖六為一滴半徑 3.4mm 的

蒸餾水水滴，在 Hele Shaw Cell 內



圖六: 水滴在 Hele Shaw Cell 中的凝固過程。

的凝固過程。接觸角ϕ=82°，水滴頂端凝成頂角 62°的冰錐。將θ=62° ϕ=82°代入：

$$V_1 = \frac{\pi r^3}{3}\frac{(1-\cos\theta)^2(2+\cos\theta)}{\sin^3\theta} = 0.337\pi r^3$$

$$V_2 = \frac{\pi r^3}{3}\frac{[1-\sin(\theta+\phi)]^2[2+\sin(\theta+\phi)]}{\sin^3(\theta+\phi)} = 0.131\pi r^3$$

$$V_3 = \frac{1}{3}\pi r^2\frac{r}{\tan\theta} = 0.177\pi r^3 \qquad \rho = \frac{V_1+V_2}{V_1+V_3} = 0.911$$

查資料得知 0°c 的水表面張力為 75.6dy/cm 冰水的接觸角 90°〔3〕，由

$\rho = \frac{M/(V_1+V_3)}{M/(V_1+V_2)} = \frac{V_1+V_2}{V_1+V_3}\cdots(1)$ 。計算得到的冰水相對密度應為 0.917；可見用 Hele Shaw Cell 實驗時水受到汙染或水中含有氣泡，影響了接觸角及圓錐角大小。

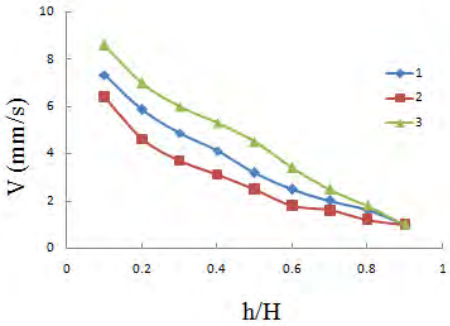
（五）圖七為：從水滴在 Hele Shaw Cell 凝固過程的影片中，量取冰水交界面的移動速度(v)，交界面的相對高度(h/H)，的 v-h/H 圖(H 為液滴結成冰的高度)。銅板的溫度 T_0，交界面的溫度 T 。富里葉定律

$$Q=\frac{\Delta H}{\Delta t}=-kA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

k：冰的導熱係數，

ΔX：冰的厚度，A：冰的面積，

ΔT＝冰水交界面和銅板的溫度差。液滴凝固時，銅板溫度愈低ΔT 愈大，熱傳導速率較大，冰水交界面移動速度較快〔4〕。



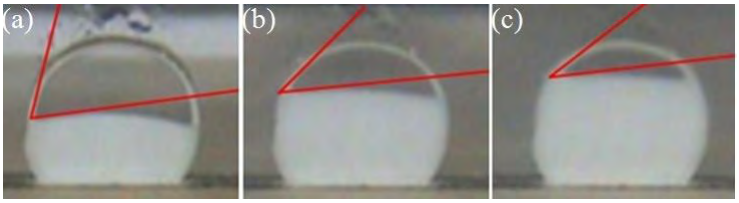
圖七: 冰水交界面上升的速度(v)隨著的高度比(h/H)的變化，銅板溫度(1)-46℃(2)-27℃(3)-70℃

二、葡萄糖水溶液液滴凝成奇異形狀

（一）圖八為濃度分別為 0.75mol/kg，及 3.00mol/kg 的葡萄糖水溶液，在-27.3°的銅板上凝成的冰錐。

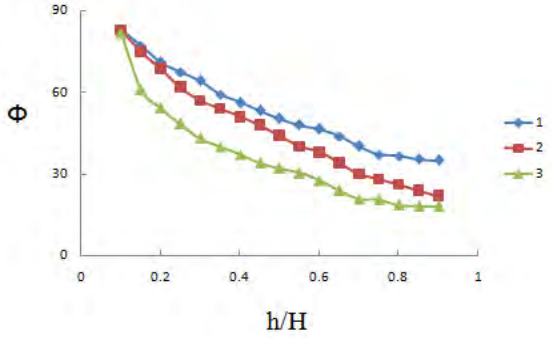
圖八: 葡萄糖水溶液凝成的冰錐，溶液濃度左 0.75mol/kg, 右 3.00m/kg

（二）葡萄糖水溶液凝固時，溶質和溶劑會逐漸分離，冰液交界面逐漸上



圖九: 3.00 mol/kg 的葡萄糖水溶液凝固時接觸角漸減 (a) 67.5°, (b) 39.8°, and (c) 31.5°

升時，溶液濃度漸增，溶液的分子內聚力漸減，使得冰液交界面的接觸角漸減。圖九所示為濃度 3.00mol/kg 的葡萄糖水溶液，在 Hele Shaw Cell 內凝固的過程，冰液交界面上升，接觸角漸小，由 67.5°降至 31.5°時開始形成冰錐，形成頂角 72°的錐形。

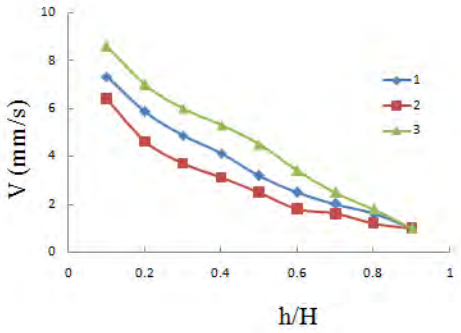


（三）圖十為三種不同濃度的葡萄糖水溶液液滴在 Hele Shaw Cell 中凝固時，由拍攝影片經慢速播放，擷圖量得冰液接觸角（ϕ）隨著相對高度比（h/H）的變化。h 為冰液交界面高度，H 為結成冰後的高度。

圖十 表一:葡萄糖水溶液的凝成的冰錐接觸角和頂角隨濃度的變化 變化。

（四）表一列出三種不同濃度的葡萄糖水溶液凝成冰錐時，量到的頂角 θ ;用 Hele Shaw Cell 實驗，測量最後要形成冰錐的接觸角 ϕ ;以及用公式（1）計算出冰液相對密度 ρ 。

濃度	t (s)	θ °	ϕ °	ρ
0.75mol/kg	10	59.5	37.5	0.768
1.00 mol/kg	14	61.0	35.0	0.788
1.50 mol/kg	15	61.5	33.5	0.790
2.00 mol/kg	19	63.5	32.0	0.792
3.00 mol/kg	24	72.0	18.0	0.800



圖十一: 冰液交界面上升的速度(v)隨著高度比(h/H)的變化，濃度(1)1.50mol/kg (2)3.00mol/kg(3)0.75 mol/kg

（五）圖十一為三種不同濃度的葡萄糖水溶液，冰液交界面上升的速度（V），對冰液交界面高度（h/H）的關係圖。

冰液交界面上升時，溶液濃度較大，凝固點漸低，凝固愈費時，所以冰液交界面上升速度愈慢。

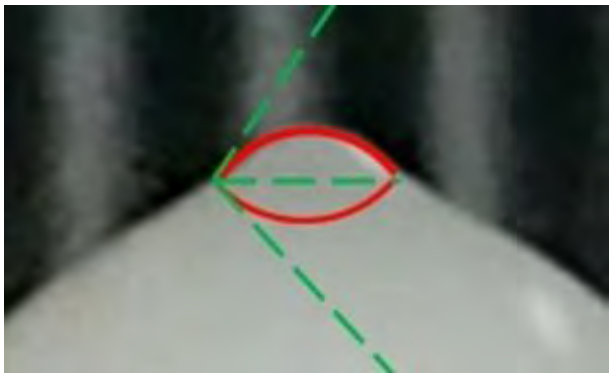
三、氯化鈉水溶液凝成奇異形狀

(一)五種不同的氯化鈉水溶液液滴頂端凝成三種不同型態的形狀：0.75mol/kg 和 1.00mol/kg 的水溶液凝成煙囪狀，1.50mol/kg 和 2.00mol/kg 的水溶液凝成冰錐，3.00mol/kg 的水溶液液滴頂端凝成圓弧形。

圖十二: 氯化鈉水溶液濃度(a)0.75mol/kg 形成煙囪狀，(b)1.50mol/kg 形成圓錐狀，(c)3.00mol/kg 形成圓弧狀

（二）氯化鈉水溶液凝固過程中，溶液接觸到冷銅片時變成濃稠層（Mushy layer），〔4〕濃稠層有多孔性（porous）及高滲透性，會有對流(mass convection)現象，使上方的水向下移而結冰。濃稠層的多孔性，使濃稠溶液的內聚力減少。

2. 0.75mol/kg 的氯化鈉水溶液表面張力為 74.0dy/cm(比水的表面張力 72.75 dy/cm 大 1.7%)凝固點為-2.8˚c。凝成濃稠層時，多孔性使分子力(內聚力)變小，但仍大於水分子的內聚力。使得冰液間的接觸角(ϕ)



圖十三:濃度 0.75 mol/kg 的氯化鈉水溶液頂端快要凝固時，接觸角 $\phi = 103^{\circ}$。

大於 90°。圖十三為 0.75mol/kg 液滴頂端的放大圖，可量得 ϕ=103°，而且 V_2 小於 V_1。如圖四所示，圓錐無法容納

由液體 V_1+V_2所膨脹形成的冰，所以頂端張開成煙囪狀，部分未凝固的濃稠液從煙囪口流出。

（四）1.50mol/kg 的氯化鈉水溶液，凝固點為-5.6°c，凝成的濃稠液內聚力小於冰液間的附著力，接觸角小於 90°，凝成圓錐型的冰錐。

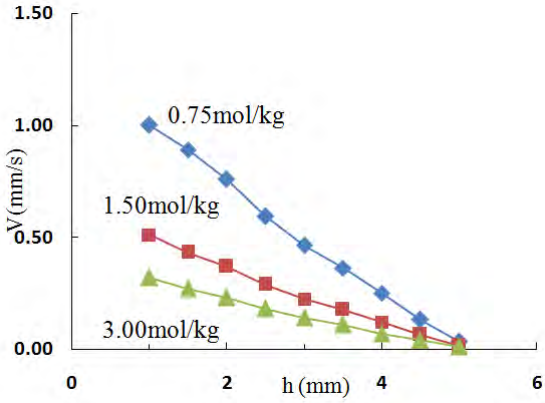
（五） 3.00mol/kg 的氯化鈉水溶液液滴在 Hele Shaw Cell 內的凝固過程如圖十四所示。(a)液滴先分成三層，下層為水，中層為黏稠層，最上層是氯化鈉水溶液。 (b)液滴剩下兩層，下方為冰，上方為濃稠層。(c)凝固成頂端為圓弧型。

(a) (b) (c)

圖十四:濃度 3.00m 氯化鈉水溶液在 Hele Shaw Cell 內的凝固過程。

2. 3.00mol/kg 的氯化鈉水溶液，凝固點為-11.2°c，濃稠層的濃度大分子間的內聚力小，接觸角隨著冰液交界面上升而漸小，到頂點成為 ϕ= 0°，θ =90°的圓弧型。

（六）圖十五為三種不同濃度的氯化鈉水溶液液滴在 Hele Shaw Cell 內凝固時，冰液交界面上升的速度(V)隨交界面高度(h)的變化。原始濃度愈大的溶液，交



圖十五: 三種不同濃度的氯化鈉水溶液液滴在 Hele Shaw Cell 內凝固時，冰液交界面上升的速度(v)隨交界面高度(h)的變化。

界面上升的速度愈小。

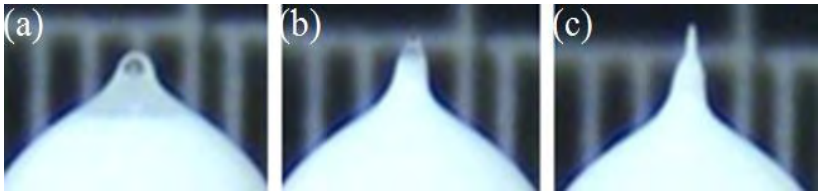
（七）圖十六為冷劑未放在容器中，而是直接把 5.00mol/kg 的氯化鈉水溶液滴到乾冰塊上的液滴凝固過程。乾冰塊傾斜，頂面和水平面夾角 8° 液滴滴上後，逐漸凝固，濃稠層上升時，密度漸大，液滴重心逐漸升高，在斜面上翻倒。翻倒瞬間有”跳躍”現象，為何如此？值得進一步研究。

圖十六: 5.00mol/kg 的氯化鈉水溶液滴到和水平面夾角 8°的 乾冰塊斜面，發生翻倒現象。

四、氯化銨凝成奇異形狀

（一）五種不同溶液的氯化銨水溶液液滴頂端凝成四種不同型態的形狀。濃度 0.75mol/kg 及 1.00mol/kg 的溶液凝成煙囪型，1.50mol/kg 的溶液凝成圓錐形，2.00mol/kg 的溶液頂端先形成煙囪，煙囪口再長出圓錐形冰錐，3.00mol/kg 的溶液，頂端凝成圓弧狀。

（二）圖十七所示為 2.00mol/kg 的氯化銨水溶液液滴頂端開始凝固的過程：圖十七(a) 下層凝固成冰，冰上方為濃稠層，最上方還有部分氯化銨水溶液，圖十七(b)煙囪頂端有濃稠層，上方有水溶液，圖十七(c)最頂端凝成圓錐形。



圖十七: 2.00mol/kg 的氯化銨水溶液的凝固過程(a)冰的上方為黏稠層最上方為氯化銨水溶液(b)頂端煙囪內有濃稠層和水溶液(c)最頂端凝成圓錐形。

（三)濃度 3.00mol/kg 的氯化銨水溶液凝固時，接觸角由大漸小，凝成圓弧形。

圖十八: 3.00mol/kg 的氯化銨水溶液凝固時，接觸角漸小，凝成圓弧形。

五、何種物質的水溶液會凝成煙囪型

水溶液的表面張力比水大的化合物氯化鈉、氯化銨、氯化鎂、硝酸銀、硫酸銅、溴化鉀、碘代鉀、氯化錳等等化合物，在濃度 0.75mol/kg 下，凝固時，液體的內聚力大於冰夜間的附著力而形成煙囪。

柒、應用

（一）用這個簡單的設備及實驗方法可以檢測水中是否含有可溶性雜質，滴一滴被污染的水滴到冷銅板上，頂角不會是 65°，在 Hele Shaw Cell 中，接觸角不會是 90°。

（二)可檢測氯化物水溶液的濃度。由液滴在 Hele Shaw Cell 中上升的 V-h/H 圖，可得知氯化物的濃度。

（三）機械工業上，在製造渦輪機葉片時，如果原料中含有凝固時會產生煙囪的成分物質，製造出來的葉片運轉時會產生抖動〔5〕。利用本實驗的原理，將熔融的金屬溶液滴一滴到冷金屬板上，馬上可判斷是否會形成煙囪。

捌、結論

液滴在冷銅板上方凝固時，頂端可形成煙囪狀，圓錐狀或圓弧狀。這些奇異形狀的形成取決於液體分子的內聚力以及冰液之間的附著力，也就是接觸的大小。水溶液的表面張力比水大的化合物，特定濃度的水溶液可形成煙囪狀。

玖、參考資料

1. 宋冠霖、陳冠任:「液滴凝成奇異形狀的研究」，2016 年臺灣國際科學展覽會歷屆參展作品物理與天文科。www.ntsec.gov.tw

2. Schetnikov, A., Matiunin, V., and Chernov, V.,2015 Conical shape of frozen water droplet. *Am. J. of phys.* ***83*(1**), 36-38

3. Marin, A.G., Enriquez, O.R., Brunet, P., Colinet, P., and Snoeijer. 2014 Universality of tip singularity formation in freezing water drops. *Phys. Rev. Lett.* **113**, 054301

4. Peppin, S.S.L., Herbert, Huppert and Worster, M.G., 2007 Steady-state mushy layers: experiments and theory *J. Fluid Mech*. **570**, 69-77

5. Chung, C.A. & Worster, M.G. 2002 Steady state chimneys in a mushy layer. *J. Fluid Mech*.**455**, 387-411

【評語】051805

本件作品探討不同狀況的液滴在冷卻時的現象，並討論其形成原因及相關應用。是頗有意義的主題，且有實際應用的潛力。然而

1. 提及的跳躍現象值得討論，但作品未有詳細說明，數據的收集與整理還算完整。而部份應用的敘述不明何義。
2. 系統為的設計是開放系統，應有更好的設計以確定系統參數的穩定性。
3. 本作品以前曾經參展，目前作品，除了增加金屬材料之外，在原來的研究技術上沒做改進，變化不大。

作品海報

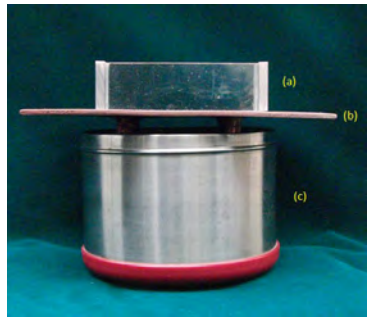
一、前言

作者以『液滴凝成奇異形狀的研究』參加2016年臺灣國際科學展覽會，獲得物理與天文學科大會二等獎〔1〕；在評審期間，評審教授給了許多增加作品內容的建議，擬提出繼續研究的作品參加今年的全國科展活動。

二、研究方法或過程

(一)、儀器設備

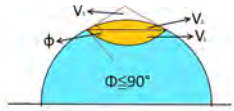
1. 容器裝冷劑(三種不同的冷劑：乾冰、質量比7:1的乾冰+乙二醇、和液態氮)
2. 銅板架（腳架沒在冷劑中）
3. Hele Shaw Cell（ 壓克力製，兩片間距1mm ）
4. 攝影機 、KMPlayer電腦軟體
5. 滴管、紅外線溫度計、蒸餾水、葡萄糖、氯化鈉、氯化銨、硝酸銀、硫酸銅、溴化鉀、氯化錳等。



圖一:實驗裝置，(a) Hele Shaw Cell(b) 銅板架© 容器裝冷劑。

(二)原理

1. 銅板放在冷劑上方，在銅板上滴入液滴後，液滴的熱量向下傳導，由下往上逐漸凝固成冰。液滴外緣的傳導速率大於內部，使得冰液交界面呈凹谷型〔2〕。凹谷內水平面下方的液體體積 V_1 大於上方的 V_2，接觸角 $\varphi \leqq 90^\circ$ 。 液體逐漸向上收縮形成頂角 θ 的冰錐。凹谷內液體總體積 V_1+V_2凝固成總體積 V_1+V_3的冰。

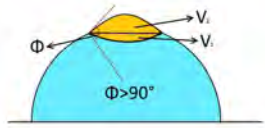


圖二:液滴頂端液體分子的內聚力小於冰液間的附著力者 $\varphi \leqq 90^\circ$

$$V_1 = \frac{\pi r^3}{3}\frac{(1-\cos\theta)^2(2+\cos\theta)}{\sin^3\theta} \qquad V_2 = \frac{\pi r^3}{3}\frac{[1-\sin(\theta+\phi)]^2[2+\sin(\theta+\phi)]}{\sin^3(\theta+\phi)}$$

$$V_3 = \frac{1}{3}\pi r^2 \frac{r}{\tan\theta} = \frac{\pi r^3}{3}\frac{\cos\theta}{\sin\theta} \qquad \rho = \frac{M/(V_1+V_3)}{M/(V_1+V_2)} = \frac{V_1+V_2}{V_1+V_3} \cdots (1)$$

2. 液體分子的內聚力大於冰液間的附著力者，接觸角 $\varphi > 90^\circ$， $V_1 < V_2$ 液體逐漸向凝固時，由於凝固結成的冰體積膨脹，圖二中的 V_1+V_3的空間容納不下。液滴頂端裂開，形成煙囪狀。



圖三:液滴頂端液體分子的內大於冰液間的附著力者 $\varphi > 90^\circ$

(三)水滴凝成奇異形狀實驗

1. 將銅板放在乾冰為冷劑的容器上方，在銅板上滴入不同半徑的蒸餾水水滴，用攝影機拍攝水滴凝固的過程。將影片在電腦上以 KMPlayer程式播放。經慢速播放、擷圖等手續，取得需要的影片及照片。
2. 銅板架改放在乾冰＋乙二醇（7:1），液態氮兩種不同冷劑的容器上方，重做實驗一之（一）的實驗，以探討銅板溫度對蒸餾水水滴凝固的影響。
3. 將銅板架放在乾冰為冷劑的容器上方，在Hele Shaw Cell中滴入一滴水滴，將Hele Shaw Cell放在銅板上方，輕敲Hele Shaw Cell到水滴下端觸及銅板。用攝影機拍下水滴在Hele Shaw Cell凝固過程後，將影片以KMPlayer程式播放，擷取影片及照片。
4. 改變冷劑，重做實驗一之（三）的實驗。

(四)、葡萄糖水溶液凝成奇異形狀

1. 銅板架放在以乾冰為冷劑的容器上，銅板上方滴入濃度0.75mol/kg的葡萄糖水溶液，用攝影機攝影，拍成影片後，實驗步驟和實驗一之（一）相同。
2. 銅板上改滴入濃度1.50mol/kg，3.00mol/kg的葡萄糖水溶液液滴，重做上一步驟的實驗。
3. 銅板上改放置Hele Shaw Cell，分別滴入0.75mol/kg，1.50mol/kg，3.00mol/kg的葡萄糖水溶液液滴，做實驗一之（三）的實驗。

(五)氯化鈉水溶液凝成奇異形狀

五種濃度分別為0.75mol/kg，1.00mol/kg，1.50mol/kg，2.00mol/kg和3.00mol/kg的氯化鈉水溶液液滴，重做實驗二的實驗。

(五)、氯化銨水溶液凝成奇異形狀

五種濃度分別為0.75mol/kg，1.00mol/kg，1.50mol/kg，2.00mol/kg 和3.00mol/kg的氯化銨水溶液，重做實驗三的實驗。

(六)、何種物質的水溶液會凝成煙囪型

取硝酸銀、硫酸銅、溴化鉀、碘代鉀、氯化錳等化合物，配置成0.75mol/kg的水溶液，分別滴到冷銅板上，拍攝溶液凝固過程，將影片以KMPlayer播放。

(七)、液態金屬凝成奇異形狀實驗

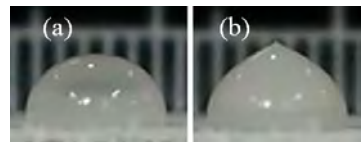
1.取10克的鎵放入燒杯中隔水加熱到熔化成液態，用注射筒吸取後，滴一滴到銅板架上，用攝影機拍下鎵的凝固過程。

2.分別取10克的鉍及錫放入坩鍋內，放在電爐上加熱到融化成液態，滴一滴到銅板架上，用攝影機拍下鎵的凝固過程。

三、研究結果與討論

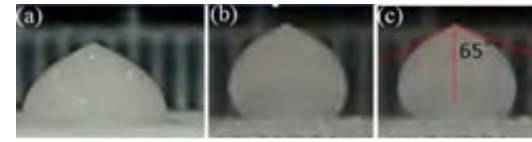
(一)水滴凝成奇異形狀實驗

1.圖四: 液滴頂端由(a)圓弧形漸漸凝成(b)圓錐形。



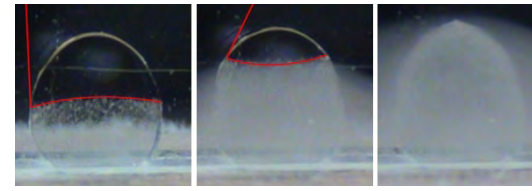
圖四:液滴頂端由(a)圓弧形漸漸凝成(b)圓錐形。

2.蒸餾水的水滴半 徑不同，凝成的冰錐θ=65°。銅板架的溫度不同，蒸餾水的冰錐亦為65°。換言之，銅板的溫度和液滴的半徑， 不會影響冰錐的頂角。



圖五: 水滴的半徑不同 (a) 3.2 mm, (b) 2.2 mm 頂角相同(c) θ = 65°。

3.圖六為一滴半徑3.4mm 的蒸餾水水滴，在Hele Shaw Cell內的凝固過程。接觸角φ=90°，水滴頂端凝成頂角65°的冰錐。將θ=65° φ=90° 代入：

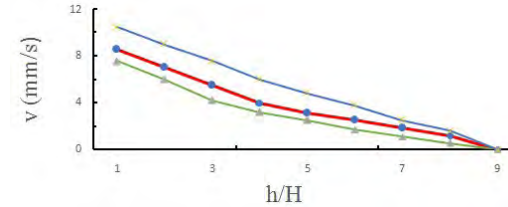


圖六: Hele Shaw Cell 中水滴的凝固過程。

$$V_1=\frac{\pi r^3}{3}\frac{(1-\cos\theta)^2(2+\cos\theta)}{\sin^3\theta}=0.362\pi r^3 \qquad V_2=\frac{\pi r^3}{3}\frac{[1-\sin(\theta+\phi)]^2[2+\sin(\theta+\phi)]}{\sin^3(\theta+\phi)}=0.113\pi r^3$$

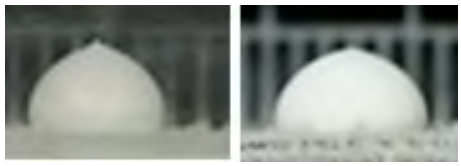
$$V_3=\frac{1}{3}\pi r^2\frac{r}{\tan\theta}=0.156\pi r^3 \qquad \rho=\frac{V_1+V_2}{V_1+V_3}=0.917$$

5.圖七為：從水滴在Hele Shaw Cell凝固過程的影片中，量取冰水交界面的移動速度(v)交界面的高度(h/H)的v-h/H圖。銅板的溫度T_0，交界面的溫度T。富里葉定律液滴凝固時，銅板溫度愈低ΔT愈大，熱傳導速率較大，冰水交界面移動速度較快〔4〕。

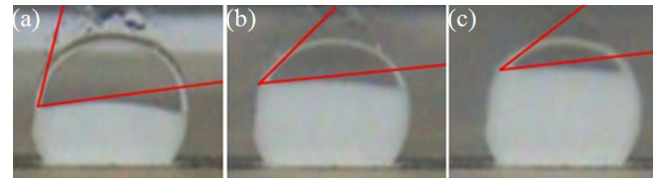


圖七: 凝固過程。冰水交界面上升的速度隨著的高度遞減，(銅板溫度由上而下依次為: -70℃，-46℃，-27℃)。

(二)葡萄糖水溶液液滴凝成奇異形狀



圖八: 葡萄糖水溶液:左1.00mol/kg凝成錐狀，右 3.00 mol/kg凝成圓弧

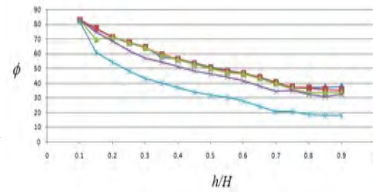


圖九:3.00 mol/kg的葡萄糖水溶液凝固時接觸角漸減 (a) 67.5°, (b) 39.8°, and (c) 31.5°

1.圖八為濃度為1.00mol/kg的葡萄糖水溶液凝錐狀，3.00 mol/kg的葡萄糖水溶液凝成圓弧。

2.葡萄糖水溶液凝固時，溶質和溶劑會逐漸分離，冰液交界面逐漸上升時，溶液濃度漸增，溶液的分子內聚力漸減，使得冰液交界面的接觸角漸減。圖九所示為濃度3.00mol/kg的葡萄糖水溶液，在Hele ShawCell內凝固的過程，冰液交界面上升，接觸角漸小，由67.5°降至31.5°時開始形成冰錐，形成頂角72°的錐形。

3.圖十為三種不同濃度的葡萄糖水溶液在Hele ShawCell中凝固時，由拍攝影片經慢速播放，擷圖量得冰液接觸角(φ)隨著高度比(h/H)的變化。



圖十:減葡萄糖水溶液凝固過程，接觸角隨高度比的變化。數列由上到下依次為0.75m、1.00m、1.50m、2.00m、3.00 mol/kg。

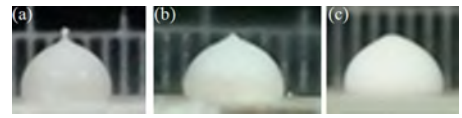
4.表一列出三種不同濃度的葡萄糖水溶液凝成冰錐時，量到的頂角θ;以及用Hele Shaw Cell實驗，測量最後要形成冰錐的接觸角φ ;以0.75mol/kg為例θ=64.7°，φ= =65° $\rho=\frac{V_1+V_2}{V_1+V_3}=0.910$

表一: 葡萄糖水溶液的圓錐角、接觸角和冰液相對密度

葡萄糖水溶液	液滴寬(mm)	圓錐角(θ°)	接觸角(φ°)	相對密度(ρ)
0.75m	4.10	59.5	37.5	0.786
1m	4.17	61	35	0.788
1.5m	5.90	61.5	33.5	0.790
2m	4.77	63.5	32	0.792
3m	4.88	72	18	0.800

(三)、氯化鈉水溶液凝成奇異形狀

1.五種不同的氯化鈉水溶液液滴頂端凝成三種不同型態的形狀：0.75mol/kg和1.00mol/kg的水溶液凝成煙囪狀，1.50mol/kg和2.00mol/kg的水溶液凝成冰錐，3.00mol/kg的水溶液液滴頂端凝成圓弧形。



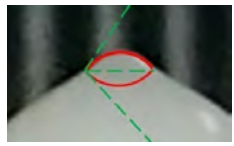
圖十一氯化鈉水溶液:(a) 0.75 mol/kg凝成煙囪，(b)1.50mol/kg凝成錐形，(c)3.00mol/kg凝成圓弧。

2.氯化鈉水溶液凝固過程中，溶液接觸到銅片時先變成濃稠層(Mushy layer)〔4〕濃稠層有多孔性(porous)及高滲透性，

會有對流(mass convection)現象，使上方的水向下移而結冰。濃稠層的多孔性，使濃稠溶液內聚力減少。

圖十一: 0.75 mol/kg氯化鈉水溶液的凝固過程:14s頂端凸起，15s形成煙囪，繼續升高，部分未凝固的濃稠液由囪口流出。

3.圖十一為0.75mol/kg的氯化鈉水溶液液滴凝固的過程，0.75mol/kg的氯化鈉水溶液表面張力為74.0dy/cm(比水的表面張力72.75 dy/cm大1.7%)凝固點為-2.8°c。凝成濃稠層時，多孔性使分子力(內聚力)變小，但仍大於水分子的內聚力。使得冰液間的接觸角 φ =103°，圓錐無法容納由液體 V_1+V_2 所膨脹形成的冰，頂端張開成煙囪狀，部分未凝固的濃稠液從煙囪口流出。

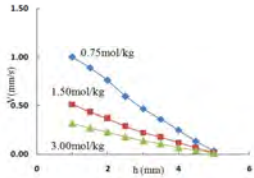

圖十二:0.75mol/kg的氯化鈉水溶液快要凝固時，接觸角103°。

5.1.50mol/kg的氯化鈉水溶液，凝固點為-5.6°c，凝成的濃稠液的內聚力小於冰液間的附著力，接觸角小於90°，凝成圓錐型的冰錐。

6.3.00mol/kg的氯化鈉水溶液在Hele Shaw Cell內的凝固過程如圖十三所示。液滴先分成三層，下層為水，中層為黏稠層，最上層是氯化鈉水溶液最後凝固成頂端為圓弧型。

圖十三:濃度 3.00m氯化鈉水溶液在Hele Shaw Cell內的凝固過程。

7.圖十四: 三種不同濃度的氯化鈉水溶液液滴在Hele Shaw Cell內凝固時，冰液交界面上升的速度隨交界面高度的變化。濃度大的溶液，交界面上升的速度愈小。



圖十四:三種不同濃度的氯化鈉水溶液液滴凝固時，冰液交界面上升的速度(V)隨交界面高度(h)的變化。

(四)、氯化銨凝成奇異形狀

1.五種不同溶液的氯化鈉水溶液液滴凝成四種不同型態的形狀。1.00mol/kg的溶液凝成煙囪型，1.50mol/kg的溶液凝成圓錐形，2.00mol/kg的溶液頂端先形成煙囪，煙囪口再長出圓錐形冰錐，3.00mol/kg的溶液，頂端凝成圓弧狀。

2.2.00mol/kg的氯化銨水溶液的凝固過程(a)冰的上方為黏稠層最上方為氯化銨水溶液(b)頂端煙囪內有濃稠層和水溶液(c)最頂端凝成圓錐形。

圖十五: 2.00mol/kg的氯化銨水溶液的凝固過程，最頂端先凝成煙囪，煙囪內再凝成圓錐形。

(五)、何種物質的水溶液會凝成煙囪型

水溶液的表面張力比水大的化合物氯化鈉、氯化銨、氯化鎂、硝酸銀、硫酸銅、溴化鉀碘代鉀、氯化錳等化合物，凝固時，冰液的接觸角均大於水溶液的內聚力而形成煙囪。

(六)、液態金屬凝成奇異形狀

(a) (b) (c)

圖十六: (a)鎵凝成圓錐形(b)鉍凝成圓錐形(c)錫凝成圓弧形

1.鎵的熔點29.8 ℃，固態的鎵密度5.910g/cm³，液態6.095g/cm³相對密度0.9696，頂端凝成頂角70°的圓錐形。

2.鉍的熔點275℃，固態的鉍密度9.780g/cm³，液態10.05g/cm³相對密度0.917，頂端凝成頂角71°的圓錐形。

3.錫的熔點232℃，固態的錫密度7.265g/cm³，液態6.990g/cm³相對密度1.039，頂端凝圓弧形。

四、應用

機械工業上，在製造像渦輪機葉片時，如果原料中含有凝固時會產生煙囪的成分物質，製造出來的葉片運轉時會產生抖動〔5〕。利用本實驗的原理，將熔融的金屬溶液滴一滴到冷金屬板上，馬上可判斷是否會形成煙囪。

五、結論

液滴在冷銅板上方凝固時，頂端可形成煙囪狀，圓錐狀或圓弧狀。這些奇異形狀的形成取決於液體分子的內聚力以及冰液之間的附著力，也就是接觸的大小。水溶液的表面張力比水大的化合物，水溶液可形成煙囪狀。

六、參考資料

1.宋冠霖、陳冠任:「液滴凝成奇異形狀的研究」，2016年臺灣國際科學展覽會歷屆參展作品物理與天文科。

2. Schetnikov, A., Matiunin, V.,2015 Conical shape of frozen water droplet. *Am. J. of phys.* **83**(1), 36-38

3. Marin, A.G., Enriquez, O.R., Brunet, P., Colinet, P., and Snoeijer. 2014 Universality of tip singularity formation in freezing water drops. *Phys. Rev. Lett.* **113**, 054301

4. Peppin, S.S.L., Herbert, Huppert and Worster, M.G., 2007 Steady-state mushy layers: experiments and theory *J. Fluid Mech.* **570**, 69-77

5. Chung, C.A. & Worster, M.G. 2002 Steady state chimneys in a mush layer. *J.Fluid Mech.* **455**, 387-411