中華民國第 57 屆中小學科學展覽會
作品說明書

高級中等學校組　物理與天文學科

051801

輕功水上飄

學校名稱：國立鳳新高級中學

作者：	指導老師：
高二 蔡姍蓁 高二 宋明湄 高二 顏玉晴	曾浩鈞 陳語涵

關鍵詞：超疏水滴、韋伯數、楊氏方程式

摘要

楊氏方程式的接觸角大於 140 度時，滴下去的水滴不會跟培養皿上的肥皂水融合，而是產生超疏水性現象，實驗顯示當水滴落下高度為 1cm 時，水滴最容易成形，成功機率最高，因為邦德數大於 1，表面張力之影響不納入考量，所以濃度對水滴成功率幾乎沒有影響，而頻率則是受到了單位時間內水滴所受波形向上的力$\frac{F}{t}$之影響，進而影響到水滴成功率

壹、 研究動機

有一次偶然在網路上看到一個 water+soap+sound 的影片，我們覺得很驚奇，為什麼看似簡單的設備和步驟，就能讓滴下的水滴可以完整的在水面上移動，過了一段時間後才消失，於是我們想做看看這個實驗，探討水滴形成的原因，以及各項變因對它的影響，包括其延伸的應用部分。

貳、 研究目的

一、研究水滴落下高度對水滴成功率有何影響

二、研究功率的改變對水滴成功機率的影響（水滴成功的定義：水滴成形停留或移動在水面上超過 0.5 秒）

三、研究高低頻率的改變對水滴成功機率的影響（水滴成功的定義：水滴成形停留或移動在水面上超過 0.5 秒）

四、研究洗碗精濃度對水滴成功機率的影響

五、研究水滴滴在波峰或波谷上對水滴有何影響

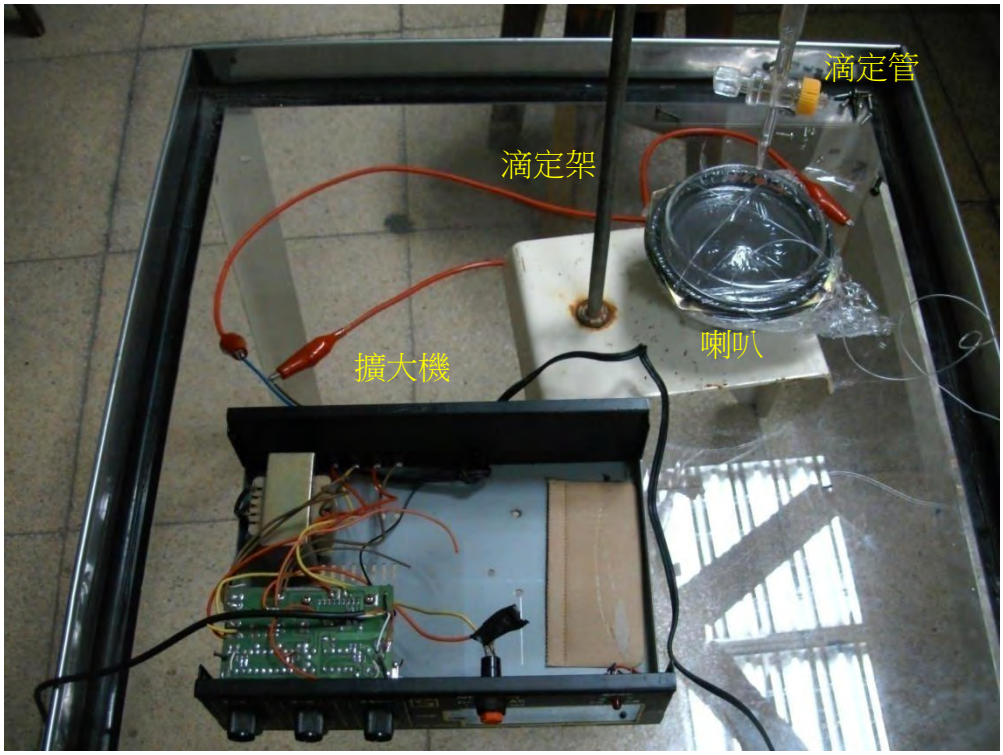
六、研究水滴成分對水滴成功率有何影響

七、研究水滴成形所受的力

八、研究水滴的簡諧平衡方程式

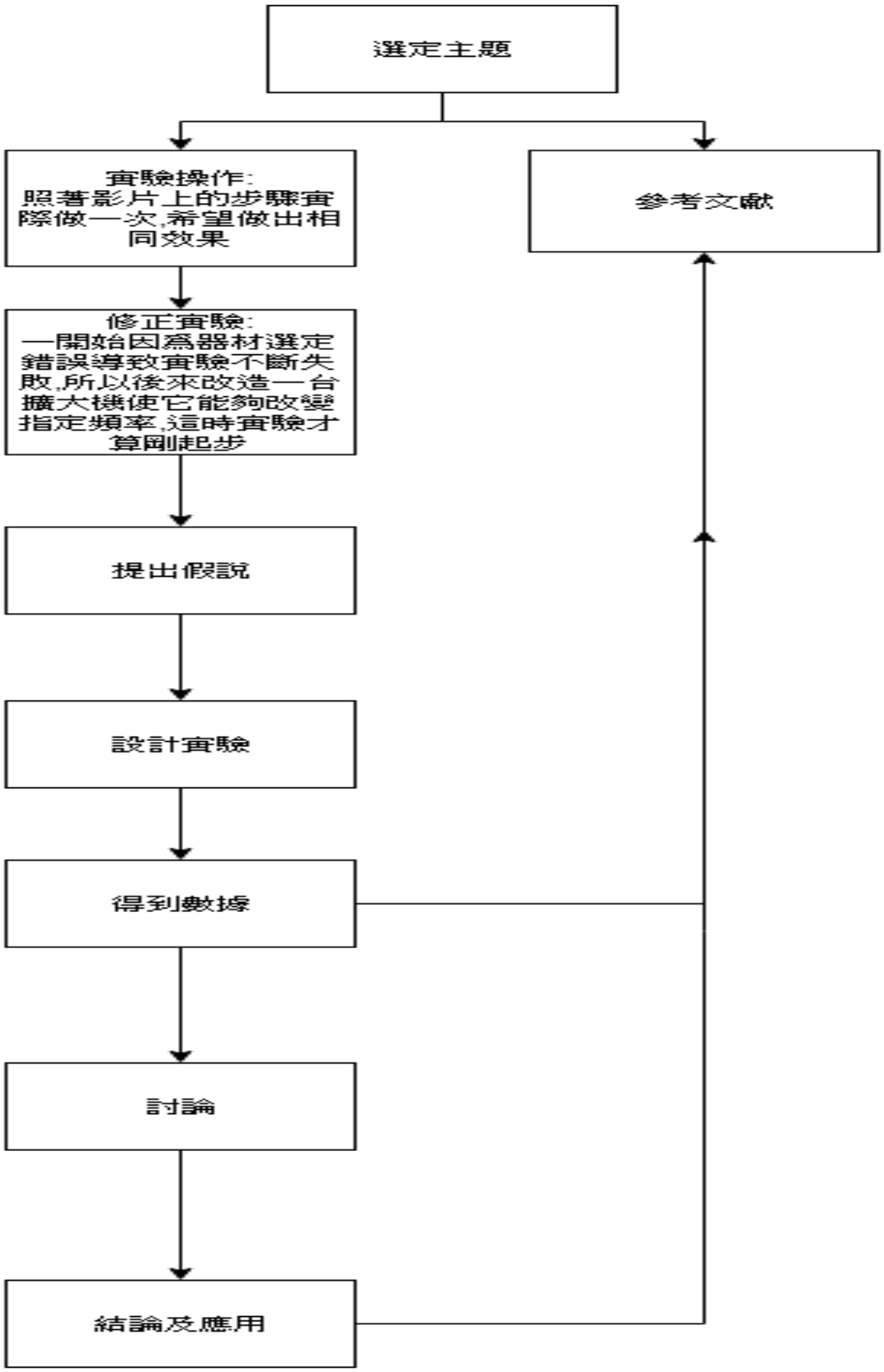
參、 研究設備及器材

喇叭跟擴大機	玻璃皿	量筒
滴定管和滴定架	洗碗精	軟體 onlinetonegenerator http://onlinetonegenerator.com/
	高速攝影機	三用電錶
		釣魚線



肆、 研究過程及方法

一、實驗流程圖



二、研究方法

（一）調配肥皂水 25ml（水:洗碗精 1:80）（水:洗碗精 1:40）（水:洗碗精 1:20）

（二）將調配好的肥皂水倒入培養皿,並將培養皿放至在喇叭上

（三）用釣魚線將培養皿綁在喇叭上使其固定

（四）測量滴定管與肥皂水液面距（固定為 1cm，除了高度的實驗）

（五）固定實驗所需功率（0.18w）（0.72w）及電壓大小（用三用電錶測電壓值）

（六）開啟軟體 onlinetonegenerator 調整至實驗所需的頻率值

（七）加水(肥皂水)至滴定管刻度 21ml，並固定其滴下水滴（肥皂）滴的速度

（八）每個實驗接重複做四次，取平均後得數據並用 excel 做出圖表

三、原理

（一）韋伯數

$$W = \frac{\rho v^2 l}{\sigma}$$

W 為韋伯數

ρ 為水滴密度

v 為水滴滴落速度（代入$v = \sqrt[2]{2gh}$推導出$W \propto h$）

l 為水滴落下的長度〈特徵長度〉

σ 為表面張力

1. 控制液滴尺寸及液滴瞬時速度,來觀察在不同的韋伯數下液滴碰撞液膜之物理現象
2. 水滴撞擊到最大擴展直徑之歷時幾乎一致,水質量與修正韋伯數之影響小

（二）福祿數(慣性力和重力之比)

$$Fn_L = \frac{u}{\sqrt{gL}}$$

g為重力加速度

L為物體特徵長度

u為流體速度

（三）邦德數（重力與表面張力之比）

$$Bo = \frac{\rho\, aL^2}{\gamma}$$

Bo 為 Bond number

ρ 為密度或是兩相的密度差

a 為重力

L 為特徵長度水滴的半徑

γ 為表面張力

在分析實驗的時候，我們將水珠中的一項參數的物理性質納入考量，如果這個參數大於 1 的話，表示在整個系統中，重力的影響遠大於表面張力，而在我們的實驗中，探討了大小皆固定的水珠，表示在以下的物理實驗，其表面張力是可以忽略的。

（四）界面活性劑

以油、水型的界面活性劑為例，在我們的日常生活中，這些界面活性劑多作為清潔劑或乳化劑。由於界面活性劑是一種兩性物質，當水中界面活性劑濃度很低時，界面活性劑分子會依附在空氣和水的界面，藉著親水端和疏水端，使水滴與肥皂水可以阻隔（如圖一）。

無波之狀態　　有波但無加入界面活性劑　　有波之狀態

圖一

（五）楊氏方程式

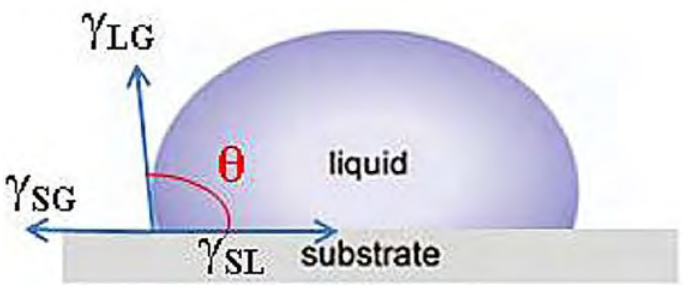
$\gamma_{SG} - \gamma_{SL} = \gamma_{LG} \cos\theta$

（γ_{SG}氣固界面張力γ_{SL}液固界面張力γ_{LG}氣液界面張力，接觸角θ）如圖二

（六）杜普雷方程式

W= $\gamma_{SG} + \gamma_{LG} - \gamma_{SL}$

（每單位面積附著力所作的功 W 接觸角 θ ）



圖二

將楊氏方程式和杜普雷公式整理後可以得下列公式

W =γ_{LG} （1+cos θ）

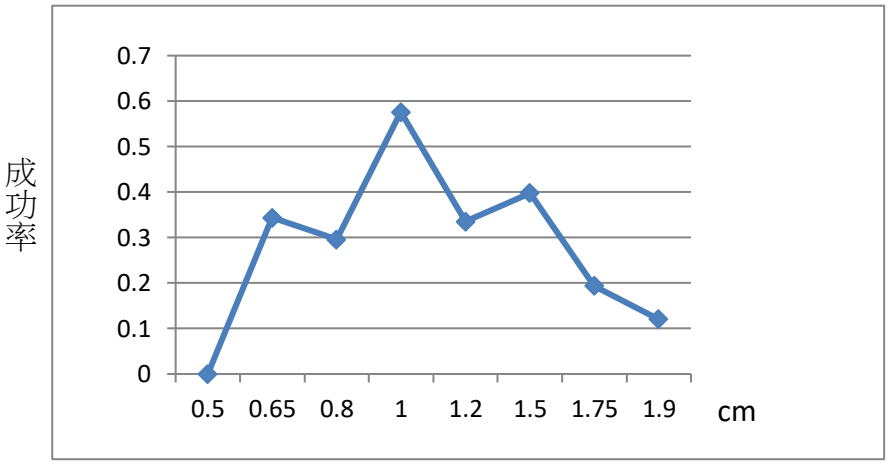
（此公式可以得知，當接觸角越接近 0° 時，所得到的功也越多，表每單位面積附著力愈大，面無法支撐住水滴,水滴不成形）

1. γ_{SG}為一常數。γ_{SL}與γ_{LG}常隨液體中之溶質及濃度而變。通常液體中有介面活性劑(例如肥皂水)時，與均變小，而（γ_{SG}－ γ_{SL}）/γ_{LG}變大，會使 θ 變小，濕潤滲透性增加。
2. 在一個典型的固液氣系統當中，一般可以透過接觸角 的大小，來判斷兩物質之間的附著力大小。當接觸角越小的時候，代表液體與固體之間的附著力越高，也就是說液體的內聚力相較之下小些。此時由於液體分子傾向於附著在表面上，因此表面的液體分子密度較高，固液介面傾向於擴大，可以說是固體被浸潤了。接觸角並不限於液體/氣體界面；它同樣適用於兩種液體界面或兩種蒸氣界面，像我們的實驗就是研究兩種液體界面的情

伍、 研究結果

一、研究水滴落下高度對水滴成形成功率有何影響

操作變因：水滴落下高度〈0.5cm、0.65cm、0.8cm、1cm、1.2cm、1.5cm、1.75cm、1.9cm〉

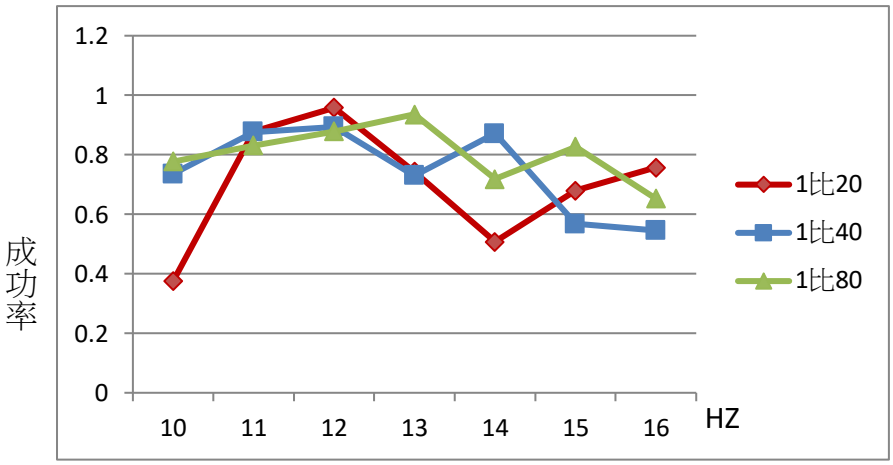


圖三

二、研究洗碗精濃度對水滴成功機率的影響（滴成功的定義：水滴成形停留或移動在水面上超過 0.5 秒）

(一)控制變因：功率 0.18w 低頻組（10hz、11hz、12hz、13hz、14hz、15hz、16hz）水滴落下高度 1cm

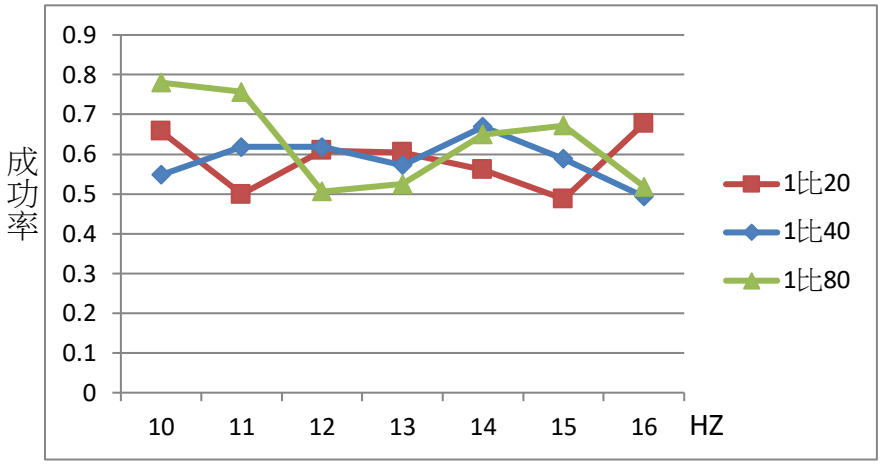
操作變因：濃度比例（1：80、1：40、1：20），如圖四



圖四

(二)控制變因：功率 0.72w 低頻組（10hz 11hz 12hz 13hz 14hz 15hz 16hz）水滴落下高度 1cm

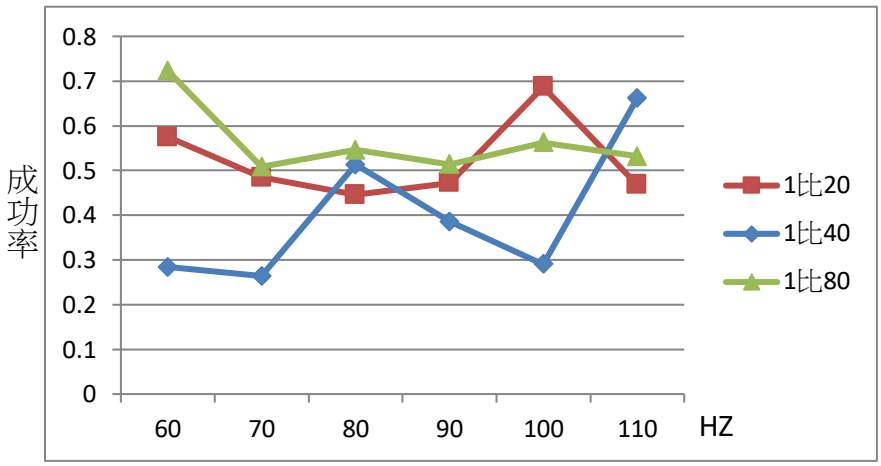
操作變因：濃度比例（1：80　1：40　1：20），如圖五



圖五

(三)控制變因：功率 0.18w 高頻組（60hz 70hz 80hz 90hz 100hz 110hz）水滴落下高度 1cm

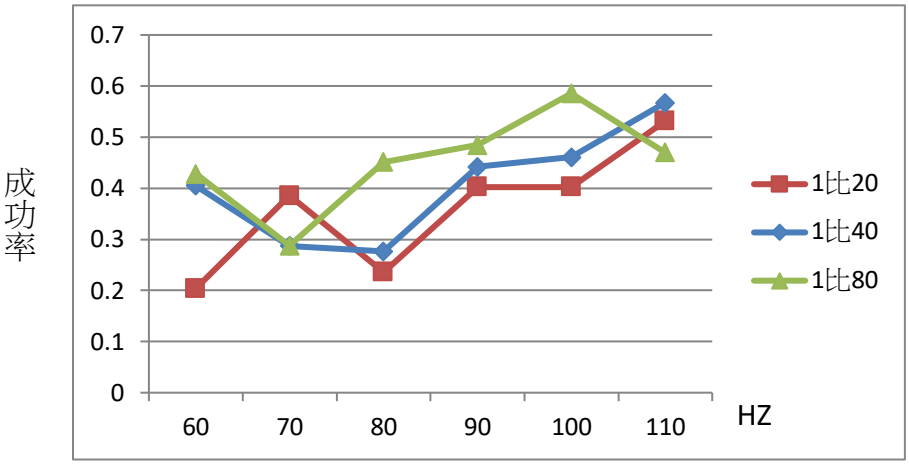
操作變因：濃度比例（1：80　1：40　1：20），如圖六



圖六

(四)控制變因：功率 0.72w 高頻組（60hz 70hz 80hz 90hz 100hz 110hz）水滴落下高度 1cm

操作變因：濃度比例（1：80　1：40　1：20），如圖七

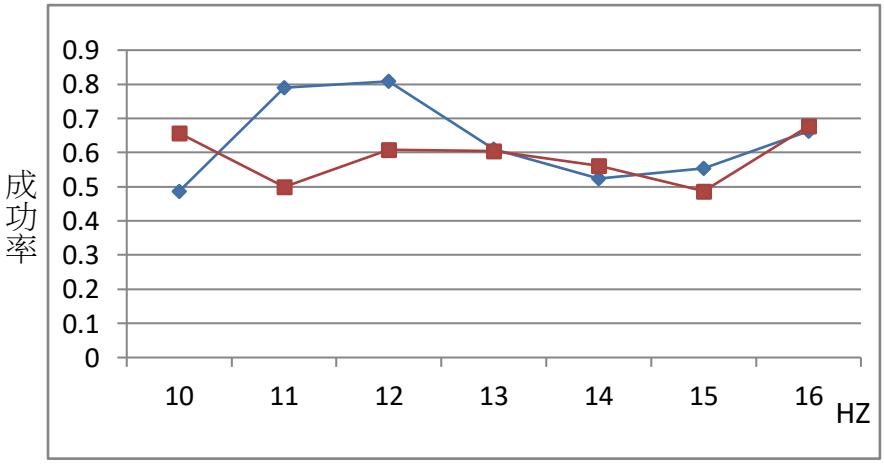


圖七

三、研究功率的改變是否會影響水滴的成功機率（水滴成功的定義：水滴成形停留或移動在水面上超過 0.5 秒）（藍線為 0.18w，紅線為 0.72w）

(一)控制變因：洗碗精濃度 1：20 低頻組（10hz 11hz 12hz 13hz 14hz 15hz 16hz）水滴落下高度 1cm

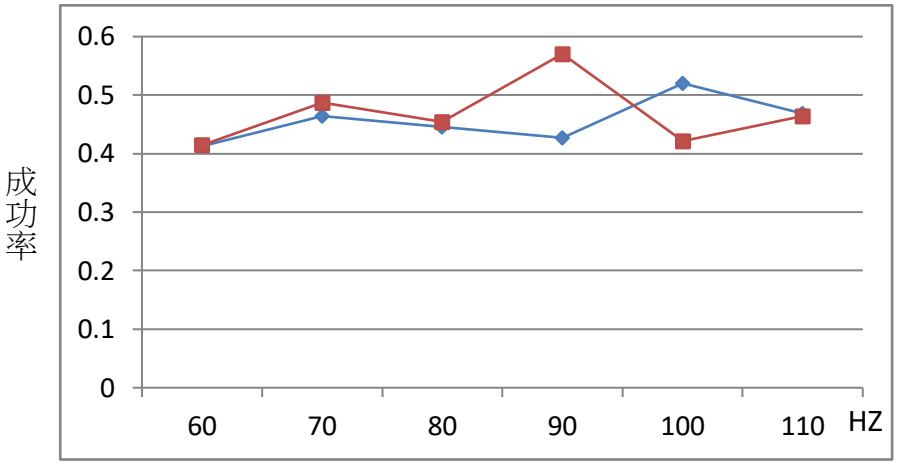
操作變因：功率分別為 0.18w 和 0.72w　，如圖八



圖八

(二)控制變因:洗碗精濃度 1：20 高頻組（60hz 70hz 80hz 90hz 100hz 110hz）水滴落下高度 1cm

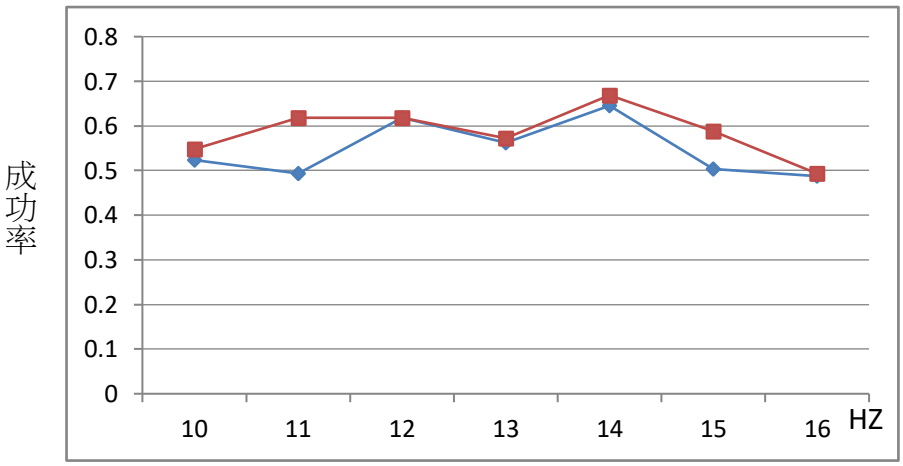
操作變因：功率分別為 0.18w 和 0.72w，如圖九



圖九

(三)控制變因:洗碗精濃度 1:40 低頻組（10hz 11hz 12hz 13hz 14hz 15hz 16hz）水滴落下高度 1cm

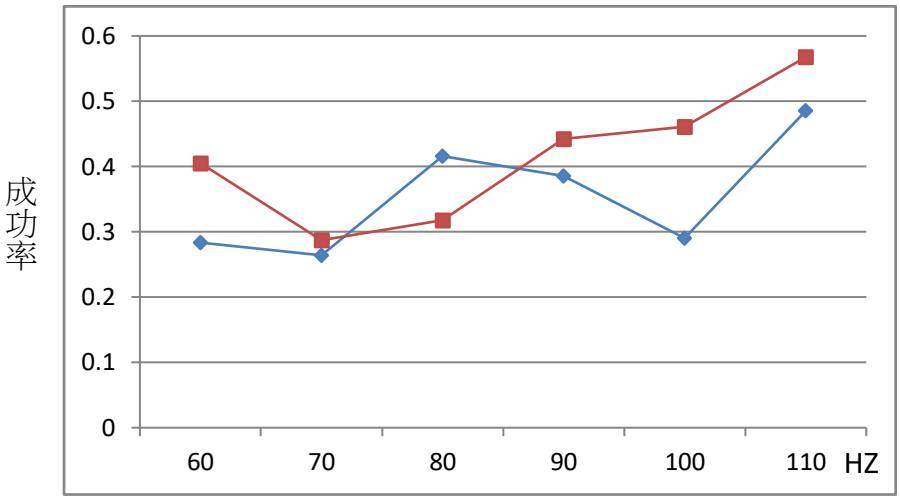
操作變因：功率分別為 0.18w 和 0.72w，如圖十



圖十

(四)控制變因：洗碗精濃度 1：40 高頻組（60hz 70hz 80hz 90hz 100hz 110hz）水滴落下高度 1cm

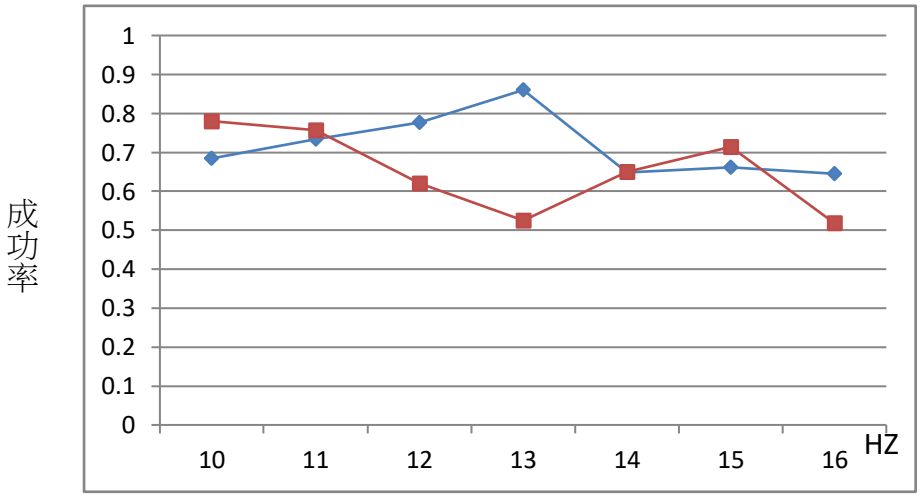
操作變因：功率分別為 0.18w 和 0.72w，如圖十一



圖十一

(五)控制變因：洗碗精濃度 1:80 低頻組（10hz 11hz 12hz 13hz 14hz 15hz 16hz）水滴落下高度 1cm

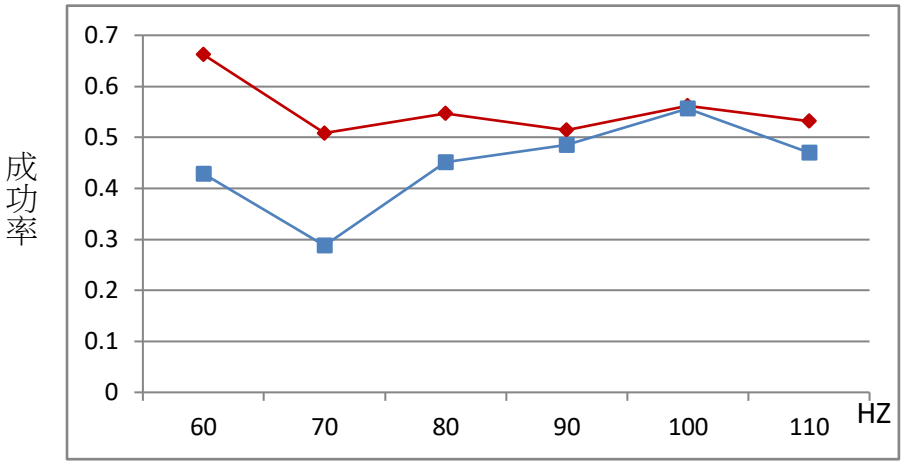
操作變因：功率分別為 0.18w 和 0.72w，如圖十二



圖十二

(六)控制變因:洗碗精濃度 1：80 高頻組（60hz 70hz 80hz 90hz 100hz 110hz）水滴落下高度 1cm

操作變因：功率分別為 0.18w 和 0.72w，如圖十三



圖十三

四、研究高低頻率的改變是否會影響水滴的成功機率

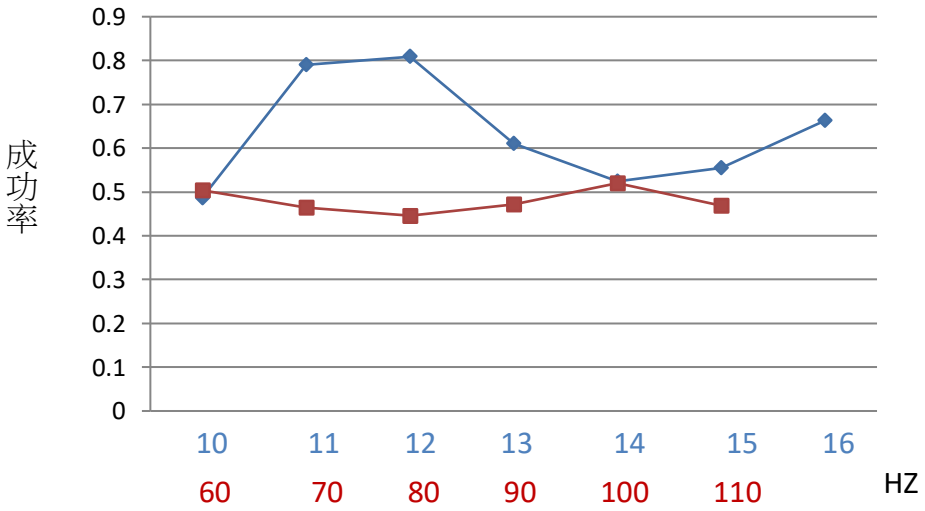
（水滴成功的定義：水滴成形停留或移動在水面上超過 0.5 秒）

(一)控制變因：功率 0.18w 洗碗精濃度 1：20 水滴落下高度 1cm

操作變因：頻率，分為

低頻組（10hz 11hz 12hz 13hz 14hz 15hz 16hz）

高頻組（60hz 70hz 80hz 90hz 100hz 110hz）



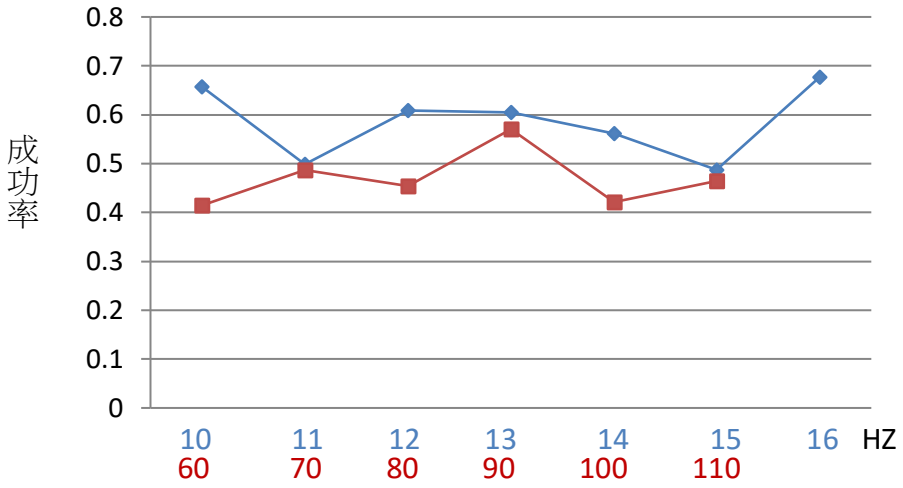
圖十四

(二)控制變因：功率 0.72w 洗碗精濃度 1：20 水滴落下高度 1cm

操作變因：頻率，分為

低頻組（10hz 11hz 12hz 13hz 14hz 15hz 16hz）

高頻組（60hz 70hz 80hz 90hz 100hz 110hz）



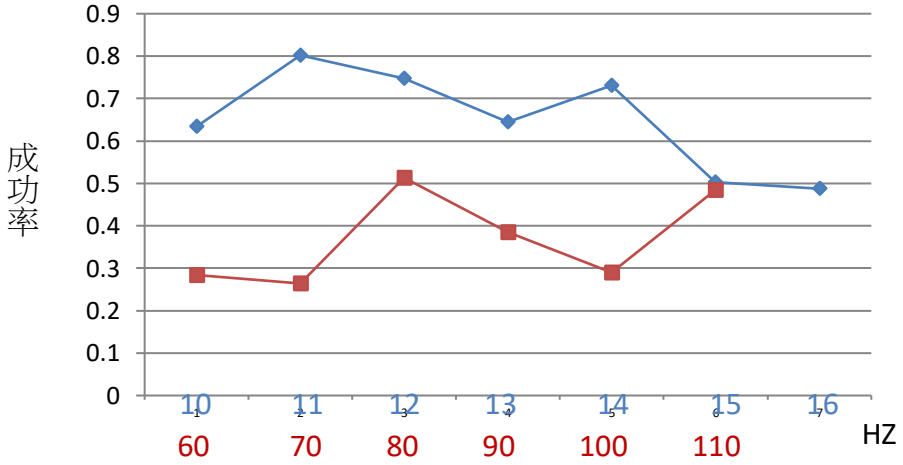
圖十五

(三)控制變因：功率 0.18w 洗碗精濃度 1：40 水滴落下高度 1cm

操作變因：頻率，分為

低頻組（10hz 11hz 12hz 13hz 14hz 15hz 16hz）

高頻組（60hz 70hz 80hz 90hz 100hz 110hz）



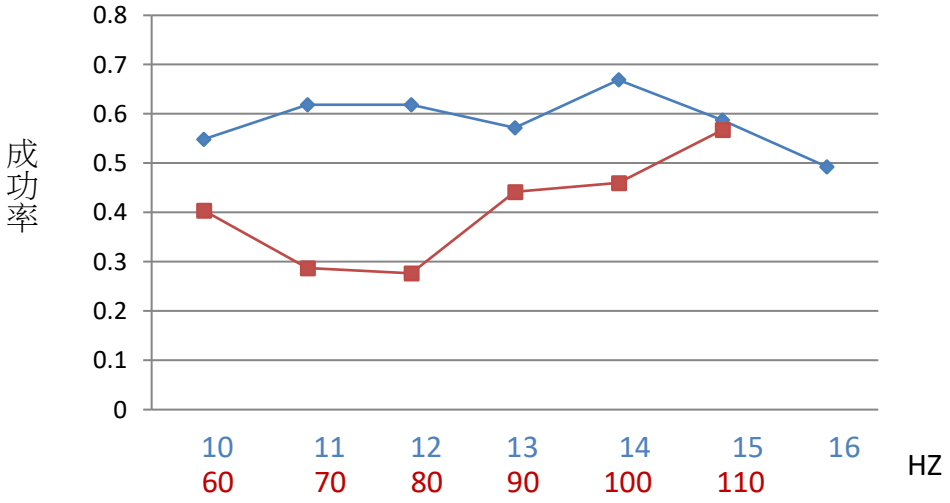
圖十六

(四)控制變因：功率 0.72w 洗碗精濃度 1：40 水滴落下高度 1cm

操作變因：頻率，分為

低頻組（10hz 11hz 12hz 13hz 14hz 15hz 16hz）

高頻組（60hz 70hz 80hz 90hz 100hz 110hz）



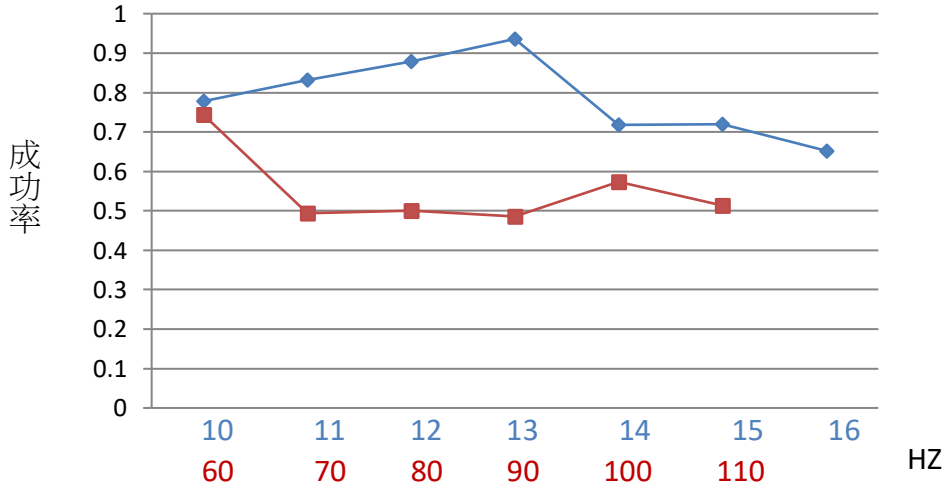
圖十七

(五)控制變因：功率 0.18w 洗碗精濃度 1：80 水滴落下高度 1cm

操作變因：頻率，分為

低頻組（10hz 11hz 12hz 13hz 14hz 15hz 16hz）

高頻組（60hz 70hz 80hz 90hz 100hz 110hz）



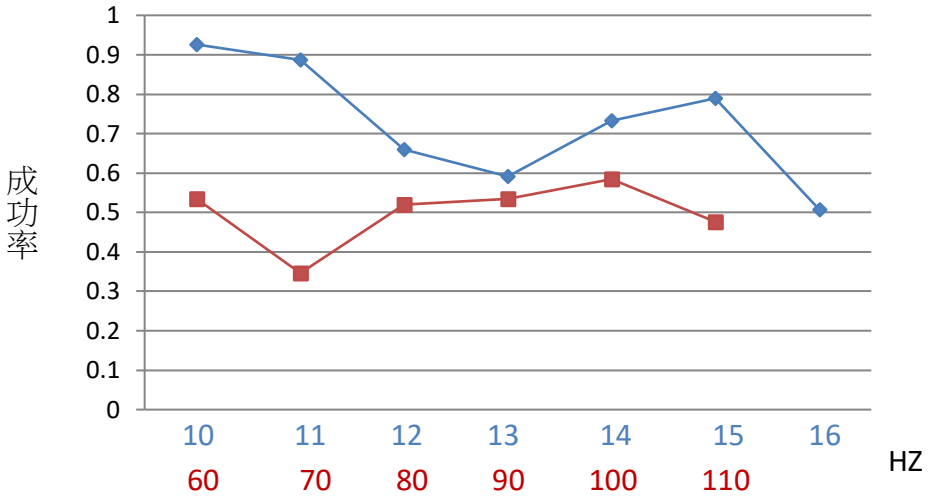
圖十八

(六)控制變因：功率 0.72w 洗碗精濃度 1：80 水滴落下高度 1cm

操作變因：頻率，分為

低頻組（10hz 11hz 12hz 13hz 14hz 15hz 16hz）

高頻組（60hz 70hz 80hz 90hz 100hz 110hz）

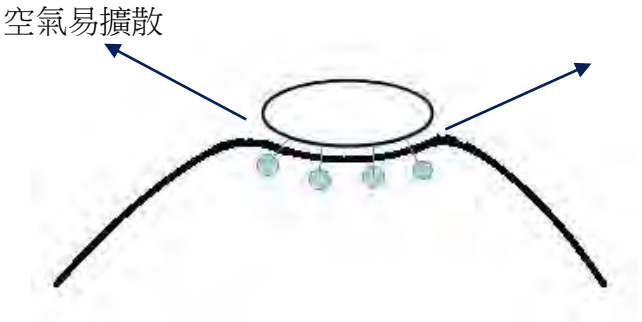


圖十九

五、水滴滴在波峰或波谷上對水滴有何影響

（一）位於波峰

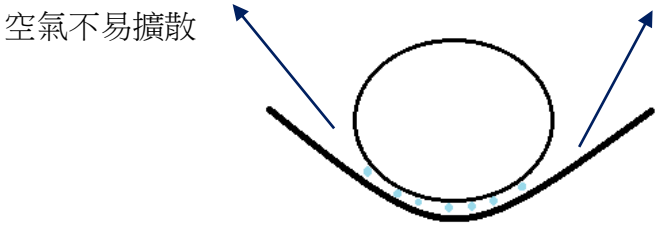
因為波峰的空氣較易流失，故水滴較不易成型如圖二十



圖二十

（二）位於波谷

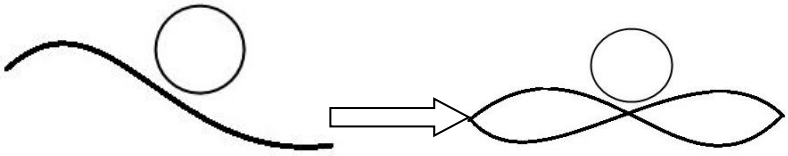
因為波谷的空氣較不易流失，故水滴成型，如圖二十一



圖二十一

（三）位於節點

因重力使水滴容易下滑（如圖二十二），但因頻率的關係所以波峰跟波谷產生上下交錯使水滴停留在節點上（如圖二十三）



圖二十二　　圖二十三

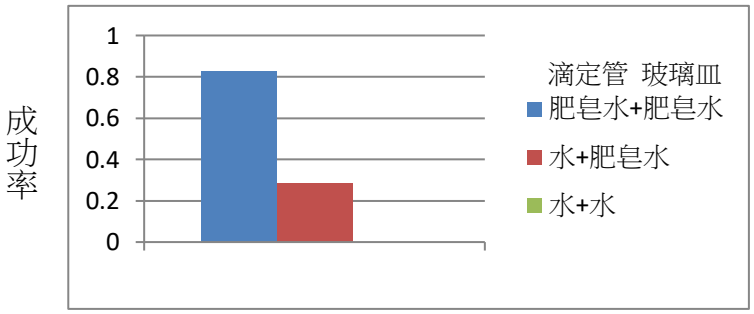
六、研究水滴成分對水滴成功率有何影響

（水滴成功的定義：水滴成形停留或移動在水面上超過 0.5 秒）

控制變因：功率 0.18w 洗碗精濃度 1：40 頻率 60hz 水滴落下高度 1cm

操作變因：滴定管內與玻璃皿內的溶液

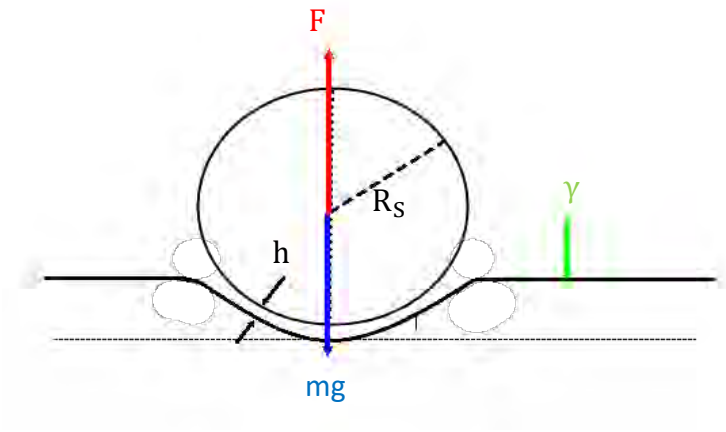
（縱軸為水滴成功機率）如圖二十四



圖二十四

七、研究水滴成形所受的力以及水滴震盪的現象，如圖二十五和圖二十六

(一) 水滴受力



圖二十五

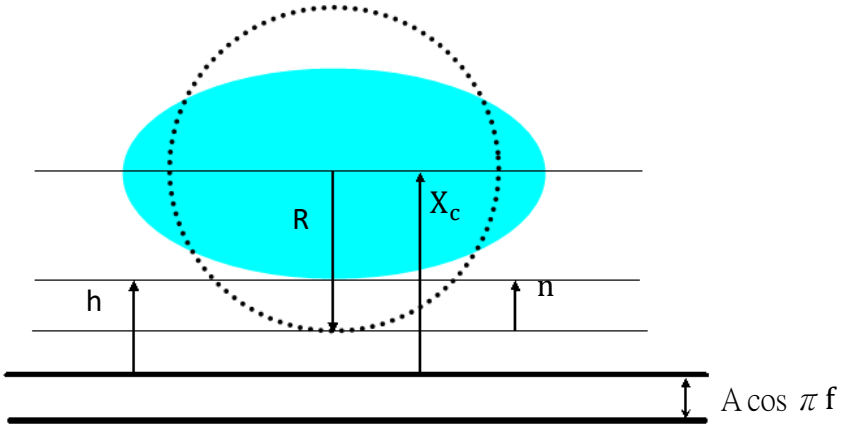
H 為正向力

F 為水波所給的合力

R_S為水滴半徑

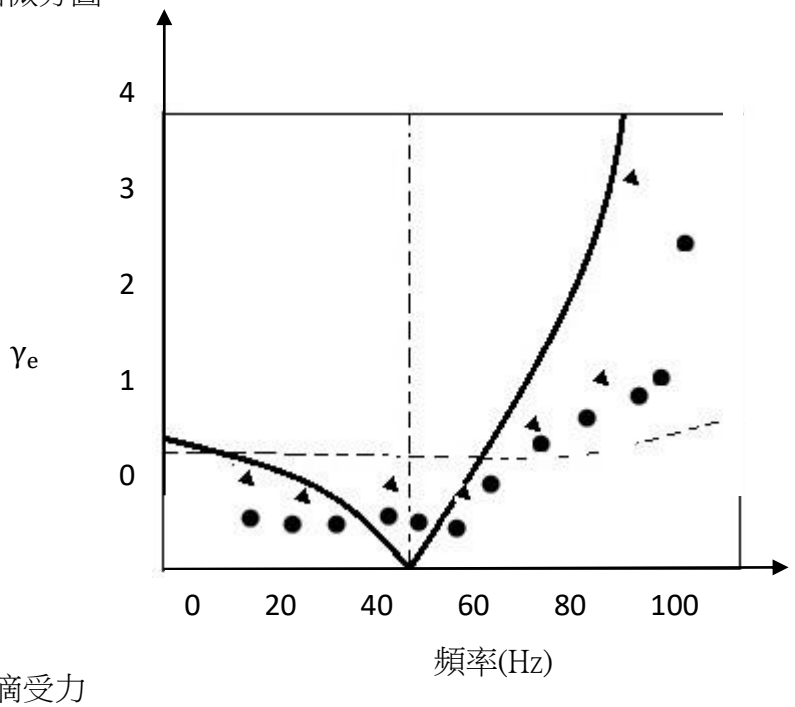
γ 為波形向上的力

(二) 水滴震盪的簡諧運動

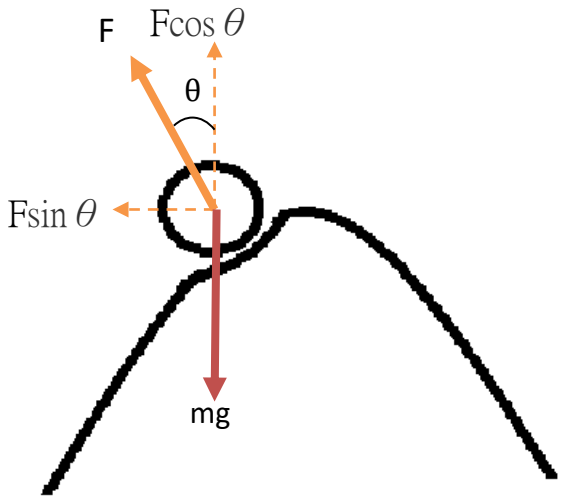


圖二十六

(三) 簡諧微分圖



(四) 水滴受力



圖二十七

陸、 討論

一、高度對成功率的圖〈圖三〉之趨勢大概呈現一種山丘的狀態，我們從成功率最大的1cm 劃一垂直線，將高度分為左〈高度皆小於 1cm〉右〈高度皆大於 1cm〉，來討論其成功率皆小和 1cm 時成功率最高之原因，將左邊高度 0.5cm，0.65cm，0.8cm 分別代入韋伯數$W = \frac{P2ghl}{\sigma}$〈l 和 p 為我們實驗的控制變因〉內，得左半部w_1、w_2、w_3值，亦將右邊高度 1.2cm，1.5cm，1.75cm，1.9cm 分別代入，得右半部w_4、w_5、w_6、w_7值，得知w_1、w_2、w_3皆小於w_4、w_5、w_6、w_7。

二、承一，因為韋伯數大時，表面張力σ對實驗的影響小，重力 g 對實驗的影響大，而韋伯數小時，表面張力σ對實驗的影響大，重力 g 對實驗的影響小，所以比起右半部，左半部的三個高度實驗受重力 g 的影響小，我們推測因為高度不夠，所以使水滴彈跳起的力不足，直接散掉了；比起左半部，右半部的四個高度實驗因受重力 g 的影響大，所以落至水面時水滴速度太大，又因為表面張力σ對它的影響小，水面無法支撐水滴，水滴不成形。

三、濃度對成功率的圖〈圖四~七〉其三條不同濃度〈1：20、1：40、1：80〉之折線斜率非常相近，我們推測與一開始推導的邦德數有關，如果這個參數大於 1 的話，表示在整個系統中，重力的影響遠大於表面張力，因為濃度的改變最主要影響著表面張力的大小，但我們的實驗的邦德數大於 1，所以表面張力是可以忽略不計的，這就是為何從圖中看不太出濃度對水滴成功率有明顯的影響。

四、頻率對成功率的圖〈圖十四～十九〉其高頻的折線皆低於低頻的折線，得知低頻時的水滴成功率較高，我們推測和水滴單位時間內所受波形向上的力$\frac{F}{t}$有關，因為頻率$f \propto \frac{1}{t}$,低頻時波的週期較大，得出$\frac{F}{t} \propto f$，所以低頻時的水滴較高頻時不易被上升的力破壞，而高頻仍有水滴成形之原因，乃是因為滴落的水滴恰停留於節點上。

五、滴定管內與玻璃皿內皆為肥皂水的組合〈圖二十四〉成功率最高，應該是因為肥皂水面有一層疏水端向外，而肥皂水滴亦有一層疏水端包圍在外，又因疏水端帶電相同，因此有相斥的現象，水滴不易與玻璃皿內肥皂水融合，而滴定管內為水與玻璃

皿內為肥皂水的組合成功率次高，與水面有疏水端支撐水滴有關，另外滴定管內與玻璃皿內皆為水的成功率為零，是因為水面無疏水端支撐水滴，水滴不成形。

六、綜合上述的實驗結果可以得知,當我們把水滴實驗的變因固定成高度 1cm,功率調為高功率(0.72W),搭配頻率為低頻(10hz~16hz),且玻璃皿及滴定管內皆裝肥皂水時,為水滴成形最佳的環境,水滴成功率極高

七、水滴滴落時會有彈跳的現象,因此我們依照文獻中圖,可以推導出水滴變形的平衡方程式:$\frac{mdx_c}{dt^2}=F+mg(\frac{A\omega^2}{g}\cos\omega t-1)$ 水滴的位能和距離的變化是做簡諧運動,水滴的振幅 $A\cos\pi f$水滴的加速度 $a=\frac{dx_c}{dt^2}$,是依簡諧運動的公式微分而得

柒、 結論

一、高度 1cm 時，是水滴最適合成形的高度,高度大於 1cm 或小於 1cm 皆會受表面張力 σ 和重力 g 的交互影響導致水滴成功機率下滑。

二、濃度〈表面張力〉因為實驗參數邦德數大於 1 的關係，所以對水滴成形與否沒有影響。

三、低頻率時的水滴成功率較高，主要是因為單位時間內水滴所受波形向上的力F'較小，水滴不易被上升的力破壞。

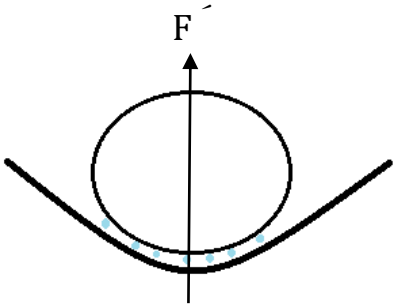
四、高頻率時的水滴成功率較低，主要是因為單位時間水滴所受波形向上的力F'較大，水滴易被上升的力破壞。

五、在各種不同濃度下的低頻率變因(10hz~16hz),其水滴成功率皆在高頻率變因之上。

六、滴定管內與玻璃皿內皆為肥皂水時,因為兩兩疏水端的電荷相斥,使水滴多了向上支撐的力,水滴易成形。

七、水滴的彈跳和簡諧運動有關,使用簡諧運動的方程式微分後可以得到水滴震盪時的加速度,震幅以及形變等各項數據

八、高度 1cm,功率調為高功率(0.72W),搭配頻率為低頻(10hz~16hz),且玻璃皿及滴定管內皆裝肥皂水時,可以得到極高的水滴成功率



圖三十

捌、 參考資料及其他

一、water+soap+sound_

https://www.youtube.com/watch?v=OU3953k7tIQhttps://www.youtube.com/watch%3Fv=OU3953k7tIQ

二、FABRICATION OF ULTRAHYDROPHOBIC SURFACES BY FEMTOSECOND PULSED LASER MICROMACHINING

https://www.utwente.nl/ctw/wa/research/laser/projects_archive/hydrophobic/https://www.utwente.nl/ctw/wa/research/laser/projects_archive/hydrophobic/

三、Water will never be the same

http://www.hydrobead.com/http://www.hydrobead.com/

四、Is This What Quantum Mechanics Looks Like?

https://www.youtube.com/watch?v=WIyTZDHuarQhttps://www.youtube.com/watch?v=WIyTZDHuarQ

五、超高疏水表面水珠碰撞之探討

activity.ntsec.gov.tw/activity/race-2/2015/pdf/160026.pdf

【評語】051801

本作品能成功特定物理參數下，下滴水滴在水面上形成穩定液滴的成功率。實驗進行的參數應可以再較詳細記載，如水滴在滴定管中設定高度是否保持，如何確認初始速度相同。且可再在實驗數據的標準差上做精準度分析，以清晰解讀數據隨實驗參數變化的可信度，且可以就基礎物理機制的描述做較深入的撰述，以利主控物理機制的瞭解。

作品海報

摘要

楊氏方程式的接觸角大於 140 度時，滴下去的水滴不會跟培養皿上的肥皂水融合，而是產生超疏水性現象，實驗顯示當水滴落下高度為 1cm 時，水滴最容易成形，成功機率最高，因為邦德數大於 1，表面張力之影響不納入考量，所以濃度對水滴成功率幾乎沒有影響，而頻率則是因為單位時間內水滴所受波形向上的力$\frac{F}{t}$之影響，進而影響到水滴成功率。

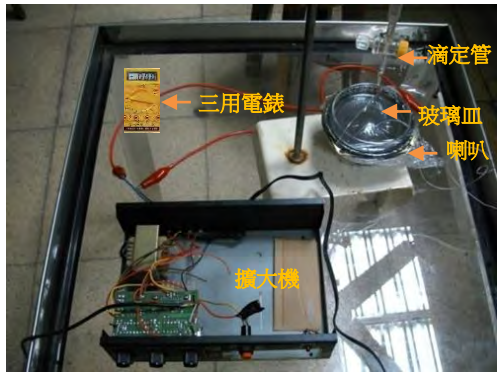
壹、 研究動機

有一次偶然在網路上看到一個 water+soap+sound 的影片，我們覺得很驚奇，為什麼看似簡單的設備和步驟就能讓滴下的水滴可以完整的在水面上移動，過了一段時間後才消失，於是我們想做看看這個實驗，探討水滴形成的原因，以及各項變因對它的影響，包括其延伸的應用部分。

貳、 研究目的

研究水滴各種變因（落下高度、功率的改變、高低頻率的改變、肥皂水濃度、水滴成分、水滴滴在波峰或波谷上、有無輸出波）對水滴成功率有何影響（水滴成功的定義：水滴成形停留或移動在水面上超過 0.5 秒）

參、 研究設備及器材



肆、 研究過程及方法

利用滴定管將固定大小和固定滴落速度的水滴滴到不同頻率的水波上 → 計算它的成功率 → 將數據繪成折線圖

伍、 研究原理

邦德數（重力與表面張力之比）

$Bo = \frac{\rho a L^2}{\gamma}$（Bo 為 Bond number、$\rho$ 為密度或是兩相的密度差、a 為重力、L 為特徵長度水滴的半徑、γ 為表面張力）

楊氏方程式

$\gamma_{SG} - \gamma_{SL} = \gamma_{LG} \cos\theta$（$\gamma_{SG}$氣固界面張力$\gamma_{SL}$液固界面張力$\gamma_{LG}$氣液界面張力，接觸角θ氏方程式）

界面活性劑

杜普雷方程式

W= $\gamma_{SG}+\gamma_{LG}-\gamma_{SL}$（每單位面積附著力所作的功 W 接觸角θ）

將楊氏方程式和杜普雷公式整理後可以得下列公式

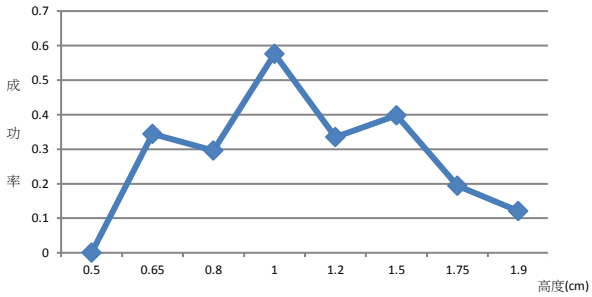
$W=\gamma_{LG}(1+\cos\theta)$

此公式可得知，當接觸角越接近 0˚ 時，所得到的功也越多，表每單位面積附著力愈大，水面無法支撐住水滴，水滴不成形。

陸、 研究結果

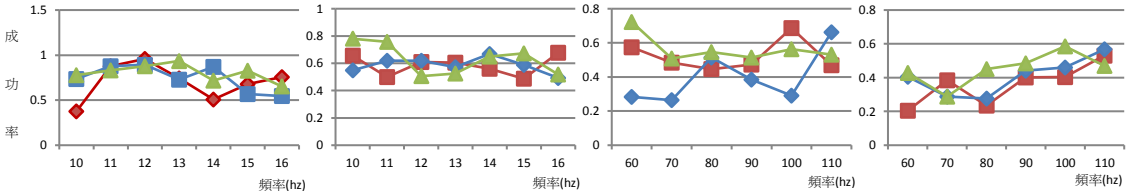
一、 研究水滴**落下高度**對水滴成形成功率有何影響：

操作變因：水滴**落下高度**



二、 研究**洗碗精濃度**對水滴成功機率的影響：

操作變因：**濃度比例**（紅線為 1：20，藍線為 1：40，綠線為 1：80）

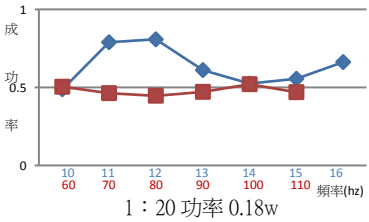


0.18W 低頻組 1cm　0.72W 低頻組 1cm　0.18W 高頻組 1cm　0.72W 高頻組 1cm

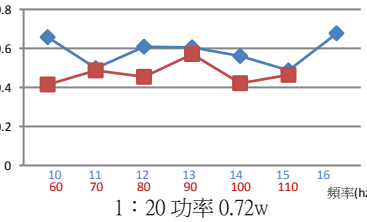
濃度〈表面張力〉因為實驗參數邦德數大於 1 的關係，所以對水滴成形與否沒有影響。

三、 研究**頻率**的改變是否會影響水滴的成功機率：

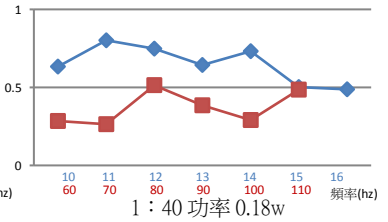
操作變因：**頻率**（藍線為低頻，紅線為高頻）



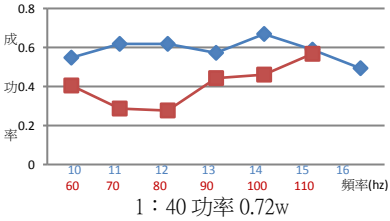
1：20 功率 0.18w



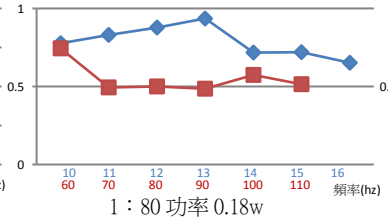
1：20 功率 0.72w



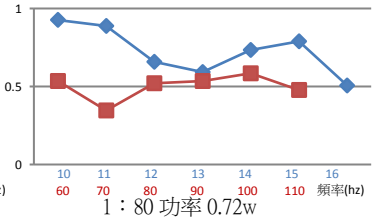
1：40 功率 0.18w



1：40 功率 0.72w



1：80 功率 0.18w



1：80 功率 0.72w

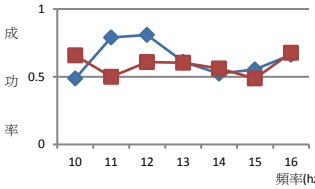
(一)、低頻率時水滴成功率較高，因單位時間內水滴所受波形向上的力F´較小，水滴不易被上升的力破壞。

(二)、高頻率時的水滴成功率較低，因單位時間水滴所受波形向上的力F´較大，水滴易被上升的力破壞。

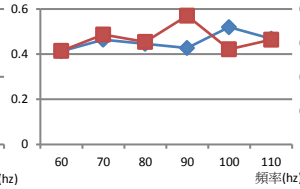
(三)、在各種不同濃度下的低頻率變因，其水滴成功率皆在高頻率變因之上。

四、 研究功率的改變是否會影響水滴的成功機率：

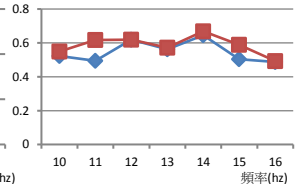
操作變因：功率（藍線為 0.18W，紅線為 0.72W）



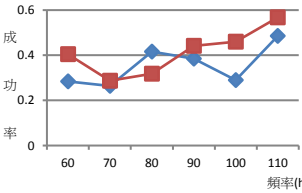
1：20 低頻組



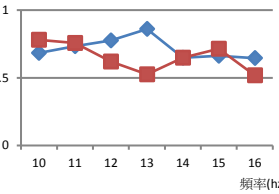
1：20 高頻組



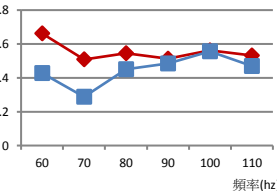
1：40 低頻組



1：40 高頻組

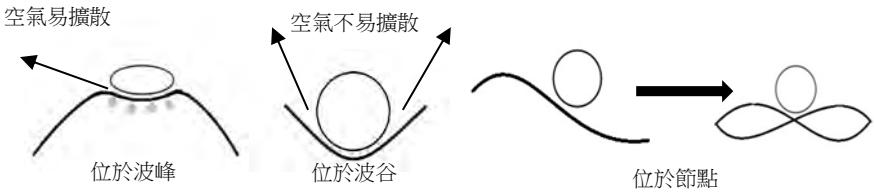


1：80 低頻組



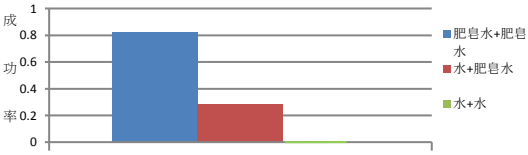
1：80 高頻組

五、 水滴滴在波峰或波谷上對水滴有何影響：



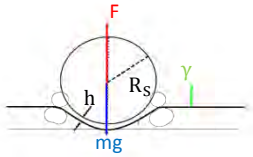
六、 研究水滴成分對水滴成功率有何影響：

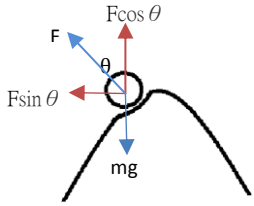
操作變因：滴定管內與玻璃皿內的溶液



滴定管內與玻璃皿內皆為肥皂水時，因為兩兩疏水端的電荷相斥，使水滴多了向上支撐的力，水滴易成形。

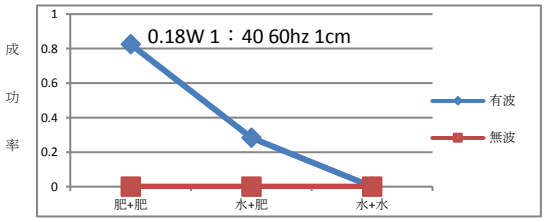
七、 研究水滴成形所受的力 ：





八、 研究有無輸出波對水滴成功率有何影響：

操作變因：有無輸出波（橫軸為滴定管內與玻璃皿內的溶液）



肥+肥：滴定管內與玻璃皿內皆為肥皂水

水+肥：滴定管內為水玻璃皿內為肥皂水

水+水：滴定管內與玻璃皿內皆為水

有無輸出波為影響水滴成功與否之主因，滴定管與玻璃皿為相同介質或不同介質則為影響水滴成功率高低值，因此為次因。

由上述得知形成水滴的理想狀態：

- 滴定及玻璃皿內裝肥皂水
- 落下高度為 1cm
- 高功率且低頻率

→ 水滴成功率最高