

中華民國第 56 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組 工程學科(一)科

佳作

052305

挑戰巨匠－探究魯班鎖之設計模組

學校名稱：國立苗栗高級農工職業學校

| | |
|-----------------------------------------------|-----------------------------|
| 作者： 職二 溫得志 職二 李明燦 職二 韋翔泰 | 指導老師： 黃學志 張東堯 |
|-----------------------------------------------|-----------------------------|

關鍵詞：魯班鎖、模組化、階層設計

摘要

魯班鎖相傳是過去木匠傳授徒弟學習榫卯技法，藉由拆解與組合的過程，訓練空間觀念、組合邏輯及解決問題的表現。現今益智積木皆以魯班鎖為原型，至今已變化出許多種類，我們研究的是具有階層設計特色之魯班鎖，因其有著特別的模組化特性。

研究過程發現不同階層的魯班鎖，有著奇妙的關聯性，透過歸納整理，外型分類為 A、B、C 型(圖 1~3)，依 n 階層($n \geq 3$ 之整數)可演變出 B 型式之樣式有 $n-2$ 種，C 型式之樣式有 $n-3$ 種，依設計者的寬度 w 與階層數 n 為變數，可推得各型式組件之尺寸、樣式及件數，進而推導出數學公式，樣式總數為 $2n-2$ 及總件數為 $2n^2 - 4n + 3$ ，藉此設計與解密 n 階層的魯班鎖，將複雜的古技藝簡單化，以嶄新的 3D 列印方式輸出，達到設計構想成實物之目的。

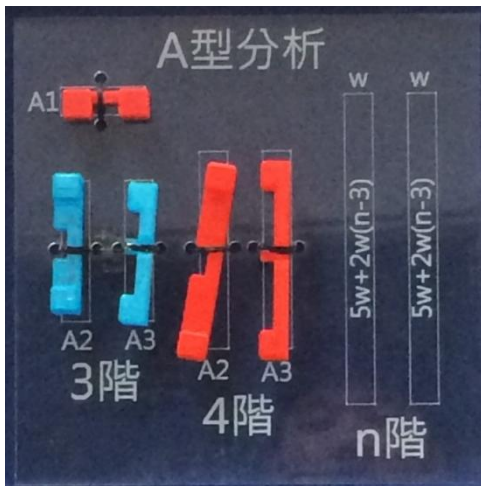


圖 1. A 型分析

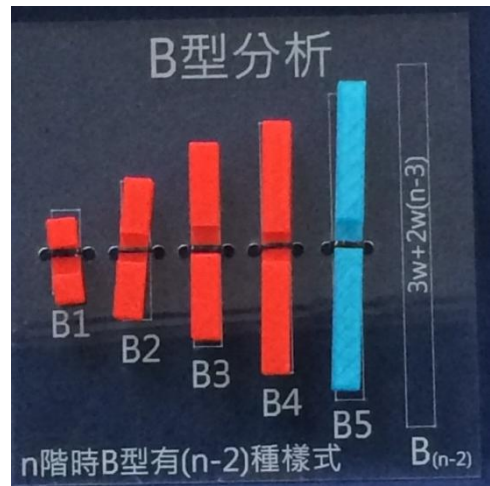


圖 2. B 型分析



圖 3. C 型分析

壹、研究動機

我在上課時間把玩銑床實習成品九件組(圖 4~5)時，被數學老師發現，並請我示範拆解與組合，老師說這是魯班鎖的一種，應該還有更多變化性的存在，老師鼓勵我們可以試著透過數學理論來推算出魯班鎖其中模組化規則，這將會是一大發現，這引起了我們極大的興趣。

我們發現在市售其它魯班鎖中並沒有階層設計的樣式存在，於是想利用設計實物之方式來探究其中可能的模組特性，老師建議我們可以利用機械電腦繪圖及學校購置的 3D 列印機來試著探討本研究，因此開啟了我們研究魯班鎖各階層模組化特性的旅程。

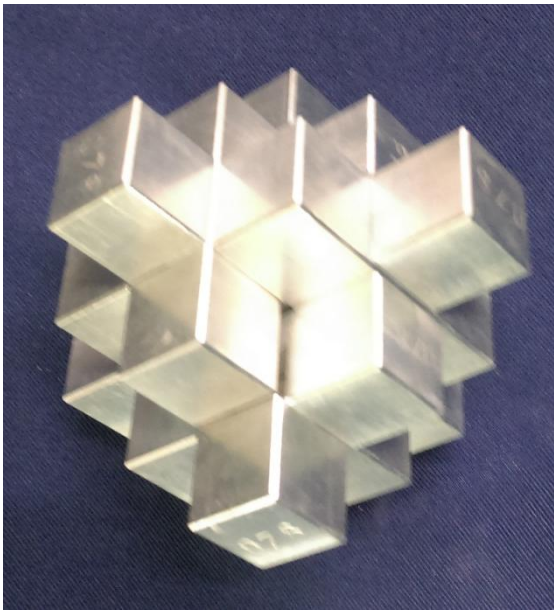


圖 4. 銑床成品九件組

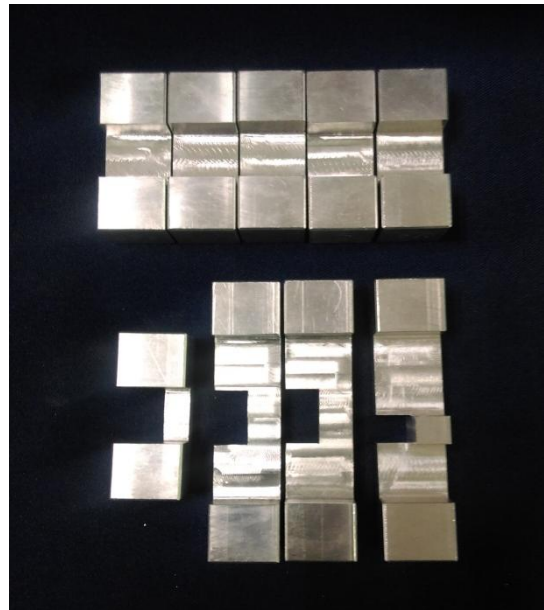


圖 5. 銑床成品九件組分解圖

貳、研究目的

- 一、探究階層設計之魯班鎖各階層中模組化之規則與公式。
- 二、嘗試利用 3D 列印輸出以改善傳統製作費時與費材的缺點。
- 三、利用多色線材改善傳統木製魯班鎖固定單色系，增加變化性與創新性。
- 四、應用電腦繪圖參數化設計，改變魯班鎖之外觀造型，增加其多樣性。

參、研究設備及器材

表 1. 研究設備與器材

| 名稱 | 圖片 | 數量 | 單位 | 備註 |
|----------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----|----|-----------------|
| 電腦 |  | 4 | 台 | 設計、繪圖、編修檔案 |
| 3D 列印機 |  | 5 | 台 | YING ANGEL |
| 線材 |  | 多 | 捲 | PLA 環保塑料 |
| 銼刀 |  | 4 | 把 | (BAHCO 魚牌) |
| 砂紙 |  | 多 | 張 | |
| 鏟刀 |  | 2 | 把 | 鏟起列印完成的零件 |
| 3M 耐熱膠帶 |  | 2 | 捲 | 貼於 3D 列印機底板上 |
| 游標卡尺 |  | 2 | 把 | Mitutoyo |
| Solid Works 軟體 |  | 2 | 套 | 設計與繪圖用 |
| Cura 轉檔軟體 |  | 1 | 套 | 轉成列印機的檔案 |
| SD 記憶卡 |  | 4 | 個 | 儲存檔案以供列印機 列印 |

肆、研究過程或方法

一、研究流程圖(圖 6)

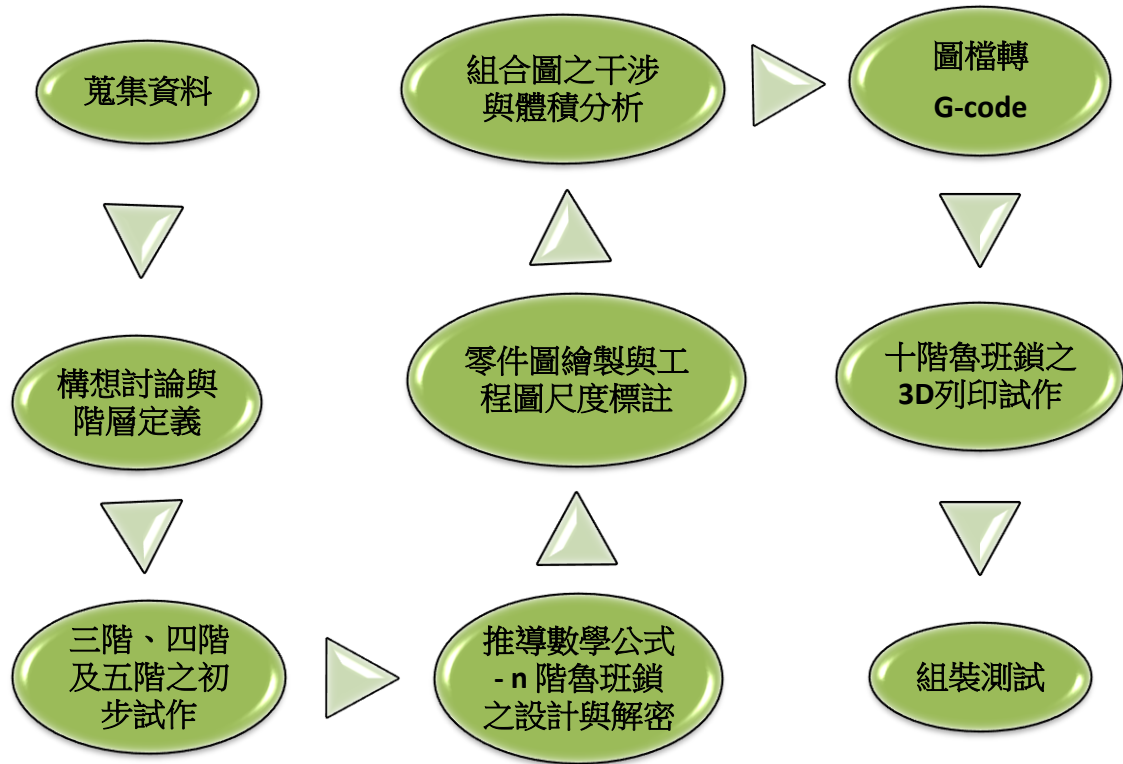


圖 6. 研究流程圖

二、資料蒐集

銑床實習成品九件組是榫卯技法的其中一種型式，從古至今演變出許多樣式的變化性存在，古時候稱之為魯班鎖(圖 7~8)，現今因商品化而給予美化之名稱為練心鎖，無論名稱或型式為何，皆是榫卯技法之變化，看似簡單的外表，其實隱藏著不凡的智慧。



圖 7. 魯班鎖組合示意圖

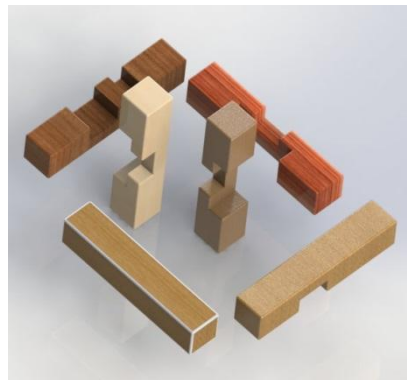


圖 8. 魯班鎖爆炸示意圖

魯班鎖型式通常以六根之設計最多，用寬高相同而長度不一之條棍組合成一種立體結構。魯班是春秋（公元前 770-476）時期的人物，傳說他發明了鋸、刨和墨斗[註 6]，是中國木匠的祖師爺及木工技術的巨匠。這種設計相傳是早年木工師傅傳授徒弟時，讓徒弟練習樺頭製作之用，而後世木工師傅為感念木工始祖而將此設計通稱為魯班鎖，這個設計還被稱為"六子聯芳"和"孔明鎖"。將一個魯班鎖解開比較容易，但是要將它們重組起來則必需一定的空間觀念和足夠的耐心，也因其複雜性、困難度、形狀繁多及富有挑戰性等，另有污名稱為"莫奈何"和"六疙瘩" [註 7]。

三、構想討論與階層定義

蒐集許多相關資料後，利用假日時間到校學習電腦立體繪圖中 3D 零件圖、工程圖、組合圖、爆炸圖、干涉分析、體積計算及 3D 列印轉檔與參數設定等等，然後運用 3D 列印來試作不同型式的魯班鎖(圖 9~10)。

為了方便瞭解本研究之作品將魯班鎖定義與使用範圍，說明如下：魯班鎖使用範圍最低階層為 3 階，其最高階層為 n 階，即任意階層或無限階層，階層定義如魯班鎖示意圖(圖 11)，計算方式由最小階層為第一階，往最大階層方向計算，逐一增加一階，最終階層數為魯班鎖之階層數。

特別值得研究的是具有階層設計的魯班鎖，過程中發現三階、四階及五階的魯班鎖，在不同的階層中有一種奇妙的關聯性存在，因此決定以此為研究目的，因考量 3D 列印機所能列印的最大尺寸，最終討論後決定將此次目標訂定在十階的魯班鎖之設計與製作為成品。

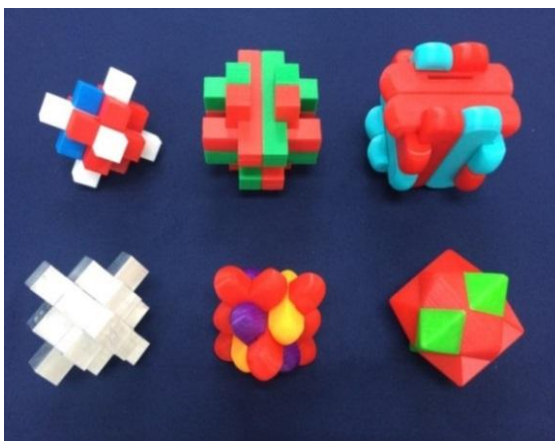


圖 9. 不同型式的魯班鎖(1)

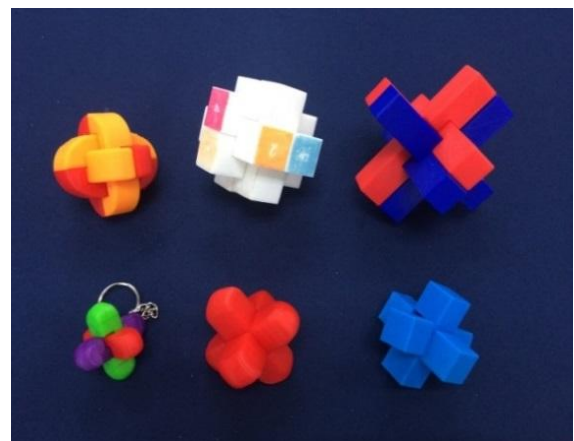


圖 10. 不同型式的魯班鎖(2)

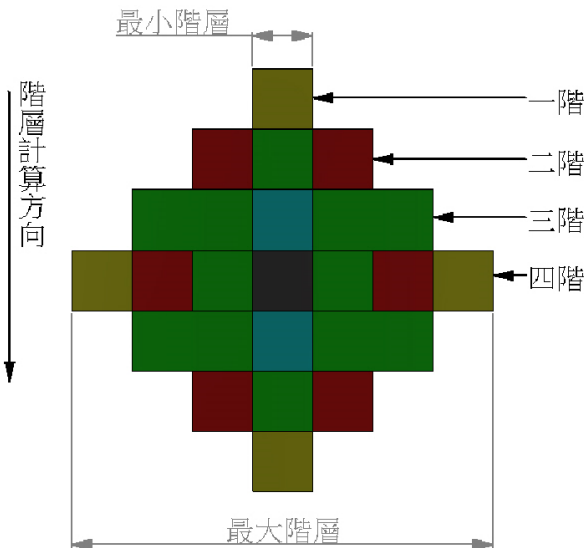


圖 11. 魯班鎖階層定義示意圖

四、三階、四階及五階之初步試作

在討論過程中，特別對具有階層設計外觀的魯班鎖格外有興趣，主要是在於發現不同階層的魯班鎖中有一種奇妙的關聯性存在，有著模組化的特性。所以覺得特別值得討論與研究，於是著手針對具有階層設計外觀的魯班鎖進行試作，先行針對低階的三階、四階及五階的魯班鎖(圖 12)，利用 3D 列印的特性試作，免去傳統機械加工中的繁雜步驟。

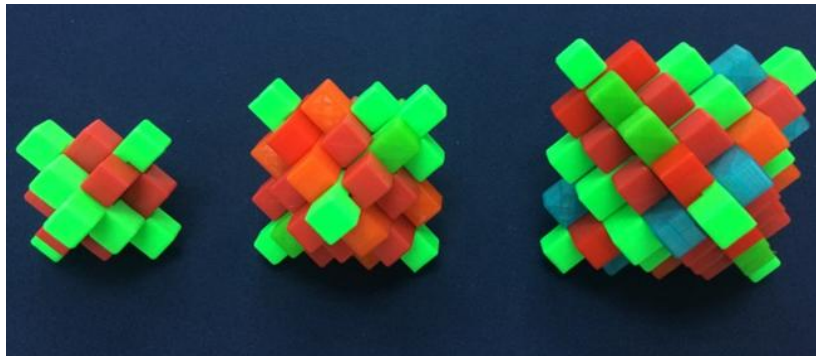


圖 12. 三階、四階及五階的魯班鎖

五、推導數學公式- n 階魯班鎖之設計與解密

五階魯班鎖的測試組裝完成後，從研究確定目標至今，已經完成三階、四階及五階的魯班鎖，可以確認研究方向無誤。從不同階層的魯班鎖中，發現其具有模組化的特性，零件之間有特別的關連性存在，進而將零件依特徵進行分類後，開始推導任意階層的魯班鎖數學公式(圖 13~16)，在此將任意階層定義為 n 階，由推導的數學公式中，可以明

確計算出 n 階魯班鎖需要的各零件類型數量、總零件數及正確尺寸，詳細說明於研究結果中表示。

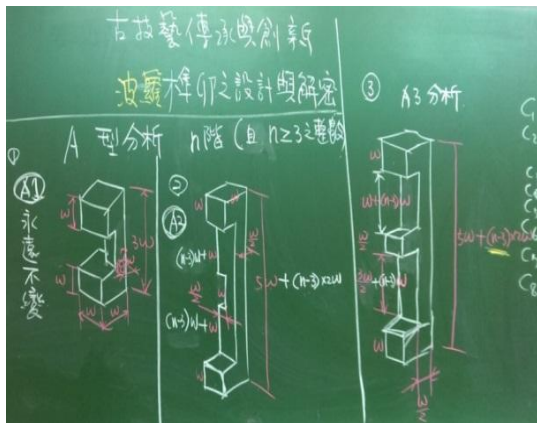


圖 13. 推導魯班鎖數學公式(1)

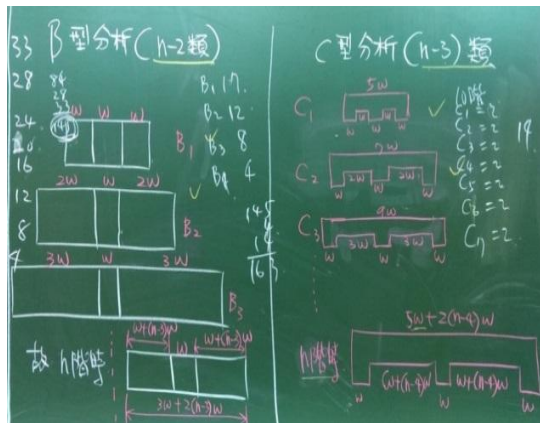


圖 14. 推導魯班鎖數學公式(2)

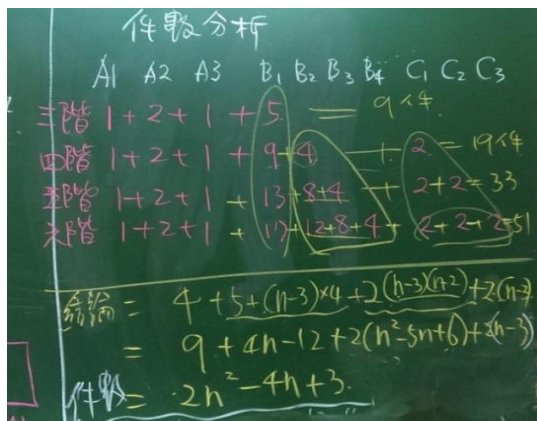


圖 15. 推導魯班鎖數學公式(3)



圖 16. 推導魯班鎖數學公式(4)

六、零件圖繪製與工程圖尺度標註

我們所採用的 3D 電腦輔助繪圖軟體是 SolidWorks，以參數化的特徵為基礎方法進行建立零件模型和組零件。SolidWorks 除了基本的 3D 建模、裝配、繪圖、板金、模具、焊接等，另開發出許多特殊的功能如：AVI 動態組裝模擬、動畫製作、電子工程圖、標準零件庫及模擬分析等。SolidWorks 是機械產業中較為普及的 3D 電腦輔助繪圖，剛好學校 3D 繪圖課程中有教導其基礎相關的功能，所以使用 SolidWorks 軟體進行本次研究的繪圖，如零件圖的草圖繪製(圖 17)、實體建模(圖 18)和工程圖的尺度標註(圖 19)。

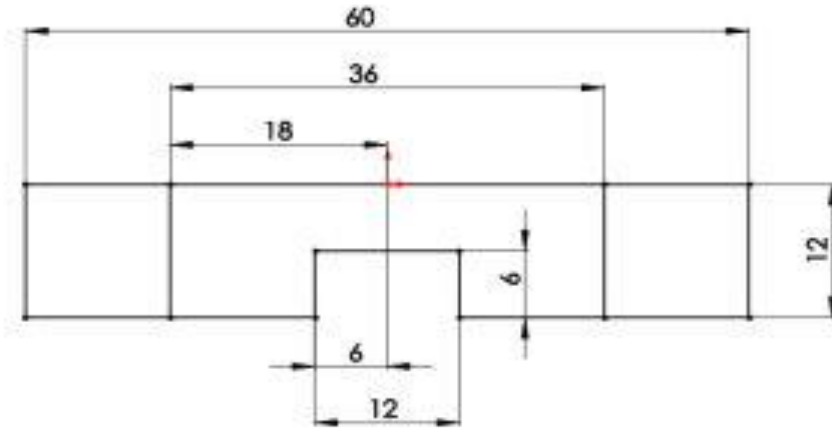


圖 17. 草圖繪製

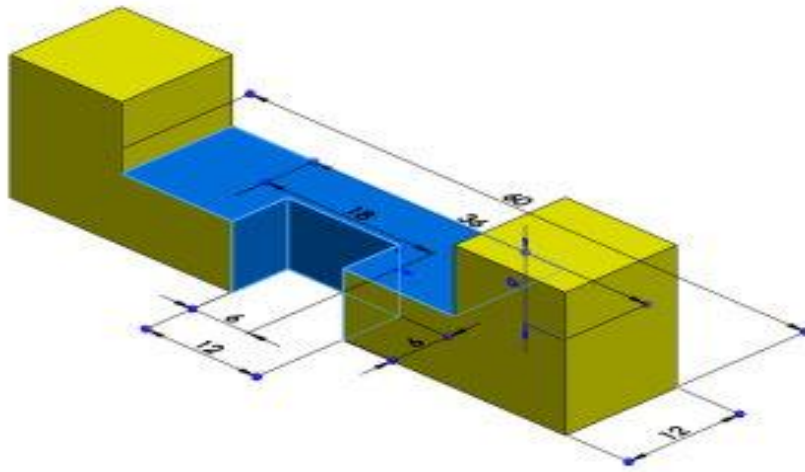


圖 18. 實體建模

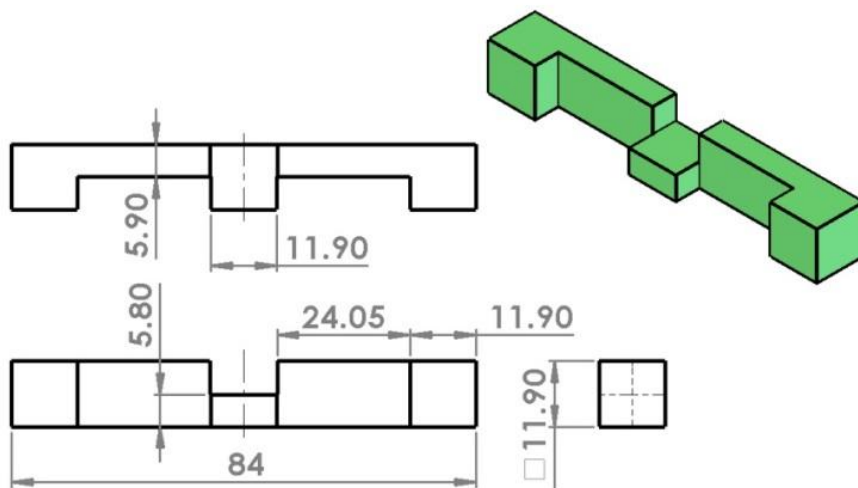


圖 19. 尺度標註

七、組合圖之干涉與體積分析

組合圖之干涉與體積分析也是採用 3D 電腦輔助繪圖軟體是 SolidWorks，利用其組合件之評估選項中的干涉檢查(圖 20)與物質屬性(圖 21)的分析功能，進行各階層的魯班鎖組合件檢查，避免所設計的魯班鎖有互相干涉或過大間隙的存在。

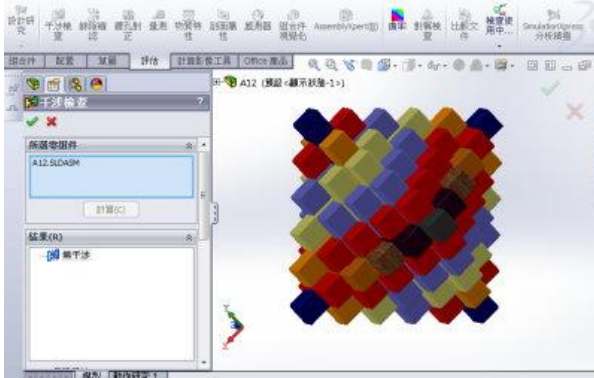


圖 20. 六階魯班鎖干涉檢查

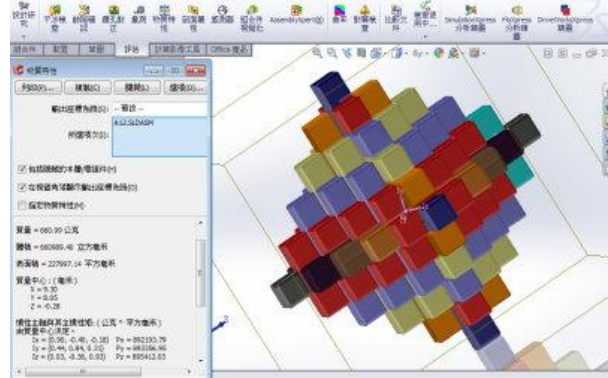


圖 21. 六階魯班鎖物質屬性

八、圖檔轉 G-code

組合圖確認無誤後，另存為 STL 檔，再利用切片軟體轉成 G-code 檔，目的是為了讓 3D 印表機可以依 G-code 進行積層列印。我們所採用的是 Cura 軟體，Cura 是 Ultimaker 公司設計的 3D 列印切片軟體，以"高度整合性"以及"容易使用"為設計目標。它包含了所有 3D 列印需要的功能，能夠做初步設定，還有進階模式可以讓使用者詳細調整各項列印參數(圖 22)、細節，如：切片、模擬(如圖 23~24)、層厚、支撐、填充率及列印速率等。



圖 22. Cura 列印參數設定

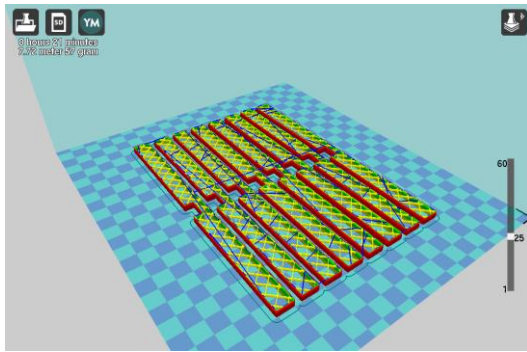


圖 23. Cura 模擬 半成品

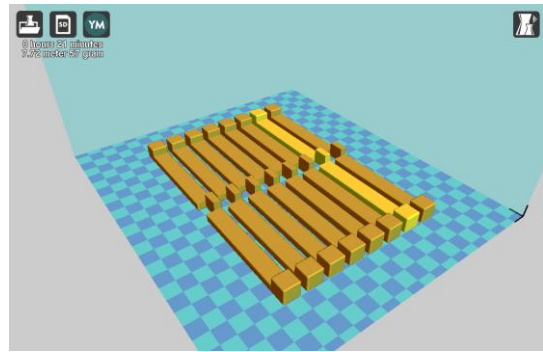


圖 24. Cura 模擬 完成品

九、十階魯班鎖之 3D 列印製作

在三階、四階及五階的魯班鎖試作成功後，開始進行本研究的主要目標十階魯班鎖之 3D 列印試作，將先前 3D 列印所遇到的零件產生翹曲、 A_1 零件強度不足等問題，重新調整各項列印參數，如層厚、填充率及列印速率等，使十階魯班鎖的 A 型 3 種、B 型 $x=n-2=10-2=8$ 種、C 型 $y=n-3=10-3=7$ 種、總共 18 種樣式之組件(圖 25)順利列印，合計總組件數=163 個零件(圖 26)。

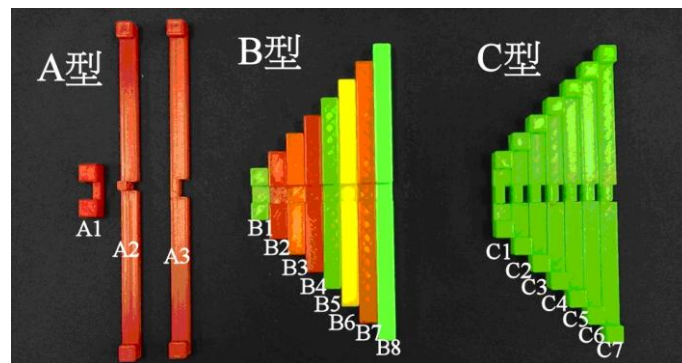


圖 25. 3 種型式與 18 種零件樣式



圖 26. 163 個零件

十、組裝測試

十階魯班鎖的 18 種零件樣式順利列印完成，正式著手 163 個零件的組裝測試(圖 27~35)。163 個零件可以順利組裝，但是各個零件之間的問題過大，導致有不密合與鬆動的情況產生，經過再次與指導老師討論後，發現問題點在於零件之間有尺寸誤差之情況，在大型的機構或是多項零組件的組裝上，還必須考量累進的誤差值，而重新修改零件圖尺寸大小與工程圖，再行列印部份零件，再次測試組裝，確認無誤後，將剩餘零件再次重新列印。

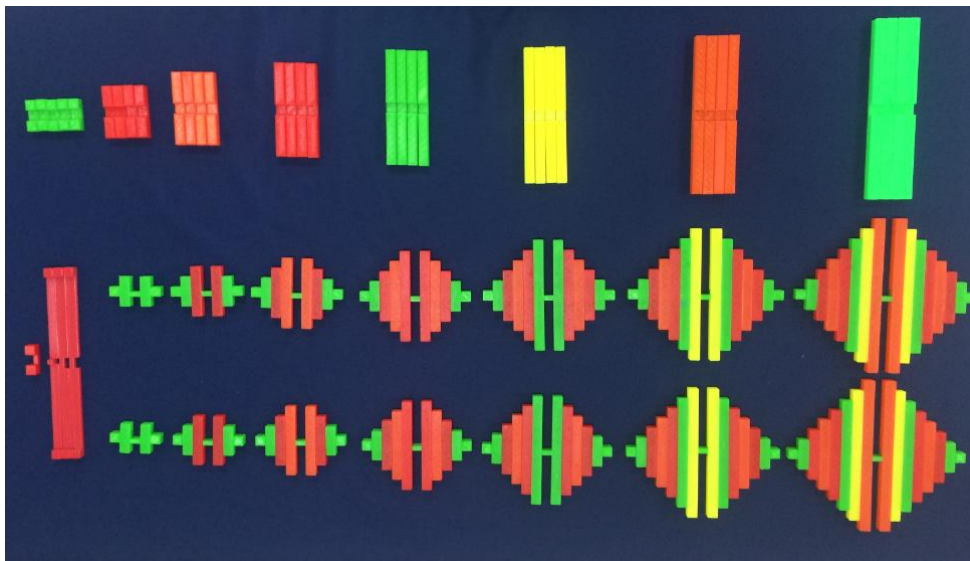


圖 27. 組裝測試半成品(1)

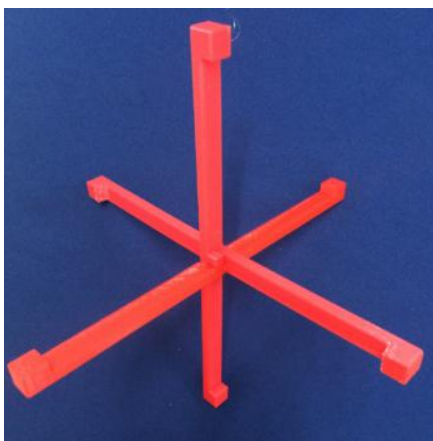


圖 28. 組裝測試半成品(2)

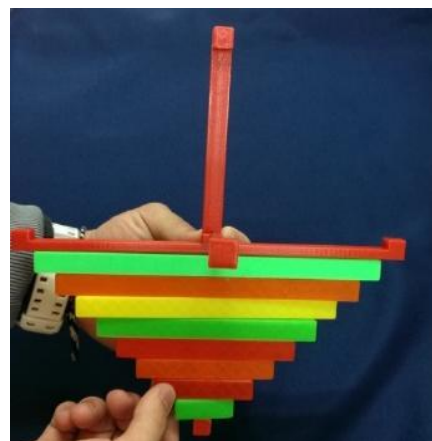


圖 29. 組裝測試半成品(3)

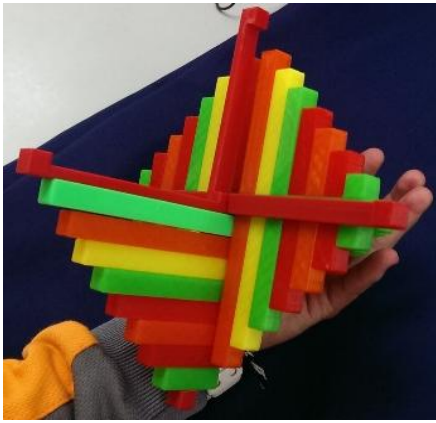


圖 30. 組裝測試半成品(4)

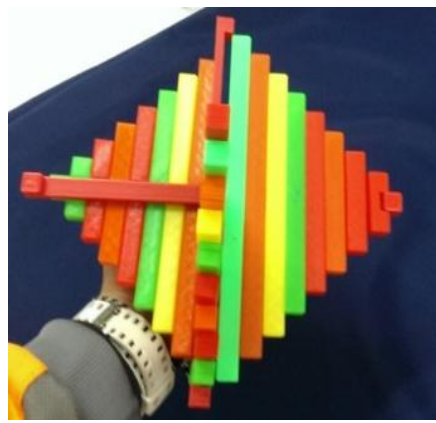


圖 31. 組裝測試半成品(5)



圖 32. 組裝測試半成品(6)

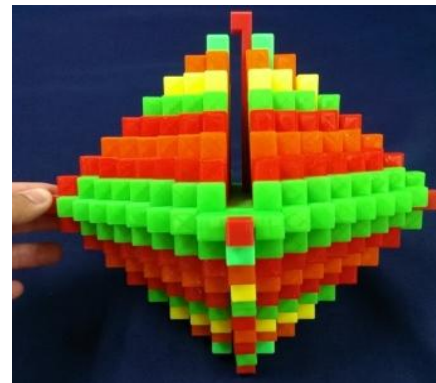


圖 33. 組裝測試半成品(7)

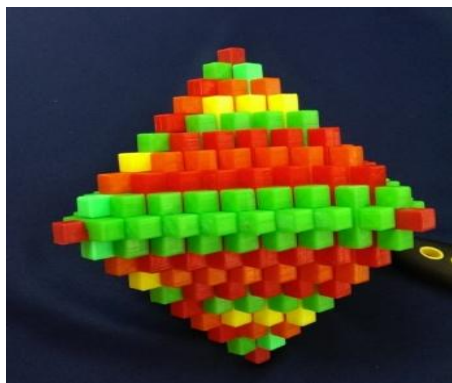


圖 34. 組裝測試完成品(1)

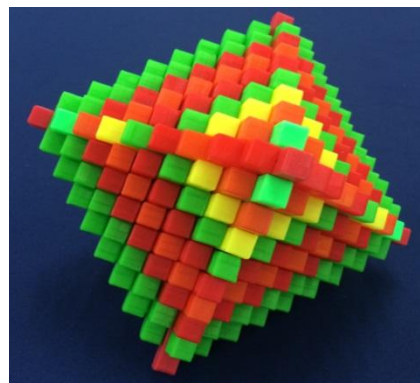


圖 35. 組裝測試完成品(2)

伍、研究結果

一、零件各類型態之樣式種類及件數分析

將各階層的魯班鎖進行分類，可以歸類分成 A、B 及 C 的三種基本型態，進一步則因不同的階層而產生不同樣式的零件，在其字母旁增加數字下標，如： A_1 則表示 A 型中 1 號樣式之零件；說明圖中之括號字母表示，該尺寸值依不同階層值而產生變化(n 為階層數，w 為寬高，x 為 B 型有幾種樣式，y 為 C 型有幾種樣式)。尺寸寬高 w 值可依個人喜好或機台限制決定。以下將各種型式說明如下：

(一) A 型之樣式種類及件數分析： A 型態之樣式有 A_1 、 A_2 、 A_3 等 3 種。

1. A_1 零件是所有零件中，唯一不因階層數的變化而改變其本身尺寸值的零件，且是唯一的旋轉件，零件數固定為 1 件(圖 36)。

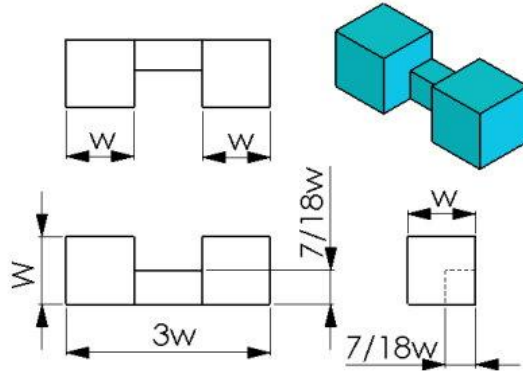


圖 36. A_1 零件圖(w 為寬高)

2. A_2 零件依不同階層其尺寸會隨之改變，但是零件總數固定為 2 件(圖 37)。

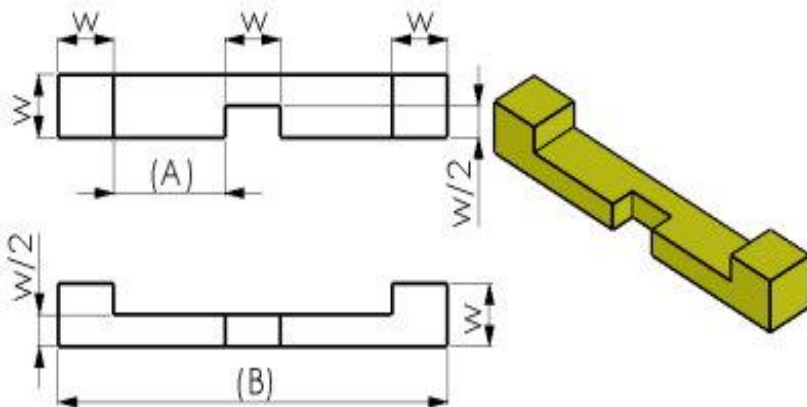


圖 37. A_2 零件圖(w 為寬高)

3. A_3 零件依不同階層其尺寸會隨之改變，零件總數固定為 1 件(圖 38)。

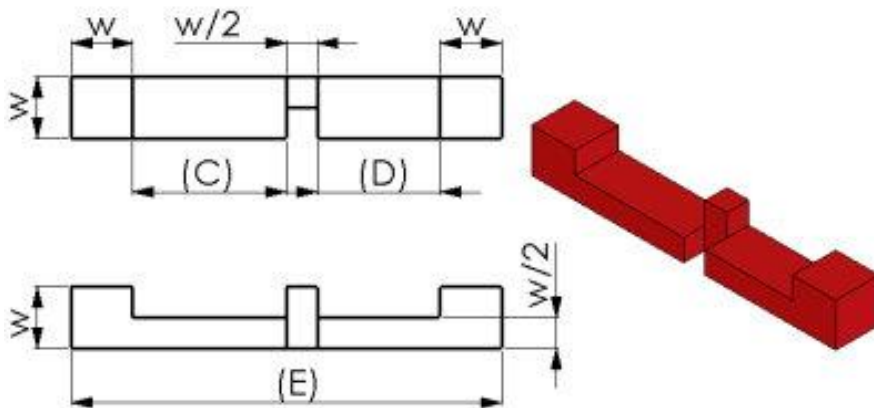


圖 38. A_3 零件圖(w 為寬高)

(二)B 型之樣式種類及件數分析

B_1 、 $B_2 \sim B_x$ 系列的零件 (圖 39)，魯班鎖階層數必須 $n \geq 3$ 時才會存在的基礎零件，且 $x=n-2$ ， B_1 初始件數為 5 件依階層數不同再行增加，其法則如下:當 x 值確定後， B_x 零件基本件數為 4 件，其 $B_{x-1} \sim B_2$ 系列零件數依下標數字遞減，而零件數往上遞增，且逐一增加 4 件; B_1 零件總數則是 B_2 零件數量再加上初始件數 5 件，(n 為階層數， w 為寬高， x 為 B 型有幾種樣式)例如:5 階魯班鎖中， $x=5-2=3$ ，則代表 B 型有 3 種樣式， $B_3=4$ 件， $B_2=4+4=8$ 件， $B_1=8+5=13$ 件，則種類件數皆可正確計算得知。

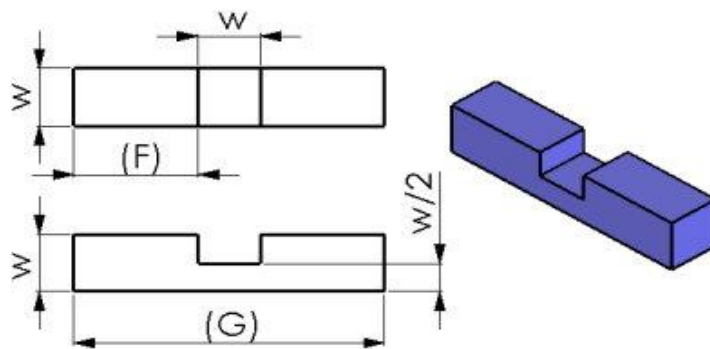


圖 39. B_1 、 $B_2 \sim B_x$ ，B 型之樣式零件示意圖(w 為寬高)

(三)C 型之樣式種類及件數分析

C_1 、 $C_2 \sim C_y$ 系列的零件(圖 40)，魯班鎖階層數必須 $n \geq 4$ 時才會存在的特別零件，且 $y=n-3$ ，當 y 值確定後，其 C_1 、 $C_2 \sim C_y$ 系列零件數，皆為固定 2 件，(n 為階層數， w 為寬高， y 為 C 型有幾種樣式) 例如:5 階魯班鎖中， $y=5-3=2$ ，則代表 C 型有 2 種樣式， $C_2=2$ 件， $C_1=2$ 件，則種類件數皆可正確計算得知。

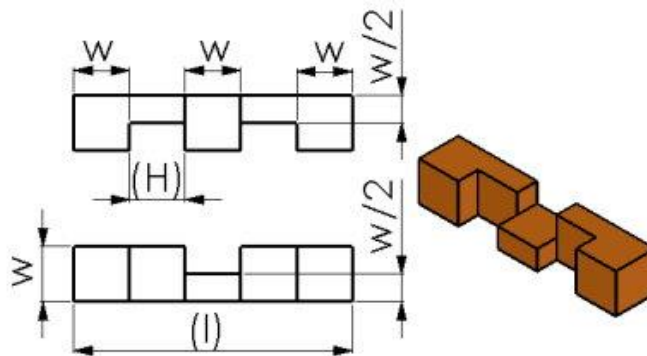




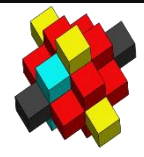






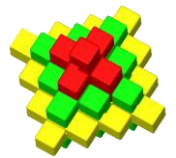








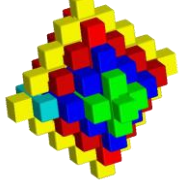










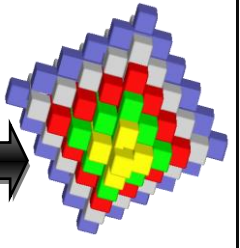


圖 40. $C_1 \sim C_y$ ，C 型之樣式零件示意圖(w 為寬高)

(四)透過上述分析，統整出其在各階層時階層與外型上的變化表(如表 2)

表 2. 3~6 階層時階層與外型上的變化表

| 型態 | A 型態 | | | B 型態 | | | | C 型態 | | | |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 樣式 | A1 | A2 | A3 | B1 | B2 | B3 | B4 | C1 | C2 | C3 | |
| 三階 |  |  |  |  | | | | | | |  |
| 件數 | ×1 | ×2 | ×1 | ×5 | | | | | | | 小計： 9 件 |
| 四階 |  |  |  |  |  | | |  | | |  |
| 件數 | ×1 | ×2 | ×1 | ×9 | ×4 | | | ×2 | | | 小計： 19 件 |
| 五階 |  |  |  |  |  |  | |  |  | |  |
| 件數 | ×1 | ×2 | ×1 | ×13 | ×8 | ×4 | | ×2 | ×2 | | 小計： 33 件 |
| 六階 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 件數 | ×1 | ×2 | ×1 | ×17 | ×12 | ×8 | ×4 | ×2 | ×2 | ×2 | 小計： 51 件 |

(五)A、B、C 型之零件樣式種類分析

經由(一)~(三)點及(表 2)得知，可以歸納出 n 階魯班鎖的零件樣數種類表(表 3)

例如:10 階魯班鎖中，n=10，則共有 $2n-2=2\times 10-2=18$ 種零件樣式，則零件樣式可正確計算得知。

表 3. A、B 及 C 型零件樣數種類公式表

| | A1 | A2 | A3 | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | C1 | C2 | C3 | C4 | 零件樣數 |
|----|---------------------|----|----|-------|----|----|----|----|-------|----|----|----|------|
| 三階 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | | | | | | | | 4 |
| 四階 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | | | ✓ | | | | 6 |
| 五階 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | | ✓ | ✓ | | | 8 |
| 六階 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | | 10 |
| 七階 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | 12 |
| N階 | 3 | | | (n-2) | | | | | (n-3) | | | | 整理 |
| 公式 | n 階時共有 $2n-2$ 種零件樣式 | | | | | | | | | | | | |

二、推導 n 階魯班鎖零件類型之尺寸關係數學公式

經由以上 A、B 及 C 的三種基本型式分析後，可以推導出 n 階魯班鎖的數學關聯式(如圖 41~45)，依圖示可得到正確之尺寸。

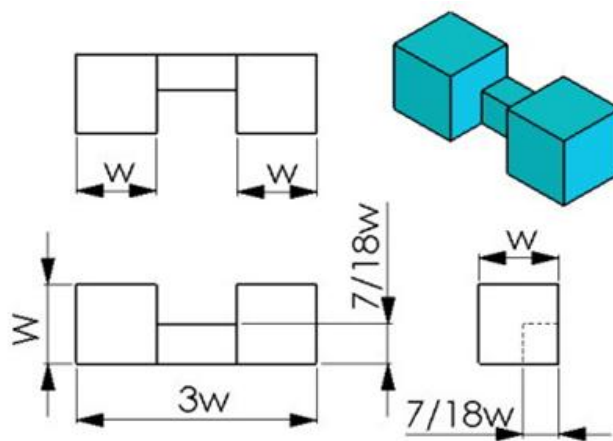


圖 41. A1 樣式尺寸數學關聯式示意圖(w 為寬高)

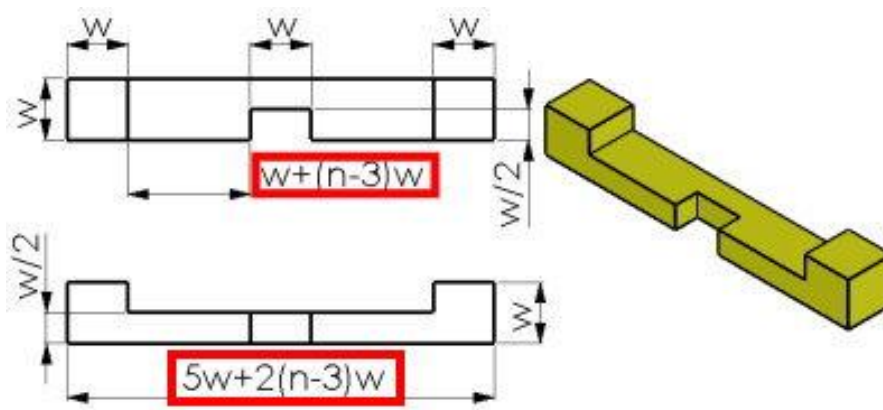


圖 42. A2 樣式尺寸數學關聯式示意圖(w 為寬高, n 為階層數)

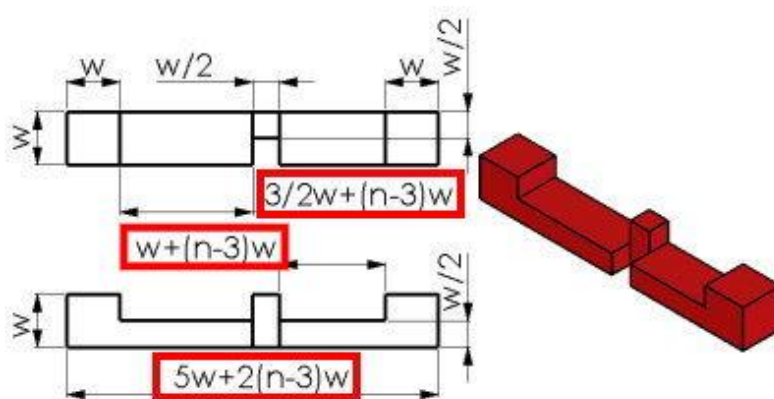


圖 43. A3 樣式尺寸數學關聯式示意圖(w 為寬高, n 為階層數)

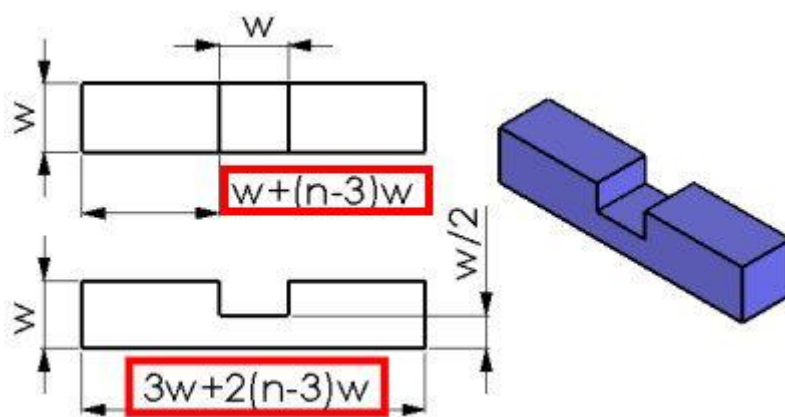


圖 44. Bx 樣式尺寸數學關聯式示意圖(w 為寬高, n 為階層數, $x = n-2$)

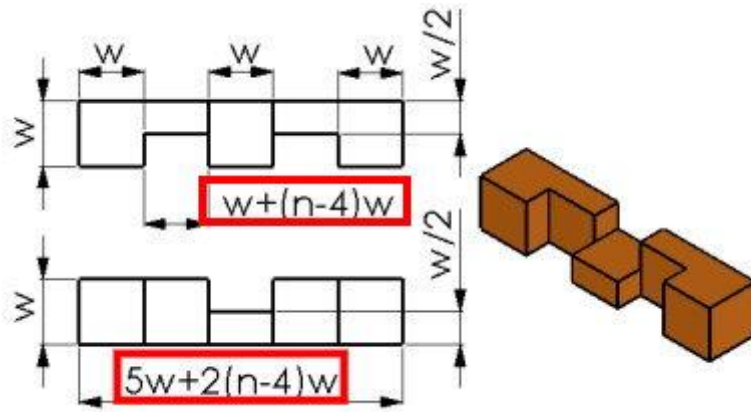


圖 45. Cy 樣式尺寸數學關聯式示意圖(w 為寬高， n 為階層數， $y = n-3$)

三、推導零件總數公式與驗證:

進一步整理件數分析表(如表 4~6)，且依上述說明中可以瞭解 n 階魯班鎖中確實存在著特殊的關係。透過件數分析表，可以歸納出 n 階魯班鎖的零件總數公式表(表 7)

表 4. 各階 A 型之樣式種類及件數分析

| | A1 | A2 | A3 |
|----|----|----|----|
| 三階 | 1 | 2 | 1 |
| 四階 | 1 | 2 | 1 |
| 五階 | 1 | 2 | 1 |
| 六階 | 1 | 2 | 1 |
| 七階 | 1 | 2 | 1 |

表 5. 各階 B 型之樣式種類及件數分析

| | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
|----|----|----|----|----|----|
| 三階 | 5 | | | | |
| 四階 | 9 | 4 | | | |
| 五階 | 13 | 8 | 4 | | |
| 六階 | 17 | 12 | 8 | 4 | |
| 七階 | 21 | 16 | 12 | 8 | 4 |

表 6. 各階 C 型之樣式種類及件數分析

| | C1 | C2 | C3 | C4 |
|----|----|----|----|----|
| 三階 | | | | |
| 四階 | 2 | | | |
| 五階 | 2 | 2 | | |
| 六階 | 2 | 2 | 2 | |
| 七階 | 2 | 2 | 2 | 2 |

表 7. 零件總數公式表

| | A1 | A2 | A3 | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | C1 | C2 | C3 | C4 | 零件總數 |
|----|----------------------------------------|----|----|------------|---------------|----|----|----|----------|----|----|----|------|
| 三階 | 1 | 2 | 1 | 5 | | | | | | | | | 9 |
| 四階 | 1 | 2 | 1 | 9 | 4 | | | | 2 | | | | 19 |
| 五階 | 1 | 2 | 1 | 13 | 8 | 4 | | | 2 | 2 | | | 33 |
| 六階 | 1 | 2 | 1 | 17 | 12 | 8 | 4 | | 2 | 2 | 2 | | 51 |
| 七階 | 1 | 2 | 1 | 21 | 16 | 12 | 8 | 4 | 2 | 2 | 2 | 2 | 73 |
| 整理 | 4 | | | $5+4(n-3)$ | $2(n-3)(n-2)$ | | | | $2(n-3)$ | | | | 整理 |
| 公式 | n 階時總件數為 $2n^2-4n+3$ | | | | | | | | | | | | 公式 |

依以上的三點研究結果就可以正確的掌握 n 階魯班鎖之所有類型的樣式、尺寸及件數。

陸、討論

一、3D 列印物件變形

3D 列印於零件輸出時，偶有不良品的產生，即是在列印零件其最底層的兩側，輕者有翹曲的現象產生，列印零件勉為成型；重者列印零件與底板產生脫落，導致全部零件列印失敗，針對此一問題困擾整個團隊，於是開始著手討論與解決，問題解決流程如下

(一)塑膠零件冷卻收縮關係

在機械製造課程中，材料性質與鑄造的章節裡，說明不同的材料其機械性質不同，因加工的溫度變化上其收縮率亦不相同，由這些課堂知識的啟發，我們再次與指導老師進行討論決定新的探究方向。

1.底板加熱

我們在列印魯班鎖的零件上，大部份的列印材料是選用 PLA 的材料，因其材料特性可以不必使用加熱底板，所以過去一直沒有使用。因為塑膠冷卻收縮的關係，因此我們決定進行加熱底板是否為關鍵翹曲因素的測試，於是我們在列印參數設定中，將底板溫度加熱至 55 度，這種翹曲的情況明顯得到改善，但是在開始製作本次作品後，約在三到四個月，翹曲的現象再次的發生，經過多次的觀察後，發現與冷氣團導致氣溫降低有明顯的關係，氣溫愈低翹曲愈明顯，但是，我們所使用的 3D 列印表其加熱底板溫度最高只能達到 60 度，遇到低溫時仍然無法有效解決翹曲的問題。

2.開放式的 3D 列印機

透過數次的觀察發現列印物件的翹曲是有順序性的，先是從最外側沒有護罩的前端開始，進一步則是加熱底板的左右兩側，而位於最內側的後端則是沒有翹曲的現象發生。判斷應該是冷風吹入，加快了物件冷卻收縮的時間，因而導致翹曲的情況發生，之後我們想到提高室內的溫度來降低其冷卻的速率，我們將所有的門窗關閉，並且利用暖氣機來提高室內的溫度，經過多次的輸出測試後，翹曲的問題已經得到根本的解決方法。

(二)3D 列印機底板的黏附性

翹曲問題得到解決後，發現有類似不良情況發生，就是列印輸出的零件有偏移現象，藉由過去累積的經驗觀察，偏移發生的位置和翹曲的位置完全不同，而是集中在經常使用的列印區內，尤其是在小零件輸出時特別容易產生。

從學校裡不同廠牌的 3D 列印機發現其底板有不同之處：玻璃底板、特殊膠膜底板以及微孔隙底板等，最常發生偏移的是玻璃底板，再者是特殊膠膜底板，而微孔隙底板則是沒有發生過，經現場觀察與討論研究後，原因應是其底板的初始黏附性較佳，經多次列印與鏟除成品後，其黏附性磨損與破壞，才會產生偏移的現象。

底板的黏附性也是非常重要的，但是卻無法直接更換底板，於是參考相關資料，我們採用下列方式測試：口紅膠、擦拭處理、透明膠帶、紙膠帶及 3M 膠帶等，結果顯示以膠帶的方式處理較佳，其中又以 3M 膠帶的效果最好，且 3M 膠帶的黏附性大約可使用 2 捲列印耗材，經過多次試驗及研究後，偏移現象才得到根本的解決方法。

二、零件尺寸與公差設計

(一)繪製零件與 3D 列印成品尺寸不符

我們在工程圖的尺度標註時，已經針對設計尺寸與公差特別考量，但是繪製零件與 3D 列印成品的尺寸卻是不符合，導致有干涉或餘隙的現象產生，這種狀況在剛開始特別困擾，列印出來的成品都會有增大或縮小 0.2~0.3mm，然而這個誤差將導致我們的零件無法精確的組合起來，經過觀察研究後發現原來是在列印時線材加熱後的外溢現象，我們逐一的改變零件的尺寸公差與觀察列印零件間的尺寸變化關係，找出 3D 列印而產生的生產誤差，進一步修改電腦繪圖的原圖尺寸。

(二)累進的公差設計

經由先前三階、四階及五階的魯班鎖設計，認為尺寸公差的關係式已經建立，於是進行專題目標十階魯班鎖列印，163 個零件雖然可以順利組裝，但是各個零件之間間隙過大，愈往外側愈是明顯，導致有零件間無法密合與鬆動的情況產生，經過再次與指導老師討論後，發現問題點在於工件之間的組裝有公差配合重要性，

在大型的機構或是多項零組件的組裝上，還必須考量累進的公差值，於是回過頭去修改零件圖繪製與工程圖尺寸標註，將累進的公差一併考慮進去，重新輸出所有零件，最終成功的將每個零件完整的組合起來，並且不會有過鬆或過緊的現象產生。

三、魯班鎖的設計

起初接觸到的是魯班鎖，只知道魯班鎖九件配合的相關尺寸與形狀，實際繪製四階及五階魯班鎖時，開始有些困難度，因為在網路上並沒有搜尋到相關的尺寸敘述，只能依照網路上所搜尋到的相關形狀，決定自定尺寸並開始進行繪製，過程中，有些圖面上的視角是模糊不清的，於是詢問指導老師是否有解決之道，所幸老師過去曾購買類似的組件供我們參考，於是向老師借了樣本來進行觀察與實物測繪。

在搜尋的資料中發現有關五階魯班鎖的物件形狀，其實和三階魯班鎖在形狀上很類似，長寬增加了四倍的距離，而我們就利用這種關係，試著繪製四階魯班鎖，結果並不是想像的那麼簡單，經過不斷的試驗及討論，終於成功。至於六階以上的魯班鎖，無論在傳統古玩商店或是在購物網站尋找，都無法找到有關於六階以上魯班鎖的樣本，藉由繪製三階與四階魯班鎖的經驗，我們嘗試繪製出五階魯班鎖，過程中發現在其中有很微妙的數學公式，於是我們與老師一起討論並解決途中遇到的種種困難，成功推導出魯班鎖的設計公式。

一直到現在的十階魯班鎖的設計都是引用這個公式，從推導的數學公式中可以計算出 n 階層魯班鎖的零件類型與總數。以十階為例，A 型式有 3 種、B 型式有 8 種及 C 型式有 7 種，其零件總數共有 163 件，並且運用 3D 列印製作成品與魯班鎖設計公式相互驗證無誤，未來也可用相同的數學公式推論出 15 階、20 階、25 階、30 階... n 階等，證明此設計公式將魯班鎖成功解密。

從傳統的木製魯班鎖到銑床實習課程的鋁製魯班鎖，其共同點都是只有單一顏色的零件，在組裝的過程中就增添許多的問題，因顏色相同且零件形狀相似，我們雖然在組裝上已經頗為熟練，但是仍有搞錯零件的類型，造成組裝錯誤的問題。所以我們經過討論之後，決定利用 3D 列印其多色系的特性，將 A 型式與 C 型式各印一種顏色，B 型式

的鄰邊零件不能同色，因而提升組裝的效率，同時也賦予魯班鎖新的生命，增添喜好感，讓玩家能夠增加樂趣。

四、3D 列印與傳統加工方法比較表(表 8)與作品與市售魯班鎖比較表(表 9)

表 8. 3D 列印與傳統加工方法比較

| | 3D 列印 | 傳統加工 |
|------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 外型設計 | 幾何外型無限制 可任意設計結構 參數化修正尺寸 | 外型以方正為主 考量加工與夾持強度 設計不等於加工 |
| 製作方法 | 積層堆疊製作 零件屬一次製作為原則 無需更換加工基準面 免除中心調校問題 | 多樣式刀具與加工機台 依加工部份不斷更換基準面 加工中心調校 各軸向刀具補正 |
| 單價成本 | 價格以少量化生產較便宜 生產廢料少 | 價格以大量生產較便宜 模具費用昂貴 |
| 材質特色 | 塑料：PLA、ABS 其它：金屬、仿木材、陶瓷 多樣化供選用 | 多樣化供選用 不同材質有不同加工機台與方法 |
| 成品顏色 | 更換塑料顏色容易 雙噴頭、多噴頭 粉床式多色系 | 以原材料為主 後處理再加工 |
| 加工時間 | 依成品大小、填充率、速度、層高等決定 | 模具加工與設計考量時間較長 單能機生產快速 |
| 尺寸公差 | 依成品尺寸考量收縮率 累進的公差大 | 依加工法考慮收縮率 |

表 9. 魯班鎖設計模組與市售魯班鎖比較

| | 魯班鎖設計模組 | 市售魯班鎖 |
|------|-------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| 成品色系 | 色彩豐富多樣性 單一零件可自由選擇與搭配 | 木製品色系單調 塑膠品色彩多元 單一零件僅可一種顏色 |
| 培育能力 | 訓練空間觀念 組合邏輯思考 專注力培養 解決問題的能力 電腦立體繪圖能力 設計構想成實物 | 訓練空間觀念 組合邏輯思考 專注力培養 解決問題的能力 |
| 單價成本 | 1 公克材料約 1 元 | 1 組約 120~350 元 |
| 設計型式 | 多元化設計 創新性高 種類樣式件數可自行決定 可調整外型為圓弧、方正、倒角 決定 n 階設計 | 固定傳統型式 選擇性較少 |
| 模組特色 | 依階層列印骨架零件 多數零件可重複使用 | 無模組化特色 |
| 未來方向 | 增加困難度與挑戰性 大型裝置藝術品 | 僅家中擺設 |

柒、結論

魯班鎖以各種形式出現在我們的生活當中，透過整個研究的過程將原先認為各自獨立的課程進行結合，實際利用 3D 列印的加工方式，進行 9 件組配合與四階及五階魯班鎖的製作，以研究與觀察的方式，發現不同階層魯班鎖的關聯性，進一步推導出其中模組化的數學公式，

可以正確的計算出零件型式的樣式與件數，最後，推導出的數學公式，完成研究的目標及十階魯班鎖之設計，成功將古技藝完全解密。另外，把部份的型式加以改變，將原先方正剛硬的特徵轉化為圓弧柔和的外形，甚至發展出一些外觀上與原本型式完全不同的魯班鎖。綜括上述，我們可以列出以下結論。

- 一、成功將魯班鎖解密，未來可以設計出 n 階魯班鎖。
- 二、透過推導的數學公式，可以正確計算零件 A，B，C 型有幾種樣式。
- 三、透過推導的數學公式，可以正確計算零件 A，B，C 型式樣式之正確尺寸。
- 四、透過推導的數學公式，可以正確計算零件 A，B，C 型式之件數。
- 五、利用電腦繪圖參數化設計，改變魯班鎖之外觀造型，增加其多樣性。
- 六、利用不同顏色的編排，使單調色系的加工增添色彩與樂趣。

透過整個製作過程的研究參與，我們學到了團隊間的人際互動、溝通協調、網路資源的搜尋、書籍資料的查閱、探究問題的能力以及鍥而不捨的測試，這些都是過程中最可貴與收穫最豐富的地方。最後，感謝老師的教導與傳授，學校提供機具相關設備，使我們能夠如期完成作品。

捌、參考資料及其他

- 一、吳清炎、李建億(2015)。《製圖實習 I、II》。台北市：華興文化。
- 二、陳文峰、林鴻儒、廖倉祥、黃世峰(2014)。《機械基礎實習》。新北市：台科大圖書。
- 三、郭宏賓、江俊顯、柴在屏、郭彥君(2011)。《深入淺出零件設計 SolidWorks 2010》。新北市：全華圖書。
- 四、王千億、王俊傑(2014)。《機械製造 I、II》。新北市：全華圖書。
- 五、程崇海(2009)。《數學 C(I)》。新北市：龍騰文化。
- 六、中國古代益智遊戲。<http://chinesepuzzles.org/hk/burr-puzzles/>
- 七、中國魯班智慧研究室。<http://www2.kuas.edu.tw/prof/cjh/taiwanpuzzle/>

【評語】 052305

1. 本作品歸納出高階魯班鎖設計之原則，並找出可以重複使用構件的設計方法，成功利用 3D 列印製作出 10 階之魯班鎖。
2. 由於使用 3D 列印方式製作設計，魯班鎖不再是傳統方形或矩形的樣式，可以加上更多的形態及造型，增加出許多裝置藝術的內涵或組裝樂趣。
3. 本作品給予傳統的魯班鎖新穎的樣貌，一些設計頗有製成商業化益智玩具或裝飾之價值。