

# 中華民國第 56 屆中小學科學展覽會 作品說明書

---

高級中等學校組 物理與天文學科

051811

務去陳言，「磁」必已出

學校名稱：國立新竹高級中學

作者：  高二 吳文華  高二 楊承域  高二 許景元	指導老師：  林慧潔
---	------------------

關鍵詞：電磁感應、電磁力、磁通量

## 摘要

當一鋁環在一通有交流電的螺線管上時，鋁環會受電磁感應力作用而飛起，而此電磁感應力會因鋁環所在的高度和螺線管內交流電電流大小影響。當一鐵芯受外加磁場（ $H$ 場）作用時，其所產生的磁場（ $B$ 場）並不會隨 $H$ 場線性變化。而鐵芯的磁導率會因外加磁場（ $H$ 場）震盪頻率的增加而降低。

## 壹、研究動機

通有電流的螺線管周圍會產生磁場，此磁場會導致電磁感應，作用於螺線管上之鋁環。而我們便好奇怎麼測量此磁場的強度？還記得在國小時利用鐵粉看到磁場分布，國中時利用的是磁力線的密度描述，但我們想找更量化的表示法，於是我們想到利用電磁感應的原理直接測量位於磁場中線圈之感應電流。至於位在螺線管上方之鋁環呢？是哪些因素影響它及螺線管之間的力場？我們找出一些重要且能操作的變因之後便一一設計實驗進行討論。另外我們也觀察鋁環於不同條件下的運動情形以及頻率及磁導率之關係。

## 貳、研究目的

- 一、放入鐵芯後的螺線管，其通過電流與磁通量的關係
- 二、電磁感應力之力場模型
  1. 討論鋁環高度與電磁力的關係
  2. 交流電源電流大小與電磁力的關係
  3. 中央鐵芯與電磁力的關係
  4. 鋁環尺寸大小與電磁力的關係
- 三、鋁環質量和交流電源電流大小與鋁環運動情形的關係
- 四、交流電頻率與磁導率的關係

## 參、研究器材及設備

螺線管、軟鐵、可變電阻、示波器、訊號產生器、擴大機、三用電表、鉤錶、電子秤、鱷魚夾電線、鋁環、塑膠片（如圖一）

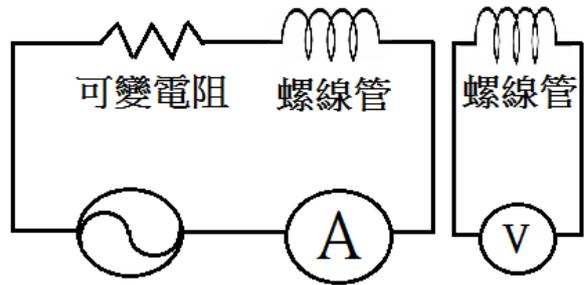


圖一

## 肆、研究方法與過程

### 一、實驗一

將鐵芯放入螺線管中，當電流通入螺線管時，在螺線管上方再放置另一小螺線管(如圖二)，藉由測量小螺線管的感應電動勢得知磁通量大小，得以將磁通量變化圖像化。



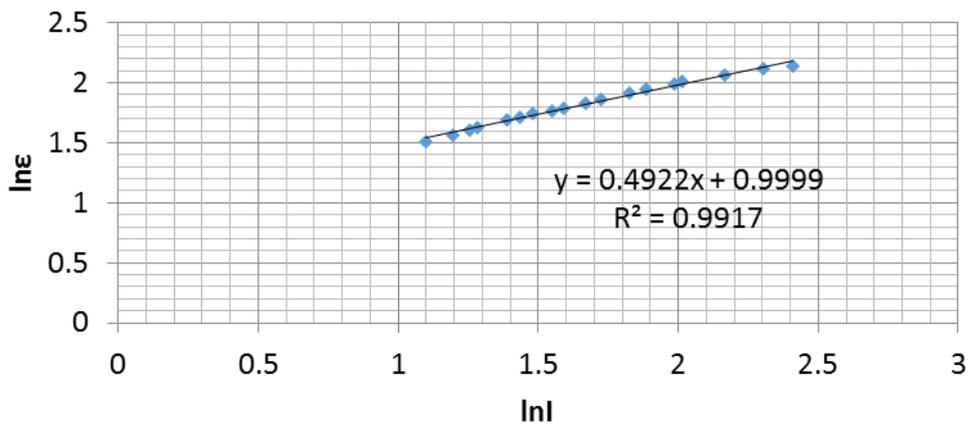
圖二

令感應電動勢為  $\varepsilon$ ，通入螺線管電流為  $I$

$\varepsilon$  與  $I$  的關係可能為很複雜的形式，不果在此我們將之大致簡化為

$$\varepsilon \propto I^p$$

藉由將  $\varepsilon$  和  $I$  的對數做回歸直線，此直線之斜率即為  $p$



Ex：上圖的  $p=0.4922$

又因為

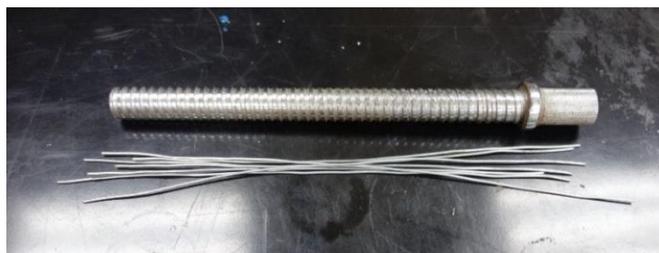
$$\varepsilon = -\frac{d\varphi_B}{dt} \propto \varphi_B$$

故

$$\varphi_B \propto I^p$$

由上式可知放入鐵芯後的螺線管通過電流大小與中央鐵芯磁通量的關係。

在這部分的實驗裡，中央鐵芯為一根大鐵芯再加上數根小鐵芯，改變鐵芯數是指改變小鐵芯的數目，大鐵芯和小鐵芯的材質不同。



圖三 上方為大鐵芯，下方為小鐵芯

## 二、實驗二

電磁力可能為很複雜的形式，不果在此我們將之大致簡化為  $F = Kz^m I^n$

F為電磁感應產生的電磁力，K為一常數，I為螺線管之電流，z為鋁環所在高度(鋁環質心與螺線管中央的距離)，m、n分別為z和I的次方數，請特別注意m和n，因為他們會在之後不斷出現。本研究實驗方法與流程方法與流程如下：

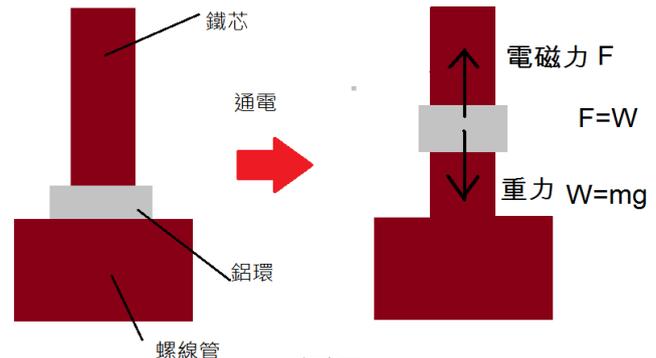
固定 I，改變鋁環質量（改變 F），觀察 z 變化

固定 z，改變電阻（改變 I），觀察 F 變化

研究 m、n 與鐵芯的變化：改變鐵芯數，觀察 m、n 變化

### （一）實驗二之一

本實驗的主體為一螺線管，螺線管上方放置一鋁環，螺線管中央放置鐵芯以增強磁場。當有大量電流通過螺線管時，鋁環會受到電磁力作用而飛起。最後，鋁環會停留在某一高度，此時，鋁環之重力與其受到的電磁力達到平衡。（如圖四）



圖四

意即  $F_{\text{電磁}} = W_{\text{鋁環}}$

只要得知此時鋁環的質量，就可得知其受到的電磁力大小。

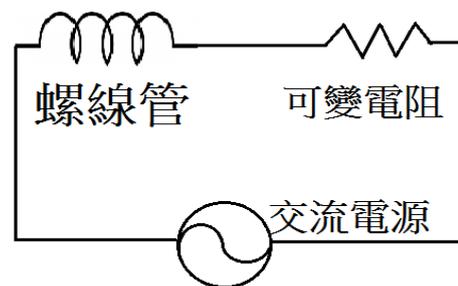
此時，鋁環高度 z，和鋁環重量  $W_{\text{鋁環}}$  會成下列關係

$$z \propto W_{\text{鋁環}}^{\frac{1}{m}} = F_{\text{電磁}}^{\frac{1}{m}}$$

1. 將設備裝置如下(把螺線管、可變電阻和交流電源串聯) 按下開關（如圖五、圖六）

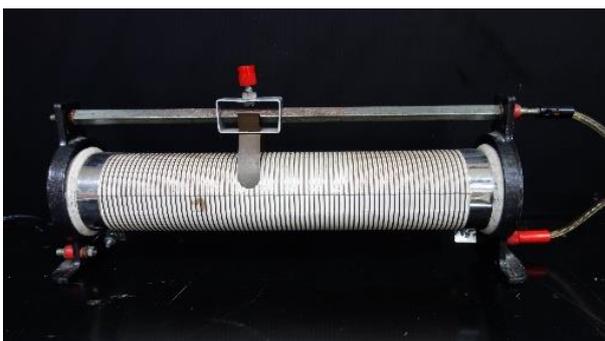


圖五

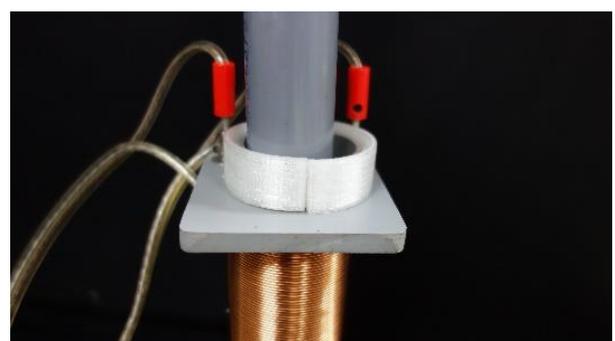


圖六

2. 調整可變電阻位置並在鋁環上黏上塑膠片調整鋁環質量（如圖七、圖八）



圖七



圖八

3. 按下開關
4. 鋁環飛起後用相機記錄下其高度（如圖九）



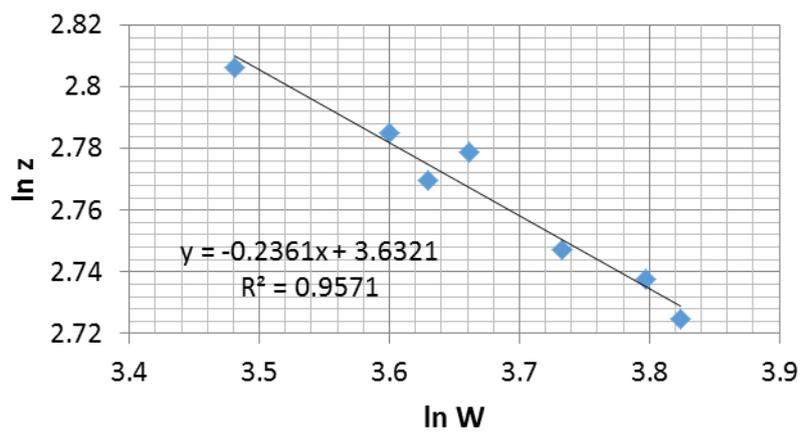
圖九

5. 關掉開關並更換鋁環上的塑膠片以改變鋁環質量（如圖十）



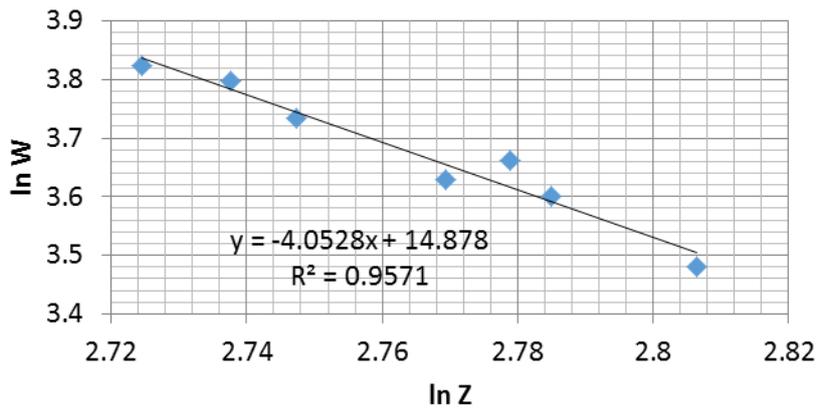
圖十

6. 重複之前步驟得到不同質量的鋁環所在之高度
7. 將重量  $W$  與高度  $z$  之對數的關係作圖，並得到回歸直線斜率，此斜率即  $\frac{1}{m}$



Ex: 上圖的  $\frac{1}{m} = -0.2361$

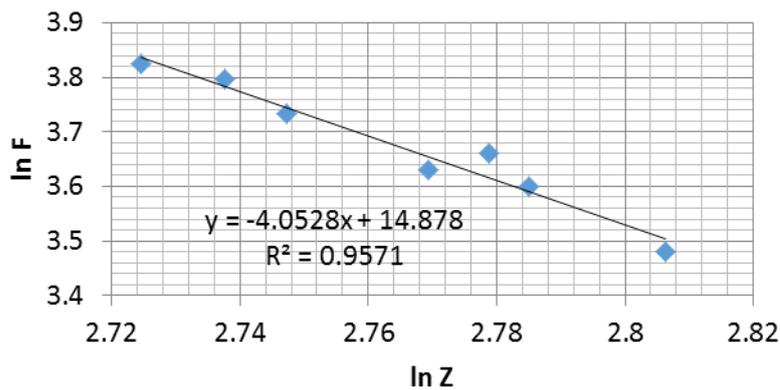
而若是作  $\ln W - \ln z$  關係圖，其回歸直線斜率即  $m$



Ex:上圖的  $m = -4.0528$

又此時  $W_{\text{鋁環}} = F_{\text{電磁}}$

故上圖亦可表為



8. 改變可變電阻位置(改變電流大小)並重複上述步驟，得到在不同電流下的  $m$  值

9. 將這些  $m$  值平均，得一平均值

(二) 實驗二之二

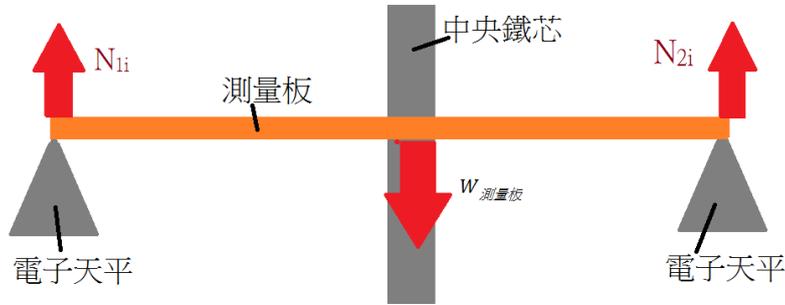
先製作一「測量板」(如圖十一)



圖十一

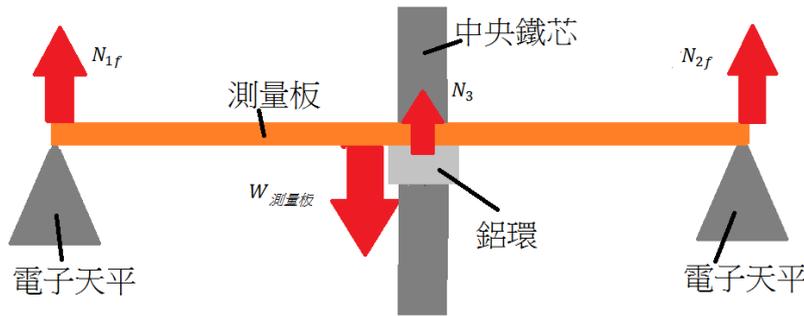
1. 將測量板中央穿過中央鐵芯，測量板兩端分別墊在兩邊的電子天平上（測量板中並未碰到中央鐵芯，故中央鐵芯外的水管不會與測量板產生摩擦力），且此時鋁環會在螺線管頂部、測量板下方。兩邊的電子天平分別給測量板向上正向力 $N_{1i}$ 、 $N_{2i}$ 。由下面力平衡圖（圖十二）可知：

$$W_{\text{測量板}} = N_{1i} + N_{2i}$$



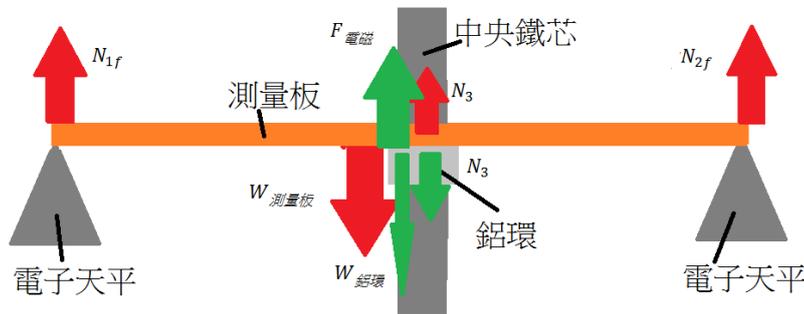
圖十二

2. 開啟電流，鋁環跳起，撞上測量板，並持續提供給測量板一個向上的支撐力 $N_3$ 。此時，兩邊的電子天平分別給測量板向上正向力變為 $N_{1f}$ 、 $N_{2f}$ （如圖十三）



圖十三

3. 由下面力平衡圖（圖十四）可知：



圖十四

$$F_{\text{電磁}} = W_{\text{鋁環}} + N_3$$

$$W_{\text{測量板}} = N_{1f} + N_{2f} + N_3$$

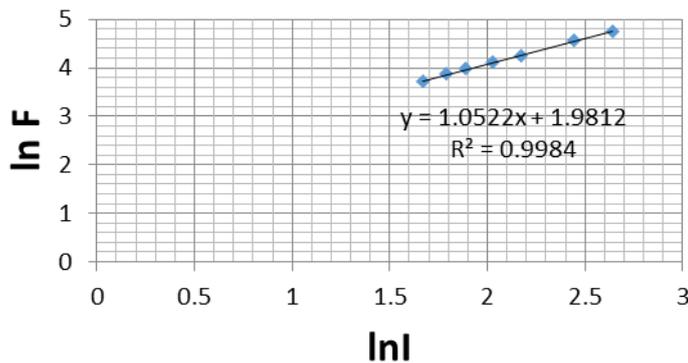
由此可算得

$$F_{\text{電磁}} = W_{\text{鉛環}} + W_{\text{測量板}} - N_{1f} - N_{2f}$$

4. 關掉電流

5. 改變電流，重複之前操作，得不同電流  $I$  下的不同電磁力  $F_{\text{電磁}}$ 。

6. 將電流  $I$  與電磁力  $F_{\text{電磁}}$  之對數的關係作圖，並得到回歸直線斜率，此斜率即



$n$

Ex: 上圖的  $n=1.0522$

### (三) 實驗二之三

重複實驗二之一和實驗二之二的實驗內容，改變中央鐵芯數目，得到在不同中央鐵芯數目下的  $m$  與  $n$  值。

### (四) 實驗二之四

固定電流，使用不同的鉛環，使用前面的實驗方法測量  $m$ 、 $n$  值。(在這部分的實驗裡，中央鐵芯為另一根大鐵芯，而且實驗從頭到尾都是同一根鐵芯，沒有改變。)

## 三、實驗三

本實驗的主體為一螺線管，螺線管上方放置一鉛環，螺線管中央放置鐵芯以增強磁場。當有大量電流通過螺線管時，鉛環會受到電磁力作用而飛起，飛起後，鉛環會上下震盪，最後鉛環會停留在某一高度。這部分的實驗主要是探討各種因素對鉛環飛行狀態的影響。

### (一) 實驗三之一

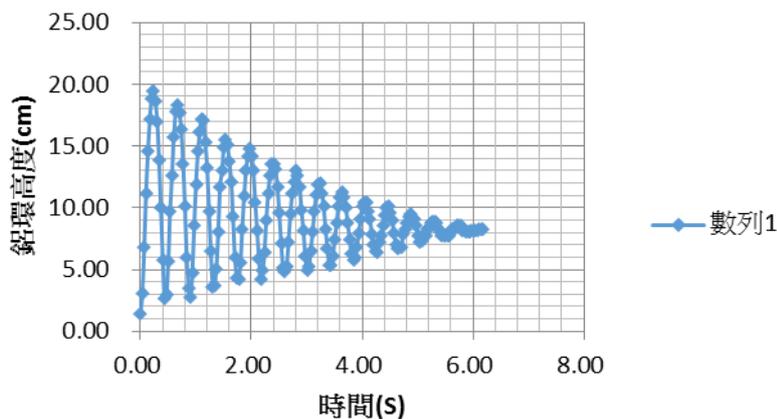
改變鉛環質量大小，並以相機記錄鉛環運動的情形

1. 將設備裝置如下圖十五（把螺線管、可變電阻和交流電源串聯）



圖十五

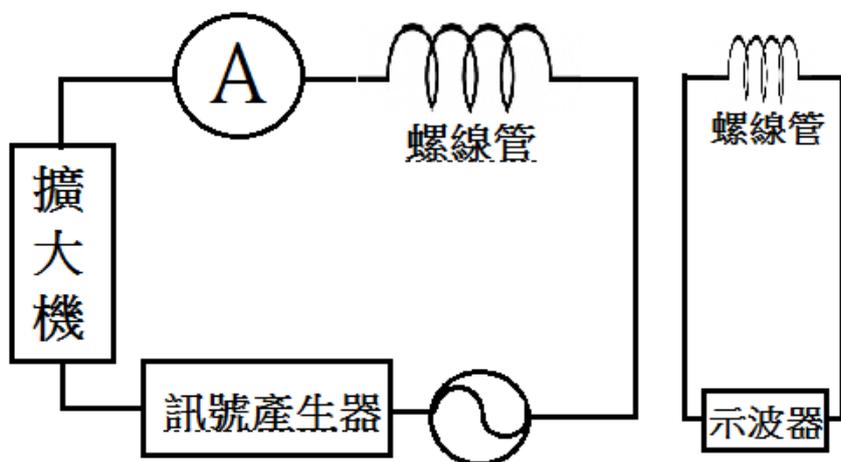
- 調整可變電阻位置並在鋁環上黏上塑膠片調整鋁環質量
- 按下開關並將鋁環壓在螺線管頂部
- 釋放鋁環並以攝影機記錄其運動情形
- 關掉開關並更換鋁環上的塑膠片以改變鋁環質量
- 重複之前步驟得到不同質量的鋁環的運動情形
- 做出不同質量時，鋁環高度與時間的關係圖



## (二) 實驗三之二

改變電流大小，並以攝影機記錄其運動的情形

## 四、實驗四

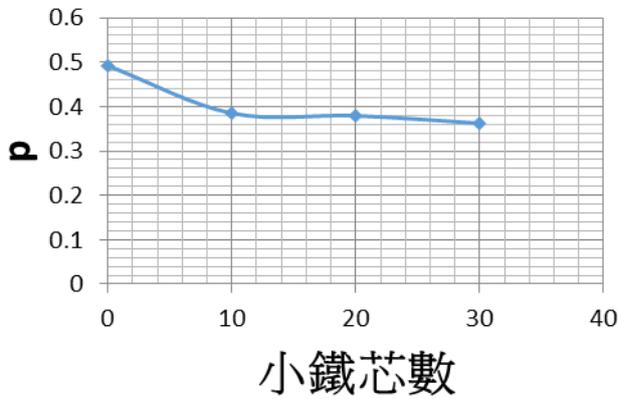


圖十六

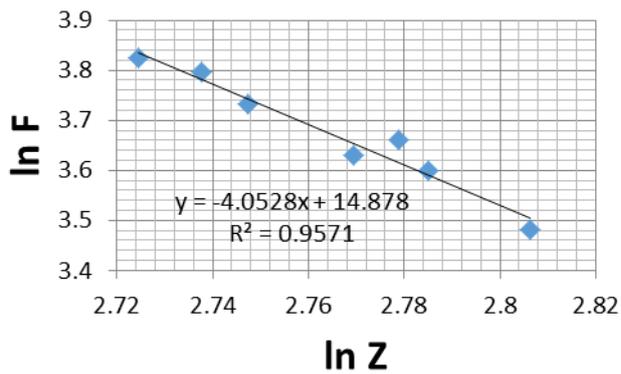
- 將螺線管接上訊號產生器（如圖十六），利用訊號產生器產生正弦波並改變交流電的頻率，固定此螺線管的電流值為 0.2A，在此螺線管上再放上另一螺線管，以三用電表量測其感應到的感應電動勢。接著做出電流角頻率  $\omega$  與感應電動勢  $\varepsilon$  的關係圖。
- 改變螺線管中鐵芯數，重複步驟 1，得到新的  $\varepsilon - \omega$  圖。

## 伍、研究結果

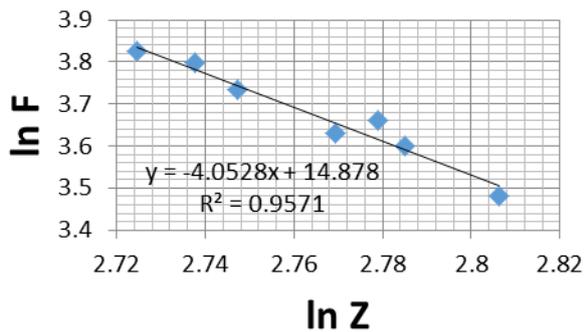
- 一、 螺線管通過電流與磁通量的關係：  
以下是各種不同小鐵芯數下測量到的 p 值



- 二、 電磁感應力之力場模型  
(一) 電磁力大小與高度之對數的關係作圖，並得到回歸直線斜率，此斜率即 m

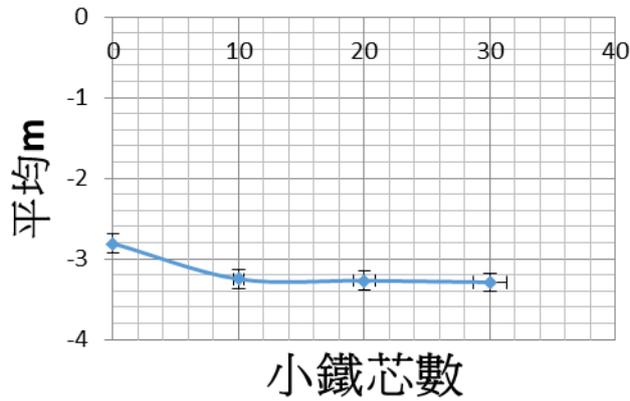


- (二) 電磁力大小與電流大小之對數的關係作圖，並得到回歸直線斜率 n

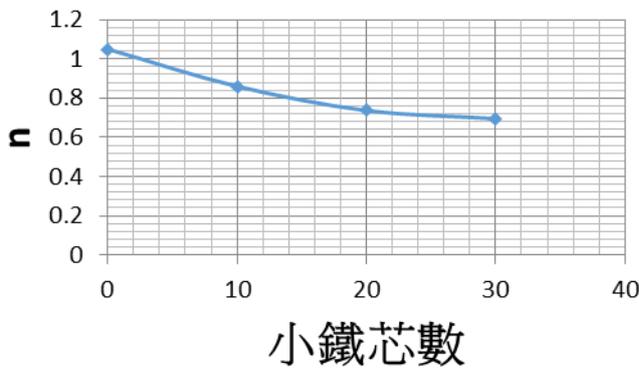


(三) 研究  $m$ 、 $n$  與鐵芯的變化

1. 各種不同小鐵芯數下測量到的平均  $m$  值



2. 各種不同小鐵芯數下測量到的  $n$  值



(四) 鋁環尺寸大小與電磁感應之力場強度的關係

1. 鋁環規格

- 1 號鋁環高 3cm 厚 0.25cm      2 號鋁環高 3cm 厚 0.5cm
- 3 號鋁環高 2cm 厚 0.25cm      4 號鋁環高 2cm 厚 0.5cm
- 5 號鋁環高 1cm 厚 0.25cm      6 號鋁環高 1cm 厚 0.5cm

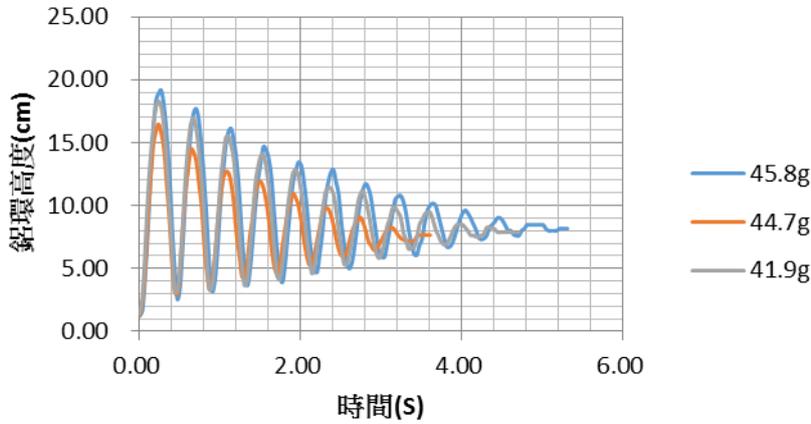
2. 不同鋁環之  $m$ 、 $n$  值

鋁環編號	1	2	3	4	5	6
$m$	-4.05	-3.23	-3.69	-3.45	-4.48	-4.14
$n$	1.05	1.04	1.00	1.06	1.01	0.99

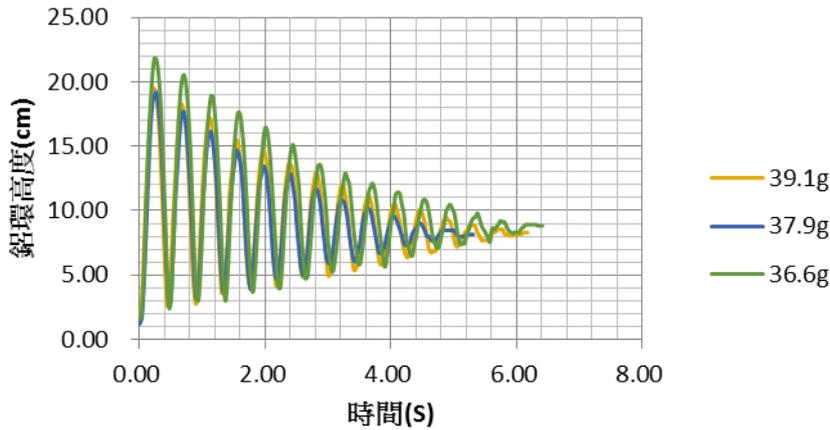
### 三、 鋁環質量與鋁環運動情形的關係

(一) 以下是鋁環高度變化與時間的關係圖（令螺線管頂部高度為零，剛釋放鋁環的時間為零）

45.8g、44.7g、41.9g



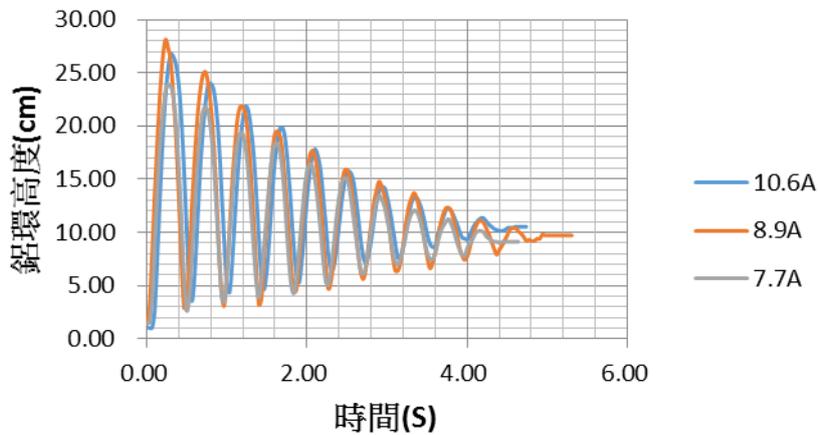
39.1g、37.9g、36.6g



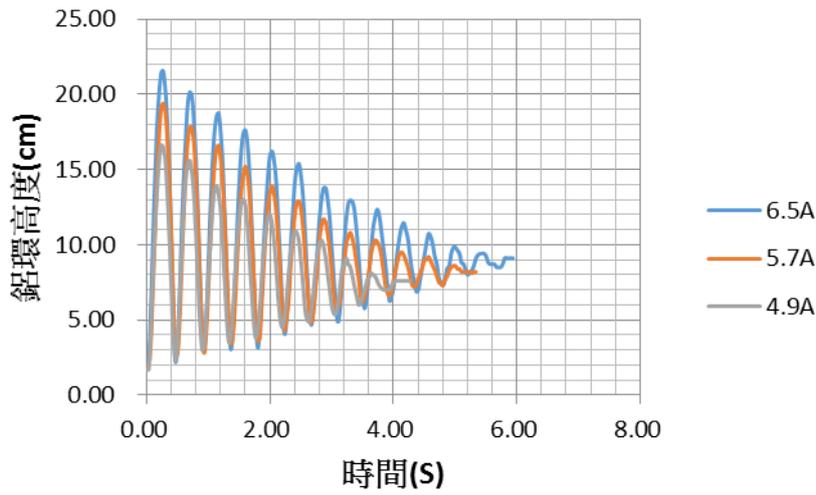
(二) 交流電源電流大小與鋁環運動情形的關係

以下是鋁環高度變化與時間的關係圖（令螺線管頂部高度為零，剛釋放鋁環的時間為零）

10.6A、8.9A、7.7A

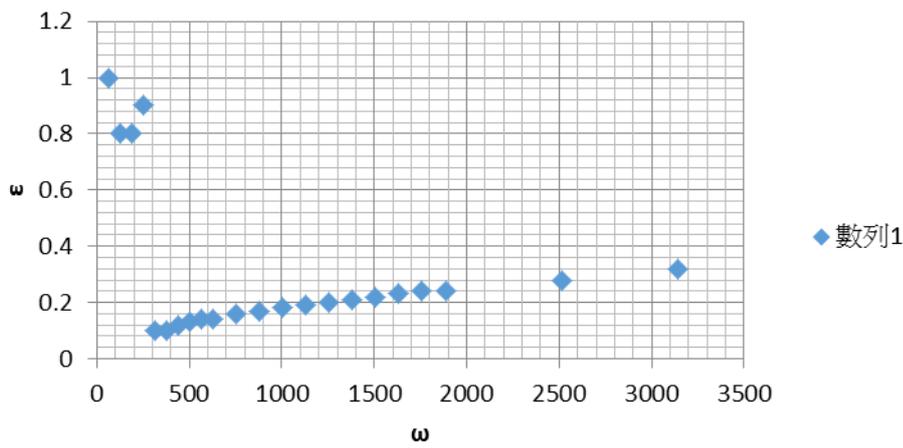


6.5A、5.7A、4.9A

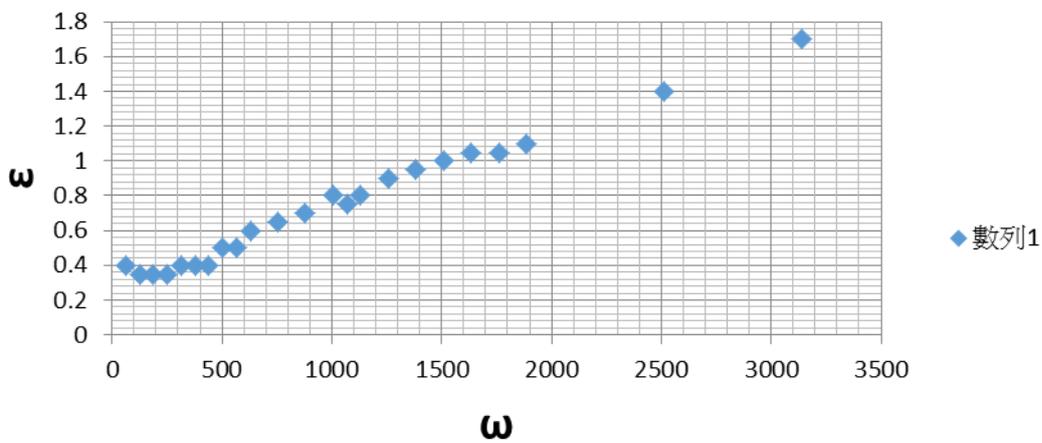


四、 電磁感應與鐵磁性物質的關係

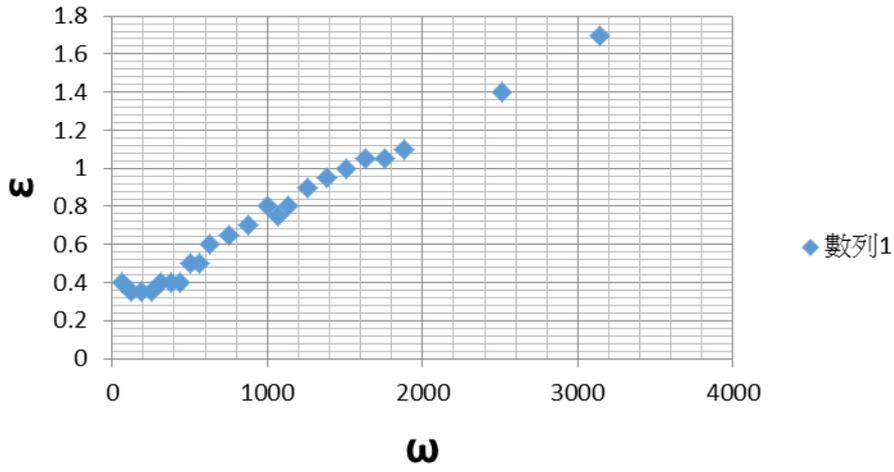
5 根軟鐵芯



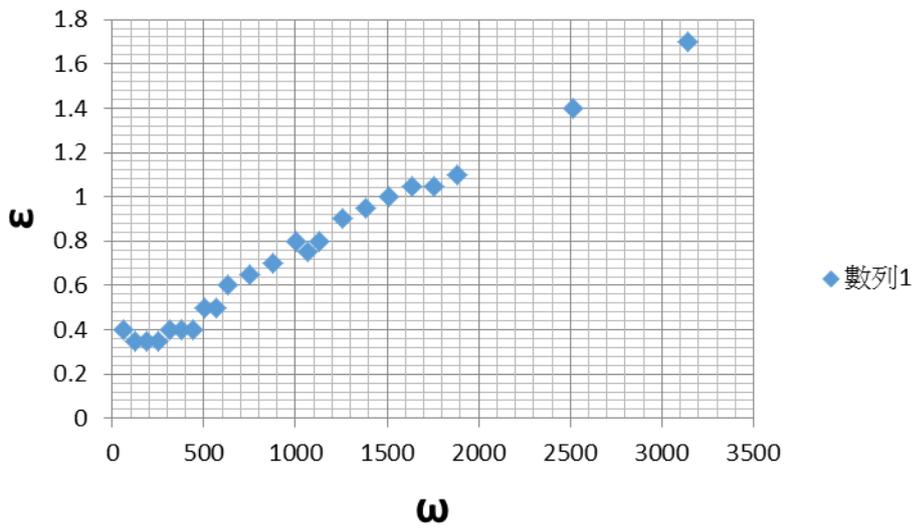
10 根軟鐵芯



15 根軟鐵芯



20 根軟鐵芯



## 陸、討論

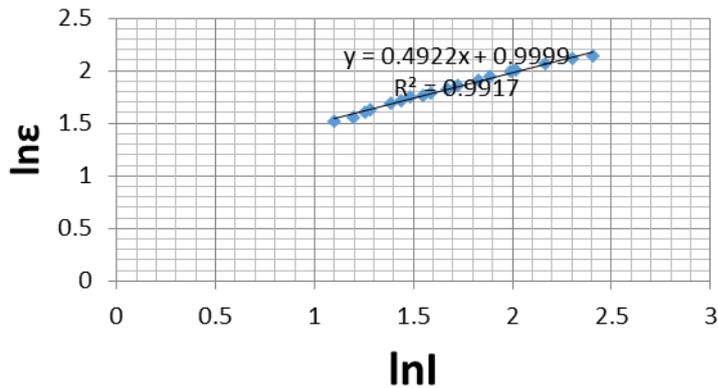
一、 放入鐵芯後的螺線管通過電流大小與中央鐵芯磁通量的關係

令感應電動勢為  $\varepsilon$ ，通入螺線管電流為  $I$

$\varepsilon$  與  $I$  的關係我們先前將之大致簡化為

$$\varepsilon \propto I^p$$

而藉由將  $\varepsilon$  和  $I$  的對數做回歸直線後，我們發現作出的回歸直線的相關係數相當高，因此驗證了我們先前的簡化是適當的



再者，我們繼續討論將發現

令螺線管通電後產生的磁場(H 場)為  $H$ ，而放入鐵芯後的磁場為  $B$

$$I \propto H$$

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi_B}{dt} \propto \varphi_B \propto B$$

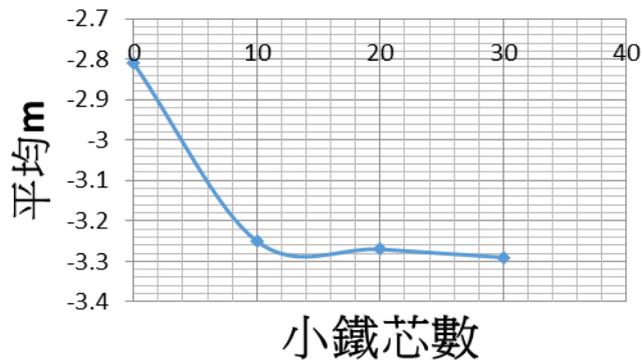
所以其實由  $\varepsilon \propto I^p$  可得

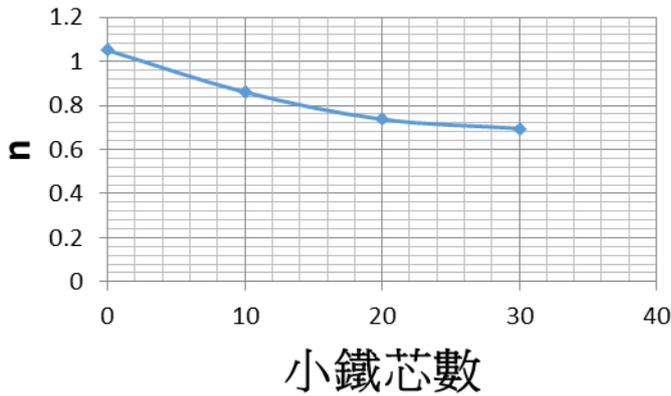
$$B \propto H^p$$

二、 力的模型

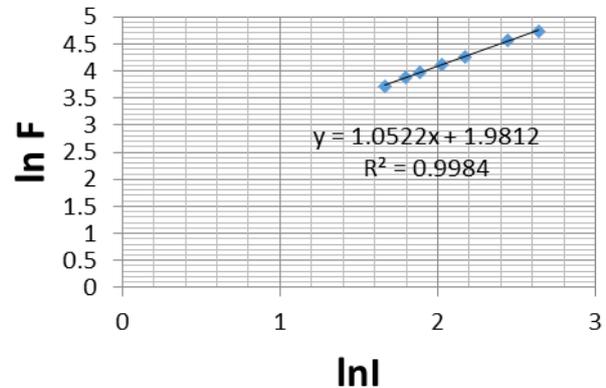
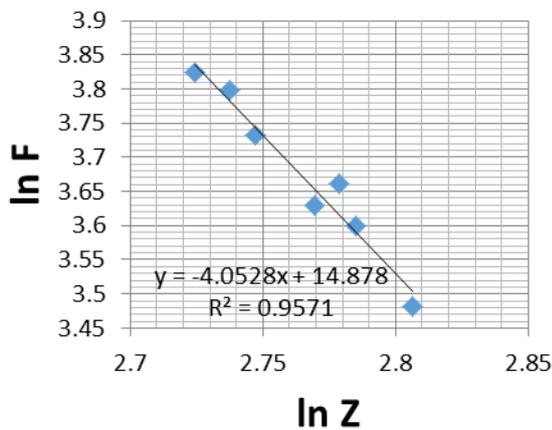
(一) 先檢視高度和電流對力場的影響

$$F \propto z^m$$





可從上圖看出  $m$  和  $n$  值會隨小鐵芯數變化，但僅僅如此的旁敲側擊，無法得知各因素對力的影響。而再看看  $\ln F - \ln I$  圖和  $\ln F - \ln z$  圖



可看出  $\ln F - \ln I$  圖的關係係數較  $\ln F - \ln z$  圖的表現要好，因此我們推測：

在影響力的因素中， $F \propto I^n$  這樣的簡化是有效的，而應該會有比  $F \propto z^m$  這樣更為精確的近似。因此，我們現在就電磁學的方式開始進行理論分析。

螺線管產生的磁場 (H 場) 為

$$H = \frac{nI}{2} \left( \frac{\frac{L}{2} + Z}{\sqrt{\left(\frac{L}{2} + Z\right)^2 + R^2}} + \frac{\frac{L}{2} - Z}{\sqrt{\left(\frac{L}{2} - Z\right)^2 + R^2}} \right)$$

( $Z$  為鋁環距螺線管中心之距離， $L$  為螺線管之長度， $n$  為螺線管每單位長之線圈匝數， $I$  為通過螺線管之電流， $R$  為螺線管半徑)

藉之前的實驗可發現：放入鐵芯後的磁場  $B$  與螺線管產生的  $H$  場之間的函數關係  $B(H)$  可近似為

$$B(H) = kH^p$$

鋁環所受之力為渦電流受磁場之勞倫茲力，由勞倫茲力之右手定則判斷可知：

能產生向上之力的磁場方向就是鋁環的半徑方向。

因此，此力可視為

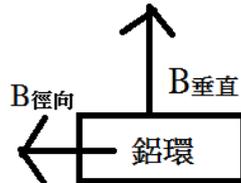
$$F = B_{\text{徑向}} IL = 2\pi R B_{\text{徑向}} I$$

渦電流之電動勢為  $\varepsilon = A \frac{dB}{dt} = \pi R^2 \frac{dB_{\text{垂直}}}{dt} = L \frac{dI}{dt}$

$$\therefore I = \frac{\pi R^2 B_{\text{垂直}}}{L} = K' B_{\text{垂直}}$$

$$\therefore dI = KB_{\text{垂直}} \rho dz, \quad dI = KB_{\text{垂直}} \rho dz$$

$$\therefore F = \int dF = \int 2\pi R B_{\text{徑向}} dI \quad (\text{當考慮鋁環本身的高度時})$$



$$= \int 2\pi R B_{\text{徑向}} K' B_{\text{垂直}} \rho dz$$

$$= \int 2\pi R K' B_{\text{垂直}} B_{\text{徑向}} dz$$

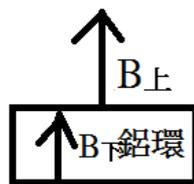
由 Maxwell equations 可知，封閉曲面之磁通量為零

$$\therefore AB_{\text{垂直}} = (B_{\text{垂直}} - dB_{\text{垂直}}) A + B_{\text{徑向}} 2\pi R dz$$

$$\therefore \frac{dB_{\text{垂直}}}{dz} \propto B_{\text{徑向}}$$

$$\therefore F = \int 2\pi R K' B_{\text{垂直}} B_{\text{徑向}} dz$$

$$= \int C B_{\text{垂直}} \frac{dB_{\text{垂直}}}{dz} dz$$



$$= \int C B_{\text{垂直}} dB_{\text{垂直}}$$

$$= \int_{B_{\text{上}}}^{B_{\text{下}}} C B_{\text{垂直}} dB_{\text{垂直}} \quad (B_{\text{下}} \text{ 指的是鋁環底部的磁場, } B_{\text{上}} \text{ 則是鋁環頂部的磁場})$$

$$= C' (B_{\text{下}}^2 - B_{\text{上}}^2)$$

$$= C' (H_{\text{下}}^{2p} - H_{\text{上}}^{2p})$$

又因為  $H \propto I$  且  $I$  與高度無關

$\therefore F \propto I^{2p}$  又  $F \propto I^n$   $\therefore 2p$  在理論上要近似  $n$

$$\therefore F \propto (H_{\text{下}}^n - H_{\text{上}}^n)$$

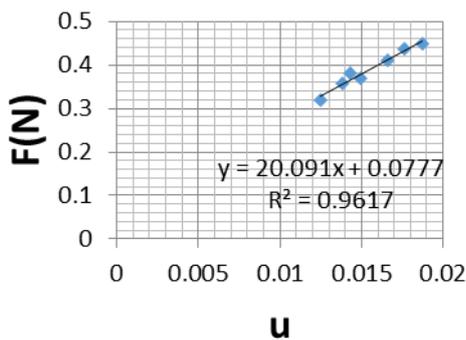
$$\text{又 } H \propto \left( \frac{\frac{L}{2}+z}{\sqrt{(\frac{L}{2}+z)^2+R^2}} + \frac{\frac{L}{2}-z}{\sqrt{(\frac{L}{2}-z)^2+R^2}} \right) \equiv S$$

$$F \propto (S_{\text{下}}^n - S_{\text{上}}^n) \propto I^n (S_{\text{下}}^n - S_{\text{上}}^n)$$

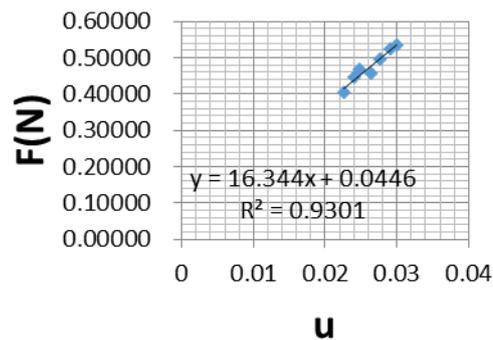
因為  $F \propto (S_{\text{下}}^n - S_{\text{上}}^n)$ ，所以在鋁環高度  $z$  與其受到電磁力  $F$  的實驗中，只要將  $F$  與  $(S_{\text{下}}^n - S_{\text{上}}^n)$  作圖，會得一斜直線，且此斜直線截距會極小。

$u \equiv (S_{\text{下}}^n - S_{\text{上}}^n)$ ，代入實際數據計算  $u$ ，再將之與  $F$  作圖，如果此模型正確，則得到的  $F-u$  圖會指出  $F \propto u$ ，現在來看看此模型是否正確。

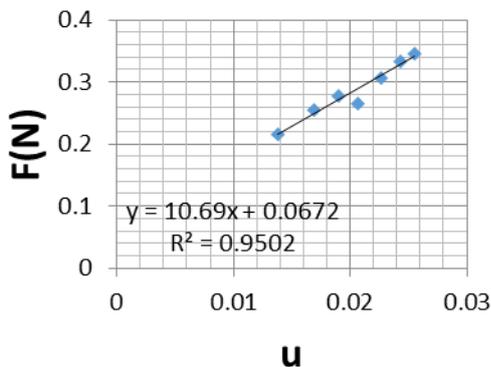
1 號鋁環



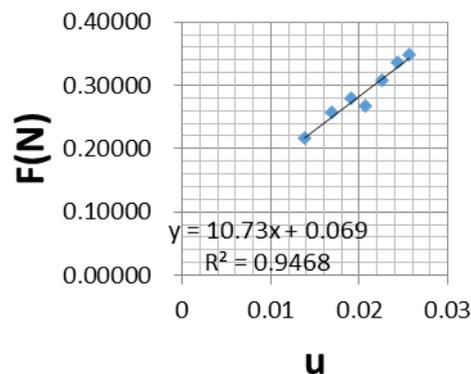
2 號鋁環



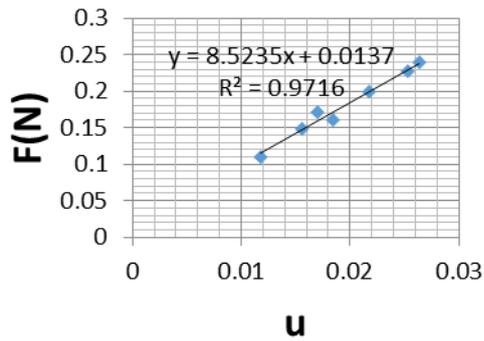
3 號鋁環



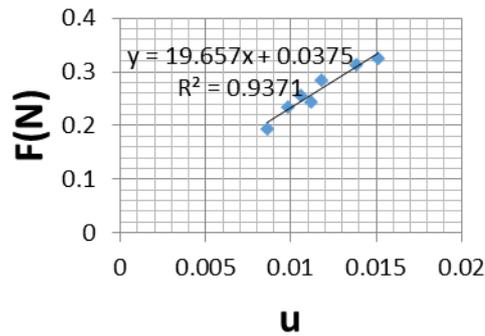
4 號鋁環



5 號鋁環



6 號鋁環



從前面的 F-u 圖可看出  $F \propto u = (S_{\text{下}}^n - S_{\text{上}}^n)$  其中 s 與鋁環所在高度有關，因此我們在此找出了鋁環所受電磁力與鋁環所在高度(與螺線管的相對位置)的關係

(二) 交流電源電流大小和鐵芯與電磁感應之力場強度的關係

我們已經檢視過此一模型與高度的關聯性，現在，我們再來驗證模型中，電流因子對電磁力的影響。

我們再次陳述電磁力的模型：

主要陳述： $F_{\text{電磁}} \propto I^n (S_{\text{下}}^n - S_{\text{上}}^n)$

注： $s = \left( \frac{\frac{L}{2} + z}{\sqrt{(\frac{L}{2} + z)^2 + R^2}} + \frac{\frac{L}{2} - z}{\sqrt{(\frac{L}{2} - z)^2 + R^2}} \right)$

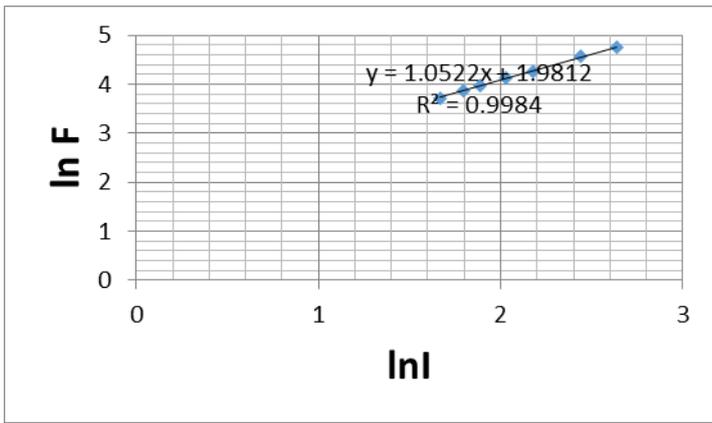
(Z 為鋁環距螺線管中心之距離，L 為螺線管之長度，n 為螺線管每單位長之線圈匝數，I 為通過螺線管之電流，R 為螺線管半徑)

注 2： $n$  近似於  $2p$       ( $B(H) \propto H^p$ )

對於  $(S_{\text{下}}^n - S_{\text{上}}^n)$  這一項的正確性我們已在上一章以實際的實驗數據驗證過了

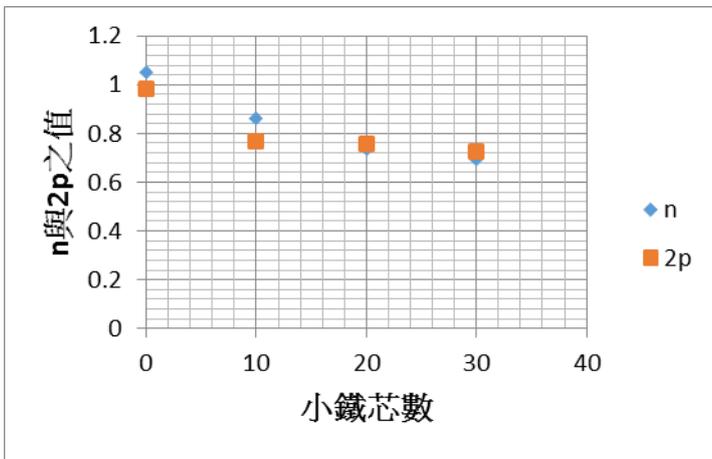
而現在要證明的是  $I^n$  這一項的正確性，以下是我們要驗證的：

1.  $F_{\text{電磁}} \propto I^n$  這樣的陳述是否適當
2.  $n$  是否近似於  $2p$



從上圖可看出  $\ln F$ - $\ln I$  圖的關係係數及高，因此我們推測：

$F \propto I^n$  這樣的簡化是適當的，



從上看出  $n$  的確近似於  $2p$ ，故模型能符合實驗數據。

(三) 不同鋁環的  $n$  值

在前一章中我們發現  $n$  近似於  $2p$  ( $B \propto H^p$ ) ( $F_{\text{電磁}} \propto I^n$ )

由於  $p$  值只與中央鐵芯材質有關，又  $n$  近似於  $2p$

且在這個實驗中，我們使用的中央鐵芯相同，所以  $n$  值也應該相同。

鋁環編號	1	2	3	4	5	6	平均 $y$	標準差百分比
$n$	1.05	1.04	1.00	1.06	1.01	0.99	1.03	0.0294

由以上資料可看出，即便不同鋁環下，因為中央鐵芯狀態相同，所以  $n$  值沒有多大的變異。

### 三、 鋁環的受力

當我們在前半部的實驗測量鋁環的受力時，是在鋁環最後靜力平衡時。這不禁讓人想問：一個鋁環的受力會跟另一個在同樣高度、同樣電流大小下但不一樣運動速度的鋁環有差異嗎？意思就是，這鋁環是在靜止或在運動，受到的電磁力是不是會不一樣呢？如果是的話，那前半部的實驗測量到鋁環受力就僅限於其靜止的受力，如此一來，分析鋁環實際的受力就會成為一件極困難的工作。不過幸好透過一個小實驗就可以驗證這樣的憂慮是多餘的。

我們先夾住一鋁環，並使其在螺線管頂部。使螺線管通過電流並待電流穩定後，釋放鋁環，並以攝影機鋁環第一次彈跳到的最高高度。當鋁環到達第一次彈跳到的最高高度時，其受到

電磁力供給的功，將全部轉為重力位能。即

$$W_{\text{電磁}} = \Delta U_g = \int_{H_i}^{H_f} F_{\text{電磁}} dh$$

$H_f$  為鉛環最高高度， $H_i$  為鉛環初始高度

然而，其實  $F_{\text{電磁}}$  會隨高度快速遞減，所以到了某一高度  $H_{\text{limit}}$  後幾乎沒有電磁力作用在鉛環

上，所以  $F_{\text{電磁}}$  對鉛環做的功可簡化為

$$W_{\text{電磁}} = \int_{H_i}^{H_{\text{limit}}} F_{\text{電磁}} dh$$

故

$$\Delta U_g = \int_{H_i}^{H_{\text{limit}}} F_{\text{電磁}} dh$$

對於同一電流下  $H_{\text{limit}}$  為一常數

如果每次彈跳的  $H_f$  都超過  $H_{\text{limit}}$ ，則每次電磁力做的功  $W_{\text{電磁}}$  都可視為  $\int_{H_i}^{H_{\text{limit}}} F_{\text{電磁}} dh$  以下做的

實驗，其  $H_f$  都超過  $H_{\text{limit}}$ ，所以其  $\Delta U_g$  都可視為

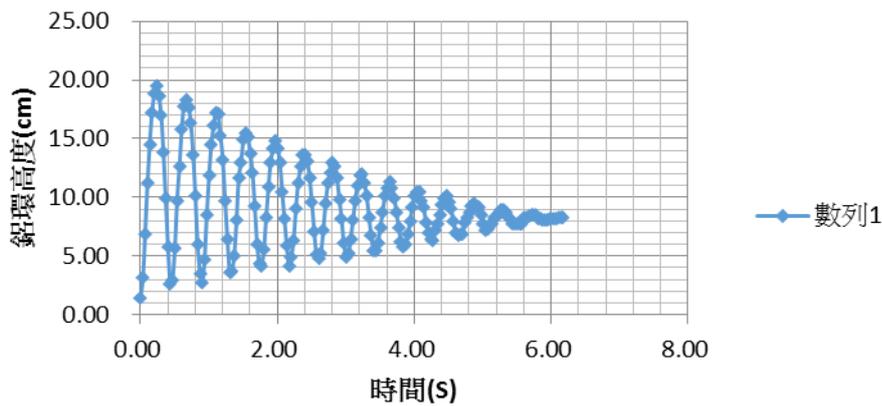
$$\int_{H_i}^{H_{\text{limit}}} F_{\text{電磁}} dh$$

如果  $F_{\text{電磁}}$  與鉛環運動速度無關，那不同重量的鉛環的  $\Delta U_g$  應該要相等。因為如果  $F_{\text{電磁}}$  與其運動速度有關，則不同重量的鉛環的  $\Delta U_g$  會因其運動速度不同而改變。

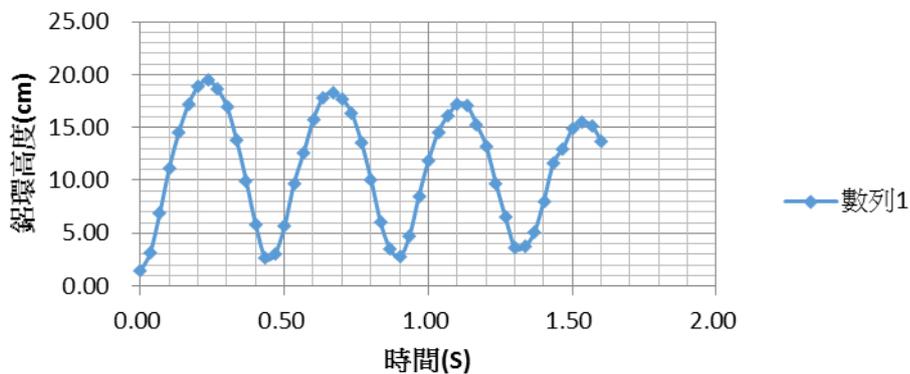
M(g)	45.8	44.7	41.9	39.1	37.9	36.6	32.6	平均 U	標準差百分比
W(N)	0.449	0.438	0.411	0.383	0.371	0.359	0.319	68.8	0.03
$\Delta H$ (cm)	15.29	15.17	16.85	18.05	17.94	20.27	21.56		
$\Delta U$ (mJ)	68.6	66.5	69.2	69.1	66.6	72.7	68.9		

$W$  為鉛環重量， $\Delta H$  為鉛環彈跳最高處與原位置的高度差， $\Delta U$  為鉛環重力位能的變化量。由上圖可看出鉛環重力位能的變化量並沒有因其重量不同而有明顯或規律的變化。因此，可推論鉛環受到的電磁力應該是與其運動速度無關。所以鉛環在運動中的受力與其在同一高度但靜止時的受力相同，因此，之前靜力平衡實驗量得鉛環受力的結果亦適用於運動時的鉛環，換句話說，這電磁力是一保守力，與鉛環的鉛環的運動速度無關。

鉛環的運動模式概述

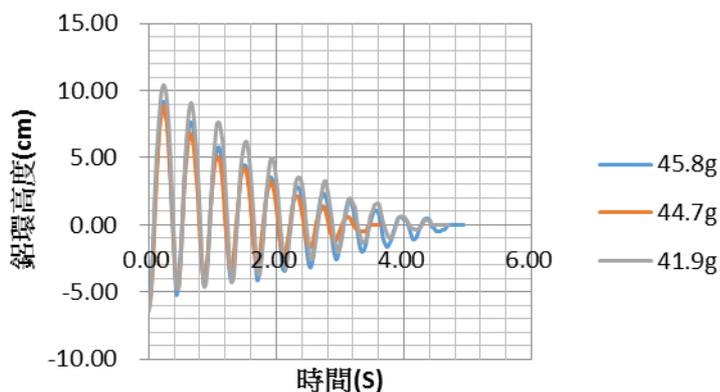


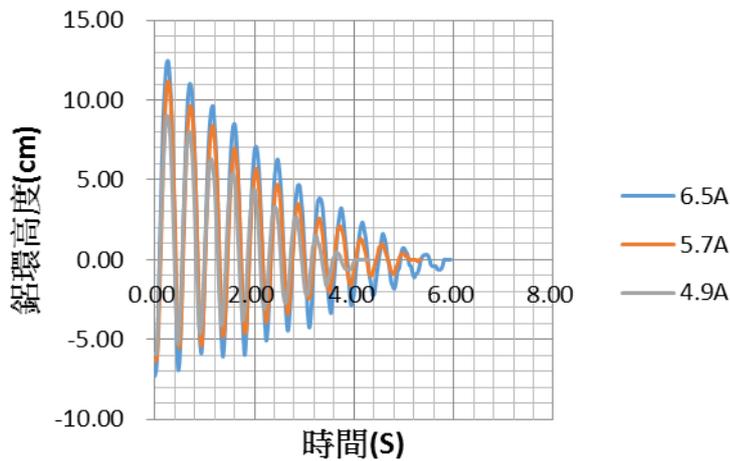
上圖的鋁環高度是以螺線管頂部為零點  
 若綜觀鋁環全部的運動經過，則鋁環似乎是在做一個阻尼震盪。



但如果只觀察其前面一小部分的運動可看出，鋁環其時很像是在行簡諧運動，而至於為何鋁環振幅會隨時間遞減，其原因為鋁環與中央鐵芯外的 PVC 水管的摩擦力。在此可能會有實驗設計不精確的疑慮，但我們已在 PVC 水管上抹上矽油，而且仔細想想，當我們在做簡諧震盪的普物實驗時，如果滑車也跟鋁環震了一樣多次，那麼它的振幅應該也不會大到哪去。換句話說，鋁環的震盪其實是簡諧震盪實驗的快轉版(鋁環的震盪頻率比簡諧震盪實驗中大部分震盪的頻率還要高得多)雖然如此的說法不甚精確，畢竟鋁環受到的電磁力的形式與彈簧力大相逕庭，但是在此，鋁環有電磁力與重力構成的負回饋機制，所以其產生的運動大致看來極像是簡諧運動(雖然以量化的方式去分析，兩者是差很多的)。

不同因素下鋁環的運動模式



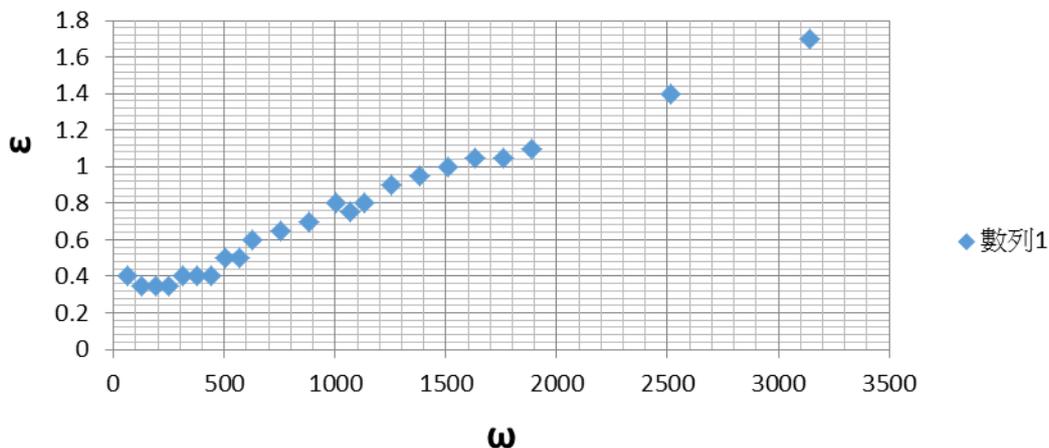


(上圖示以鋁環的最後平衡高度為高度零點)

上方為不同因素下，鋁環的運動情形，仔細觀察可發現，鋁環運動曲線，在比較前面的時間裡，除了尖端處，幾乎都有重疊的現象。這代表比較前面的時間裡，不同因素影響下的鋁環的震盪頻率很相近。鋁環震幅受不同因素的影響較大。像是重量比較重的鋁環，其震幅較重量比較輕的鋁環小。電流比較大的，其震幅較電流比較小的還要大。在此我們認為鋁環的振幅。與電流和鋁環質量較有關係，而鋁環的震盪頻率與電流和鋁環質量較無關係。而在較後面的時間裡，鋁環速度較慢，受磨擦力影響甚鉅，而出現了較不規則的現象。

#### 四、 交流電頻率與磁導率的關係

10根軟鐵芯



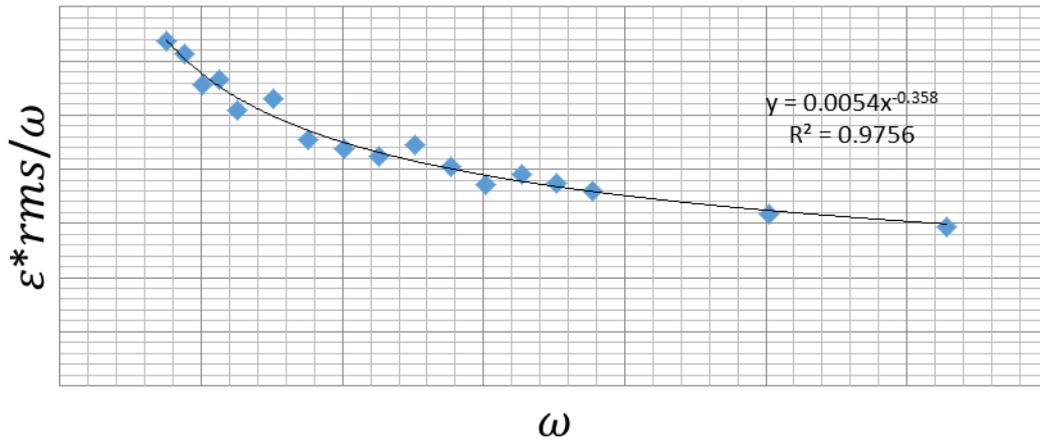
我們所測到的感應電動勢 $\epsilon$ 為

$$\epsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} \propto B_{rms} \omega = H_{rms} \mu \omega \quad (\omega \text{ 為角頻率})$$

$$\text{所以 } \frac{\epsilon_{rms}}{\omega} \propto H_{rms} \mu$$

又 $H_{rms}$ 不變（因為電流 $I_{rms}$ 不變且 $H_{rms}$ 和 $\omega$ 無關）

$$\text{所以 } \frac{\epsilon_{rms}}{\omega} \propto \mu$$



因為

$$\frac{\varepsilon_{rms}}{\omega} \propto \mu$$

所以

$\frac{\varepsilon_{rms}}{\omega} - \omega$  圖的趨勢與  $\mu - \omega$  圖的趨勢相同

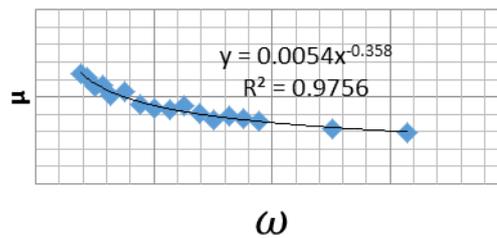
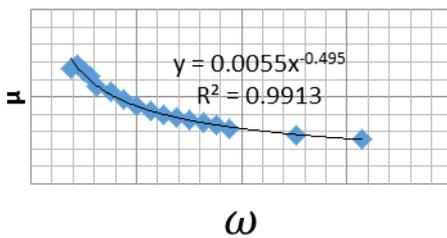
由此可知  $\mu$  會隨著  $\omega$  的增加而下降

從磁區的觀念得知，當外加磁場方向迅速變化時，鐵磁性物質內的磁區會因磁滯效應而無法隨之迅速變化，如此一來，外加磁場的影響因素也會隨著頻率的增加而遞減，因此我們得知，鐵磁性物質的導磁率也會隨頻率的增加而有明顯的下降。

現在我們來看到不同鐵芯數下，磁導率隨頻率上升下降的速度

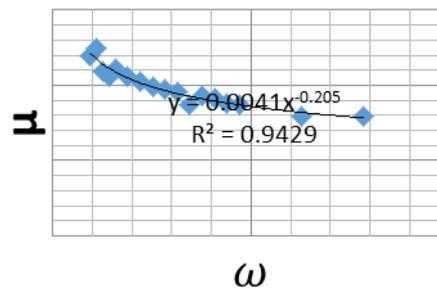
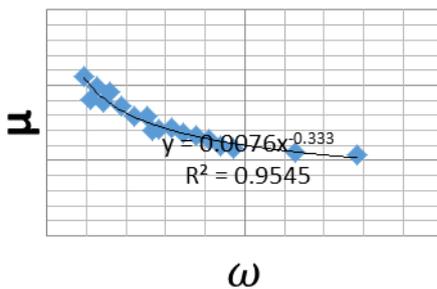
5根軟鐵芯

10根軟鐵芯



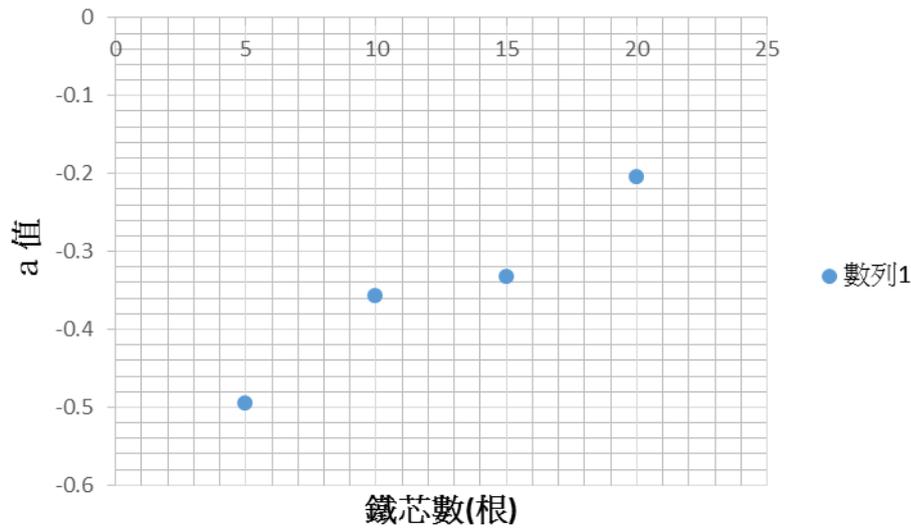
15根軟鐵芯

20根軟鐵芯



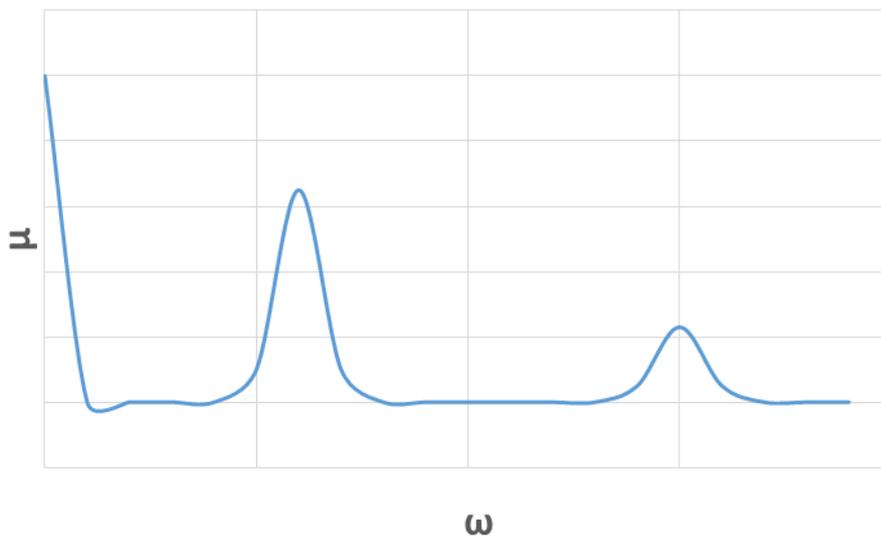
上圖我們將  $\mu - \omega$  圖做乘幂的趨勢線。乘幂的趨勢線為  $y = kx^a$  形式的公式。顯而易見的，當  $a$

為負數，且a值越小時，趨勢線就下降的越迅速。故從a值的大小可評斷 $\mu - \omega$ 曲線的下降速率。



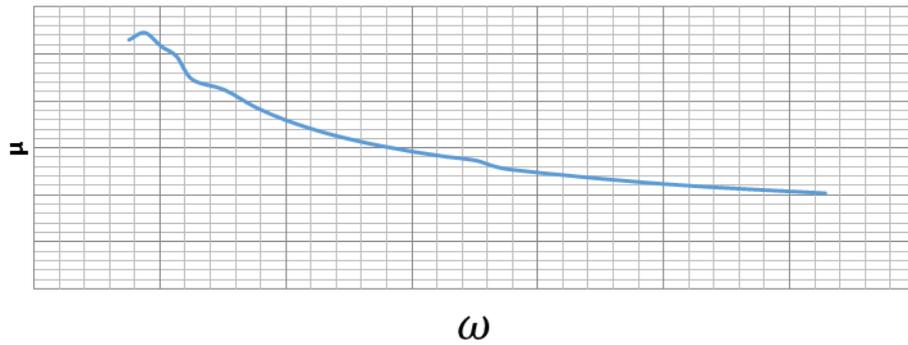
可看出隨著鐵芯數的上升，a值越大，亦即鐵芯數的上升， $\mu - \omega$ 曲線的下降趨勢就漸趨和緩。

我們推測每一個磁區在不同頻率下，對於磁導率有自己的貢獻。

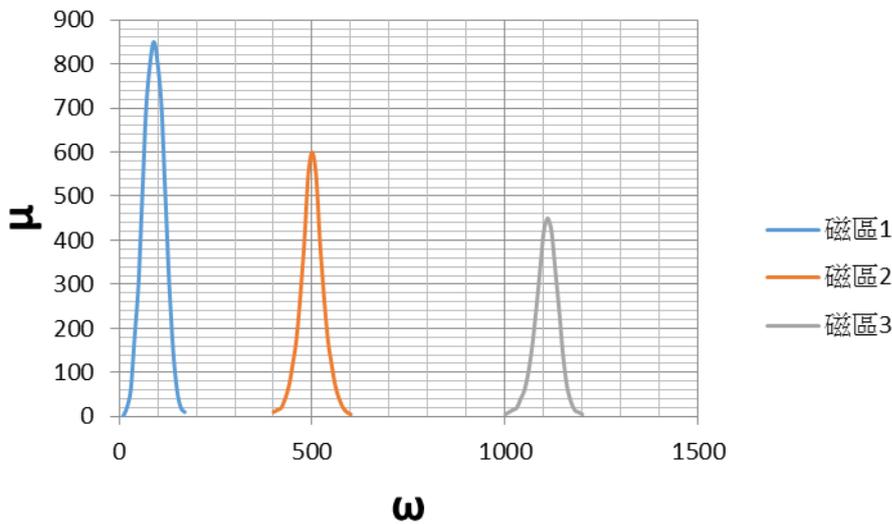


(每一個磁區在不同頻率下的磁導率)

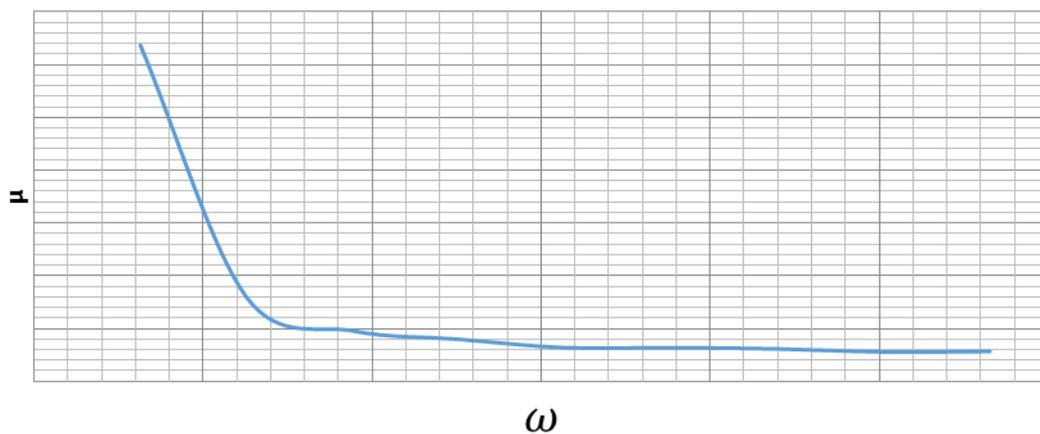
在某特定頻率下，此磁區的磁導率會產生峰值，我們稱此時的頻率為共振頻率，而我們所觀察到的 $\mu - \omega$ 曲線就是每一個磁區共同表現的結果。



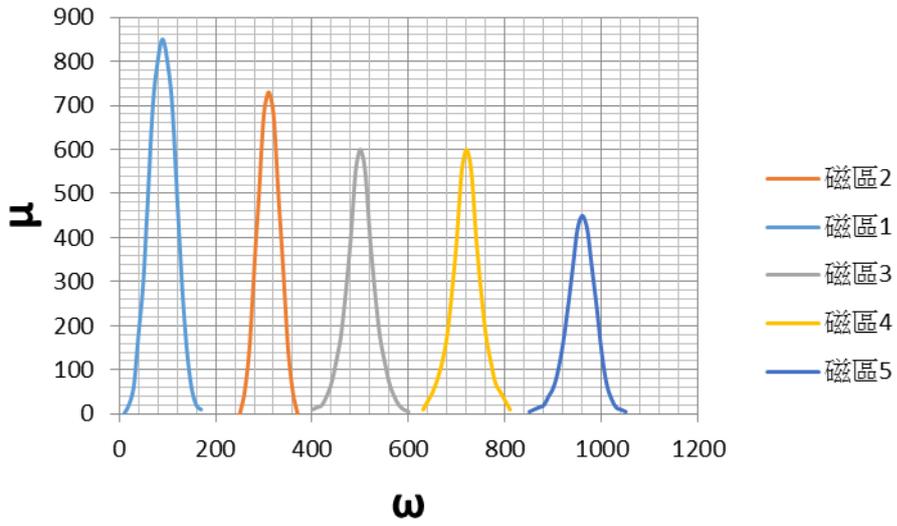
在較少鐵芯數下，個別磁區的共振頻率會較為分散（尤其在高頻時），因為較少的鐵芯數的磁區也較少。



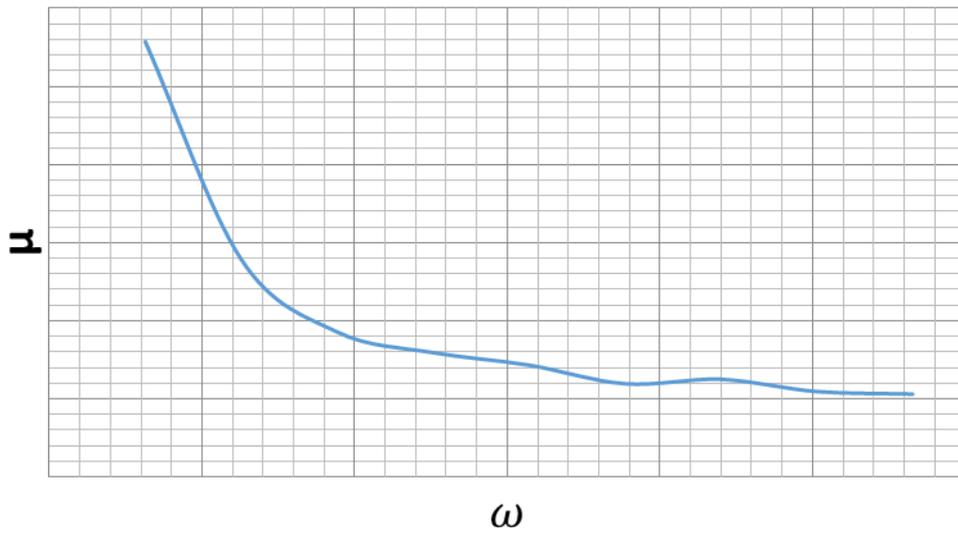
因此在較少鐵芯數下，在較高頻區段，磁導率會特別低。所以我們觀察到的 $\mu - \omega$ 曲線的下趨勢就較為劇烈。



相反的，在較多鐵芯數下，個別磁區的共振頻率會較為密集，因為較多的鐵芯數的磁區也較多。



因此較多鐵芯數，在較高頻區段，磁導率會相較來說比較高。所以我們觀察到的 $\mu - \omega$ 曲線的下  
 降趨勢就較為和緩。



## 柒、結論

一、 放入鐵芯後的螺線管通過電流大小與中央鐵芯磁通量的關係

令感應電動勢為  $\varepsilon$ ，通入螺線管電流為  $I$

$\varepsilon$  與  $I$  的關係可大致簡化為

$$\varepsilon \propto I^p$$

而藉由將  $\varepsilon$  和  $I$  的對數做回歸直線後，我們發現作出的回歸直線的相關係數相當高，因此驗證了此簡化是適當的

令螺線管通電後產生的磁場(H 場)為  $H$ ，而放入鐵芯後的磁場為  $B$

$$I \propto H$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} \propto \phi_B \propto B$$

所以其實由  $\varepsilon \propto I^p$  可得

$$B \propto H^p$$

二、 鋁環所受的電磁力

鋁環受到的電磁力與其運動速度無關，只與其所在高度和螺線管的電流有關。鋁環在運動中的受力與其在同一高度但靜止時的受力相同，因此，靜力平衡實驗量得鋁環受力的結果亦適用於運動時的鋁環。同時，此電磁力與其產生的功，亦適用於保守力與位能的概念。且此電磁力為：

$$F_{\text{電磁}} \propto I^n (S_{\text{下}}^n - S_{\text{上}}^n)$$

$$s = \left( \frac{\frac{L}{2} + z}{\sqrt{\left(\frac{L}{2} + z\right)^2 + R^2}} + \frac{\frac{L}{2} - z}{\sqrt{\left(\frac{L}{2} - z\right)^2 + R^2}} \right) \quad (z \text{ 為鋁環距螺線管中心之距離，} L \text{ 為螺線管之長度，} R \text{ 為螺線}$$

管半徑， $I$  為通過螺線管之電流)

( $F \propto I^n$ )( $n$  從實驗測得)

在此  $n$  近似於  $2p$  ( $B(H) \propto H^p$ )

三、 鋁環的運動模式

鋁環運動在比較前面的時間裡，不同因素影響下的鋁環的震盪頻率很相近。最高最低點和最後的平衡高度受不同因素的影響較大。像是重量比較重的鋁環，其最高最低點和平衡點都較重量比較輕的鋁環低。電流比較大的，其最高最低點和平衡點都較電流比較小的。而在較後面的時間裡，鋁環速度較慢，受磨擦力影響甚鉅，而出現了較不規則的現象。

四、 交流電頻率與磁導率的關係

我們推測每一個磁區在不同頻率下，對於磁導率有自己的貢獻。在較少鐵芯數下，較高頻區段， $\mu - \omega$  曲線的下趨勢就較為劇烈。而在較多鐵芯數，較高頻區段， $\mu - \omega$  曲線的下趨勢就較為和緩。這是源自於各個磁區磁場的共振頻率分散與否而造成的結果。

## 捌、參考資料

- 一、 David Halliday。物理(無日期)
- 二、 科學園。渦電流(無日期)
- 三、 Wikipedia。magnetic field (無日期) 。取自：  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic\\_field](https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_field)
- 四、 國家教育研究院。磁耦合(無日期)。
- 五、 Wikipedia。permeability (無日期) 。取自：  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Permeability\\_\(electromagnetism\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Permeability_(electromagnetism))
- 六、 國立清華大學普通物理實驗室。實驗 .安培計,伏特計和歐姆計(無日期) 。取自：  
<http://www.phys.nthu.edu.tw/~gplab/exp013.html>
- 七、 Steven Thornton、Jerry Marion。Classical Dynamics (無日期)。
- 八、 Wikipedia。Maxwell's equations (無日期) 。取自：  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Maxwell%27s\\_equations](https://en.wikipedia.org/wiki/Maxwell%27s_equations)
- 九、 Wikipedia。Vibration (無日期) 。取自：  
<https://en.wikipedia.org/wiki/Vibration>
- 十、 Wikipedia。Solenoid (無日期) 。取自：  
<https://en.wikipedia.org/wiki/Solenoid>

## 【評語】 051811

本作品利用法拉第定律來瞭解磁感應的現象，且利用量測感應電動勢，知道磁場大小，而發現鋼棒的磁化率會隨交流電角速度的增加（磁場變化變快）而減小。發現的現象非常有趣，可惜沒有進一步的成因探討，可以再繼續探討，必有更好的作品呈現。