

中華民國第 56 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科

佳作

051807

旋轉皂膜之厚度變化

學校名稱：高雄市立新莊高級中學

作者： 高一 吳振榕 高一 鮑柔安 高一 許澤明	指導老師： 呂台華 莊孟勳
---	-----------------------------

關鍵詞：干涉、皂膜厚度

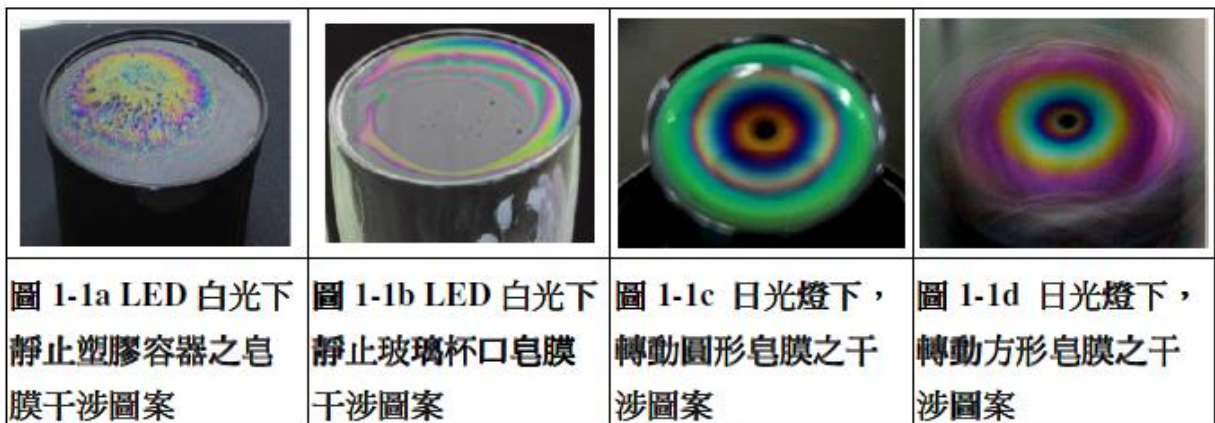
摘要

本實驗改變水平皂膜對應的容器材質、形狀、大小及轉速，觀察其對皂膜之干涉圖案影響。另外皂膜轉動時圓形、方形皂膜會產生同心圓環狀之干涉條紋；而長方形、橢圓形皂膜則產生近似橢圓形干涉圖案。而轉動圓形皂膜可將其分為初期、中期及末期。初期之干涉條紋與牛頓環類似，中期環狀條紋會因皂膜變薄而減少，末期皂膜中心出現黑圓區域。

三種不同轉速下，皂膜厚度會由內向外逐漸變薄。而皂膜內微胞流動堆積導致皂膜厚度有固定、沿徑向往外連續增厚、往外突增三種情形。轉動皂膜初期，其表面近似水平，此時皂膜藉由表面張力梯度提供向心力來源。而中後期出現大區塊厚度相等的皂膜，此時皂膜表面需凹陷以提供向心力，且轉速越快凹陷越劇烈。

壹、研究動機

之前看到學長們的科展作品[1]探討鉛直皂膜因重力影響，使皂膜因厚度變化形成了特別的干涉圖案，我們好奇那水平皂膜是否也會形成特定的干涉圖案呢？經初步實驗發現到靜止圓形容器的水平皂膜有時就會形成特定的干涉圖案，如圖 1-1a、1-1b 所示。而旋轉後的圓形或正方形皂膜更是會形成規律性的干涉圖案如圖 1-1c、1-1d 所示。水平皂膜厚度是如何受到轉動速度、皂膜尺寸、以及幾何形狀的變因影響其厚度分布，進而產生對應的干涉圖案呢？所以我們想進一步了解上述的物理因素如何影響水平皂膜厚度分布，形成特定的干涉圖案。







貳、研究目的

- 一、比較不同材質(塑膠、玻璃、鋼)上的靜止圓形皂膜，其干涉圖案之變化情形。
- 二、比較不同形狀(圓、橢圓、正方形、長方形)之轉動水平皂膜其干涉圖案隨時變化情形。
- 三、改變圓形皂膜大小，分析相同轉速下，皂膜大小對其干涉圖案之影響。
- 四、改變轉速，分析相同大小圓形皂膜之干涉圖案，找出其徑向位置之厚度的隨時變化關係。

參、研究設備與器材

- 一、自製光箱(450.0mm*300.0mm*60.0mm，內有LED RGB三色燈條、轉接器、控制器及變壓器等)
- 二、清潔劑、甘油、水、半圓形容器(測量折射率使用)
- 三、桌上型電腦(含自由軟體—Image J)及數位攝影機
- 四、排風扇(18W，交流電)、變頻器(400W、110V)
- 五、轉速計(HILA)，測量轉速使用。
- 六、圓形塑膠盒(內徑分別為7.00、4.30 cm)、正方形塑膠盒(5.00 cm×5.00 cm)、橢圓形塑膠盒(長軸8.30cm、長5.10cm)、方形鐵盒(9.90 cm×7.30 cm)

	
圖 3-1 光箱置於皂膜正上方拍攝干涉圖案之裝置圖	圖 3-2 控制風扇轉速之變頻器
	
圖 3-3 以轉速計測量轉速之情形	圖 3-4 拍攝皂膜干涉之不同形狀容器

肆、研究過程或方法

一、理論探討 [2]

1、干涉光強度與薄膜厚度關係

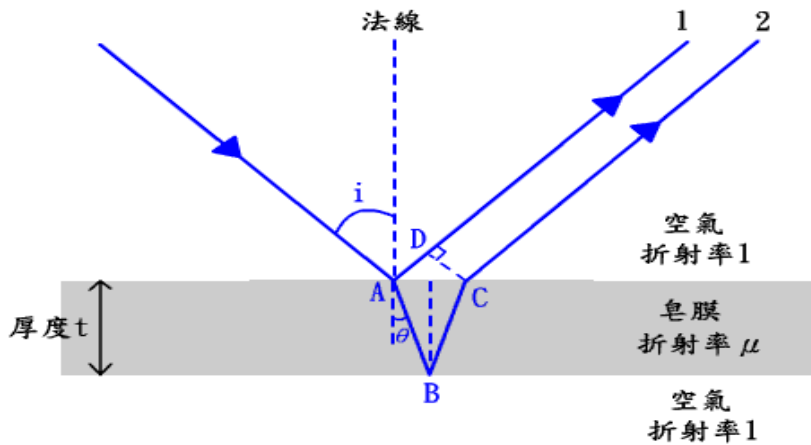


圖 4-1 光線經薄膜上下表面之反射光線干涉示意圖

要探討經皂膜上下表面之反射光干涉圖案時可用圖 4-1 中 1,2 兩道光線加以說明。已

知空氣折射率為 1，若皂膜之折射率為 μ ，則此 2 道光線之光程差 d 為

$$d = \mu(\overline{AB} + \overline{BC}) + \frac{\lambda}{2} - \overline{AD} \quad (4-1)$$

(2-1)式中之 $\frac{\lambda}{2}$ 是由於光線 1 由空氣至薄膜及反射光線 2 由薄膜至空氣反射所形成的相位差 π 所形成的。由圖 4-1 可知

$$d = \frac{2\mu t}{\cos\theta} - 2t \sin i \tan \theta + \frac{\lambda}{2} \quad (4-2)$$

$$\text{由折射定律} \quad 1 \times \sin i = \mu \times \sin \theta \quad (4-3)$$

$$\begin{aligned} d &= \frac{2\mu t}{\cos\theta} - 2t\mu \sin \theta \tan \theta + \frac{\lambda}{2} \\ \text{可得} \quad &= \frac{2\mu t}{\cos\theta} - 2\mu t \frac{\sin^2 \theta}{\cos\theta} + \frac{\lambda}{2} \\ &= 2\mu t \cos\theta + \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \quad (4-4)$$

當 $d = \begin{cases} n\lambda, & \text{產生完全加強型干涉, 光線強度最大} \\ (n + \frac{1}{2})\lambda, & \text{產生完全破壞型干涉, 光線強度為 0} \end{cases}$

若 A 為光線 1 之振幅，而因皂膜甚薄，故光線 2 之振幅仍可視為 A ，只是和光線 1 形成相角差 δ ，而 δ 滿足下式：

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (2\mu t \cos\theta + \frac{\lambda}{2}) \quad (4-5)$$

若光線 1、2 形成的反射光總振幅為 A_r ，則

$$A_r = A + Ae^{i\delta} = A(1 + e^{i\delta}) \quad (4-6)$$

而反射光之總強度 $I_r = A_r A_r^*$ ，故

$$\begin{aligned} I_r &= A(1 + e^{i\delta})A(1 + e^{-i\delta}) \\ &= A^2(2 + e^{i\delta} + e^{-i\delta}) \end{aligned} \quad (4-7)$$

而 $\frac{e^{i\delta} + e^{-i\delta}}{2} = \cos\delta$ ，且 $1 + \cos\delta = 2\cos^2 \frac{\delta}{2}$

$$\text{故 } I_r = 4A^2 \cos^2 \frac{\delta}{2} = 4A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \mu t \cos\theta + \frac{\pi}{2} \right) \quad (4-8)$$

若入射光強度 I_i ，而皂膜之反射率為 R ，依 Fresnel 方程式

$$R = \frac{(\mu - 1)^2}{(\mu + 1)^2} \quad (4-9)$$

根據電磁波理論可由(4-8)式推導出

$$\begin{aligned} I_r &= 4I_i R \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \mu t \cos\theta + \frac{\pi}{2} \right) \\ &= 4I_i R \sin^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \mu t \cos\theta \right) = I_{\max} \sin^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \mu t \cos\theta \right) \end{aligned} \quad (4-10)$$

(4-10)式中 $I_{\max} = 4I_i R$ 。由(4-10)式可看出，當 θ 保持固定時，若皂膜為厚度為線性遞增的

結構，在強度均勻的單色光照射下其反射光干涉後光強度隨厚度 t 的變化會形成如圖 4-2 的分布。此時反射光強度 I_r 會與厚度 t 形成 $I_r = I_{\max} \sin^2(kt)$ 之變化關係，此處 $k = \frac{2\pi\mu\cos\theta}{\lambda}$ 。以 460nm 之藍光為例，若入射角 θ 為 30° ，溶液之折射率為 1.36，則其反射光干涉後之強度隨厚度變化關係如圖 4-2 所示。由圖 4-2 可看出當皂膜厚度由上而下呈線性增加時，干涉光相對強度 $\frac{I_r}{I_{\max}}$ 會隨厚度 t 在最大值 1 與最小值 0 之間做週期性的變化，而本實驗中水平皂膜的干涉圖案則會在後方對其厚度分布加以分析。

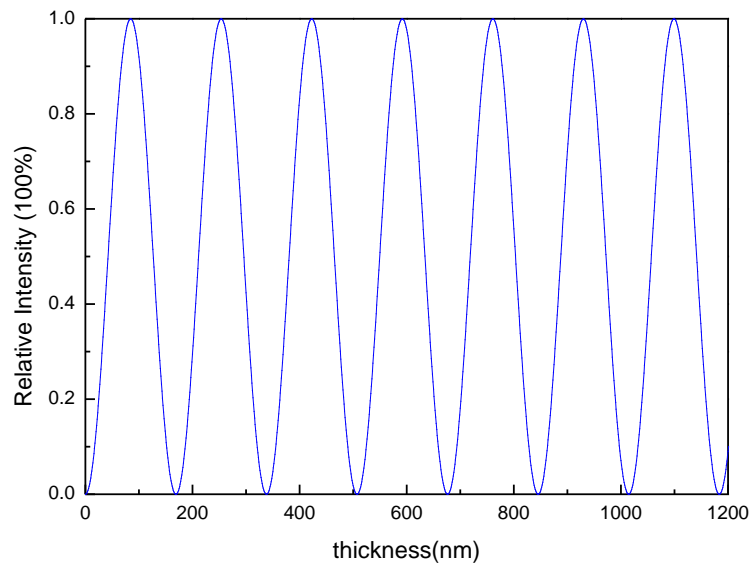


圖 4-2 藍光經薄膜干涉後之相對光強度隨薄膜厚度 t 之關係圖形

2、轉動圓形皂膜之表面張力之徑向變化關係

下方圖 4-3 中為圓形皂膜的示意圖，圓心為 O 點，距離圓心 r 位置處的表面張力為 T ，距離圓心 $r + dr$ 位置處的表面張力為 $T + dT$ ，若皂膜之面密度為 σ ，轉動角速度為 ω ，則在圖 4-3 中 $rd\theta$ 部份所受之合力為

$$-dT \times 2rd\theta = \sigma(rd\theta dr)r\omega^2 \quad (4-11)$$

(4-11)式中 dT 為負值，表示距圓心越遠，表面張力越小，兩邊積分可得

$$-\int_0^r dT = \frac{1}{2} \int_0^r \sigma(r' \omega^2) dr' \quad (4-12)$$

$$\text{整理可得 } T(0) - T(r) = \frac{\sigma\omega^2 r^2}{4} \quad (4-13)$$

由(4-13)式可看出圓形越靠內的部份表面張力越大，也就是代表越靠內的部份皂膜厚度越薄。這在後面實驗結果中可以看到確如此，轉動中的皂膜內部的皂膜較薄，越易形成黑膜。但由(4-13)式顯示圓形轉動皂膜上的表面張力變化為連續的，對應的皂膜厚度變化似乎也當是連續的，但後面實驗結果卻並非完全如此，後方的實驗結果與討論會加以分析。

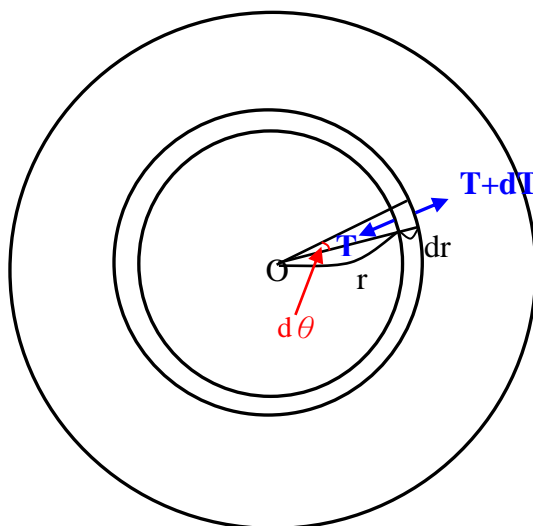


圖 4-3 轉動圓形皂膜之表面張力分布示意圖

二、實驗方法

本實驗因為需觀察能在旋轉過程中能持續較久時間的皂膜，溶液是以下列之體積比列配製而成，水：清潔劑：甘油=10：2：1，配好後靜置一日再做皂膜干涉觀測。首先選用塑膠圓盒、鋼杯及玻璃杯，觀察容器材質對靜止的圓形水平皂膜干涉圖案之影響。第二再分析不同形狀(圓、橢圓、正方形、長方形)之水平皂膜，在相同轉速下之干涉圖案的變化。第三再使用較小的圓形皂膜(直徑 4.3cm)與大的圓形皂膜(直徑 7cm)觀察它們在相同轉速下的干涉圖案變化。最後用半圓型容器測得皂液之折射率為 1.36，使用直徑 7cm 大皂膜分別在轉速 7r.p.s、10.7 r.p.s、16.2 r.p.s、20 r.p.s 四種轉速下分析干涉圖案以推得不同時刻之皂膜厚度變化，藉以了解轉速對圓形皂膜厚度分佈的影響及皂膜厚度在轉動過程中如何變化。

以下為我們的實驗流程圖

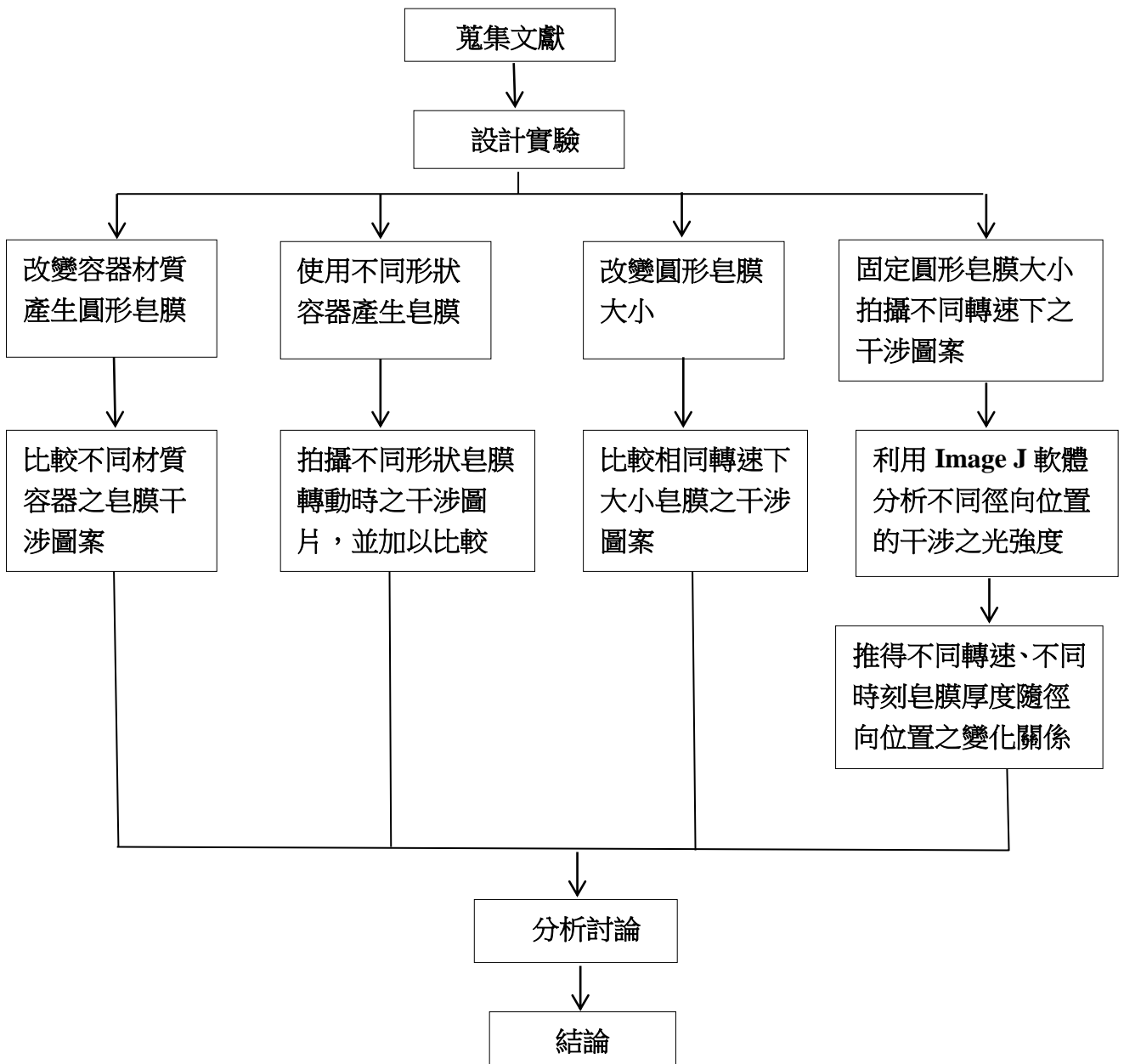


圖 4-4 實驗流程圖

伍、研究結果

一、容器材質對靜止的圓形水平皂膜干涉圖案之影響

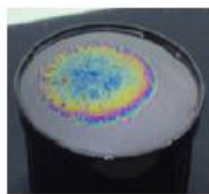

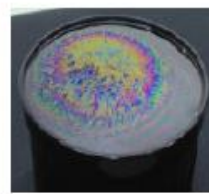
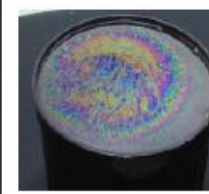
塑膠杯口圓形皂膜 在不同時刻照片 (周圍厚中間薄)				
時間(s)	0	20	35	68

圖 5-1a 以 LED 白光拍攝塑膠杯口皂膜於不同時刻的干涉圖案


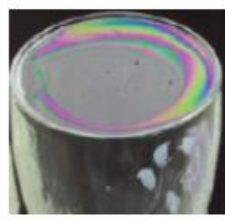
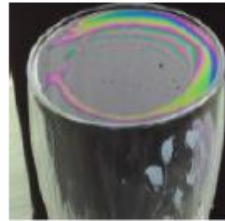
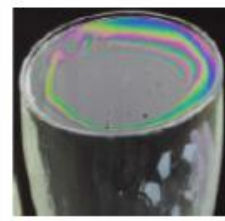
玻璃杯圓形皂膜 在不同時刻照片 (周圍薄中間厚)				
時間(s)	0	10	20	33

圖 5-1b 以 LED 白光拍攝玻璃杯口皂膜於不同時刻的干涉圖案




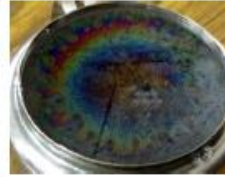
鋼杯圓形皂膜在 不同時刻照片 (周圍厚中間薄)				
時間(s)	0	20	45	60

圖 5-1c 以 LED 白光拍攝鋼杯口皂膜於不同時刻的干涉圖案

二、相同轉速(16.2rps)、不同形狀(圓、橢圓、正方形、長方形)之轉動水平皂膜其干涉圖案隨時變化情形。



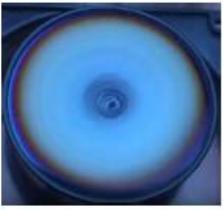





轉動圓形皂膜在不同時刻照片				
時間(s)	0	10	25	45
轉動橢圓形皂膜在不同時刻照片				
時間(s)	0	25	40	75

圖 5-2 a 以 LED 白光拍攝轉動圓形、橢圓形皂膜於不同時刻的干涉圖案

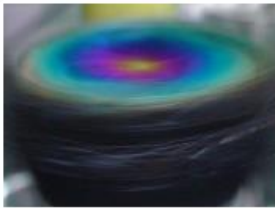
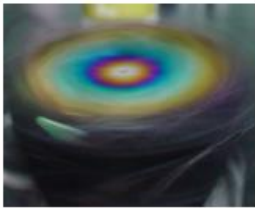
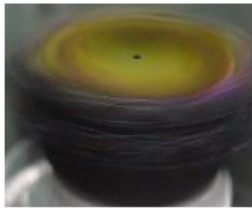





轉動正方形皂膜在不同時刻照片				
時刻(s)	15	30	60	90
轉動長方形皂膜在不同時刻照片				
時刻(s)	0	25	50	233

圖 5-2b 以日光燈拍攝轉動正方形、長方形皂膜於不同時刻的干涉圖案

三、相同轉速、半徑大小對圓形水平皂膜干涉圖案之影響(光源為 LED 白光或日光燈)

(一) 轉速固定為 10.7 r.p.s

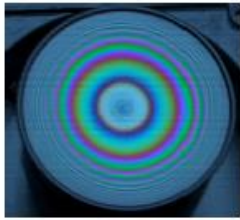
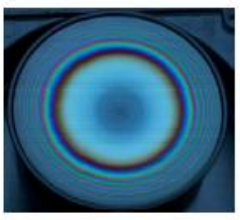
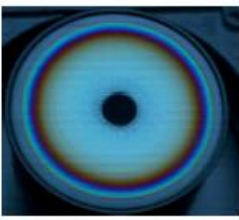

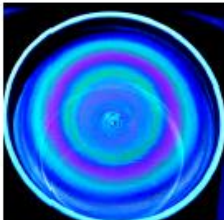
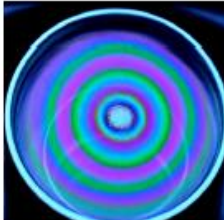
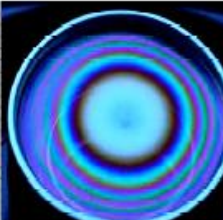
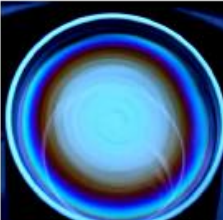
大皂膜 (半徑 7cm) 在不同時刻 照片				
時間(s)	8	15	32	70
小皂膜 (半徑 4.3cm) 在不同時刻 照片				
時間(s)	5	15	30	85

圖 5-3a 以 LED 白光拍攝轉動大小皂膜於不同時刻的干涉圖案

(二) 轉速固定為 20 r.p.s






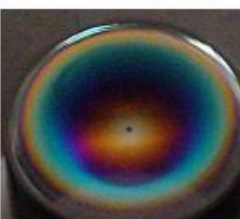
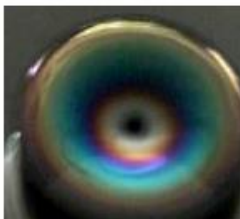
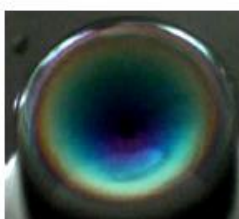
大皂膜 (半徑 7cm) 在不同時刻 照片				
時間(s)	10	30	30	60
小皂膜 (半徑 4.3cm) 在不同時刻 照片				
時間(s)	5	25	45	70

圖 5-3b 以日光燈拍攝轉動大小皂膜於不同時刻的干涉圖案

四、轉速快慢對圓形水平皂膜干涉圖案之影響(圓形皂膜均為直徑 7.0 cm)

(一) LED 白光拍攝圓形皂膜在 4 種轉速、不同時刻照片







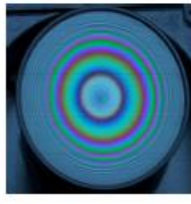
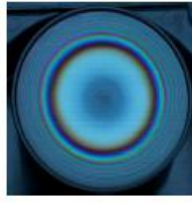
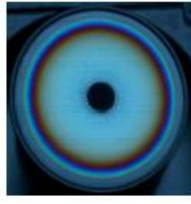



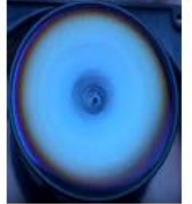


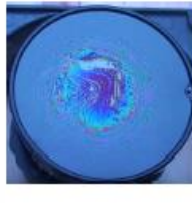
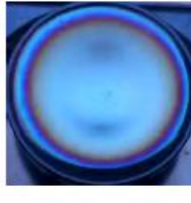



轉速 7 r.p.s					
時間 (s)	0	10	30	50	110
轉速 10.7 r.p.s					
時間 (s)	0	10	15	32	70
轉速 16.2 r.p.s					
時間 (s)	0	10	25	45	60
轉速 20.0r. p.s					
時間 (s)	0	10	15	45	60

圖 5-4a 以 LED 白光拍攝不同轉速下之皂膜於不同時刻的干涉圖案

(二) LED 紅光拍攝圓形皂膜在 4 種轉速、不同時刻照片






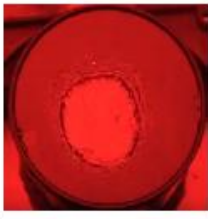
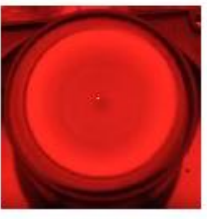
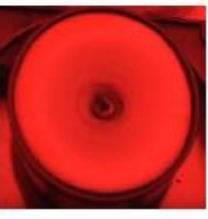






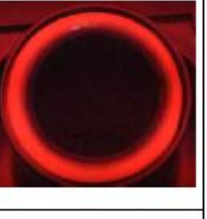





轉速 7 r.p.s					
時間 (s)	0	10	30	50	110
轉速 10.7 r.p.s					
時間 (s)	0	10	25	45	60
轉速 16.2 r.p.s					
時間 (s)	5	20	30	50	60
轉速 20.0 r.p.s					
時間 (s)	0	10	25	45	60

圖 5-4b 以 LED 紅光拍攝不同轉速下之皂膜於不同時刻的干涉圖案

(三) LED 綠光拍攝圓形皂膜在 4 種轉速、不同時刻照片







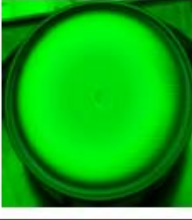


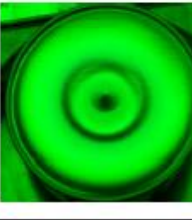


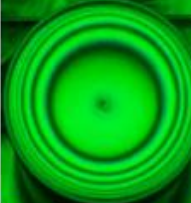
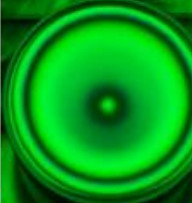
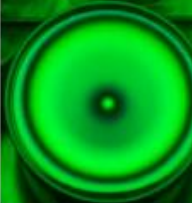
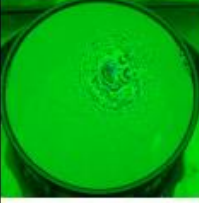




轉速 7 r.p.s					
時間 (s)	0	15	30	50	110
轉速 10.7 r.p.s					
時間 (s)	0	10	15	45	60
轉速 16.2 r.p.s					
時間 (s)	0	10	25	45	60
轉速 20.0 r.p.s					
時間 (s)	0	5	10	25	40

圖 5-4c 以 LED 綠光拍攝不同轉速下之皂膜於不同時刻的干涉圖案

(四) LED 藍光拍攝圓形皂膜在 4 種轉速、不同時刻照片



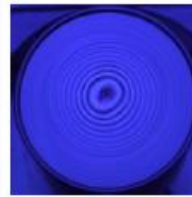
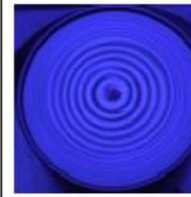
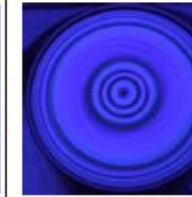
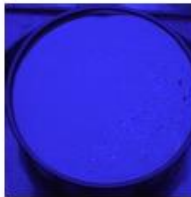
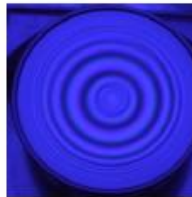
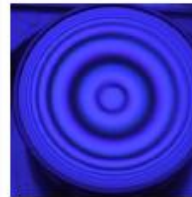
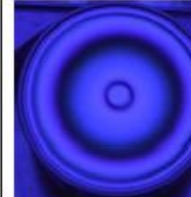
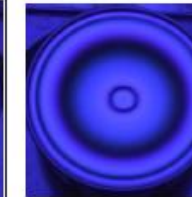

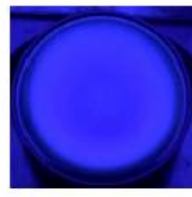
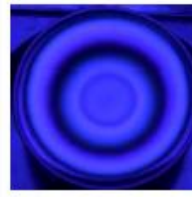
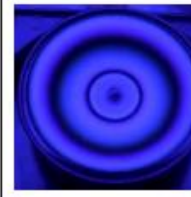
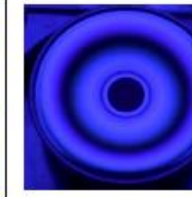
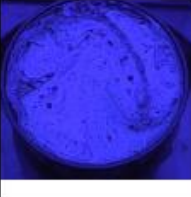
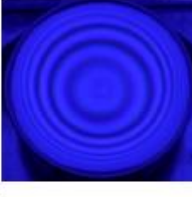



轉速 7 r.p.s					
時間 (s)	0	15	30	50	110
轉速 10.7 r.p.s					
時間 (s)	0	10	25	50	65
轉速 16.2 r.p.s					
時間 (s)	0	10	25	45	60
轉速 20.0 r.p.s					
時間 (s)	0	10	20	45	60

圖 5-4d 以 LED 藍光拍攝不同轉速下之皂膜於不同時刻的干涉圖案

陸、研究分析與討論

一、不同容器材質上靜止圓形水平皂膜之干涉圖案分析

藉由比對皂膜顏色-厚度對照圖[3](圖 6-1)，觀察圖 5-1 的干涉圖片可以看出，塑膠及鋼杯口所形成皂膜均是中間薄，周圍厚；而實驗過程發現玻璃杯口絕大多數都是呈現中間厚，周圍薄的干涉圖案(如圖 5-1b 下方)。為何會如此呢？圓形皂膜形成時，會類似沿徑向往外拉扯的皮膜一般，故皂膜厚度應當呈現中間薄，周圍厚的分布。但因玻璃對水的吸附力強，所以玻璃邊緣的皂膜，其內的水分子易於向玻璃移動，使得皂膜外緣變薄程度相對於中間更加劇烈，故呈現中間厚周圍薄的現象。而塑膠、鋼對水的吸附力弱，便不會產生玻璃杯的現象，故皂膜厚度仍維持中間薄，周圍厚的分布。另外由圖 5-1c 鋼杯口的皂膜在 45 秒及 60 秒時有由外向內的皂液流動，也就是皂液由厚處流到薄處。這是由於馬拉哥尼效應造成的，馬拉哥尼效應是種皂膜自我修護的機制，因皂膜厚度變化形成的表面張力梯度，會造成皂液由厚處(周圍)往薄處(中央)流動。

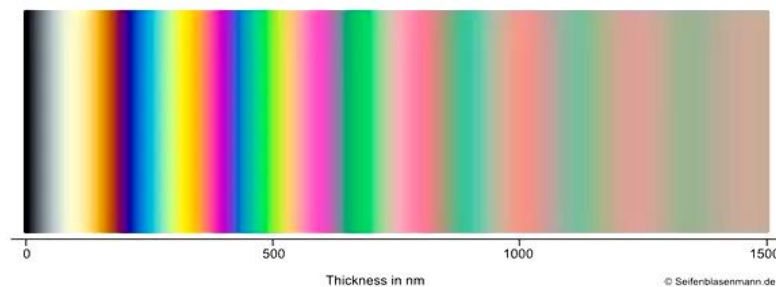
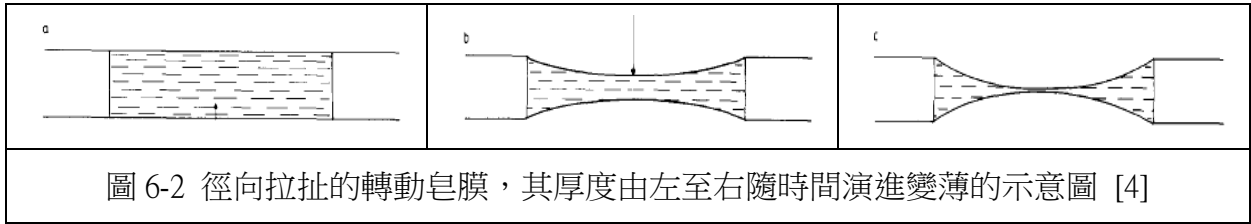


圖 6-1 皂膜顏色-厚度之對照圖 [3]

二、相同轉速(16.2rps)、不同形狀之轉動水平皂膜之干涉圖案探討

由圖 5-2 系列可看出，圓形及方形皂膜轉動時呈現的干涉圖案都是同心圓的環狀的分布；而橢圓形、長方形皂膜轉動時的干涉圖案則呈現近似橢圓形甚至呈現扭曲的情形。在皂膜轉動初期，由於慣性作用，少許皂液會由皂膜飛濺出來。皂膜上的皂液因轉動會受到徑向上的拉扯，造成它隨時演進的厚度分佈變化可能會如圖 6-2[4]所示。因皂膜厚度變化是沿半徑方向，故其對應的干涉條紋會呈現同心圓的環狀分布。而方形皂膜因其幾何形狀對稱性高，所以內部呈現的干涉圖案與圓形皂膜一樣都是彩色環狀分布。但橢圓形、長方形皂膜幾何形狀之對稱性不高，所以造成皂膜轉動時不是均勻的沿徑向拉扯，造成其干涉圖案會形成近似橢圓形甚至扭曲的圖案。



以下針對圓形轉動皂膜干涉圖案隨時的變化加以說明。皂膜的旋轉會產生徑向的厚度梯度，導致肥皂膜的顏色形成環狀分布如圖 5-3 系列。在白光照射下，隨著時間演進，同心圓的七彩干涉條紋會漸漸向外擴展並堆積在外緣，使得皂膜外緣的干涉條紋變得密集，有時中心還會增加新的環狀干涉條紋；當時間再繼續延伸，外緣密集的干涉條紋因皂膜厚度持續變薄而消失，之後整個皂膜內出現金黃色的全圓，接著中心再開始出現黑色。黑膜部分代表該位置的皂膜厚度小於四分之一光波波長，後期黑膜(厚度甚薄處)會逐漸擴增至整個圓形皂膜，終至皂膜破裂。在此將轉動皂膜的變化階段分為前、中、後 3 期，相關說明呈列於表 6-1。其實圓形轉動皂膜的干涉圖案很像牛頓環，但是兩者還是有差異的。在此將兩者異同處做成表 6-2 之比較表。



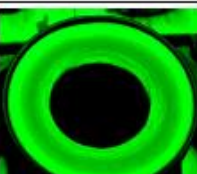
	<p>初期：密集之同心圓環狀條紋，並在中心持續產生較低級數的干涉條紋。</p>
	<p>中期：同心圓環狀條紋漸向外移動堆積，但有時會固定不動一段時間後，再產生外移現象。干涉條紋會因皂膜持續變薄而逐漸減少。</p>
	<p>末期：中心部份出現黑色全圓區域，此黑膜面積會逐漸擴大直至皂膜破裂。</p>

表 6-1 轉動皂膜不同階段變化之圖文說明

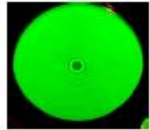

名稱	圖片	相異處	相同處
牛頓環[5]		1、中心處必為相消型干涉之暗紋 2、條紋排列密集且不隨時變動。	兩種干涉圖案均為同心圓之環狀分布
轉動皂膜		1、中心處可為相消型干涉之暗紋或為加強型干涉之亮紋，由中心處的皂膜厚度決定之。 2、干涉條紋分佈會隨時變動。	

表 6-2 牛頓環-轉動皂膜干涉圖案之異同比較表

三、相同轉速、不同半徑大小之皂膜比較

(一)大小皂膜生存期影響

觀察大(直徑 7cm)、小(直徑 4.3cm)兩個圓形皂膜在轉速 10.7 r.p.s 之干涉圖案(如圖 5-3a 系列)，可發現兩者的干涉圖案分佈類似，都是呈現同心圓環的分布。而在皂膜形成初期及中期，大皂膜的干涉條紋數量較小皂膜多且更密集，代表大皂膜上的厚度分布範圍更加廣泛，末期時兩者均呈現中間為黑膜的情形，只是小皂膜要較久的時間才出現黑膜，所以轉動小皂膜的生存期較久。其原因如前(4-13)式所述，相同轉速下，半徑越大，表面張力梯度對皂膜形成的拉扯力越強，所以大皂膜較易破，生存期較短。

(二)皂膜的振動模態

而 20 r.p.s 的轉速下，除了轉動造成的同心環狀干涉圖案外，大皂膜同時出現了振動模態，但小皂膜卻未出現。代表振動模態會與皂膜的半徑大小有關。其實只要轉動的物體，就免不了振動。當轉速較高大皂膜時便出現明顯的振動，圖 6-3 為實驗中觀察到轉動大皂膜呈現的 2 種振動模式。此時干涉圖案會受到轉動及振動 2 種效應的影響，除原有轉動的環狀干涉圖案外，又因振動模式差別而出現不同的干涉圖案。因本實驗著重在轉動對圓形皂膜的影響，且振動圖案[6]已有多人討論過，故在此略過振動的討論。

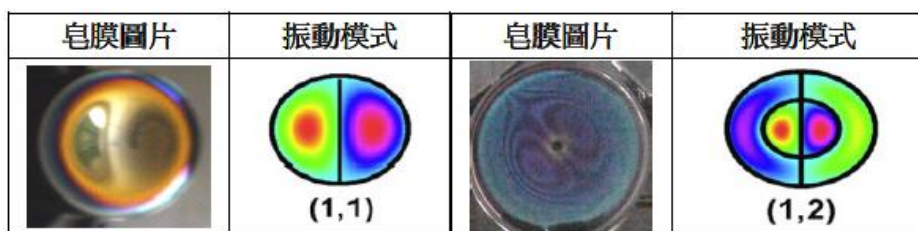
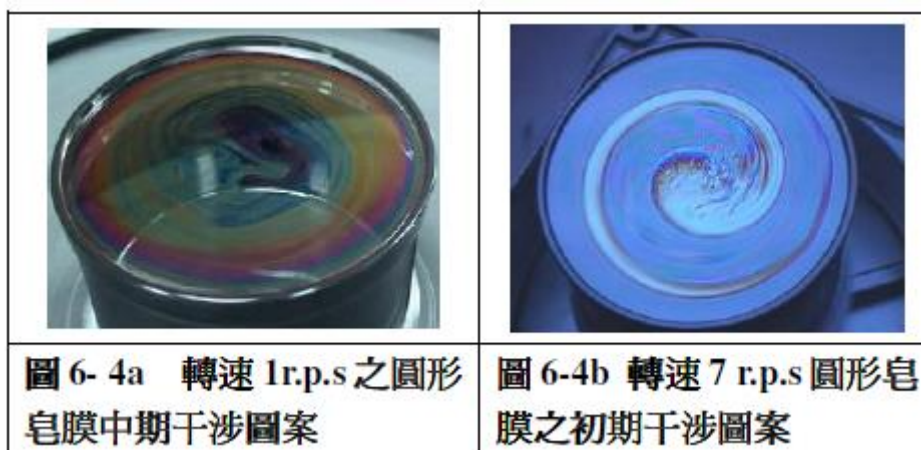


圖 6-3 實驗中圓形轉動皂膜出現的兩種振動模態對照圖[6]

四、不同轉速之圓形皂膜(直徑 7.00cm)厚度分布探討



當圓形皂膜轉速慢(<5 r.p.s)如圖 6-4a 時，不易形成同心圓環之干涉圖案。圖 6-4b 轉速稍快(7 r.p.s)時，易造成皂液的流動，轉動初期可形成像螺旋狀的干涉圖案，之後便會出現同心圓之干涉圖案(如圖 5-4 系列所示)。而轉速 20 r.p.s 時皂膜又會出現振動模式的干涉影響，所以此處只就具同心圓環轉動干涉條紋的 3 種低、中、高轉速 7r.p.s、10.7 r.p.s、16.2 r.p.s 討論其不同時刻皂膜厚度隨徑向位置的變化關係。

先前曾討論到轉動皂膜初期的密集同心環狀的干涉圖案與牛頓環相似，代表皂膜厚度應是由圓心處沿徑向往外逐漸增厚，代表轉動初期的皂膜厚度分布會與圖 6-2b 相似，故在此只做轉動皂膜中後期的厚度變化。且中後期也需找干涉條紋較少且能確定條紋干涉級數的情況去做厚度的分析。因為當條紋太密集，無法正確判讀條紋干涉級數；另外皂膜破裂前若未出現 $n=0$ 之黑膜，也不能確認條紋干涉級數，故均無法推知皂膜的厚度分布。

(一)如何由干涉照片推得皂膜厚度分布

現在以 16.2 r.p.s 轉速下拍得圖案的干涉暗紋級數變化說明如何分析對應的皂膜厚度。當攝影完成後，需擷取不同時刻的圖片，確認最後皂膜中央出現個一直擴大的圓形黑膜，直到皂膜破裂，則此黑膜對應的暗紋級數為 $n=0$ ，確定好 $n=0$ 的暗紋級數後再往前找出皂膜上 $n=1$ 或 $n>1$ 的暗紋位置，如圖 6-5 所示。

如圖 6-5 系列所示，皂膜在 45-120 秒時，中央並沒有新增暗紋，且此期間內黑膜面積不斷向外擴張，表示 120 秒時中央黑膜為 $n=0$ 之暗紋。由此往前推得皂膜在 45 秒時，由圓心向外依序生成 $n=0$ 、1、2、3 的環狀暗紋，且此時 $n=0$ 的黑膜區剛剛形成。而在 20 秒時，皂膜由內而外依序有 $n=1$ 、2、3 的暗紋生成，此時因皂膜圓心處厚度還不夠薄，

故 $n=0$ 的黑膜區尚未出現。在 10 秒時刻，皂膜只有在邊緣出現 $n=3$ 的暗紋，因此時皂膜較厚，故 $n=0$ 、 1 、 2 的暗紋均尚未生成，而皂膜中間呈現一個完整的全圓，且光強度看起來很接近，由於干涉光強度完全取決於厚度，干涉光強度接近代表厚度也接近，所以這塊全圓內的皂膜厚度似乎是一定值，不隨徑向位置改變的。

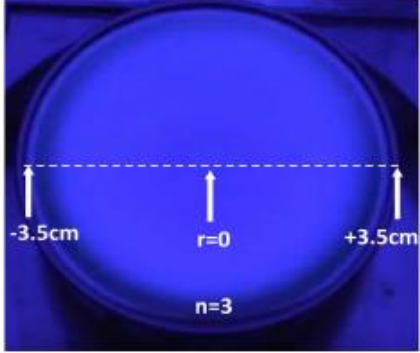
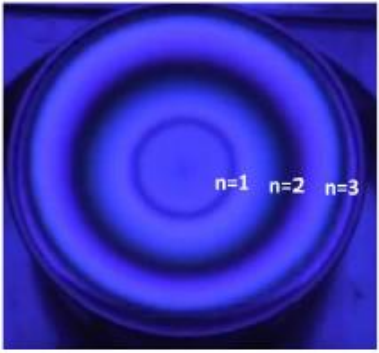
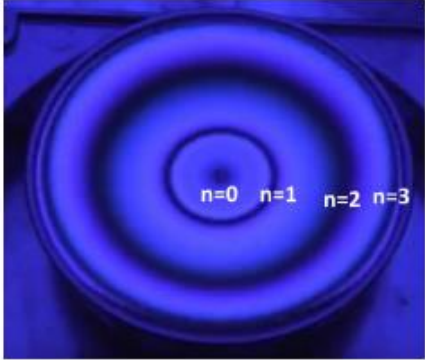
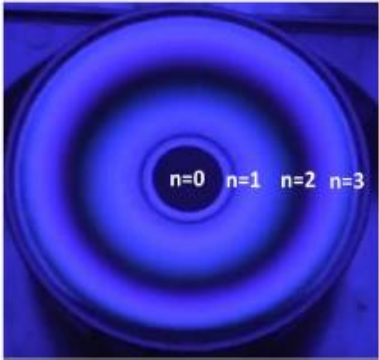
皂膜在不同時刻干涉圖案	 <p>Diagram showing the interference pattern at 10s. A central bright spot is labeled $r=0$. A dashed horizontal line across the center is labeled -3.5cm on the left and $+3.5\text{cm}$ on the right. The outermost dark ring is labeled $n=3$.</p>	 <p>Diagram showing the interference pattern at 20s. Three dark rings are visible, labeled $n=1$, $n=2$, and $n=3$ from the center outwards.</p>
時刻(s)	10	20
皂膜在不同時刻干涉圖案	 <p>Diagram showing the interference pattern at 45s. Four dark rings are visible, labeled $n=0$, $n=1$, $n=2$, and $n=3$ from the center outwards.</p>	 <p>Diagram showing the interference pattern at 120s. Four dark rings are visible, labeled $n=0$, $n=1$, $n=2$, and $n=3$ from the center outwards.</p>
時刻(s)	45	120

圖 6-5 皂膜(直徑 7.0cm)於 16.2 r.p.s 轉速下，不同時刻之干涉暗紋級數分布情形

為了分析出皂膜厚度隨徑向位置的變化關係，本實驗以 Image J 軟體分析圓形皂膜中央直徑上，不同徑向位置(r)之光強度，再利用 4-10 式以藍光 460nm 波長、因 B(藍)值光強度數據中 255 為最大值，故以此為基準計算出相對光強度，帶入皂液折射率 1.36、入射角 10° 等條件再去推得皂膜在該處之對應厚度。

現將 4 種時刻(10s、20s、45s、120s)經皂膜反射的干涉光相對強度及皂膜厚度隨徑向位置之關係做成圖 6-6，此處均定圓形皂膜中心位置為 $r=0$ ，最左側位置為 $r = -3.50\text{cm}$ ，最右側位置為 $r = +3.50\text{cm}$ 。

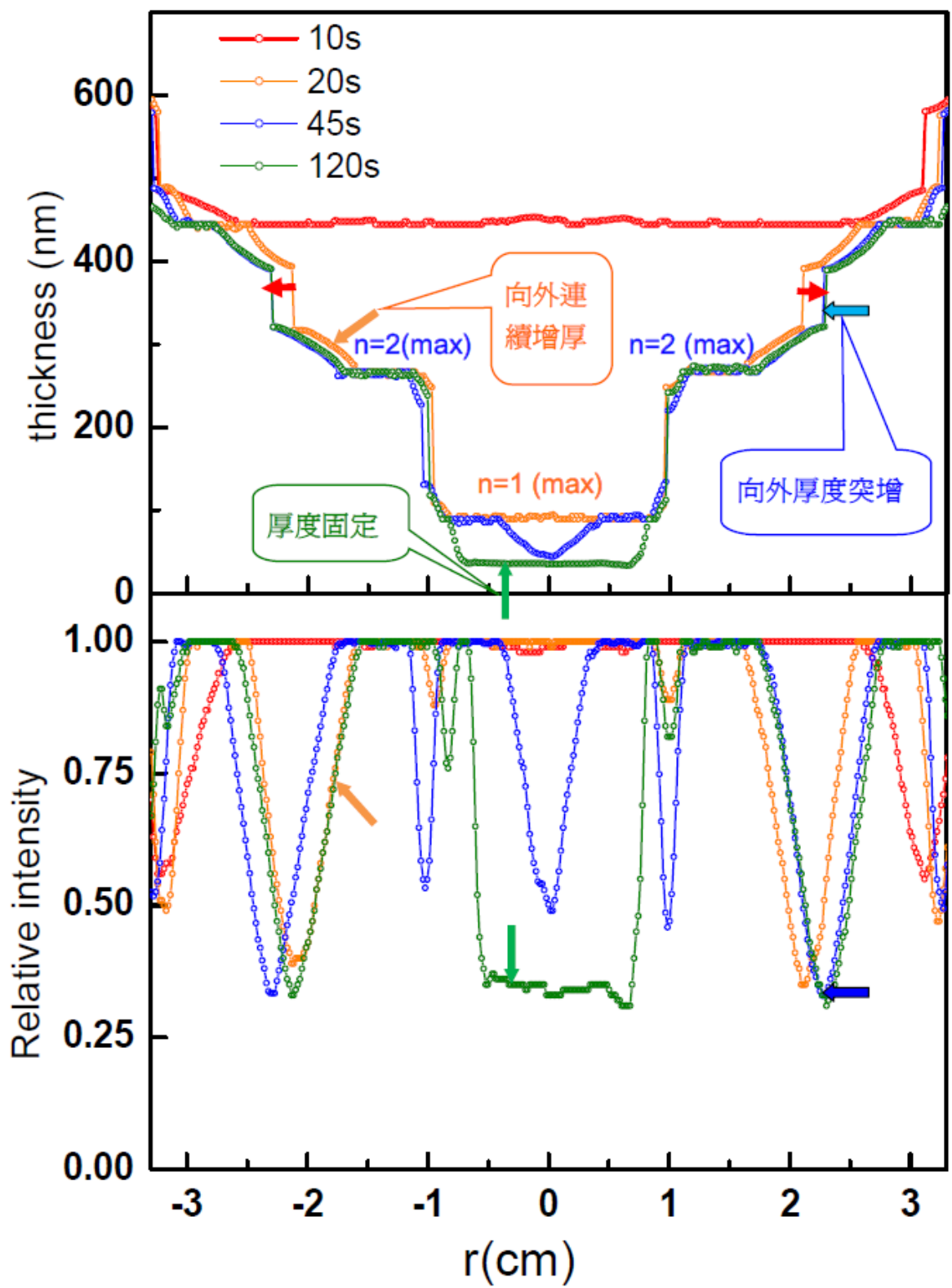


圖 6-6 皂膜(直徑 7.0cm)於 16.2 r.p.s 轉速下，不同時刻之皂膜厚度及相對光強度隨徑向位置變化的關係圖

(二)高轉速(16.2 r.p.s)時的皂膜厚度分布及變化情形

在此以圖 6-6 為例說明皂膜為中轉速的厚度變化情形。由圖 6-6 可看出無論是皂膜厚度或是相對光強度在以通過圓心($r=0$)的直徑方向上均是近似左右對稱的。10 秒時，在 $r=+2.7\text{cm} \sim -2.7\text{cm}$ 之厚度都約為 450nm。20 秒時，在 $r=+0.6\text{cm} \sim -0.6\text{cm}$ 出現 90nm 的固定厚度；45 秒時圓心處出現約 40nm 的厚度；而在 120 秒時，於 $r=+0.6\text{cm} \sim -0.6\text{cm}$ 再次出現約 35 nm 的厚度分布。整個皂膜的剖面隨時間演進逐漸變薄，且由 45-120 秒的變化可看出皂膜變薄時是由中央開始往兩側延伸，直到皂膜出現另一個更薄的固定厚度。

圖 6-6 下方可看出部分區域內反射光強度呈現近似平台的分布，此種平台區顯示在某些範圍內的皂膜厚度應保持固定，不隨徑向位置改變厚度，如圖 6-6 的綠色箭頭指示。而由圖 6-6 可看出有部分的皂膜會維持原有結構平行向外側移動，如圖 6-6 紅色箭頭所示，這表示在轉動過程中會有穩定的層狀結構集體向外移動，與液晶的的層流現象類似。在圖 6-6 中 10、20、45、120s 秒 4 種時刻的皂膜厚度-徑向位置關係圖中有部份區域呈現平行排列，這代表 4 種時刻皂膜的部分結構幾乎保持同樣的厚度，隨時間演進往外移動。在此將數據分析中 3 種時刻、干涉暗紋級數 $n=1$ 至 2 的極小值位置對應之皂膜厚度臚列於表 6-3。由表 6-3 可看出 n 值相同下，各暗紋對應之皂膜厚度幾乎不隨時變化。

時刻 干涉暗紋級數	t=20s	t=45s	t=120s
n=1	265 nm	270 nm	265 nm
n=2	448 nm	450 nm	445nm

表 6-3 3 種時刻、2 種暗紋級數位置所對應之皂膜厚度一覽表

而在 45s、位置 2.2cm 之 $n=2$ 暗紋，其對應的相對光強度出現極小值 0.3(如圖 6-6 藍色箭頭所示)，但相對強度 0-0.3 的區域並未出現，依前述理論分析所得到圖 4-2 的結果，代表 308 nm 至 370 nm 之厚度範圍是不存在於此刻的皂膜結構中(如圖 6-7 所示)，故代表在皂膜厚度隨高度變化的關係中會出現厚度向外突增的現象，如圖 6-6 淺藍色箭頭所標示。

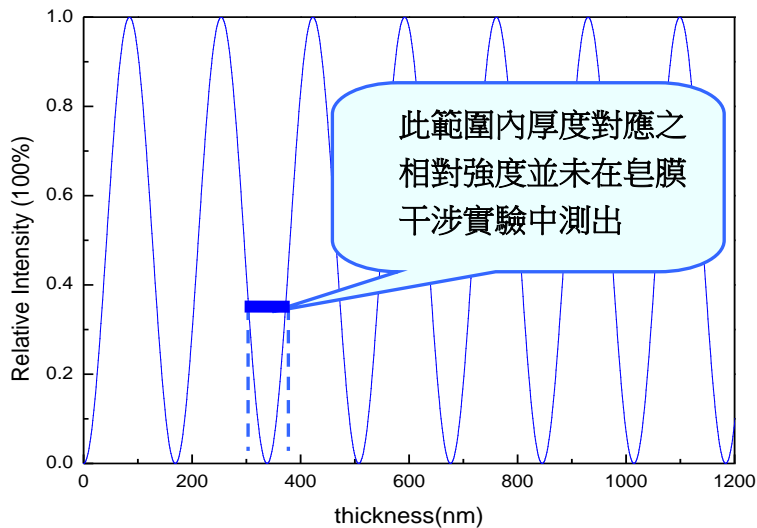


圖 6-7 當藍光經皂膜干涉後光強度=0.3 時表示 308-370 nm 間的厚度範圍不存在於皂膜之說明圖

而皂膜其餘部分的干涉光相對強度隨厚度近似正弦函數平方的變化，代表此區間之皂膜厚度為沿徑向往外連續變厚，如圖 6-6 橘色箭頭所示。下面我們就這轉動皂膜 3 種分布情形加以討論。

1、厚度相等之分布：

由圖 6-6 可看出在 10s 時，很大區塊的皂膜厚度都是 450nm 左右，這和前述的理論分析及參考資料[4]的說明(圖 6-2)似乎差異很大。因為相同的厚度代表表面張力幾乎一樣，如此局部的水平皂膜似乎沒有指向圓心的合力來形成圓周運動的向心力。實驗觀察到當皂膜旋轉時，皂膜中央會向下凹陷而靠近杯口邊緣的皂膜會呈現凸起(如圖 6-8a)，且轉速越高時中央下凹越強烈。轉動皂膜為何會凹陷呢？又凹陷成何種曲面呢？在參考資料[7]中查到的凹陷曲面是球面，但該文獻並無仔細的探討。在此做了下列 2 種推測：

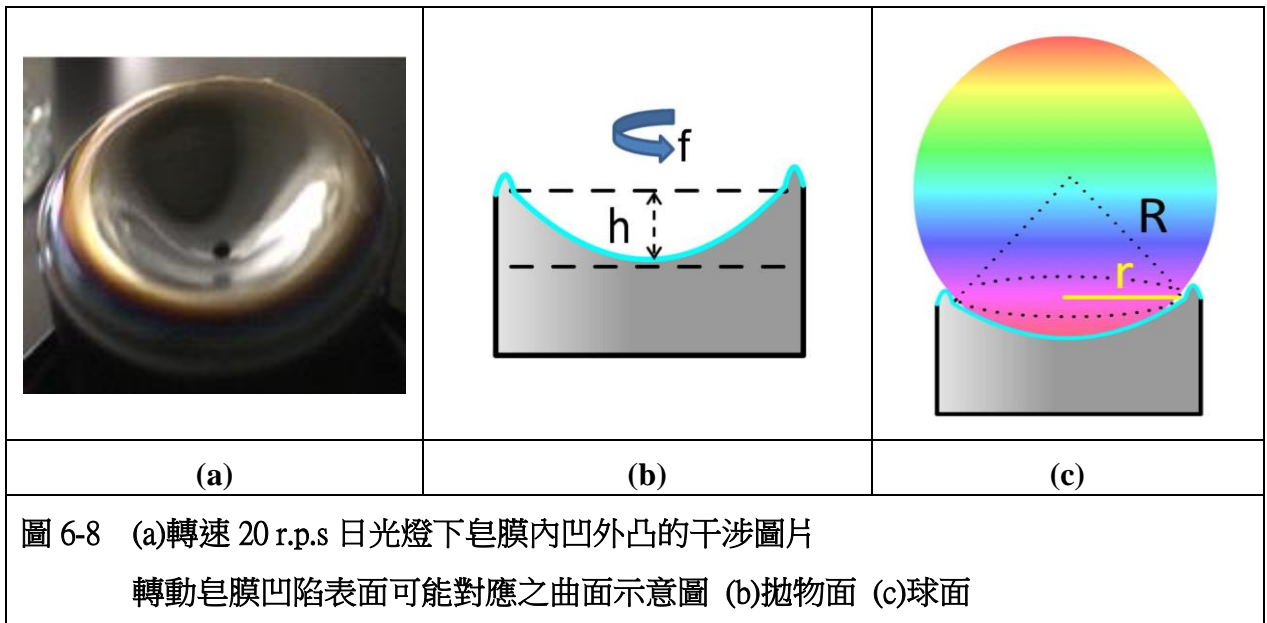
(1)、如液體轉動時形成的拋物面(如圖 6-8b)

查詢資料[8]發現當圓柱形液體轉動時，因液體藉由壓力差形成向心力來源，會造成中心處與最外側的液面形成 h 的高度差。若圓柱之半徑為 r ，轉動頻率為 f ，重力加速度

為 g ，則 h 會滿足 $h = \frac{2\pi^2 f^2 r^2}{g}$ 的關係式。將實驗條件($f=7 \text{ r.p.s}$ ， $r=0.03\text{m}$)帶入計算可得

$$h = \frac{2\pi^2 f^2 r^2}{g} = \frac{2 \times 3.14^2 \times 7^2 \times 0.03^2}{9.8} \cong 0.088(\text{m}) = 8.8(\text{cm})$$

但實驗中 $f=7 \text{ r.p.s}$ 的轉動皂膜並無觀察到明顯的凹陷，即使是 20 r.p.s 的轉速皂膜表面也沒有下凹到 8.8cm 。若用轉速 20 r.p.s 計算出的 h 會是 72cm ，完全不符合觀察到的情形，所以皂膜下凹的表面絕非液體轉動形成之拋物面。



(2)、如泡泡的球面(如圖 6-8c)

若像吹泡泡，當局部皂膜上表面張力所形成之合力，其水平分量形成指向圓心的向心力，就可以滿足轉動的受力關係，如圖 6-9 所示，圖 6-9 中黑色箭頭表示表面張力。

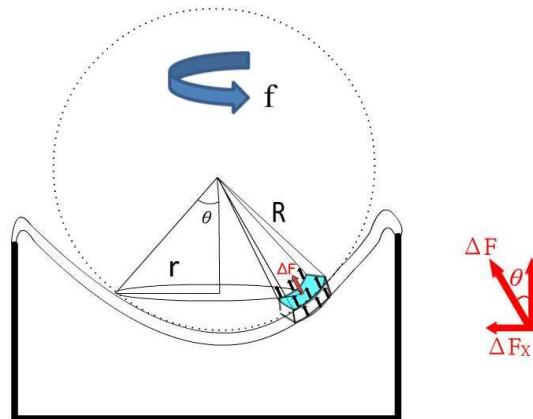


圖 6-9 局部皂膜為球面時，表面張力形成水平向心力示意圖

若圖 6-9 藍色區域的皂膜質量 Δm ，水平旋轉半徑為 r ， dm 受到表面張力的合力為 ΔF ，其水平分量為 ΔF_x ，而 ΔF_x 形成 Δm 圓周運動的向心力來源。若皂膜凹陷表面為球面，且對應的曲率半徑為 R ，則 $r = R \sin \theta$ ， ΔF 及 ΔF_x 會滿足下列關係式：

$$\Delta F_x = (\Delta m)r(2\pi f)^2 = (\Delta m)(2\pi f)^2 R \sin \theta = \Delta F \sin \theta \quad (6-1 \text{ 式})$$

$$\Delta F = (\Delta m)(2\pi f)^2 R \quad (6-2 \text{ 式})$$

由 6-2 式可看出當轉速 f 固定下， $\Delta F \propto R$ ，若曲率半徑 R 相等，則曲面上各點 ΔF 大小均相等，亦即是各點表面張力均相同且厚度相等，故此時皂膜的凹陷面是呈現類似泡泡的球面。而像圖 6-6 中 20 秒時有 2 段不同的固定厚度分布(90nm, 230nm)表示此時凹陷表面中間是由 2 種不同曲率的球面構成。

實驗中也觀察到皂膜的表面在轉速越快時凹陷會越劇烈，為什麼呢？在曲率半徑 R 固定下，可由 6-2 式得到 $\Delta F \propto f^2$ ，代表 f 越快， ΔF 要越大，也就是表面張力要越大。但皂膜的表面張力是有極限的，當 ΔF 為固定極限下，由 6-2 式可得 $R \propto f^{-2}$ ，表示轉速越快，曲率半徑越小，凹陷越劇烈，與本實驗定性觀察一致。而參考文獻[7]中有測量皂膜因轉動形成凹陷表面的曲率半徑 R 與轉速 f ，得到 $R \propto f^{-2}$ 的關係，如表 6-4，只是文獻[7]並無說明 $R \propto f^{-2}$ 的理由，所以上述推論應屬合理。

TABLE I. The rainbow cup. Speeds of rotation and radii of curvature of the film.

π (sec ⁻¹)	R (cm)	$\pi^2 R$
100/25.6 = 3.91	95	145
100/51.2 = 1.95	38	145
100/60 = 1.67	51	142

表 6-4 參考文獻之轉速-曲率半徑關係表[7]

而器壁附近皂膜出現凸起現象可能是由於鄰近器壁的皂膜邊界突然改變所造成。

實驗中發現初期的轉動皂膜，皂膜表面有密集的干涉條紋，此時皂膜的厚度由內向外增加，此時是利用表面張力梯度提供皂膜水平圓周運動的向心力來源，初期皂膜的表面近似水平。而中後期的轉動皂膜干涉條紋稀少，會出現大區塊之皂膜均對應同一厚度，此時皂膜表面需凹陷才能產生向心力來源，且轉速越快凹陷越劇烈。

等厚皂膜的微觀機制是因為皂膜中的介面活性劑分子會聚集成微胞，例如圖 6-10 的球狀微胞。皂膜中的微胞，都有固定的大小(約數個奈米)。圖 6-10(a)中內含有固定層數的微胞排列，形成厚度相等的皂膜，如圖 6-6 上方綠色箭頭標示處。

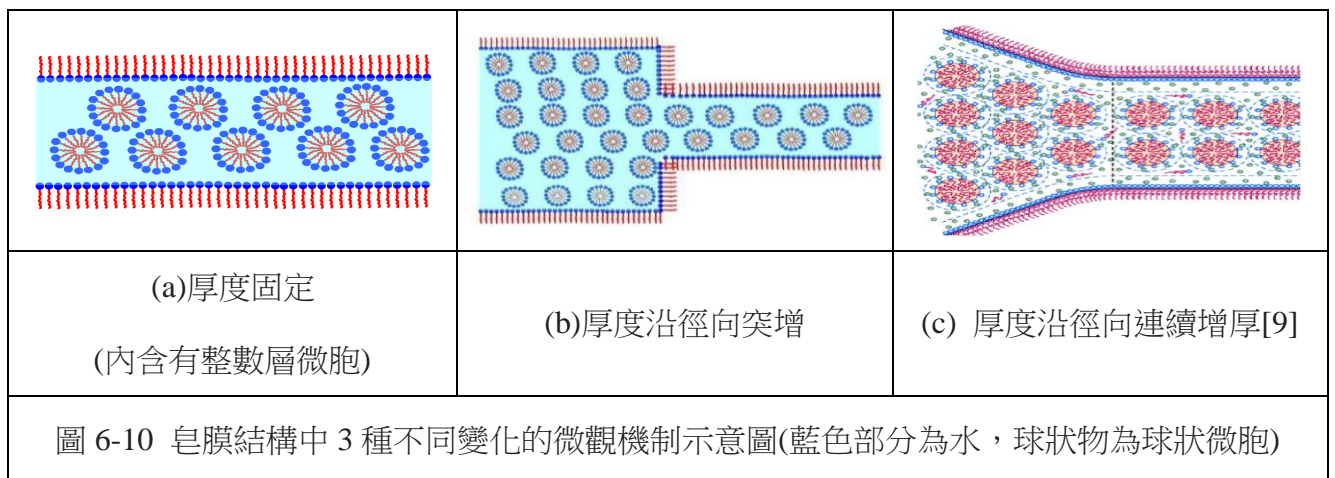
2、厚度沿徑向突增：

有一些研究對此種不連續厚度分布提出說明，我們搜尋到資料[9]發現奈米皂膜會出現某些特定厚度的階梯狀結構。這是因為微胞都有固定的大小，當皂膜的厚度變化時應當以微胞尺寸的整數倍作變化。圖 6-10(b)便顯示當整數層微胞一起向外流動後，皂膜就出現厚度向外突增的現象，如圖 6-6 淺藍色箭頭所指示。此時代表皂膜中整數層的微胞累積一段時間後，瞬間一起向外流動堆積於外側造成厚度沿徑向突增，這種現象是類似液晶的層流現象[10]。所以皂膜厚度會產生沿徑向突增的不連續分布，是因為皂膜的厚度變化是整數層微胞集體流動形成，此種厚度之不連續變化在皂膜薄時會較明顯。

3、厚度沿徑向逐漸增加

皂膜厚度隨由內而外連續漸增如圖 6-10(c)所示，在皂膜內形成內窄外寬的流動通道，微胞於通道由內向外流動，造成厚度向外逐漸增厚，如圖 6-6 上方橘色箭頭標示處。

實驗中觀察到的 3 種皂膜厚度的變化情形：當位置由內而外時呈現連續漸增、厚度突增、厚度固定的微觀機制及說明列於圖 6-10 系列。



(三)、中、低轉速(10.7 r.p.s 及 7 r.p.s)時的皂膜厚度分布及變化情形

我們將轉速 10.7 r.p.s 及 7 r.p.s 在不同時刻的皂膜厚度分布圖做成圖 6-11 及 6-12，發現皂膜厚度分布也有類似的情形：厚度相等、沿徑向往外突增、往外漸增；隨時間演進同一位置的厚度也是逐漸變薄。由圖 6-11 中 70-184 秒的變化可看出變薄過程也是由中央開始往兩側延伸，直到皂膜出現另一個更薄的厚度。只是圖 6-11 為轉速 10.7r.p.s 較後期的皂膜厚度分布情形，故 70s-240s 的 4 種時刻，皂膜剖面的變化相當平緩，徑向上只有些

許的變化，不像圖 6-6 的皂膜剖面變化那麼多段。

而圖 6-12 為 7 r.p.s 不同時刻的皂膜厚度分布圖，在此種慢速轉動下皂液的流動受到黏滯影響較大，皂膜上的干涉圖案不易呈現快轉下環狀對稱的分布。因需取得較清晰對稱的干涉圖案才能分析其厚度分布，此處只取 3 個時刻做分析。轉速慢的皂膜剖面(圖 6-12)不像圖 6-10 及 6-11 那麼規律對稱，但其皂膜厚度的分布狀況仍與中、高轉速相近。

3 種不同轉速之皂膜厚度分布及變化情形均相當接近，厚度分布均是呈現由內而外連續漸增、厚度突增、厚度固定的 3 種分布；而隨時變化都是由中央開始往兩側逐漸變薄。最後 3 種轉速都產生 $n=0$ 的黑膜區，測得最薄的黑膜厚度約為 35nm，此種黑膜厚度為一般黑膜厚度，尚未薄到 10nm 以下的牛頓黑膜。

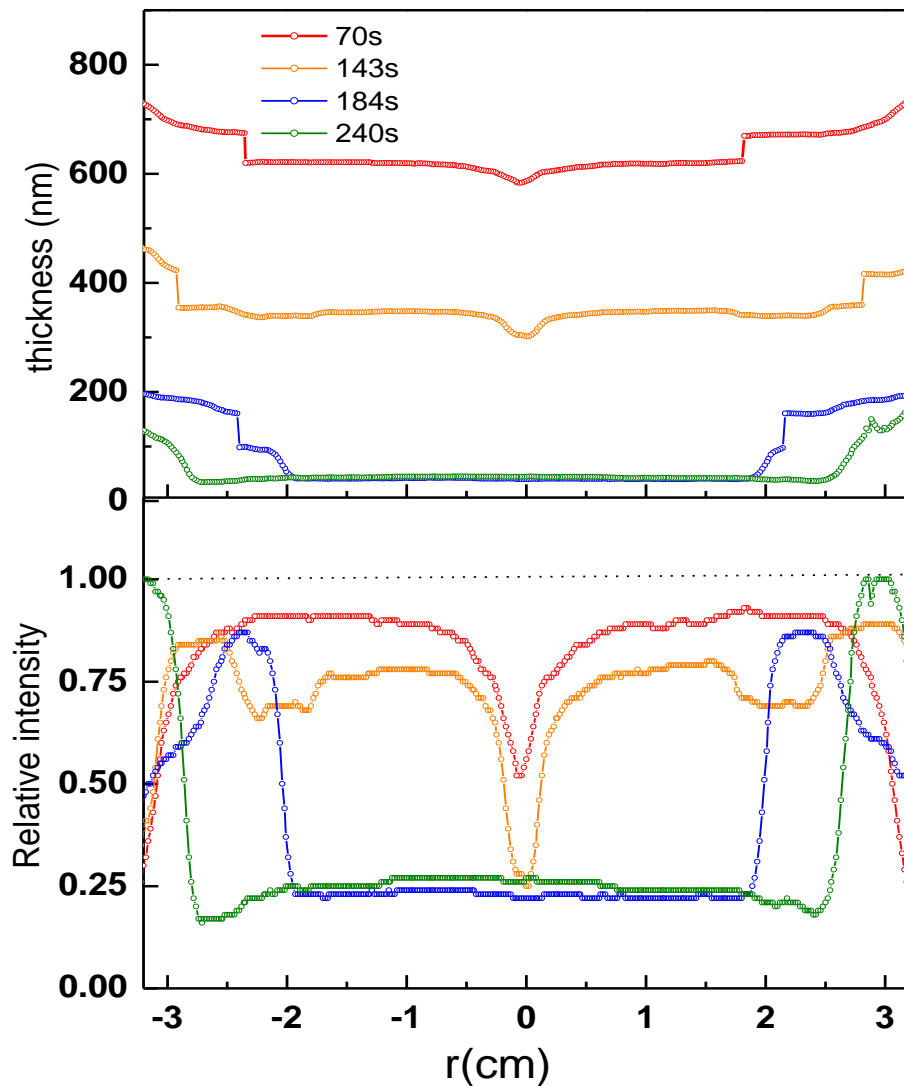


圖 6-11 皂膜(直徑 7.0cm)於 10.7 r.p.s 轉速下，不同時刻之皂膜厚度及相對光強度隨徑向位置變化的關係圖

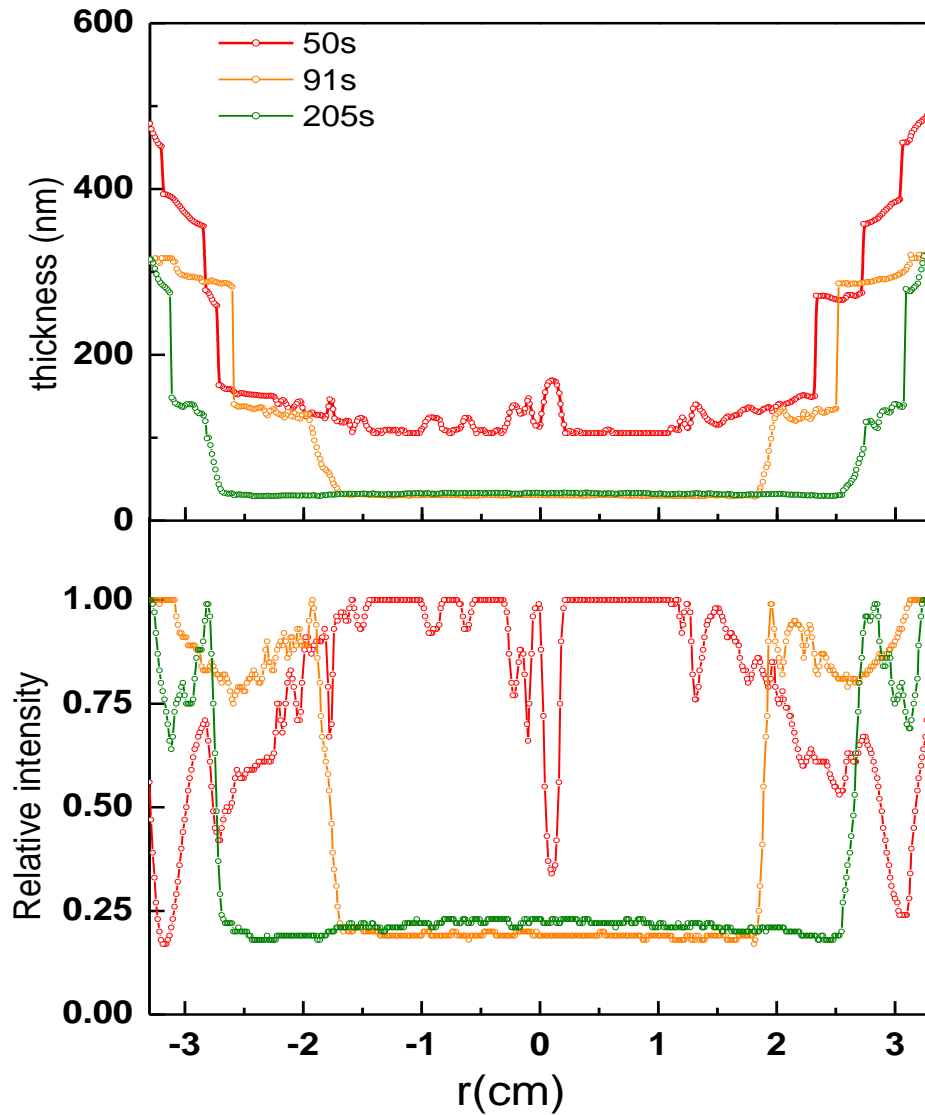


圖 6-12 皂膜(直徑 7.0cm)於 7.0r.p.s 轉速下，不同時刻之皂膜厚度及相對光強度隨徑向位置變化的關係圖

最後將 3 種轉速(16.2 r.p.s、10.7 r.p.s 及 7 r.p.s)下、不同時刻、不同徑向位置之皂膜突增厚度量羅列於表 6-5，可發現厚度突增量似乎都是 10nm 的整數倍。在參考文獻[10]中皂膜厚度之階梯狀變化量也均為 10nm 左右(如圖 6-13)，代表轉動皂膜中的微胞結構產生層流時應是以以微胞尺寸(約 10nm) 作整數倍的流動，使得轉動皂膜會出現此種不連續的厚度變化。

轉速 (r.p.s)	時刻(s)	徑向位置(cm) ($r < 0$)	厚度突增量 (nm)	徑向位置(cm) ($r > 0$)	厚度突增量 (nm)
7	50	-2.35	72	2.29	67
		-2.85	83	3.03	78
	91	153	2.49	146	
	205	132	3.03	140	
10.7	70	-2.10	53	1.92	48
	143	-2.90	70	2.82	58
	184	-2.40	62	2.26	64
		-3.24	128	3.22	132
16.2	10	-3.24	97	3.16	104
		-3.32	57	3.26	60
	20	-0.99	151	0.96	149
	45	-1.02	90	0.97	96
		-2.26	70	2.24	72
		-3.24	91	3.26	90
	120	-0.96	130	0.92	127
		-2.30	69	2.23	72

表 6-5 3 種轉速(16.2 r.p.s 、10.7 r.p.s 及 7 r.p.s)下、不同時刻、不同徑向位置之皂膜厚度突增量之一覽表

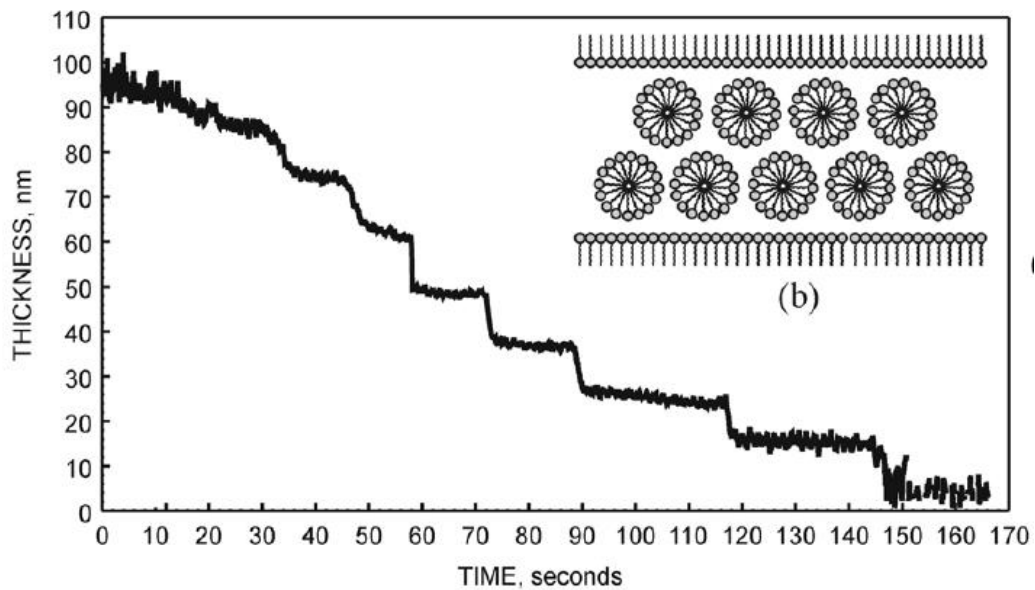


圖 6-13 參考文獻[10]中皂膜厚度隨時間呈現階梯狀變化之關係圖

柒、結論

一、靜止圓形水平皂膜類似徑向拉扯的皮膜，故塑膠、鋼杯皂膜厚度為中間薄、周圍厚的分布；但器壁為玻璃時，因玻璃對水的吸力強，易呈現中間厚、周圍薄的現象。

二、相同轉速(16.2rps)下，圓形、方形皂膜的干涉圖案都是同心圓環狀分布；但橢圓形、長方形皂膜因皂膜的轉動不是均勻的沿徑向拉扯，造成其干涉圖案會形成近似橢圓形或是扭曲的圖案。

三、轉動皂膜可分為三個時期

初期：密集之同心圓環狀條紋(與牛頓環類似)，此環狀條紋逐漸向外移動堆積，並在中心持續產生較低級數的干涉條紋。

中期：同心圓環狀條紋因皂膜變薄導致數量減少，環狀條紋有時會先停留一段時間後，再產生外移現象。

末期：中心部份出現黑色全圓區域，此黑膜面積會逐漸擴大直至皂膜破裂。

四、相同轉速(10.7 r.p.s)、大小圓形皂膜都出現同心圓環的干涉條紋。只是初、中期，大皂膜的干涉條紋數量較小皂膜多且更密集，末期時兩者中間均出現黑膜，但小皂膜出現黑膜較晚。轉速 20.0 r.p.s 下，大皂膜出現振動模態，小皂膜則否。

五、當圓形皂膜轉速過慢時，不易形成同心圓環之干涉圖案。當轉速為 7r.p.s、10.7r.p.s、16.2r.p.s 三種轉速，直徑 7.0cm 之皂膜厚度會逐漸變薄，且是由內向外變薄。皂膜厚度分布出現厚度固定、沿徑向往外連續增厚及沿徑向往外突增三種情形。這是由於微觀尺度下皂膜內微胞流動堆積所形成的。

六、初期的轉動皂膜，皂膜的表面近似水平，此時皂膜的厚度由內向外逐漸增厚，可由表面張力梯度提供向心力來源。而中後期出現皂膜厚度相等的分布，此時皂膜表面需凹陷才能提供向心力來源，且轉速越快凹陷越劇烈。

現今各式薄膜在生物、物理、電機等各大領域都有非常重要且廣泛的用途，所以如何測量及控制薄膜厚度是非常重要的技術。本實驗分析出轉動皂膜厚度隨徑向變化的分布情形，未來在應用方面有其實用價值。

捌、參考資料

- 1、蕭睿為、孫于婷 (2015)。鉛直奈米皂膜之厚度變化。2015 年臺灣國際科學展覽會科展作品。取自：<http://activity.ntsec.gov.tw/activity/race-2/2015/pdf/160013.pdf>
- 2、Cyril Isenberg (1992). *The Science of Soap Films and Soap Bubbles* (pp. 31-37). New York: Dover Publications.
- 3、Color and Film Thickness. Retrived November 10, 2015, from http://soapbubble.wikia.com/wiki/Color_and_Film_Thickness
- 4、C. Isenberg (1981). Soap Films and Soap Bubbles. *Phys. Educ.* **16**, 218-222
- 5、Newton rings. Retrived November 25, 2015, from <http://sites.harvard.edu/fs/docs/icb.topic186204.files/images/NewtonsRings26-crop-700x467.jpg>
- 6、Virbration modes. Retrived December 11, 2015, from http://cdn.iopscience.com/images/0957-4484/24/5/055501/Full/nano447184f3_online.jpg
- 7、J. Satterly (1951). C. V. Boys' Rainbow Cup and Experiments with Thin Films. *Am. J. Phys.* **19**, 448-451.
- 8、歐思辰、李依靜、黃蕙蓉、唐瑞瑤(民 93)。水作成的旋轉反射鏡。中華民國第四十四屆中小學科學展覽會科展作品。取自：
<http://activity.ntsec.gov.tw/activity/race-1/44/D/030114.pdf>
- 9、S. E. Anachkov, K. D. Danov, E. S. Basheva, P. A. Kralchevsky, K. P. Ananthapadmanabhan (2012). Determination of the aggregation number and charge of ionic surfactant micelles from the stepwise thinning of foam films. *Advances in Colloid and Interface Science*, **183-184**, 55-67.
- 10、K. D. Danov, P. A. Kralchevsky and I. B. Ivanov (1999). Equilibrium and dynamics of surfactant adsorption monolayers and thin liquid films. Retrived January 17, 2016, from <http://www.lcpe.uni-sofia.bg/publications/1999/pdf/1999-10-1-KD-PK-II.pdf>, p.83-84

【評語】 051807

本實驗藉由改變容器材質、形狀、大小及轉速等變因，觀察其對皂膜之干涉圖形，推測皂膜厚度。實驗設計完備，並且對實驗原理有相當程度了解，可將實驗結果和理論部分結合。建議思考研究結果的應用性。