

中華民國第 56 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國中組 物理科

最佳創意獎

030117

探討消失幻覺秀、動手列印隱形衣

學校名稱：臺中市立西苑高級中學(附設國中)

作者： 國三 林峻淳	指導老師： 蕭博仁
-------------------	------------------

關鍵詞：隱形、透鏡、3D 列印

摘要

本實驗主要闡明了三件事，1.如何去尋找在光學戲法上，其隱形區位置所在，並擺脫公式，從國中生就能懂得光學知識，來進行推論。2.解決仿照 The Rochester Cloak 不如預期的問題。3.捨棄 The Rochester Cloak 的作法，用我們自己的方法，打造一座隱形魚缸。

在 1.這點上，當我們用平行於主軸的視線，平視透鏡時，物體若在接近焦點旁，其所成的像，會有部分落於，視野上的視覺不可見區域，以此為隱形理論基礎，透過不同透鏡組合及從視角、焦距、透視比例等方法，來達到使參考目標物所呈現的像，與原物為 1:1 比例且為正立，進而出現真正隱形效果。

最後，利用所有的推論和數據，我們使用自己的推算方式，來利用 3D 印表機，打造一台讓魚消失的隱形魚缸裝置。

壹、研究動機

在哈利波特的隱形衣火紅時，美國羅徹斯特大學 University of Rochester 發表了一個類似的研究，即他們表示，只要按照他們的裝置和步驟，就可輕鬆打造一個具有隱形效果、名叫 The Rochester Cloak 的裝置。這樣的新聞，很快就被哈利波特迷的我所注意到。

一看到這新聞，我立刻被那神奇的隱形照片所吸引，它也就引領著我的好奇心，去查怎製作。初步讀完一些相關的期刊和文章，其所介紹的原理和操作步驟後，發現雖然背後的複雜公式推導，我有點似懂非懂，但，由於操作步驟和裝置，看起來不是很難，於是就決定動手去試試看。

結果，動手後發現，照著做真的不難。但，要呈現像羅徹斯特大學那般酷炫的隱形照片，真的很難。幸好，在初期遇到一堆問題時，背後有對哈利波特的熱忱做支持，才讓我能一步一步去研究了解，為何在照著羅徹斯特大學實驗室的做法，卻做不出其效果的原因。以及讓我能改用其他方式，達到類似效果。

最後，在通過多種的不同試驗，才對此隱形原理有了概念與了解。在了解後，我也試圖用，國中生就能懂得光學概念，去對它做一個理論上的建構。並以此原理，我們再利用 3D 印表機，希望能做出一台隱形魚缸。

貳、研究目的

- 一、探討為何仿照 The Rochester Cloak，卻會失敗原因。
- 二、從鏡頭視角、長短焦問題探討此光學戲法。
- 三、捨棄 The Rochester Cloak 做法，以三片凸透鏡組合，進行隱形區的探討。
- 四、捨棄 The Rochester Cloak 做法，以四片凸透鏡組合，進行隱形區的探討。
- 五、改用菲聶爾透鏡組合，使隱形區增大之測試與探討。
- 六、利用 3D 列印，列印消失幻覺裝置。

叁、研究設備與器材

兩隻焦距為21 cm的凸透鏡、兩隻焦距為13 cm的凸透鏡、四片焦距為39 cm的菲尼爾透鏡、pet寶特瓶、一支尺、三D印表機。

肆、研究過程

一、探討為何仿照 The Rochester Cloak，卻會失敗原因。

(一)先仿照 **University of Rochester** 的作法，小透鏡一組在中間、大透鏡一組在兩側

1. 先仿照 **University of Rochester** 的 The Rochester Cloak 作法。
2. 找到兩種不同焦距（21 cm、13 cm）的鏡片各兩片、一座固定鏡片並可調整間距的光學台。
3. 兩個不同焦距的鏡片為一組，組內兩鏡片的間距（ t_1 ）為焦距總和（ $t_1 = 21 + 13$ ）。
4. 兩組鏡片組按照另一公式所算出的間距 $[t_2 = 2 \times 13 \times (21 + 13) \div (21 - 13)]$ 排成一直線，並讓兩片焦距相同的鏡片相鄰。
5. 排列順序，為 21cm - t_1 - 13cm - t_2 - 13cm - t_1 - 21cm
6. 仿照 The Rochester Cloak 的隱形區域，進行隱形測試。
7. 觀察，並以焦距 22mm 鏡頭，在離第一片透鏡 50cm 處，進行攝影，並記錄討論其結果。

(二)再顛倒 **University of Rochester** 的作法，大透鏡一組在中間、小透鏡一組在兩側

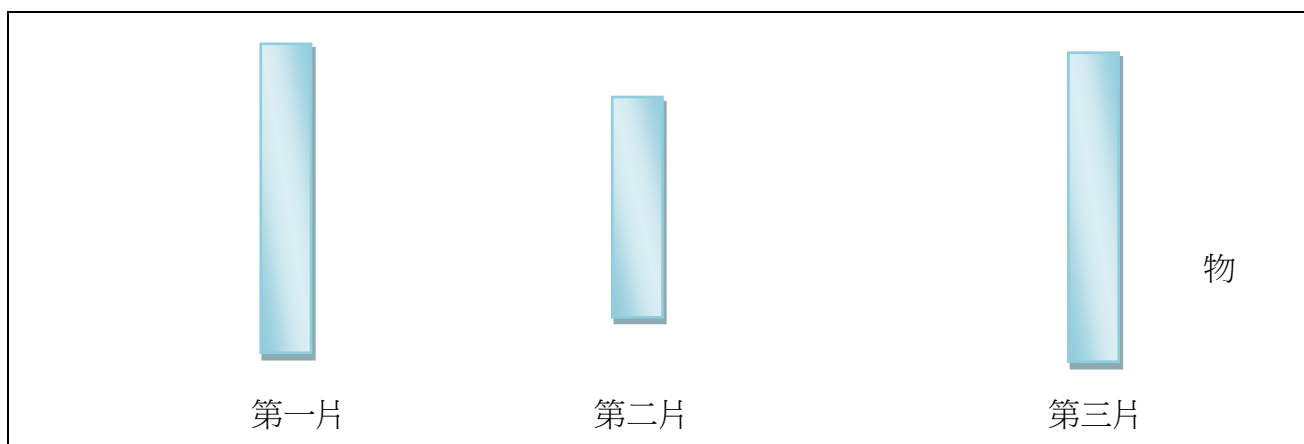
1. 將 **University of Rochester** 的 The Rochester Cloak 作法，顛倒過來。
2. 和上述排列順序做相反，變成 13cm- t_1 -21cm- t_2 -21cm- t_1 -13cm
3. 進行隱形區的測試。
3. 觀察，並以焦距 22mm 鏡頭，在離第一片透鏡 50cm 處，進行攝影，並記錄討論其結果。

二、從鏡頭視角、長短焦問題探討此光學戲法。

1. 延續上述實驗(一)作法上，在 21cm - t_1 - 13cm - t_2 - 13cm - t_1 - 21cm 這組透鏡組合中，從離眼睛較近這側的 21cm 透鏡旁，進行底下各種不同處理
 - (1) 相機在離 21cm 透鏡較近位置(50 cm)處，使用 22 mm 鏡頭進行攝影。
 - (2) 相機在離 21cm 透鏡較近位置(50 cm)處，使用 45 mm 鏡頭進行攝影。
 - (3) 相機在離 21cm 透鏡較遠位置(200 cm)處，使用 22 mm 鏡頭進行攝影。
 - (4) 相機在離 21cm 透鏡較遠位置(200 cm)處，使用 45 mm 鏡頭進行攝影。
 - (5) 相機在離 21cm 透鏡更遠位置(250 cm)處，使用 45 mm 鏡頭進行攝影。
 - (6) 相機在離 21cm 透鏡更遠位置(250 cm)處，使用 55 mm 鏡頭進行攝影。
2. 觀察並紀錄討論其結果。

三、捨棄 The Rochester Cloak 做法，以三片凸透鏡組合，進行隱形區的探討。

焦距大的兩片透鏡分別為第一、三片，焦距小的一片透鏡置於中間。如下(圖一)。

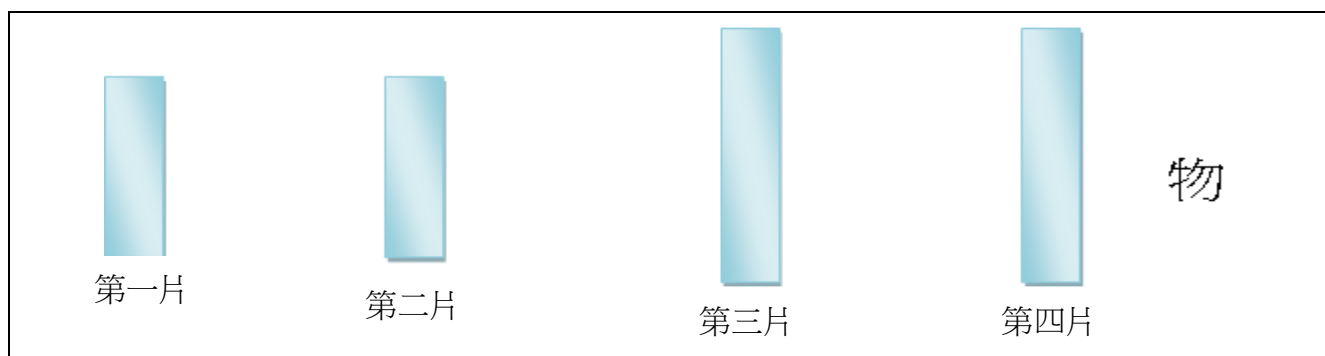


圖一：分別以 35cm、35cm 為間距擺放透鏡，進行隱形區的探討。

1. 分別以 35cm、35cm 為間距擺放第一、第二、第三片透鏡。
2. 先擺放一物體在第三片後，觀察其清晰度。
3. 再用吸管張開 20 度角，從第一片後面，開始移動吸管，去測試其隱形區。
4. 在隱形區內，再以不同的角度作測試。

四、捨棄 The Rochester Cloak 做法，以四片凸透鏡組合，進行隱形區的探討。

(一) 焦距小的兩片透鏡為一組，焦距大的兩片透鏡為一組，分別置於前後。如下(圖二)。



圖二:此為第一組四片透鏡擺放之組合示意圖。

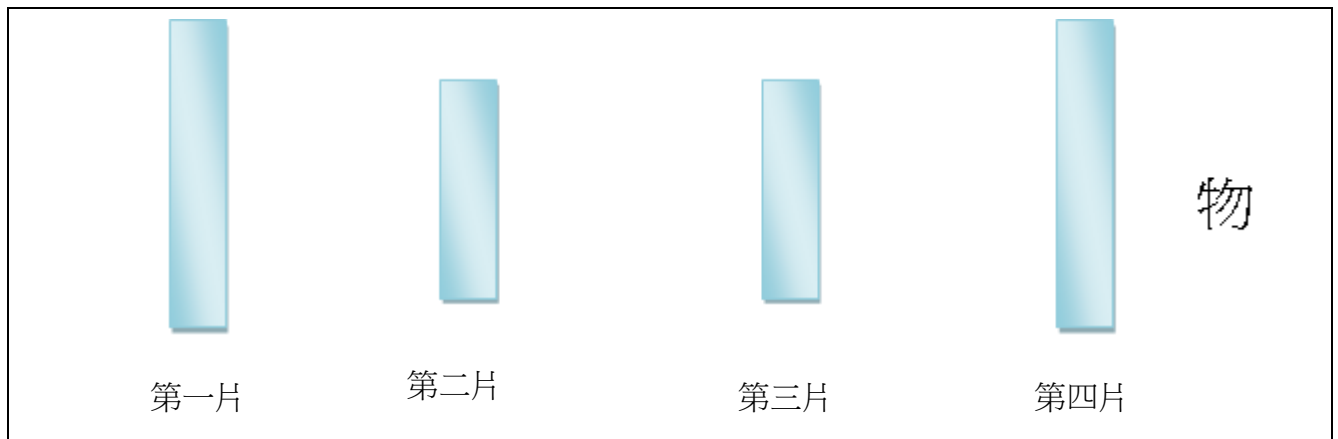
1. 進行實驗組處理，如下(表一)裡的距離為間距，擺放第一、第二、第三、第四片透鏡。

表一：各種實驗組透鏡和透鏡之間所排放的間距。

	第一片至第二片	第二片至第三片	第三片至第四片
實驗組 1	30cm	50cm	30cm
實驗組 2	8.5cm	18cm	8.5cm
實驗組 3	26cm	45cm	42cm

2. 先擺放一物體在第四片後，觀察其清晰度。
3. 再用手指張開 20 度的角度來測試其隱形區。

(二) 以兩片焦距小的透鏡放中間，前後分別各放置一片焦距大的透鏡。如下(圖三)。



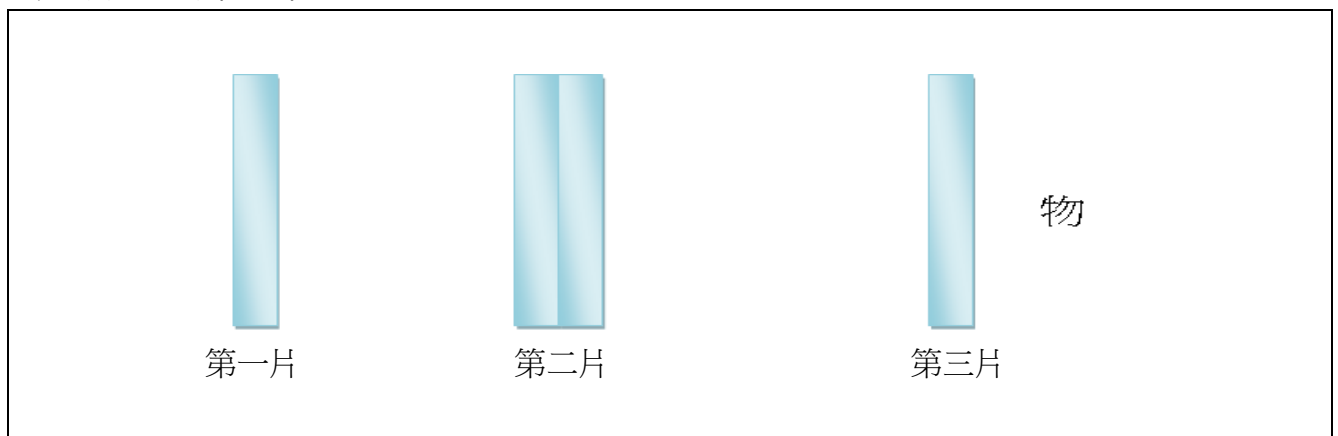
圖三: 此為第二組四片透鏡擺放之組合示意圖。

- 1.分別以 8.5cm、18cm、8.5cm 為間距擺放第一、第二、第三片透鏡。
- 2.先擺放一物體在第四片後，觀察其清晰度。
- 3.再用手指張開 20 度角度來測試其隱形區。

五、改用菲聶爾透鏡組合，使隱形區增大之測試與探討。

(一) 使用三片菲聶爾透鏡組合，進行測試討論

以一片菲尼爾透鏡當做第一片，用兩片菲聶爾透鏡合成第二片，再使用一片菲聶爾透鏡為第三片。如下(圖四)。

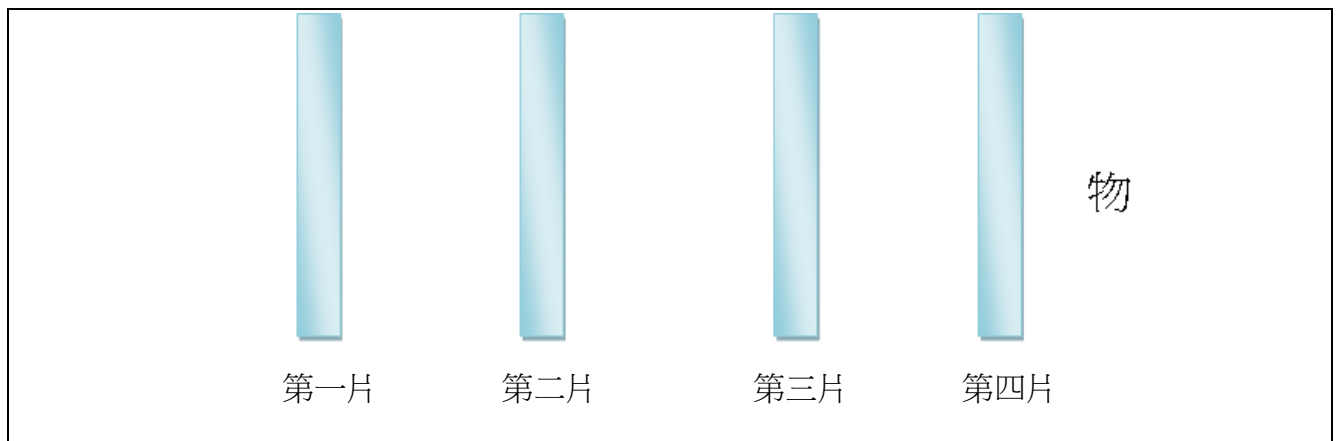


圖四: 此為三片菲聶爾透鏡擺放之組合示意圖。

- 1.分別以 55cm、52cm 為間距擺放第一、第二、第三片透鏡。
- 2.先擺放一物體在第四片後，觀察其清晰度。
- 3.再用手指以 20 度的角度測試其隱形區。

(二) 利用四片菲聶爾透鏡組合，測試隱形區。

將四片菲聶爾透鏡，依照等距排列。如下(圖五)。



圖五：此為四片菲尼爾透鏡擺放之組合示意圖。

- 1.分別以 30cm、30cm、30cm 為間距擺放第一、第二、第三、第四片透鏡。
- 2.先擺放一物體在第四片後，觀察其清晰度。
- 3.再用手指以 20 度的夾角張開去測試其隱形區。

六、利用 3D 列印，列印消失幻覺裝置。

(一)3D 列印隱形魚缸第一代成品。

- 1.利用前述所做結論、原理，再兩支焦距 13 公分的透鏡當設計藍本，進行 3D 列印設計。
- 2.利用 3D 線上繪圖軟體 tinkercad，設計一個適合飼養小魚的隱形魚缸 3D 圖檔。
- 3.魚缸空間最大處，為此兩隻透鏡的焦點交會處。
- 4.繪製設計好的圖檔，並在線上轉成 stl 檔，接著放入 kingsssl 3D 印表機，以透明材質的玉米樹脂印製成品。
- 5.印製好的成品，為增加透明度，利用 AB 膠塗抹表面，待膠水乾了之後表面即變透明。
- 6.經過實際測試。

(二)3D 列印隱形魚缸第二代成品。

改善第一代成品，根據第一代產品，會有隱形區不完全的問題，進行再設計與改善。

(三)3D 列印隱形魚缸第三代成品。

幫第二代產品，裝上魚缸外殼，並注入水以及模擬的魚來做測試。

伍、研究結果

一、探討為何仿照 The Rochester Cloak，卻會失敗原因。

(一)先仿照 University of Rochester 的作法，小透鏡一組在中間、大透鏡一組在兩側

其結果如下(圖六)，其目標物像最後為正立。在 The Rochester Cloak 的隱形區測試，也如同 University of Rochester 所述的，在兩段 t_1 間距中的中段，具有最佳隱形區範圍，物體可擺脫視野，不被看見。

但，另外有兩點問題出現。1.我們鎖定的參考目標，其所呈現的像，沒有出現應有的大小。且在第一片透鏡，其比例顯得又小 2.會看到一些從第一片透鏡中，看到除了參考目標物外，太多不要的雜物出現，如在這個圖中，會看到第二支和第三支，兩支倍率較小的透鏡出現。這兩點情況出現，即使出現所謂隱形，但也難以讓人有物體是消失不見的感覺。



圖六：仿照 The Rochester Cloak 作法，所得結果，目標物在第一片透鏡中，其比例過小。且在讓第一片為大透鏡，使得有太多不必要的雜物入鏡。

(二)再顛倒 University of Rochester 的作法，大透鏡一組在中間、小透鏡一組在兩側

其結果如下(圖七)。顛倒 University of Rochester 的作法，讓小透鏡當第一片透鏡，反而效果比起(圖六)的正規作法，其效果要好一點。在(圖七)中，目標物與第一片透鏡，其相對比例有提高、互相接近。且讓小透鏡當第一片透鏡，大透鏡當第二片透鏡，反而不易看到第二片透鏡，使得整個畫面較為單純，沒有太多干擾物。



圖七：將 The Rochester Cloak 其大、小透鏡的排列順序，做一個顛倒，所得結果。及讓小透鏡當第一片透鏡，大透鏡當第二片透鏡，反而不易看到第二片透鏡。

二、從鏡頭視角、長短焦探討此光學戲法。

(1) 相機在離 21cm 透鏡較近位置(50 cm)處，使用 22 mm 鏡頭進行攝影。

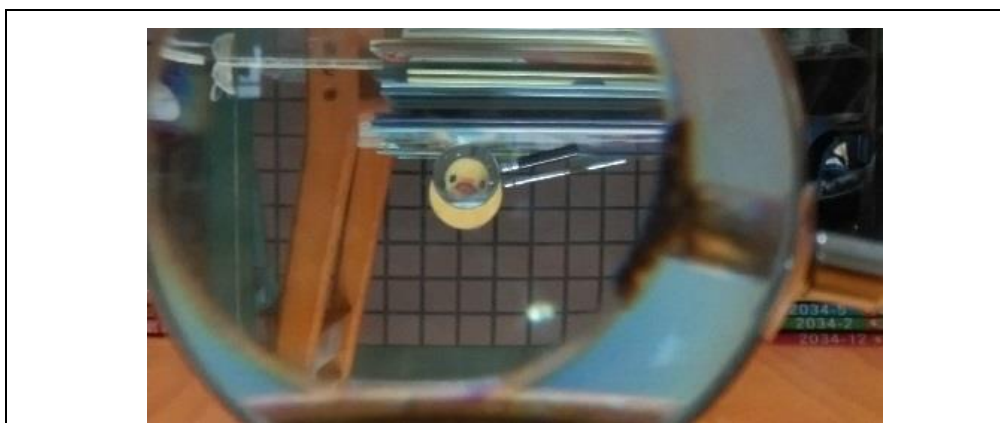
結果如之前所分析，目標物在第一片透鏡中，所呈現的相對比例太小。如(圖八)。



圖八：離 21cm 透鏡較近位置(50 cm)處，使用 22 mm 鏡頭進行攝影。

(2) 相機在離 21cm 透鏡較近位置(50 cm)處，使用 45 mm 鏡頭進行攝影。

結果如(圖九)，目標物在第一片透鏡中，其相對比例關係，與(圖八)是相同的，但其畫面有被放大。



圖九：在離 21cm 透鏡較近位置(50 cm)處，使用 45 mm 鏡頭進行攝影。

(3) 相機在離 21cm 透鏡較遠位置(200 cm)處，使用 22 mm 鏡頭進行攝影。

在較遠處，又以較短焦的 22mm 鏡頭拍攝，目標物為模糊一個點。

(4) 相機在離 21cm 透鏡較遠位置(200 cm)處，使用 45 mm 鏡頭進行攝影。

結果如(圖十)，和較近位置(50 cm)處，相較後，其目標物在第一片透鏡中的相對比例，有較為提高。



圖十：在離 21cm 透鏡較遠位置(200 cm)處，使用 45 mm 鏡頭進行攝影。

(5) 相機在離 21cm 透鏡更遠位置(250 cm)處，使用 45 mm 鏡頭進行攝影。

結果如(圖十一)，和較近位置(200 cm)處，相較後，其目標物在第一片透鏡中的相對比例，有更為提高。



圖十一：離 21cm 透鏡更遠位置(250 cm)處，使用 45 mm 鏡頭進行攝影。

(6) 相機在離 21cm 透鏡更遠位置(250 cm)處，使用 55 mm 鏡頭進行攝影。

結果如(圖十二)，目標物在第一片透鏡中，其相對比例關係，與(圖十一)是相同的，但其畫面有被放大。

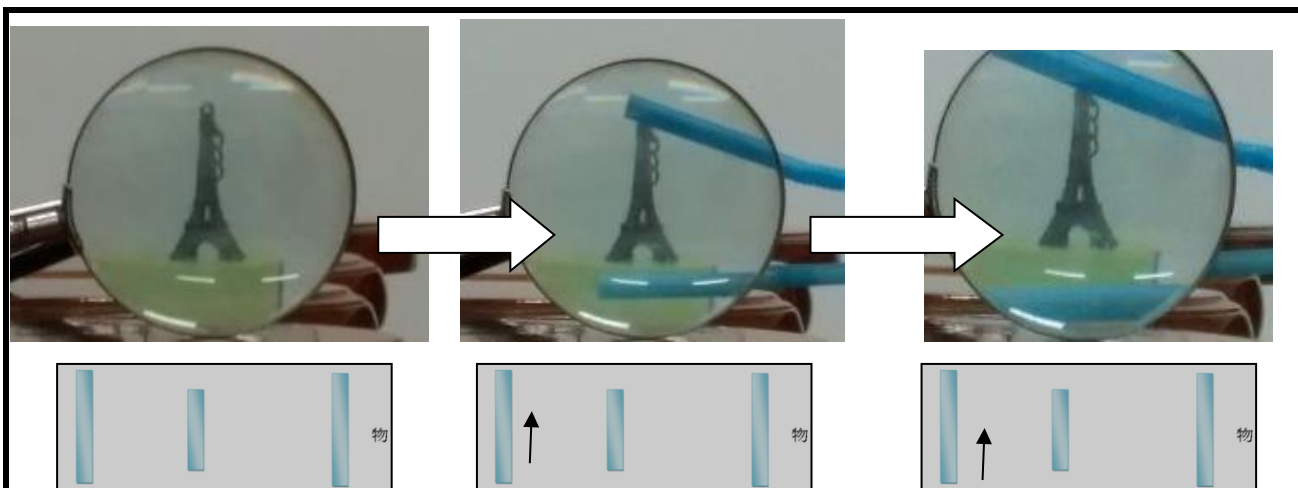


圖十二：離 21cm 透鏡更遠位置(250 cm)處，使用 55 mm 鏡頭進行攝影。

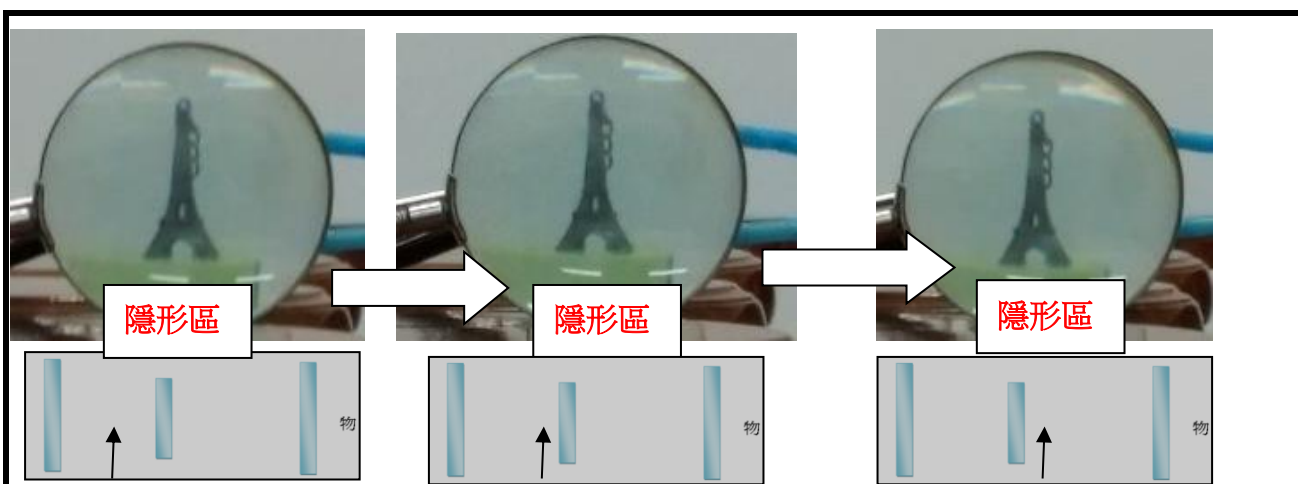
三、捨棄 The Rochester Cloak 做法，以三片凸透鏡組合，進行隱形區的探討。

將三片凸透鏡，取 35 cm、35 cm 為間距，以焦距小的透鏡擺放中間。其結果如下(圖十三)、(圖十四)及(圖十五)，其隱形區座落在第一片和第二片透鏡間，二、三片透鏡間則無隱形遮蔽，最佳隱形區是從第一片透鏡中段到第二片透鏡前。

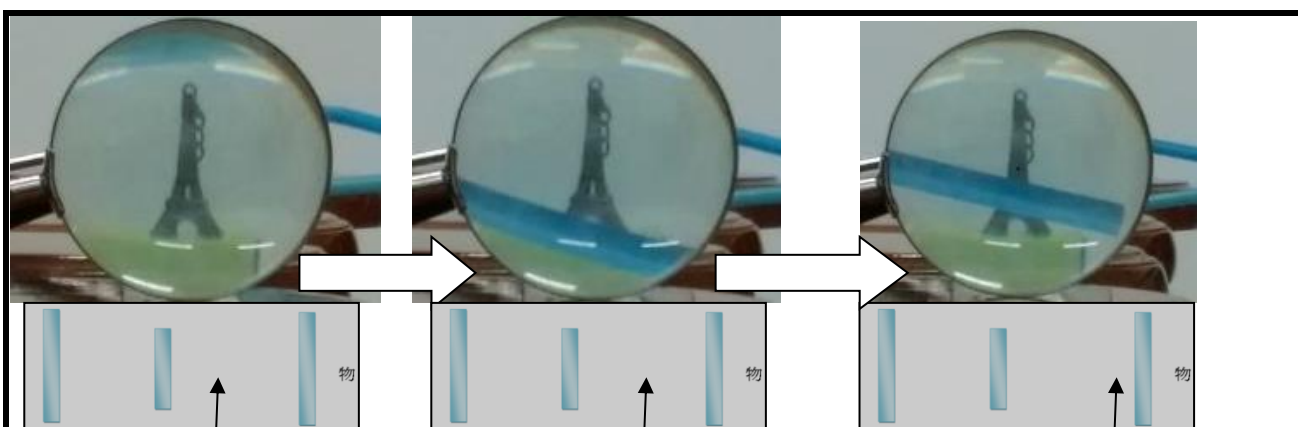
另外，以吸管張開 20 度夾角，測試透鏡間的隱形區，其結果如下(圖十六)，從(圖十六)中亦可看出，隱形區是從第二片透鏡前 14cm 處到第二片透鏡後 14cm 總計 28cm，在這段範圍中，夾角 20 度的吸管，將不可見，而貼近第二片透鏡前後，即使將吸管夾角縮到 15 度，亦是不可見此物體。



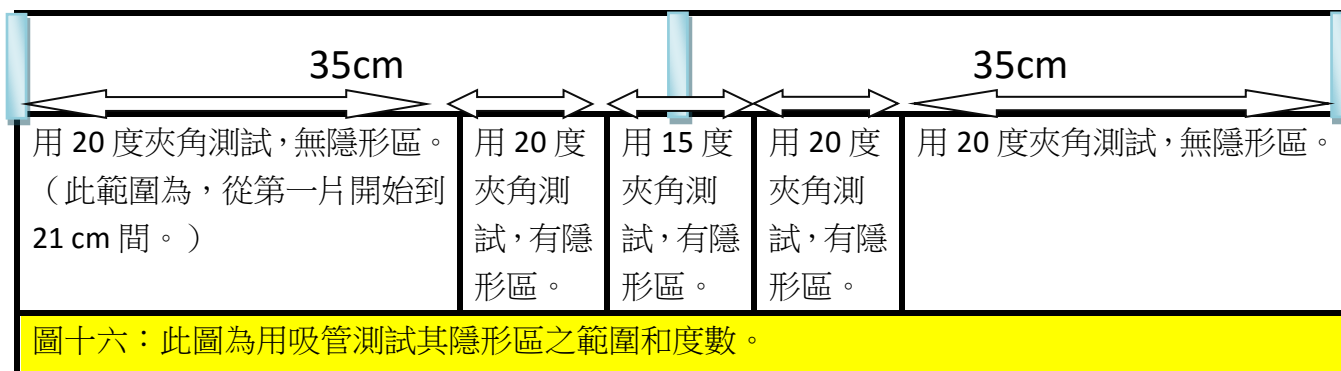
圖十三：最左邊為一開始最初的成像。中間為開始以吸管作測試，圖片為吸管貼著第一片透鏡時的圖像。最右邊為將吸管往第二片透鏡靠近時，所呈現的圖片。
左、中、右，各圖下方的小圖示，其中的箭頭，表示吸管所放置位置示意圖。



圖十四：最左邊開始為隱形區開始出現的連續圖像。
此段隱形區出現在，從一二片透鏡的中段開始，延續到第二片透鏡前。



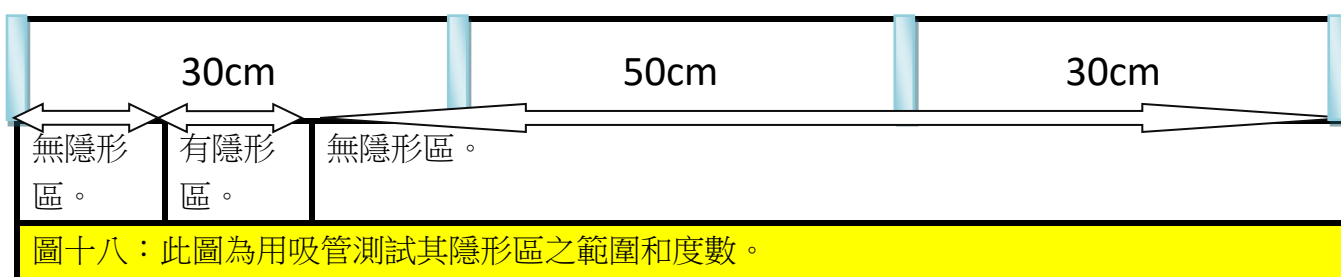
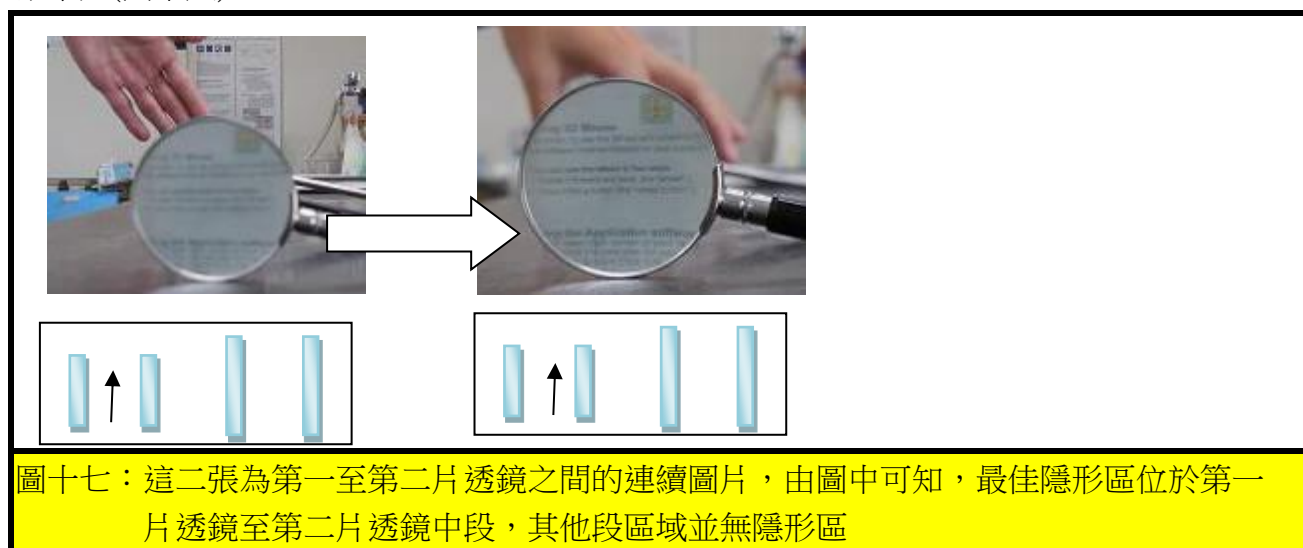
圖十五：這三張為第二至第三片透鏡之間的連續圖片，由圖中可知，這段區域並無隱形區。



三、捨棄 The Rochester Cloak 做法，以四片凸透鏡組合，進行隱形區的探討。

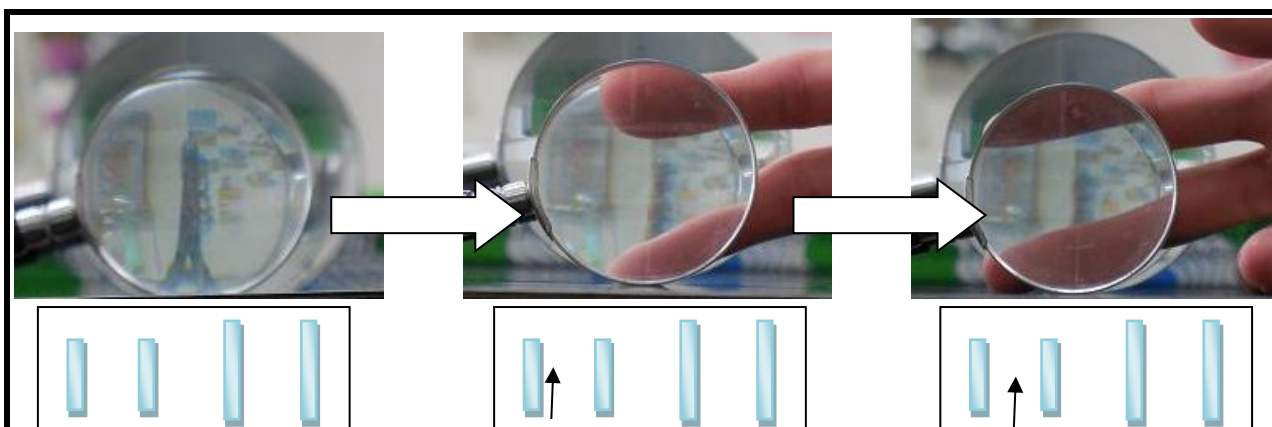
(一) 四片透鏡以 30 cm、50 cm、30 cm 為間距排列。

將四片凸透鏡，取 30 cm、50cm、30cm 為間距，焦距小的兩片透鏡為一組，焦距大的兩片透鏡為一組，分別置於前後。其結果如下(圖十七)，其隱形區座落在第二片透鏡前後。其數據結果如(圖十八)。

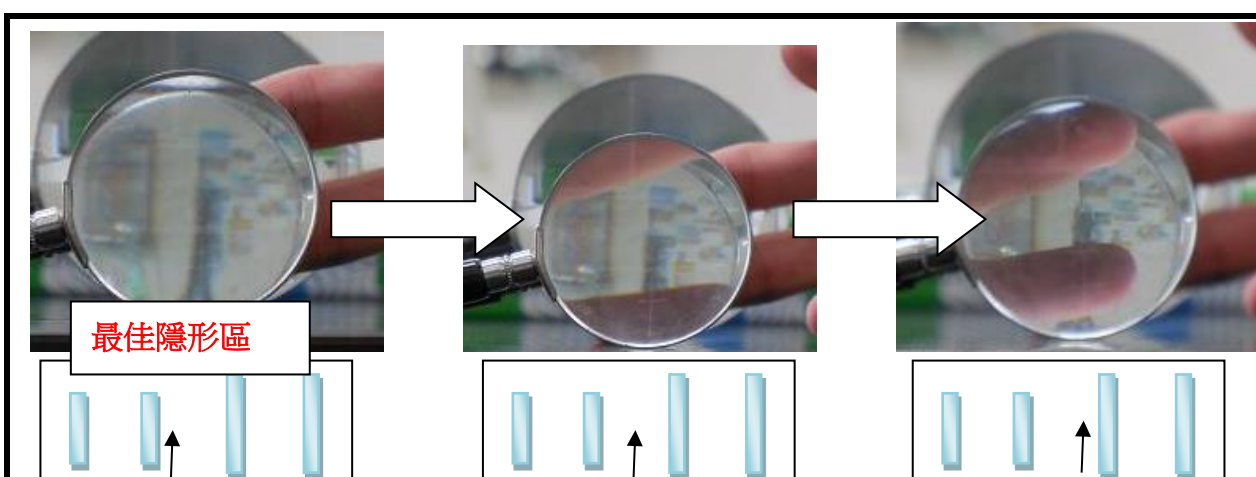


(二) 四片透鏡以 8.5 cm、18 cm、8.5 cm 為間距排列。

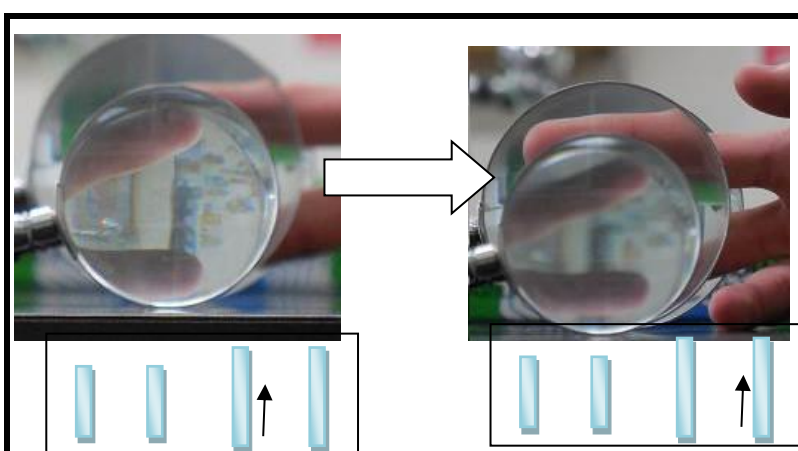
將四片凸透鏡，取 8.5 cm、18cm、8.5cm 為間距，焦距小的兩片透鏡為一組，焦距大的兩片透鏡為一組，分別置於前後。其結果如下(圖十九)、(圖二十)及(圖二十一)，其隱形區座落在第二片透鏡前後。其數據結果如(圖二十二)。



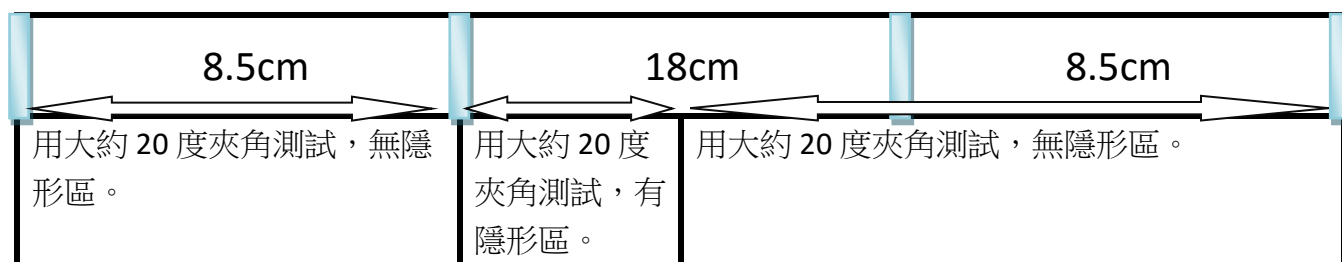
圖十九：最左邊為一開始最初成像。
中間開始以手指做測試，圖片為手指貼著第一片透鏡時的圖像。
最右邊為將手指往第二片透鏡靠近時，所呈現的圖片。



圖二十：最左邊開始為隱形區開始出現的連續圖像。
後兩張圖片為手指置於第二片到第三片透鏡中段至後段的區域，隱形區消失。



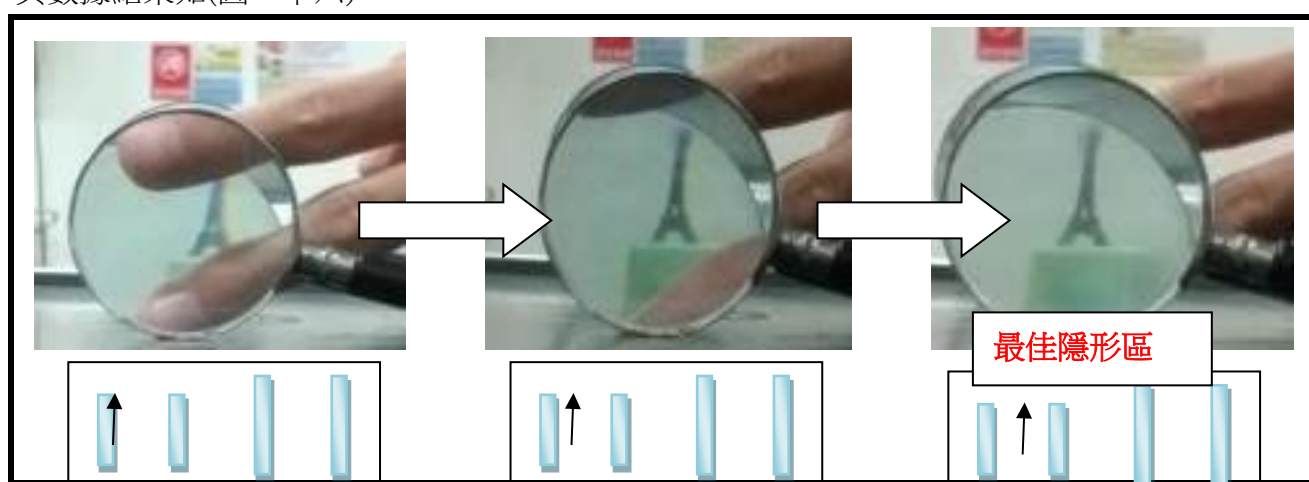
圖二十一：此為第三至第四片所顯示的連續圖片，由圖可知，第三片至第四片並無隱形區。



圖二十二：此圖為用手指測試其隱形區之範圍和度數。

(三) 四片透鏡以 26 cm、45 cm、42 cm 為間距排列。

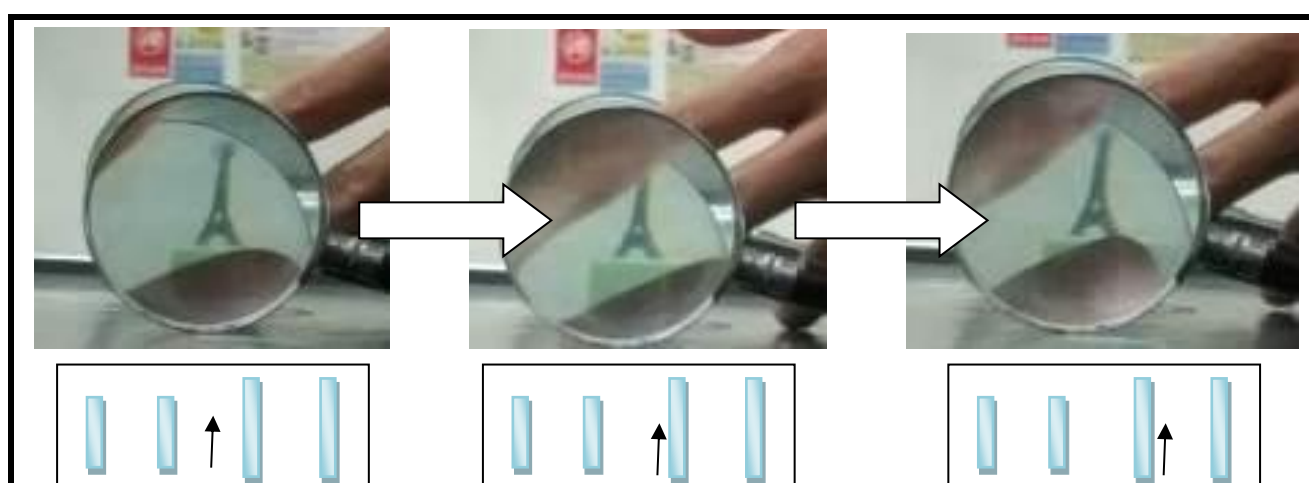
將四片凸透鏡，取 26 cm、45cm、42cm 為間距，焦距小的兩片透鏡為一組，焦距大的兩片透鏡為一組，分別置於前後。其結果如下(圖二十三)、(圖二十四)及(圖二十五)，以 20 度夾角的手指作測試，其隱形區座落在第二片透鏡前後，至於第 3、第 4 片透鏡間，則無隱形區出現。其數據結果如(圖二十六)。



圖二十三:最左邊開始以手指做測試，圖片為手指貼著第一片透鏡時的圖像。

中間為手指慢慢往第二片透鏡移動時的圖像。

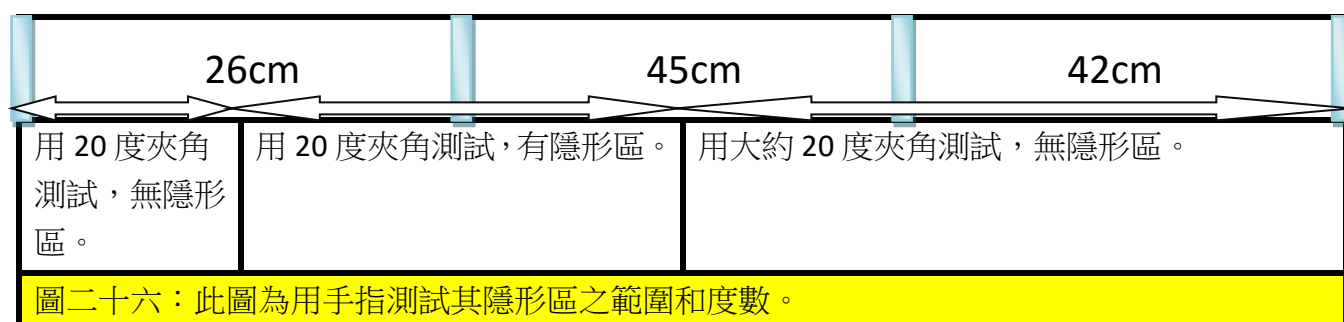
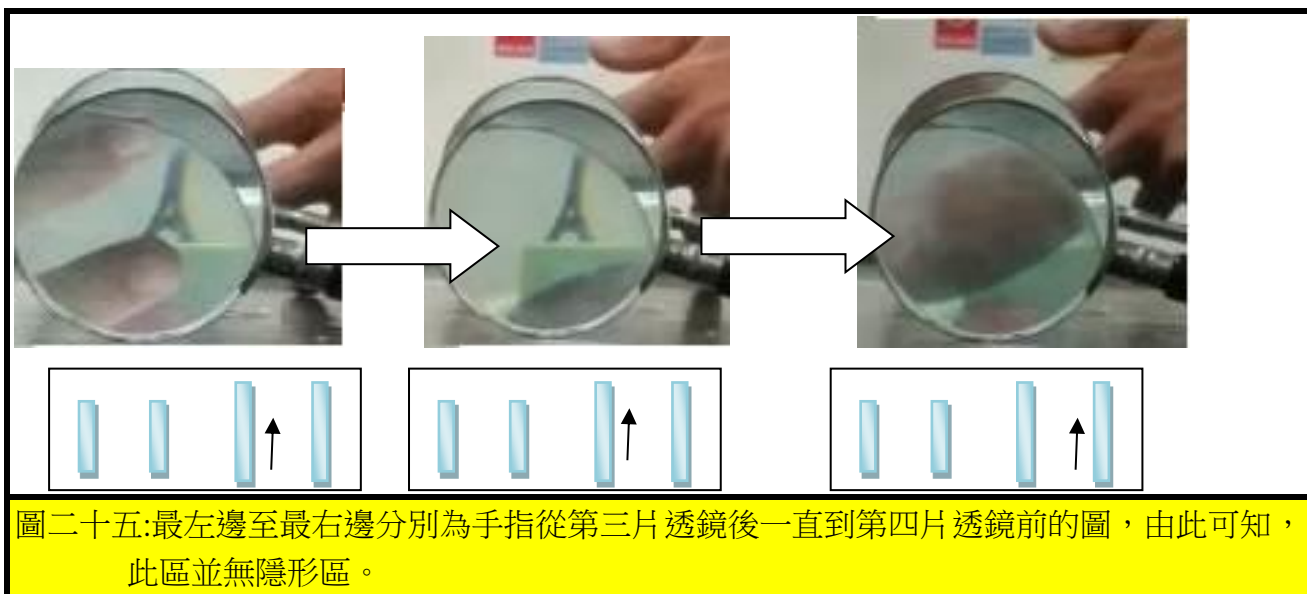
最後為隱形區開始出現的圖像，此時手指大概位於第二片透鏡的前後。



圖二十四：最左邊手指開始往第三片透鏡移動，隱形區消失。

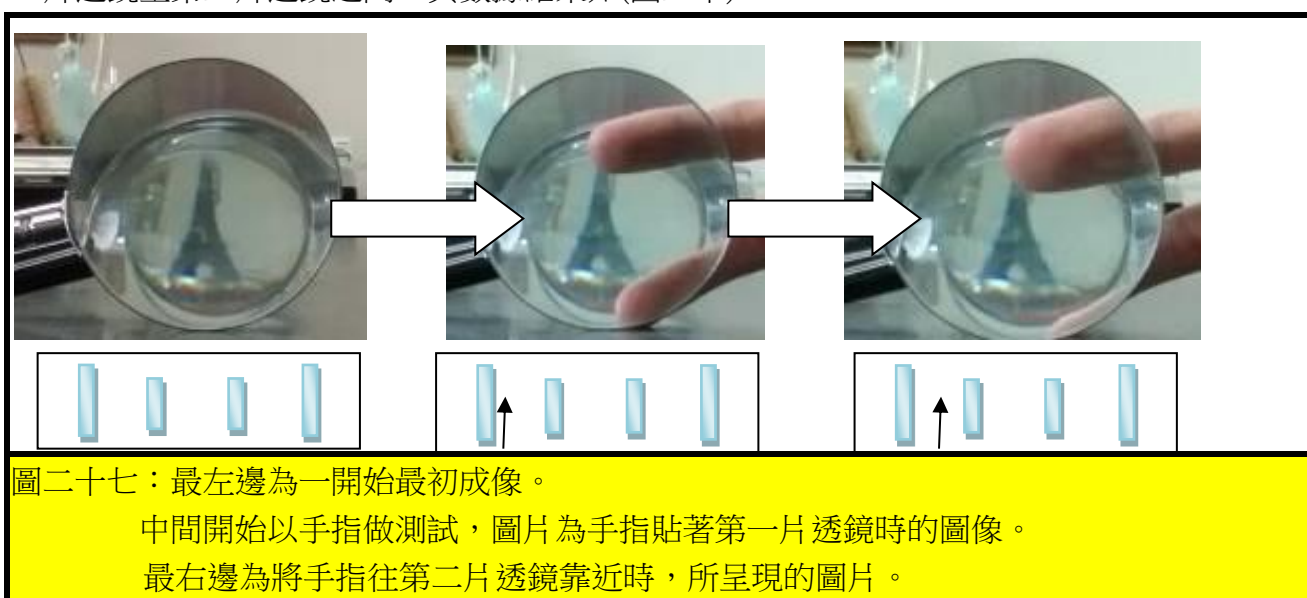
中間的手指持續往第三片透鏡移動，由圖可知，此區並無隱形區。

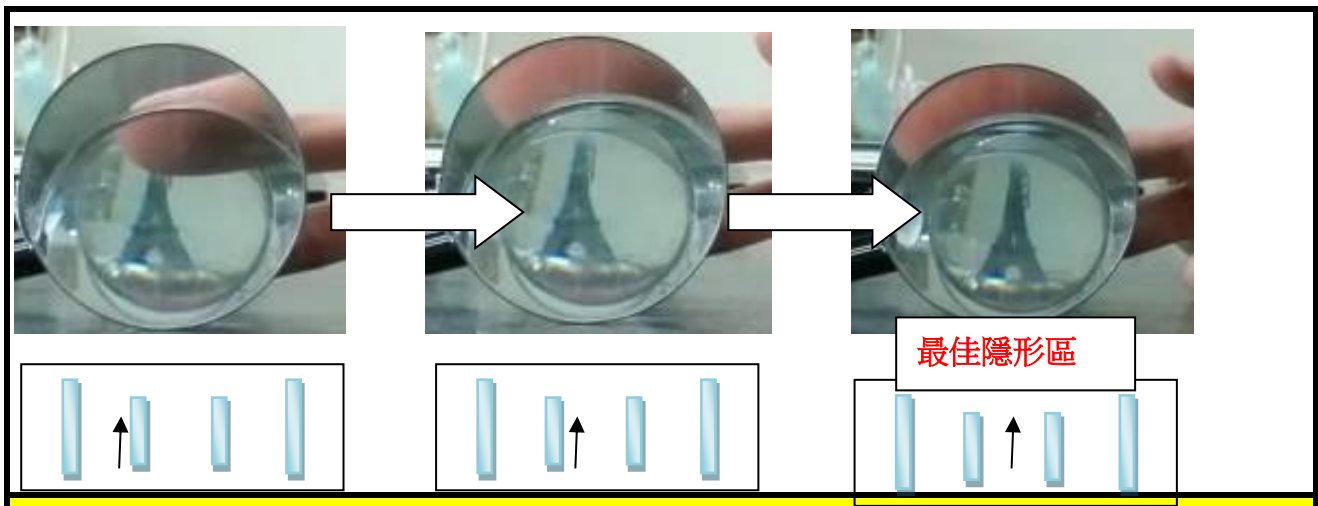
最右邊手指到第三片透鏡前，由圖可知，此區並無隱形區。



(三) 四片透鏡以 8.5 cm、18 cm、8.5 cm 為間距排列。

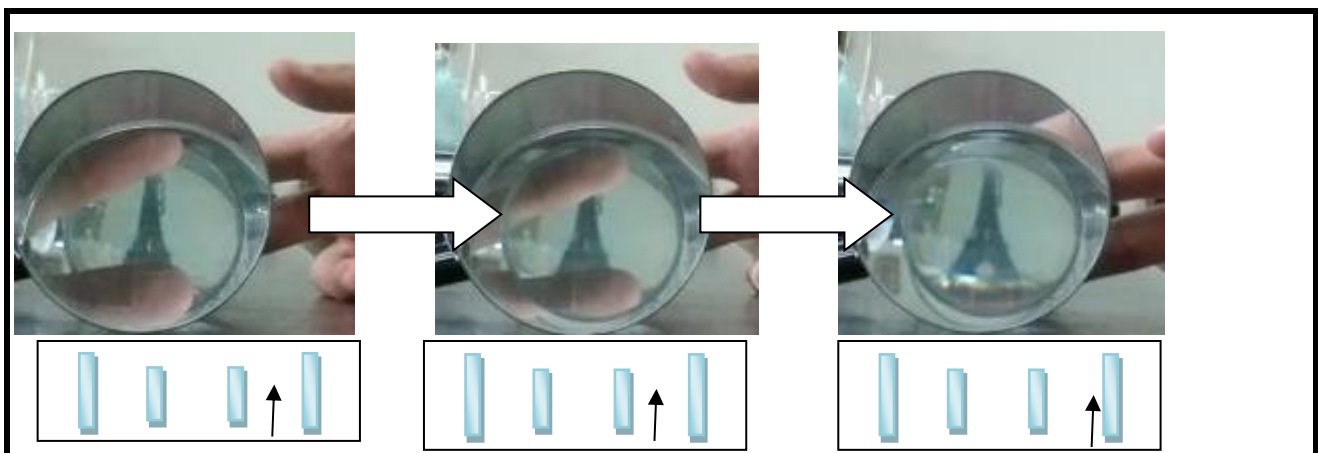
將四片凸透鏡，取 8.5 cm、18cm、8.5cm 為間距，以兩片焦距小的透鏡放中間，前後分別各放置一片焦距大的透鏡。其結果如下(圖二十七)、(圖二十八)及(圖二十九)，其隱形區座落在第二片透鏡至第三片透鏡之間。其數據結果如(圖三十)。



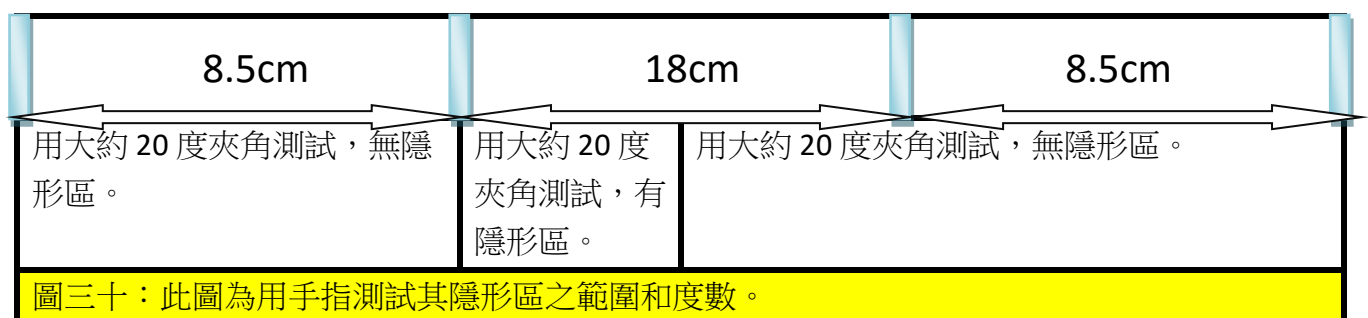


圖二十八：最左邊為將手指往第二片透鏡靠近時，所呈現的圖片。

中間開始出現隱形區，此時手指位在第二片至第三片之間。



圖二十九：最左邊為將手指往第四片透鏡移動時所出現的圖像，隱形區消失。這段區域並無隱形區出現。



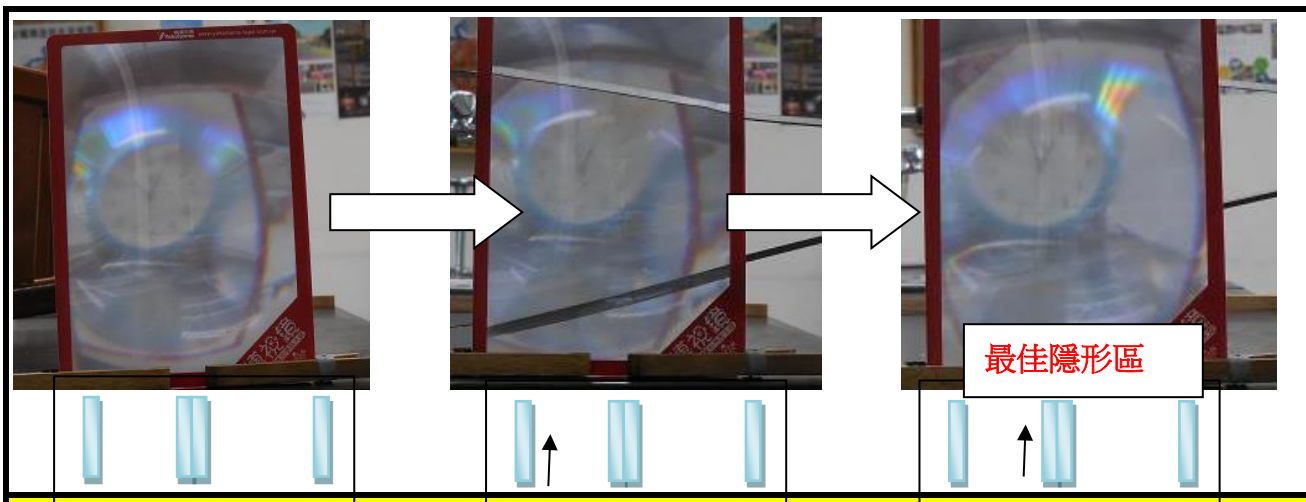
圖三十：此圖為用手指測試其隱形區之範圍和度數。

五、改用菲聶爾透鏡組合，使隱形區增大之測試與探討。

（一）使用三片菲聶爾透鏡組合，進行測試討論。

將四片片菲聶爾透鏡，兩片合在一起當作第二片，取 55 cm、52 cm 為間距擺放。其結果如下(圖三十一)、(圖三十二)，其隱形區座落在第一片和第二片菲聶爾透鏡中間段。其數據結果如

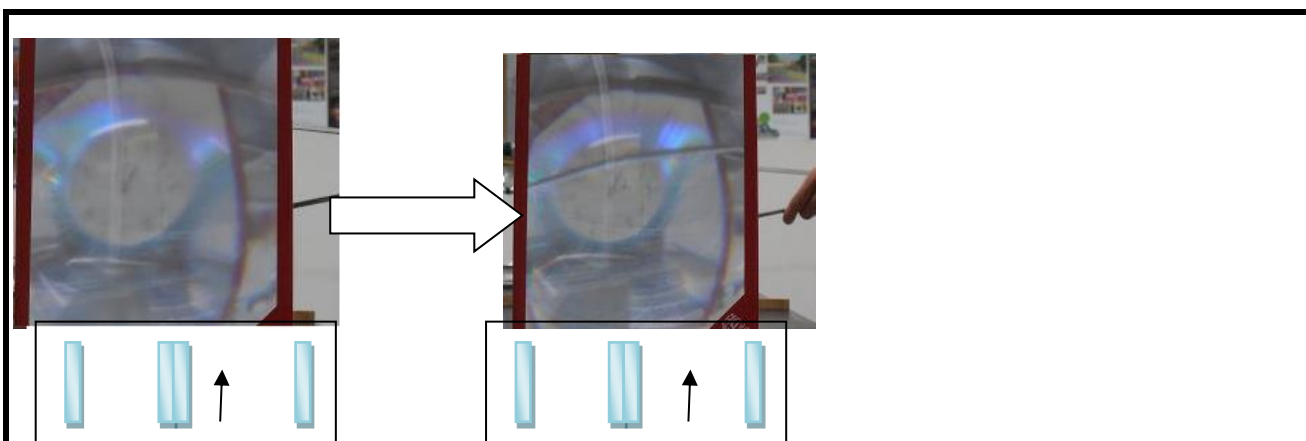
(圖三十三)。



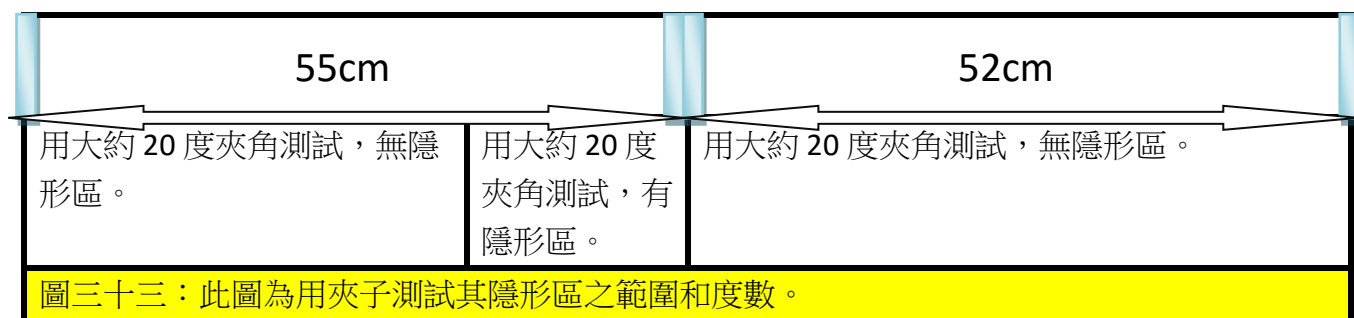
圖三十一：最左邊為一開始最初成像。

中間開始以鐵夾子做測試，圖片為鐵夾子貼著第一片透鏡時的圖像。

最右邊為將夾子往第二片透鏡靠近，所呈現的圖片，此時夾子位於第一片至第二片菲聶爾透鏡的中段，開始出現隱形區。



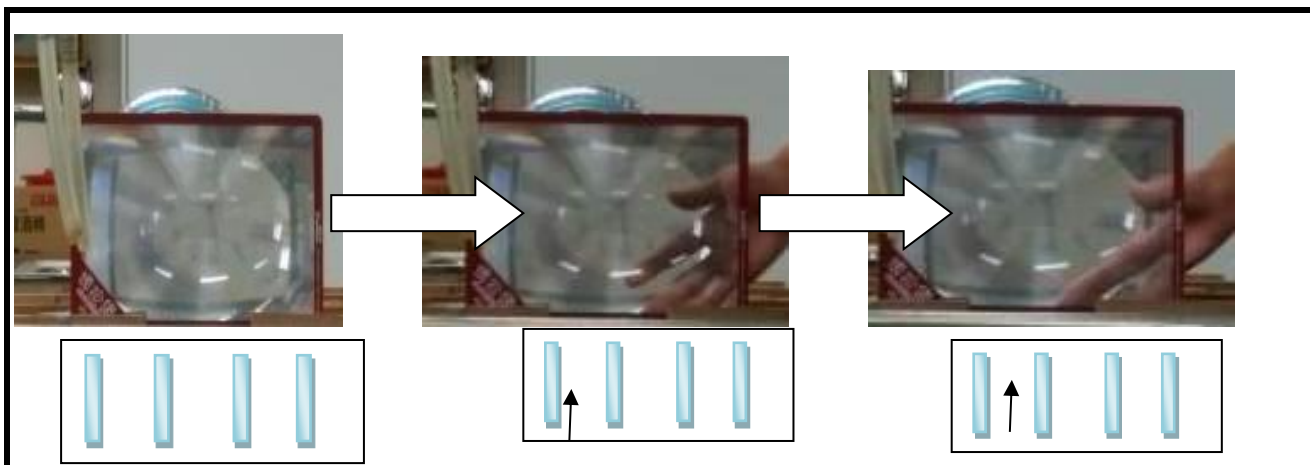
圖三十二：最左邊為將夾子往第三片菲聶爾透鏡時的圖像，隱形區消失。



圖三十三：此圖為用夾子測試其隱形區之範圍和度數。

(二)利用四片菲聶爾透鏡組合，測試隱形區。

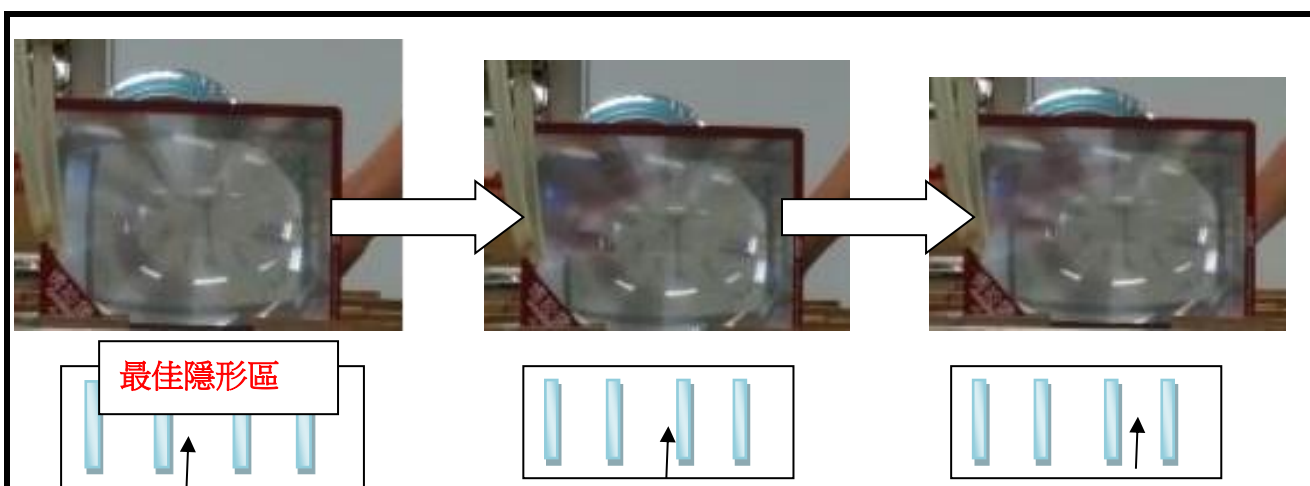
將四片片菲聶爾透鏡，以 30cm 為間距擺放四片菲聶爾透鏡。其結果如下(圖三十四)、(圖三十五)，其隱形區座落在第二片和第三片菲尼爾透鏡前半段。其數據結果如(圖三十六)。



圖三十四：最左邊為一開始最初成像。

中間開始以手做測試，圖片為鐵手貼著第一片透鏡時的圖像。

最右邊為將手往第二片透鏡靠近時，所呈現的圖片，此時手位於第一片至第二片菲聶爾透鏡的中段。



圖三十五：最左邊的圖開始出現隱形區，此時手位在第二片菲尼爾透鏡正後方。

中間的圖手位在第三片菲尼爾透鏡前，隱形區消失。

最右邊的手位在第三至第四片菲聶爾透鏡之間，此區並無隱形區。




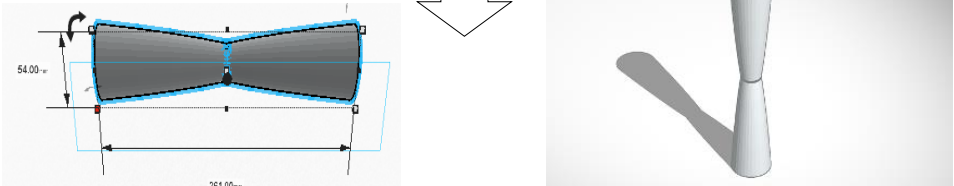
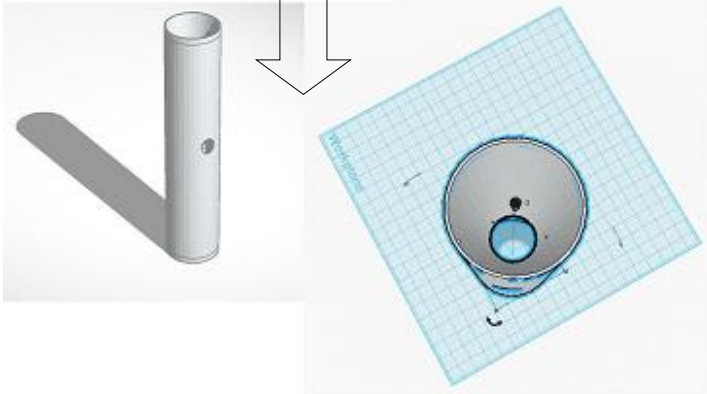
圖三十六：此圖為四片菲聶爾透鏡隱形區之範圍。

六、利用 3D 列印，列印消失幻覺裝置。

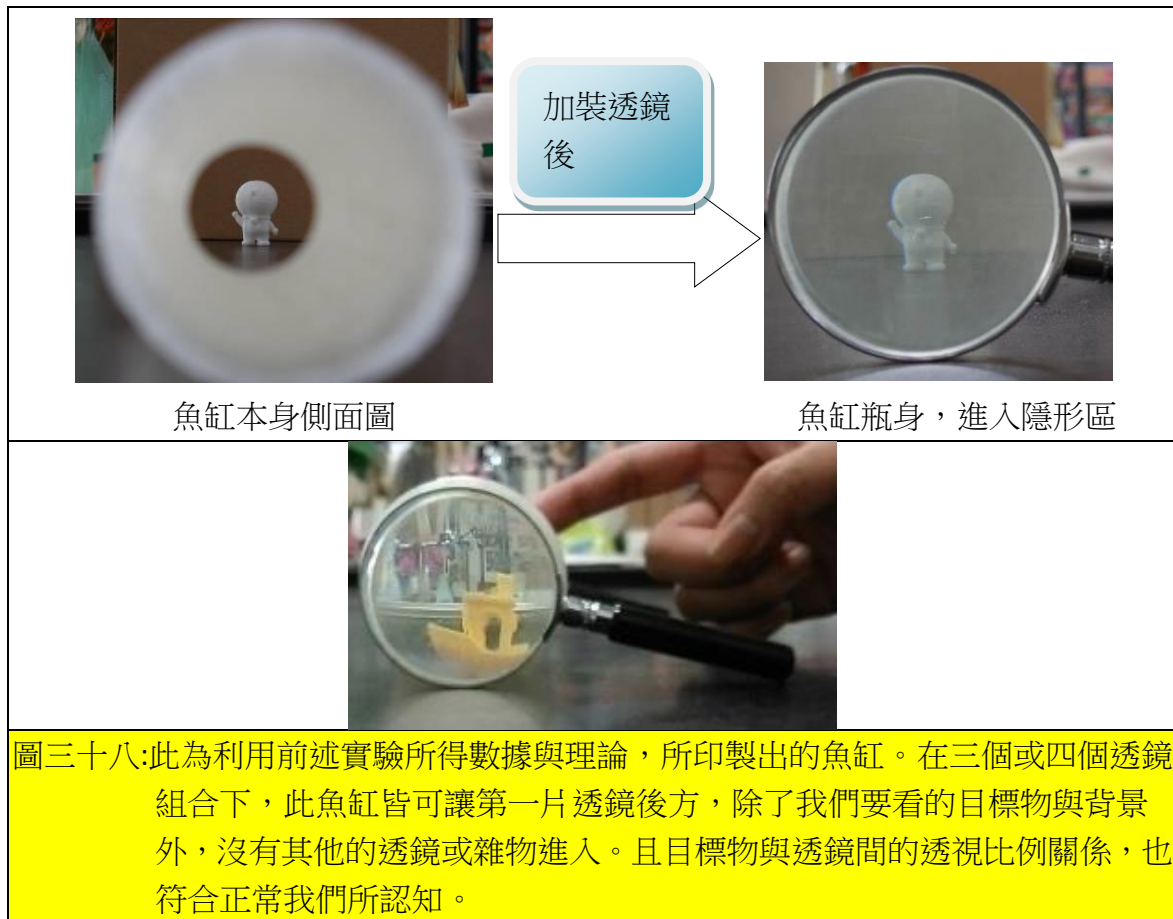
利用了前述實驗所得數據與理論，以兩個透鏡焦距總和，作為此隱形裝置的，進行 3D 繪圖軟體設計，設計一個適合飼養小魚的隱形魚缸 3D 圖檔，下(圖三十七)為繪圖軟體 tinkercad 實

際繪圖出來的電子圖檔之截圖，分別為第一代、第二代和第三代成品。

最後第三代成品，測試結果，如(圖三十八)，在三個或四個透鏡組合下，此魚缸皆可讓第一片透鏡後方，除了我們要看的目標物與背景外，沒有其他的透鏡或雜物進入。且目標物與透鏡間的透視比例關係，也符合正常我們所認知。

<p>第一 代作 品</p>	 <p>魚在日後生存空間，以及可隱形的區域</p>
<p>第二 代作 品</p>	 <p>改善第一代作品，在中間部分，會有隱形區不完全問題，因此在中間區域，改為更有幅度的設計。</p>
<p>第三 代作 品</p>	 <p>第三代作品為，幫此魚缸，小魚的生存空間，加上外殼封起來，並預留一個注水孔。</p>

圖三十七：此圖為為製作隱形魚缸而繪製的 3D 列印圖檔之截圖。



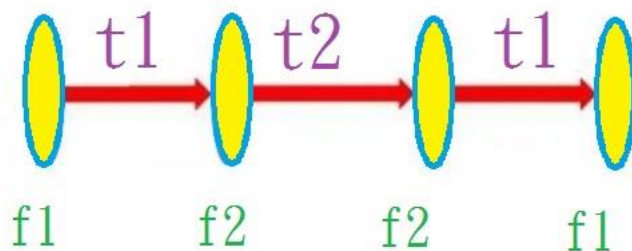
陸、討論

底下討論，先針對，如何找出透鏡組合中所謂的隱形區，以這個問題先進行討論。再來，為檢討為何我當初仿照「羅徹斯特斗篷」(The Rochester Cloak)，並無法取得如預期般的效果，並針對此檢討，提出修正辦法與理論。

一、如何在不同透鏡組合中，尋找出不同的隱形區，並針對它提出解釋

在一開始，我們先從仿照下面(圖三十九)，並按照實驗該有之配置，進行 The Rochester Cloak 的實驗，但結果如上所述的，並不如預期。

且當我們不按照 The Rochester Cloak 實驗的配置，開始自行調動，透鏡間的距離，並改變透鏡的位置配對時，我們一直抓不到新的透鏡組合，其新的隱形區應會出現於何處，以及其遊戲規則應該如何。



圖三十九：The Rochester Cloak 的配置圖，和底下為間距如何算出。

1. 找到兩種不同焦距（ f_1 、 f_2 ）的鏡片各兩片、一座固定鏡片並可調整間距的光學台。
2. 兩個不同焦距的鏡片為一組，組內兩鏡片的間距（ t_1 ）為焦距總和（ $t_1 = f_1 + f_2$ ）。
3. 兩組鏡片組按照另一公式所算出的間距 [$t_2 = 2f_2 (f_1 + f_2) \div (f_1 - f_2)$] 排成一直線，並讓兩片焦距相同的鏡片相鄰。

在我們反覆地，嘗試許多不同於 The Rochester Cloak 的實驗並得其數據後，我們試著從一堆結果數據中，做出底下的分析。

從國中光學知識出發，做出尋找不同透鏡組合，其隱形區應為在何處之解釋

我們試著從國中光學知識出發，來對這場光學幻覺秀提出解釋。

首先，從下面(圖四十)來看，圖中的物，其高度不超過透鏡的最上緣。當物從兩倍焦距上位置 a 點出現，其所呈現的像，會在左方兩倍焦距上位置出現，且高度應和右方物等高，也就是不超過透鏡最下緣。接著，當物開始往左方鏡心方向靠近，移動過程時，所呈現的像，則是在左方不斷遠離焦點，且會不斷變大，當到了 b 點、c 點時，像的高度會超過透鏡的最下緣。

此時，若我們的視線，是以平行於透鏡的主軸，進行水平的直視，我們是否能透過透鏡，看到像的全貌？

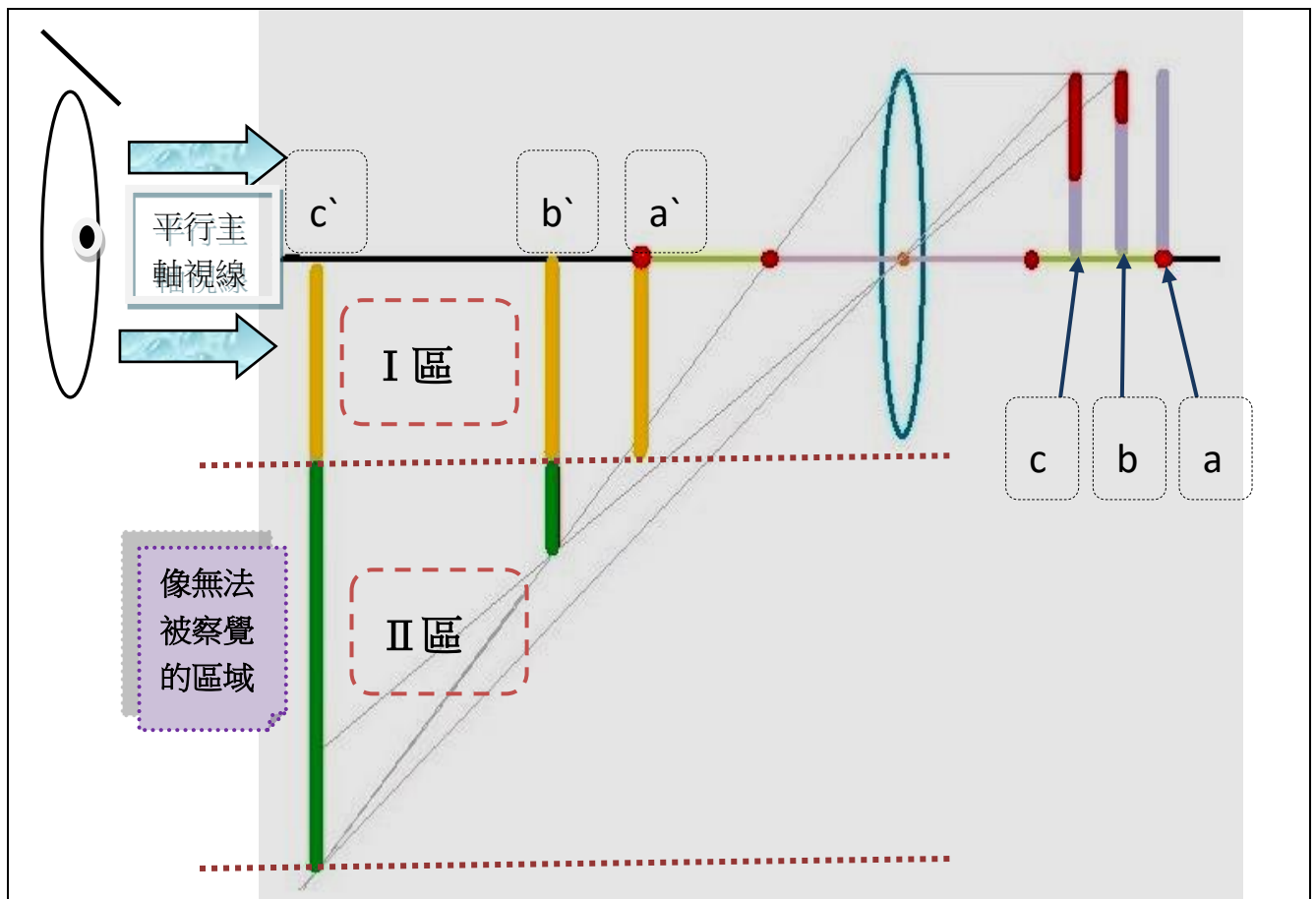
這答案從我們實驗中，或者日常生活經驗中來看，應該是否定的。如在(圖四十)中，當物體到了 b 點、c 點時，其所呈現的像出現在左方的 b' 點、c' 點，而在 b'、c' 點上的像，又各分為在透鏡邊緣內 I 區的像，和在超過透鏡邊緣的 II 區的像。從實驗和經驗來看，當我們以水平主軸視線，直視透鏡時，應該只能看到在 I 區內出現的像，也就是，在 b、c 點上緣紅色部分，所折射出來的光，並無法經折射，聚焦於我們水平直視透鏡的視野中。這造成 b、c 點上緣紅色部分，在 II 區的成像，是水平直視的我們所無法察覺的。

所以，做個小總結，

1. 當我們以平行主軸視線，直視透鏡時，當我們想看到物體時，物體本身被透鏡擋住。想看到它只能透過，經過透鏡折射的光。

2. 經過折射的光，若是在 II 區的成像，是無法被察覺的。那麼反推回去，物在 b、c 兩點時，其上緣對應到 II 區的部分，即成了所謂的隱形部分。

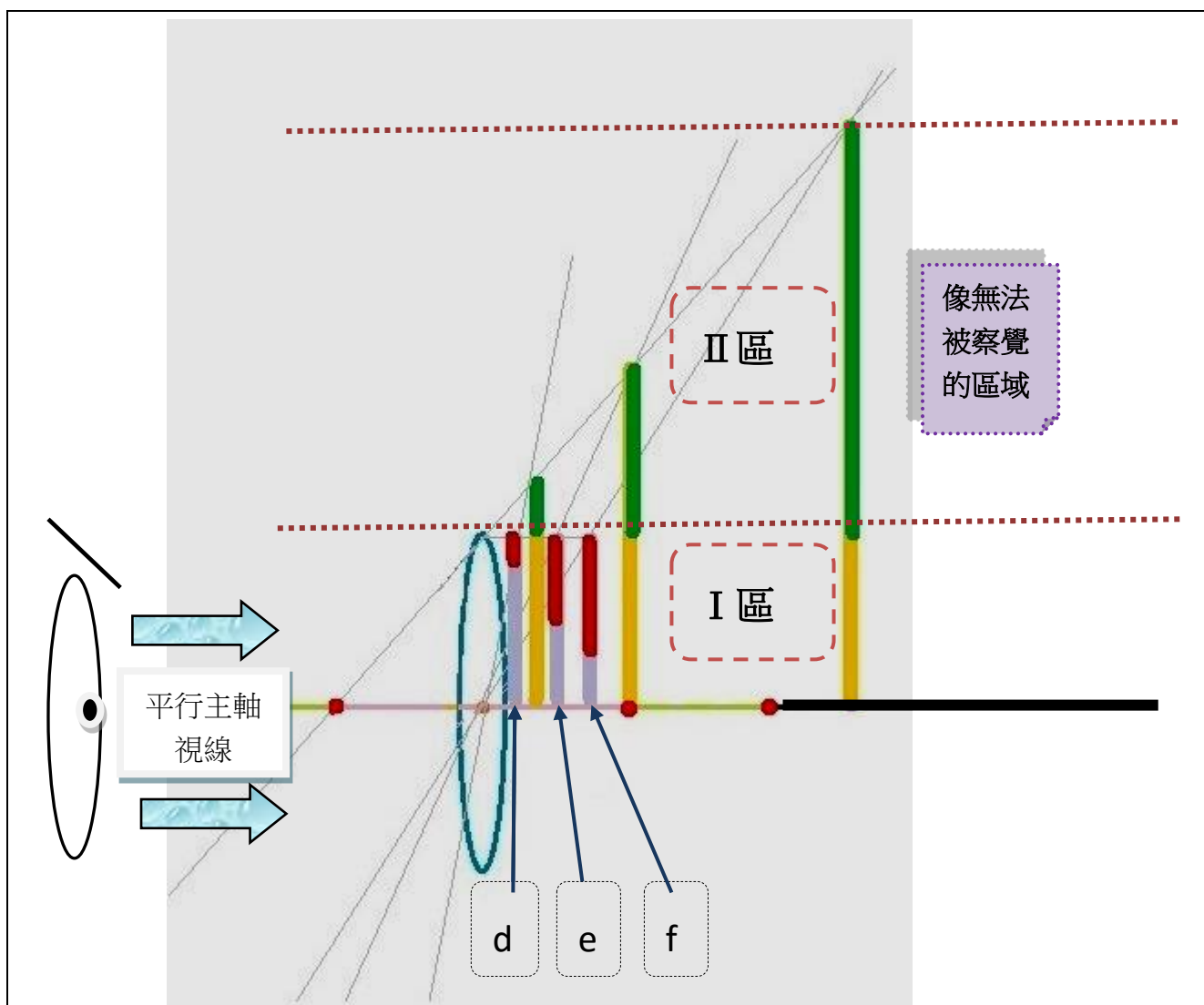
綜合上述，便有了所謂的隱形區出現。



圖四十：以圖示說明隱形區出現的原因。

當我們以平行主軸的視線直視透鏡時，物在 b、c 兩點的成像，都分別有在 I 和 II 區的部分。I 區的像，是水平視線的我們所可見的，但，在 II 區的像，則是我們所無法察覺的，因此，當反推回去，b 和 c 點上端對應 II 區的部分，及成了所謂的隱形區

在(圖四十一)，也是一樣的解釋情況，當物體在焦點內，d、e、f 三點上，其個別的成像，皆有在 I 和 II 區的部分。I 區的像，是水平視線的我們所可見的，但，在 II 區的像，則是我們所無法察覺的，因此，當反推回去，d、e、f 點上端對應 II 區的部分，及成了所謂的隱形區



圖四十一：在焦點內，隱形區出現的說明圖示。原因同(圖四十一)的圖說。

歸納

所以，在這簡單的說，越接近焦點的物，其成像會越大，成像也就越容易超過透鏡高度。即像越容易超過 I 區，讓像跑到 II 區，使我們以平行主軸的水平視線視之時，無法察覺，反推回去，也就是越接近焦點，物體的隱形部分也就越多。

因此，也可以說，我們想找組合透鏡中，其隱形區的位置，就是先從找其焦點開始。或者說，當我們測試到組合透鏡中的隱形區的最佳隱形區位置，那也就是應該為其焦點所在，利用這種方式，我們便可用來尋找複合透鏡組合中的合成焦點位置。

以上面理論，進行實際驗證—驗證實驗中所觀察到的最佳隱形區位置，是否符合上述所提理論以(表一)的實驗組 2 和實驗組 3 進行驗證推論。

先從簡單的(表一)實驗組 3 討論，在這個例子中，第一、第二片透鏡的擺放距離為 26 cm，第一片透鏡焦距為 13 cm，所以第一片透鏡的焦點，就直接落在第一、第二片透鏡中間，因此推論其最佳隱形區會落於此處。最後，從實驗結果來看，的確是按照此推論。

再來，進行(表一)中，實驗組 2 的驗證，此實驗為將四片透鏡(從第一片開始焦距為 13cm、

13cm、21cm、21cm)，以 8.5 cm、18 cm、8.5 cm 為間距作排列，在這個例子中，離我們眼睛最近的第一片透鏡，其焦距為 13 cm，而在第一片透鏡與焦點間，我們已擺放了第二片透鏡在 8.5 cm 處。所以，我們利用公式($1/f_{12}=1/f_1+1/f_2-d_1/f_1*f_2$)，進行計算組合透鏡的合成焦點距離。算出來，所得結果，光經過了第一、第二片兩片透鏡折射後，光線會提早聚焦在距第一片透鏡約 9.6 cm 處，而從實驗結果來看，也符合這推論。

對於顛倒 The Rochester Cloak 透鏡排列順序及使用菲聶爾透鏡的優勢之討論

1.有關透鏡組合中，大透鏡或小透鏡當第一片透鏡的差異之討論

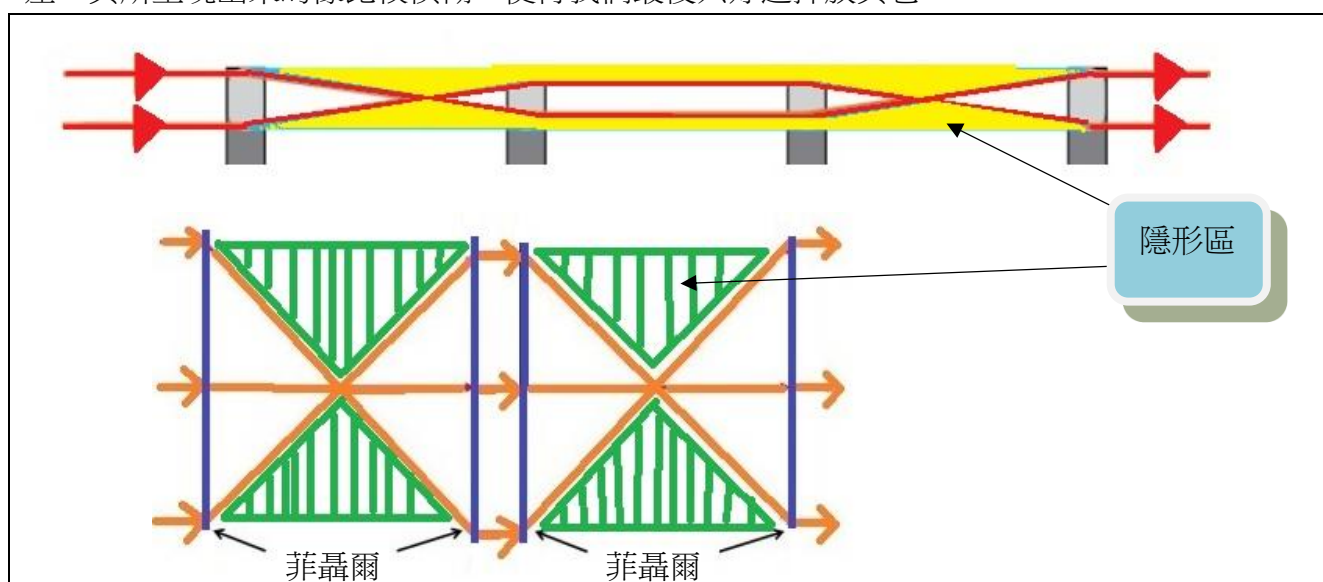
另外，在實驗目的一當中，我們進行了 The Rochester Cloak 的顛倒排列透鏡方式，我們改由焦距較短的小透鏡，作為第一片透鏡，其結果顯示如(圖六)和(圖七)，由焦距較短的小透鏡當第一個透鏡，鏡頭中，較不會出現第二個透鏡的外框，以及不會出現第二個透鏡外的雜物干擾。

此原因，解釋還是同(圖四十)、(圖四十一)的圖示，在此隱形裝置中，可見區(I區)都是透鏡的主軸附近，只是離焦點越遠，可見區越廣。所以，以面積較小的小透鏡，作為第二支透鏡的擺設時，會造成第二支透鏡的邊框，離主軸過近，進入了可見區(I區)，連帶的一些雜物都進入第一片透鏡鏡頭中。所以，當改以小透鏡當第一支，大透鏡當第二支透鏡時，則問題便被逆轉、改善了。

2.有關菲聶爾透鏡優勢討論

當初會想使用菲聶爾透鏡，是因為其鏡面夠大，鏡心到邊框距離夠長，在與普通透鏡焦距差距不大情況下，其隱形區要大上很多，如(圖四十二)。所以，在實驗中(圖三十五)，會看見我們甚至可將整個拳頭，塞進透鏡的隱形區內，依然不會被發現。

但最後，我們仍不選擇其，作為我們 3D 列印隱形魚缸的原因，為菲聶爾透鏡成像效果較差，其所呈現出來的像比較模糊，使得我們最後只好選擇放其它。



圖四十二：普通透鏡組合與菲聶爾透鏡組合，其隱形區大小比較。

二、造成視覺上隱形的其他要素之討論

那既然透鏡物體隱形的原理，是這麼的簡單，且滿足的條件，又很容易達成。那為何很少

看到此方面的應用和表演呢？原因在於要造成隱形感覺，不單單是出現所謂出現隱形區就好，更重要的是，透鏡上參考目標物和參考背景，需有符合我們人們預期的心理，才會有視覺上的隱形感覺，如需要

1.透鏡中的參考目標物需清晰，且其成像需為正立。

2.透鏡中，除了參考目標物和參考背景外，不要有其他多餘的雜物出現，干擾我們的視覺

3.透鏡中的參考目標物，其成像大小，需與透鏡相較下，其相對比例，需滿足我們的期待

首先，第1個條件好解決，利用透鏡成像原理，去推出像的成像位置，再以此去推下一個成像為正立或倒立，以此方式一步一步推導，使像為正立。

麻煩的是第2點和第3點，當你滿足了第1點之後，常常第2、第3點會全跑出來，如下(圖四十三)，此圖為國外學者仿照 **The Rochester Cloak** 所做出來的結果，此圖中，雖可看到物體有進入隱形區，使手指少了一節看不到，但給一般人看此圖，大部分的人應只會覺得，這是一個視覺戲法，而不會說它是隱形了。因為，撇開(圖四十三)中參考目標物完全不清晰外，另外在此透鏡中塞進太多不必要的資訊，也就是第一片透鏡的畫面中，有太多不要的干擾物，使人完全不會這東西隱形了的感覺，這情況就如同我自己在實驗一，仿照 **The Rochester Cloak** 所做的實驗，所拍出來的照片，是一樣的情況。



圖四十三：此圖為國外學者，仿照 **The Rochester Cloak**，所做來的結果。其結果，如同我在實驗一，仿照 **The Rochester Cloak** 做的實驗，所得結果雷同。第一片透鏡中，有太多參考目標物和參考背景以外的東西。

那如何解決上述的問題呢？我們從下一段討論，來進行嘗試解決。

三、針對仿 **The Rochester Cloak** 的不如預期，利用以鏡頭視角和長短焦、透視比例問題來修正。

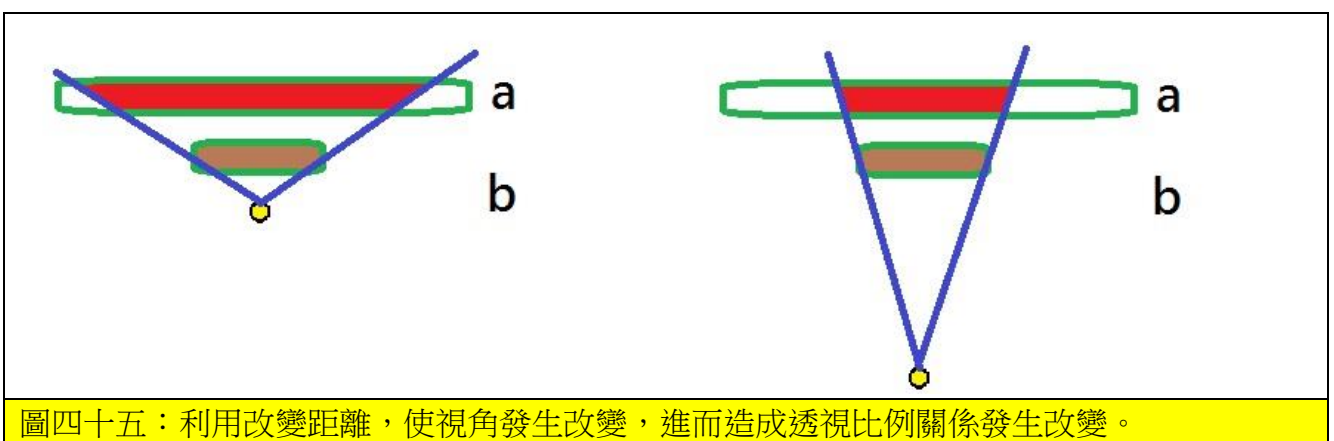
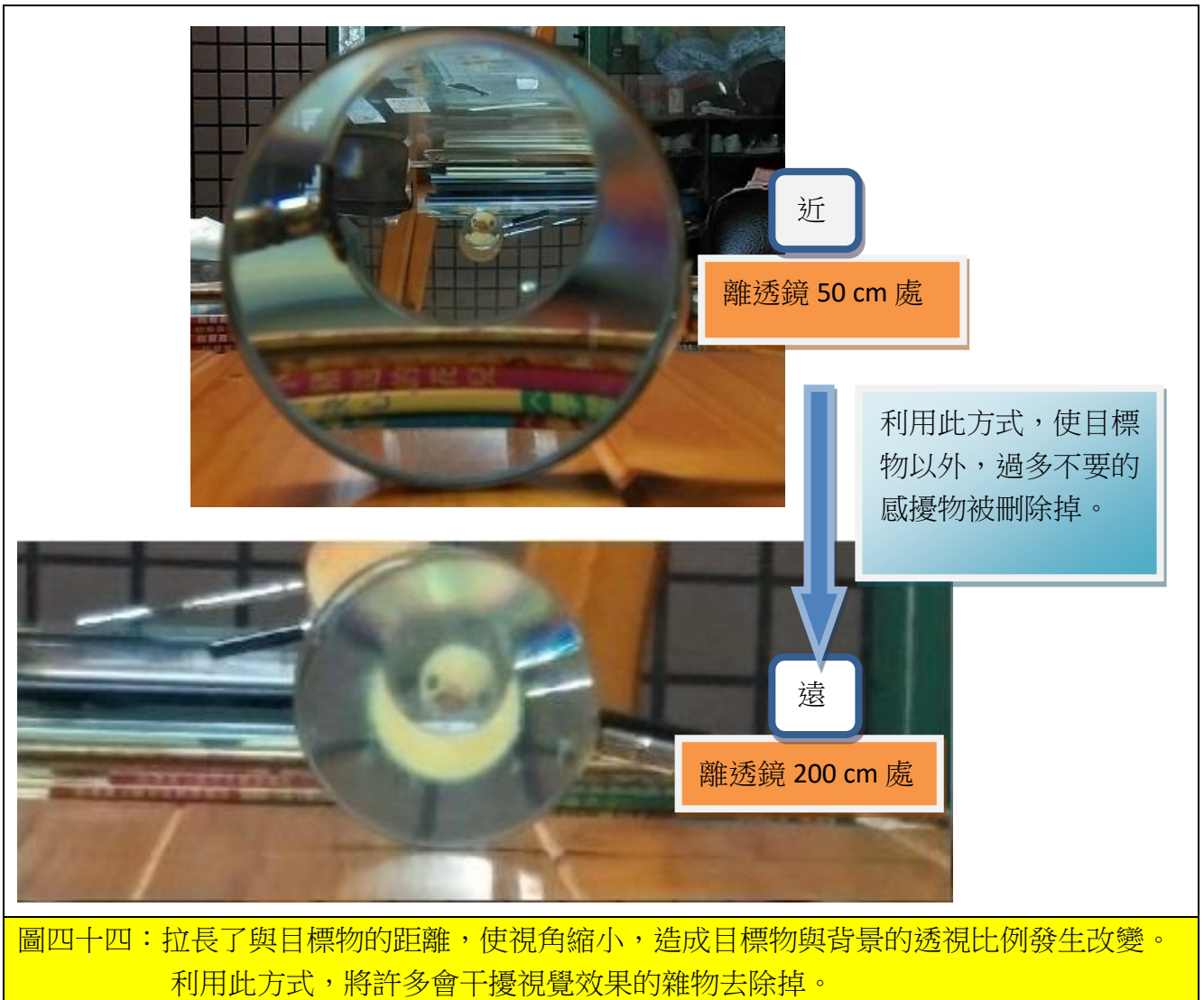
第一片透鏡中，與參考背景無關干擾物過多，及透鏡相較，參考目標物所佔相對比例過小，這兩個問題，其實是一體兩面的，我們嘗試以透視比例問題，來進行解決。

利用鏡頭視角大小改變，使兩物體間的透視比例關係改變

在下面(圖四十四)當中，會發現圖中，上面和下面相較，下面在離透鏡 200 cm 處拍攝的圖，其參考目標物和透鏡之間的透視比例，有比上面離透鏡 50 cm 處所拍攝之圖，要來得正常，這是因為當改變鏡頭與目標物距離時，會使目標物與周圍背景的透視比例關係，發生改變。

其解釋如同(圖四十五)的圖示，(圖四十五)當中，若下面的鏡頭，拉遠了與圖中 b 的距離，會使得圖中所見的視角變小，使得 a 與 b 的透視比例關係發生了變化。我們便利用此原理，藉

由將鏡頭與透鏡間距離拉長，使第一片透鏡中，太多不要的干擾物去除掉。

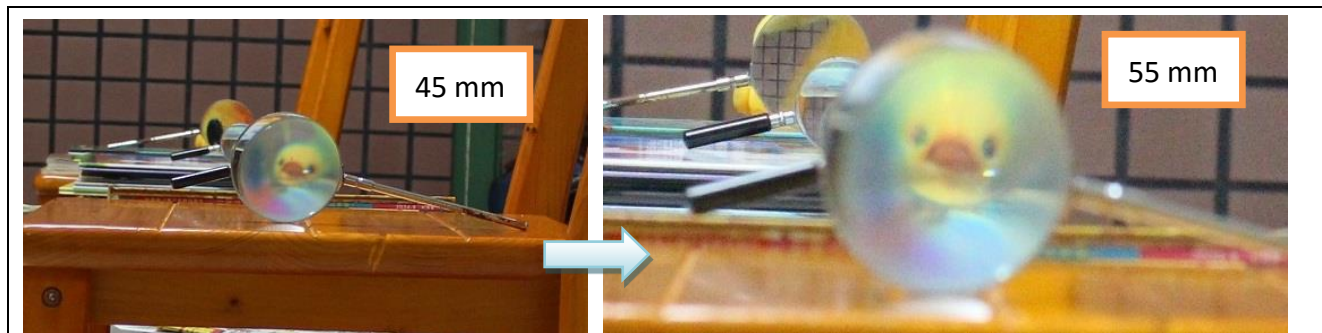


在鏡頭與目標物的距離不變下，更換鏡頭焦距，
使物體大小改變，但兩物透視比例關係不變

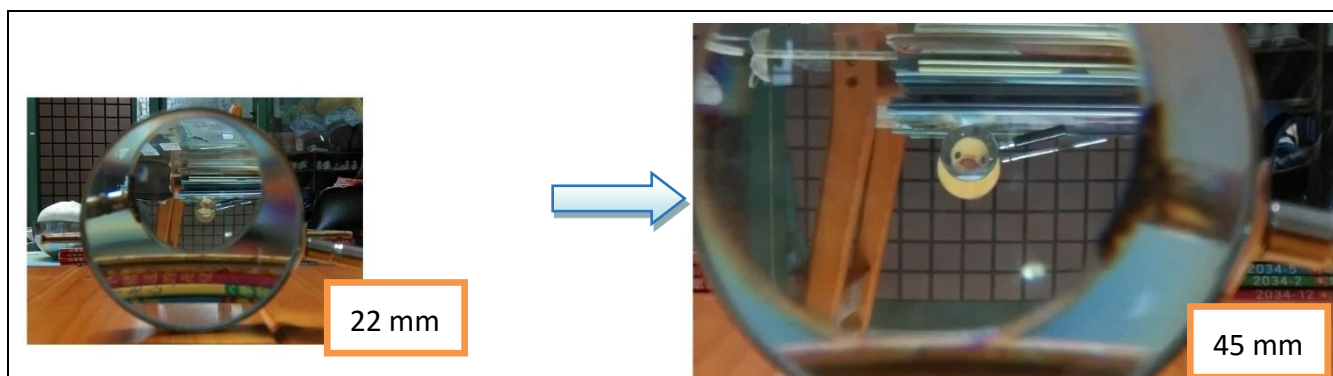
在利用拉遠距離、縮小視角，使參考目標物與透鏡間的透視比例，能較為接近正常，但，接下來另一問題出現了，因為所謂拉遠距離，最直接的影響，就是目標物看起來會變小。這時

怎辦？我們則改用在相同距離下，更換鏡頭焦距，會使物體大小改變，但不會改變目標物與周圍背景的透視比例關係。

如下(圖四十六)中，將已被改善和透鏡透視比例的目標物，再利用將原本左圖 45 mm 的鏡頭換成右圖 55 mm 的鏡頭，便可獲得和透鏡間透視比例關係不變，但整體被放大的結果。在看另一個例子(圖四十七)，此圖也是可用一樣的做法，將左圖 22 mm 的鏡頭換成右圖 45 mm，因為左右兩邊，都是在相同距離拍攝，所以也是可獲得結果被放大，但目標物與透鏡間的透視比例不變。

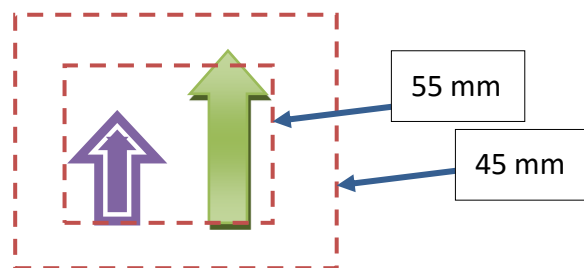


圖四十六：左右兩圖，在相同距離下(離第一片透鏡 250 cm)，藉由更換鏡頭焦距，使目標物被放大，但和旁邊的透鏡，其透視比例不變。



圖四十七：左右兩圖，在相同距離下(離第一片透鏡 50 cm)，藉由更換鏡頭焦距，使目標物被放大，但和旁邊的透鏡，其透視比例不變。

試著去對，[為何在距離不變下，更換鏡頭焦距，只會改變物體大小，但卻對透視比例沒影響]作出解釋，其原因應為如下(圖四十八)，在相同距離下，更換鏡頭焦距，只會如同(圖四十八)，造成擷取此畫面中的部分，是擷取的多或擷取的少，但不管取用此畫面多少部分，最後對這圖中，各部位的相對比例，是不會有造成影響的。



圖四十八：此圖為表示，在相同距離下，不同焦距的鏡頭，會如同此畫面的大框和小框，它們只是分別擷取到，不同部位或不同大小的畫面，但這對圖中這兩個箭頭的相對比例，是不會改變的。

綜合這部分的討論，當在參考目標物與透鏡間的透視比例不對時，便可利用以鏡頭視角和長短焦、透視比例問題來修正。

但，使用這些方法，來補正 **The Rochester Cloak** 的問題，雖可解決當初，我們所遇到的參考目標物在透鏡中，所占比例不符合正常情況的問題，但總覺得這樣子的作法，較無所謂隱形斗篷的味道在其中，於是我們又繼續往下的研究。

四、三 D 印表機列印隱形裝置之討論

由於我們不想在只能利用長距離、長焦鏡頭情況下，才能去除多餘背景，以及達到背景的良好透視比例。我們想要在近距離下觀察，也能使物體有隱形的效果。因此，在實驗中做了許多不同於 **University of Rochester** 推導公式的嘗試。

但，由於 3 片或 4 片相同或不同透鏡，其組合過多，難以對變因進行掌控，因此，我們有個想法為，先使其中兩片透鏡的焦距固定、相距的間距固定，以此做為固定不變的控制變因，讓每次的操作變因只剩一個，這樣對我們的研究，會更為簡化和容易進行。

於是，我們利用 3D 印表機，以上面找出隱形區位置的理論，作為基礎，先把兩片同為焦距 13 cm 的透鏡，作為固定的兩端，兩端間的距離為利用這兩片透鏡的焦距總和(26 cm)。接著，在兩端的中心，也就是焦點共同處，留下一個小孔，作為唯一可供光線通過的地方。最後，再印製出成品。我們將印製好的成品，兩端套上焦距 13 cm 的透鏡，進行各種組合實驗，並讓操作變因只留一個，發現利用這種方式進行，將很容易營造出，如 **University of Rochester** 其裝置的隱形感覺。

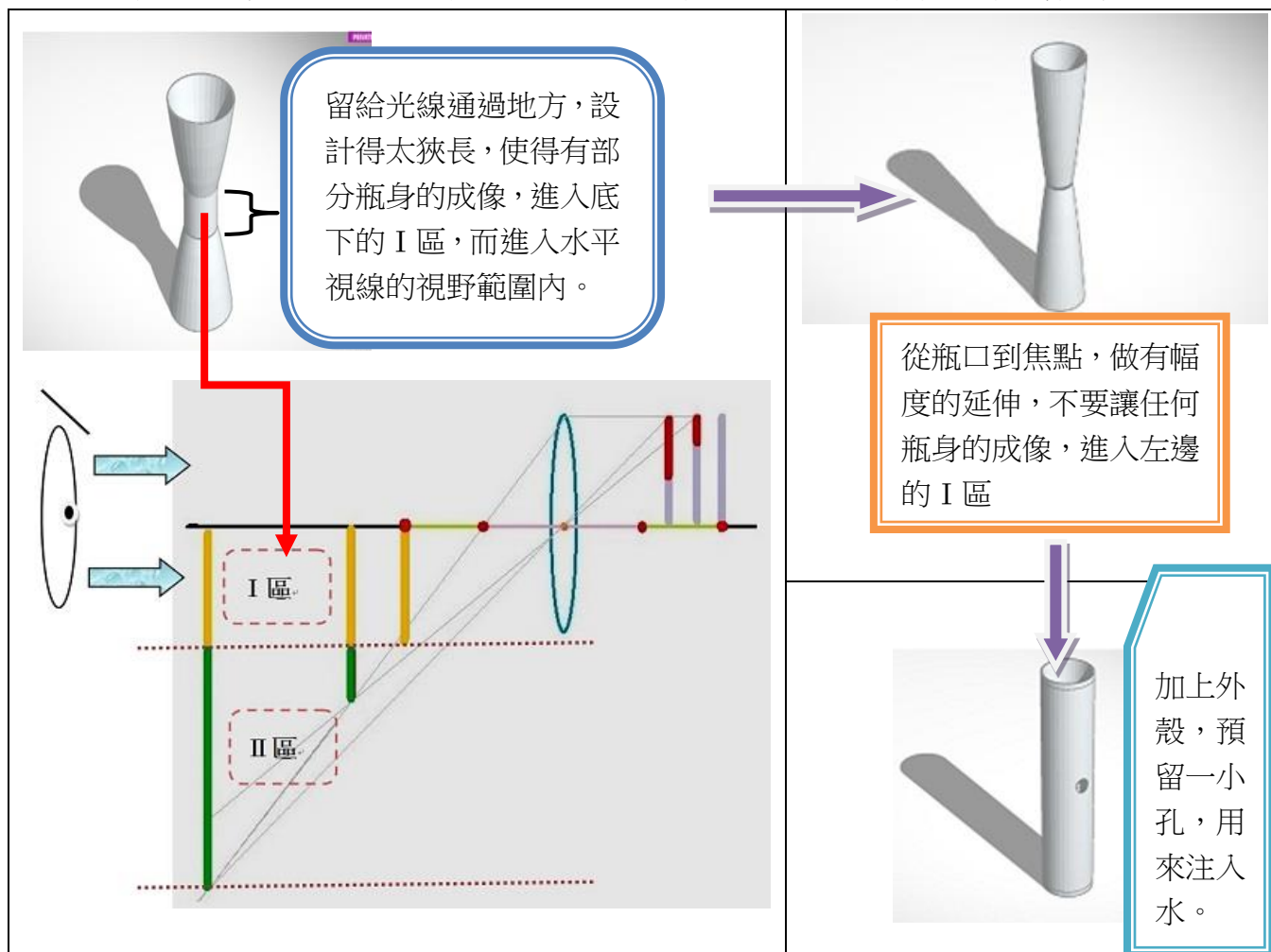
而在印製的過程當中，我們突發奇想地，何不將我們用來方便實驗的，所列印的裝置，在外面再加裝一個外殼，便可成為一套養魚的隱形魚缸裝置，其中隱形區的範圍，也就是未來魚生存的空間。

於是我們開始著手進行，首先在一開始，第一次所列印出來的成品，我們稱之為第一代產品。這第一代產品有個問題存在，因為我們將中心主軸的部分，要讓光線從主軸穿過的範圍，留得太長了，使得會有，的隱形區設計得太寬了，導致會使瓶身部分的成像，出現在(圖四十)、(圖四十一)的 I 區，而使部分瓶身出現在我們的視野中。

接下來，則是改善第一代成品，我們把從瓶口到未來透鏡的焦點，做一個流線型、有幅度的延伸，讓焦點處，只剩一個小孔，以供光線通過，完成後，經測試，證實可行。再把整個瓶

身外，加裝外殼，成為最後的成品，讓此魚缸能在從正面觀賞時，出現隱形；側面觀賞時，才可見魚的蹤影。

最後結果，如(圖三十八)，我們雖可在正面時，讓魚缸出現隱形的效果。但在側面觀賞時，受限於，3D 列印透明的材質，其實並無法真正透明，因此需要加上燈座的照明，其透明度才會拉高，所以，未來若能結合透明度更高的 3D 列印材質，應能做出視覺效果更棒的成品。



圖四十九：第一代成品，在焦點附近，留給光線通過的區域，預留過多。導致會有部分瓶身的成像，進入左下方圖中的 I 區，而進入水平視線視野範圍內。右方的圖，則針對問題進行改善。右下方的圖，為最後完成圖，在兩端加上透鏡組合後，便可使魚缸在水平直視視線下，變為隱形魚缸。

柒、結論

一、如何尋找及預測，在各種不同的透鏡組合中，其隱形區會落於何處。

當你以平行於透鏡主軸的視線，平視透鏡時，當物體靠近焦點時，物體所成的像，會有部分落於，超過透鏡鏡緣之外，如(圖四十)、(圖四十一)的 II 區。而落於此區域的像，是水平直視透鏡時，屬於視線的不可察覺區。即，在此視野不可察覺區的像，所對應的物體部分，其所反射出來的光，在經過光線折射後，是無法聚焦進入我們的視野中，而這部分也就是所謂的隱形區。

當物體越靠近焦點，其透過折射所成的像，會有越多部分落入(圖四十)、(圖四十一)的Ⅱ區，也就是，這部分的隱形區，會隨著物體越靠近焦點，使物體身上的隱形部分越大。

基於這推論，

1. 因此，可利用尋找透鏡組合間，最佳隱形區位於何處，來判定單一透鏡或複合透鏡組合後的焦點所在。
如在兩個間距小於焦距的透鏡組，可藉由公式($1/f_2 = 1/f_1 + 1/f_2 - d_1/f_1 * f_2$)，進行計算組合透鏡的合成焦點距離，此距離的位置，也將會是組合透鏡中，最佳隱形區所在。
2. 檢討自己根據 **The Rochester Cloak**，所做出成果不佳，有太多後面的透鏡和背景，落於第一片鏡頭中，基於上述理論，應也是因，當以小透鏡當第二片透鏡，透鏡框和背景，其成像會落於(圖四十)、(圖四十一)的Ⅰ區，使之可見，會干擾目標參考物的觀察。
3. 使用菲聶爾透鏡的優勢為，其鏡面夠大，隱形範圍會大增，可用來藏匿更多東西，但因其成像清晰度不夠，而只好選擇放棄，用它作為主要應用材料。

二、利用視角、焦距、透視角度，來解決隱形時，不必要背景干擾和參考目標比例不符問題

物要有視覺上隱形的感覺出現，除了去尋找隱形區在哪裡以外，另外，還需要搭配 1.參考目標物與透鏡間的比例，須符合正常視覺上應有的比例關係。2.不要有不必要的背景雜物干擾。有關這兩點的解決方式，

1. 利用拉遠距離，縮小視角，使透視比例接近真實狀況。
2. 再利用，當距離不變下，改變焦距，能使參考目標與透鏡一併放大，且不影響其透視比例。

三、使用 3D 印表機，列印此隱形裝置，使之成為一個隱形魚缸

利用結論一的理論基礎，將透鏡組合中的其中兩個透鏡，按此理論，將之作為合併，讓它成為一個控制變因，以便在各種透鏡組合的實驗中，能更易掌控變因。再以此為發想的開端，將之裝置成一個隱形魚缸。

使用結論一做延伸，採用兩片焦距相同的透鏡，以焦距的總和，作為其間距。再將焦距的共同處，留下一小孔作為光線沿透鏡主軸通過處，以此設計、列印出來的成品，經測試後，結果如(圖三十八)，證實確為一個可行的構想。

捌、參考文獻

國中自然科學第三冊 光

陳義裕(2015) 科學 Online 哈利波特的魔法透鏡

<http://highscope.ch.ntu.edu.tw/wordpress/?p=63383>

Cloaking device uses ordinary lenses to hide objects across range of angles

<http://www.rochester.edu/newscenter/watch-rochester-cloak-uses-ordinary-lenses-to-hide-objects-across-continuous-range-of-angles-70592/>

Building Your Own “Invisibility Cloak” Using Lenses

<http://nisenet.org/sites/default/files/RochesterCloak-NISENet.pdf>

Simple, broadband, optical spatial cloaking of very large objects

<http://www.pas.rochester.edu/~jhgroup/papers/howell-arxiv-13-06.pdf>

【評語】 030117

光學戲法具教學效果，頗具趣味，能一代代研發具創造發明的精神，若能導出隱形區位置的相關函數，會更精彩。製作過程辛苦值得嘉許，能減少透鏡數，有創意。若能找同學合作，結果會更精彩。