中華民國第55屆中小學科學展覽會
作品說明書

國小組　地球科學科

佳作

080506

自製人影日晷

學校名稱：宜蘭縣三星鄉萬富國民小學

作者：	指導老師：
小六 陳書緹 小六 張心柔 小六 謝承恩	張芳銘

關鍵詞：日晷、太陽、時間

摘　要

本研究的主題是自己製作一個投影日晷，以人為晷針，藉由人影來觀察時間。一開始我們透過網路尋找人影日晷的製作方式，得知投影日晷就是赤道型日晷在地面上的投影的重要觀念(參考資料一)。再來透過網路我們學到橢圓形作圖的方式，一旦決定長短軸的長度，就可以運用這種橢圓作圖法(參考資料二)，來畫出橢圓形外圈的時間刻度(一半的橢圓)，接著我們將中央氣象局網站宜蘭地區 2014 年太陽過中天的仰角資料(參考資料三)，套到我們分析的公式，畫出雙腳所站日期位置點，就完成人影日晷的設計。經實際驗證，得到的時間還蠻準的，成果令人滿意。最後我們再進一步討論如何提高人影日晷的準確度，還有在什麼日期及緯度，人影日晷較適用。

壹、　研究動機

我們在五上自然課 1-3「太陽鐘」單元學到日晷，而且學校升旗台也也一個水平型日晷，校門口附近辦公室面向南方的外牆，也有一個垂直型日晷，讓我們對日晷的學習產生了興趣，上課時老師還提到台中自然科學博物館(參考資料四)，有一個以人影來當晷針的投影日晷，更是讓人感到好奇，因此我們想來研究看看，看是否有辦法自己在空地，也做一個人影日晷來玩，既可以當日影遊戲，又有看時間的實用功能。

貳、　研究目的

一、探討人影日晷的時間刻度及雙腳所站日期位置，是如何畫出來。

二、探討人影日晷的適用時機。

三、探討如何提升人影日晷的準確度。

四、探討人影日晷在不同地區的適用性。

參、　研究設備及器材

Stellarium 星空軟體、直尺、量角器、台灣四季仰角與方位角表、中央氣象局網站宜蘭地區 2014 年太陽過中天的仰角資料、Excel 軟體、手錶、奇異筆、方格紙、透明膠片、空 CD 盒。

肆、　研究過程或方法

一、 透過網路收集人影日晷的相關資料

透過網路來收集製作人影日晷的資料，我們發現台中自然科學博物館、嘉義縣北回歸線太陽館(參考資料五)及有一些學校有設置人影日晷，從網路照片中，我們只知道人影日晷是橢圓形的，但是對於人影日晷是如何製作，卻都沒有完整的說明，如下圖。

	網路截圖 (參考資料四 台中自然科學博物館戶外人影日晷)，人只要站在南北方向所標示的日期位置上，就可由影子的方向找出時間。

二、利用竿影圖合成人影日晷

五上自然課本有提到一年四季的竿影圖，而我們要做的也正是要觀察人的影子，因此我們想應該可以利用春分、夏至、秋分、冬至的竿影圖來合成人影日晷，我們從中央氣象局網站，取得台北地區四季太陽仰角與方位(參考資料六)(附件一)。因為台北(東經 121.52 度,北緯 25.03 度)和宜蘭(東經 121.69 度, 北緯 24.68 度)兩地很接近，宜蘭時間僅比台北時間快 35.4 秒，所以太陽仰角及方位角的資料應該是兩地都可以通用的，另外我們再從參考資料七，得到竿影長度和方位角的公式如下:

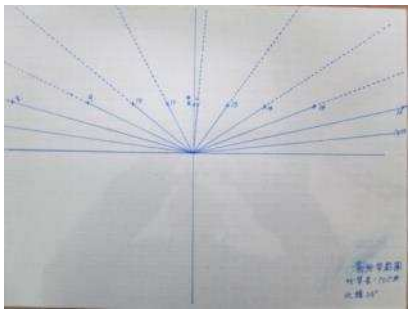
(一)竿影方位角=太陽方位角 -180 度　　(二)竿影長=竹竿長/ Tan(太陽仰角)

我們利用上面公式來計算台北(宜蘭)緯度 25 度地區，竹竿長 10 公分的竿影資料如下；

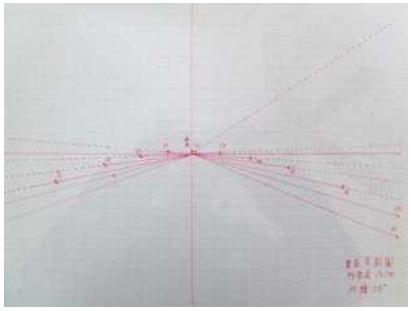
季節	時	6	7	8	9	10	11	中天	12	13	14	15	16	17	18
春分	影長		42.3	20.0	12.1	8.0	5.5	4.7	4.7	5.5	7.8	11.8	19.4	40.4	
	方位		-83.7	-76.5	-67.3	-54.2	-33.0	0.0	-0.8	31.9	53.5	67.0	76.3	83.5	
夏至	影長	53.4	23.0	13.4	8.4	5.0	2.3	0.3	0.3	2.6	5.4	8.9	14.4	25.3	64.6
	方位	-111.1	-106.0	-101.5	-97.2	-92.6	-85.7	0.0	31.0	87.1	93.3	97.8	102.1	106.7	111.8
秋分	影長	184.6	33.5	17.4	10.8	7.2	5.2	4.7	4.7	5.9	8.6	13.3	22.5	54.0	
	方位	-88.7	-82.2	-74.6	-64.7	-50.0	-26.0	0.0	7.9	38.2	57.3	69.4	78.0	85.0	
冬至	影長		133.0	35.3	20.4	14.6	12.0	11.3	11.3	12.4	15.7	23.0	43.7	520.8	
	方位		-61.6	-54.0	-44.2	-31.5	-15.7	0.0	2.4	20.1	35.1	47.0	56.1	63.4	

緯度 25 度地區四季竹竿影長與方位表(單位:公分、角度)

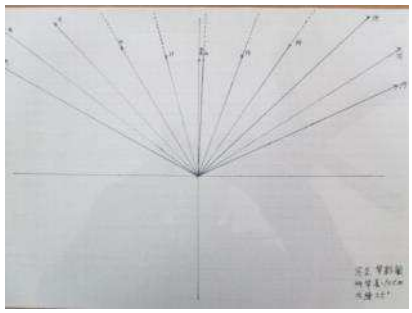
我們將以上竿影資料畫在透明膠片上來做疊合，看是否能合成人影日晷，結果我們發現要將竿影圖合成橢圓形的人影日晷，必須把竿影圖中心的南北方向排成一直線，由上而下依序擺放夏至、春秋分、冬至的竿影圖，但是我們發現不太容易將竿影圖擺放到正確的位置，也就是讓這四天的每一時刻都交於同一點。因為春分、秋分竿影圖很相似，為簡化求證疊合竿影圖的方法是否可以產生人影日晷的時間圈，因此我們只用春分、夏至、冬至三天的竿影圖來做疊合證明，如下圖。



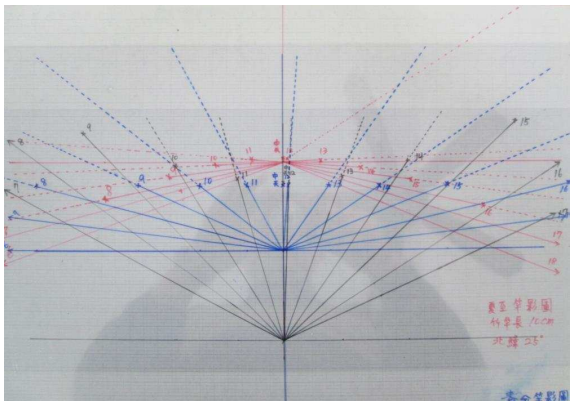
春分竿影圖



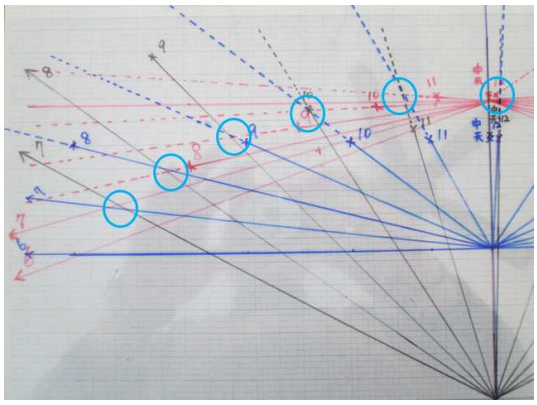
夏至竿影圖



冬至竿影圖



將春分、夏至、冬至三天的竿影圖疊合在一起

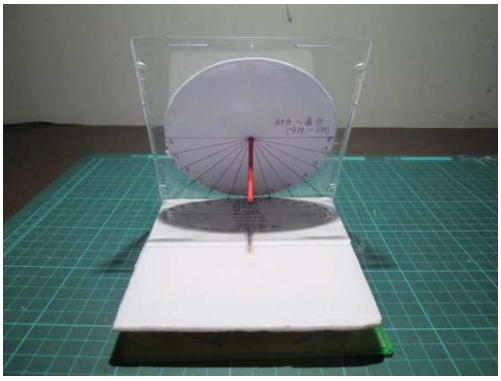
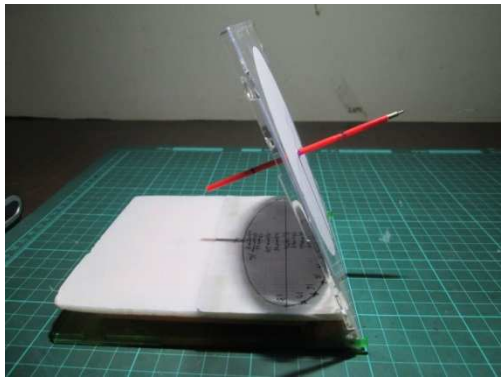


延長竿影後，我們發現竿影圖疊合確實可得到正確的時點，如畫圈處

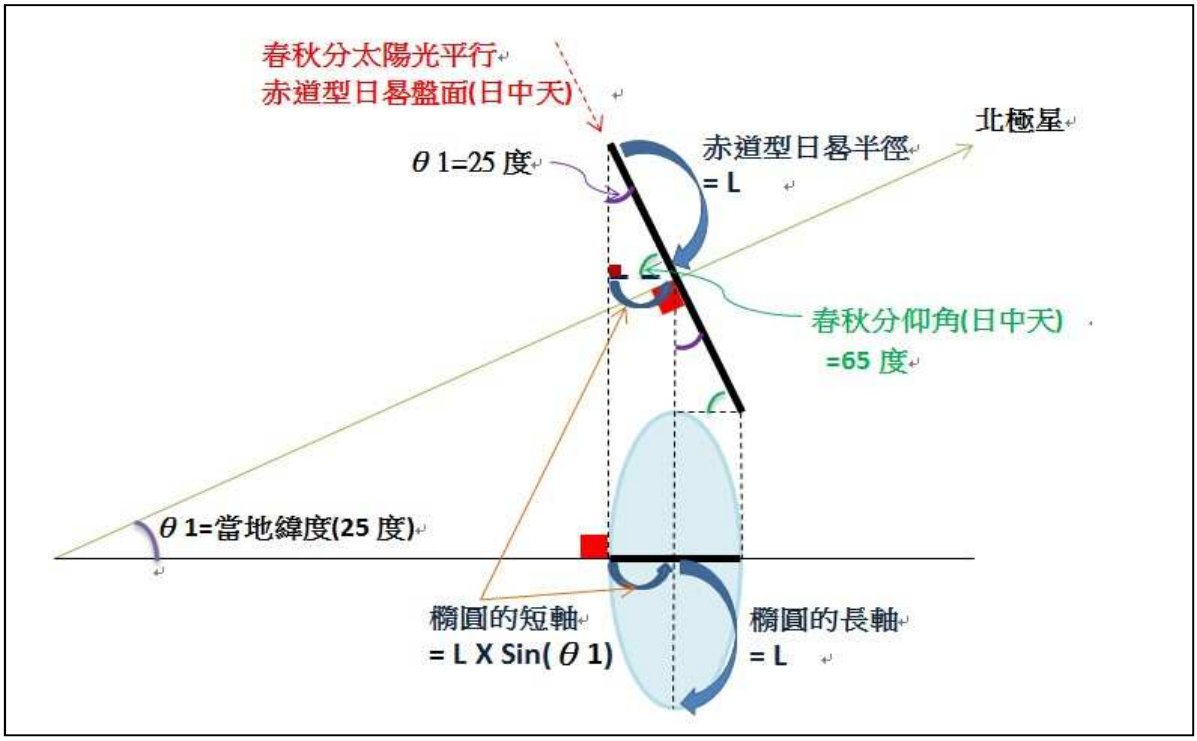
在將竿影圖疊合的過程中，我們發現如果要方位角能搭配，那麼竿影長必定不對，如果要竿影長搭配，那麼方位角必定不對，只有將這三天竿影延長後，**選擇「方位角能搭配」的竿影圖放置方式，這三天同一時間的時點才會交於一起**，才能符合人影日晷的操作規則，如上圖。雖然這種方法可以得出人影日晷的小時點位置(上圖圈圈就是小時點)，但是這只有在特定的這三天才可用，至於其他日期，我們就不曉得該站於哪一個位置，所以要再找其他方法再研究。

三、進一步探求如何決定人影日晷橢圓的時間圈

我們進一步從書上找到資料(參考資料九)，發現原來人影日晷的橢圓時間圈，就是赤道型日晷圓形時間圈在地面上的投影，如下圖自己做的模型。

 赤道型日晷和人影日晷的關係(正面)	 赤道型日晷和人影日晷的關係(側面)

這個重要的觀念讓我們相當振奮，但是書上的計算公式過於複雜讓人看不懂。我們另外從網路找到只要知道長短軸就可以畫出橢圓的方法(參考資料二)，於是根據以上畫橢圓的觀念及方法，就自己畫投影分析圖來找出人影日晷的橢圓時間圈，如下圖。



由以上分析圖我們可以知道

(一)橢圓的長軸=赤道型日晷的半徑= L

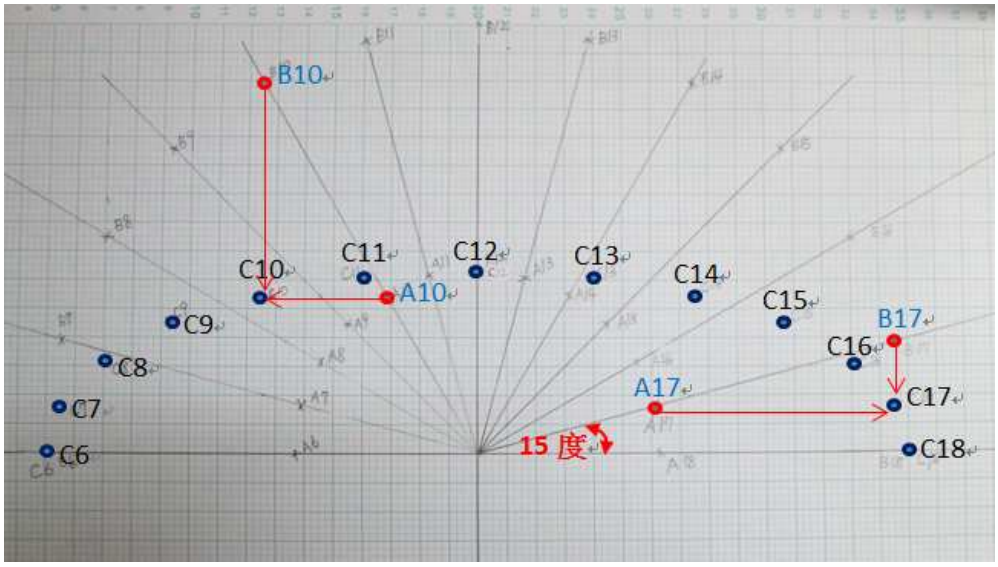
(二)橢圓的短軸=赤道型日晷的半徑 X Sin(當地緯度)= L xSin(θ1)，θ1=當地緯度

假設我們做一個小模型，取赤道型日晷的半徑=18 公分，

那 橢圓的長軸=18 公分 ， 橢圓的短軸=18 X Sin(25 度)=7.6 公分

我們根據(參考資料二)畫橢圓的方法將此橢圓畫出，因為在赤道型日晷的時間區分布是以每 15 度為一小時，故我們在橢圓邊上取時間點也是一樣，在小圓、大圓圈上每 15 度取

一點，如下圖 A17 及 B17，然後 A17 往外作水平線，B17 往內作垂直線，兩者相交於 C17(小時點 17 點的位置)上，我們依序完成 C6~C12 的小時點，如下圖。到此我們已畫出人影日晷的時間圈。



四、 研究南北方向中央線，在不同日期要站立的位置

(一) 我們知道地球繞太陽有一定的規律，在特定的日子會到達特定的位置，而我們查詢中央氣象局日曆資料表(參考資料十)發現，24 節氣在每年的日期至多差 1 天。所以我們以 2014 年的日曆當標準，選擇 24 節氣來觀察太陽過中天的仰角資料(參考資料三)，我們將宜蘭地區 24 節氣的資料整理如下，並將仰角相同或接近的節氣排在同一排，仰角一樣表示太陽在天空的位置一樣。

順序	節氣	日期	日中天仰角(度)	**順序**	節氣	日期	日中天仰角(度)
1	冬至	12/22	42				
2	小寒	01/05	43	**24**	大雪	12/7	43
3	大寒	01/20	45	**23**	小雪	11/22	45
4	立春	02/04	49	**22**	立冬	11/7	49
5	雨水	02/19	54	**21**	霜降	10/23	54
6	驚蟄	03/06	60	**20**	寒露	10/08	59
7	春分	03/21	65	**19**	秋分	09/23	65
8	清明	04/05	71	**18**	白露	09/08	71
9	穀雨	04/20	77	**17**	處暑	08/23	77
10	立夏	05/05	81	**16**	立秋	08/07	82
11	小滿	05/21	85	**15**	大暑	07/23	85
12	芒種	06/06	88	**14**	小暑	07/07	88
13	夏至	06/21	89				

觀察上表一年之中，日中天的仰角變化由小->大->小（42 度->89 度->42 度）來回變化

日期 03/06 和 10/08 仰角差 1 度，日中天的仰角可簡化為一樣，改為 60 度

日期 05/05 和 08/07 仰角差 1 度，日中天的仰角可簡化為一樣，改為 81 度

因此我們將一年 365 天太陽過中天時的仰角簡化為 13 種變化，如下表。我們就以這 13 個太陽過中天的仰角資料，作為計算不同日期要站位置的基礎。

位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
仰角(度)	42	43	45	49	54	60	65	71	77	81	85	88	89

以上每個位置的仰角以位置 7(65 度)為對稱點，左右稍有 1 度誤差，為了簡化模型，我們將左右對稱點調整到一致，例如位置 6 和位置 8，仰角差(71-60=11 度)，11/2=5.5

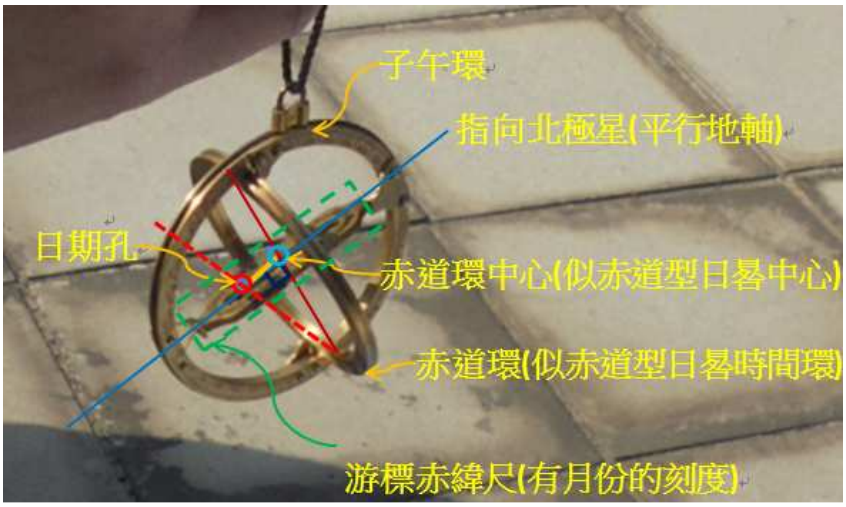
新的位置 6 仰角為 65-5.5=59.5 度，新的位置 8 仰角為 65+5.5=70.5 度

重新調整後，太陽過中天的仰角資料如下(紅色表示有調整過):

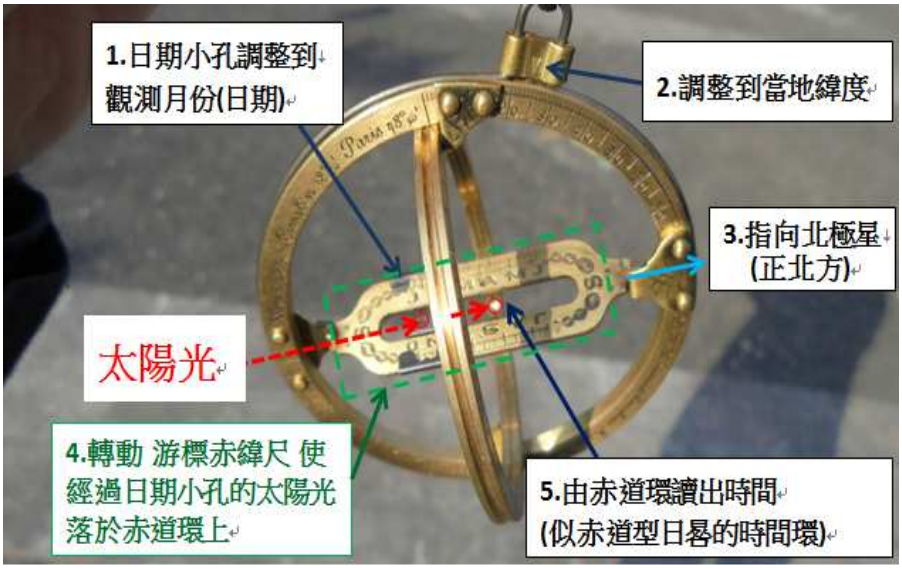
位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
仰角(度)	41.5	42.5	45	49	53.5	59.5	65	70.5	76.5	81	85	87.5	88.5

(二)根據太陽在天空的位置決定人應該站的位置

雖然確定了選用什麼日期和過中天的仰角，但是該站在南北線上的哪一個位置始終困擾著我們，後來老師拿來一個攜帶型環狀日晷讓我們操作看看，我們終於想出如何解決這個問題。攜帶型環狀日晷(攜帶型環公晷)的構造如下圖。



攜帶型環狀日晷讀取時間的操作方法如下圖步驟 1~步驟 5。

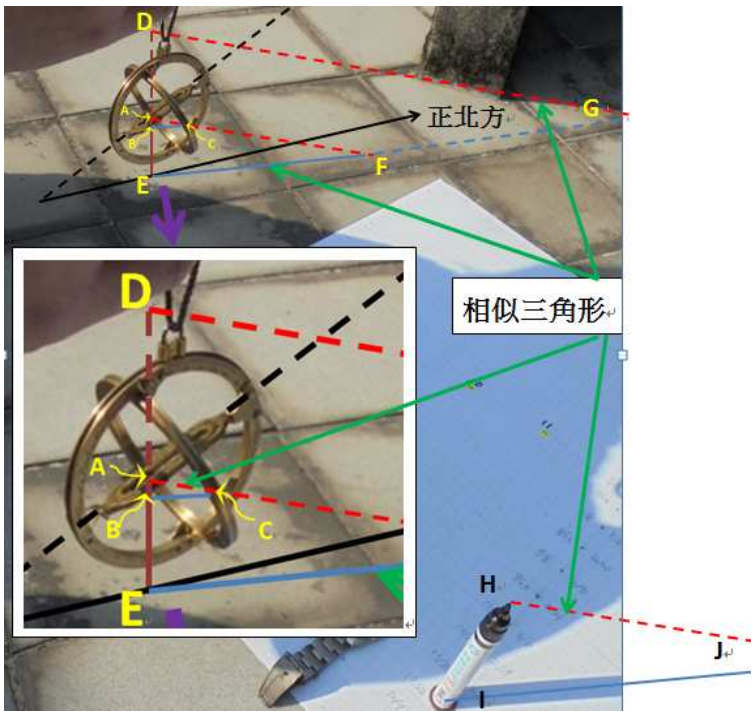


由操作攜帶型環狀日晷我們得到以下幾個結論；

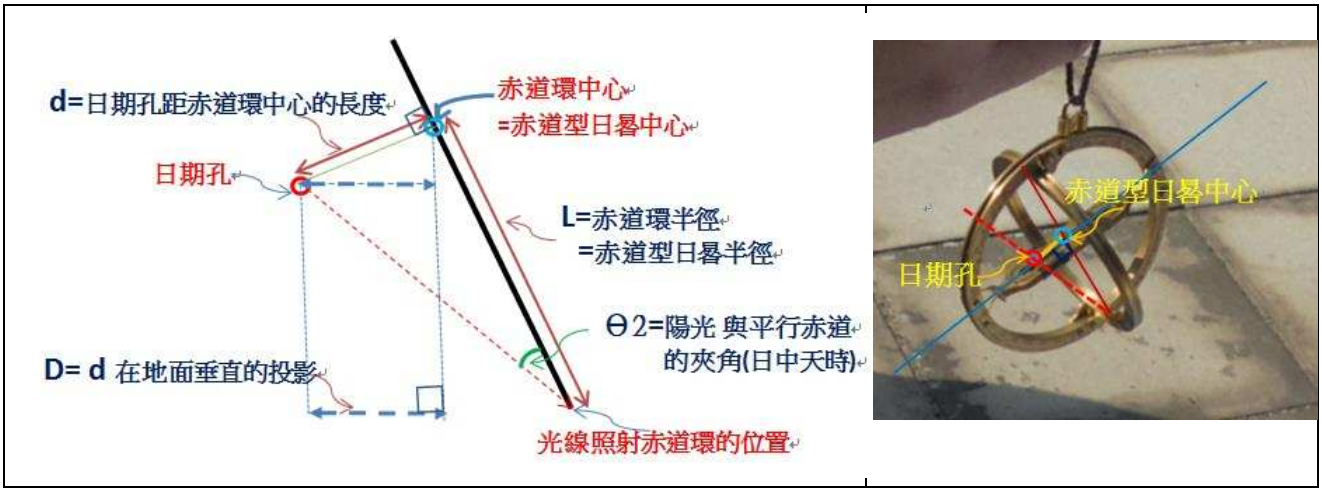
1.只要將日期小孔放到游標赤緯尺正確的日期位置，掛勾處刻度調整到當地緯度(學校地區 25 度)，將子午環對準正南北方向，轉動游標赤緯尺使日期小孔正對陽光，就有一道光線直接射到赤道環(時間環)上，透過攜帶型環狀日晷的幫忙，讓我們就可以將太陽光簡化為一道清楚的光線。而這時這道光線和經過任何物體的頂端的光線都平行(因為太陽是平行光)。

2.由這道光線往垂直方向和水平方向做投影我們可以得到很多相似三角形，如下圖。

△ABC，△DEG，△AEF，△HIJ(任意垂直豎立的物品)通通都是相似三角形

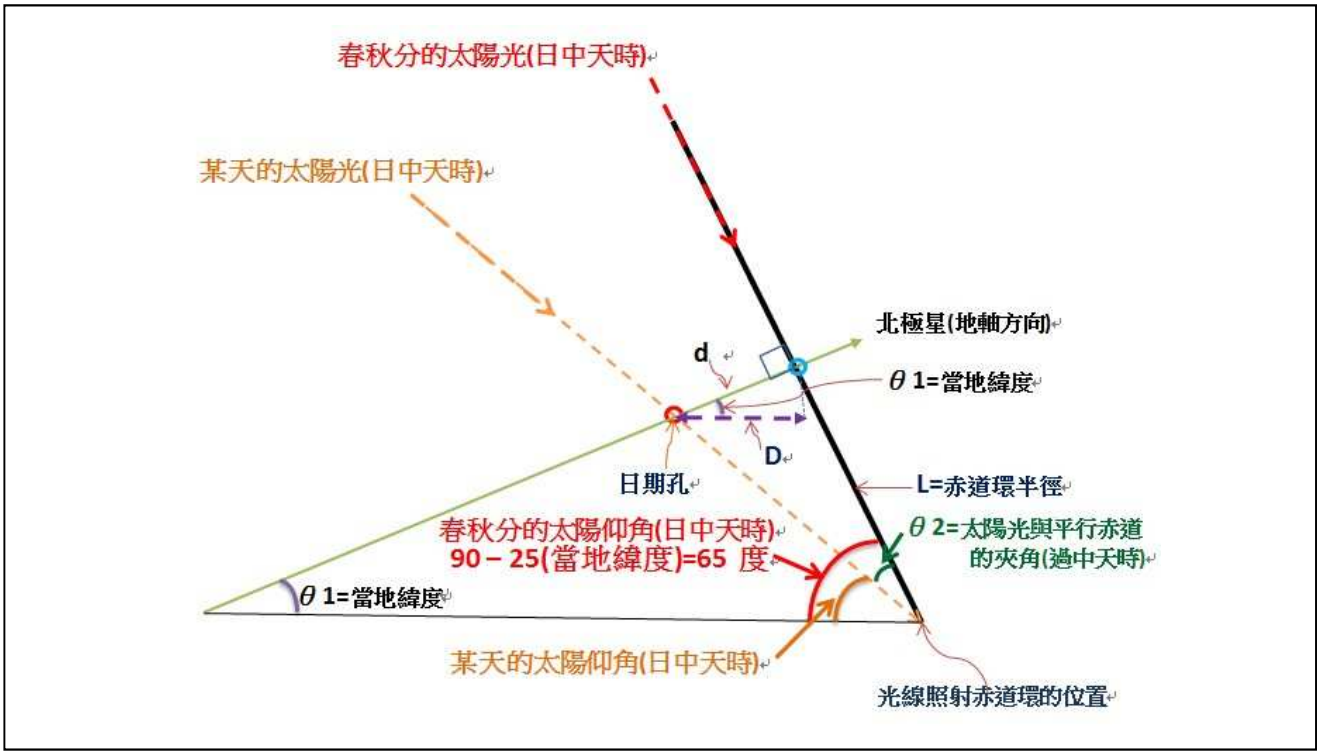


3.而當太陽過中天的時候，線段 BC，線段 EF，線段 EG，線段 IJ 都會朝向正南北方向，我們就利用這個時候來討論，什麼日期該站於南北線上的什麼地方，首先我們先求[日期孔距赤道環中心的長度]，因為根據上圖的一些相似三角形，**我們認為日期孔在地面垂直的投影點，就是我們在南北軸上要站的位置，也就是下圖的 D。**



(1)根據上面分析圖，我們知道 **d= L x Tan(θ2)**， L =赤道環半徑，θ2=過中天時陽光與平行赤道的夾角， **d =日期孔距赤道環中心的長度**（簡稱日期孔長度）

我們從另外一個觀點來看，在北緯 25 度地區，春秋分時太陽直射赤道，因此當春秋分太陽過中天時，太陽的仰角=90-25(當地緯度) 度=65 度，分析圖如下。

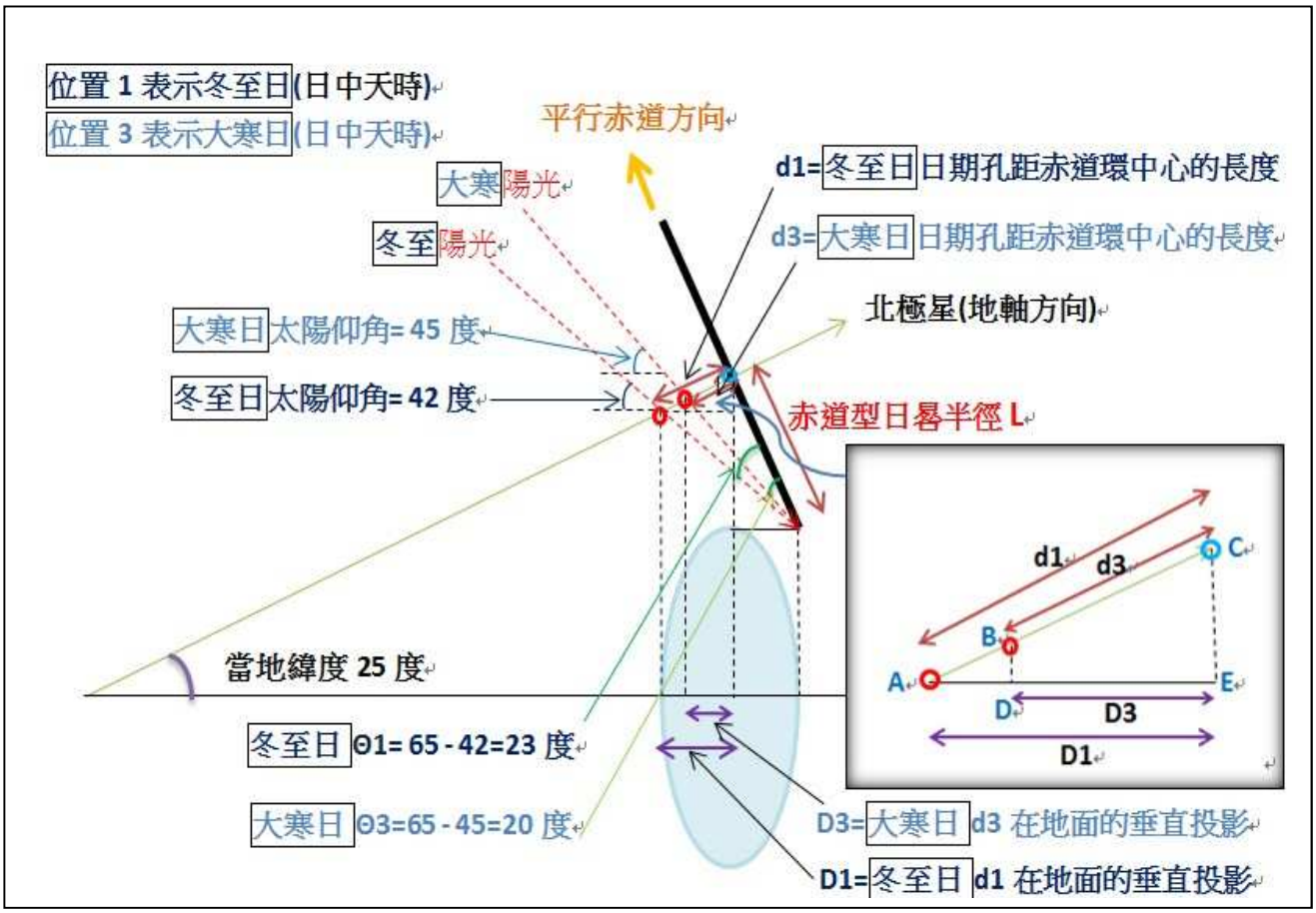


某日的日中天時 ，θ2= 春秋分太陽仰角-某日太陽仰角 = 65 度-某日太陽仰角

d 的公式可修正為　　d = L x Tan(θ2)= L x Tan(65 度 - 某日太陽仰角)

再根據前面分析圖，可以推論某日太陽在日中天時，**日期孔長度在地面的垂直投影長度為 D = dxCos(θ1)= LxTan(θ2)xCos(θ1)= LxTan(65 度-某日太陽仰角)xCos(25 度)，也就是我們可以根據 L=赤道型日晷半徑(長軸)、日中天太陽仰角、當地緯度，算出在當天在南北軸上要站的位置**。

(2)我們認為日期孔垂直地面的投影點就是我們要站的位置，我們以位置 1 冬至日和位置 3 大寒日為例，畫出日期孔長度在地面上的投影做比較，如下圖。



冬至日要站的位置= LxTan(23 度)xCos(25 度)。

大寒日要站的位置= LxTan(20 度)xCos(25 度)。

(三)、計算二十四節氣要站在南北軸上的位置

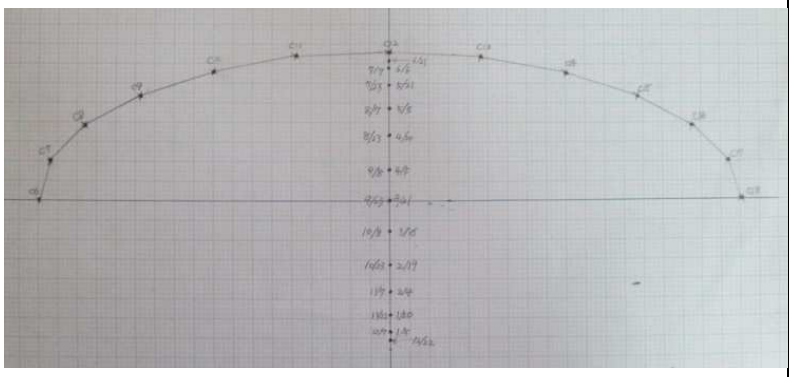
一開始我們先做人影日晷小模型，選定赤道型日晷的半徑（赤道環半徑） L=18 公分，套用前面 24 節氣 13 個日中天的太陽仰角資料、當地緯度 25 度，及以上我們推導的公式，我們算出人影日晷模型在南北軸上，不同日期要站的位置，資料整理如下表：(長度單位：公分)

位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
太陽仰角(度)	41.5	42.5	45	49	53.5	59.5	65	70.5	76.5	81	85	87.5	88.5
D(公分)	**7.1**	**6.8**	**5.9**	**4.7**	**3.3**	**1.6**	**0**	**-1.6**	**-3.3**	**-4.7**	**-5.9**	**-6.8**	**-7.1**

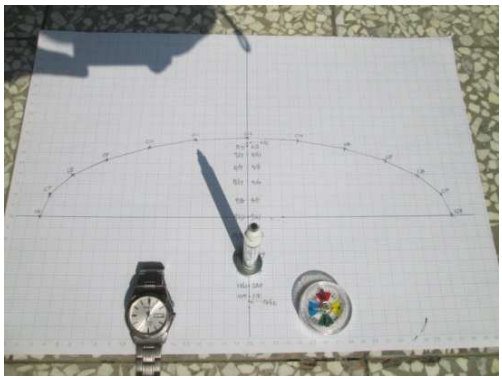
正號表示在位置 7(春秋分)的南邊，負號表示在位置 7(春秋分)的北邊

我們將以上資料加入日期，整理如下表，並繪製出**人影日晷模型的南北軸日期位置**。

位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
日期	冬至 12/22	小寒 01/05	大寒 01/20	立春 02/04	雨水 02/19	驚蟄 03/06	春分 03/21	清明 04/05	穀雨 04/20	立夏 05/05	小滿 05/21	芒種 06/06	夏至 06/21
		大雪 12/7	小雪 11/22	立冬 11/7	霜降 10/23	寒露 10/08	秋分 09/23	白露 09/08	處暑 08/23	立秋 08/07	大暑 07/23	小暑 07/07	
日期位置(公分)	7.1	6.8	5.9	4.7	3.3	1.6	0.0	-1.6	-3.3	-4.7	-5.9	-6.8	-7.1



長軸 18 公分的人影日晷模型



拿到太陽底下驗證日晷的正確性

到此我們已找出不同日期，應該站在南北方向什麼位置上。

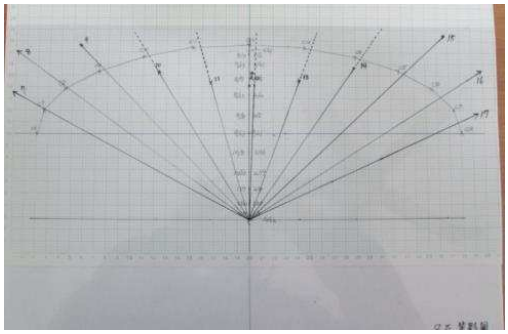
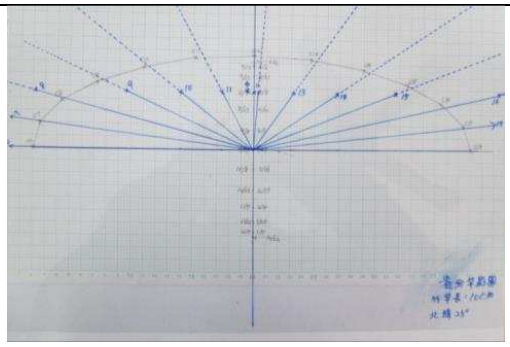
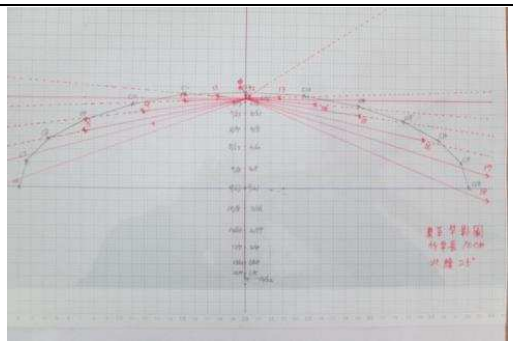
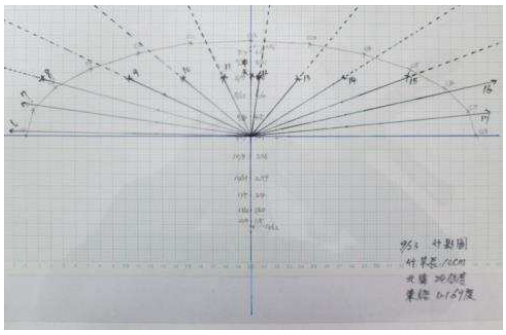
五、人影日晷小模型實際戶外驗證

我們將做好的人影日晷模型拿到戶外實際觀測，發現好像還蠻準的，如附件二之一 ~二之三。

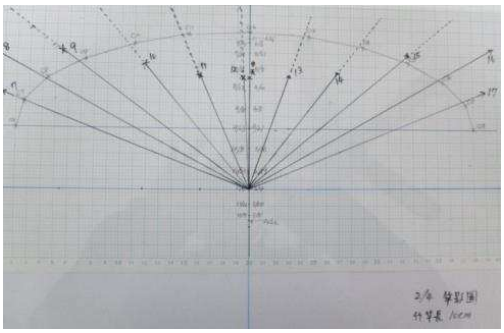
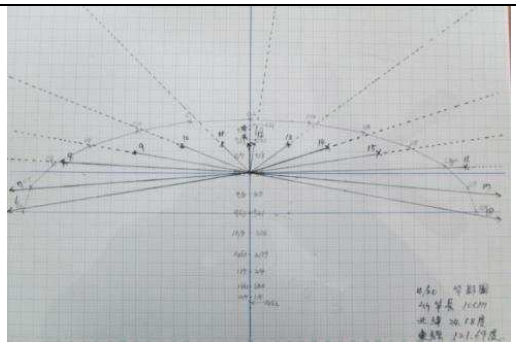
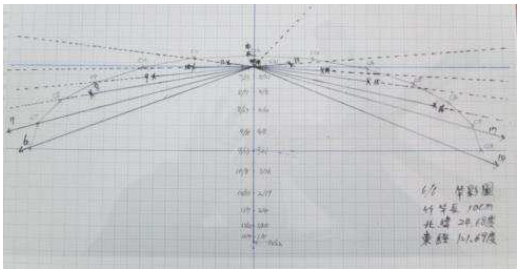
六、繪製不同日期竿影圖，與人影日晷模型比對，以驗證模型的正確性。

為了進一步驗證我們所設計人影日晷模型是否正確，我們需要更多不同日期的實驗，但是基於天氣及長時間等待的因素，我們採取間接的方式來驗證。我們將已知日期太陽的方位角及仰角資料轉化成透明膠片的竿影圖，然後直接將透明膠片的竿影圖，放到人影日晷模型的圖面上正確的日期上，看每小時的竿影延長線是否通過小時點。

(一)因為台北地區(東經 121.51 度)和宜蘭地區(東經 121.69 度)的經度差不多，時間只差 6.67-6.08=0.59 分=35.4 秒，故我們可以氣象局網站台北地區的四季太陽仰角及方位角資料，來代替宜蘭地區太陽的資料，來進行繪製竿影圖及驗證人影日晷模型，驗證結果如下。

 用 12/22 冬至竿影圖驗證模型	 用 3/21 春秋分竿影圖驗證模型
 用 6/21 夏至竿影圖驗證模型	 用 09/23 秋分竿影圖驗證模型

(二)為看出其他日期時，我們的日晷模型是否正確，我們另外再用 Stellarium 模擬宜蘭地區立春、穀雨、芒種三天的太陽仰角及方位角資料，繪製成竿影圖來驗證，實驗結果如下。

 用 02/04 立春竿影圖驗證模型	 用 04/20 穀雨竿影圖驗證模型
 用 6/6 芒種竿影圖驗證模型	

七、戶外繪製人影日晷並驗證

當我們證明人影日晷模型是正確後，為方便製作放大或縮小日晷，我們測量模型日晷(長軸 18CM)的尺寸，以春秋分的站立位置為日晷的中心，標示出 6~18 時點的位置資訊，資料整

理如下表，然後我們可以此尺寸，照比例放大製作，可實用的人影日晷時間圈。

時間(時)	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
時點角度(度)	-90	-83.5	-76	-67	-53.5	-32	0	32	53.5	67	76	83.5	90
時點長度(公分)	18.0	17.5	16.1	13.8	11.1	8.8	7.6	8.8	11.1	13.8	16.1	17.5	18.0

我們要在學校廣場繪製適合的人影日晷，首先要決定要在哪裡畫？畫多大的日晷？

(一)根據人影日晷模型的實地驗證，我們發現清晨和傍晚太陽的仰角低，容易被附近建築物或樹木的影子擋住，所以選擇越空曠的地點越好，而以學校的升旗台附近廣場地點比較合適。

(二)我們選擇橢圓的長軸為 300 公分來製做人影日晷，也就是赤道環半徑設定為 300 公分，

1.戶外日晷時間圈依比例放大(300/18=16.7 倍)後，尺寸為:

時間(時)	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
時點角度(度)	-90	-83.5	-76	-67	-53.5	-32	0	32	53.5	67	76	83.5	90
時點長度(公分)	**300.0**	**291.7**	**268.3**	**230.0**	**185.0**	**146.7**	**126.7**	**146.7**	**185.0**	**230.0**	**268.3**	**291.7**	**300.0**

2. 日晷南北軸方向日期位置，也是放大 16.7 倍後，尺寸為:

位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
日期	**冬至 12/22**	**小寒 01/05**	**大寒 01/20**	**立春 02/04**	**雨水 02/19**	**驚蟄 03/06**	**春分 03/21**	**清明 04/05**	**穀雨 04/20**	**立夏 05/05**	**小滿 05/21**	**芒種 06/06**	**夏至 06/21**
		大雪 12/7	**小雪 11/22**	**立冬 11/7**	**霜降 10/23**	**寒露 10/08**	**秋分 09/23**	**白露 09/08**	**處暑 08/23**	**立秋 08/07**	**大暑 07/23**	**小暑 07/07**	
日期位置(公分)	**118.2**	**112.6**	**99.0**	**78.0**	**55.3**	**26.2**	**0.0**	**-26.2**	**-55.3**	**-78.0**	**-99.0**	**-112.6**	**-118.2**

日期位置數字為正表示位置點在中間偏南，數字為負表示位置點在中間偏北。

我們在戶外依上述的數據在校園廣場畫好人影日晷如下，並實地驗證記錄如附件三之一 ~ 附件三之三。

1.先量出時點的方位

2.在時點的長度做記號

3.為凸顯時點的位置，我們在時點上放置裝有不同顏色的羊奶瓶，6、9、12、15、18 時點放紅色瓶，其他位置放黃色瓶。

4.在地上標出日期(二十四節氣)要站立的位置

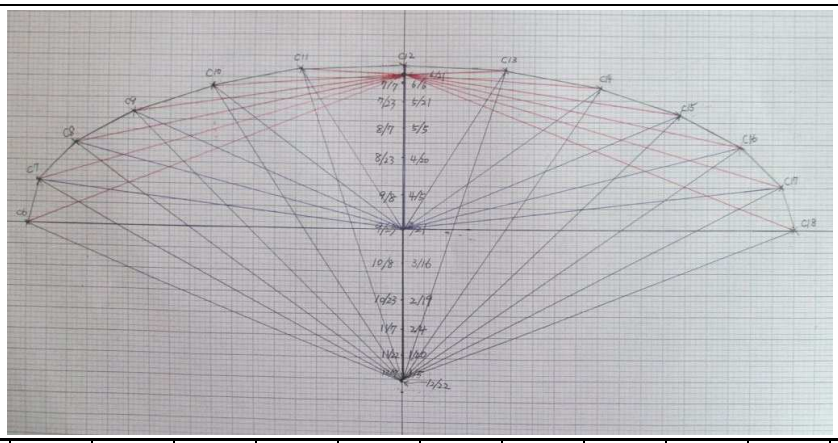
5. 二十四節氣要站立的位置

6.完成了，站在二樓從上往下拍整個樣貌

伍、 研究結果

一、人影日晷晷面上的時點在不同日期的角度分析

觀察長軸 18 公分的人影日晷模型，以不同日期為觀測中心點，分別測量冬至、春秋分、夏至的時點長度及時點間隔夾角如下:



時間(時)	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
冬至時點長度(公分)	19.3	19.7	19	17.8	16.4	15.3	14.7	15.3	16.4	17.8	19	19.7	19.3
春秋分時點長度(公分)	18.0	17.5	16.1	13.8	11.1	8.8	7.6	8.8	11.1	13.8	16.1	17.5	18.0
夏至時點長度(公分)	19.3	18	15.9	12.9	9	4.8	0.4	4.8	9	12.9	15.9	18	19.3

時點間隔(時)	06-07	07-08	08-09	09-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18
冬至時點間隔夾角(度)	6	7.5	9	12.5	15	18	18	15	12.5	9	7.5	6
春秋分點間隔夾角(度)	6.5	7.5	9	13.5	21.5	32	32	21.5	13.5	9	7.5	6.5
夏至時點間隔夾角(度)	5	4.5	3	4.5	7	86	86	7	4.5	3	4.5	5

我們認為較好的時鐘標準應該是要符合(一)各時點影子長度不要變化太大。(二)時間間隔儘量一致且時間間隔要越大。由以上資料可以看出

時點長度變化:冬至(14.7~19.7)<春秋分(7.6~18)<夏至(0.4~19.3)　　單位:度

時點間影子的夾角穩定度:冬至(6~18)>春秋分(6.5~32)>夏至(3~86)　　單位:度

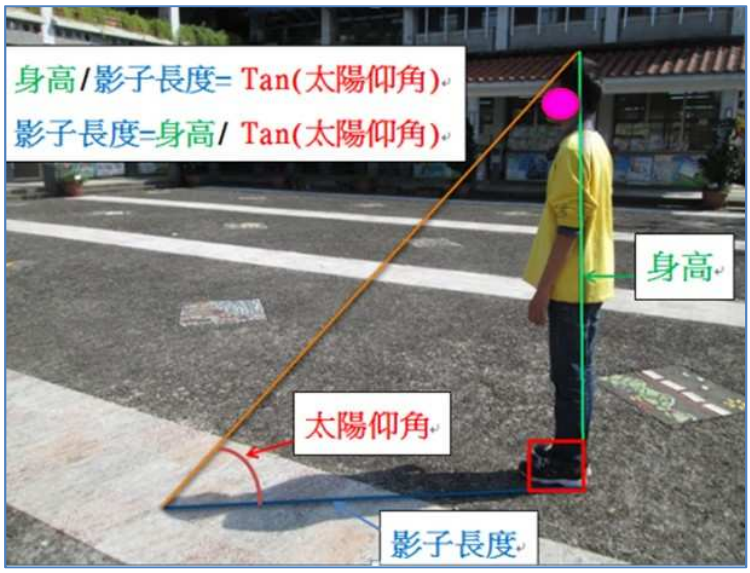
所以我們推論人影日晷的使用時機，冬至 > 春秋分 > 夏至。

二、人影日晷南北線上不同日期位置的比較

在南北軸線中間部分(春分、秋分)，節氣位置距離間隔較大，兩端部分(夏至、冬至)，節氣位置距離間隔則較小，這和太陽的四季在日中天時仰角的變化一致。

三、多少身高要製作多少大小的日晷

日晷要做多大，必須由身高來決定，一天之中人影由清晨無限長，到中午變成最短，到傍晚又變成無限長，故要以中午時間來考慮，中午的影子就是在南北方。而一年之中，又以冬至影子最長，適合當作短軸的考量標準(冬至中午人影的位置在南北線上的最北端，我們希望冬至中午，人影能落於 12 時點上)，假設以身高 170 公分來考慮，冬至過中天時(仰角 42 度)影子長度為，170 / Tan(42 度)=188.8 公分。



人影日晷(橢圓)的短軸可以設計成，冬至日中午人影子長度的一半 188.8/2=94.4 公分。決定短軸後，根據前面的討論，我們得知人影日晷(橢圓)的長軸為:

橢圓的長軸=橢圓的短軸/Sin(當地緯度)=94.4/Sin(25 度) 公分=223.4 公分。

實際觀測時，因為人的頭影子太大，不太適合當指標，若把手舉高，手的影子顯然比頭的影子適合當指標，因此我們決定將人的身高加上舉起手的高度作為設計人影日晷的參考，利用相同的做法，我們考慮總身高(150cm~240cm)的情形，重新計算出以下的人影日晷大小

總身高=人身高+舉手	150	160	**170**	180	190	200	210	220	**230**	240
總身高的影長	166.6	177.7	**188.8**	199.9	211.0	222.1	233.2	244.3	**255.4**	266.5
橢圓的短軸=(總身高的影長)/2	83.3	88.8	**94.4**	100.0	105.5	111.1	116.6	122.2	**127.7**	133.3
橢圓的長軸	197.1	210.2	**223.4**	236.5	249.7	262.8	275.9	289.1	**302.2**	315.4

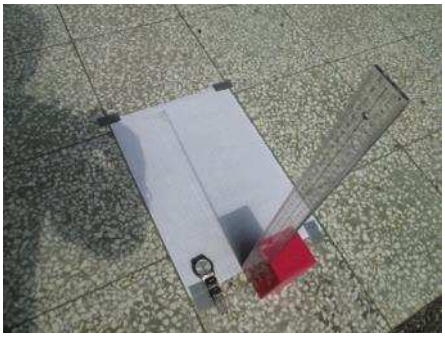
單位: 公分

為考慮大人及小孩都可以來玩人影日晷，最後我們決定以六年級最高同學為標準，他的總身高(人身高+舉手)約 230 公分，因此我們決定以長軸為 300 公分，來製作我們校園中的人影日晷。

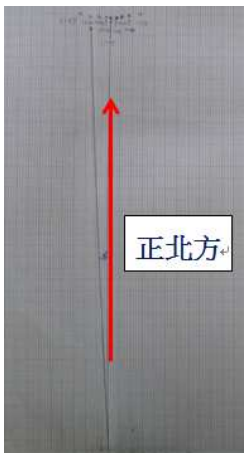
四、使用人影日晷要注意設置方位(磁北方和正北方的比較)

人影日晷的設置是否對齊正南北方，如果對的是磁北方，那麼對時間的正確性會有很大的影響。我們除了可用指北針找出磁北方，再順時針轉 4 度就是正北方的方法外。也可用電子羅盤來找出正北方，如下圖用 IPAD 下載 APP 來找正北方。

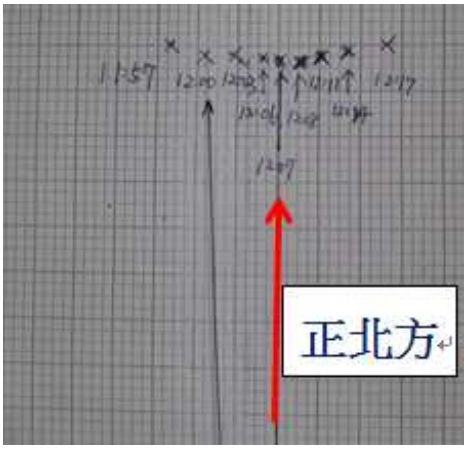
另外我們也可以透過太陽過中天時，竿影最短的特性，來定出正北方。我們將直尺垂直擺放至地上，紀錄中午前後時間，直尺頂端的影子位置，影子最短的位置就是正北方的位置，如下圖。我們發現在 104.02.13 中午 12:07 時直尺影子最短，而此時影子方向的延長線與地上地磚的線平行，所以我們確認學校地上的線就是朝向正南北方。



直尺垂直豎立在地上



地上的紀錄紙



地上的紀錄紙放大

五、實際驗證

我們將驗證分成兩種，一種驗證小模型日晷，一種驗證戶外真實人影日晷。而驗證日期選用 2 月中(日期介於立春和雨水中間)站立位置中間偏南、3 月中(日期介於驚蟄和春分之間)站立位置靠近中間、5 月中(日期介於立夏和小滿之間)站立位置中間偏北來比較，也就是在日晷南北軸線的下、中、上三個位置來驗證比較，我們將所拍的驗證照片整理成附件二之一~附件二之三、附件三之一~附件三之三，經驗證後證明我們設計的人影日晷是正確的，具有實用性。

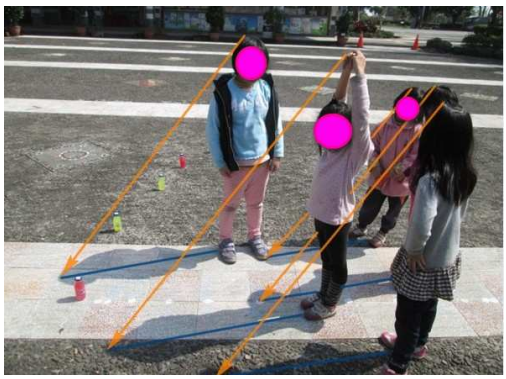
陸、　討論

一、人影日晷使用時，身高不同是否會影響時間的判讀?

身高不同並不影響影子的方位，有差的是影子的長短，身高越高的人影子越長，身高越矮的人影子越短，但是影子的延長線，都會指向同一時間方向，因為經過每個人頭頂的太陽光都是平行光，**所有人的影子都朝向同一方向，並不影響時間的判讀**，如下圖。

身高越高的人影子越長

身高中等的人影子中等

 身高越矮的人影子越短	 經過每個人的頭頂的太陽光都是平行光，影子都朝向同一方向

二、人的站立位置不對，時間判讀會不對

情況一: 觀測時間在中午 12 時以前

下面例子觀測時間在早上 09:00，若人站的位置偏北，讀到的時間較快；若人站的位置偏南，則讀到的時間較慢。

人站的位置偏北，時間較快	人站的位置正確，時間正確	人站的位置偏南，時間較慢

情況二: 觀測時間在中午 12 時以後

下面例子觀測時間在中午 12:58，若人站的位置偏北，讀到的時間較慢；若人站的位置偏南，則讀到的時間較快。

人站的位置偏北，時間較慢	人站的位置正確，時間正確	人站的位置偏南，時間較快

三、人影日晷如何作時間修正?來提高正確性。

由長軸 18 公分日晷模型及戶外人影日晷兩者的實驗結果，我們覺得人影日晷似乎是正確、可以實用的，但是如果我們要進一步要求準確度，好像日晷上的時間和手錶上的時間有一點差異。我們根據參考資料八，知道日晷如果要正確讀出時間的話，是要做時間校正的，校正的公式如下，**手錶標準時間=日晷時間+自然時差(軌道時差)+人為時差(地理時差)**

自然時差介於(+14.4 分 ~ -16.4 分) ，見附件四之一、附件四之二

人為時差= -6.67 分，計算的方式如下:

宜蘭(東經 121.69 度)比手錶標準時區(東經 120 度)差 1.69 度，時間快(1.69/360)*1440=6.67 分

台北(東經 121.52 度)比手錶標準時區(東經 120 度)差 1.52 度，時間快(1.52/360)*1440=6.08 分

四、人影日晷在何日期較適用?如何求證?

除了用繪製透明竿影圖套在人影日晷上做驗證外(如研究過程六)，我們也可利用上述討論三，不同日期的時間差修正做判斷，找出日晷較適用的日期及時間:。

例如:我們計算 3/21 春分、6/21 夏至、09/23 秋分、12/22 冬至，這四天的自然時差+人為時差，如下表。

日期	3/21 春分	6/21 夏至	09/23 秋分	12/22 冬至
自然時差+人為時差 =時間差(分)	7.4-6.67 =0.73	1.5-6.67 =-5.17	-7.5-6.67 =-14.17	-1.5-6.67 =-8.17

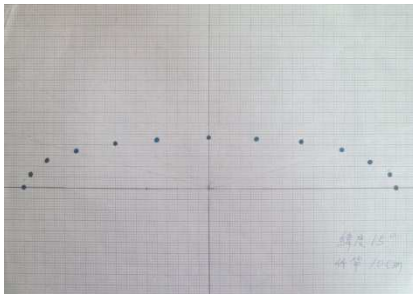
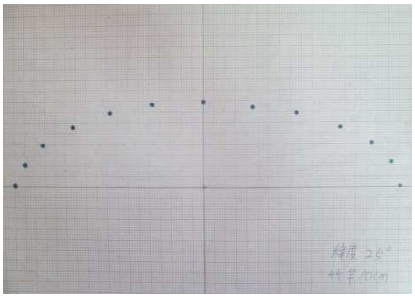
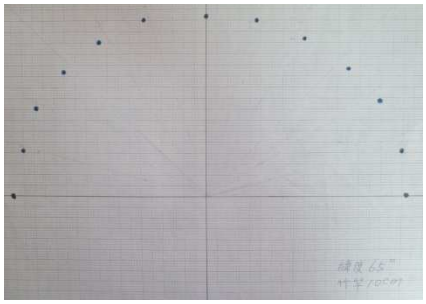
根據上表我們發現春秋分誤差最小，再來是夏至、冬至，而秋分是誤差則是較大的，所以**如果不考慮時間修正，則人影日晷的適用性為 春分 >夏至 > 冬至 >秋分。若有考慮時間修正，則應該是像研究結果一，冬至 > 春秋分 >夏至**。而用透明竿影圖套在人影日晷上，則可進一步分析每個時點的適用性。

五、世界上其他不同地區(緯度)的人影日晷適用為何?

在經過戶外驗證我們設計人影日晷的正確性後，我們思考在世界上其他不同緯度地區，這種設計是否仍然正確，因此我們利用相同的方法(研究過程三、研究過程四)來繪製不同地區(緯度)的人影日晷模型，並以不同地區(緯度)的竿影圖，來驗證模型的正確性。

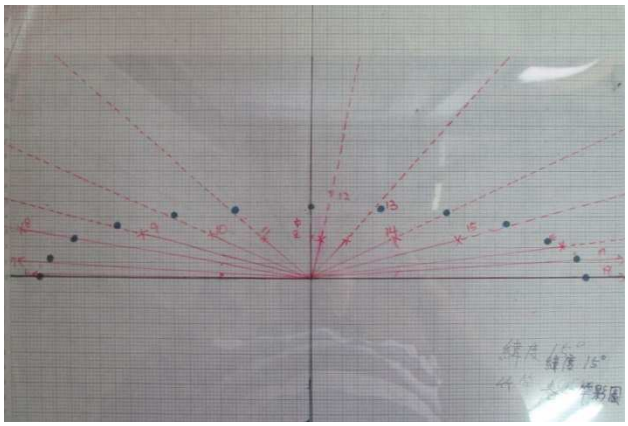
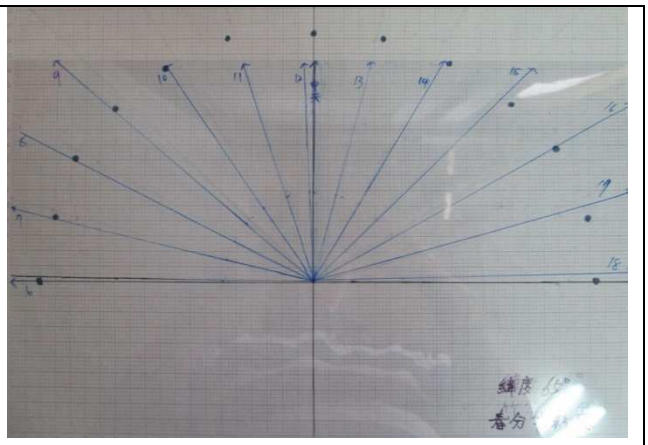
我們選擇緯度 15 度(低緯度)及 65 度(高緯度)重新來製作長軸為 18 公分的人影日晷，和

緯度 25 度宜蘭地區的人影日晷來比較，如下圖。

		
緯度 15 度的人影日晷模型	緯度 25 度人影日晷模型	緯度 65 度的人影日晷模型

我們發現緯度越高，時間圈是像正圓的橢圓，緯度越低，時間圈是越扁平的橢圓

同時用 Stellarium 模擬這兩個地區的太陽仰角及方位角，用來製作竿影圖驗證。為避免地理(經度)時間誤差及軌道時間誤差的校正，我們設定的地區為東經 120 度(地理時間誤差=0)，日期選春分(軌道時間誤差=0)，而且春分日時，人(竹竿、筆)站立的位置就在此橢圓形日晷的正中心，而少去計算南北軸上其他日期站立點位置的工作，實驗結果如下。

	
用春分竿影圖驗證緯度 15 度人影日晷模型	用春分竿影圖驗證緯度 65 度人影日晷模型

由以上的竿影圖的驗證我們發現，竿影的延長線幾乎都和時點重合，因此證明我們所發展及設計的人影日晷計算公式，是可以應用在不同的緯度地區，而且緯度越高的地區，人影日晷越適合；緯度越低的地區，人影日晷則較不適合。

柒、 結論

一、**由四季竿影圖的疊合，我們可以得出人影日晷時間圈的大致輪廓**。

二、**人影日晷的橢圓時間圈，就是赤道型日晷圓形時間圈在地面上的垂直投影**，根據這個觀念我們找出決定人影日晷時點位置的方法，**只要根據當地的緯度及長軸或短軸的長度(人**

的身高)，就可以決定出人影日晷橢圓形時間圈上各時點的位置。

三、經實驗證明，**我們的推論「攜帶型環狀日晷日期孔在地面垂直的投影點，就是我們在南北軸上要站的位置」是正確的**。**我們可以根據赤道型日晷半徑(長軸)、日中天太陽仰角及當地緯度，算出在當天在南北軸上要站的位置。**而我們選擇當地二十四節氣，太陽過中天的仰角資料，計算出二十四節氣要站的位置。

四、橢圓人影日晷的設計可大可小，**我們以冬至日中午的身高影長接近 12 時點的位置，作為人影日晷大小的設計基礎**，我們設計日晷的公式如下:

橢圓人影日晷的**短軸訂為=(人身高+舉手的影長)/2**，

橢圓人影日晷的**長軸=短軸/Sin(當地緯度)= L**，

不同日期要站的位置 **D = L x Tan(65 度-某日日中天太陽仰角) X Cos(25 度)**

，不同日期就選擇**以二十四節氣為特定的日期**。

五、根據宜蘭的緯度 25 度，及中央氣象局網站宜蘭地區，二十四節氣太陽過中天的仰角資料，我們設計長軸=18 公分，短軸=7.6 公分的人影日晷模型，搭配 7.6X2=15.2 公分長的筆，(事實上我們用的筆 13 公分，雖然稍微短一點，可是無損人影日晷的正確性，因為除了 11~13 時稍有影響外，其他時間筆的影子都比小時點更長，而延伸到橢圓人影日晷時間圈外)，此標準人影日晷模型的尺寸如下:

(一)長軸 18 公分的人影日晷模型時間圈資料

時間(時)	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
時點角度(度)	-90	-83.5	-76	-67	-53.5	-32	0	32	53.5	67	76	83.5	90
時點長度(公分)	18.0	17.5	16.1	13.8	11.1	8.8	7.6	8.8	11.1	13.8	16.1	17.5	18.0

(二) 長軸 18 公分的人影日晷模型，南北軸方向日期位置資料

位置	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
日期	冬至 12/22	小寒 01/05	大寒 01/20	立春 02/04	雨水 02/19	驚蟄 03/06	春分 03/21	清明 04/05	穀雨 04/20	立夏 05/05	小滿 05/21	芒種 06/06	夏至 06/21
		大雪 12/7	小雪 11/22	立冬 11/7	霜降 10/23	寒露 10/08	秋分 09/23	白露 09/08	處暑 08/23	立秋 08/07	大暑 07/23	小暑 07/07	
日期位置(公分)	7.1	6.8	5.9	4.7	3.3	1.6	0.0	-1.6	-3.3	-4.7	-5.9	-6.8	-7.1

日期位置數字為正表示位置點在中間偏南，數字為負表示位置點在中間偏北。

我們將做好的人影日晷模型拿到戶外實際觀測，我們選擇筆的豎立位置在偏南、中間、

偏北等三種情形，附件二之一(筆豎立在中間偏南)、附件二之二(筆豎立在接近中間)、附件二之三(筆豎立在中間偏北)，**我們實地證明自己所設計人影日晷模型的正確性**。

六、我們也在校園製作長軸為 300 公分的校園人影日晷，只要將上述結論五的日晷尺寸放大 300/18=16.7 倍就可以了，我們將驗證結果拍照、記錄整理成，附件三之一(站立位置在中間偏南、附件三之二(站立位置在接近中間) 、附件三之三(站立位置在中間偏北)，**我們也實地證明了自己所設計戶外人影日晷的正確性及適用性**。

七、**如果因為天候因素或交通因素，無法去當地直接驗證人影日晷的準確性，我們可以用竿影圖疊合人影日晷模型的間接方式來驗證**。就是我們將當地不同日期太陽仰角及方位角的資料(網路尋找或用 Stellarium 軟體模擬)先轉換成竿影圖透明膠片，然後放大或縮小至適合的大小，疊合至人影日晷模型上，就可以驗證不同地區人影日晷模型的正確性。

八、任何日晷都需要作時間校正，**人影日晷讀出的時間+自然時差(軌道時差)+人為時差(地理時差)= 手錶標準時間**。宜蘭學校地區的人為時差為 -6.67 分，自然時差每天不一樣，如附件四。

九、**人影日晷正確的放置應該朝向正南北方**，可以用研究結果四的方法定出正北方。

十、實際操作人影日晷時，可將雙手合掌擺在頭上，產生尖端形狀的影子比直接用頭的影子，較能讀出正確的時間。

十一、當太陽仰角較高的季節或時間，或身高太小的小朋友，身高+雙手的影子如果達不到時點，那麼以目測影子的延伸線，一樣可以讀出時間。

十二、**利用我們研究的方法，我們可以做出任何地區的人影日晷，如討論五。當緯度越高的地區人影日晷的外型就接近圓形，像時鐘**(影子像時針，但是影子旋轉的速度是時針的一半)，**這時人影日晷就非常適用**；而當緯度越低的地區，人影日晷的外型就接近很扁的橢圓形，若影子有一點角度差，時間的判讀就會出錯，較不適用。

十三、**人影日晷在宜蘭地區，一年之中只有在夏至日期前後一兩個月，靠近中午的時間較不適用，因為太陽的仰角太高，影子太短觀測上較易出錯，其他時間大致上還可以使用**。

十四、我們成功做出可以人影日晷，而且知道如何修正時間誤差，這種人和太陽的互動，比起其他種類的日晷，更令人覺得有趣。

捌、　參考資料及其他

一、投影日晷原理與模擬

http://phys5.ncue.edu.tw/physedu/article/13-2/4.pdf

二、已知長短軸作橢圓的技巧

http://apollonius.math.nthu.edu.tw/d1/ne01/jyt/geoclass/elipse/index.htm

三、中央氣象局網站宜蘭地區 2014 年太陽過中天的仰角資料

http://www.cwb.gov.tw/V7/astronomy/sunrise.htm

四、國立自然科學博物館網頁

http://www.nmns.edu.tw/public/exhibit/ground/sundial.htm

五、嘉義縣北回歸線太陽館

https://www.facebook.com/video.php?v=373620929472355&set=vb.346604618840653&type=2&theater

六、臺灣四季太陽仰角與方位角

http://www.cwb.gov.tw/V7/astronomy/cdata/season.htm

七、E 世代日晷-科展群傑廳

http://science.ntsec.edu.tw/Science-Content.aspx?cat=-1&sid=703

八、Sundials 天地網站

http://blog.xuite.net/nycl.chiu/blog/10406736-%E6%97%A5%E6%99%B7%E6%99%82%E5%B7%AE

九、邱紀良<日晷百變> 國立清華大學出版社 p180 民國 97 年

十、中央氣象局日曆資料表

http://www.cwb.gov.tw/V7/astronomy/cdata/calpdf/calpdf.htm

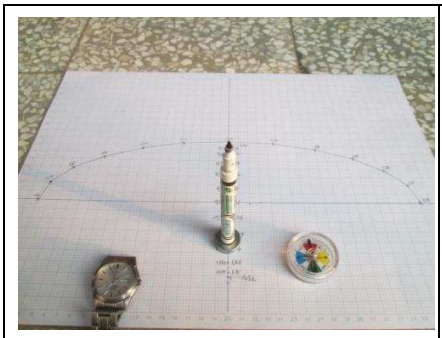
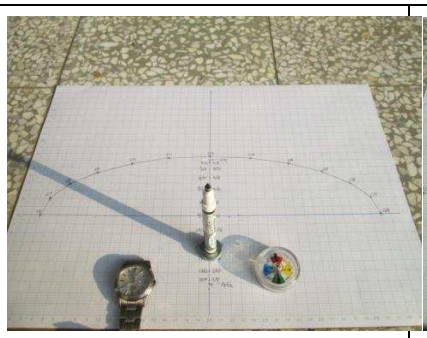
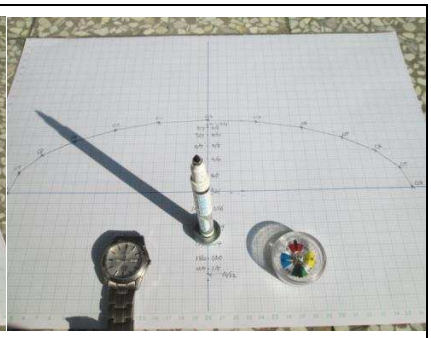
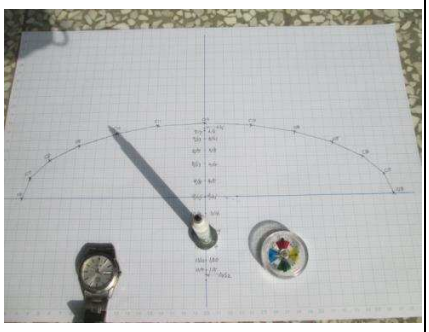
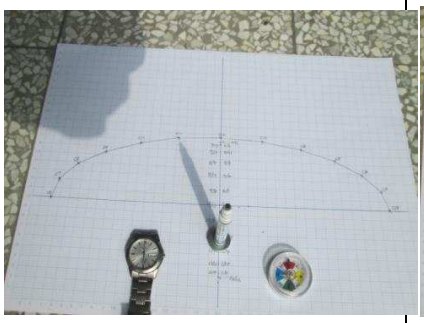
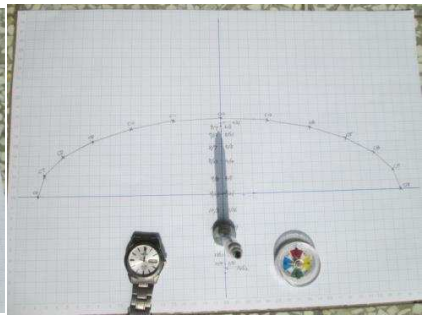
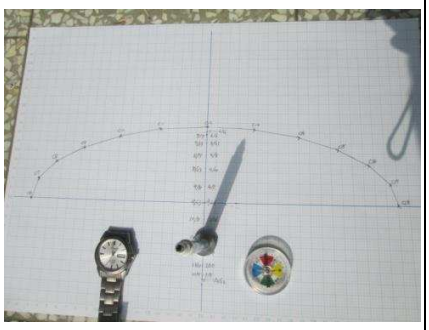
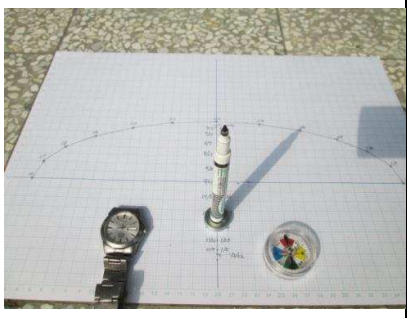
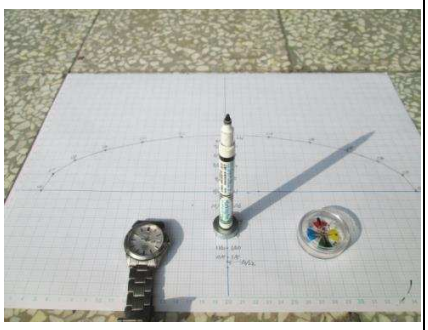
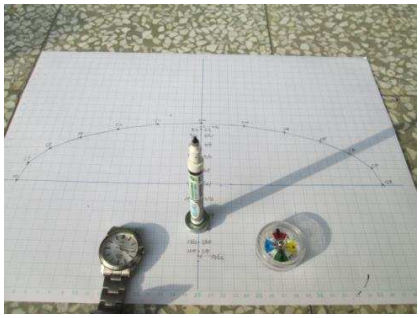
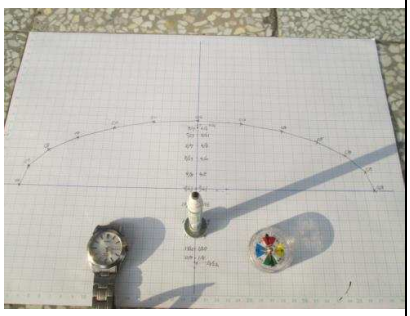
附件一

台　北　（東經 121°31’，北緯 25°02’）															
季節	時	6	7	8	9	10	11	中天	12	13	14	15	16	17	18
春分	仰角		13.3	26.6	39.6	51.5	61.0	65.0	65.0	61.3	52.0	40.2	27.3	13.9	
	方位		96.3	103.5	112.7	125.8	147.0	180.0	179.2	211.9	233.5	247.0	256.3	263.5	
夏至	仰角	10.6	23.5	36.7	50.1	63.6	77.2	88.4	88.1	75.3	61.7	48.2	34.8	21.6	8.8
	方位	68.9	74.0	78.5	82.8	87.4	94.3	180.0	211.0	267.1	273.3	277.8	282.1	286.7	291.8
秋分	仰角	3.1	16.6	29.9	42.7	54.2	62.6	65.0	64.8	59.3	49.2	37.0	24.0	10.5	
	方位	91.3	97.8	105.4	115.3	130.0	154.0	180.0	187.9	218.2	237.3	249.4	258.0	265.0	
冬至	仰角		4.3	15.8	26.1	34.4	39.9	41.5	41.5	38.8	32.5	23.5	12.9	1.1	
	方位		118.4	126.0	135.8	148.5	164.3	180.0	182.4	200.1	215.1	227.0	236.1	243.4	

表 1 台北四季太陽仰角與方位表(單位:角度)

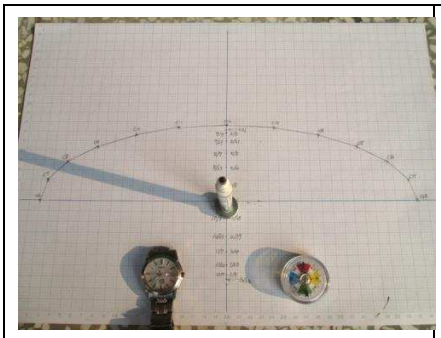
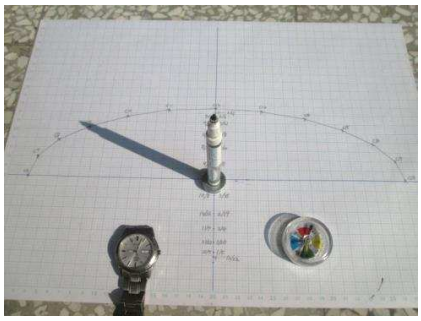
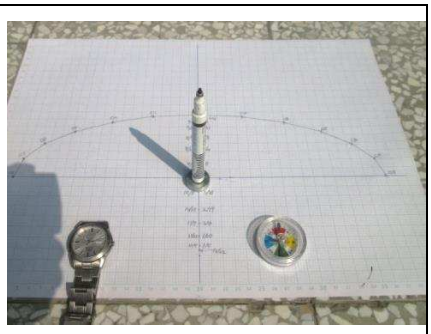
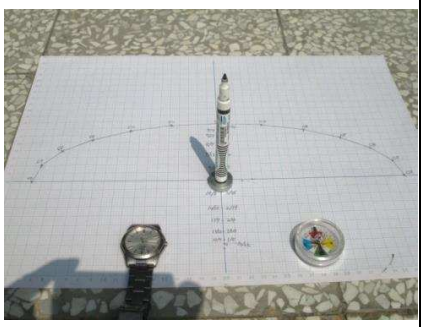
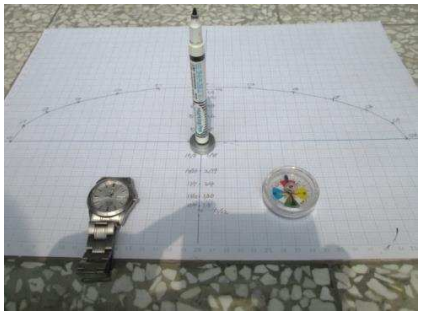
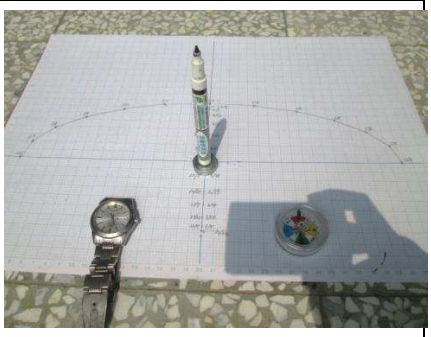
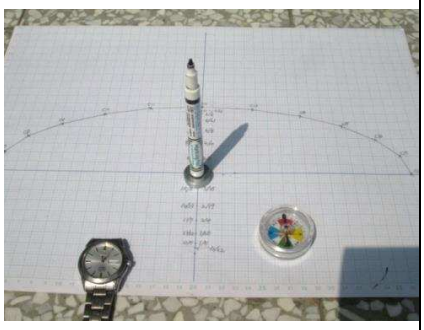
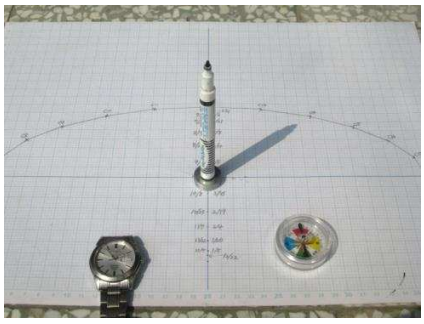
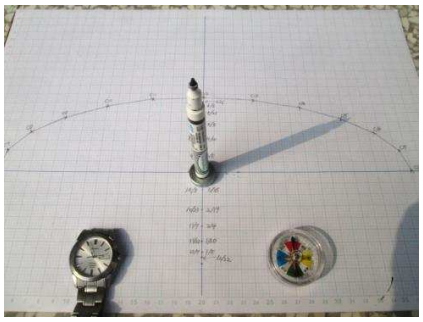
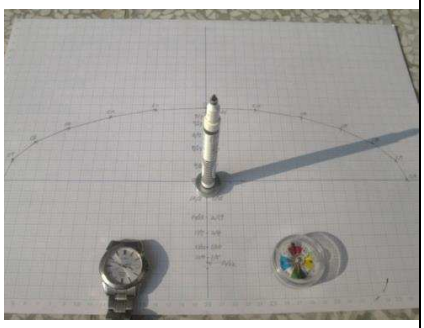
附件二之一　人影日晷模型驗證紀錄　　地點: 北緯 24.68 度，東經 121.69 度

情況一: 筆的豎立位置在南北軸上中間**偏南**

 1040212 AM 07:10	 1040212 AM 08:00	 1040211 AM 09:01
 1040211 AM 10:00	 1040211 AM 11:00	 1040212 AM 12:01
 1040212 PM 12:58	 1040212 PM 14:01	 1040212 PM 15:05
 1040212 PM 15:57	 1040212 PM 16:28	

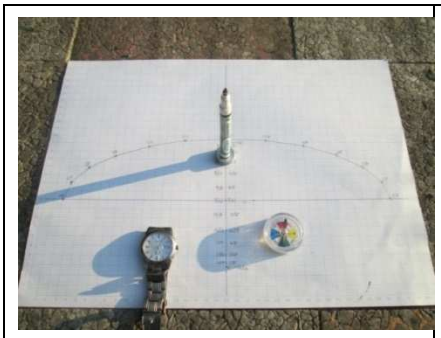
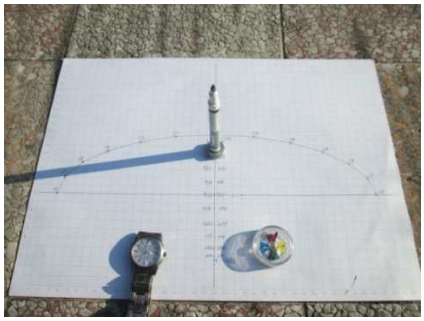
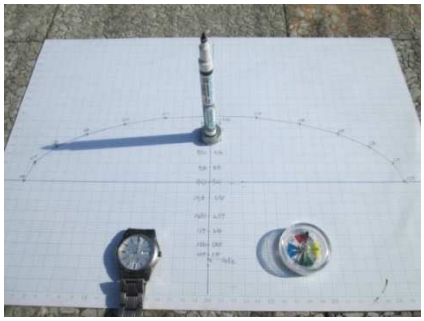
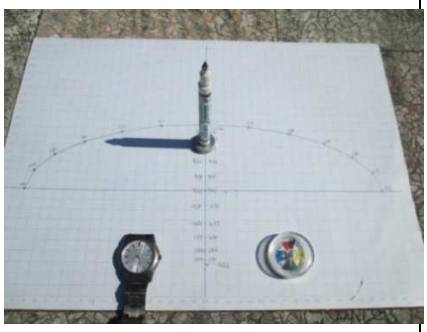
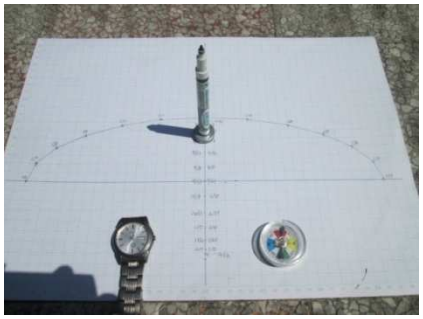
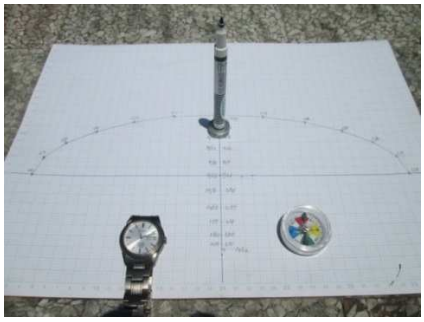
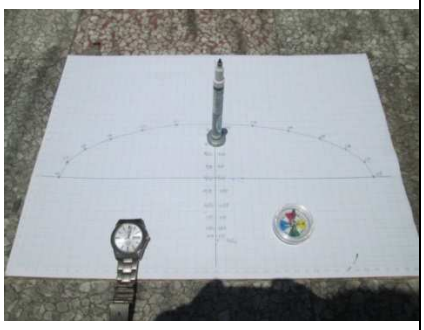
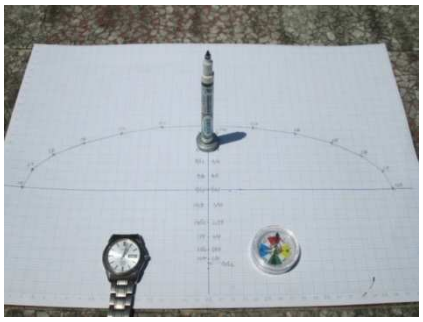
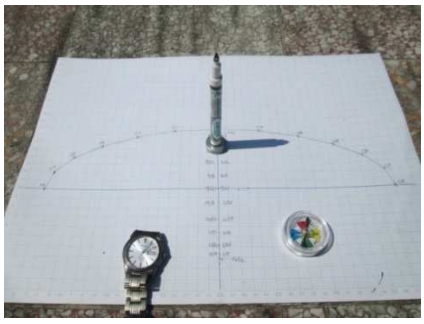
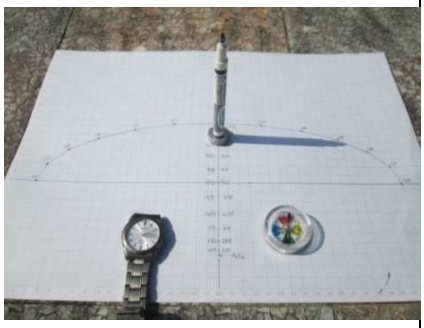
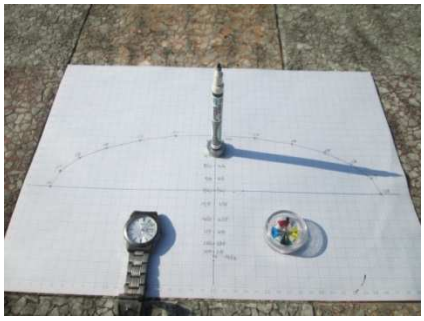
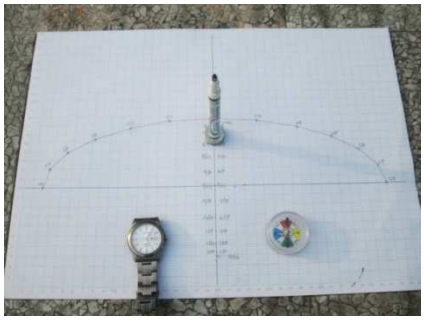
附件二之二　人影日晷模型驗證紀錄　　地點: 北緯 24.68 度，東經 121.69 度

情況二: 筆的豎立位置在南北軸上**接近中間**

 1040317 AM 07:45	 1040319 AM 09:04	 1040318 AM 10:13
 1040318 AM 11:16	 1040318 PM 12:05	 1040318 PM 12:25
 1040318 PM 13:05	 1040320 PM 13:53	 1040320 PM 14:56
 1040318 PM 15:48		

附件二之三　人影日晷模型驗證紀錄　　地點: 北緯 24.68 度，東經 121.69 度

情況三: 筆的豎立位置在南北軸上中間**偏北**

		
1040515 AM 06:05	1040515 AM 07:00	1040513 AM 08:02
		
1040513 AM 09:03	1040513 AM 10:02	1040513 AM 11:12
		
1040513 AM 12:02	1040513 PM 13:02	1040513 PM 14:06
		
1040513 PM 15:11	1040513 PM 16:07	1040515 PM 17:05

附件三之一　人影日晷校園驗證紀錄　　地點: 北緯 24.68 度，東經 121.69 度

情況一: 人的站立位置在南北軸上中間**偏南**

1040213 AM 08:01	1040213 AM 09:00	1040213 AM 10:00
1040213 AM 11:02	1040212 PM 12:17	1040212 PM13:00
1040212 PM 14:00	1040212　PM15:03	1040212　PM15:54

Ps: 時點 6、時點 9、時點 12、時點 15、時點 18 為紅色瓶子，其他時刻為黃色瓶子

附件三之二　人影日晷校園驗證紀錄　　地點: 北緯 24.68 度，東經 121.69 度

情況二: 人的站立位置在南北軸上**接近中間**

1040313 AM 08:07	1040313 AM 09:23	1040313 AM 10:25
1040313 AM 11:18	1030313　PM 12:43	1040313 PM 13:28
1040313 PM14:11	1040313 PM15:13	

Ps: 時點 6、時點 9、時點 12、時點 15、時點 18 為紅色瓶子，其他時刻為黃色瓶子

附件三之三　人影日晷校園驗證紀錄　　地點: 北緯 24.68 度，東經 121.69 度

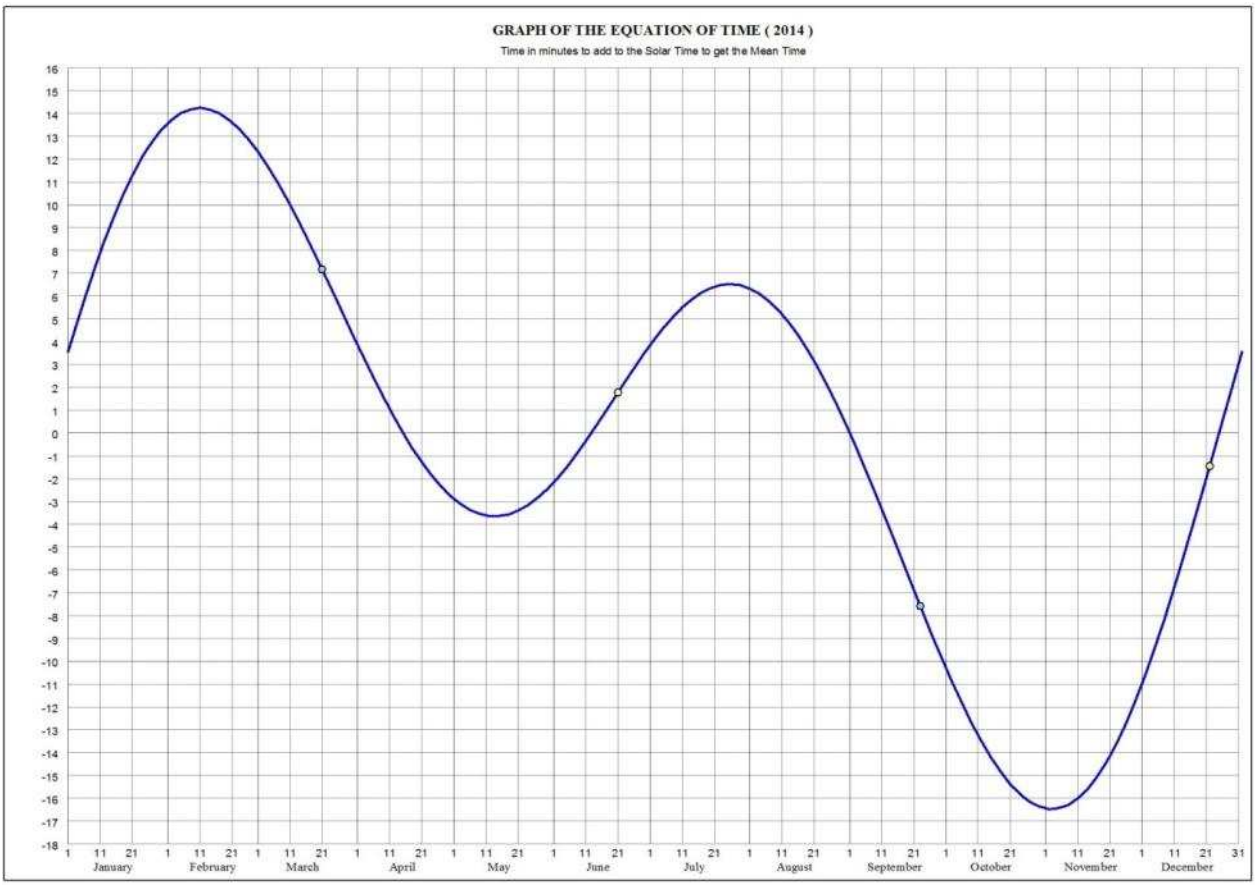
情況三: 人的站立位置在南北軸上中間**偏北**

1040515 AM 07:05	1040513 AM 08:10	1040513 AM 09:23
1040514 AM 10:08	1040513 AM 11:14	1030513　PM 12:03
1040514 PM 13:02	1040515 PM 14:15	1040515 PM15:05
1040515 PM16:04		

Ps: 時點 6、時點 9、時點 12、時點 15、時點 18 為紅色瓶子，其他時刻為黃色瓶子

手錶標準時間=日晷時間+自然時差(軌道時差)+人為時差(地理時差)

附件四之一　自然時差圖



附件四之二　自然時差表

月/日	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二
1	3.5	13.7	12.5	4.0	-2.9	-2.4	3.6	6.2	0.0	-10.2	-16.3	-11.0
2	4.0	13.8	12.3	3.7	-3.1	-2.3	3.8	6.1	-0.3	-10.5	-16.4	-10.6
3	4.5	13.9	12.1	3.4	-3.2	-2.1	4.0	6.1	-0.6	-10.9	-16.4	-10.2
4	5.0	14.0	11.9	3.1	-3.3	-1.9	4.1	6.0	-0.9	-11.2	-16.4	-9.8
5	5.4	14.1	11.7	2.8	-3.4	-1.8	4.3	5.9	-1.2	-11.5	-16.3	-9.4
6	5.9	14.2	11.4	2.5	-3.5	-1.6	4.5	5.8	-1.6	-11.8	-16.3	-9.0
7	6.3	14.3	11.2	2.2	-3.5	-1.4	4.7	5.7	-1.9	-12.0	-16.3	-8.6
8	6.7	14.3	11.0	2.0	-3.6	-1.2	4.8	5.6	-2.2	-12.3	-16.2	-8.1
9	7.1	14.3	10.7	1.7	-3.7	-1.0	5.0	5.4	-2.6	-12.6	-16.1	-7.7
10	7.6	14.4	10.5	1.4	-3.7	-0.8	5.1	5.3	-2.9	-12.9	-16.0	-7.2
11	8.0	14.4	10.2	1.1	-3.7	-0.6	5.3	5.1	-3.3	-13.1	-15.9	-6.8
12	8.4	14.4	9.9	0.9	-3.8	-0.4	5.4	5.0	-3.6	-13.4	-15.8	-6.3
13	8.7	14.4	9.7	0.6	-3.8	-0.2	5.5	4.8	-4.0	-13.6	-15.7	-5.9
14	9.1	14.3	9.4	0.4	-3.8	0.0	5.6	4.6	-4.3	-13.9	-15.5	-5.4
15	9.5	14.3	9.1	0.1	-3.8	0.2	5.8	4.4	-4.7	-14.1	-15.4	-4.9
16	9.8	14.2	8.8	-0.1	-3.8	0.4	5.9	4.3	-5.0	-14.3	-15.2	-4.4
17	10.2	14.2	8.5	-0.4	-3.7	0.6	6.0	4.0	-5.4	-14.5	-15.0	-3.9
18	10.5	14.1	8.3	-0.6	-3.7	0.9	6.0	3.8	-5.7	-14.7	-14.8	-3.4
19	10.8	14.0	8.0	-0.8	-3.7	1.1	6.1	3.6	-6.1	-14.9	-14.6	-3.0
20	11.1	13.9	7.7	-1.0	-3.6	1.3	6.2	3.4	-6.5	-15.1	-14.4	-2.5
21	11.4	13.8	7.4	-1.2	-3.6	1.5	6.2	3.1	-6.8	-15.3	-14.1	-2.0
22	11.7	13.7	7.1	-1.4	-3.5	1.7	6.3	2.9	-7.2	-15.4	-13.9	-1.5
23	11.9	13.5	6.8	-1.6	-3.4	1.9	6.3	2.6	-7.5	-15.6	-13.6	-1.0
24	12.2	13.4	6.5	-1.8	-3.4	2.2	6.3	2.4	-7.9	-15.7	-13.3	-0.5
25	12.4	13.2	6.2	-2.0	-3.3	2.4	6.4	2.1	-8.2	-15.8	-13.0	-0.0
26	12.6	13.1	5.8	-2.2	-3.2	2.6	6.4	1.8	-8.6	-15.9	-12.7	0.5
27	12.9	12.9	5.5	-2.4	-3.1	2.8	6.4	1.5	-8.9	-16.0	-12.4	1.0
28	13.0	12.7	5.2	-2.5	-2.9	3.0	6.3	1.3	-9.2	-16.1	-12.1	1.5
29	13.0		4.9	-2.7	-2.8	3.2	6.3	1.0	-9.6	-16.2	-11.7	2.0
30	13.4		4.6	-2.8	-2.7	3.4	6.3	0.7	-9.9	-16.3	-11.4	2.5
31	13.6		4.3		-2.6		6.3	0.4		-16.3		3.0

【評語】080506

實驗操作細膩，值得鼓勵！充分討論日晷使用及影響因子，但部分基礎知識可再加強。學術性佳。