

中華民國第 55 屆中小學科學展覽會 作品說明書

高中組 數學科

040401

超「極」經「點」過給定點之正 n 邊形邊長極值
暨相似 n 邊形定理之探討

學校名稱：國立科學工業園區實驗高級中學

作者： 高二 林司琪	指導老師： 莊添丁 鄭鉅翰
---------------	---------------------

關鍵詞：正 n 邊形、邊長極值、相似 n 邊形定理

摘要

本文過由問題「過平面上任意給定 n 點作 n 邊形，使其每條邊分別包含這 n 個點的其中一點」出發，將條件放寬使給定點可在「各邊直線上」，並定義「狹義解」與「廣義解」，研究其存在性以及邊長的極值問題。另外，我們也意外發現了相似 n 邊形定理，並給出了嚴謹的證明。

壹、研究動機

題目靈感來自於《陶哲軒教你聰明解數學》一書，原問題為：「已知平面上四點 A 、 B 、 C 和 D 。如果可能，請找出一個正方形，使其每條邊分別包含這四個點的其中一點。」在解此題之餘，我們很好奇，若將原問題改為給定三點求正三角形，該如何作圖？若將原問題某些條件放寬，結果又會如何？於是展開了我們的研究。

當我們的研究有了一些進展之後，某天，當我們再次做文獻考據時，發現全國中小學科展歷屆優勝作品《你泥中有我，我泥中有你》及《過已知點之正多邊形性質研究》中，皆有對我們所要探討的問題進行過研究。

以上兩件作品在「過已知三點求正三角形」、「過已知四點求正方形」之作法及作圖性質與我們的研究有所重疊。但此二件作品著重於往正 n 邊形推廣之探討，而本作品的主題則著重於：將原問題條件延伸為「各邊直線上」，給出「狹義解」及「廣義解」的全新定義，並對正三角形邊長的極值問題有深入探究，尤其是我們另外又發現了：相似 n 邊形定理。與上述兩篇作品有很大的不同。

貳、研究目的

- 一、給定三點求正三角形的情況推展：將問題條件推廣為「給定點可在各邊直線上時，解的存在性之探討」，並定義「狹義解」與「廣義解」。
- 二、狹義解與廣義解的邊長極值問題。
- 三、相似 n 邊形定理之探討。
- 四、給定四點求正方形的情況推展：狹義解與廣義解。
- 五、狹、廣義解的存在性探討。
- 六、正方形無限多解的情況下之邊長極值問題。

參、研究器材

紙、筆、直尺與圓規、電腦、繪圖軟體Geogebra、繪圖軟體 GSP。

肆、研究過程

以下是我們的研究過程：