

中華民國第 55 屆中小學科學展覽會 作品說明書

高中組 物理科

040113

墨名奇妙-石墨懸濁液沉澱現象的探討

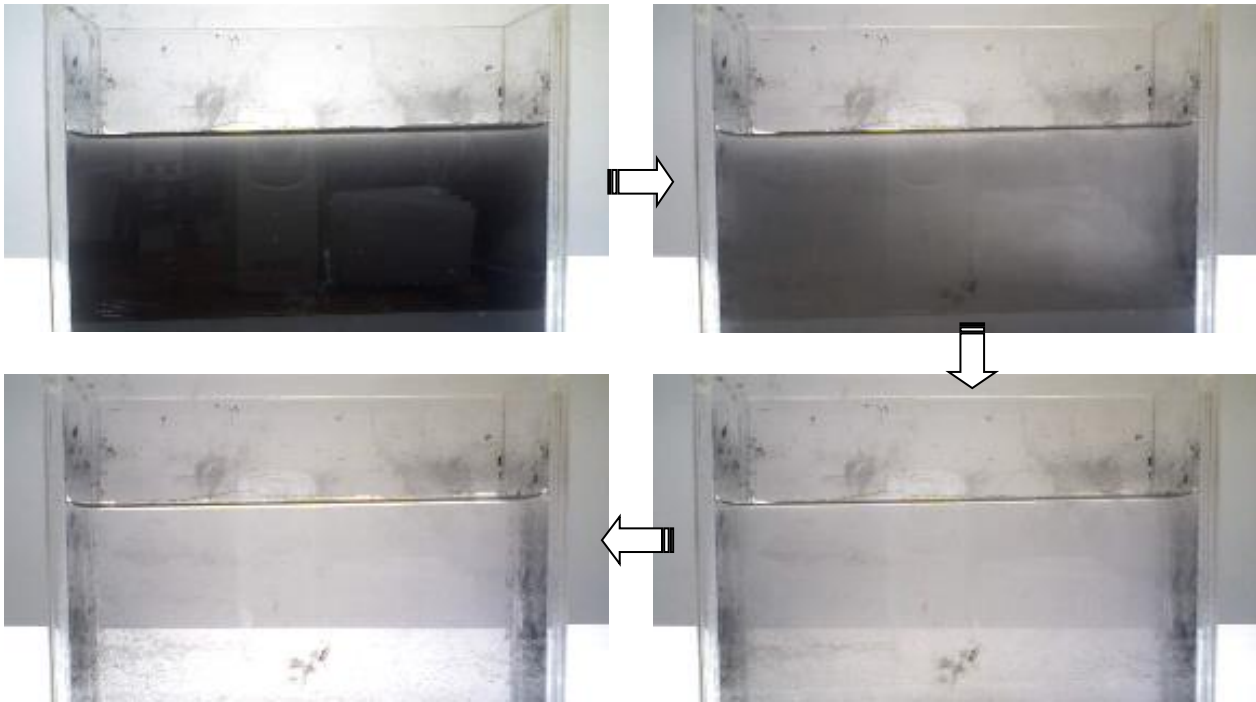
學校名稱：國立屏北高級中學

作者： 高三 黃仕虎 高二 郭凱丞	指導老師： 溫中承
-------------------------	--------------

關鍵詞：史托克定律、擴散現象

摘要

我們藉由紅光雷射通過石墨懸濁液的透光率變化，探討沉澱過程中濃度和時間的關係。我們首先測量紅光雷射通過不同配製濃度石墨懸濁液的透光率，建立「透光率-標定濃度」對照表。接著，我們測定雷射長時間(12 小時以上)通過石墨懸濁液的透光率變化，發現其濃度變化率隨沉澱遽減，並在標定濃度 $0.04\sim 0.06\text{kg/m}^3$ 達近似穩定態。理論部分，我們藉由史托克定律建立不考慮擴散效應的沉澱模型，與實驗結果對照，分析擴散效應對於沉澱的影響。我們推斷 3 微米以上的粒子擴散效應不明顯，而 0.6 微米以下粒子的擴散與重力造成的運動達成近似平衡。同時我們比較了石墨粉末在食鹽水中沉澱的特徵，探討介質對粒子沉澱的影響。



壹、研究動機

國中時我們就有學到密度比水大的東西會往下沉，例如將一顆鐵球投入杯水中，不需要幾秒就沉入水底。然而，若我們將鐵球磨成粉末撒在杯中，卻需要好幾個小時甚至一整天都還無法沉澱完畢。背後的原因令人感到好奇。

曾在電視上關於傘兵跳傘的節目中了解到，跳傘員跳離飛機下墜一段時間後，他的速度便會達到一極限值(也就是流體力學中的終端速度)，這不禁使我們聯想到終端速度是否就是解答鐵球與鐵粉下落運動之差異的重要關鍵，便引發我們探討物理沉澱效應的動機。

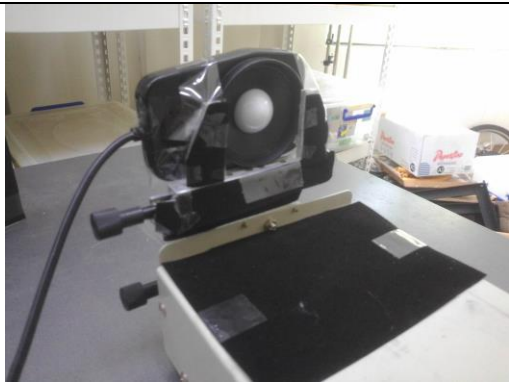
貳、研究目的

藉由雷射光長時間通石墨懸濁液時透光率的變化，測定石墨懸濁液濃度隨時間變化的關係，進而探討物理沉澱過程的機制。本文中我們將探討：

- 一、石墨懸濁液沉澱過程中濃度與時間的關係。
- 二、擴散效應對於石墨懸濁液沉澱運動的影響。
- 三、沉澱介質(食鹽水溶液)對石墨沉澱的影響。

參、研究設備及器材

項目	單位	數量	備註
照度計	台	1	
石墨粉	罐	1	
吸光黑布	片	1	
1000ml 量杯	杯	1	
250ml 量杯	杯	1	
攪拌棒	個	1	
滴管	根	1	
電子天平	台	1	最小刻度 0.01g
塑膠湯匙	個	1	
塑膠刀子	個	1	
紅光雷射發射器	台	1	
剪刀	把	1	
延長線	個	1	
大紙箱	個	1	
座檯	個	1	



照度計



交流電源雷射發射器



壓克力容器(以吸光絨布包覆)



升降台



光學顯微鏡



電子天平

肆、研究過程或方法

一、實驗原理：

(一)懸濁液¹

懸濁液是指固體顆粒分散於液體溶劑間的混合液。其顆粒大小通常在 1 微米以上，只要靜置的時間足夠久終將沉澱。另一方面，如果顆粒屬於奈米尺度的大小將不會沉澱，稱之為膠體溶液。本實驗所使用的固體顆粒是石墨粉末，我們初步用光學顯微鏡觀察，其顆粒大小多在 2.5 微米以下(參〈伍、實驗結果〉(一))。

(二)粒子在水中的落體運動-史托克定律(Stoke's law)²

小顆粒在流體中受重力影響而下落，隨著速度的增加，它在水中的阻力也越大，當顆粒沉澱所受的阻力等於重力時，即達到終端速度而作等速下降運動。

史托克方程式為描述微小球體粒子在穩定流體中(無紊流)中的所受的阻力 F_d 方程式：

$$F_d = 6\pi\mu r v \dots\dots(1)$$

μ : 黏滯係數， r : 粒子半徑， v : 粒子速度

若我們考慮此一微粒下落過程受重力、浮力與阻力的作用下(如圖 4-1)達終端速度 v_t 時，合力為 0：

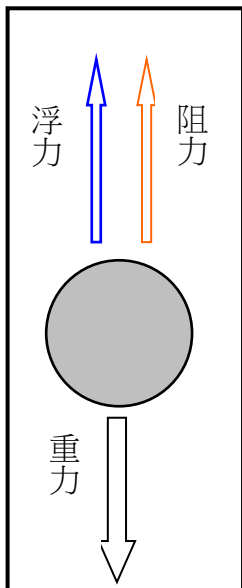


圖 4-1

$$mg - \rho_l g V - F_d = 0 \dots\dots(2)$$

m : 粒子質量， ρ_l : 液體密度， g : 重力加速度， V : 粒子體積

將(1)式以及球體積 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ 代入(2)式，可得：

$$v_t = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_l)g}{9\mu} \dots\dots(3)$$

ρ_s : 粒子密度

由(3)式可知終端速度與粒子半徑平方成正比。石墨的密度大於水，塊狀石墨從水面落至水底約數秒的時間，但石墨粉末卻可能需要好幾個小時，主因在於其粒徑大小的差異導致終端速度的不同。初步估計，粒徑為 1 微米的石墨粉末粒子之終端速度為 1 公分的石墨顆粒的 10^4 倍。

(三) 粒子在水中的熱運動

沉澱顆粒在水中的運動除了受到重力的影響，它的擴散效應亦是重要的因素。從原子的觀點，擴散效應是由於微小粒子本身熱運動，導致該種粒子從高濃度往低濃度的方向運動³。

菲克定律(Fick's laws)探討擴散與濃度的數學關係⁴。菲克第一定律聯繫粒子濃度 ρ 與擴散通量 $J_{\text{擴散}}$ 的關係，即擴散流量和濃度梯度成正比，數學關係如下：

$$J_{\text{擴散}} = -D \frac{\Delta\rho}{\Delta z} \dots\dots(4)$$

J ：單位時間通過單位面積的粒子數； D (擴散係數)：擴散通量與濃度梯度的比例常數，其值愈大表擴散愈迅速； z ：深度

(4)式中的負號表示擴散的方向與濃度變化的方向相反(即濃度增加的方向為粒子流入的方向)。

考慮本實驗的情境，石墨顆粒受到重力的吸引而向下的通量 $J_{\text{重力}}$ ，與濃度和終端速度成正比(如圖 4-2)：

$$J_{\text{重力}} = \rho v_t \dots\dots(5)$$

這導致溶液濃度隨深度增加而增加。因此，石墨的沉澱通量是 $J_{\text{重力}}$ 和 $J_{\text{擴散}}$ 兩項的加總，如圖 4-3 所示：

$$J_{\text{沉澱}} = J_{\text{重力}} + J_{\text{擴散}} \dots\dots(6)$$

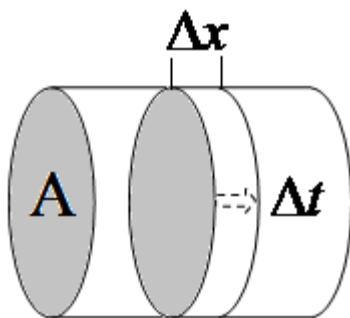


圖 4-2

速度為 v_t ，濃度為 ρ 的粒子群，每單位時間 Δt 通過單位面積 A 的粒子數 n

$$\frac{n}{A \cdot \Delta t} = \frac{n \cdot \Delta x}{A \cdot \Delta x \cdot \Delta t} = \frac{n}{V} \cdot v_t = \rho v_t$$

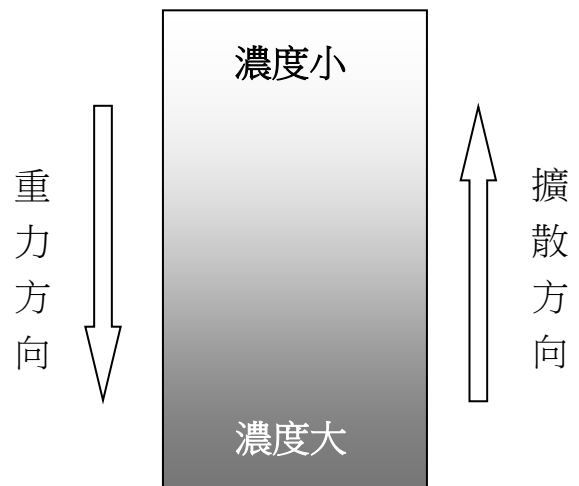


圖 4-3

二、建立模型-不考慮擴散效應下的沉澱模型

為了進一步討論沉澱過程，我們先簡化問題，假設本實驗石墨粉末在沉澱過程中，主要受重力效應的影響，暫不考慮擴散對石墨濃度造成的變化。其次，我們將粉末視為球狀粒子，適用於前文史托克方程式；再者，在我們觀測的時間尺度(分鐘至小時)下，粒子在極短的時間之內達到終端速度⁵(其加速過程行經的距離可忽略)。根據(2)式，粒子半徑為 r 的粒子以終端速度下降高度 h 的時間為

$$t = \frac{h}{v_t} = \frac{9\mu h}{2r^2(\rho_s - \rho_l)g} \dots\dots(7)$$

ρ_s : 石墨密度， ρ_l : 水密度， g : 重力加速度， μ : 水的黏滯係數

另一方面，考慮石墨粉末中不同半徑大小的粒子，設半徑 r_k 的粒子在溶液中的質量濃度 ($\frac{\text{溶質質量}}{\text{溶液體積}}$) 為 ρ_k ，則：

$$\rho_k = \frac{1}{V} \rho_s \frac{4}{3} \pi r_k^3 \cdot N_k \dots\dots(8)$$

其中 V 是溶液體積， N_k 則是溶液中半徑為 r_k 的粒子數。

由於石墨粉末所含的粒子數量極大，我們可以合理的假設，在某個半徑範圍內， N_k 視為一變數為 r 的連續函數 $N(r)$ 。其次，我們假設 $N(r)$ 的函數形式類似某種常態分佈(如圖 4-4)函數：

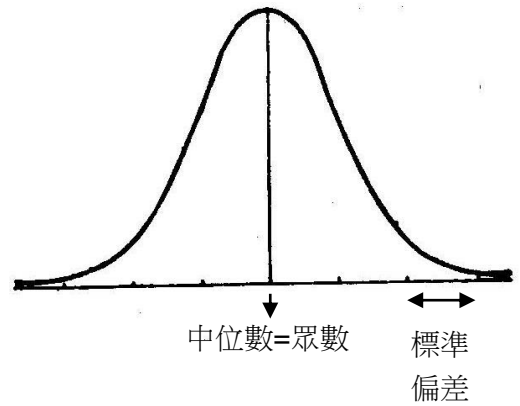


圖 4-4

$$N(r) = A \exp\left(-\frac{(r-r_s)^2}{2\sigma^2}\right) \dots\dots(9)$$

r_s 為粒子數量最多的粒子半徑， σ 為標準偏差， A 為待定參數

因此，我們可以假設粒子半徑為 r 到 $r+dr$ 內的粒子質量濃度 $\rho(r)dr$ ，其中：

$$\rho(r) = A \frac{4\rho_s\pi}{3V} \exp\left(-\frac{(r-r_s)^2}{2\sigma^2}\right) \cdot r^3 \dots\dots(10)$$

且 $\rho(r)$ 滿足：

$$\int_{\text{所有半徑}} \rho(r) dr = D(\text{溶液質量濃度}) \dots\dots(11)$$

將(10)式代入(11)式，即可求得待定參數 A 再代入(10)式(參附件一)，最終可得：

$$\rho(r) = \frac{D}{2\sigma^4} \exp\left(-\frac{(r-r_s)^2}{2\sigma^2}\right) \cdot r^3 \dots\dots(12)$$

而半徑 r_k 以下的粒子之濃度和為

$$\int_0^{r_k} \rho(r) dr \dots\dots(13)$$

在理論的計算上，若我們要考慮石墨懸濁液液面下深度 h 位置的濃度隨時間的變化，我們可以先假設一開始所有半徑大小的粒子均勻分布於溶液中，並各自以其終端速度下沉。因此(7)式的時刻即表示某粒子半徑 $r > r_k$ 均下沉至深度 h 以下，而此時這一深度的溶液濃度即可由(13)式給出。簡單說明如下圖：

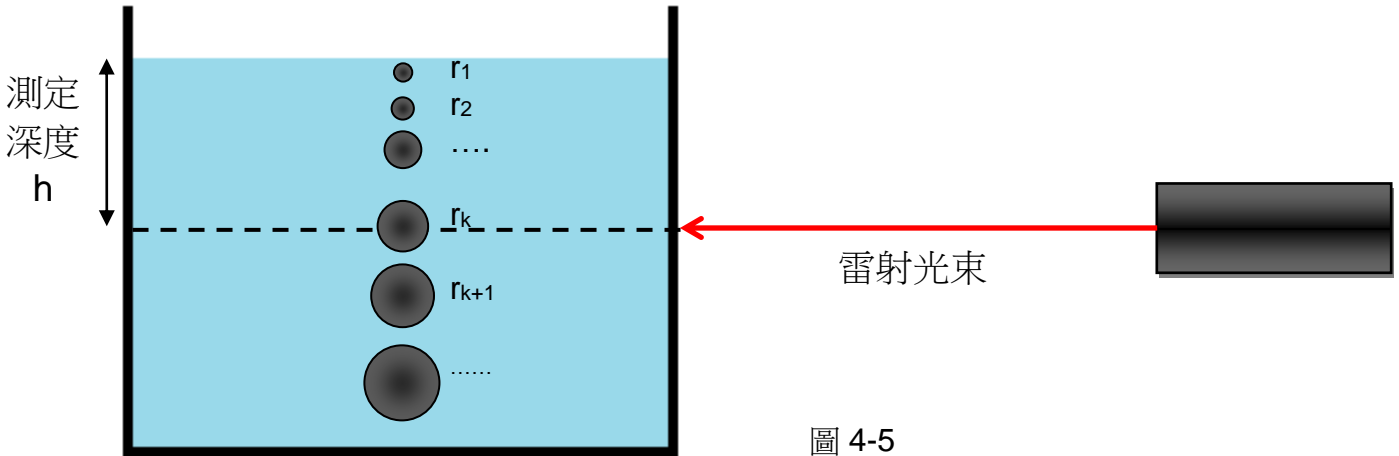


圖 4-5

※說明：

當沉澱時間為 $t_k = \frac{h}{v_t} = \frac{9\mu h}{2r_k^2(\rho_s - \rho_l)g}$ ，粒徑大於 r_k 的粒子皆已沉澱至深度 h 以下，此時深度 h

以上的粒子半徑為 $0 \sim r_k$ ，因此深度 h 的質量濃度為 $\int_0^{r_k} \rho(r) dr$ 。我們對 $\left(t_k, \int_0^{r_k} \rho(r) dr \right)$ 做圖即可

呈現濃度隨時間變化的關係。

三、實驗步驟：

(一)前置實驗：估計石墨粉末不同粒徑大小的數量分布

- 1.目的：透過顯微鏡計數不同粒徑大小的粒子數量，以估計樣品粒徑。
- 2.配製 0.4 kg/m^3 石墨懸濁液，攪拌均勻後，以滴管取微量置於載玻片上。
- 3.透過光學顯微鏡及微尺(最小單位為 2.5 微米/格)，計數不同大小範圍(0~1.5 格、1.5~2 格、2~2.5 格、2.5~3 格，及 3 格以上)內顆粒的數量。
- 4.每個載玻片觀察 3 位置，觀察 3 個載玻片。

(二)實驗一：標定石墨溶液質量濃度。

- 1.目的：測定質量濃度 $0.02\sim 0.4\text{kg/m}^3$ 石墨懸濁液的透光率，以製作透光率對濃度的標準對照表。



圖 4-6

2.架設器具(如圖 4-6)

- (1)用兩個木塊將紅光雷射光墊高，並用膠帶固定。再以膠帶將雷射發射器固定在木塊上，並將照度計黏牢在座檯上方可上下左右移動的調整架上。
- (2)將吸光的黑絨布剪裁成鐵板的大小，利用膠帶將吸光黑絨布黏貼於坐檯、調整架以及壓克力容器，減少反射、折射光造成實驗的誤差。
- (3)雷射發射器與接收器間間隔 30cm，發射器與容器間隔 6cm。

3.使用溫度計測量水溫

4.測量在黑箱中清水的透光強度

- (1)將 1000ml 的水放入壓克力容器中。
- (2)開啟雷射光。用大箱子將座檯(含雷射發射器與照度計)蓋住，測量雷射光通過清水的強度，記錄。

5.測定配製質量濃度石墨懸濁液的透光強度

- (1)使用電子天秤量取適量石墨粉，加入 1000g 的清水中。

(2)以順時針充分攪拌 20 秒，靜置 3 分鐘。靜置原因在於我們經實驗發現沉澱初期透光強度變化非常不穩定，推斷是因為少數大顆粒的石墨粉末遮擋(散射)造成，因此我們待透光強度穩定後才開始測量，時間約為 3 分鐘。此舉雖然會造成標定的濃度不完全等於最初配製的濃度，但推估影響不大。本文稱此一過程標定出來的濃度為「**標定濃度**」。

(3)開啟雷射發射器，使雷射其通過溶液，用照度計每隔 10 秒紀錄透光強度，測量時間為 100 秒。

(4)依(1)~(3)實驗步驟，配製質量濃度： 0.02kg/m^3 、 0.03kg/m^3 、 0.04kg/m^3 、 0.06kg/m^3 、 0.08kg/m^3 、 0.10kg/m^3 、 0.12kg/m^3 、 0.14kg/m^3 、 0.16kg/m^3 、 0.18kg/m^3 、 0.20kg/m^3 、 0.22kg/m^3 、 0.24kg/m^3 、 0.26kg/m^3 、 0.28kg/m^3 、 0.30kg/m^3 、 0.35kg/m^3 、 0.40kg/m^3 。每種濃度調製 2 杯，每杯測定透光強度 2 次。

(5)將步驟 5-(3)的透光強度除以步驟 4 測得的透光強度，即得透光率。

(三)實驗二：探討石墨懸濁液的沉澱行為。

1.目的：測定濃度 0.4kg/m^3 的石墨懸濁液長時間沉澱(8~12 小時)其透光率隨時間的變化情形

2.架設器具，同「實驗一-步驟 2」。

3. 使用溫度計測量水溫。

4. 測量在黑箱中清水的透光強度，同「實驗一-步驟 4」。

5. 測定 0.4kg/m^3 的石墨懸濁液沉澱過程中透光值隨時間的變化。

(1)使用電子天秤量取 0.4g 石墨粉，加入 1000g 的清水中，以順時針充分攪拌 20 秒，靜置 3 分鐘。

(2) 開啟雷射發射器，使雷射光束其通過溶液，利用照度計記錄每隔 5 秒的透光強度測量 8~12 小時。將透光強度除以步驟 4 測得的強度，即得透光率。

※透過「實驗一」所建立的透光率-標定濃度對照表，我們便能將測得的透光率轉換為質量濃度，即可了解石墨懸濁液沉澱過程中濃度隨時間的變化。

(四)實驗三：探討食鹽水濃度對石墨沉澱行為的影響。

- 1.目的：測定石墨粉末在不同濃度的食鹽水中長時間沉澱過程，其質量濃度與隨時間變化的關係。
- 2.架設器材：同「實驗一-步驟 2」。
- 3.以電子秤量秤適量的食鹽，配置重量百分濃度 5%、10%的食鹽水溶液。
- 4.測定石墨粉末在食鹽水中沉澱，其濃度隨時間的關係，操作同「實驗三-步驟 2~5」。

伍、研究結果

一、石墨顆粒粒徑大小數量分布

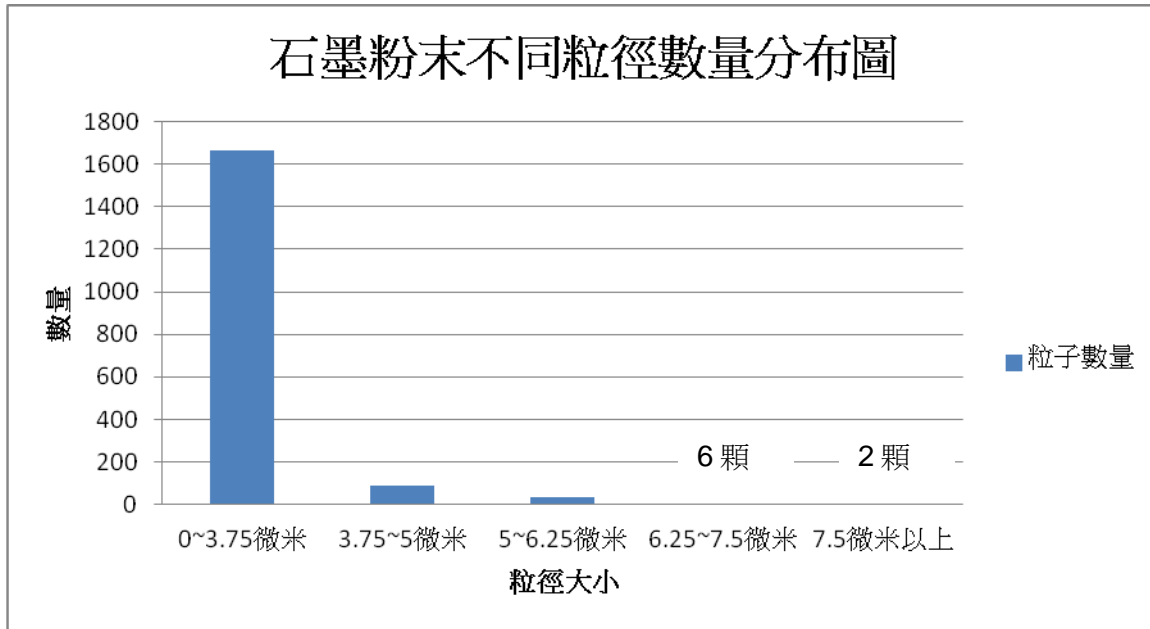


圖 5-1

由統計結果可知大多數的顆粒皆在 2.5 微米(顯微鏡微尺一格)以下。本文假設石墨顆粒樣品中不同粒徑的數量分布呈常態分佈，我們所設定的參數如下：

粒徑範圍：0.1 微米至 10 微米

最大數量粒徑：1 微米

標準偏差：2 微米

二、石墨懸濁液質量濃度-透光率對照表

測定環境條件：攝氏 17 度，靜置 3 分鐘後測量，，每 5 秒測定一次，取 100 秒內的平均值

標定濃度 (溶質質量/溶液體積 kg/m ³)	0.020	0.030	0.040	0.060	0.080	0.10	0.12	0.14	0.16
平均透光率	0.697	0.640	0.508	0.339	0.254	0.169	0.090	0.079	0.043
標定濃度 (溶質質量/溶液體積 kg/m ³)	0.18	0.20	0.22	0.24	0.26	0.28	0.30	0.35	0.40
平均透光率	0.0274	0.0143	0.0139	0.0120	0.0076	0.0056	0.0043	0.00096	0.00065

表 5-1：不同標定濃度的平均透光率

※說明：

1.平均透光率：100 秒內 $\frac{\text{懸濁液透光強度平均值}}{\text{清水透光強度平均值}}$

2.接下來的實驗中，將測得透光率大於 0.697 對應質量(標定)濃度 0.020 kg/m^3 、透光率 0.640~0.697 對應質量濃度 0.030 kg/m^3 、0.508~0.640 對應質量濃度 0.020 kg/m^3 以此類推至透光率小於 0.00065 對應起始質量濃度 0.40 kg/m^3 (註：在實際的測定中，絕大多數測量透光率並未大於 0.697)。

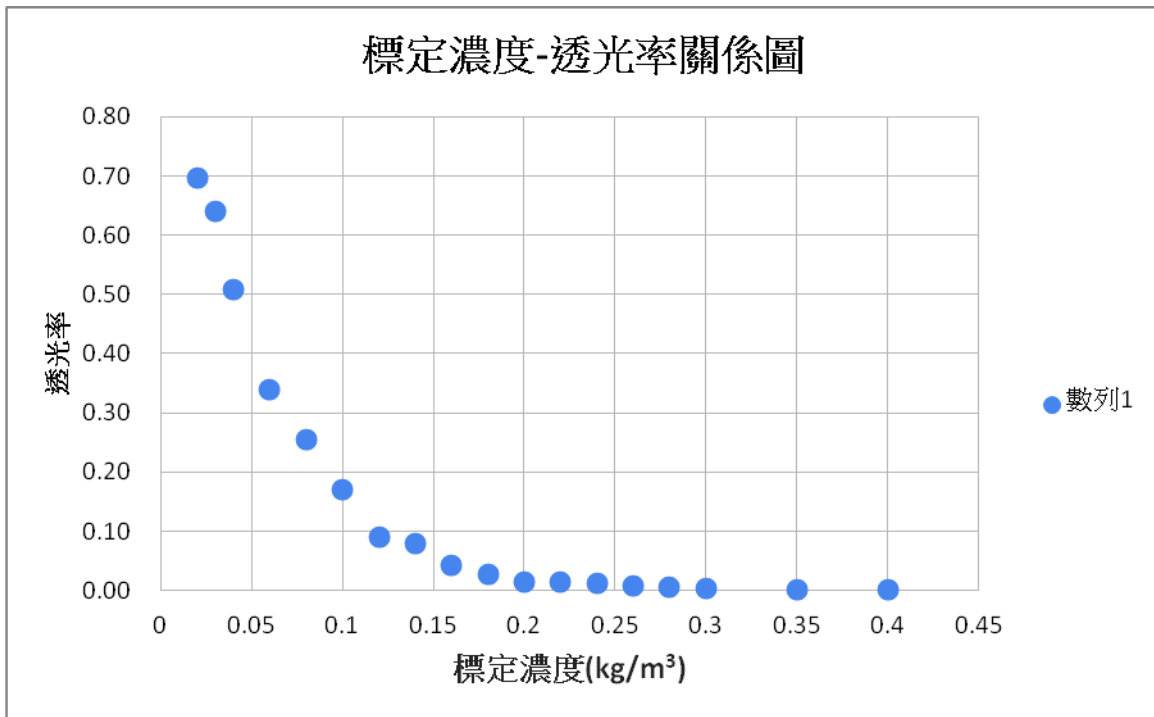


圖 5-2

二、石墨懸濁液沉澱過程質量濃度(起始 0.40 kg/m^3)隨時間變化圖

※測定時間：12 小時(43200 秒)

※圖表說明：圖中每一個點為測定 5 分鐘的透光率平均值(每 5 秒次一次，5 分鐘內共 60 次)所對應的標定濃度(參表 5-1 含說明)；我們以該 5 分鐘內的中點時刻(第 2.5 分鐘末)為該標定濃度所對應的時刻。例如圖中最初 4 個點對應的時刻分別為 150 秒、450 秒、750 秒、1050 秒…依此類推。

石墨懸濁液濃度隨時間變化關係圖

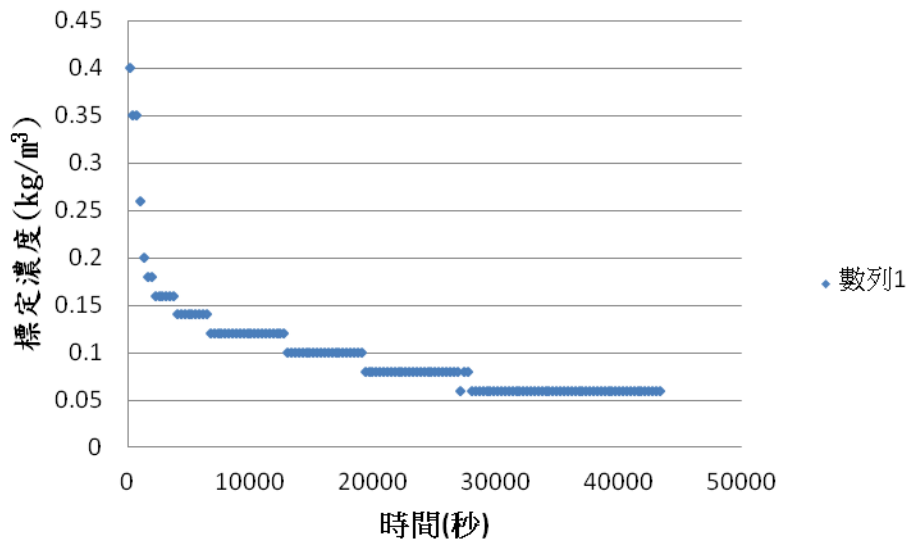


圖 5-3 第一次測定結果

石墨懸濁液濃度隨時間變化關係圖

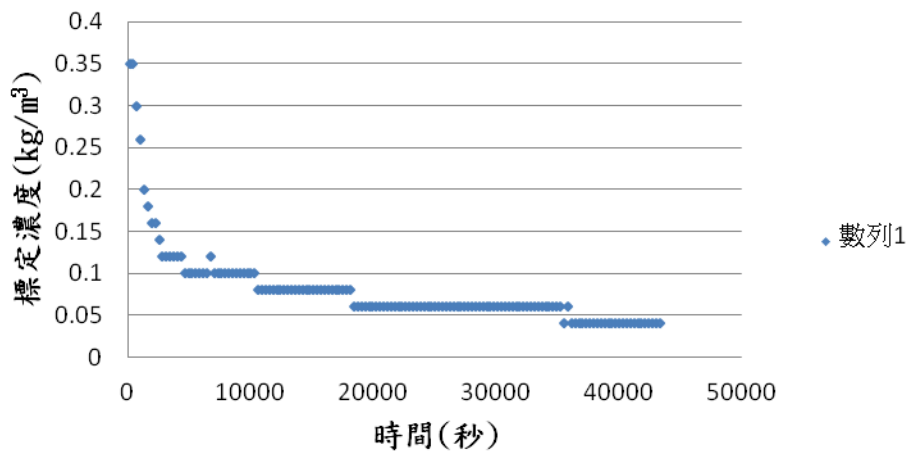


圖 5-4 第二次測定結果

石墨懸濁液濃度隨時間變化關係圖

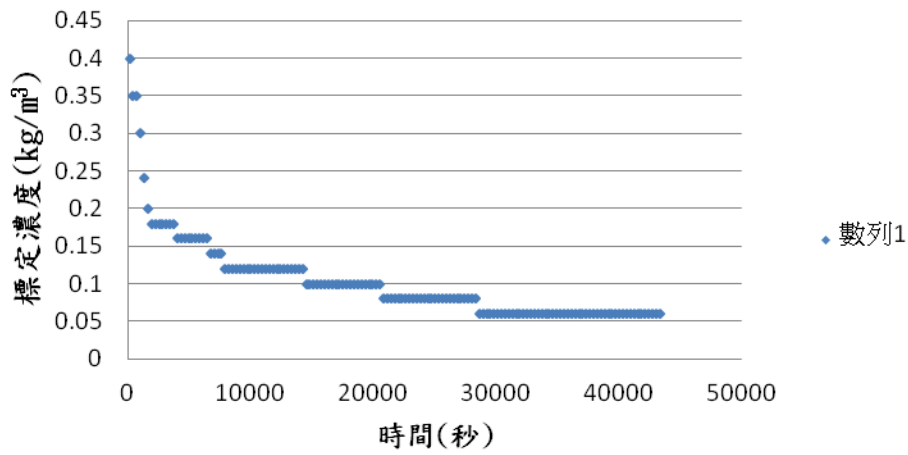


圖 5-5 第三次測定結果

石墨懸濁液濃度隨時間變化關係圖

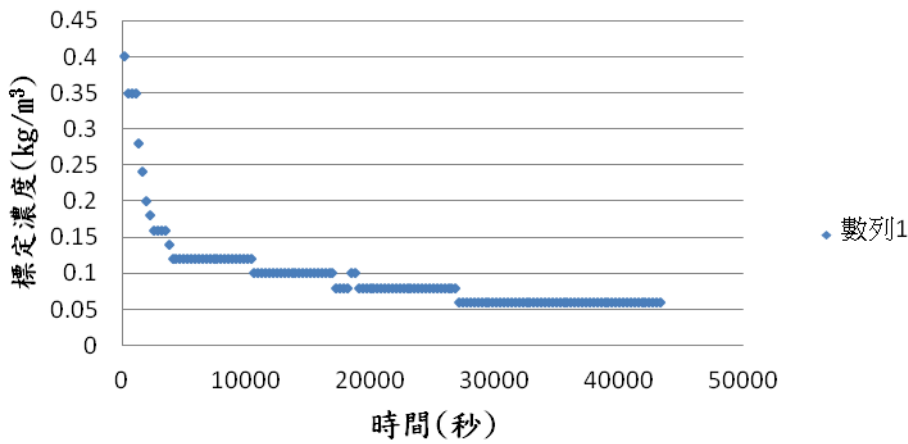


圖 5-6 第四次測定結果

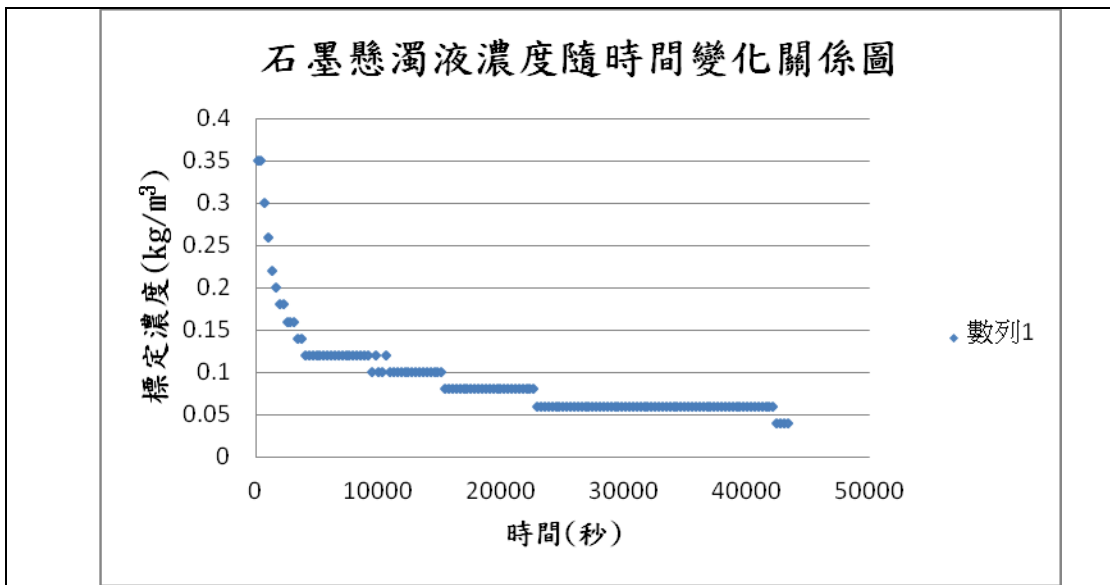


圖 5-7 第五次測定結果

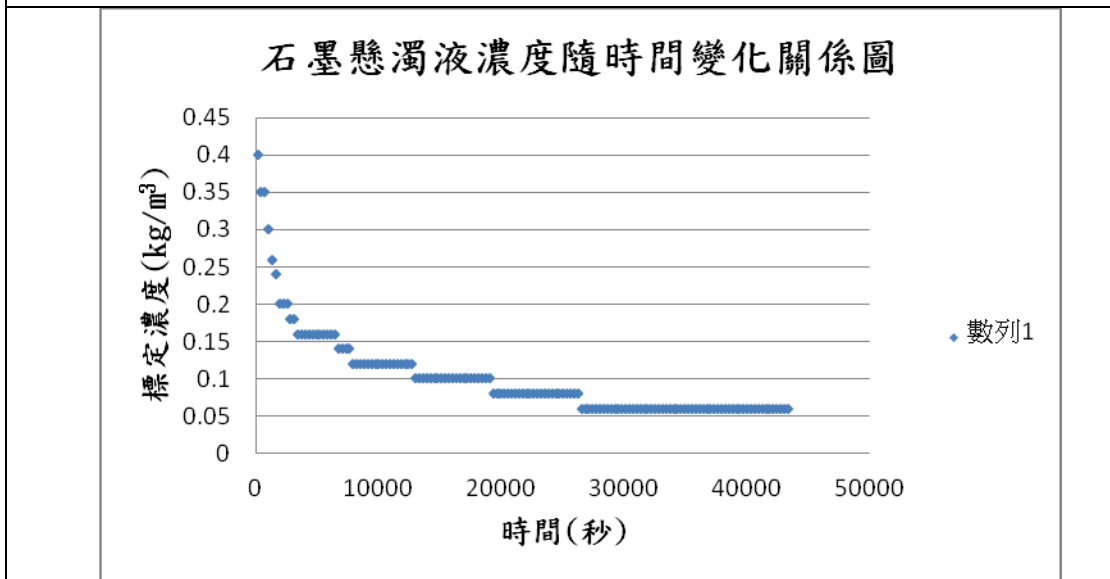


圖 5-8 第六次測定結果

三、石墨懸濁液(食鹽水溶液)沉澱過程透光率隨時間變化關係

※測定時間：12 小時(43200 秒)

※圖表說明：圖中每一個點為測定 5 分鐘的透光率平均值(每 5 秒次一次，5 分鐘內共 60 次)；我們以該 5 分鐘內的中點時刻(第 2.5 分鐘末)為該平均值所對應的時刻。例如圖中最初 4 個點對應的時刻分別為 150 秒、450 秒、750 秒、1050 秒…依此類推。

石墨粉末在10%食鹽水中透光率隨時間變化圖

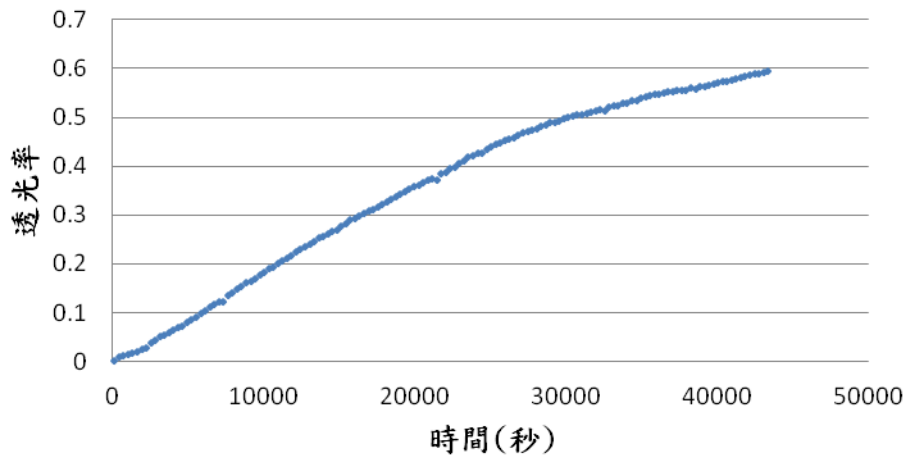


圖 5-9 10%食鹽水第一次測量

石墨粉末在10%食鹽水中透光率隨時間變化圖

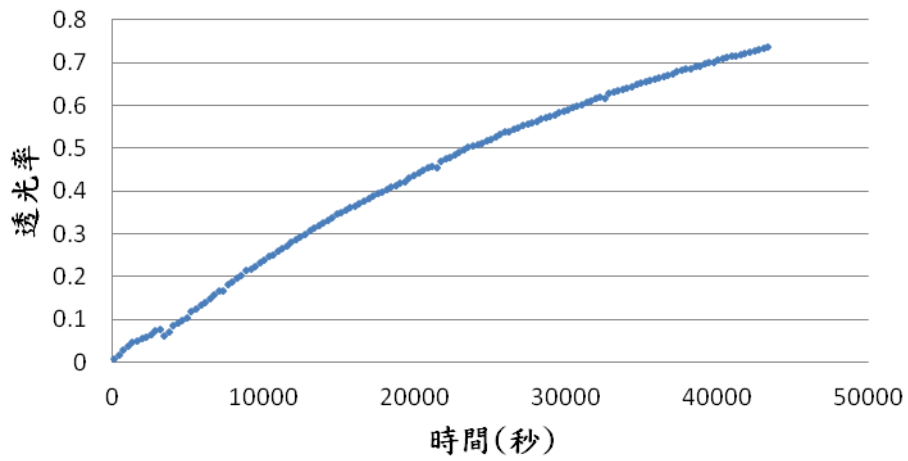


圖 5-10 10%食鹽水第二次測量

陸、討論

一、石墨懸濁液沉澱特徵：

我們比較了 6 次沉澱 12 小時以上的石墨懸濁液，其標定濃度隨時間變化的過程，討論如下：

- (一)由於縱軸採用本實驗的標定濃度，將石墨懸濁液的透光率分為 18 個範圍對應 18 個濃度值，因此同一範圍的透光率對應相同的標定濃度，如圖表所呈現的階梯狀分布。
- (二) 石墨溶液的質量濃度變化率隨時間增加而趨緩，約在標定濃度達 $0.040 \text{ kg/m}^3 \sim 0.060 \text{ kg/m}^3$ 近似穩定態(透光率呈非常緩慢的上升)。定性來解釋，由於大顆粒的石墨粒子溶液質量濃度的影響的程度大，而其終端速度較大(根據(11)式與粒徑 2 次方成正比)，因此沉澱初期大顆粒子快速沉澱，導致濃度遽降，如本實驗所示。另一方面，由於擴散係數與粒子半徑約略成反比^{6 7}，因此沉澱後期擴散效應(方向向上)對沉澱粒子(方向向下)的影響愈趨明顯，導致濃度下降漸緩，終呈現近似穩定態。
- (三)部分圖表(圖 5-2、5-3、5-5、5-6)中我們可以觀察到標定濃度來回跳動的情形，也就是說在數分鐘的時間內，標定濃度發生 0.02 kg/m^3 的上下跳動。我們推測這是由於石墨懸濁液的不均勻性所造成。當局部濃度較大(小)的區塊沉降至雷射光照射的區域，使得透光率數分鐘內變小(變大)。就短時間測量結果，若我們將間隔 5 秒的透光率對時間做圖，我們也會發現其值呈現劇烈上下浮動(如圖 6-1 所示)。

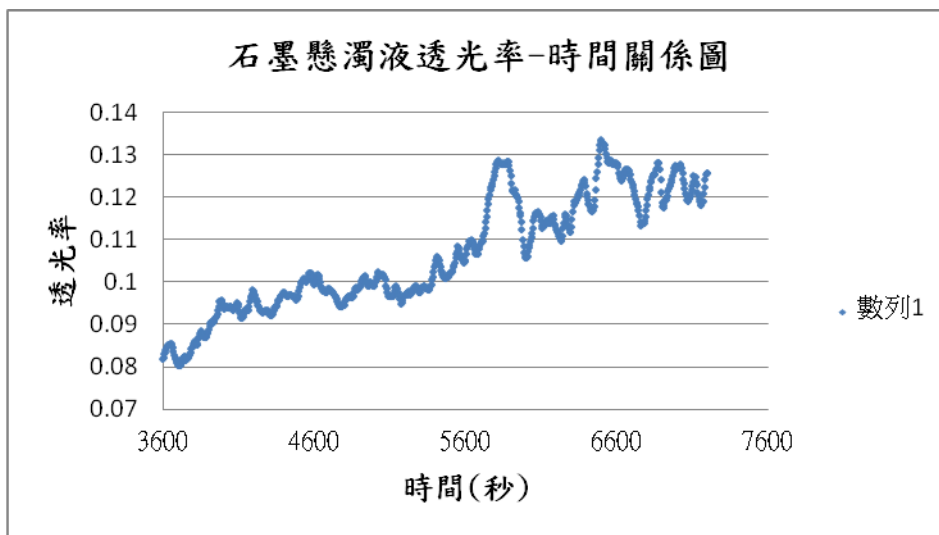


圖 6-1：以第六次測量結果第 1 至 2 小時為例。

任一次測量的任一時間內，透光率皆呈如此的浮動變化。

二、石墨懸濁液沉澱(無擴散)模型的分析比較：

我們以(7)式為橫坐標，(13)式為縱坐標，將以下常數代入式中：

$$g = 9.8 \text{ m/s}, h = 0.039 \text{ m}, \rho_s = 2.25 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, \rho_l = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 1.002 \times 10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}, D = 0.040 \text{ kg/m}^3$$

並設定相關參數如下：

粒徑範圍： $0.1\mu\text{m} \sim 10\mu\text{m}$

最大數量粒徑： $r_s = 1\mu\text{m}$

標準偏差： $\sigma = 2\mu\text{m}$

可得不考慮擴散下的沉澱過程質量濃度隨時間的變化關係圖：

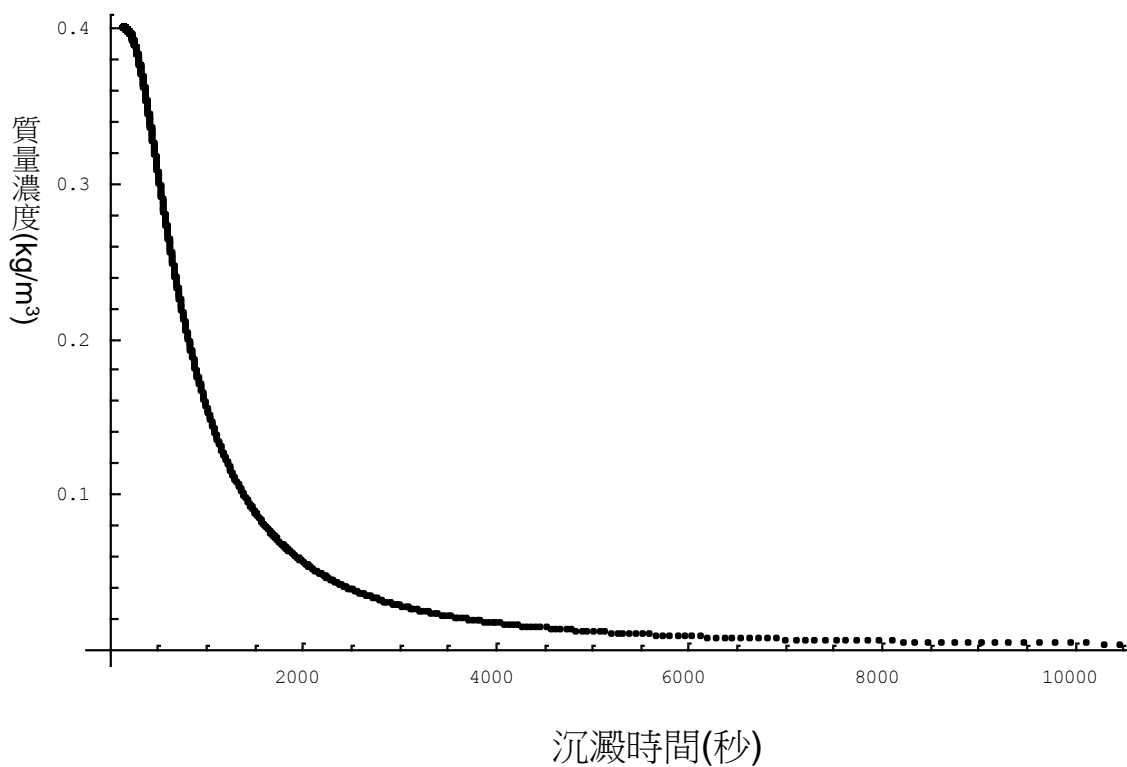


圖 6-2：模型模擬結果

我們將本實驗六次長時間測量濃度隨時間變化(圖 5-3~圖 5-8)求平均做圖，與此圖做比較(如圖 6-3)，討論如下：

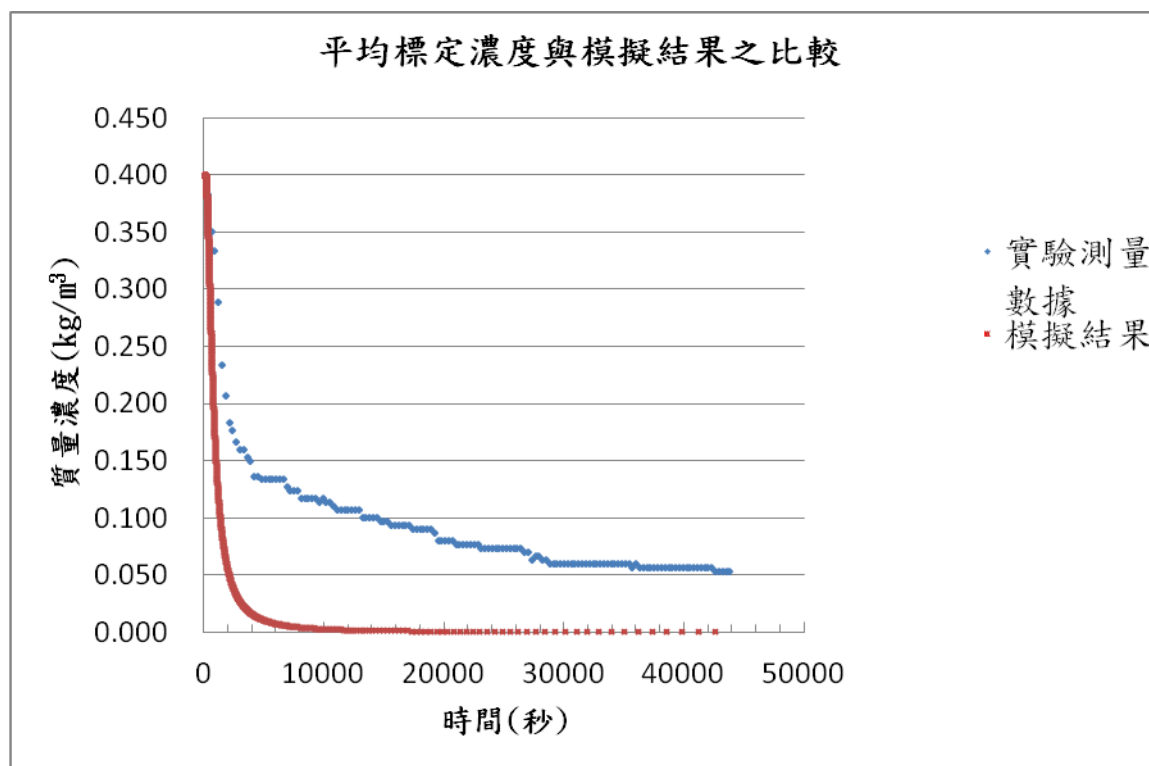


圖 6-3

- (一) 模擬結果顯示約在 11 小時(39600 秒後)，石墨懸濁液質量濃度約為 $2.0 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^3$ ，並繼續往下遞減(至 15 小時達 $1.0 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^3$)；而我們的實驗則在此一時刻時濃度約為 $5.0 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^3$ ，且據第四次測量結果(最長時間，超過 15 小時)，沉澱至 15 小時的標定濃度仍在 $4.0 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^3$ 附近徘徊。我們推斷這是由於此時粒子的受重力向下的運動與擴散運動漸趨一近似穩定態。
- (二) 模擬結果顯示約在 2500 秒以前，石墨懸濁液的濃度遽減，2500 秒後則趨緩。而實驗顯示這段時間(約 2100 秒)內標定濃度亦有類似的變化，但其變化率不如模型來的劇烈，我們推斷這是擴散效應延緩某一粒徑以下粒子的沉降速度，導致實際濃度變化較為和緩。
- (三) 延續前文討論，由於 1530 秒以前，模擬結果和實驗一致，我們可以透過(7)式改寫：

$$r = \sqrt{\frac{9\mu h}{2t(\rho_s - \rho_l)g}} \dots\dots\dots(14)$$

依照本文模擬的條件，推得粒徑約 3 微米以上的粒子不受擴散效應的影響。同理，沉澱 11 小時後，濃度下降的非常緩慢。將 $t=39600$ 秒代入(14)式，我們可以估計在測定深度

(3.9 公分處)，粒徑約 0.6 微米以下的粒子，其沉澱效應(向下)與擴散效應(向上)達成近似平衡。

三、石墨粉末在食鹽水中的沉澱特徵

我們將石墨粉末在 10% 食鹽水溶液及在清水中沉澱的情形相較，如圖 6-4：

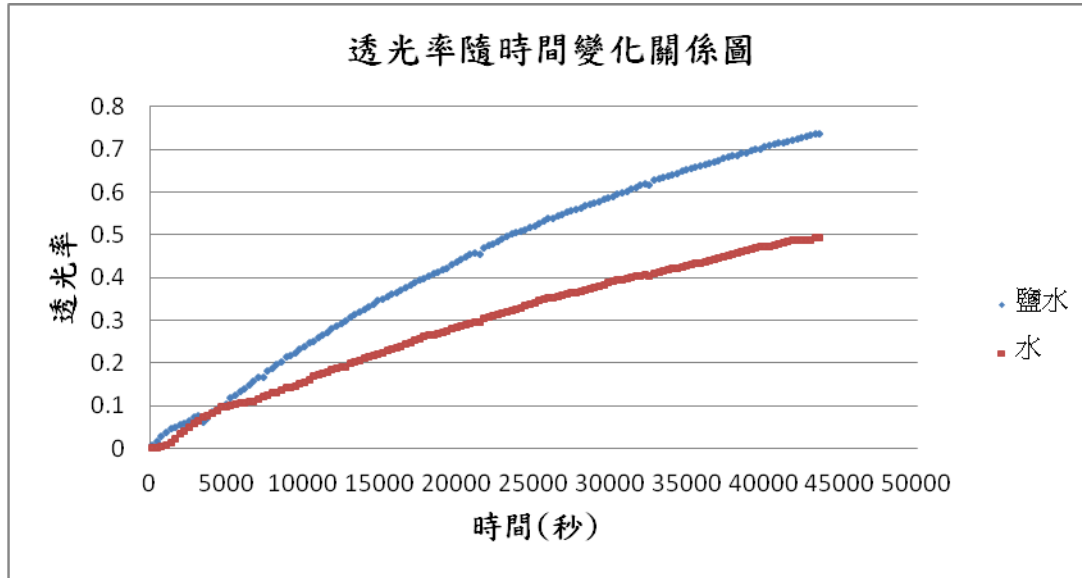


圖 6-4

由於我們並未建立石墨粉末在食鹽水中「透光率-標定濃度」的對照表，因此我們直接透過沉澱過程透光率的變化來分析食鹽水對沉澱造成的影響。圖 6-4 顯示，隨著石墨逐漸沉澱，濃度降低，透光率則隨之增加。我們可發現前半段(5000 秒前)兩者透光率的變化相似，之後石墨懸濁液(清水)的透光率趨緩的程度並不如石墨懸濁液(清水)來得明顯。由此可知在沉澱後期，擴散效應對沉澱粒子影響較大的時候，石墨粉末在鹽水中的擴散作用並不如其在清水中劇烈。在清水中達近似平衡態的透光率約為 0.5，在食鹽水中則超過 0.7。由此可知固體粒子在液體中的擴散速度不僅與溫度有關，也與介質本身有關。

柒、結論

我們藉由測定石墨懸濁液的透光率探討懸濁液的沉澱行為，結論如下：

- 一、 石墨溶液的濃度變化率隨時間增加而趨緩，約在標定濃度達 $0.040\text{kg/m}^3 \sim 0.060\text{kg/m}^3$ 近似穩定態。
- 二、 將實驗數據與本文建立無擴散效應下的沉澱模型相較，在約 2100 秒之前，本實驗的濃度變化趨勢可由此模型有效的描述；在 2500 秒後，擴散效應使得沉澱造成的濃度變化率趨緩，並在約 11 小時後達近似穩定態。
- 三、 根據模型與實驗結果，我們推論粒徑 3 微米以上的石墨粒子受擴散效應影響不明顯；0.6 微米以下的粒子其沉澱與擴散效應近似達成平衡，幾乎沒有沉降的運動。
- 四、 石墨粒子沉澱所在的介質會影響沉澱的速率。食鹽水會明顯減緩石墨粒子的擴散效應，導致沉澱較在清水中快，達到近似平衡態時的透光率也明顯較高。

附件

附件一

推導〈不考慮擴散效應下的沉澱模型〉質量濃度密度

$$\rho(r) = \frac{D}{2\sigma^4} \exp\left(\frac{-(r-r_s)^2}{2\sigma^2}\right) \cdot r^3$$

$\rho(r)dr$ 表粒子半徑 r 至 $r+dr$ 的質量濃度、 D 表整體溶液(所有粒子)的質量密度、 r_s 和 σ 表數量以常態分佈的粒子的最大量粒子半徑和標準偏差。

推導過程：

將(15)式代入(16)式：

$$\int_0^{\infty} A \frac{4\rho_s\pi}{3V} \exp\left(\frac{-(r-r_s)^2}{2\sigma^2}\right) \cdot r^3 dr = D \dots\dots(A.1)$$

左式中需要積分的部分為 $\int_0^{\infty} r^3 \cdot \exp\left(\frac{-(r-r_s)^2}{2\sigma^2}\right) dr$ ，引用高斯積分公式：

$$\int_0^{\infty} r^{2n+1} \cdot \exp\left(\frac{-(r-r_s)^2}{a^2}\right) dr = \frac{n!}{2} r^{2n+2} \dots\dots(A.2)$$

令 $n=1$ ， $a = \sqrt{2}\sigma$ 代入上式：

$$\int_0^{\infty} r^3 \cdot \exp\left(\frac{-(r-r_s)^2}{2\sigma^2}\right) dr = \frac{1}{2} (\sqrt{2}\sigma)^4 \dots\dots(A.3)$$

因此(A.1)式：

$$A \frac{4\rho_s\pi}{3V} 2\sigma^4 = D \dots\dots(A.4)$$

求得待定參數 A：

$$A = \frac{3V}{8\rho_s\pi\sigma^4} D \dots\dots(A.5)$$

(A.5)代入(15)式，即可得：

$$\rho(r) = \frac{D}{2\sigma^4} \exp\left(\frac{-(r-r_s)^2}{2\sigma^2}\right) \cdot r^3$$

捌、參考資料及其他

¹ 維基百科-「懸濁液(suspension)」：[http://en.wikipedia.org/wiki/Suspension_\(chemistry\)#cite_note-1](http://en.wikipedia.org/wiki/Suspension_(chemistry)#cite_note-1)

² 維基百科-「斯托克定律(Stoke's law)」：

http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Stokes%27_law&redirect=no

³ 維基百科-「擴散(diffusion)」：<http://en.wikipedia.org/wiki/Diffusion>

⁴ 維基百科-「菲克定律(Fick's laws of diffusion)」：

http://en.wikipedia.org/wiki/Fick%27s_laws_of_diffusion

⁵ 維基百科-「終端速度(Terminal speed)」：http://en.wikipedia.org/wiki/Terminal_velocity

⁶ 維基百科-「愛因斯坦關係式(Einstein relation)」：

http://en.wikipedia.org/wiki/Einstein_relation_%28kinetic_theory%29#Stokes-Einstein_equation

⁷ Lenoardo Dagdug, Alexander M. Berezhkovskii, Yurii A. Maknovskii, and Vladimir Yu. Zitserman. Particle size effect on diffusion in tubes with dead ends: Nonmonotonic size dependence of effective diffusion constant. J Chem Phys. 2008 Nov 14; 129(18): 184706

【評語】 040113

作者利用雷射光通過石墨懸濁液的透光率不同來探討沉澱過程中濃度和時間的關係，研究顯示 $3\mu\text{m}$ 以上的粒子擴散效應不明顯，而 $0.6\mu\text{m}$ 以下粒子的擴散與重力造成的運動達成近似平衡，作者也探討了石墨粉末在食鹽水中沉澱的特徵。在理論上藉由史托克定律建立無擴散效應的沉澱模型，可以局部定性的與實驗結果吻合。本作品研究據完整性，結果與理論預測大致相符。實驗對石墨粉末顆粒大小的選擇變化不易控制，顆粒大小的 95% 以上落於無法分辨的 $3.75\mu\text{m}$ 以下，對其模型的建立是不利的。