

中華民國第 55 屆中小學科學展覽會 作品說明書

高中組 物理科

040112

高黏度流體繩捲效應探討

學校名稱：國立羅東高級中學

作者： 高二 簡廷翰 高二 李任智	指導老師： 吳雪雯 邱銘鴻
-------------------------	---------------------

關鍵詞：高黏度流體、盤繞、黏滯係數

摘 要

利用黏滯度和蜂蜜及麥芽糖相近的矽油，研究高黏滯度流體繩捲效應。經實驗發現，隨著矽油滴落高度距離液面的改變，繩捲區的盤繞角頻率、盤繞圓直徑及流體柱截面半徑的變化，在不同盤繞模式下會有所差異。此外，藉由改變溫度，改變矽油的黏滯度，隨黏滯度的改變，也會影響繩捲區的盤繞角頻率、盤繞圓直徑及流體柱截面半徑。此外，流量及黏滯度會影響各模式出現的高度；流量的影響較黏滯度大。

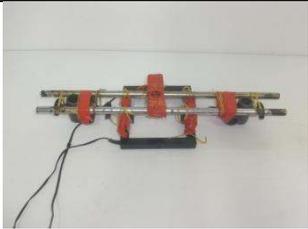
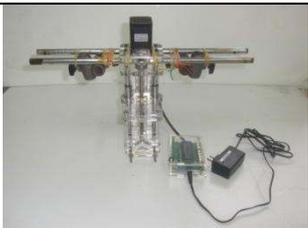
壹、研究動機

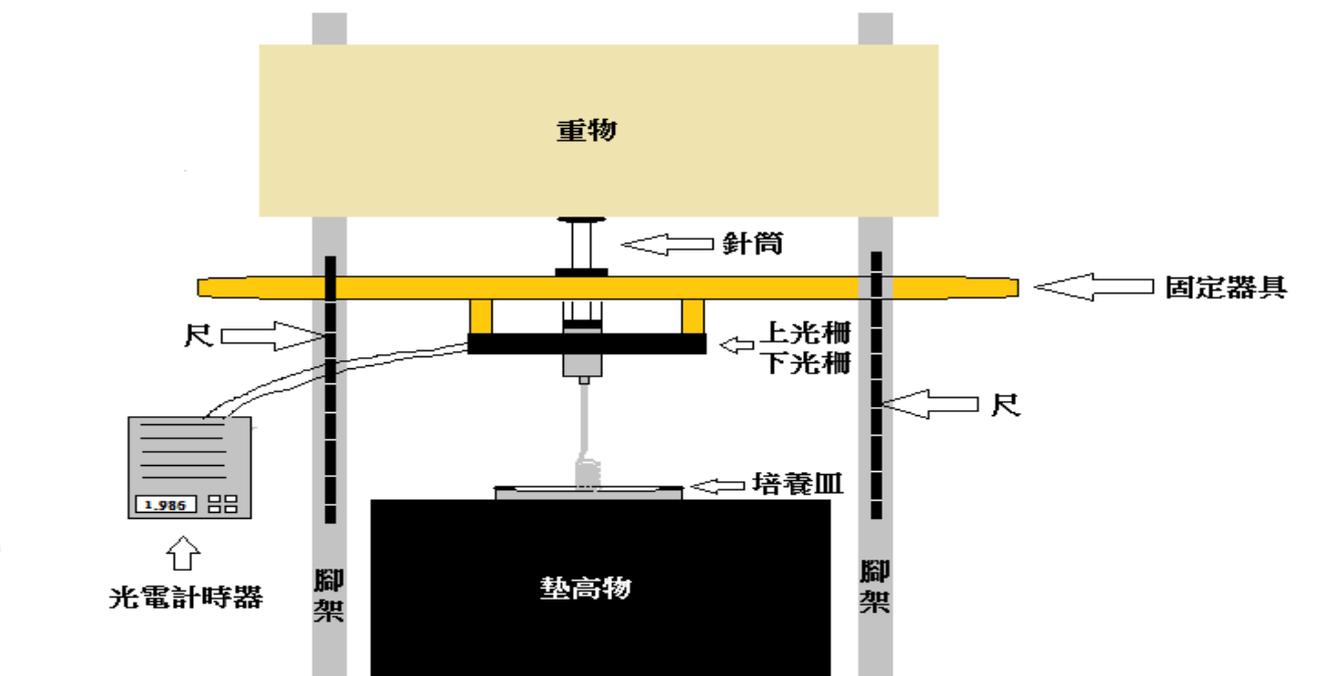
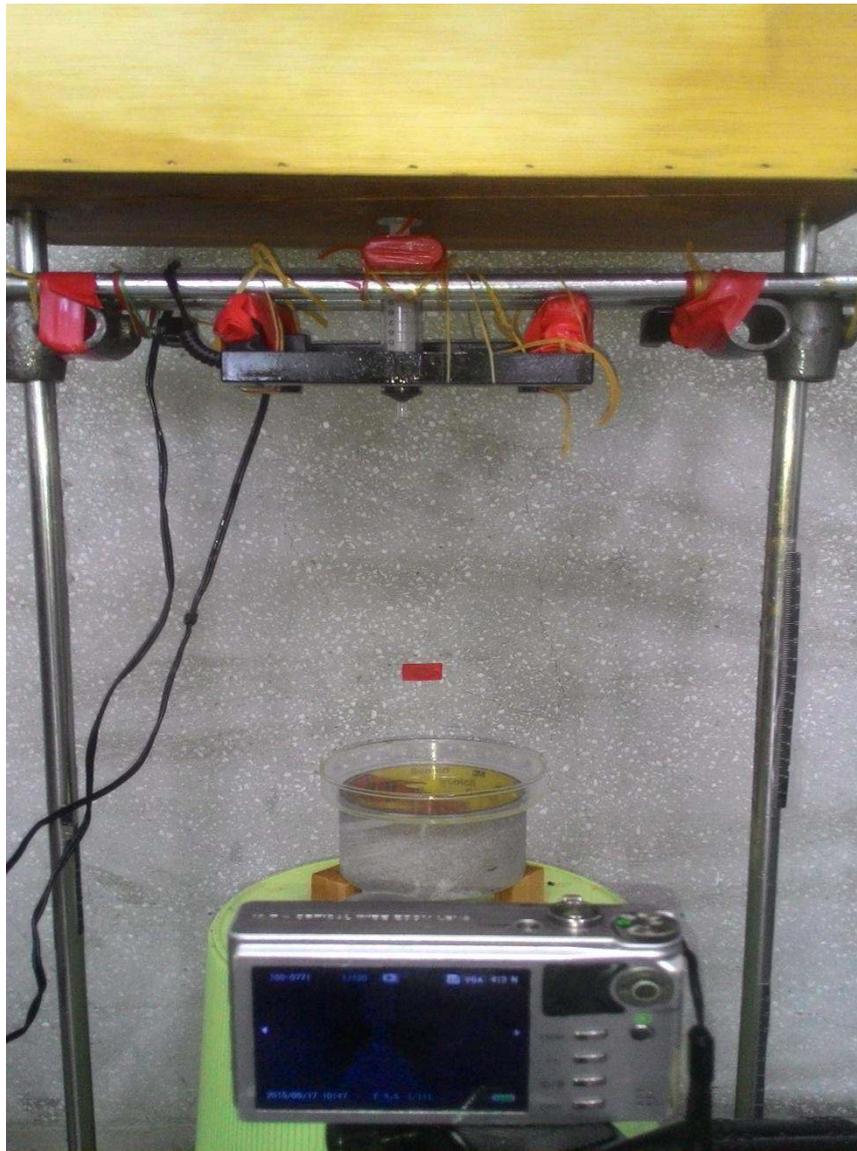
吃吐司時，常會配上其他沾醬：如果醬、蜂蜜。食用蜂蜜時發現蜂蜜會盤繞，我們對此現象感到興趣，開始觀察蜂蜜的盤繞現象。然而蜂蜜價格貴，我們試著尋找其他原料，例如麥芽糖，果糖。同時尋找相關研究資料時，在科學人雜誌中發現有篇文章討論矽油在固體表面上，不同滴落高度的盤繞角頻率。蜂蜜與麥芽糖的黏滯度分別約為 10000 cSt 與 20000 cSt，於是我們尋找和蜂蜜及麥芽糖黏滯度相近的矽油，研究矽油盤繞在液面上，改變距離液面高度、流量、溫度、黏滯係數以及下方液體深度，對盤繞角頻率和盤繞圓直徑有甚麼影響。

貳、研究目的

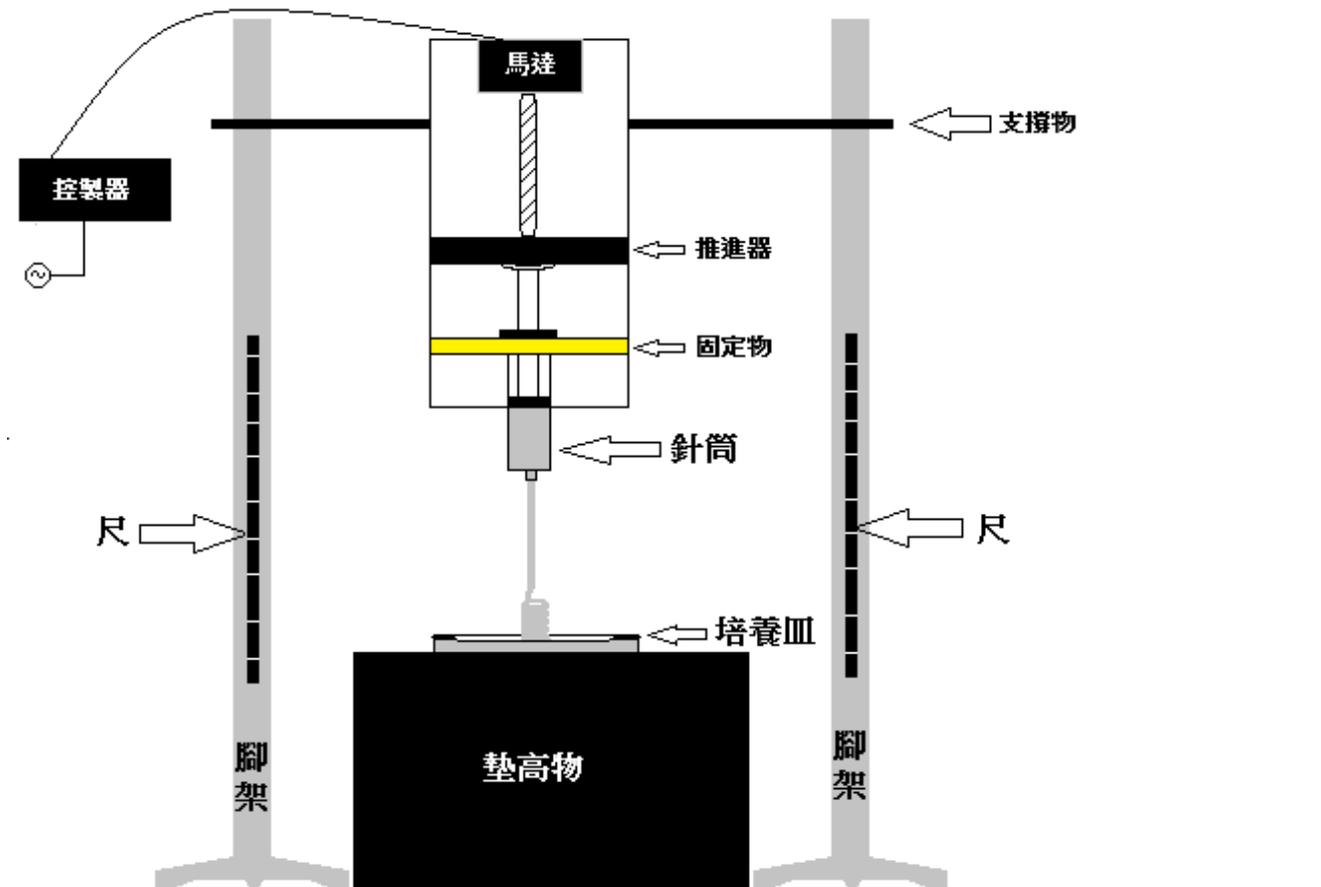
- 一、改變矽油滴落時距液面高度、溫度或黏滯係數、流量，探討盤繞角頻率及盤繞圓直徑的變化。
- 二、利用盤繞角頻率及盤繞圓直徑的測量值，推算繩捲區流體柱的截面半徑隨矽油滴落高度的變化；且探討溫度或黏滯係數、流量，對流體柱的截面半徑的影響。

參、研究設備與器材

表(一)					
編號	名稱	圖片	編號	名稱	圖片
1	高速攝影機(本作品皆使用 1 秒 120 張相片的功能)		6	固定器具	
			7	光柵 2 個	
2	高黏度流體 (1)10000cSt 矽油 (2)20000cSt 矽油		8	重物	
3	小針筒 (12cc) 大針筒 (25cc)		9	光電計時器	
5	容器 (培養皿)		11	步進馬達	
4	腳架		10	恆溫箱	



圖(一)A 實驗一至實驗三裝置圖



圖(一)B 實驗四裝置圖

肆、研究過程與方法

一、文獻探討

(一) 物理量：

表(二)	
物理量符號	意義
v	流體運動黏度
ρ	流體密度
Ω	繩捲區每秒盤繞幾圈
t	流經 5.2ml-2.4ml 秒數
H	流體柱滴落處距液面高度，如圖(二)。
$2R$	繩捲區盤繞出圓的直徑，如圖(二)。
a_0	流體柱長尾上端（剛流出針筒）的截面半徑，如圖(二)。
a_1	繩捲區流體柱的截面半徑，如圖(二)。

(二) 高黏度流體繩捲效應模式：

流體柱會伸長、彎曲和扭轉，如圖(二)，整體結構可分為上半部分的長尾(tail)及下半部的繩捲區(coil)。流體柱的伸長、彎曲和扭轉，主要受重力、黏滯力及慣性力的作用。隨著此三種力的效應的顯著，會有不同的盤繞模式出現。大致可分為四種：

1. 黏滯模式：

流體柱高度不高時，受重力的作用不明顯，且因流速慢，所以慣性力不明顯，此時主要為黏滯力在抵抗流體彎曲。如圖(三)，因重力造成伸長的效應弱，所以流體柱上端至下端的直徑幾乎相同($a_0 \approx a_1$)。

2. 重力模式：

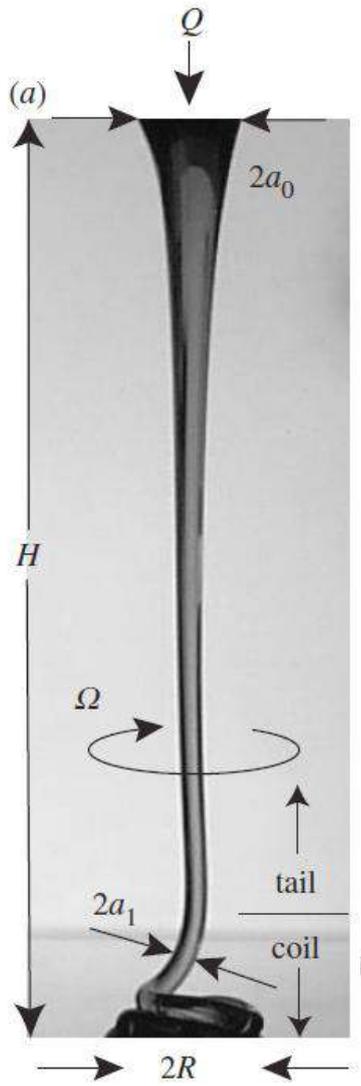
流體柱高度較黏滯模式高，重力想把流體柱長尾拉長，被黏滯力平衡。繩捲區重力想把流體柱彎曲，也被黏滯力平衡。如圖(四)，猶如一垂直懸掛的鍊子，鍊子底因盤繞向側向拉扯。

3. 單擺模式：

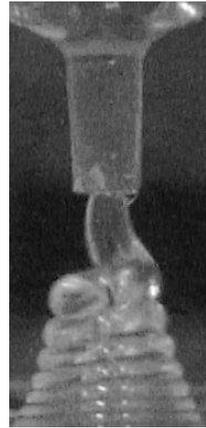
長尾如單擺來回晃動。特定長尾長度時，長尾和繩捲區的盤繞頻率一致，長尾會跟著畫圈，如圖(五)。

4. 慣性模式：

如圖(六)，長尾幾乎完全鉛直。繩捲區內，主要是黏滯力與慣性力平衡。



圖(二) 來源：Ribe (2004)



圖(三) 黏滯模式

左圖來源：本作品

右圖來源：Ribe (2004)



圖(四) 重力模式

左圖來源：本作品

右圖來源：Ribe (2004)



圖(五) 單擺模式
來源：本作品



圖(六) 慣性模式

左圖來源：本作品

右圖來源：Ribe (2004)

(三) 繩捲區盤繞運動方程式：

不同的盤繞模式，主要視繩捲區的黏滯力如何被平衡。繩捲區盤繞主要為重力 F_G 、黏滯力 F_v 及慣性力 F_I 的作用。其每單位長度的力為：

$$F_G \sim \rho g a_1^2 \quad , \quad F_v \sim \rho \nu a_1^4 U_1 R^{-4} \quad , \quad F_I \sim \rho a_1^2 U_1^2 R^{-1} \quad ,$$

其中 U_1 是流體的軸向速度。

繩捲區盤繞時運動方程式為： $\rho A R \Omega^2 \sim F_G + F_v$ ，其中 $A = \pi a_1^2$ 。

1. 繩捲盤繞角頻率 Ω 隨流體柱高度 H 變化：

隨流體柱高度 H 的增加，重力使長尾伸長得越嚴重而改變 a_1 ，即 a_1 隨 H 會有變化。重力、黏滯力及慣性力的形式皆為 a_1 的函數，所以重力、黏滯力及慣性力亦隨流體柱高度 H 而改變。因此，隨流體柱高度 H 增加時，繩捲盤繞的角頻率 Ω 會不同。

2. 繩捲盤繞半徑 R 隨流體柱高度 H 變化：

流體柱單位時間的流量為 Q ，則 $Q = U_1 A = \pi a_1^2 R \Omega$ 。由此可知，盤繞半徑 R 為 a_1 的函數，因此亦會隨流體柱的高度 H 增加而不同。

3. 繩捲區流體柱的截面半徑 a_1 隨流體柱高度 H 變化：

由 $Q = \pi a_1^2 R \Omega$ 可得 $a_1 = \sqrt{\frac{Q}{\pi R \Omega}}$ 。實驗中我們量測出不同高度繩捲盤繞角頻率 Ω 及盤繞半徑 R ，且流量 Q 為定值。如此，藉由 $R \Omega$ 的值，我們可探討 a_1 隨流體柱高度 H 變化。

二、實驗方法

(一) 實驗一

1. 實驗目的：流量穩定測試。
2. 實驗方法：
 - (1) 調整光柵高度得到三種不同區間之流量秒數。
 - (2) 計算其平均值以及標準差，求其 CV 值。
3. 實驗步驟：
 - (1) 吸取定量的矽油使之在固定高度、重物下盤繞。
 - (2) 將光柵綁在固定器具上，在每次放下重物前開啟光電計時器。
 - (3) 相同區間重複步驟(1)、(2)共 20 次。

(4) 改變 3 個不同區間，重複步驟(1) ~ (3)。

(二) 實驗二

1. 實驗目的：

固定流量，了解 10000cSt 及 20000cSt 矽油在溫度為 10.0°C、24.3°C、48.0°C 時，流體柱滴落處距離液面高度 H 對盤繞角頻率 Ω 、盤繞圓直徑 $2R$ 及流體柱截面半徑 a_1 的影響。

2. 實驗方法：

(1) 將相機角架固定於一定點，並於拍攝後方牆壁貼上膠帶，並用相機對準該點，使相機與矽油相對位置不變，如圖(七)。



圖(七)

(2) 將盤繞的圈數乘以 120 除以選取的照片張數除以 1 秒，得其盤繞角頻率 Ω 。

(3) 量取其第二圈圓之盤繞圓直徑 $2R$ 。

3. 實驗步驟：

(1) 選取 10000cSt 或 20000cSt 矽油吸入針筒內，待其內泡泡浮起。

(2) 將針筒放入恆溫箱中使之達到目標溫度。

(3) 利用腳架與固定器具將針筒固定。

(4) 在針筒下方放上已有固定深度矽油的培養皿。

(5) 在針筒上方放上特定重物控制流量，並使矽油從針筒流出。

(6) 以光電計時器，紀錄 t ，將流量的 CV 值控制在 4% 以內，以減少誤差。

(7) 在一旁使用高速攝影機拍攝矽油從 4cc 開始 1 秒的盤繞現象。

(8) 相同 H 重複步驟 5 ~ 7 共 5 次。

(9) 高度從 $H=10\text{mm}$ 增加 5mm，重複步驟 5 ~ 8，直至高度 $H=120\text{mm}$ 。

(10) 若發現高度增加，測量值 Ω 及 $2R$ 會有急遽變化，將縮減為每增加高度 1 ~ 3mm，重複步驟 5 ~ 8。

(三) 實驗三

1. 實驗目的：

固定溫度 24.3°C，了解 20000cSt 矽油在不同流量下，流體柱滴落處距離液面高度 H 對盤繞角頻率 Ω 的影響。

2. 實驗方法：同實驗(二)之方法。

3. 實驗步驟：

(1) 高流量 $t = 2.000$ 秒、 1.000 秒，同實驗(二)。

(2) 低流量 $t = 5.147$ 秒、 8.235 秒，改以步進馬達推進，其他步驟同實驗(二)。

(四) 實驗四

1. 實驗目的：

固定流量 $t = 8.235$ 秒，了解低流量 20000cSt 矽油在不同溫度下，流體柱滴落處距離液面高度 H 對盤繞角頻率 Ω 的影響。

2. 實驗方法：同實驗(二)之方法。

3. 實驗步驟：以步進馬達推進，其他步驟同實驗(二)。

伍、研究結果

一、黏滯度：

常溫下矽油黏度	10000 cSt			20000 cSt	
溫度	48.0 °C	24.3 °C	10.0 °C	48.0 °C	24.3 °C
黏度 ν (cSt)	9713	11452	17923	18104	22462

二、實驗一：流量測試

表(四) 矽油在不同區間的流量			
	平均值	標準差	CV 值
7.2ml-4.4ml 秒數(s)	1.690	0.059	3.5
6.2ml-3.4ml 秒數(s)	1.718	0.062	3.6
5.2ml-2.4ml 秒數(s)	1.739	0.032	1.8

三、實驗二：固定流量，不同黏滯度下，流體柱滴落處距液面高度 H 對盤繞角頻率 Ω 及盤繞圓直徑 2R 的影響。

表(五) 10000 cSt 矽油，流量 t = 2 秒，溫度 10.0 °C，不同高度的盤繞角頻率 Ω 及盤繞圓直徑 2R。						
H (mm)	t 平均值 (s)	t 標準差 (s)	Ω 平均值 (1/s)	Ω 標準差 (1/s)	2R 平均值 (像素)	2R 標準差 (像素)
10	1.934	0.03	18.31	0.50	85	5.00
13	1.940	0.02	18.32	0.19	94	1.25
16	1.957	0.01	19.36	0.45	101	0.47
19	1.939	0.03	19.24	0.29	101	3.40
20	1.917	0.01	19.67	0.88	100	3.09
21	1.979	0.02	19.29	0.51	96	3.40
22	1.934	0.03	19.65	0.75	105	0.94
23	1.918	0.02	19.51	0.23	102	0.47
24	1.968	0.02	13.93	0.47	120	3.09
25	1.941	0.01	12.42	0.30	135	1.22
28	1.957	0.04	12.35	0.26	148	2.49
30	1.947	0.01	12.84	0.32	146	2.49
31	1.964	0.06	12.42	0.30	142	2.05
34	1.947	0.01	12.23	0.23	150	0.50
37	1.996	0.01	11.90	0.46	138	1.88
40	1.923	0.02	11.68	0.24	148	4.10
50	1.964	0.02	14.11	0.38	144	3.74
60	1.939	0.02	15.96	0.35	138	1.25
70	1.962	0.03	18.09	0.22	134	1.70
80	1.957	0.04	20.69	0.50	127	2.94
90	1.928	0.04	24.28	0.25	126	2.83
100	1.960	0.03	28.27	0.83	119	2.05
110	1.937	0.02	31.97	0.92	113	1.70
120	1.920	0.02	34.72	0.75	106	0.47

表(六) 10000 cSt 矽油，流量 $t = 2$ 秒，溫度 24.3°C ，不同高度的盤繞角頻率 Ω 及盤繞圓直徑 $2R$ 。

H (mm)	t 平均值 (s)	t 標準差 (s)	Ω 平均值 (1/s)	Ω 標準差 (1/s)	2R 平均值 (像素)	2R 標準差 (像素)
10	1.985	0.01	19.22	0.31	89	2.62
13	1.979	0.03	19.06	0.08	96	2.94
16	1.926	0.01	20.35	0.38	102	0.94
19	1.965	0.04	19.97	0.52	103	0.47
20	1.937	0.02	20.00	0.51	104	0.82
21	1.984	0.02	19.07	0.53	100	1.70
22	1.944	0.02	15.66	0.59	134	2.82
23	1.916	0.02	15.82	0.12	133	0
24	1.929	0.01	13.88	0.29	126	1.63
25	1.961	0.04	13.77	0.32	134	2.16
28	1.959	0.03	13.42	0.36	147	0.94
30	1.966	0.01	13.80	0.34	145	3.74
31	1.958	0.02	14.25	0.15	145	1.25
34	1.958	0.02	14.11	0.01	143	1.00
37	1.959	0.03	14.26	0.26	143	1.25
40	1.955	0.05	14.61	0.09	138	1.25
50	1.971	0.05	17.43	0.03	131	1.70
60	1.956	0.04	19.73	0.38	123	0.81
70	1.944	0.03	23.84	0.22	113	0.47
80	1.932	0.04	27.49	0.28	104	1.24
90	1.968	0.03	32.14	0.20	106	4.19
100	1.924	0.04	36.19	0.68	98	3.77
110	1.931	0.03	40.85	0.37	92	5.73
120	1.943	0.02	46.06	0.86	87	0.47

表(七) 10000 cSt 矽油，流量 $t = 2$ 秒，溫度 48.0°C ，不同高度的盤繞角頻率 Ω 及盤繞圓直徑 $2R$ 。

H (mm)	t 平均值 (s)	t 標準差 (s)	Ω 平均值 (1/s)	Ω 標準差 (1/s)	2R 平均值 (像素)	2R 標準差 (像素)
10	1.969	0.02	17.77	0.49	85	5.90
13	1.946	0.03	20.32	0.49	88	0.82
16	1.975	0.04	20.42	0.08	92	1.41
19	1.937	0.01	20.92	0.30	94	0.82
20	1.962	0.03	20.56	0.25	103	0.47
21	1.935	0.02	17.64	0.10	111	1.25
22	1.937	0.03	15.48	0.23	122	0.47
23	1.971	0.04	16.00	0.85	111	0.94

24	1.986	0.02	15.88	0.38	119	1.25
25	1.946	0.05	15.52	0.60	123	2.82
28	1.941	0.03	16.35	0.40	122	1.25
30	1.967	0.03	15.27	0.20	126	1.70
31	1.976	0.03	16.86	0.40	128	0.82
34	1.997	0.02	16.26	0.29	125	1.88
37	1.928	0.03	17.15	0.21	125	1.63
40	1.95	0.01	18.06	0.63	128	0.47
50	1.972	0.03	21.50	0.05	115	1.32
60	1.960	0.03	25.24	0.51	103	2.36
70	1.931	0.04	30.00	0.00	102	6.38
80	1.968	0.03	34.86	0.42	98	0.82
90	1.938	0.03	41.48	0.79	94	0.47
100	1.954	0.04	47.04	0.76	89	1.25
110	1.953	0.01	54.06	0.98	84	1.25
120	1.97	0.03	60.00	0.00	79	0.94

表(八) 20000 cSt 矽油，流量 $t = 2$ 秒，溫度 24.3°C ，不同高度的盤繞角頻率 Ω 及盤繞圓直徑 $2R$ 。

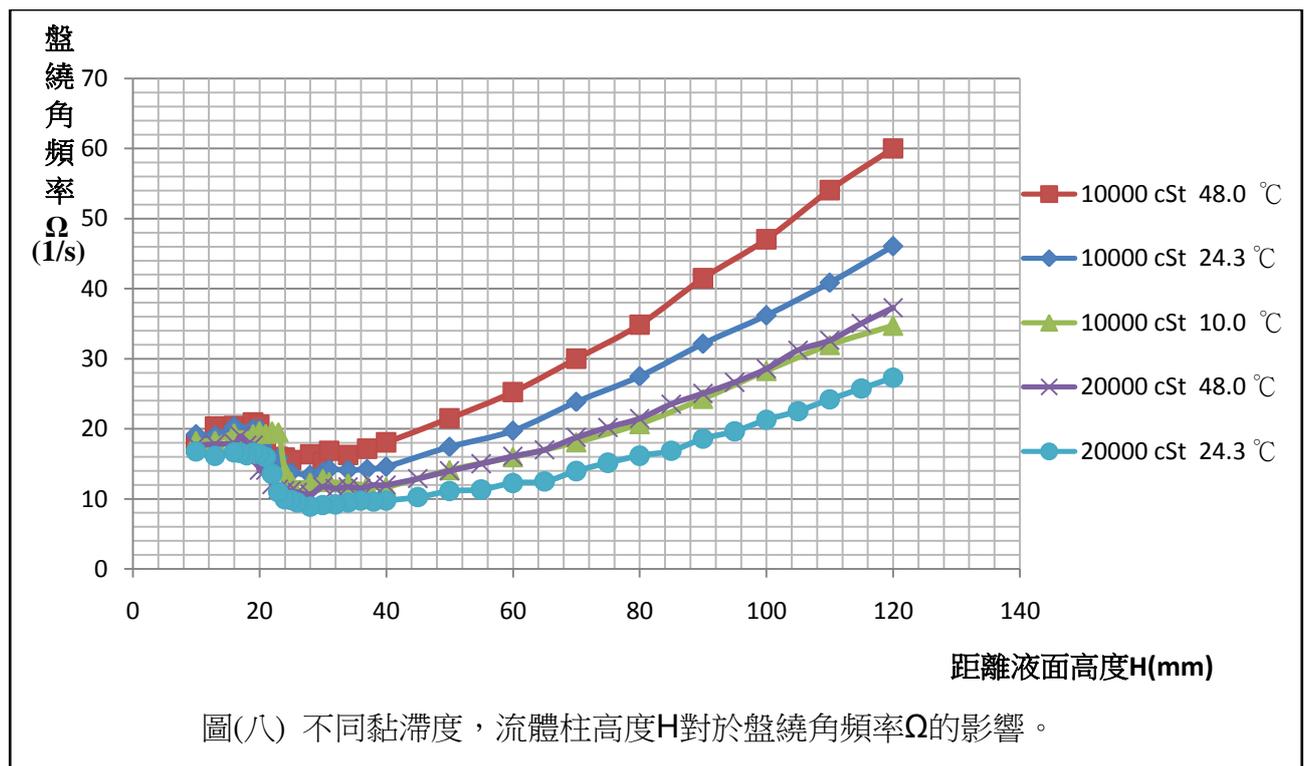
H (mm)	t 平均值 (s)	t 標準差 (s)	Ω 平均值 (1/s)	Ω 標準差 (1/s)	2R 平均值 (像素)	2R 標準差 (像素)
10	1.961	0.023	16.79	0.421	103	1.72
13	1.988	0.021	16.15	0.474	106	2.58
16	1.921	0.017	16.65	0.658	103	2.32
17	1.955	0.024	16.58	0.429	104	2.94
18	1.960	0.047	16.25	0.440	100	3.03
19	1.947	0.038	16.61	0.467	100	1.47
20	1.958	0.038	16.41	0.313	102	2.32
21	1.955	0.039	15.95	0.584	107	6.11
22	1.962	0.036	13.57	0.215	113	4.60
23	1.962	0.027	10.97	0.327	139	6.97
24	1.975	0.038	9.95	0.439	152	6.52
25	1.921	0.019	9.85	0.406	159	5.56
26	1.966	0.045	9.48	0.256	163	13.75
28	1.971	0.024	8.91	0.083	176	22.86
30	1.974	0.034	9.14	0.279	192	24.01
32	1.947	0.032	9.21	0.151	186	7.74
34	1.964	0.034	9.49	0.183	164	3.14
36	1.960	0.034	9.77	0.365	168	5.18
38	1.950	0.040	9.63	0.190	168	2.42
40	1.942	0.024	9.77	0.131	169	5.31

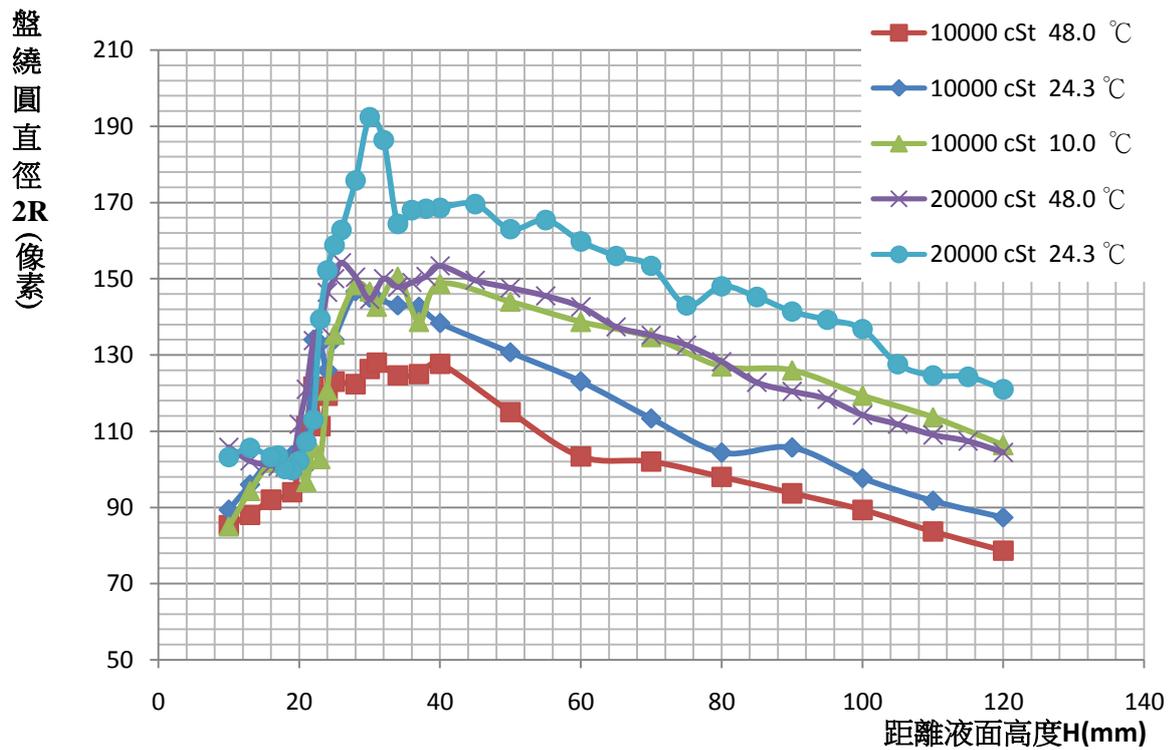
45	1.935	0.025	10.25	0.278	170	2.06
50	1.971	0.021	11.12	0.375	163	5.33
55	1.963	0.029	11.34	0.309	165	3.50
60	1.940	0.021	12.28	0.376	160	7.44
65	1.945	0.021	12.49	0.159	156	8.02
70	1.963	0.026	13.99	0.485	153	3.44
75	1.942	0.031	15.17	0.453	143	3.03
80	1.940	0.029	16.17	1.113	148	2.28
85	1.958	0.041	16.87	0.281	145	2.14
90	1.937	0.033	18.60	0.617	141	0.80
95	1.962	0.034	19.66	0.279	139	1.17
100	1.937	0.036	21.30	0.617	137	1.17
105	1.948	0.030	22.54	0.373	128	1.85
110	1.969	0.033	24.21	0.234	125	3.20
115	1.954	0.014	25.76	0.469	124	2.28
120	1.951	0.032	27.31	0.581	121	2.28

表(九) 20000 cSt 矽油，流量 $t = 2$ 秒，溫度 $48.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，不同高度的盤繞角頻率 Ω 及盤繞圓直徑 $2R$ 。

H (mm)	t 平均值 (s)	t 標準差 (s)	Ω 平均值 (1/s)	Ω 標準差 (1/s)	2R 平均值 (像素)	2R 標準差 (像素)
10	1.977	0.039	17.64	0.54	106	1.94
13	1.953	0.020	17.84	0.48	102	0.98
16	1.961	0.032	17.95	0.55	101	2.00
17	1.967	0.039	18.95	0.40	101	1.33
18	1.960	0.034	17.66	0.58	101	2.94
19	1.960	0.038	17.70	0.54	101	2.10
20	1.985	0.040	14.11	1.67	112	6.01
21	1.953	0.014	14.08	1.65	121	12.80
22	1.963	0.028	12.06	0.27	134	12.25
23	1.982	0.034	11.41	0.48	138	6.80
24	1.941	0.033	11.20	0.50	146	12.03
25	1.949	0.033	11.15	0.21	150	9.19
26	1.968	0.023	10.95	0.35	154	8.06
28	1.958	0.032	10.68	0.45	150	9.24
30	1.949	0.025	11.75	0.10	145	5.00
32	1.973	0.030	11.49	0.18	150	2.10
34	1.951	0.031	11.72	0.27	148	6.31
36	1.951	0.036	11.53	0.20	149	2.19
38	1.947	0.037	11.99	0.43	151	1.36
40	1.977	0.040	12.00	0.09	153	1.02

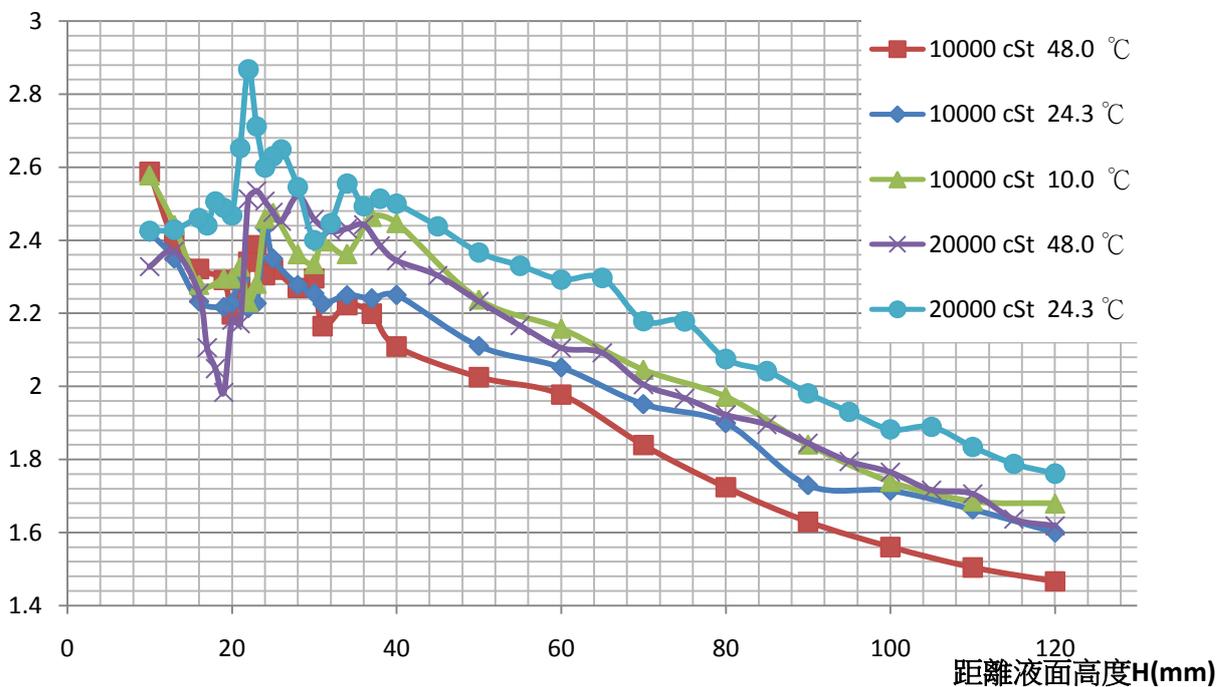
45	1.953	0.034	12.90	0.33	150	0.49
50	1.940	0.038	14.01	0.08	148	1.20
55	1.950	0.030	15.02	0.41	146	1.12
60	1.966	0.036	16.09	0.43	143	1.36
65	1.955	0.043	17.01	0.59	137	0.80
70	1.959	0.032	18.78	0.37	135	0.83
75	1.927	0.015	20.21	0.28	133	1.74
80	1.965	0.042	21.49	0.48	128	1.33
85	1.925	0.040	23.54	0.24	123	1.33
90	1.948	0.016	25.06	0.69	120	1.50
95	1.968	0.038	26.65	0.53	118	1.36
100	1.967	0.030	28.57	0.77	114	0.98
105	1.945	0.019	31.22	0.15	112	1.17
110	1.932	0.028	32.64	0.55	109	1.26
115	1.982	0.035	35.05	0.38	107	1.74
120	1.961	0.039	37.29	0.25	104	0.49



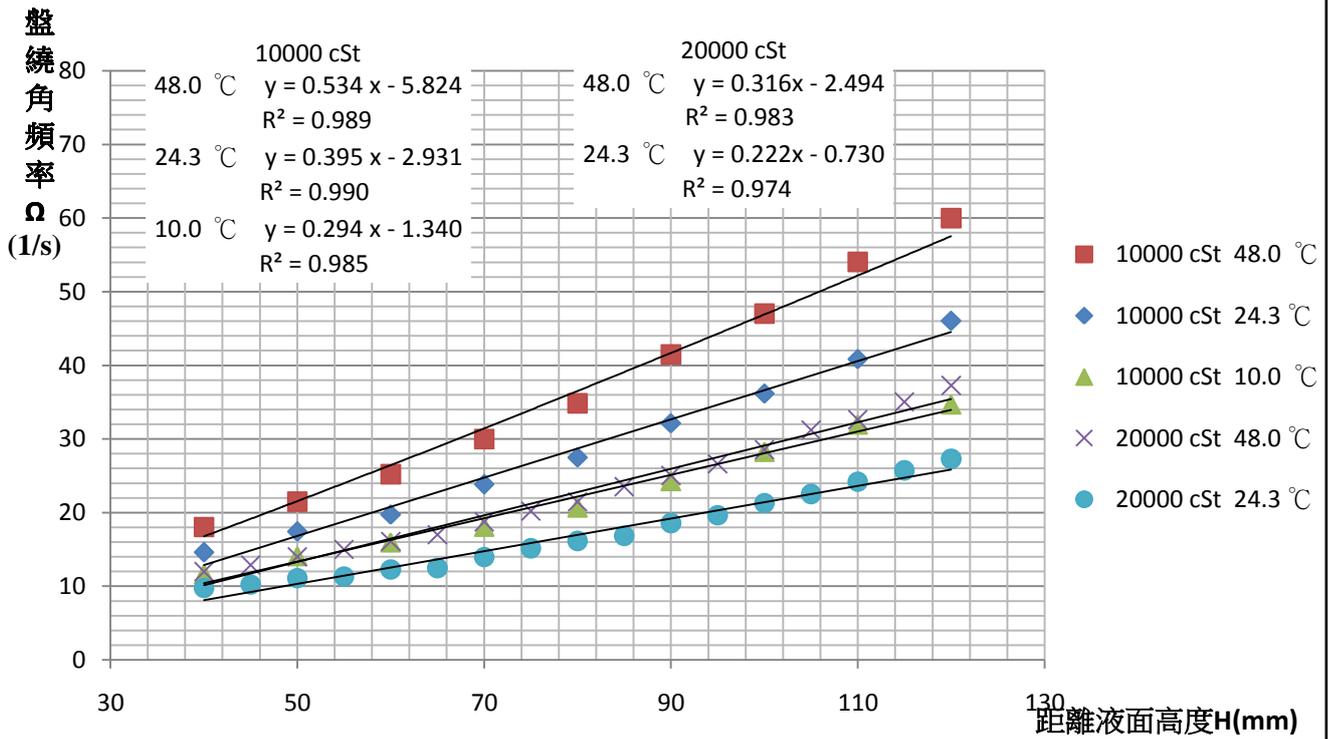


圖(九) 不同黏滯度，流體柱高度H對於盤繞角頻率 Ω 的影響。

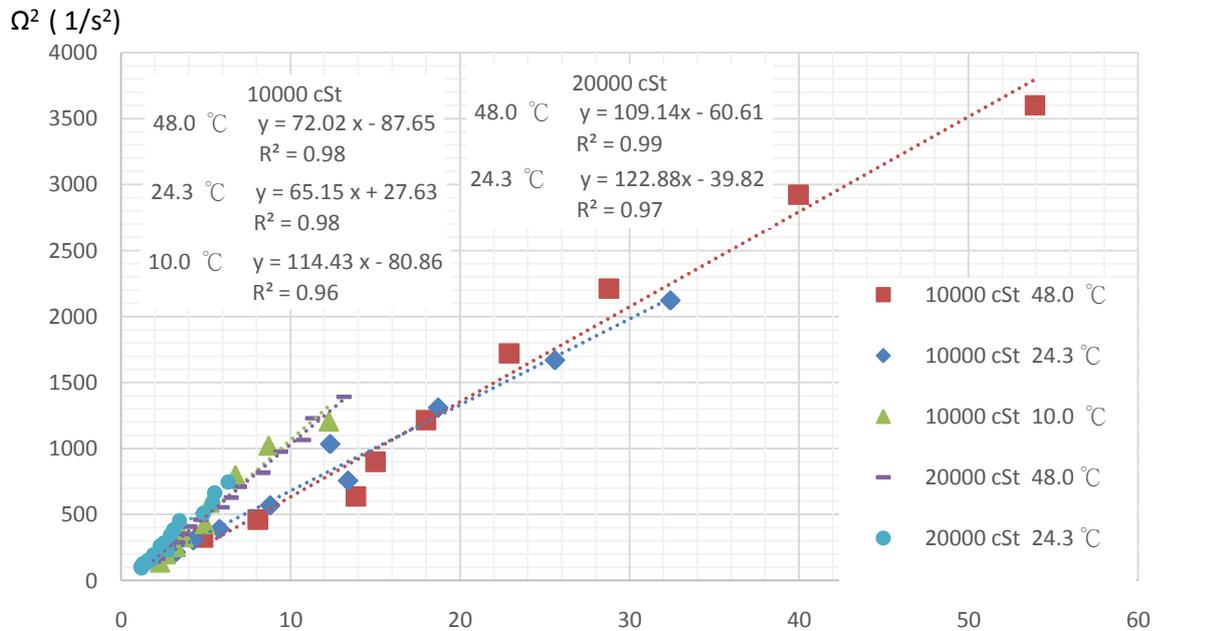
$1/\sqrt{("R\Omega t")}$ (10^{-2} /像素 $^{0.5}$)



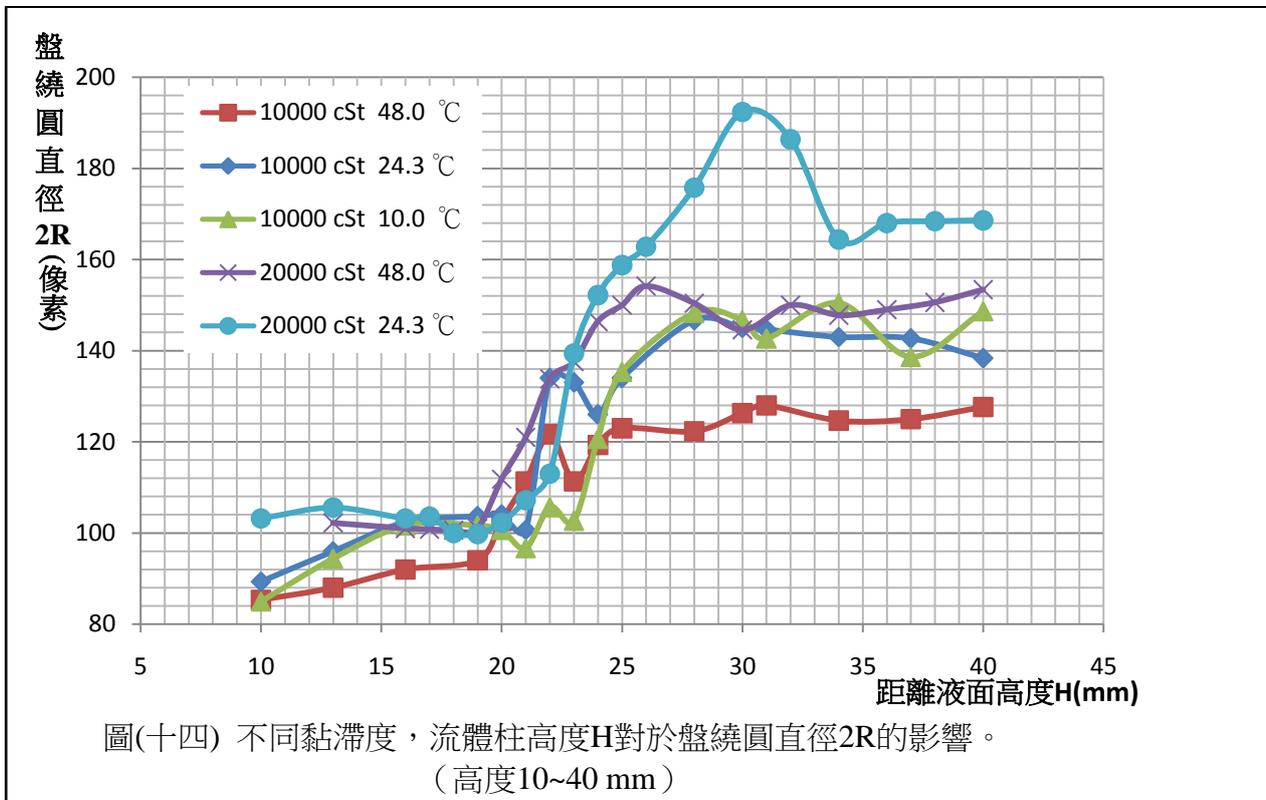
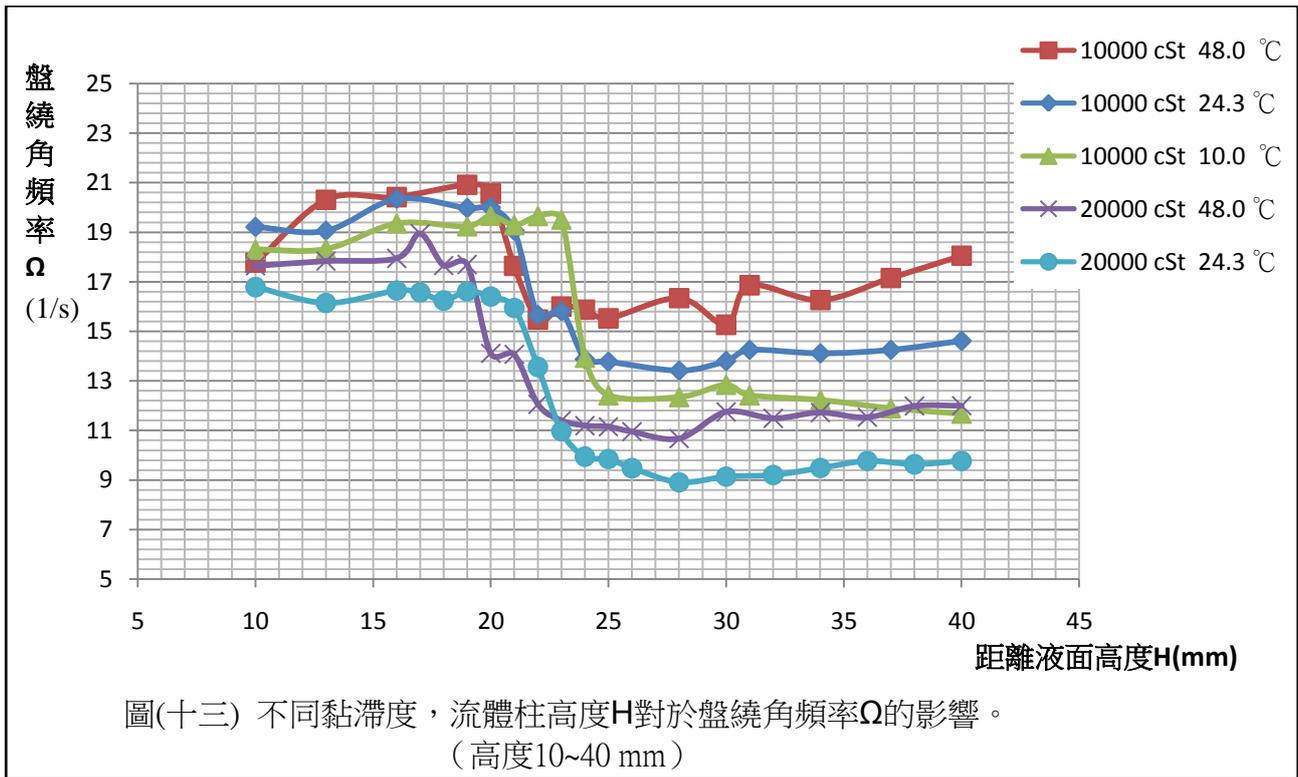
圖(十) 不同黏滯度，流體柱高度H對於繩捲曲流體柱截面半徑 a_1 的影響。



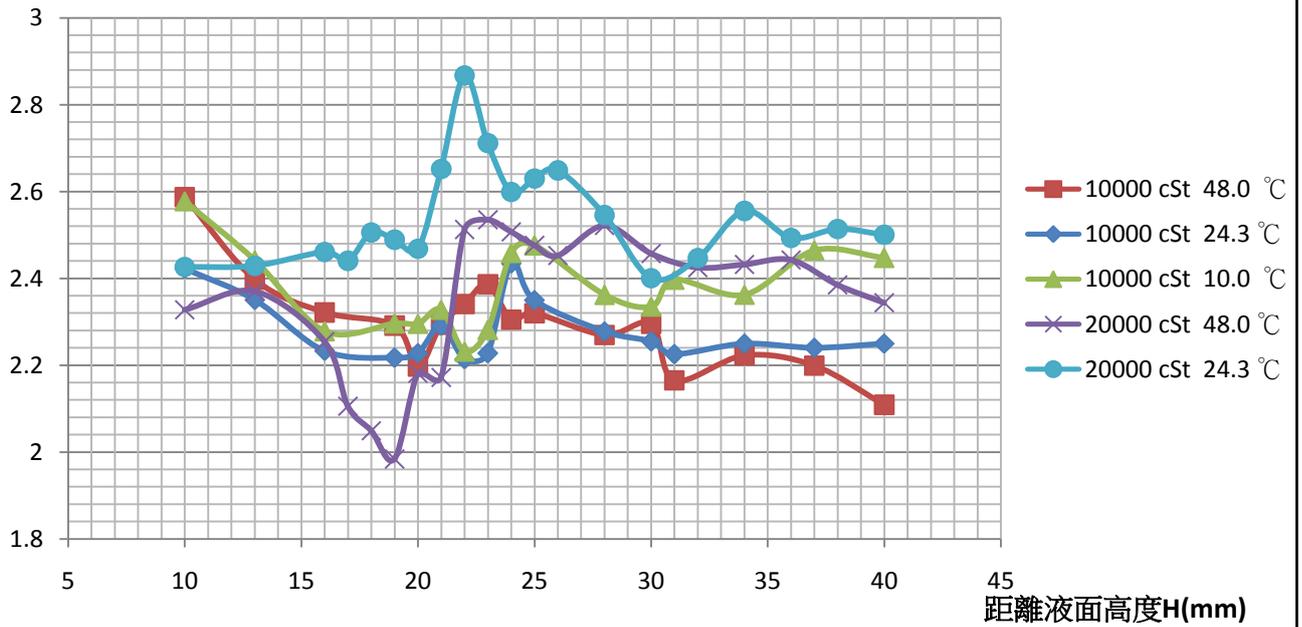
圖(十一) 不同黏滯度，流體柱高度H對於盤繞角頻率Ω的影響。
(高度 40 ~ 120 mm)



圖(十二) 不同黏滯度，盤繞角頻率與盤繞圓直徑的關係。
 $1/tr^5$ ($10^{-10} / \text{sec} \cdot \text{像素}^5$)



$1/\sqrt{("R\Omega t")}$ (10^{-2} /像素 $^{0.5}$)



圖(十五) 不同黏滯度，流體柱高度H對繩捲區流體柱截面半徑 a_1 的影響。
(高度10~40mm)

四、實驗三：固定黏滯度，不同流量下，流體柱滴落處距液面高度 H 對盤繞角頻率 Ω 的影響。

表(十) 20000 cSt 矽油，流量 $t = 1$ 秒，溫度 $24.3\text{ }^\circ\text{C}$ ，不同高度的盤繞角頻率 Ω 。

H (mm)	t 平均值 (s)	t 標準差 (s)	Ω 平均值 (1/s)	Ω 標準差 (1/s)
10	1.023	0.015	26.09	0.68
13	1.010	0.029	25.74	0.82
16	1.015	0.026	25.30	0.36
17	1.031	0.037	25.16	0.31
18	1.007	0.021	24.90	1.33
19	1.009	0.033	26.14	0.68
20	1.006	0.022	25.93	0.20
21	1.006	0.020	26.20	0.43
22	1.009	0.018	25.43	0.35
23	1.004	0.022	25.41	0.65
24	1.010	0.026	24.82	0.43
25	0.984	0.037	24.06	1.59
26	1.025	0.027	18.73	1.10
28	0.984	0.034	17.02	0.24

30	0.987	0.019	16.87	0.45
32	0.992	0.030	16.16	0.40
34	0.997	0.016	15.91	0.56
36	0.987	0.030	16.27	0.22
38	0.985	0.026	16.08	0.41
40	0.974	0.022	16.07	0.20
45	0.979	0.030	15.85	0.44
50	1.000	0.036	16.60	0.32
55	0.982	0.012	16.39	0.55
60	0.992	0.027	17.58	0.47
65	0.997	0.029	17.83	0.64
70	0.995	0.032	18.32	0.73
75	0.973	0.026	19.24	0.43
80	1.000	0.022	20.53	0.53
85	0.994	0.024	21.01	0.84
90	0.972	0.021	22.92	0.20
95	1.005	0.029	23.39	0.56
100	1.027	0.034	24.83	0.36
105	0.995	0.015	25.33	0.77
110	1.012	0.032	27.76	0.26
115	0.975	0.021	28.20	0.45
120	1.007	0.025	30.19	0.38

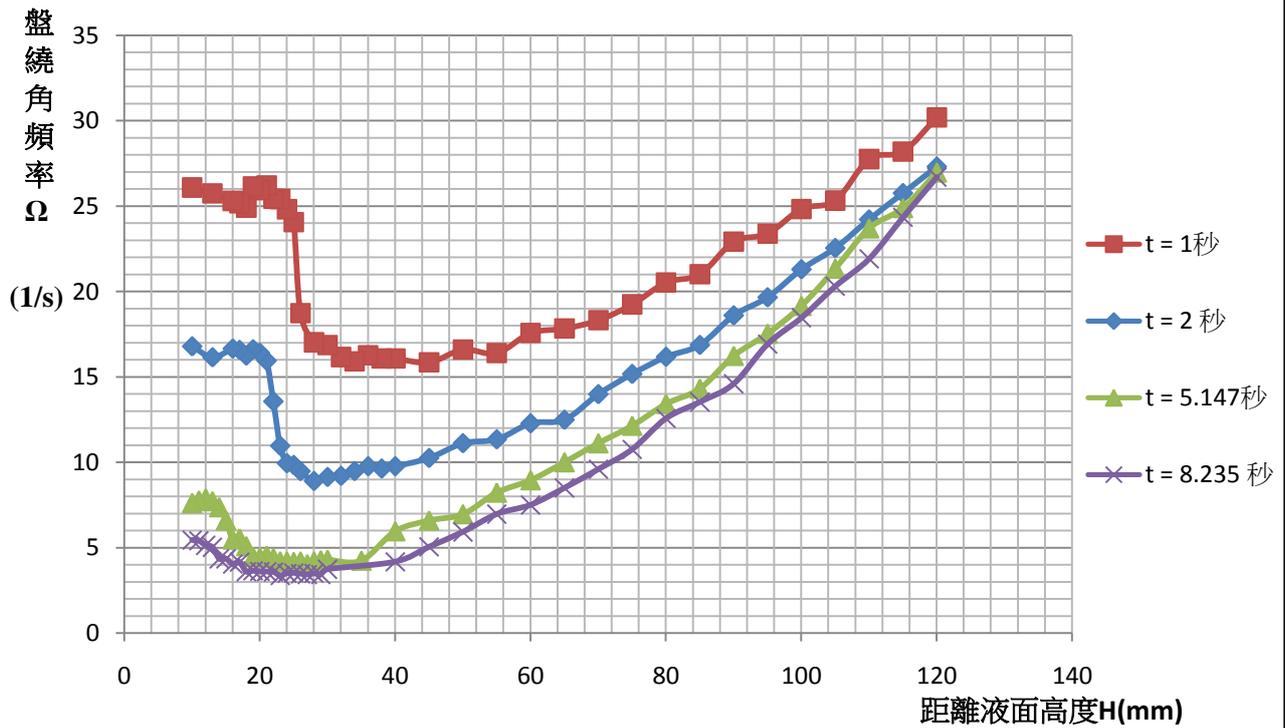
表(十一) 20000 cSt 矽油，流量 $t = 5.147$ 秒，溫度 $24.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，不同高度的盤繞角頻率 Ω 。

H (mm)	Ω 平均值 (1/s)	Ω 標準差 (1/s)	H (mm)	Ω 平均值 (1/s)	Ω 標準差 (1/s)
10	7.62	0.25	30	4.30	0.20
11	7.77	0.18	35	4.24	0.17
12	7.90	0.08	40	5.97	0.20
13	7.73	0.25	45	6.59	0.07
14	7.37	0.30	50	6.97	0.20
15	6.60	0.46	55	8.23	0.15
16	5.48	0.01	60	8.95	0.14
17	5.55	0.25	65	10.00	0.27
18	5.09	0.22	70	11.11	0.29
19	4.46	0.27	75	12.14	0.12
20	4.44	0.26	80	13.42	0.47
21	4.55	0.09	85	14.31	0.35
22	4.40	0.17	90	16.23	0.41
23	4.21	0.06	95	17.53	0.46

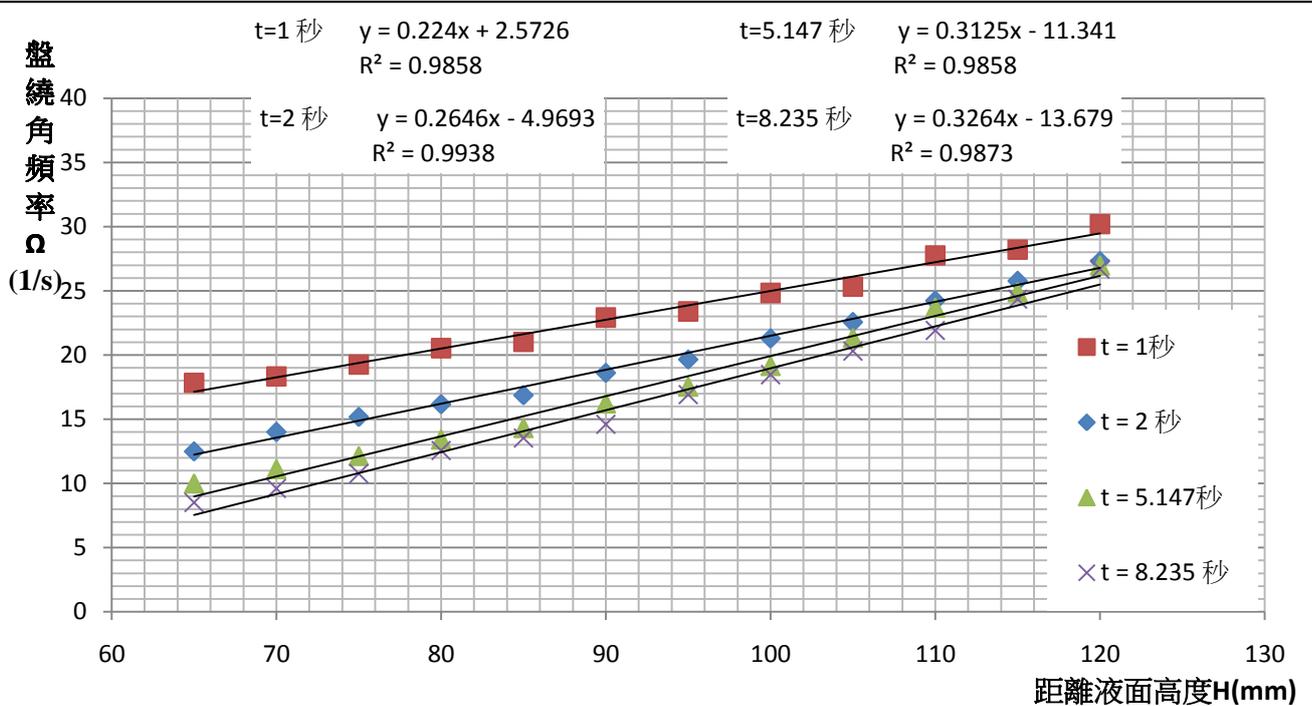
24	4.20	0.22	100	19.16	0.18
25	4.17	0.09	105	21.34	0.37
26	4.21	0.23	110	23.70	0.38
27	4.04	0.18	115	24.88	0.55
28	4.20	0.15	120	26.97	0.55
29	4.27	0.30			

表(十二) 20000 cSt 矽油，流量 $t = 8.235$ 秒，溫度 $24.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，
不同高度的盤繞角頻率 Ω 。

H (mm)	Ω 平均值 (1/s)	Ω 標準差 (1/s)	H (mm)	Ω 平均值 (1/s)	Ω 標準差 (1/s)
10	5.45	0.14	30	3.73	0.16
11	5.40	0.09	40	4.18	0.23
12	5.14	0.22	45	5.05	0.21
13	5.02	0.10	50	5.92	0.06
14	4.35	0.39	55	6.97	0.15
15	4.35	0.31	60	7.51	0.18
16	4.04	0.20	65	8.50	0.12
17	4.15	0.25	70	9.60	0.13
18	3.60	0.05	75	10.76	0.13
19	3.65	0.19	80	12.57	0.22
20	3.61	0.13	85	13.53	0.33
21	3.60	0.13	90	14.60	0.30
22	3.58	0.11	95	16.92	0.59
23	3.37	0.17	100	18.46	0.23
24	3.50	0.13	105	20.31	0.42
25	3.52	0.12	110	21.91	0.66
26	3.70	0.31	115	24.34	0.43
27	3.42	0.13	120	26.70	0.37
28	3.50	0.16			
29	3.43	0.09			



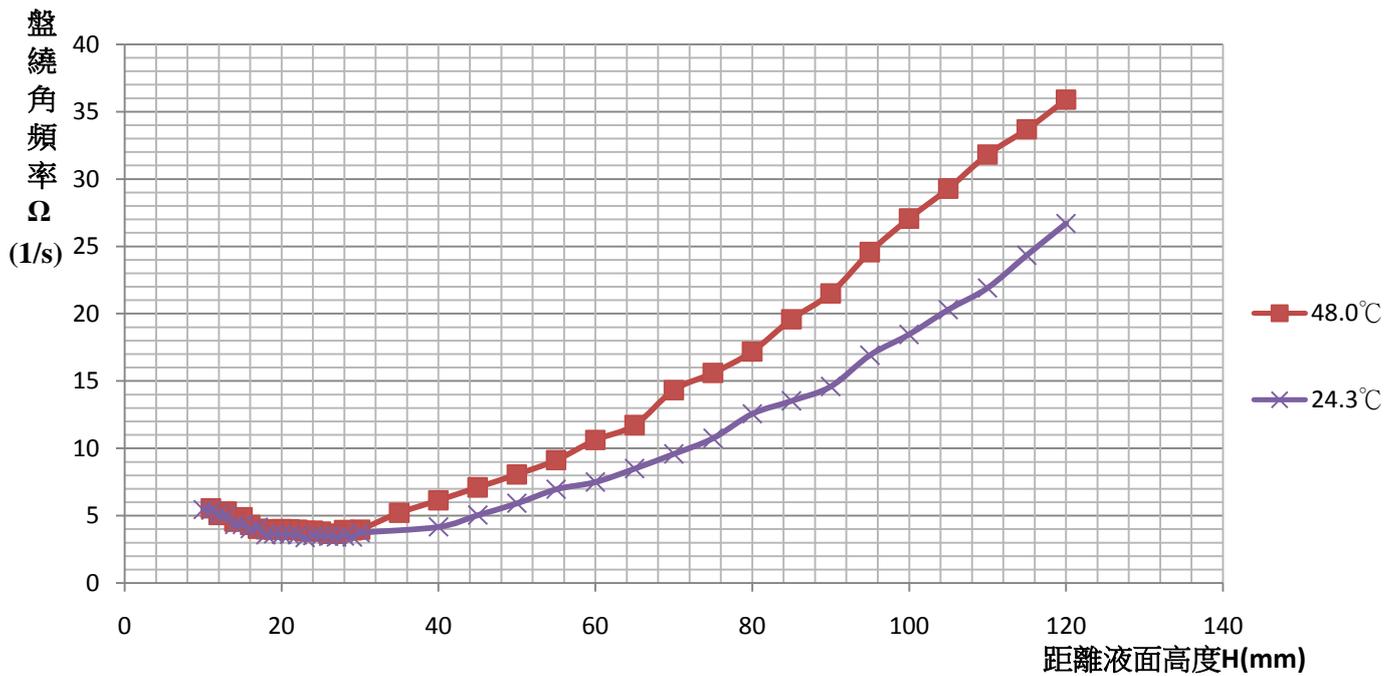
圖(十六) 20000cSt 24.3°C 不同流量下，距離液面高度H對盤繞角頻率Ω的影響。



圖(十七) 20000 cSt 24.3°C ，距離液面高度H對於盤繞角頻率Ω的影響 (高度 40 ~ 120 mm)

五、實驗四：固定低流量，不同溫度下，流體柱滴落處距液面高度 H 對盤繞角頻率 Ω 的影響

表(十三) 20000 cSt 矽油，流量 $t = 8.235$ 秒，溫度 $48.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ， 不同高度的盤繞角頻率 Ω 。					
H (mm)	Ω 平均值 (1/s)	Ω 標準差 (1/s)	H (mm)	Ω 平均值 (1/s)	Ω 標準差 (1/s)
10	5.62	0.26	30	3.97	0.14
11	5.56	0.27	35	5.22	0.22
12	5.06	0.13	40	6.15	0.11
13	5.32	0.24	45	7.11	0.18
14	4.55	0.24	50	8.07	0.18
15	4.89	0.06	55	9.13	0.13
16	4.32	0.20	60	10.63	0.17
17	4.03	0.07	65	11.73	0.20
18	3.99	0.09	70	14.33	0.47
19	3.97	0.15	75	15.60	0.24
20	4.02	0.12	80	17.12	0.40
21	3.98	0.11	85	19.59	0.59
22	3.97	0.21	90	21.51	0.39
23	3.86	0.14	95	24.57	0.29
24	3.90	0.09	100	27.06	0.22
25	3.82	0.19	105	29.29	0.37
26	3.66	0.13	110	31.81	0.45
27	3.66	0.08	115	35.59	0.42
28	3.95	0.11	120	35.89	1.07
29	3.92	0.12			



圖(十八) 20000cst $t = 8.235$ 秒 不同溫度，流體柱高度H對盤繞角頻率 Ω 影響。

陸、討論

一、實驗一：流量穩定度

- (一) 根據表(四)的結果，發現在各個區間下流量相差不大，我們選擇 CV 值最小的 5.2 ~ 2.4ml 區間為之後實驗的測量，使流量造成之誤差降至最低。
- (二) 表(五)到表(九)中的時間 t ，為每次測量時監控流量的控制。10000cSt 時，溫度 10.0 °C、24.3 °C、50.0 °C，流經 5.2 ~ 2.4ml 區間的時間分別為 1.885 ~ 2.091 秒、1.891 ~ 2.015 秒、1.893 ~ 2.025 秒；平均分別為 1.952 秒、1.957 秒、1.946 秒；標準差分別為 0.035 秒、0.036 秒、0.034 秒；CV 值分別為 1.774%、1.824%、1.761%。20000cSt 時，24.3 °C、50.0 °C，流經 5.2 ~ 2.4ml 區間的時間分別為 1.910 ~ 1.997 秒、1.900 ~ 1.992 秒；平均分別為 1.954 秒、1.957 秒；標準差分別為 0.015 秒、0.014 秒、0.034 秒；CV 值分別為 0.742%、0.737%，每次測量流量的控制，誤差不大。

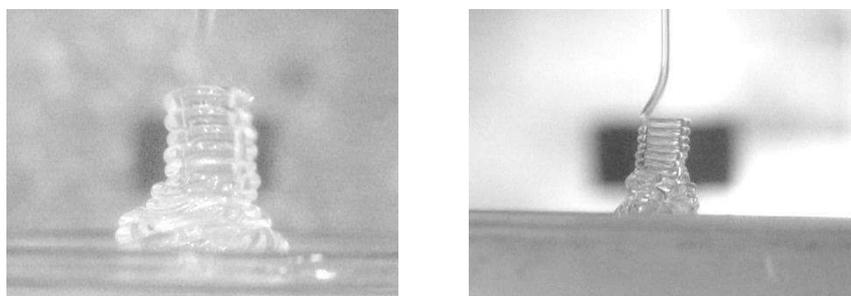
二、實驗二：

(一) 慣性模式：高度 40 到 120mm

1. 實驗照片：

下圖為我們在此高度範圍的實驗照片，長尾上端幾乎鉛直，長尾下端接繩捲區微彎曲。

- (1) 高度 40 至 85mm，穩定盤繞。
- (2) 高度 85 至 120mm，穩定盤繞卻會塌陷，推測是 Ω 太大、 $2R$ 太小支撐不住所導致。塌陷後，會繼續穩定盤繞，週而復始。



2. 高度 H 對角頻率 Ω 、盤繞圓直徑 $2R$ 及繩捲區流體柱的截面半徑 a_1 的影響：

- (1) 由圖(十一)，得此高度區間角頻率 Ω 與高度 H 成正比，且大致上黏滯度越小，斜率越大。10000 cSt 矽油在 10.0 °C、24.3 °C、48.0 °C 線性相關係數分別為 0.992、0.995、0.994；20000 cSt 矽油在 24.3 °C、48.0 °C 線性相關係數分別為 0.987、0.991。顯示 Ω 與 H 線性關係強。其中，20000 cSt 矽油在 24.3 °C 黏滯度最大，其相關係數較小；若我們分析 65~120 mm，如圖（十七），相關係數可提高至 0.997。推測各模式的發生高度可能跟黏滯度也有相關，此推論需之後更進一步的驗證。

- (2) 由圖(九)可看出，隨高度上升，圓直徑 $2R$ 逐漸遞減。

- (3) 當高度 H 增加時，長尾受重力而伸長越嚴重，因此下端流體柱的截面

半徑 a_1 將隨高度下降。根據流量定義 $a_1 = \sqrt{\frac{Q}{\pi R \Omega}}$ ，可知 $a_1 \sim \sqrt{\frac{1}{t R \Omega}}$ 。

我們的實驗未直接量測 a_1 ，但藉由測量值 Ω 及 $2R$ ，推算出的 a_1 確實隨高度上升而逐漸減小，如圖(十)所示。

3. 黏滯度對角頻率 Ω 、盤繞圓直徑 $2R$ 及繩捲區流體柱的截面半徑 a_1 的影響：

- (1) 圖(十)顯示，長尾受重力作用而伸長，使 a_1 變小。相同高度下，流體溫度上升，黏滯度下降， a_1 將更小。

- (2) 圖(十一)顯示，相同高度下，若黏滯度下降，角頻率 Ω 將上升。且隨著高度增加，黏滯度對 Ω 的影響越明顯。

- (3) 圖(九)顯示，黏滯度下降，圓直徑 $2R$ 減小。

4. 10000 cSt 10.0 °C 與 20000 cSt 48.0 °C：

根據宜蘭大學實驗室測得的黏滯度，10000 cSt 10.0 °C 與 20000 cSt

48.0 °C 分別為 17903 cSt、18104 cSt，兩者黏滯度相近。根據我們實驗的實驗結果，圖(八)至圖(十一)顯示，此兩者的黏滯度確實極為相近。然而，若我們推論圖(十一)黏滯度越小斜率越大是正確的，則 10000 cSt 10.0 °C 黏滯度應略大於 20000 cSt 48.0 °C，和宜蘭大學量測的黏滯度關係相反。此點須再進一步確認。

5. 角頻率 Ω 和盤繞圓半徑 R 的關係：

在慣性模式下，繩捲區內，主要是黏滯力與慣性力平衡。Ribe2006 理論模型中的單位長度黏滯力形式為 $F_v \sim \rho \nu a_1^4 U_1 R^{-4}$ 。依據此黏滯力形式，則運動方程式可寫為

$$\rho \pi a_1^2 R \Omega^2 \sim \rho \nu a_1^4 U_1 R^{-4}$$

又流量定義為

$$Q = \pi a_1^2 U_1$$

由以上兩式得

$$\Omega^2 \sim \frac{\nu Q}{R^5} \sim \frac{\nu}{tR^5} \quad \circ$$

由上式可知， Ω^2 和 $\frac{1}{tR^5}$ 成正比，且比率常數為黏滯度 ν 的一次函數。

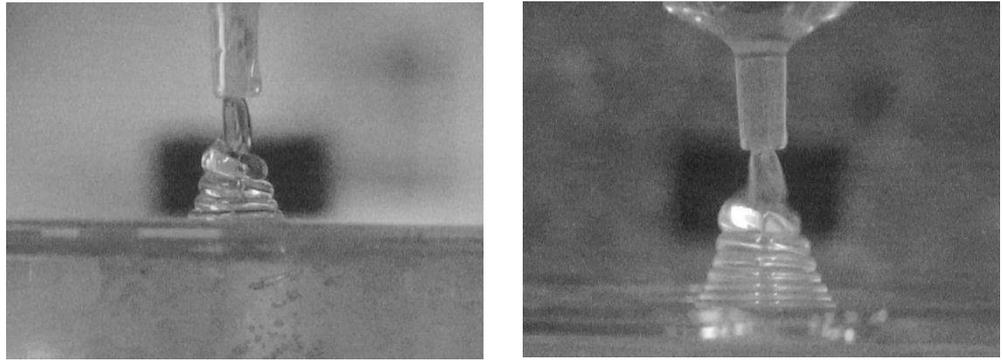
圖(十二)顯示， Ω^2 和 $\frac{1}{tR^5}$ 確實呈現正線性相關強。10000 cSt 在 10.0 °C、24.3 °C、48.0 °C 線性相關係數分別為 0.980、0.990、0.990；20000 cSt 在 24.3 °C、48.0 °C 線性相關係數分別為 0.980、0.990。根據上述推論，黏滯係數越大，斜率應越大。20000 cSt 斜率的大確實為 24.3 °C > 48.0 °C。10000 cSt 斜率的大小應為 10.0 °C > 24.3 °C > 48.0 °C，我們數據也顯示 10.0 °C 斜率最大；但 48.0 °C 斜率略大於 24.3 °C 斜率。且斜率也非黏滯度 ν 的一次函數。此差異，是我們實驗的系統誤差，還是 Ribe 2006 模型中使用的黏滯力形式有待探討，之後將重複驗證我們實驗的數據。

(二) 黏滯模式：高度約 10 到 20mm

1. 實驗照片：

此階段的盤繞模式想當穩定，下圖為我們在此高度範圍的實驗照片。右圖，重力造成伸長的效應弱，所以流體柱上端至下端的直徑幾乎相同 ($a_0 \approx a_1$)。但在高度極低時，長尾還是會輕微地被壓縮，導致下端的直徑

約大於上端，如左圖。此階段的盤繞模式相當穩定。



2. 黏滯度對盤繞圓直徑 $2R$ 、角頻率 Ω 及繩捲區流體柱的截面半徑 a_1 的影響：

由圖(八)、圖(九)及圖(十)，相較於高度 20 至 120mm，此高度範圍黏滯度對 Ω 、 $2R$ 及 a_1 的影響不顯著。由圖(十三)，可看出黏滯度較大者，角頻率 Ω 略小。

3. 高度 H 對盤繞圓直徑 $2R$ 、角頻率 Ω 及繩捲區流體柱的截面半徑 a_1 的影響：

(1) 由圖(十四)可看出，低黏度的隨高度增加，盤繞圓直徑 $2R$ 略微增加；

黏度最高的 20000 cSt 24.3 °C，高度對盤繞圓直徑 $2R$ 的影響不顯著。

(2) 由圖(十三)可看出，隨高度增加，角頻率 Ω 略微上升後，有趨向一定值。黏度最高的 20000 cSt 24.3 °C，角頻率 Ω 幾乎不隨高度變化。

(3) 由實驗照片觀察發現，高度低時，因長尾被輕微地壓縮 a_1 較大；隨高度增加壓縮減小， a_1 略為下降，且 a_1 的變化趨於平緩，而趨向一定值。

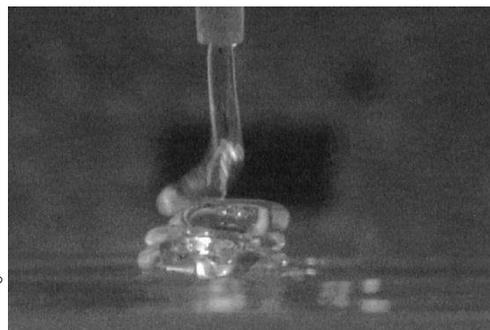
根據流量定義截面半徑 $a_1 = \sqrt{\frac{Q}{\pi R \Omega}}$ ，可推算 $a_1 \sim \sqrt{\frac{1}{tR\Omega}}$ 。圖(十五)顯示，

此計算結果，和利用實驗照片定性的觀察符合。不過，黏度最高的 20000 cSt 24.3 °C，截面半徑 a_1 幾乎不隨高度變化。

綜合上述兩點，高度極低時，盤繞角頻率 Ω 小，因此長尾被輕微地壓縮而導致 a_1 較大；高度略為增加，角頻率 Ω 略增後趨向一定值，長尾被壓縮減緩，而重力導致長尾伸長使下端變小的效應也不大，所以 a_1 的變化趨於平緩，而趨向一定值。然而，黏度大時，上述現象可能不顯著，因此角頻率 Ω 及截面半徑 a_1 並未隨高度變化。

(三) 不穩定區段：高度 H 約為 20 到 25mm：

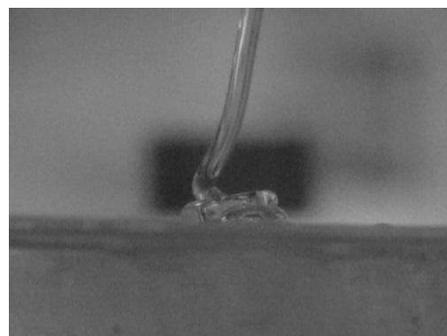
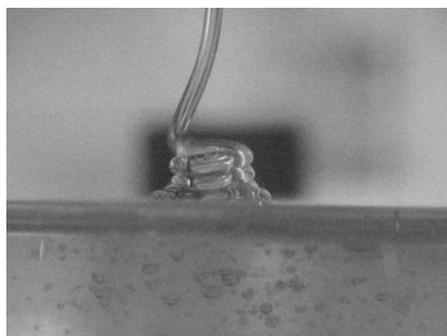
不易穩定盤繞，圈與圈之間不易盤繞於同一路徑上，如下圖。圖(十三)及圖(十四)顯示，隨高度增加，角頻率 Ω 急遽地下降，圓直徑 $2R$ 急遽地上升。此區段的盤繞模式，仍無法清楚界定，需進一步研究。



(四) 重力模式與單擺模式：高度 25 到 40mm

1. 實驗照片：

盤繞過程穩定。下左圖為重力模式；下右圖為單擺模式，其長尾出現晃動的狀況。



2. 黏滯度對角頻率 Ω 及繩捲區流體柱的截面半徑 a_1 的影響：

由圖(十三)及圖(十五)，可看出黏滯度較大者， Ω 較小， a_1 較大。由圖(八)可看出，相較於高度 20 ~ 120mm，此高度範圍黏滯係數對角頻率 Ω 影響較小。

3. 高度 H 對盤繞圓直徑 $2R$ 、角頻率 Ω 及繩捲區流體柱的截面半徑 a_1 的影響：

(1) 截面半徑 a_1 ：由圖(十五)可看出，高度 H 在 25 到 30mm， a_1 下降較明顯；高度 H 在 30 到 40mm， a_1 變化較緩和。

(2) 角頻率 Ω 及盤繞圓直徑 $2R$ ：圖(十三)及圖(十四)顯示，隨高度上升， Ω 及 $2R$ 只有些微變化。黏度最高的 20000 cSt 24.3 °C，高度 35mm 後盤繞圓直徑 $2R$ 才趨向穩定，再次推測各模式的發生高度可能跟黏滯度也有相關。

重力模式與單擺模式，在盤繞直徑 $2R$ 、角頻率 Ω 及截面半徑 a_1 隨高度變化上，我們此實驗尚未找出明顯的區隔。

三、實驗三：固定黏滯度，探討流量的影響。

(一) 高度 H 與角頻率 Ω 關係：

圖(十六)顯示流量下降， Ω 減小。 H 小時， Ω 差距越大； H 大時，流量對 Ω 影響較小， H 越大 Ω 越趨同。流量不同但口徑相同，故剛出來的時候流速正比於流量，高度低時受重力加速小，故 Ω 差異較大；但隨著高度增加，受重力加速越顯著，流速比值遞減，造成 Ω 趨同。

(二) 慣性模式：圖(十七)顯示， H 和 Ω 的正比關係，隨流量下降，斜率增加。

(三) 黏滯模式：

高流量時，隨高度增加，角頻率 Ω 略微上升後，有趨向一定值；低流量時，角頻率 Ω 幾乎就是定值。

(三) 單擺模式：

高流量時，高度 20 至 25 公分，角頻率 Ω 隨高度驟降，如實驗二討論，此高度為不穩定區段。圖(十六)顯示，隨流量下降，此區段角頻率 Ω 隨高度驟降的現象減緩。直接由長尾擺動現象推測，低流量時，高度 20 至 30 mm 為單擺模式。推測，流量也會影響各模式的發生高度。

(四) 非盤繞區段：

高度 30 至 40 mm，不算盤繞，只是前後繞，一直換方向，不成圓。

四、實驗四：低流量 ($t = 8.235$ 秒)，黏滯度的影響。

由圖(十八)顯示，和高流量時相同，在高度低時，黏滯度對角頻率 Ω 影響不明顯；隨高度增加，黏滯度對角頻率 Ω 影響越顯著。各模式的區段，沒有明顯不同。實驗二，在高流量時，看出黏滯度可能會些微影響各模式出現的高度區段。由此實驗可看出，流量對各模式出現高度的影響比黏滯度的影響明顯。

柒、結論：

一、黏滯模式：

(一) 盤繞過程穩定。

(二) 高度增加，盤繞圓直徑 $2R$ 略微增加；繩捲區流體柱的截面半徑 a_1 逐漸減少，且 a_1 的變化趨於平緩，趨向一定值。高流量時，角頻率 Ω 略微上升後，趨向一定值；低流量時，角頻率 Ω 幾乎為定值。

(三) 黏滯度對 Ω 、 $2R$ 及 a_1 的影響不顯著。但仍可看出黏滯度較大者，角頻率 Ω 略小。

(四) 黏滯度較大者，角頻率 Ω 較小， a_1 較大。相較於高度 20 ~ 120mm，此高度範圍黏滯係數對角頻率 Ω 影響較小。

二、慣性模式：

(一) 高度 40 至 85mm，穩定盤繞。85 至 120mm，穩定盤繞卻會塌陷。塌陷後，會繼續穩定盤繞，週而復始。

(二) 角頻率 Ω 與高度 H 成正比；黏滯度越小，斜率越大；流量下降，斜率增加。隨高度上升，繩捲區流體柱的截面半徑 a_1 逐漸減小，盤繞圓直徑 $2R$ 逐漸遞減。

(三) 黏滯度下降，繩捲區流體柱的截面半徑 a_1 及盤繞圓直徑 $2R$ 減小，角頻率 Ω 增加。隨著高度增加，黏滯度對 Ω 的影響越明顯。

三、重力模式與單擺模式：

(一) 盤繞過程穩定。

(二) 隨高度上升， Ω 及 $2R$ 只有些微變化。高度 H 在 25 到 30mm， a_1 下降較明顯；高度 H 在 30 到 35mm， a_1 變化較緩和。

四、流量的影響：

流量下降，角頻率 Ω 下降：高度越低，流量對角頻率的影響越大。流量及黏滯度會影響各模式出現的高度；流量的影響較黏滯度大。

五、未來展望

(一) 縮減 H 間間隔，更精確地找出盤繞的模式種類。

(二) 對於繞上加繞的角頻率與塌陷週期進一步探討。

捌、參考資料

Ribe, N.M. (2004) Coiling of viscous jets. (Proc. R. Soc. Lond. A **460**, 3223–3239)

Ribe, N.M. (2006) Multiple coexisting states of liquid rope coiling. (J. Fluid Mech. **555**, 275–97)

Ribe, N.M. (2012) Liquid Rope coiling. (Annu. Rev. Fluid Mech. **44**, 249–66)

萊伯(Ribe, N.M) (2014 年 4 月) · 我的 honey 會跳舞！ · [科學人](#)

【評語】 040112

本作品研究矽油自由下降，會產生繩捲效應。改變液面距離，會改變盤繞角頻率。作者也對溫度、流量等因素，對盤繞頻率、直徑、黏滯度之影響，做了詳盡的量測。作品對於實驗之各種可能性，做了非常詳細的研究，實驗結果的分析，也非常完整。整體而言，本作品是一個相當優良的科學實驗。

液體繩捲現象，近幾年已經數度見於科展專業之學術論文，對於結果分析，也有相當先進的理論。因此創新性是本作品待加強之處。