

中華民國第 55 屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 物理科

最佳團隊合作獎

040106

一躍而起—非牛頓流體在簡諧運動下的跳躍現象

學校名稱：國立臺中女子高級中學

作者： 高二 蕭如芸 高二 黃郁淇	指導老師： 高清華
-------------------------	--------------

關鍵詞：非牛頓流體、簡諧運動、振動

摘要

本研究探討非牛頓流體在簡諧運動下的跳躍現象，以玉米粉水溶液進行實驗。我們依序探討何種裝置能使流體跳躍、跳躍成因、影響流體跳躍的變因及如何應用理論解釋非牛頓流體的跳躍。研究結果發現，非牛頓流體跳躍是由於流體間產生垂直的剪力，而振動頻率、訊號產生器訊號振幅、流體深度等皆會影響其跳躍。我們以簡諧運動之理論解釋非牛頓流體的跳躍。在量化的實驗中，我們觀察到流體跳躍自至高點下降時為自由落體運動、流體跳躍明顯時與做規律激振的波形之相位差約為 90 度、共振頻率與流體深度平方根成反比，並發現這些觀察符合相關理論。

壹、研究動機

之前在公共電視台節目「流言追追追」中看到非牛頓流體驚人的固體特性，可以保護生雞蛋從三層樓高的地方摔下而不破裂。接著我們再上網搜尋非牛頓流體的相關資料，看到一個有關非牛頓流體的有趣實驗，影片中實驗者將非牛頓流體倒入喇叭中並振動，非牛頓流體便開始沿著喇叭邊緣跳躍(如圖一)，引發我們的興趣。讓我們聯想到，非牛頓流體違反牛頓流體的性質而產生的跳躍現象，是否會與當時所學的簡諧運動相關，於是我們設計了一連串的實驗，開始研究非牛頓流體的性質。

本研究主要探討跳躍的成因與現象，並將其跳躍現象與所學的簡諧運動作比對。



圖一：非牛頓流體在喇叭中跳躍

貳、研究目的

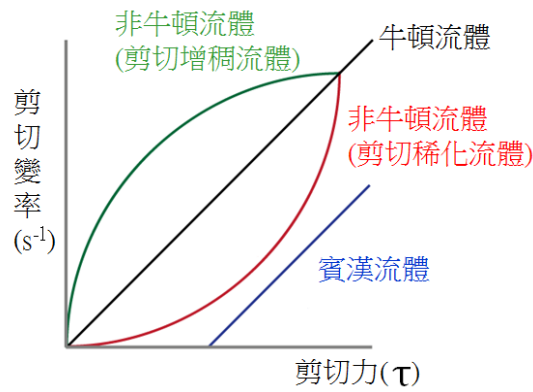
- 一、 探討非牛頓流體跳躍現象與喇叭的關係及其成因。
- 二、 探討非牛頓流體跳躍的變因。
- 三、 驗證非牛頓流體跳躍與簡諧運動的關聯。

參、研究設備及器材

一、非牛頓流體

(一) 非牛頓流體介紹

非牛頓流體與牛頓流體相對，其流動行為不符合牛頓黏度定律 $\tau = -\mu \frac{du}{dr}$ 。非牛頓流體的黏度隨速度或壓力而變，壓力或速度越大，其黏度越大，甚至成為暫時性的固體。其變形率與外力不成正比，即黏滯係數不為定值。



圖二：剪切變率—剪切力圖









因此，當對非牛頓流體瞬間施予一外力時，它會呈現接近固體性質；當外力消失或緩慢施力時，它會恢復接近液體性質。

(二) 非牛頓流體調配：本研究使用玉米粉水溶液進行實驗，屬於非牛頓流體中的剪切增稠流體 (shear thickening fluid)，其黏滯係數隨剪切力及溫度的增加而增大，我們在不同溫度下測量其黏滯係數。







1. 實驗 1：玉米粉 150 g、水 135g、重量百分濃度 52.63%、深度 2.7 cm。
2. 實驗 2.3.4：玉米粉 60 g、水 45g、鹽 9g、重量百分濃度 42.86 %、深度 1.8 cm。

※ 加鹽的目的是避免非牛頓流體產生分離現象。

二、器材

攪拌工具	剪裁、測量工具	頻率表示卡	攝影器材
			
秤量工具	玉米粉	圓盤	筷子
			

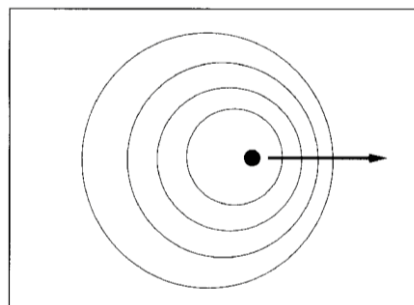
三、儀器

訊號產生器 (TEKTRONIX / AFG 3022)	示波器 (TEKTRONIX / DPO 2024B)	放大器 (Brüel & Kjaer 2706)
		
雙頻道雷射都卜勒振動計 (Polytec OFV-2520)	兩滴型單軸加速規 (Brüel & Kjaer / 4517)	加速規電源供應器 (PCB / 483C15)
		

儀器原理：

(一) 雷射都卜勒振動計：

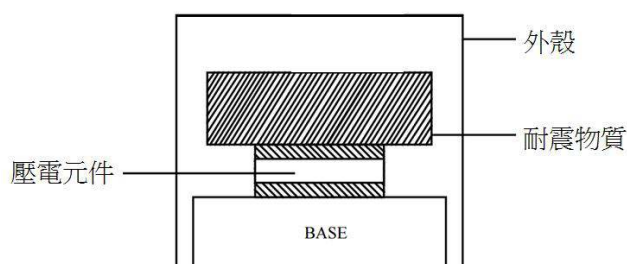
雷射都卜勒振動計應用都卜勒效應的原理。都卜勒效應是波源和觀察者做相對運動時，觀察者接收到的頻率和波源發出的頻率不相同的現象。由於雷射都卜勒發出的訊號頻率固定，當流體表面具有速度時，儀器接收到的頻率和波源不同，透過比較兩者的差值，可推得流體表面的速度。而利用雙頻道雷射都卜勒同時測量流體表面和參考點的速度，可避免不同儀器內部運算時間造成的差異。



圖三：都卜勒效應示意圖

(二) 兩滴型單軸加速規：

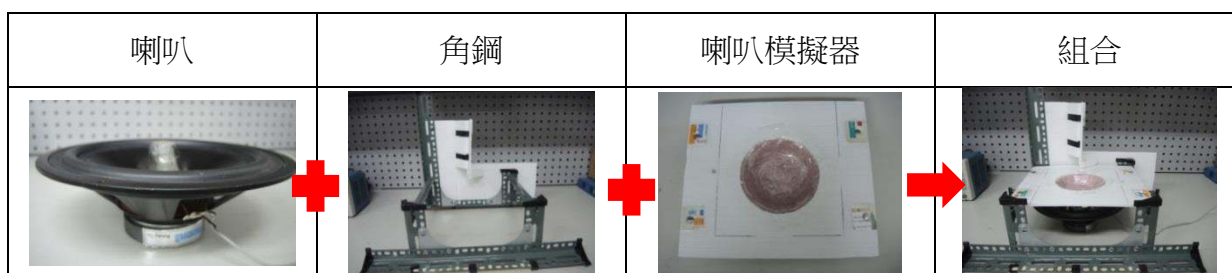
當加速規受振動外力，加速規耐震物質會施加一變化的力於壓電元件上，壓電元件會輸出與加速度成比例的電訊號，經由測量電訊號，可推得加速度大小。



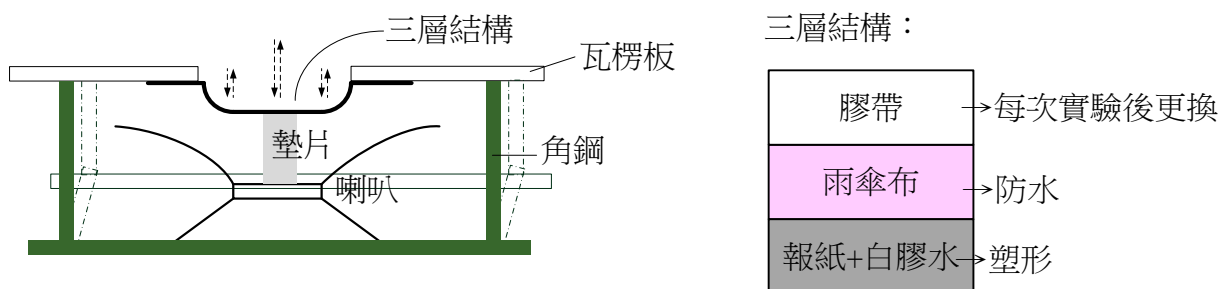
圖四：加速規內部示意圖

四、裝置

(一) 喇叭模擬裝置



(二) 喇叭模擬裝置詳細結構：由於碗型的三層結構只有中央以疊起的墊片與喇叭相連，故喇叭振動時，中央振動幅度較周圍大，達到模擬喇叭每一點振動幅度不同的特性。



圖五：喇叭模擬器示意圖

肆、研究過程和方法

本研究包括四大實驗，如表一。本實驗在不同頻率下進行，為使實驗結果精確，每測試完一個頻率，即停止振動，調整至下一個頻率後，再重新開始振動。並將實驗中流體跳躍最明顯的頻率視為共振頻率。

表一：實驗清單

一	找出流體產生跳躍的實驗裝置架設方法	實驗 1	以不同容器盛裝非牛頓流體
二	增加流體前後端振動差異並量化，觀察其跳躍現象	實驗 2-1	使流體前後端有更明顯的振動差異，並觀察其跳躍現象
		實驗 2-2	測量喇叭模擬器的振動情形
三	探討流體恰要跳躍時所需條件	實驗 3	使流體跳躍所需的最低訊號產生器訊號振幅
四	以數學方法分析流體的跳躍	實驗 4-1	跳躍中流體表面速度的波形
		實驗 4-2	流體深度和共振頻率之間的數學關係

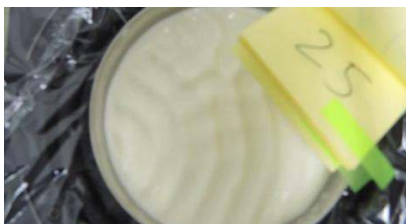
一、找出流體產生跳躍的實驗裝置架設方法

實驗 1：以不同容器盛裝非牛頓流體

(一) 目的：使用不同容器盛裝非牛頓流體置於喇叭上振動，使流體跳躍。

(二) 方法：

1. 觀察以金屬圓盤盛裝非牛頓流體置於喇叭上振動。
2. 以自製喇叭模擬器(圖五)盛裝非牛頓流體，置於喇叭上振動。



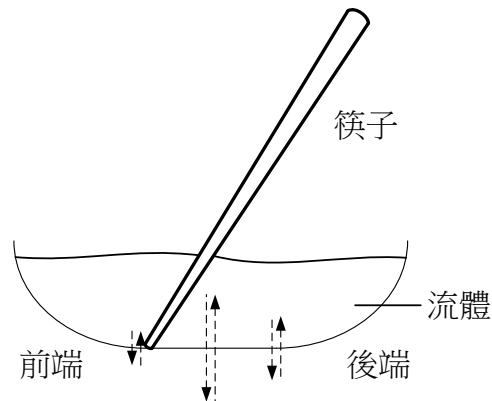
圖六：裝有非牛頓流體的金屬圓盤置於喇叭上 圖七：裝有非牛頓流體的喇叭模擬器

二、增加流體前後端振動差異並量化，觀察其跳躍現象

實驗 2-1：使流體前後端有更明顯的振動差異，並觀察其跳躍現象

(一) 目的：根據實驗 1，在流體中以不同角度斜插入筷子(圖八)，使流體前後端有更明顯的振動差異，觀察在不同振動頻率下流體的跳躍現象。

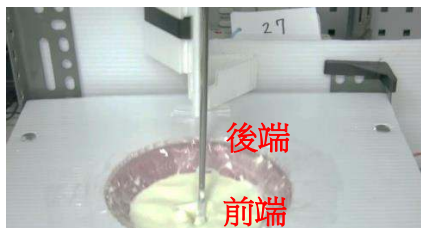
插入筷子目的：因為喇叭模擬器底端與筷子接觸的地方受筷子壓迫，前端的振動幅度會較後端小，製造出更明顯的振動幅度差異。



圖八：插入筷子示意圖

(二) 方法：

1. 將筷子以某一固定角度斜插入流體表面中央，與喇叭模擬器底部接觸。
2. 固定訊號產生器訊號振幅，逐一調整頻率，找出共振頻率。



圖九：筷子以水平 30 度插入流體 圖十：筷子以水平 40 度插入流體

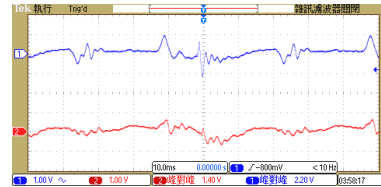
實驗 2-2：測量喇叭模擬器的振動情形

(一) 目的：根據實驗 1-2，準確得知喇叭模擬器的振動情形。

(二) 方法：在部分實驗中，在喇叭模擬器底部裝設兩個加速規 (前後各一)，以示波器顯示兩加速規的振動波形，測量其波峰和波谷的差，比較兩者差異。



圖十一：裝設在喇叭模擬器底部的兩個加速規



圖十二：示波器顯示圖

藍色：裝設於前端的加速規振動波形

紅色：裝設於後端的加速規振動波形

三、探討流體恰要跳躍時所需條件

實驗 3：使流體跳躍所需的最低訊號產生器訊號振幅

(一) 目的：探討在不同頻率下使流體跳躍所需的最低訊號產生器訊號振幅。

(二) 方法：固定頻率，漸漸調大訊號產生器訊號振幅直到流體恰要跳躍（即出現一個小洞），此為臨界訊號振幅。(圖十三)



圖十三：流體出現一小洞

四、以數學方法分析流體的跳躍

實驗 4-1：跳躍中流體表面速度的波形

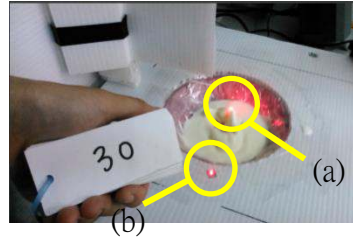
(一) 目的：分析跳躍中流體表面速度的波形。

(二) 方法：

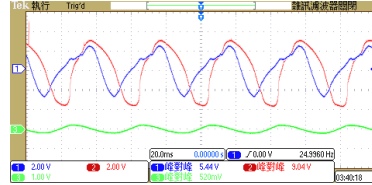
1. 固定頻率、訊號產生器訊號振幅。
2. 將雙頻道雷射都卜勒振動計的兩道雷射分別對準 (a)跳躍中的流體表面 和 (b) 旁邊做規律振動處(參考點)(圖十四-十五)。
3. 將(a)(b)兩處之速度波形以示波器顯示，並計算波形的斜率和比較兩者的相位差。



圖十四：雙頻道雷射都卜勒振動計
裝置圖



圖十五：雙頻道雷射都卜勒振動計示意圖



圖十六：示波器顯示圖

實驗 4-2：流體深度和共振頻率之間的數學關係

(一) 目的：探討流體深度和共振頻率之間的數學關係。

(二) 方法：在某一固定深度下，固定訊號產生器訊號振幅，調整頻率，找出共振頻率。







圖十七：流體深度 0.5 cm 圖十八：流體深度 1.4 cm

伍、研究結果

定義：為方便分析流體跳躍情形，我們將流體表面狀況定義標準，歸納為以下四種。

表二：流體表面狀況定義

平靜	洞	跳躍	跳躍明顯
			






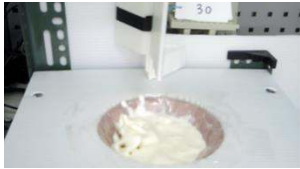
一、找出流體產生跳躍的實驗裝置架設方法

實驗 1：以不同容器盛裝非牛頓流體

(一) 控制變因：流體深度 2.7 cm、重量百分濃度 52.63%、訊號產生器訊號振幅 1.0 V

(二) 操縱變因：頻率 (30~50 Hz)

表三：以不同容器盛裝流體振動之實驗圖

金屬圓盤 (圖片右上角為頻率[Hz])		喇叭模擬器
		28Hz 
		30Hz 

(三) 結論：

1. 圓盤表面紋路為同心圓。頻率越小，表面產生的紋路間距越寬，但是流體沒有跳躍的現象。
2. 喇叭模擬器使流體跳躍，符合預期效果，之後的實驗均以此方法進行。
→推測由於喇叭模擬器每一點振動幅度不同，流體各點受力不同，產生垂直的剪力，使流體跳躍；而圓盤形狀固定且對稱，圓盤中每一點皆隨喇叭做同步的上下振動，未產生剪力，故流體無跳躍現象。進一步設計實驗驗證是否為剪力使流體跳躍。

二、增加流體前後端振動差異並量化，觀察其跳躍現象

實驗 2-1：使流體前後端有更明顯的振動差異，並觀察其跳躍現象

(一) 控制變因：流體深度 1.8 cm、重量百分濃度 42.86%、訊號產生器訊號振幅 1.0 V

(二) 操縱變因：頻率 (30~50 Hz)

(三) 水平 30 度

1. 初步測試：將頻率分別由低到高和由高到低測試。

表四：筷子水平 30 度插入初步測試

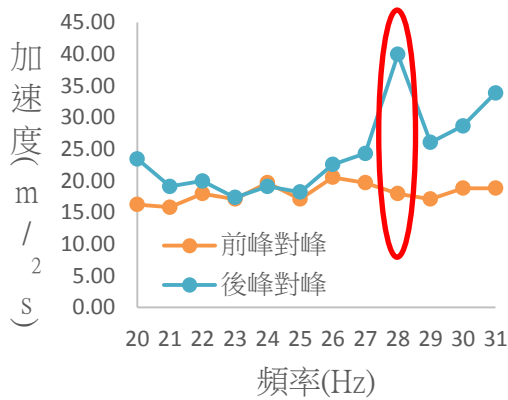
15 Hz → 40 Hz		40 Hz → 15 Hz	
頻率(Hz)	表面狀況	頻率(Hz)	表面狀況
15	平靜	40	平靜
20	洞	35	洞
25	跳躍明顯	30	跳躍明顯
30	跳躍明顯	25	跳躍明顯
35	跳躍	20	跳躍明顯
40	平靜	15	洞

→測試結果顯示由低頻調至高頻與高頻調至低頻沒有太大的差異，流體明顯跳躍的頻率大致為 25~30Hz。

2. 詳細測試：針對頻率 20~31Hz 做更仔細的測試以找出共振頻率。

表五：筷子水平 30 度插入詳細測試

頻率 (Hz)	前峰對峰 加速度(m/s ²)	後峰對峰 加速度(m/s ²)	前後加速規差之絕對值(m/s ²)	表面狀況
20	16.27	23.45	6.90	洞
21	15.84	19.11	3.02	跳躍
22	17.98	19.98	1.72	跳躍
23	17.13	17.37	0.00	跳躍
24	19.70	19.11	0.86	跳躍
25	17.13	18.24	0.86	跳躍
26	20.55	22.58	1.72	跳躍
27	19.70	24.32	4.31	跳躍
28	17.98	39.95	21.56	跳躍明顯
29	17.13	26.06	8.62	跳躍明顯
30	18.84	28.66	9.49	跳躍
31	18.84	33.87	14.66	跳躍



圖十九：前後加速規加速度



圖二十：前後加速規差之絕對值

- (1) 由以上圖表得知，共振頻率為 28、29Hz。且其前後加速規差之絕對值亦最大。
- (2) 筷子插入的位置對應到前加速規，因此由圖十九可以看出後加速規測量到的振動較前加速規的明顯，形成流體前後端明顯的振動差異。

(四) 水平 40 度：

表六：筷子水平 40 度插入

頻率(Hz)	後峰對峰加速度(m/s ²)	表面狀況
15	17.37	平靜
20	16.50	平靜
25	33.01	洞
30	93.81	跳躍
35	71.22	跳躍
40	72.96	跳躍
45	88.59	跳躍明顯
50	72.96	跳躍
55	37.35	跳躍
60	47.77	跳躍
65	52.98	洞

→45Hz 時流體跳躍最為明顯

(五) 結論：

1. 插入筷子使振動幅度差異更大，剪力增大，流體亦產生更明顯跳躍，驗證剪力可使流體跳躍。

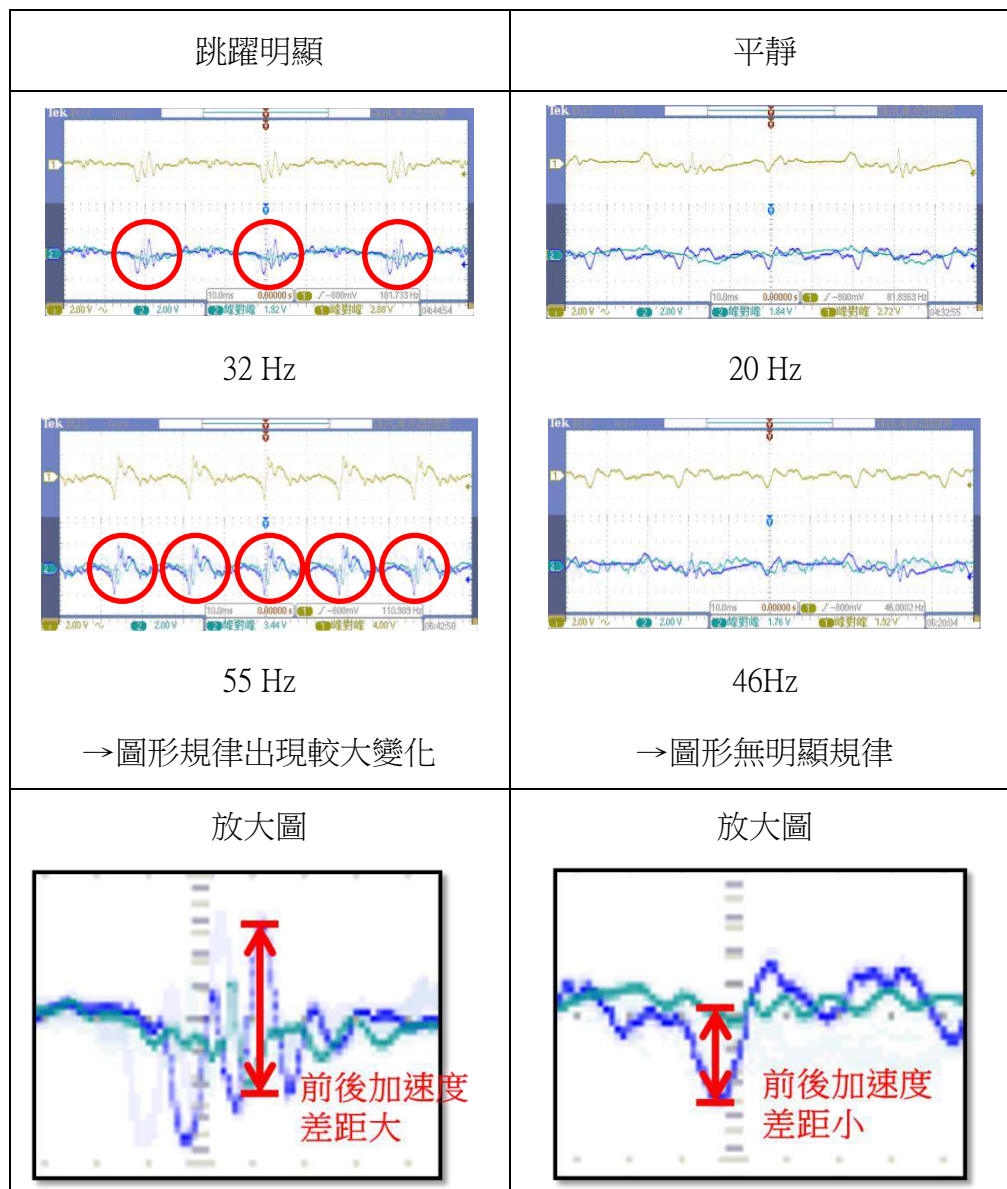
2. 頻率由低頻調至高頻與由高頻調至低頻並不會對流體跳躍明顯的範圍產生影響，之後皆由低頻調至高頻進行實驗。
3. 筷子插入流體角度會影響共振頻率。水平角度越大，共振頻率越高。

實驗 2-2：測量喇叭模擬器的振動情形

(一) 控制變因：流體深度 1.8 cm、重量百分濃度 42.86%、訊號產生器訊號振幅 1.0 V

(二) 操縱變因：頻率 (15~80Hz)

表七：示波器顯示圖比較



(三) 結論：流體跳躍時，前後加速規測量到的數值差異較未跳躍時大，即前後振動方向及振幅差異較大。此實驗以更精確的方式驗證因運動差異產生剪力，使流體跳躍。

三、探討流體恰要跳躍時所需條件

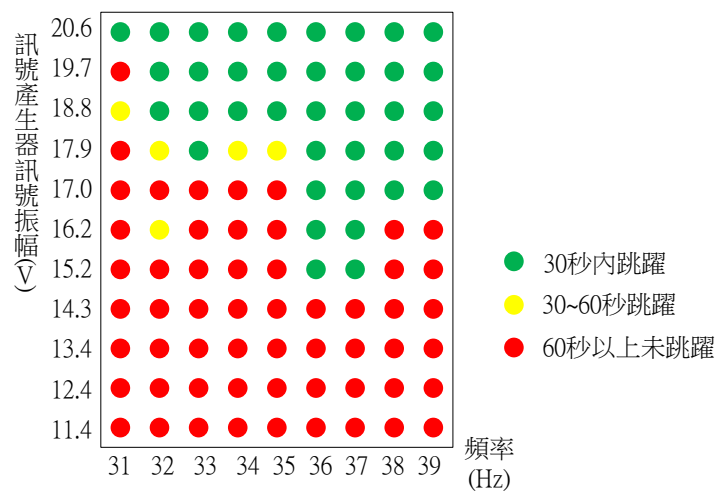
實驗 3：使流體跳躍所需的最低訊號產生器訊號振幅

(一) 控制變因：深度 1.0 cm、重量百分濃度 42.86%

(二) 操縱變因：頻率 (31~39 Hz)

(三) 應變變因：訊號產生器訊號振幅

(四) 結論：在共振頻率(36、37Hz)，流體跳躍所需的最低訊號產生器訊號振幅(即喇叭所需提供的最小外力)最小，向兩側遞增呈現弧形。(見討論一)



圖二十一：訊號產生器訊號振幅—頻率圖

四、以數學方法分析流體的跳躍

實驗 4-1：跳躍中流體表面速度的波形


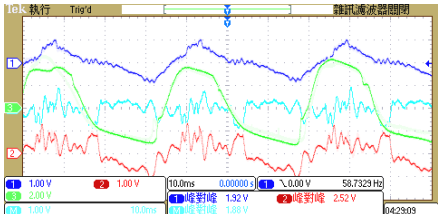

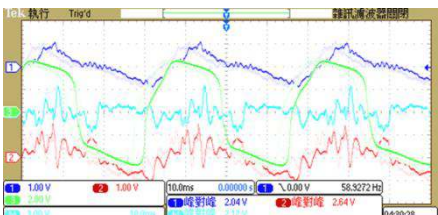

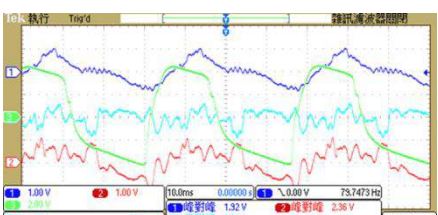

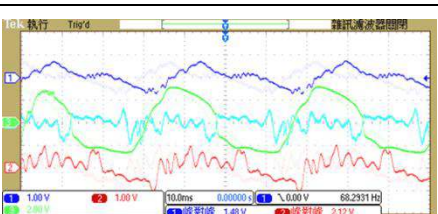
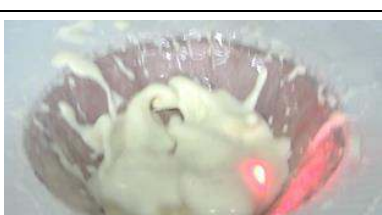
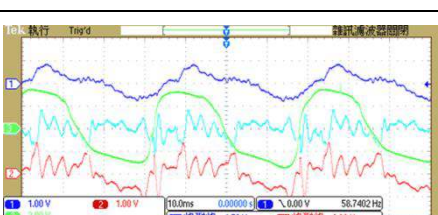
(一) 控制變因：流體深度 1.8 cm、訊號產生器訊號振幅 1.0 V、頻率 29 Hz、流體重量百分濃度 42.86%

(二) 實驗結果

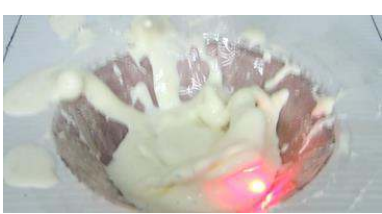
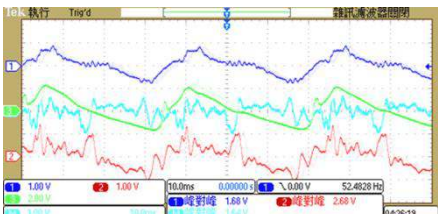
1. 流體表面圖與示波器顯示圖

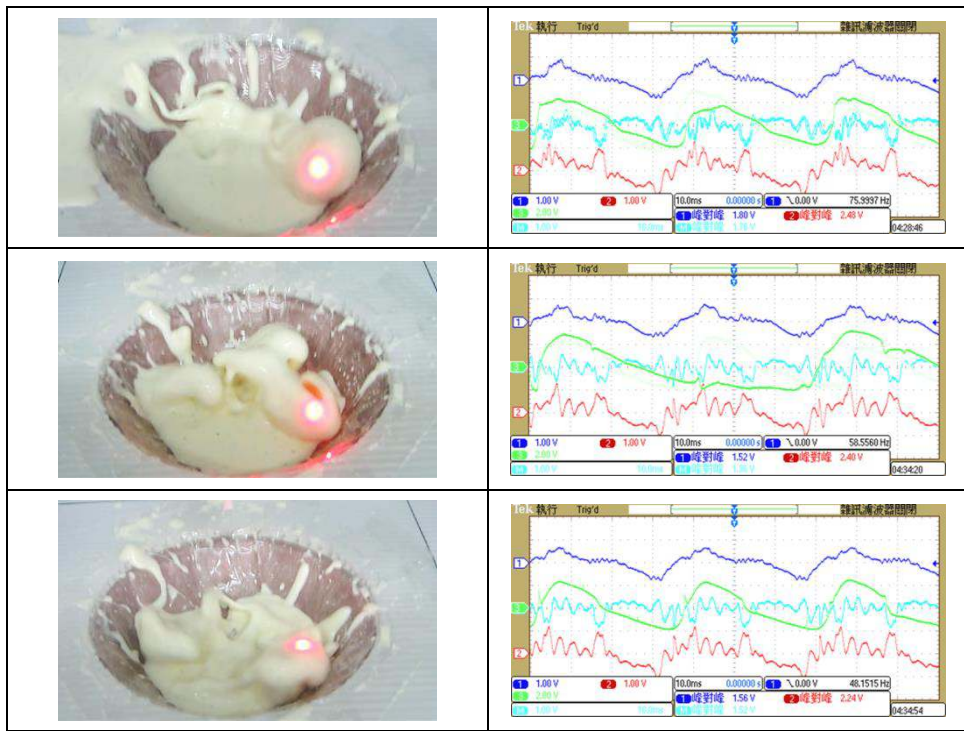
※深藍色：參考點，綠色：流體，淺藍色：前後峰對峰差，紅色：位移

表八：類型一（流體跳躍至至高點）之流體表面圖與示波器顯示圖

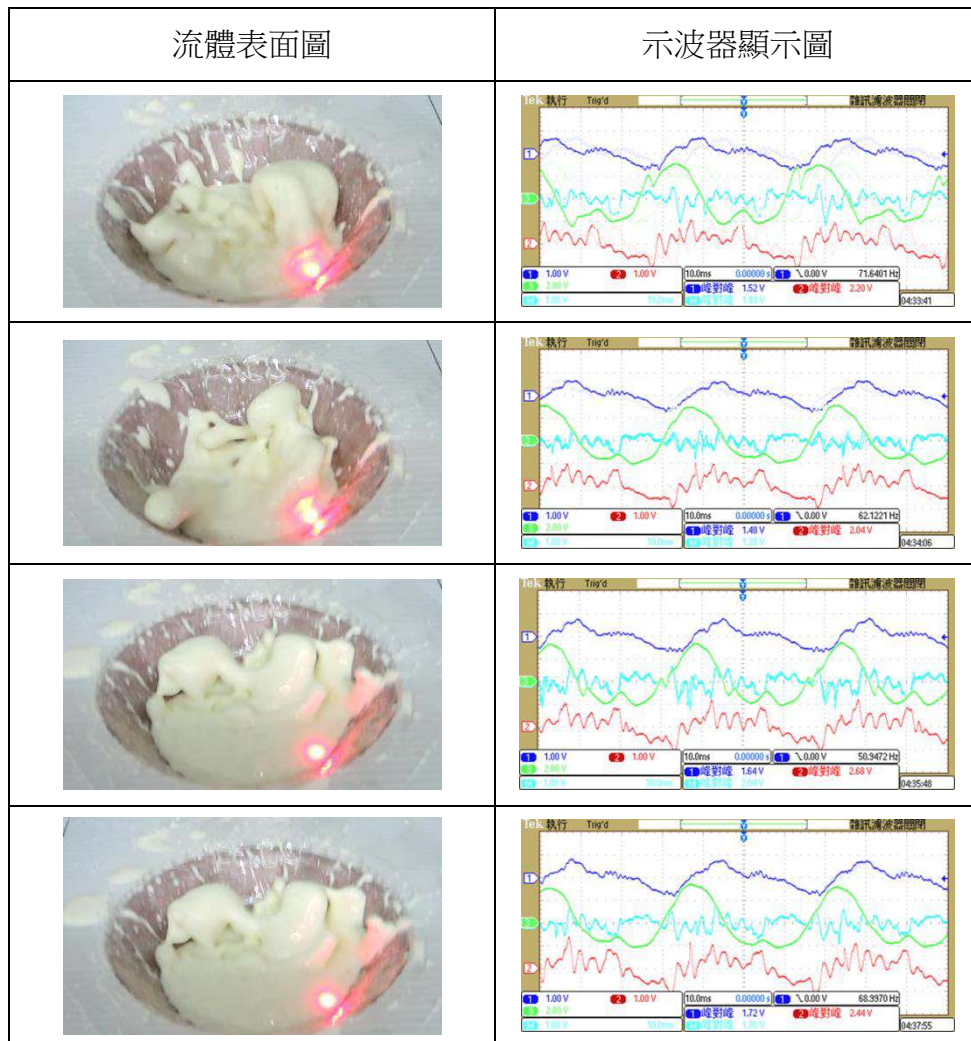
流體表面圖	示波器顯示圖
	
	
	
	
	

表九：類型二（流體剛跳起）之流體表面圖與示波器顯示圖

流體表面圖	示波器顯示圖
	

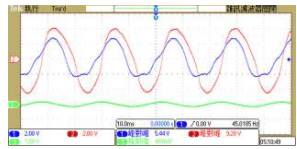
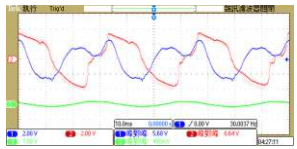
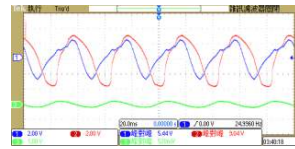
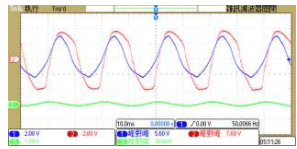
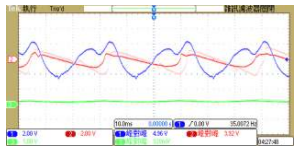
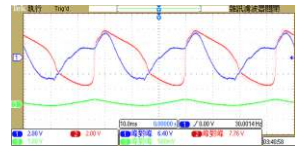


表十：類型三（流體下降）之流體表面圖與示波器顯示圖

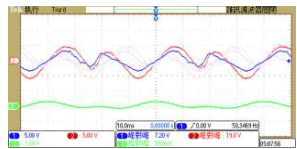
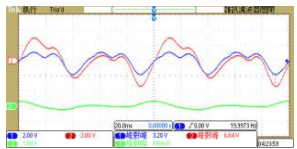
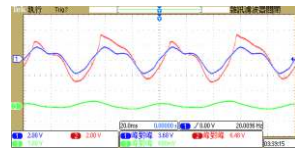
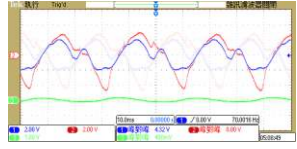
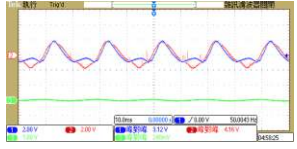
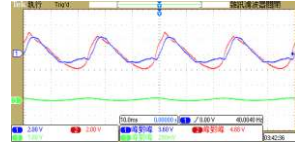


2. 波形相位差

表十一：流體跳躍明顯之示波器顯示圖上波形與相位差

流體深度	0.5 cm	1.0 cm	1.8 cm
跳躍明顯	 <p>45Hz 相位差：81.82°</p>	 <p>30Hz 相位差：127.06°</p>	 <p>25Hz 相位差：90°</p>
	 <p>50Hz 相位差：72°</p>	 <p>35Hz 相位差：154.29°</p>	 <p>30Hz 相位差：148.24°</p>

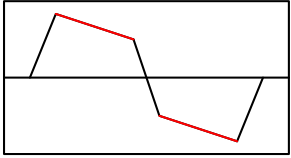
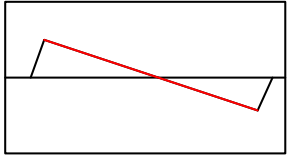
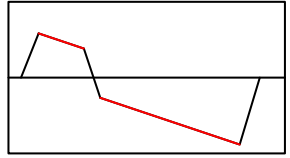
表十二：流體跳躍不明顯之示波器顯示圖上波形與相位差

流體深度	0.5cm	1.0cm	1.8cm
跳躍不明顯	 <p>25Hz 相位差：0°</p>	 <p>20Hz 相位差：0°</p>	 <p>20Hz 相位差：0°</p>
	 <p>35Hz 相位差：0°</p>	 <p>50Hz 相位差：0°</p>	 <p>40Hz 相位差：0°</p>

(三) 結論：

1. 示波器產生的速度波形中，可以將圖形歸納為以下三種(表十三)。
2. 某一固定斜率之直線不斷出現(紅線部分)，經計算後，其斜率約為重力加速度 g 。推測在至高點時，流體速度為 0，呈現液體性質，故下降時為自由落體運動。

表十三：速度波形的三種類型

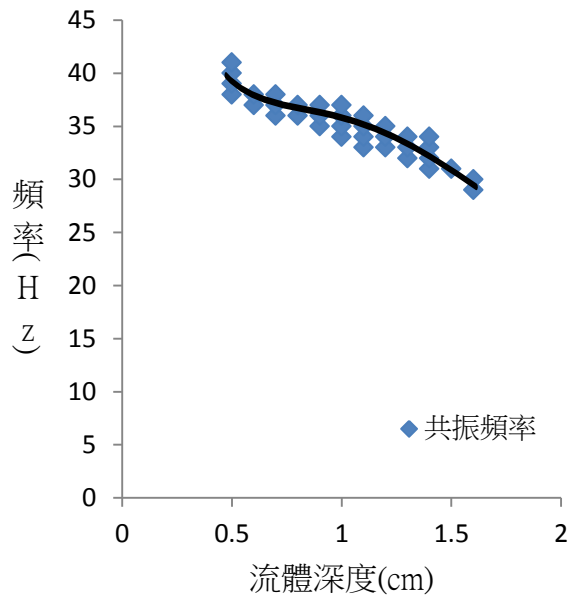
類型一	類型二	類型三
		
至高點	剛跳起	下降

3. 流體跳躍時，示波器上流體與參考點波形產生相位差，且跳躍明顯時相位差接近 90° 。(見討論二)

實驗 4-2：流體深度和共振頻率之間的數學關係

(一) 控制變因：重量百分濃度 42.86%、訊號產生器訊號振幅 1.0 V

(二) 操縱變因：流體深度 0.5~1.6 cm



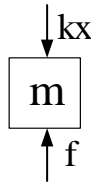
圖二十二：頻率—深度圖

- (三) 結論：不同流體深度有不同的共振頻率，且流體深度越深，共振頻率越低，呈現負相關。(見討論三)

陸、討論

一、非牛頓流體與簡諧運動之關係：

假設非牛頓流體跳躍時，下方流體對其作用力可視為彈簧力(彈性係數 k)，且喇叭與跳躍中的流體皆做簡諧運動。探討使流體跳躍，喇叭所需提供的最小外力與頻率的數學關係。設跳躍中的流體質量為 m ，受下方流體提供的彈簧力 kx 、喇叭提供的外力 f ，使其做加速度為 a 的運動(圖二十三)。



圖二十三：流體 m 力圖

$$\because \sum F = ma \Rightarrow f - kx = ma \Rightarrow f = kx + ma \quad (1)$$

\because 喇叭與跳躍中的流體皆做簡諧運動

\Rightarrow 令喇叭提供外力

$$f = F \sin \omega t \quad (2)$$

流體位移

$$x = X \sin \omega t \quad (3)$$

流體加速度

$$a = -\omega^2 X \sin \omega t \quad (4)$$

將式(2)(3)(4)代入式(1)得 $F \sin \omega t = kX \sin \omega t - m\omega^2 X \sin \omega t \Rightarrow F = (k - m\omega^2) X$

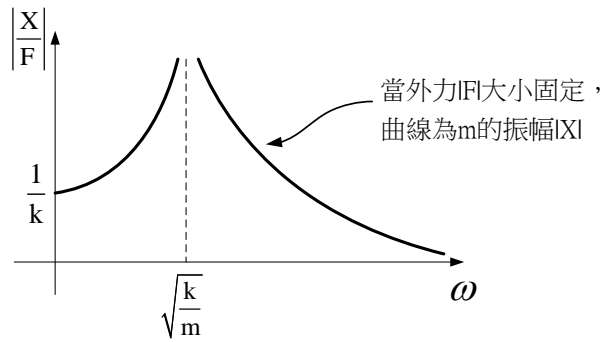
$$\Rightarrow \frac{X}{F} = \frac{1}{k - m\omega^2} \quad (5)$$

$$\text{當 } \omega = 0 \Rightarrow \frac{X}{F} = \frac{1}{k} \quad (6)$$

$$\text{當 } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{X}{F} \rightarrow \infty \quad (7)$$

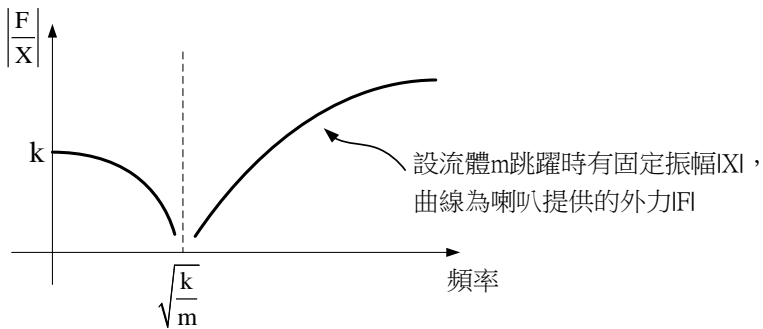
因此若假設流體跳躍時受力可視為彈簧力並做簡諧運動成立， $\left| \frac{X}{F} \right|$ 和 ω 之關係應如下圖二

十四。



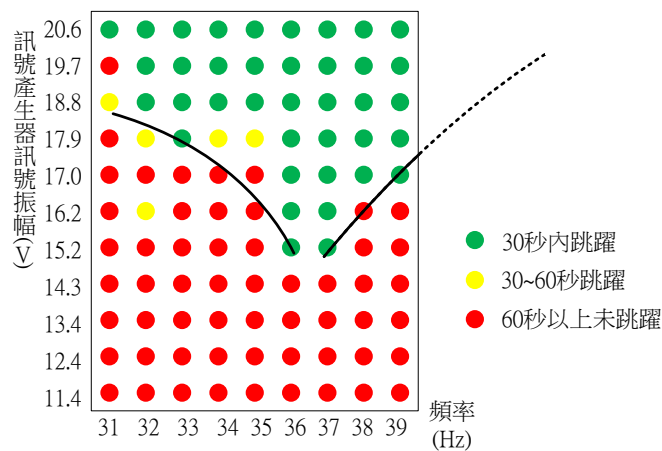
圖二十四： $\left|\frac{X}{F}\right| - \omega$ 圖

將圖二十四反轉可得 $\left|\frac{F}{X}\right|$ 和 ω 之關係，又 ω 和頻率成正比，故得 $\left|\frac{F}{X}\right|$ 和頻率之關係如下圖二十五。



圖二十五： $\left|\frac{F}{X}\right| - \text{頻率}$ 圖

將實驗 3-2 的結果與圖(黑線)做對照(圖二十六)，可見其趨勢符合，故假設非牛頓流體跳躍時受力可視為彈簧力並做簡諧運動，且跳躍時有固定振幅 $|x|$ 成立。



圖二十六：訊號產生器訊號振幅—頻率圖

二、流體跳躍時，示波器上流體與參考點波形之相位差：

根據討論一的假設，並假設非牛頓流體跳躍時為有阻尼的簡諧運動，阻尼給予外力 cv 。

設非牛頓流體跳躍時喇叭提供外力

$$f(t) = f_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (8)$$

由和角公式知

$$f(t) = f_0 \sin(\omega t + \varphi) = (f_0 \cos \varphi) \sin \omega t + (f_0 \sin \varphi) \cos \omega t \quad (9)$$

且設

$$\begin{cases} f_0 \cos \varphi = F_s \\ f_0 \sin \varphi = F_c \end{cases} \quad (10)$$

$$\therefore f(t) = F_s \sin \omega t + F_c \cos \omega t \quad (11)$$

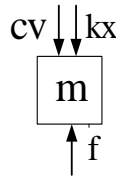
同理可知

$$x(t) = X_s \sin \omega t + X_c \cos \omega t \quad (12)$$

$$v(t) = \omega X_s \cos \omega t - \omega X_c \sin \omega t \quad (13)$$

$$a(t) = -\omega^2 X_s \sin \omega t - \omega^2 X_c \cos \omega t \quad (14)$$

$$\therefore \sum F = ma \quad (15)$$



圖二十七：流體 m 力圖(含阻尼)

$$\therefore ma + cv + kx = f \quad (16)$$

將式(11)(12)(13)(14)代入式(16)

$$\begin{aligned} & -m\omega^2 X_s \sin \omega t - m\omega^2 X_c \cos \omega t + c\omega X_s \cos \omega t - c\omega X_c \sin \omega t + kX_s \sin \omega t + kX_c \cos \omega t \\ & = F_s \sin \omega t + F_c \cos \omega t \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow (-m\omega^2 X_s - c\omega X_c + kX_s) \sin \omega t + (-m\omega^2 X_c + c\omega X_s + kX_c) \cos \omega t \\ & = F_s \sin \omega t + F_c \cos \omega t \end{aligned} \quad (18)$$

假設 $F_c = 0$ ，由「正交特性」決定 \sin 與 \cos 可分開處理

$$\begin{cases} -m\omega^2 X_s - c\omega X_c + kX_s = F_s \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} -m\omega^2 X_c + c\omega X_s + kX_c = 0 \end{cases} \quad (20)$$

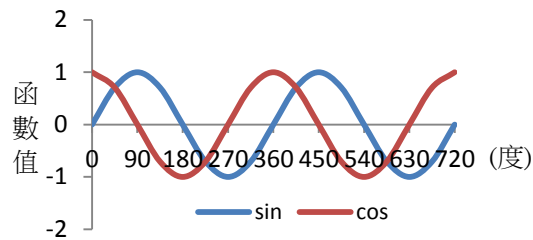
當共振時， $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ，代入式(20)得 $c\sqrt{\frac{k}{m}}X_s = 0$

又 $c, k, m \neq 0 \Rightarrow X_s = 0$ 代入式(19)

得 $-c\omega X_c = F_s \Rightarrow X_c = -\frac{F_s}{c\omega} \neq 0$

\therefore 若 $f(t)$ 為 \sin 波， $x(t)$ 為 $-\cos$ 波

且 \sin 函數與 \cos 函數相位差為 90° (圖二十八)

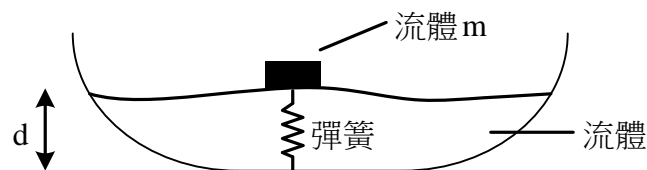


圖二十八：sin 函數與 cos 函數圖

三、根據討論一，非牛頓流體跳躍時受力可視為彈簧力並做簡諧運動，討論實驗 4-2 之結果，探討在不同深度的流體，流體的共振頻率和深度間的數學關係。

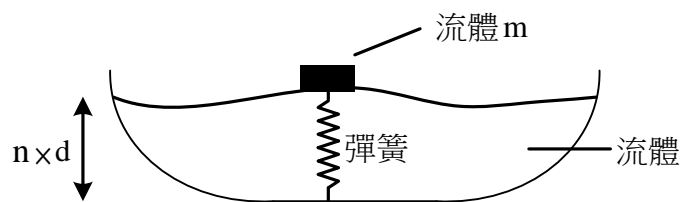
設跳躍至高點的一塊流體質量為 m ，彈簧彈性係數為 k ，流體深度為 d (圖二十九)，並

假設 m 之振動頻率 f 和振動角速度 ω 皆與喇叭相同，則 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 。



圖二十九：流體深度 d 示意圖

當流體深度 d 變為 n 倍時，彈簧長度也變為 n 倍，彈性係數為 $\frac{k}{n}$ (圖三十)。



圖三十：流體深度 $n \times d$ 示意圖

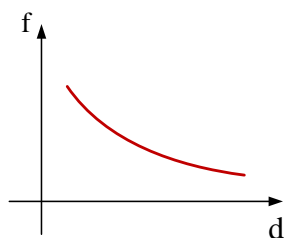
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k/n}{m}} = \sqrt{\frac{1}{n}} \times \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1}{n}} \times \omega \quad (21)$$

$$\therefore \omega \propto \sqrt{\frac{1}{d}} \quad (22)$$

$$\Rightarrow \omega = 2\pi f \quad (23)$$

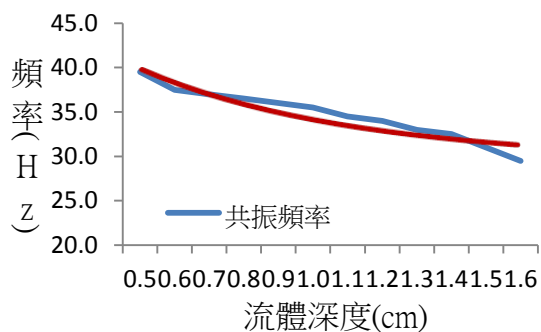
$$\Rightarrow f \propto \sqrt{\frac{1}{d}} \quad (24)$$

因此若假設流體跳躍時受力可視為彈簧力並做簡諧運動成立，且整個模擬器不同深度面積相等，流體之共振頻率 $f - d$ 圖應如下圖三十一。



圖三十一： $f - d$ 圖

將圖三十一之曲線(紅線)與實驗 4-2 結果(藍線)做對照(圖三十二)，可見其趨勢符合，故假設成立。



圖三十二：頻率—深度圖

四、誤差分析

- (一) 濃度：玉米粉溶液經過一段時間會產生玉米粉和水分離的現象。流體下半部集中較多的玉米粉，濃度較高；而上半部則含較多水，濃度較低，濃度不均。實驗中在流體中加入鹽以改善此現象。
- (二) 流體重量和深度：流體有十分明顯跳躍時，有時會有流體跳躍至喇叭模擬器碗形部分的外面，無法將跳躍至外面的流體完全倒回碗內，造成流體重量減少和深度變淺。
- (三) 溫度：在實驗中發現，室溫 23°C 進行實驗 3-2 時所得的振幅較室溫 15°C 時所得振幅低，根據黏滯係數量測，溫度影響流體的黏滯係數，進而影響其跳躍情形。溫度越高，黏滯係數越小，流體越容易跳躍。

柒、結論

- 一、非牛頓流體跳躍是當喇叭表面每一點的振動幅度都很大而相互不同，使流體產生垂直的剪力而形成的。
- 二、影響非牛頓流體跳躍的變因有振動頻率、訊號產生器訊號振幅、流體深度、插入筷子角度。
- 三、數學關係
 - (一) 非牛頓流體是否跳躍，可利用簡諧運動之理論解釋。
 - (二) 經計算後，流體跳躍自至高點下降的加速度約為重力加速度 g ，表示流體跳躍自至高點下降時為自由落體運動。
 - (三) 非牛頓流體跳躍明顯時，跳躍中的流體表面與旁邊做規律振動處的兩波形相位差約為 90 度。
 - (四) 共振頻率與流體深度平方根成反比，即 $f \propto \sqrt{\frac{1}{d}}$ 。

捌、未來展望及參考資料

一、未來展望

非牛頓流體主要應用於建築物的抗震、防彈衣等，本研究探討非牛頓流體在不同振動情形下的變化，希望透過對其性質的了解，能設計出更完善的抗震結構。

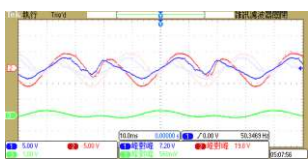
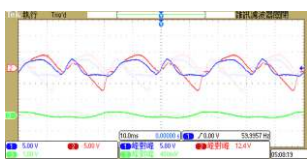
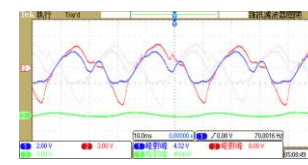
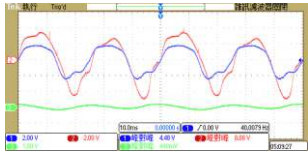
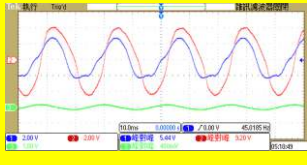
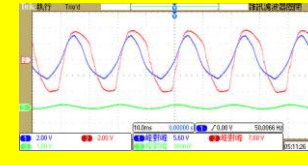
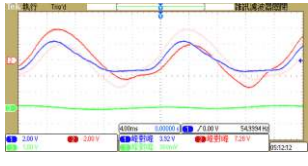
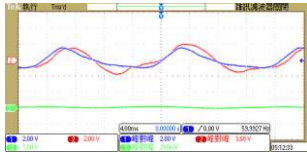
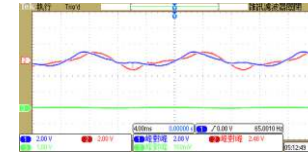
二、參考資料

- [1] 王柏村 (1996) · 振動學 (修訂版) · 台北市：全華科技圖書公司。
- [2] 流言追追追(2010年7月20日) · 「輕功水上飄」，真的能辦到嗎？流言追追追-【實驗精華片段】 · 公共電視台 · 取自 <https://www.youtube.com/watch?v=ALBAcjPJGY>
- [3] 中華民國第五十一屆中小學科學展覽會國中組生活與應用科學科說明書(2011)。天不搖，地不動 —非牛頓流體在建築結構抗震之應用。
- [4] Crawford, N.C., Popp, L.B., Johns K.E., Caire, L.M., Peterson, B.N., Liberatore, M.W. (2013). Shear thickening of corn starch suspensions: Does concentration matter? *Journal of Colloid and Interface Science*, 396, 83-89.
- [5] Merkt, F.S., Deegan, R.D., Goldman, D.I., Rericha, E.C., Swinney H.L. (2004). Persistent Holes in a Fluid. *Physical Review Letters* 92, article number 184501-1.
- [6] Non-Newtonian Fluid on a Speaker Cone. (2008, November 26). Retrieved March 14,2014, from <https://www.youtube.com/watch?v=3zoTKXXNQUI>

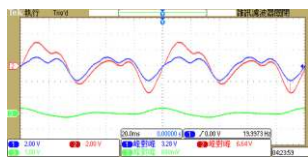
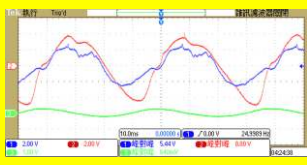
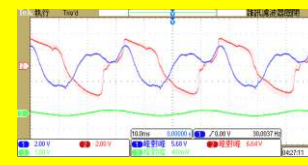
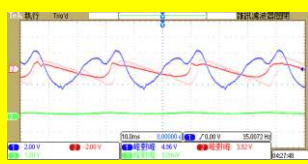
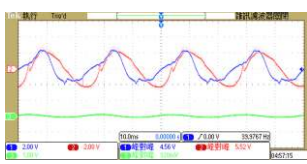
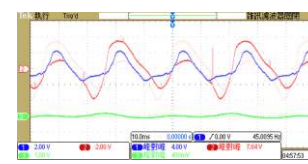
附錄

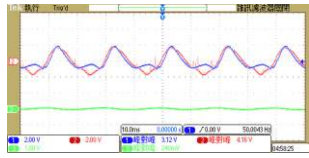
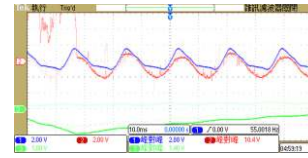
研究結果：實驗 4-1 示波器上流體與參考點波形相位差

表十四：深度 0.5 cm

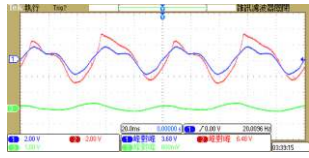
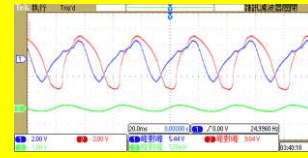
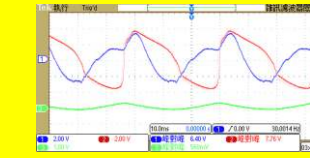
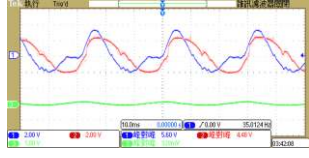
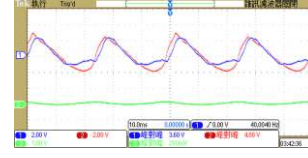
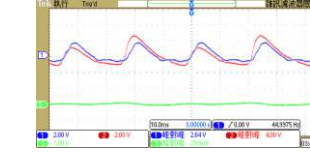
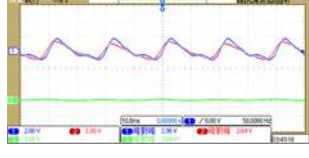
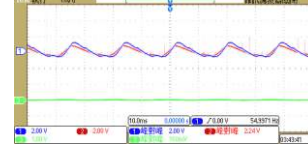
頻率 (Hz)	表面狀況	相位差 (度)	頻率 (Hz)	表面狀況	相位差 (度)	頻率 (Hz)	表面狀況	相位差 (度)
25	平靜	0°	30	洞	22.5°	35	平靜	0°
								
40	平靜	0°	45	跳躍明顯	81.82°	50	跳躍明顯	72°
								
55	洞	16°	60	平靜	68.57°	65	平靜	90°
								

表十五：深度 1.0 cm

頻率 (Hz)	表面狀況	相位差 (度)	頻率 (Hz)	表面狀況	相位差 (度)	頻率 (Hz)	表面狀況	相位差 (度)
20	平靜	0°	25	跳躍明顯	51.43°	30	跳躍明顯	127.06°
								
35	跳躍明顯	154.29°	40	跳躍	120°	45	平靜	0°
								

50	平靜	0°	55	平靜	0°	/
						

表十六：深度 1.8 cm

頻率 (Hz)	表面狀況	相位差 (度)	頻率 (Hz)	表面狀況	相位差 (度)	頻率 (Hz)	表面狀況	相位差 (度)
20	平靜	0°	25	跳躍明顯	90°	30	跳躍明顯	148.24°
								
35	跳躍	72°	40	平靜	0°	45	平靜	0°
								
50	平靜	0°	55	平靜	0°	/		
								

【評語】 040106

作者對非牛頓流體做了許多共振的觀察與歸納分析，並試圖以簡諧運動加上阻尼力，解釋共振現象，科學精神可嘉。非牛頓流體是一個非常複雜的系統，建議作者可以簡化物理變因，逐步解析此系統的複雜運動現象，例如減少受力接觸面，改用筒狀容器，僅探討阻尼力的簡諧運動產生之共振，以減少駐波產生之現象。另外對盤面震動所產生的駐波條紋現象可做進一步理論的探討與解釋。