

中華民國第 55 屆中小學科學展覽會 作品說明書

國中組 地球科學科

030506

「陽」「仰」得「意」

-探討太陽能板擺設最佳角度

學校名稱：臺中市立光榮國民中學

作者： 國二 吳柏慶 國二 余承恩 國二 張丘	指導老師： 余瑞虔 林瑞軒
----------------------------------------------	-----------------------------

關鍵詞：太陽軌跡、太陽能量分布、太陽能板

摘要

本次報告旨在針對受世界矚目之再生能源「太陽能」的分布與太陽能板的最佳吸收角度進行研究。首先我們發現了看似複雜的太陽方位可區分為「仰角」和「方位角」。為了使太陽能板的熱量吸收能達到最佳化，我們透過中央氣象局鄭振豐研究員的協助，了解太陽的移動規律及軌跡，進一步找出公式來協助釐清太陽能板擺設與吸收的關係。我們使用了繪圖法與水平模擬器兩種方法，設定太陽能板的仰角與方位角的兩個變數來推導出兩種太陽熱量吸收公式，計算出太陽能板吸收值公式 = \cos 太陽入射角 \times \cos 方位角差，最後將中央氣象局提供之 2015 年嘉義逐時太陽移動方位角與仰角套入公式，計算得太陽能板擺置的最佳角度為朝正南向上仰 37~40 度。

壹、研究動機

隨著有限資源逐漸的耗竭，再生能源受到人們的重視。由於太陽能光電板的效率仍然偏低，所以，如何增加太陽能發電系統的效率是非常值得研究的課題。在國中的光與熱這個單元，老師也介紹過太陽能。為了使太陽能量的運用達到最佳的效果，我們決定研究太陽擺設傾斜仰角及方位角。現階段許多太陽能板安裝廠商對於太陽能板安裝的方式參差不齊，都是以人工經驗法來判斷，例如以當地緯度 + 10° 或以當地緯度為角度來安裝該地區太陽能板仰起角度。於是，我們便展開了一連串的研究。

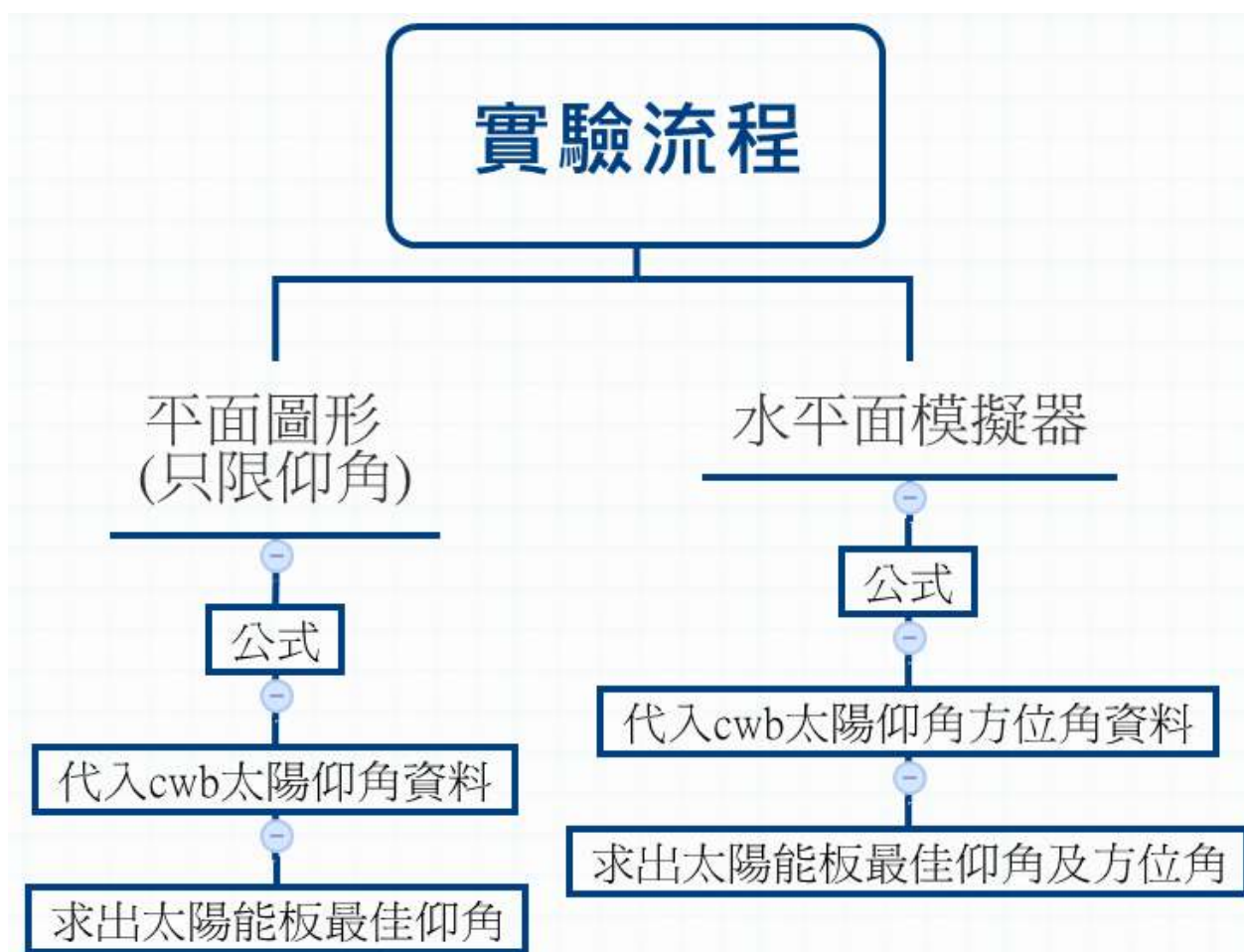
貳、研究目的

- 一、探討太陽在天體圓上移動軌跡與北回歸線地區的關係。
- 二、計算太陽能板擺設仰角及方位角與太陽仰角及方位角的公式。
- 三、計算出整年吸收值並比較，以求出太陽能板最佳的擺設仰角及方位角。

參、研究設備及器材

Xmind 	Geogebra 	Mathematica 
Microsoft Excel 	自製水平面模擬器 	

肆、研究過程或方法



註：此篇報告中，若無特別註明， $\sin \theta^2$ 皆等於 $\sin^2 \theta$ ，其餘三角函數亦同。

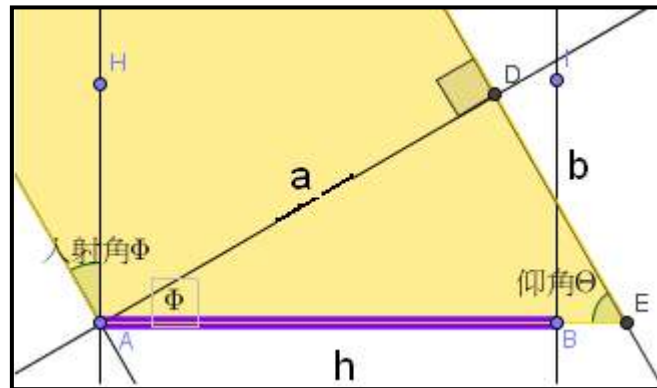
一、探討太陽的移動軌跡

(一) 以 Geogebra 繪製圖形模擬

(二) 參考中央氣象局提供的太陽仰角及方位角資料

二、模擬法計算吸收比例公式

(一) 使用平面圖形概念



圖一

(三角函數與太陽光平面圖形關係圖)

在圖一中:

- 1、 \overline{AB} 為太陽能板， \overline{AH} 與 \overline{BI} 的範圍為垂直照射時可照射到此太陽能板的太陽光
- 2、將太陽光逆時針旋轉 ϕ° ， ϕ 即為當時太陽入射角，餘角 θ 為其仰角。其中， $\overline{AD} = \overline{AB}$
- 3、在 $\triangle ADE$ 中，令 $\overline{AD} = a$ ， $\overline{DE} = b$ ， $\overline{AE} = h$ ， h 為斜邊。
- 4、吸收率比等於與的太陽光照射面積的倒數比

$$= \overline{AB} / \overline{AE} = \overline{AD} / \overline{AE} = a / h = \sin \theta$$

5、得，因此當仰角 $= \theta$ 時，吸收率為 $\sin \theta$

公式一：若太陽仰角 $= \theta$ ，則熱量吸收率為 $\sin \theta$

(二) 使用自製水平面模擬器模擬
水平面即為柱狀太陽光照射於地面的面積

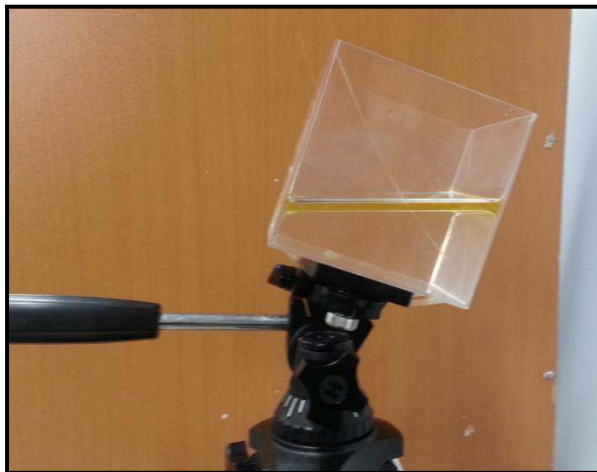


圖二(正視)



(垂直照射)

圖三(上視)

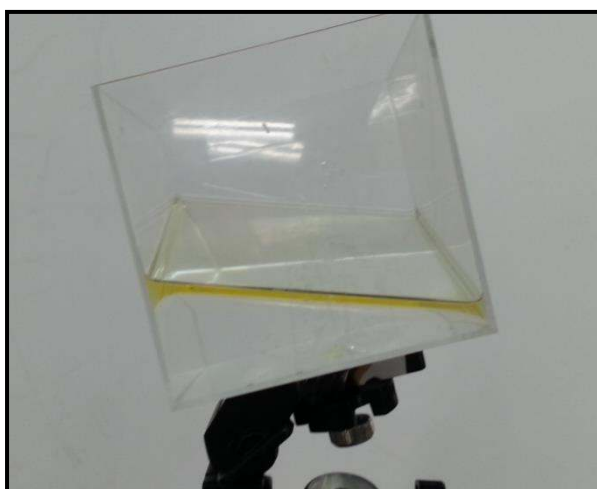


圖四(側視)

(傾斜仰角)



圖五(上視)

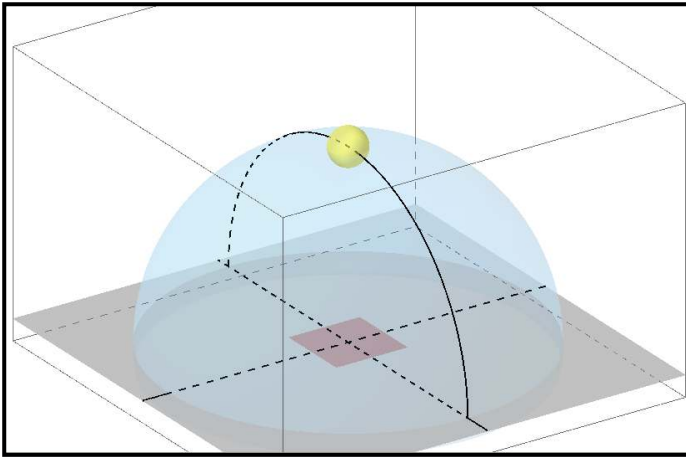


圖六(側視)

(傾斜仰角與方位角)



圖七(上視)



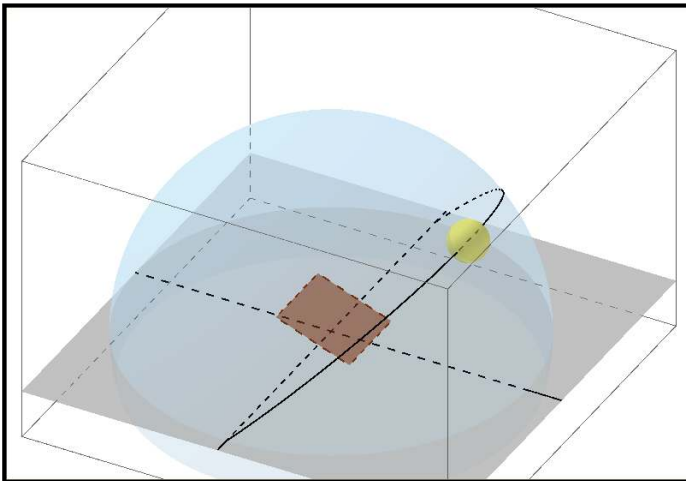
α : 入射角 β : 方位角差 (太陽與太陽能板方位角的夾角)

Step1

太陽入射角= 0°

方位角差= 0°

圖八

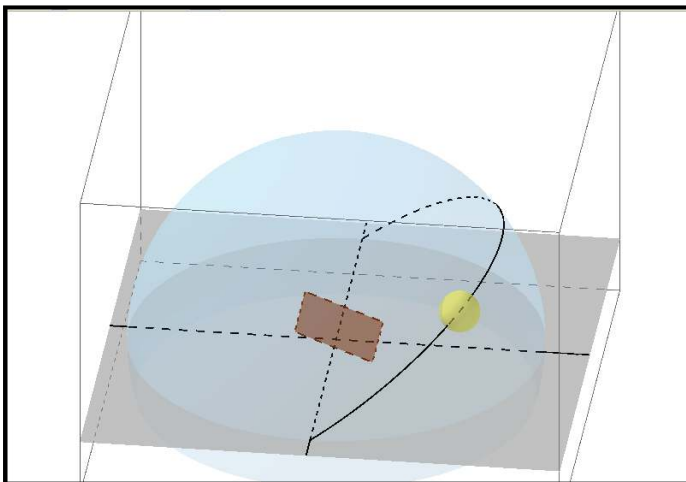


Step2

太陽入射角= α°

方位角差= 0°

圖九



Step3

太陽入射角= α°

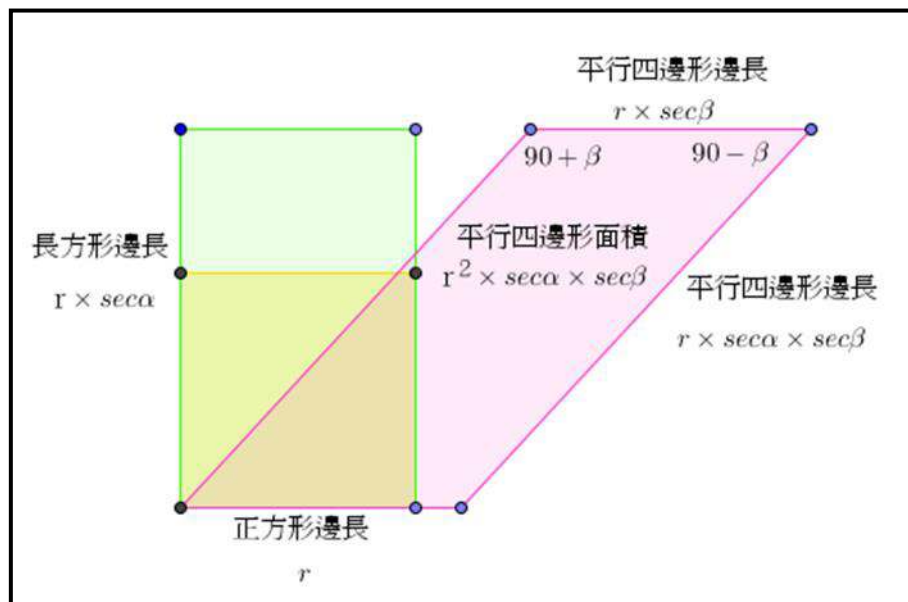
方位角差= β°

圖十

α ：入射角 β ：方位角差（太陽與太陽能板方位角的夾角），原柱狀陽光垂直落下，此時照射面積為正方形(如圖二、圖三、圖八)，正方形邊長為 r 面積為 r^2 ，再傾斜 α 度，使太陽入射角為 α 度，此時照射面積為長方形(如圖四、圖五、圖九)，長方形邊長為 $r \times \sec \alpha$ 面積為 $r^2 \times \sec \alpha$ ，再傾斜使方位角差為 β 度，此時照射面積為平行四邊形(如圖六、圖七、圖十)，平行四邊形邊長為

$r \times \sec \beta$ 、 $r \times \sec \alpha \times \sec \beta$ ，平行四邊形面積為 $r^2 \times \sec \alpha \times \sec \beta^2 \times \sin(90 - \beta)$
 $= r^2 \times \sec \alpha \times \sec \beta$ ，吸收熱量比 = 正方形面積 + 平行四邊形面積 = $\cos \alpha \times \cos \beta$ 。

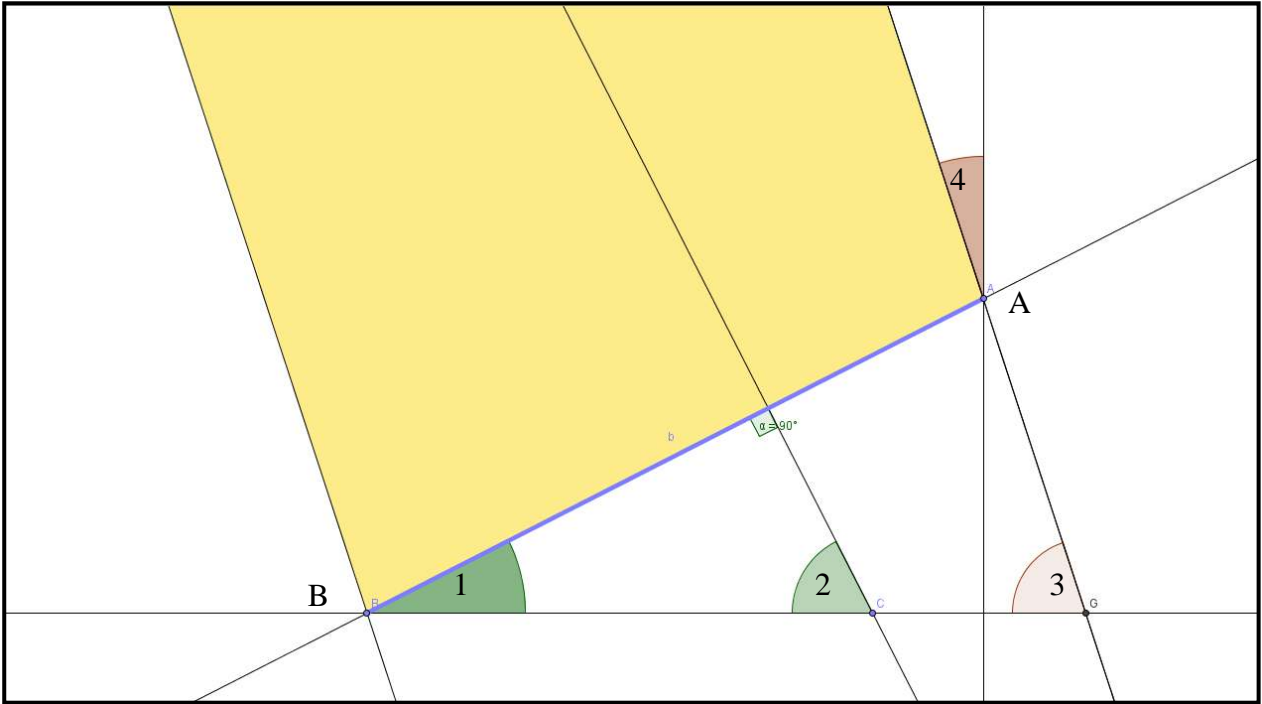
註：公式詳細推導過程如附件一



圖十一

水平面模擬器示意圖

公式二：若太陽入射角為 α 、方位角差為 β ，則熱量吸收率 = $\cos \alpha \times \cos \beta$



圖十二(入射角 α 之定義)

在圖十二中， \overline{AB} 為太陽能板擺設位置， $\angle 3$ 為太陽仰角、 $\angle 4$ 為太陽入射角 α 為入射角，即 $|\angle 3 - \angle 2|$ ，但實際上各種資料所顯示之太陽能板仰角皆為 $\angle 1$ ，為方便表示結果， $|\angle 3 - \angle 2| = |90 - \angle 2 - (90 - \angle 3)| = |\angle 1 - \angle 4|$ ，因此 $\alpha = |\text{太陽入射角} - \text{太陽能板仰角}|$

三、計算出整年吸收值並比較，以求出太陽能板最佳的擺設仰角及方位角。

加總前先篩選資料，熱量吸收值過小的不予採計，以時間和仰角兩種方式篩選，將篩選後的數值代入公式後求值後比較(圖十三)。



圖十三

(一) 將公式一(平面圖形)代入太陽仰角資料

- 1.藉由 Excel 使用十分逼近法求出太陽能板最佳的擺設仰角及繪製圖表
- 2.藉由 Mathematica 求出太陽能板最佳的擺設仰角公式，藉以求出太陽能板最佳的擺設仰角及繪製趨勢圖。

(二) 將公式二(立體圖形)代入太陽仰角及方位角資料

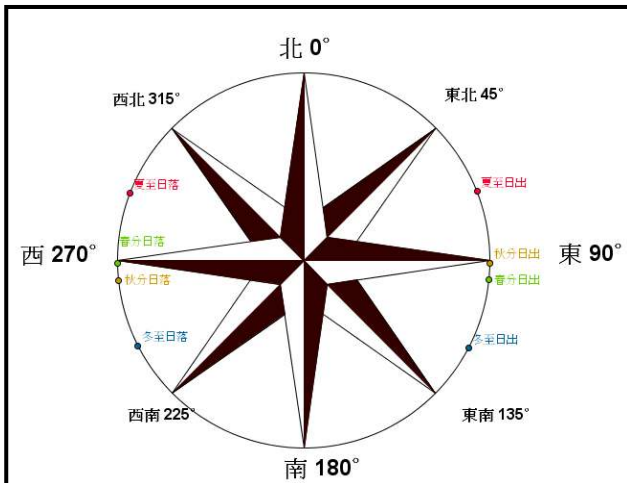
- 1.藉由 Excel 求出太陽能板最佳的擺設方位角及繪製圖表
- 2.藉由 Excel 求出太陽能板最佳的擺設仰角及繪製圖表

伍、研究結果

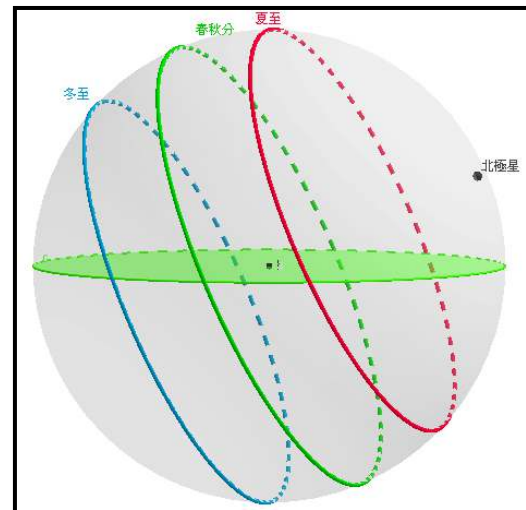
一、太陽在天體圓上移動軌跡

	春分	夏至	秋分	冬至
日出 (方位角)	95.8	63.3	90.7	117.78
中天 (仰角)	66.2	89.0	66.4	43.05
日落 (方位角)	269.22	291	264	242.9

表一



圖十四 方位角示意圖



圖十五 太陽移動軌跡

二、藉由吸收率比(零度與傾斜)等於零度入射與傾斜入射的太陽光照射面積比得出公式

(一) 公式一：若太陽仰角= θ ，則熱量吸收率為 $\sin \theta$

(二) 公式二：若太陽入射角為 α 、方位角差為 β ，則熱量吸收率

$$= \cos \alpha \times \cos \beta。$$

三、計算出整年吸收值並比較，以求出太陽能板最佳的擺設仰角及方位角。

(一)藉由 Mathematica 求出太陽能板最佳的擺設仰角及繪製趨勢圖

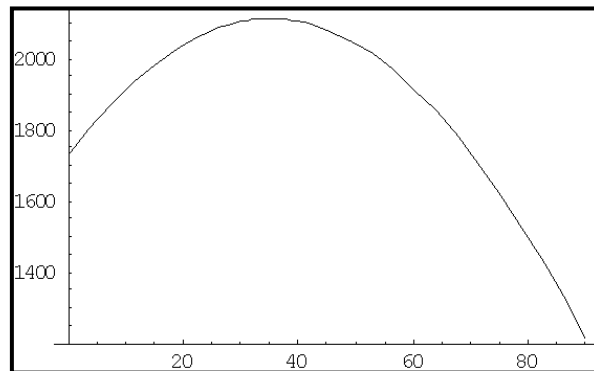
將數據代入公式一(若太陽仰角= θ ，則熱量吸收率為 $\sin \theta$)

1.以時間為篩選條件(10:00~15:00)

(1) 若太陽能板仰起 x 度，則熱量吸收值整年總和(圖十六)

$$= 1727.36078 \cos x + 1217.56373 \sin x$$

其中 x 最大值為 35.18 度

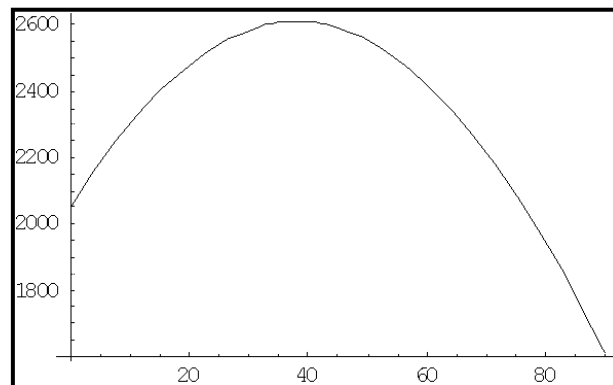


圖十六

2.以角度作為篩選條件(>30 度)

(1)若太陽能板仰起 x 度，則熱量吸收值= $2055.61359 \cos x + 1609.84754 \sin x$

其中 x 最大值為 38.06 度(圖十七)



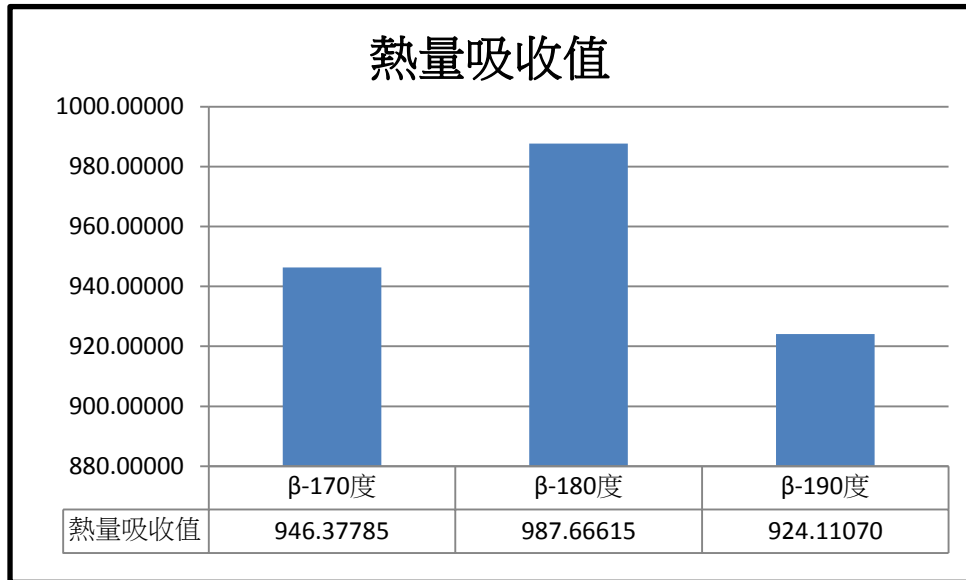
圖十七

(二) 藉由 Excel 計算最佳方位角

將數據代入公式二(若太陽入射角為 α 、方位角差為 β ，則熱量吸收率= $\cos \alpha \times \cos \beta$)。

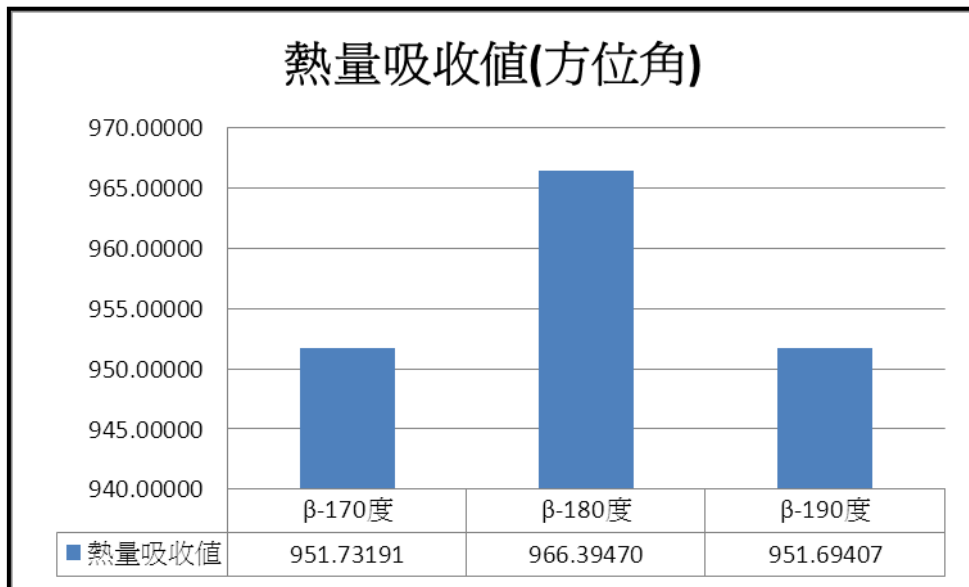
將仰角固定為最佳角度後算出最佳擺設方位角

1.以時間為篩選條件(10:00~15:00) (註: β 為方位角差)



圖十八

2.以角度作為篩選條件(>30 度)



圖十九

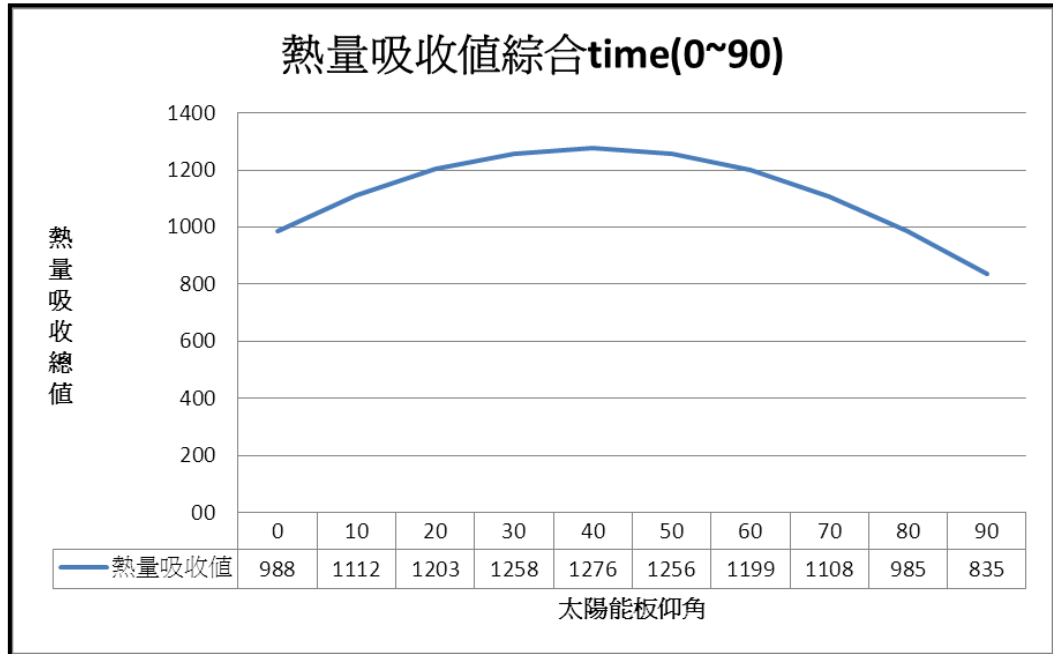
由圖十八、十九得，太陽能板朝正南擺放時為最佳方位角。

(三) 綜合最佳仰角於最佳方位角

將數據帶入公式二(若太陽入射角為 α 、方位角差為 β ，則熱量吸收

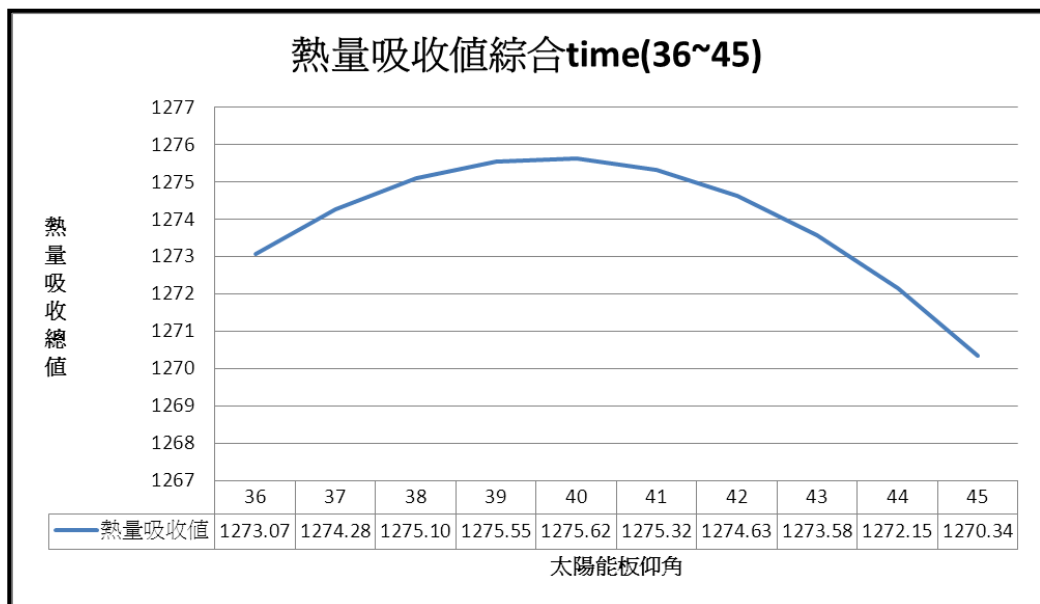
$$\text{率} = \cos \alpha \times \cos \beta)$$

1. 以時間為篩選條件(10:00~15:00)



圖二十

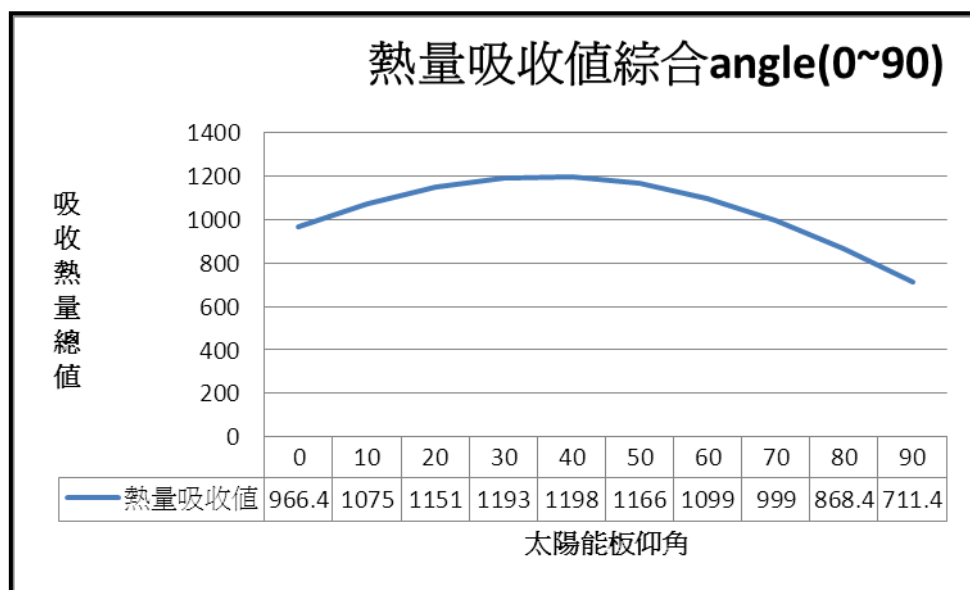
由圖二十知，最大值約於 36~45 度之間。



圖二十一

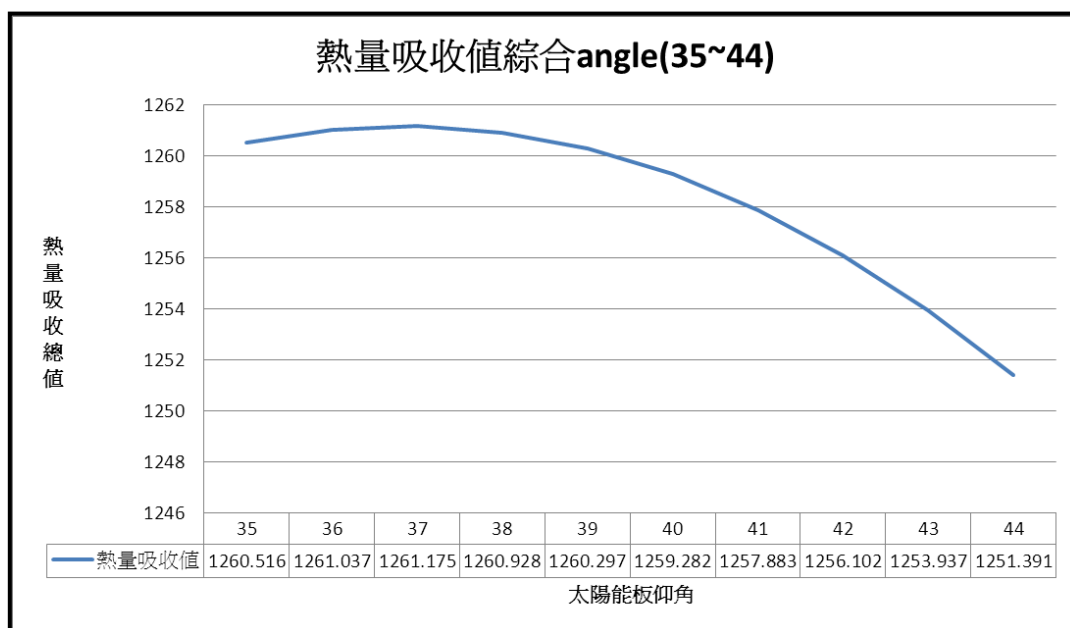
進一步比較 36~45 度的吸收值，由圖二十一可知，在 40 度時有最大值。

2.以角度作為篩選條件(>30 度)



圖二十二

由圖二十二知，最大值約於 35~44 度之間，進一步比較 35~44 度數據。



圖二十三

由圖二十三知，在 37 度時有最大值

(五)綜合以上數據，得知太陽能板在台灣地區擺放時**朝南仰 37~40 度時效果最佳。**

陸、討論

一、探討太陽在天體圓上移動軌跡與北回歸線地區的關係。

(一)太陽的移動軌跡十分繁雜，難以找出通行的公式。我們便倒過來，以旋轉太陽能板來代替以找出複雜的太陽移動軌跡。

(二)我們也試著自己找出太陽照射熱量公式(圖二十四)，但是變數太多，每個變數的影響也多微乎其微。我們可以找到許多相關公式，每個都十分複雜。我們曾經以電話詢問過中央氣象局天文站 ██████████，以便獲得中央氣象局的太陽照射熱量公式，但因公式複雜，還有許多氣象因子連他都不清楚，我們因此打消了這個念頭。

$$\text{夏至太陽直射赤道 (不考慮大氣層): } \cos \theta * \cos \omega * \left[\frac{R}{R+r(1-\cos \omega)} \right]^2$$

ω 為緯度 r 為地球半徑 R 為太陽到地球的最短距離。

圖二十四(使用平面圖形加上光照強度與距離的平方成反比觀念求出)

(三)太陽在空中的瞬時方位看似複雜，但其實只有仰角及方位角兩種角度。

(四)最後，我們以中央氣象局提供之嘉義逐時仰角與方位角資料得出大略的太陽移動軌跡

二、計算太陽能板擺設仰角及方位角與太陽仰角及方位角的公式。

(一)平面圖形：

1.最初的平面圖形模型的部分，較為簡易，只需稍加畫圖即可理解。但在這邊我們不旋轉太陽能板而旋轉太陽光，是為了幫助別人理解及避免混淆。

(二)立體圖形：

1.立體圖形較為複雜，且同時有仰角及方位角兩種變數。

2.國內外有許多文獻及論文都對我們的主題有或多或少的提及，但他們的公式皆十分複雜，難以理解，且絕大多數的研究者都致力於找出太陽照射熱量公式，模糊了計算太陽角度與太陽能板擺設角度和吸收熱量比率的關係公式。

3.我們以**吸收率比(零度與傾斜)等於零度入射與傾斜入射的太陽光照射面積比**來計算太陽能板擺設仰角及方位角與太陽仰角及方位角的公式。

4.由於十分複雜，我們一開始也採用畫圖法來計算太陽能板擺設仰角及方位角與太陽

仰角及方位角的公式。

(三) 太陽能板吸收熱量比率公式

根據前述，我們可得知當太陽能板仰起且太陽不直射太陽能板時照射面積為平行四邊形。於是我們利用 Geogebra 繪製 3D 立體圖形。

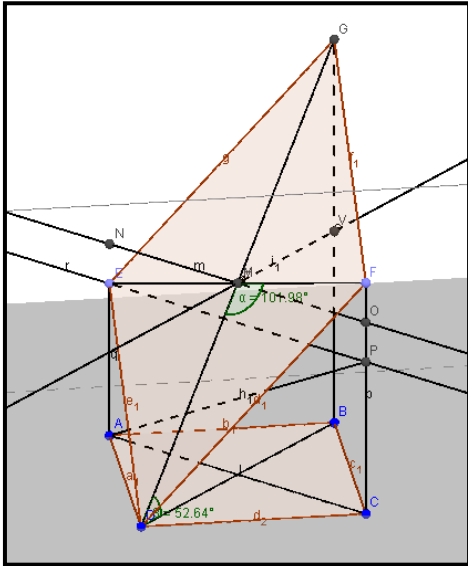
假設太陽光以正方柱體入射，入射角為 α 、 β 為方位角差、如圖二十五、圖二十六所示，正方形邊長為 r ，正方形 ABCD 為太陽直射太陽能板時的面積，邊長為 r ，菱形 DNGO 為太陽斜射但太陽能板平放於地時的圖形。(因為太陽在天體圓上運行，與太陽能板的夾角難以推演計算，在我們的模擬圖是把太陽與太陽能板等角度旋轉後始太陽鉛垂於地面)

平行四邊形 DEGF 為太陽能板仰起後的形狀，因為太陽能板仰起後對吸收熱量的影響主要與擺置的方位角有關，於是我們假設 $\angle AMO$ 為方位角，又因以正南方為基準，所以 $\angle AMO$ 為方位角減 180 度，經過三角函數化減整理平行四邊形

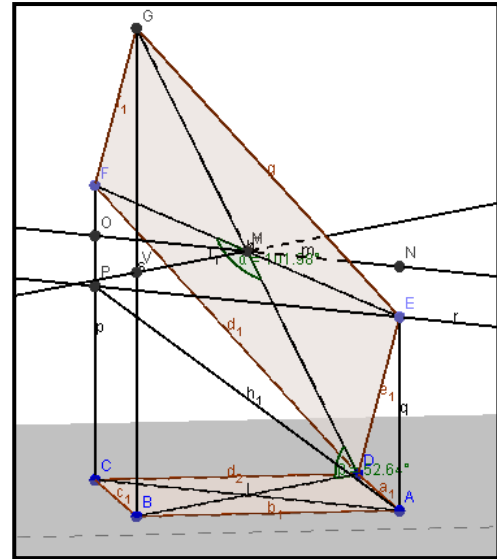
$$= \sqrt{\sec^2 \alpha \times \sec^2 \beta - \tan^2 \alpha \times \tan^2 \beta} \times r^2。$$

平行四邊形與正方形的比值為 $\sqrt{\sec^2 \alpha \times \sec^2 \beta - \tan^2 \alpha \times \tan^2 \beta}$ ，又吸收熱量比為照射面積倒數比，所以斜射且太陽能板上仰與太陽直射太陽能板吸收比例為

$$= \frac{1}{\sqrt{\sec^2 \alpha \times \sec^2 \beta - \tan^2 \alpha \times \tan^2 \beta}}$$

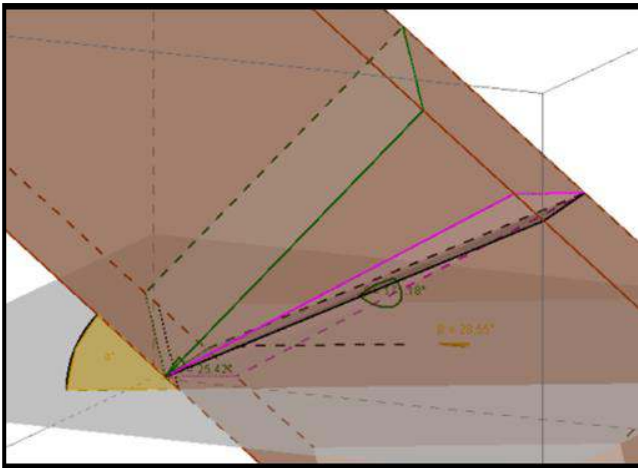


圖二十五

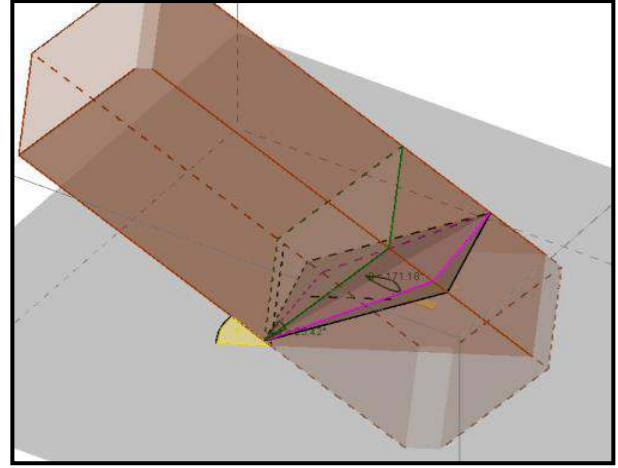


圖二十六

為了證實公式的正確性我們將模型回到真實太陽移動位置並比較



圖二十七



圖二十八

在圖二十七、二十八中可以發現我們假設的仰角與方位角(綠色)，與實際上的仰角與方位角(黃色)，發現並無關聯。於是原假設與公式皆不成立。

(四)自製水平面模擬器

在大家集思廣益之後，我們突發奇想，發現正方形水壺可用來模擬柱狀陽光，而水平面則正好是太陽光的照射面，再配合腳架，就成了簡易的自製水平面模擬器。

1.根據自製水平面模擬器，我們可以得知：

- (1)原柱狀陽光之照射面積為正方形
- (2)傾斜太陽入射角 α 度，此時照射面積為長方形
- (3)再傾斜使方位角差為 β 度，此時照射面積為平行四邊形

2.公式：

(1)公式一：若太陽仰角= θ ，則熱量吸收率為 $\sin \theta$

(2)公式二：若太陽入射角為 α 、方位角差為 β ，則熱量吸收率

$$=\cos \alpha \times \cos \beta$$

(3)公式一的變數為 θ ，限制範圍為0~90度，且只含仰角，不含方位角。

(4)公式二的變數為 α 及 β ， α 的限制範圍為0~90度， β 的限制範圍為0~90度。

三、計算出整年吸收值並比較，以求出太陽能板最佳的擺設仰角及方位角。

(一)我們採用中央氣象局提供之資料，經過篩選後套入各個公式，以求出太陽能板最佳的擺設仰角及方位角。

(二)綜合各項數據求得在北回歸線地區太陽能板擺放之最佳仰角為37~40度，方位角為180度。

柒、結論

一、太陽在天體圓上移動軌跡

太陽日出方位角從整年移動為北至約 63 度南至 117 最後又回至 90 度，移動範圍約為 54 度。太陽中天仰角夏至最高為 89 度最低冬至最低 43 度，移動範圍約 46 度。

二、計算太陽能板擺設仰角及方位角與太陽仰角及方位角的公式。

使用吸收率比(零度與傾斜)等於零度入射與傾斜入射的太陽光照射面積比。

(一) 公式一：若太陽仰角= θ ，則熱量吸收率為 $\sin \theta$ (僅限仰角一個變數)

(二) 公式二：若太陽仰角為 α 、方位角差為 β ，則熱量吸收率= $\cos \alpha \times \cos \beta$ 計算出整年吸收值並比較，以求出太陽能板最佳的擺設法。

使用 Excel 統計為太陽能板向正南方(方位角 180 度)仰起 37~40 度之間為最佳擺設法。

捌、參考資料及其他

- 一、林旺棟、陳建民、張秉翰、高健訓 (民 99)。認知衝突策略應用於國小四年級學生 太陽運行軌跡概念改變之研究。國立屏東教育大學數理教育研究所碩士論文。
- 二、經濟部能源局 太陽光電的發電原理 民 104 年 2 月 7 日
取自：<http://solarpv.itri.org.tw/page2.html>
- 三、台灣節能規劃服務中心。太陽能的集熱板(或發電板)為何都要朝向正南方且傾斜擺放?
民 104 年 2 月 7 日 取自：<http://www.tec.url.tw/solarview.php?id=34>
- 四、綠能魔法學校 光能遮陽板 民 104 年 2 月 7 日
取自：<http://net2.yhsh.tn.edu.tw/~green/tec-5.htm>
- 五、蕭德仁(民 94)。提升太陽能電池發電效率參數與機構之研究。高雄市正修科技大學機電工程研究所碩士論文。
- 六、張英彬(民 91)。結合反應曲面法與非線性時變粒子群演算法於太陽能電池傾斜角之最佳化設計。南開學報，2，1-10。
- 七、莊賦祥、賴昌俊、張忠凱、洪鵬翔、杜偲豪、朱維屏、江季翰、謝仕杰 (民 99)。太陽光能最佳化應用與全方位感測及監控技術。電子月刊，6，109-118。
- 八、林俊銘、李明博、黃聖澤、劉宏益、林文德、卓胡誼(民 93)。太陽能追日系統之研究：
第一篇：公式的準確性。臺南市崑山科技大學電機系研究。
- 九、林俊銘、李明博、黃聖澤、劉宏益、林文德、卓胡誼(民 93)。太陽能追日系統之研究：
第二篇：雙軸及單軸追日系統。臺南市崑山科技大學電機系研究。

公式詳細推導過程

太陽在天空中的角度可分為兩種：仰角及方位角

仰角：仰角 (Altitude) α 的定義是沿著 子午經線 (Prime Meridian) 在正午時刻 (Local meridian)、仰角 + 90 度時為「天頂 (最高點) (Zenith)」；相反的方向，仰角 - 90 度時為「天底 (最低點) (Nadir)」。

方位角：方位角的基準點是以北方為 0 度 (或 360 度) 為準，依順時鐘量測 90 度為東方、180 度為南方、270 度為西方。

吸收熱量(與太陽垂直入射)比等於照射面積倒數比

公式： $r^2 \times \sec \alpha \sec \beta$

意義：

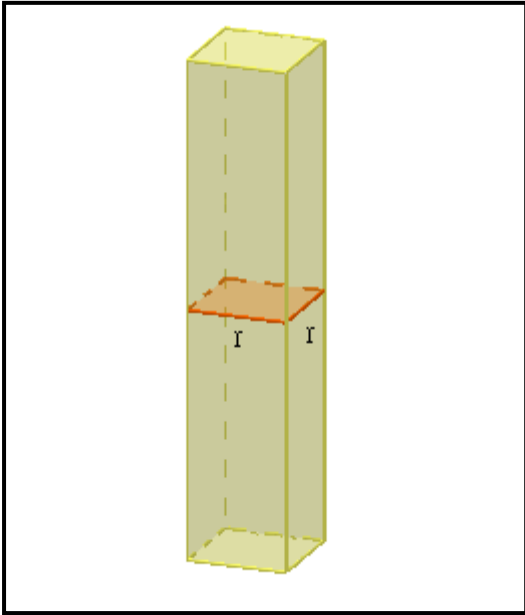
吸收熱量(與垂直入射)比=照射面積倒數比

α 為太陽入射角

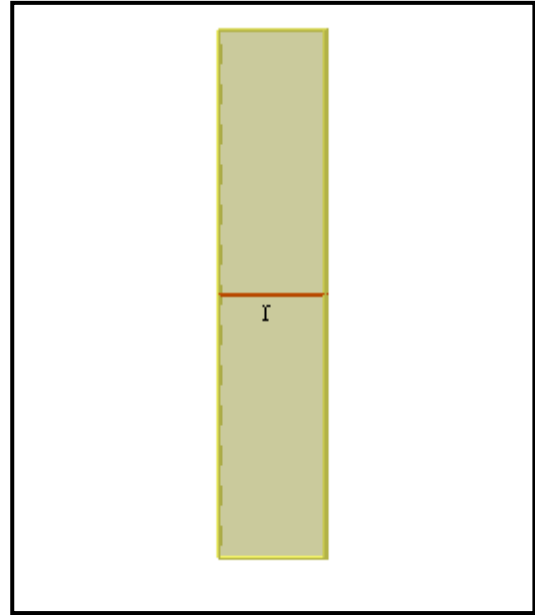
β 為太陽方位角差

設原有正方形柱狀陽光 90° 直射地面

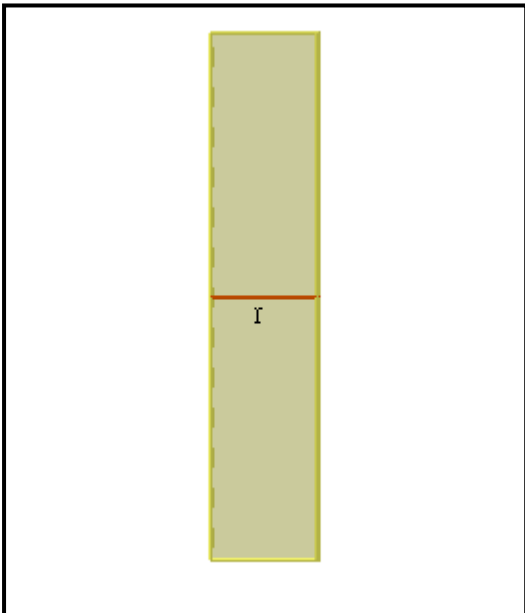
此時照射面積為正方形
設此正方形邊長 = r ，則
正方形面積 = r^2



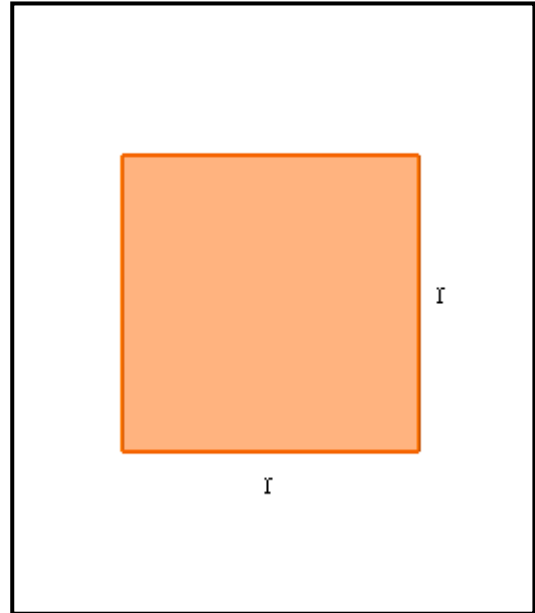
圖二十九



圖三十

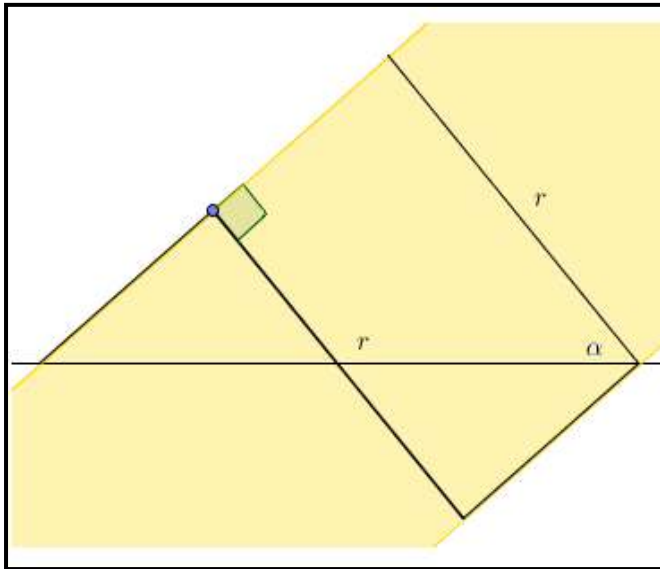


圖三十一

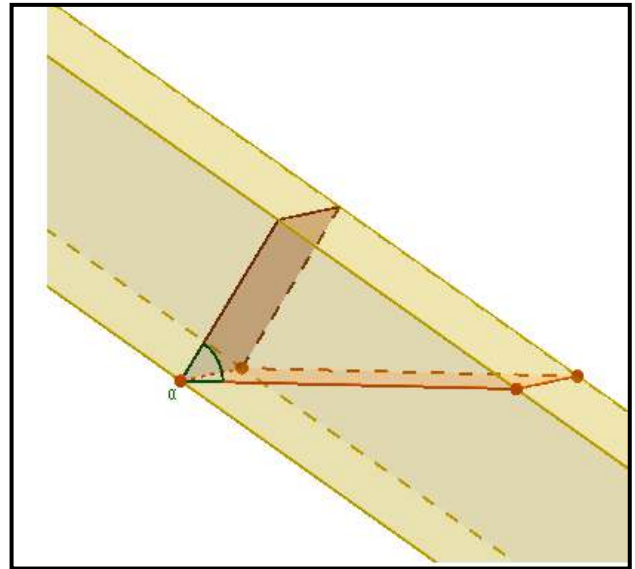


圖三十二

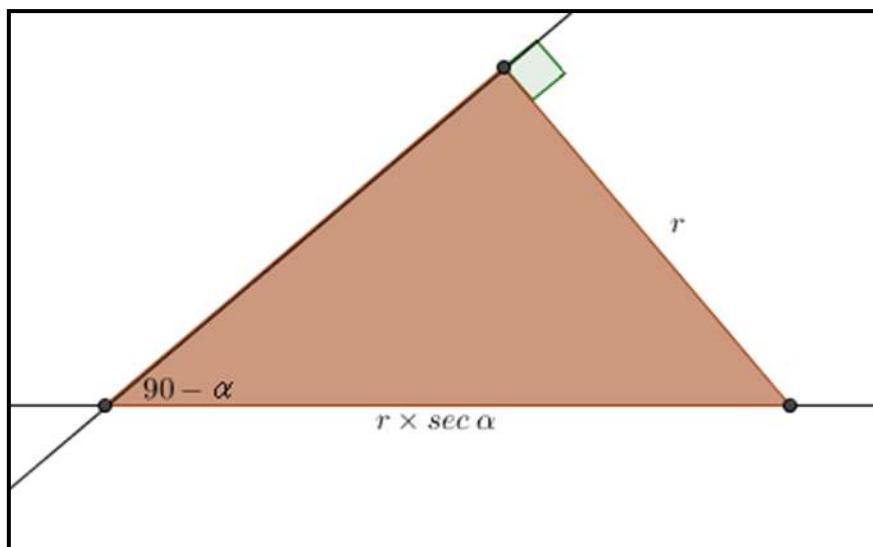
此時以地面中心為固定點，向前(正南方 180°)旋轉 α°
 α 即為太陽入射角



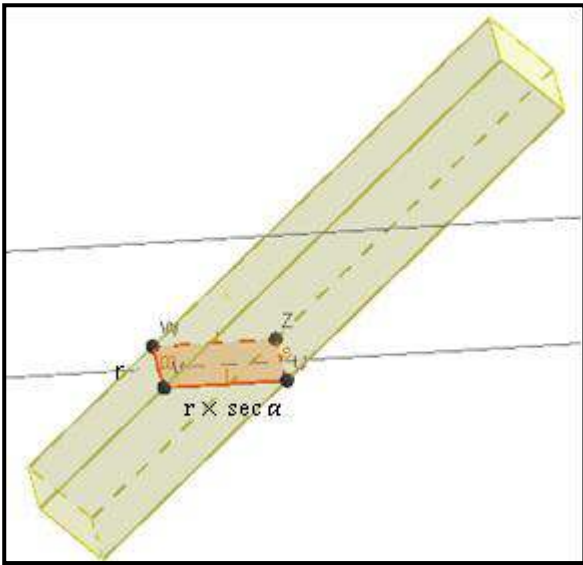
圖三十三



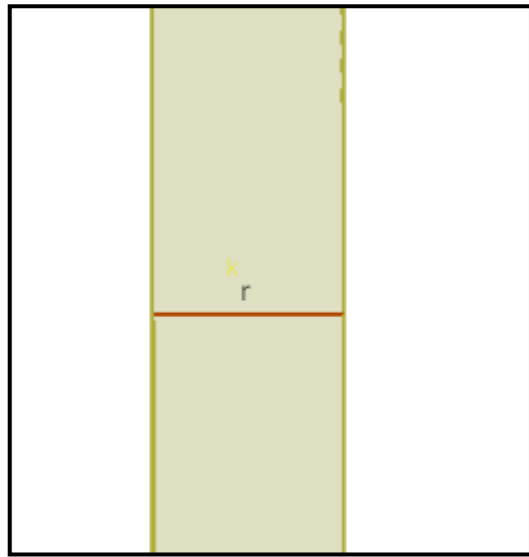
圖三十四



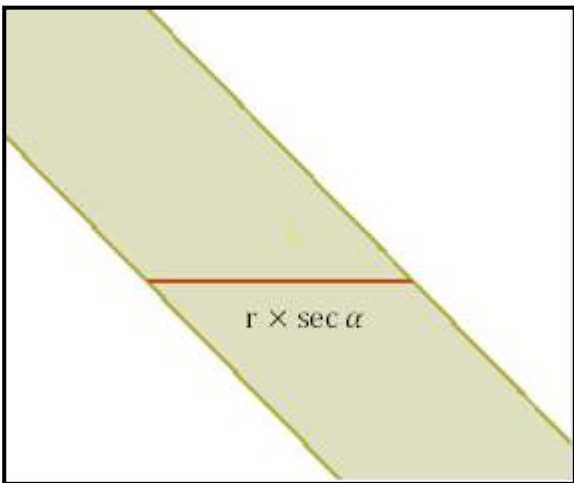
圖三十五



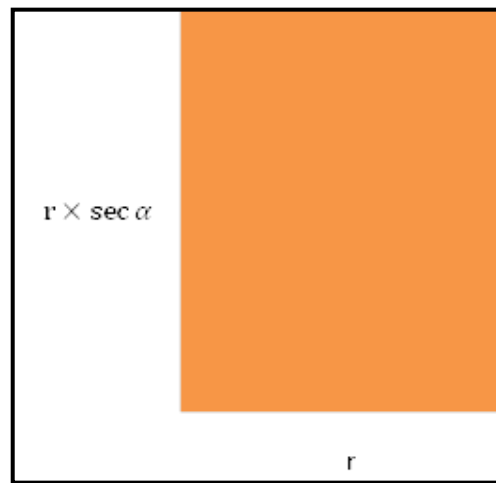
圖三十六



圖三十七



圖三十八



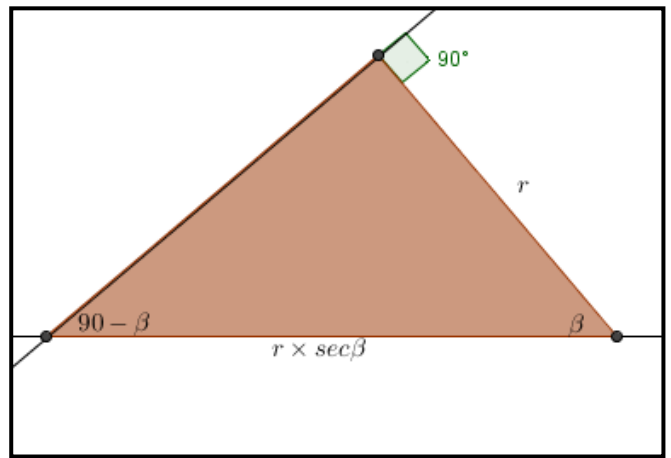
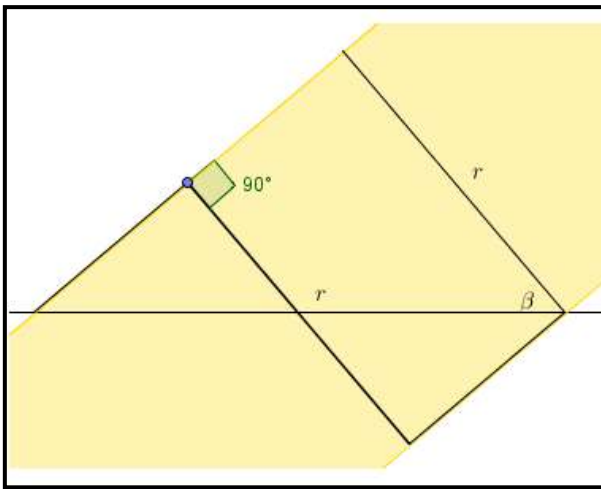
圖三十九

此時照射面積為長方形
 此長方形 邊長為 r 、 $r \times \sec \alpha$
 面積為 $r^2 \times \sec \alpha$

此時以地面中心為固定點，再向右或左旋轉 β°

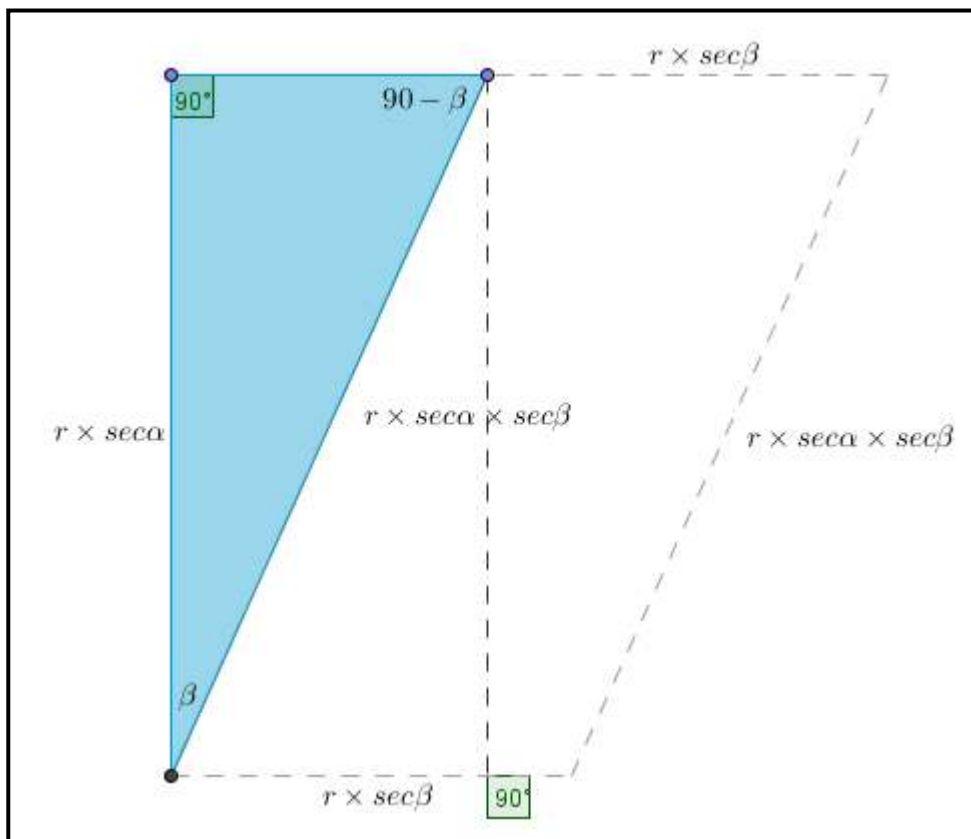
β 即為方位角差

方位角 = $|180 \pm \beta|$

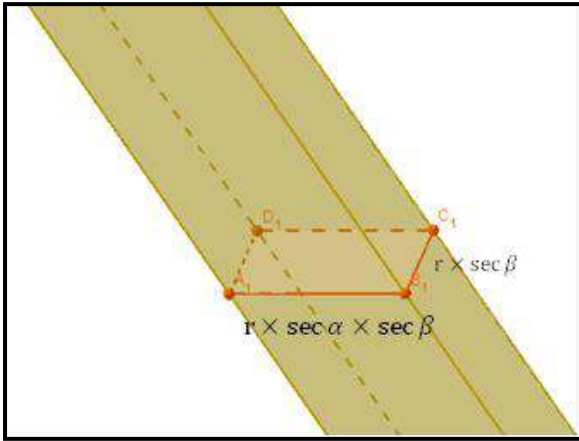


圖四十

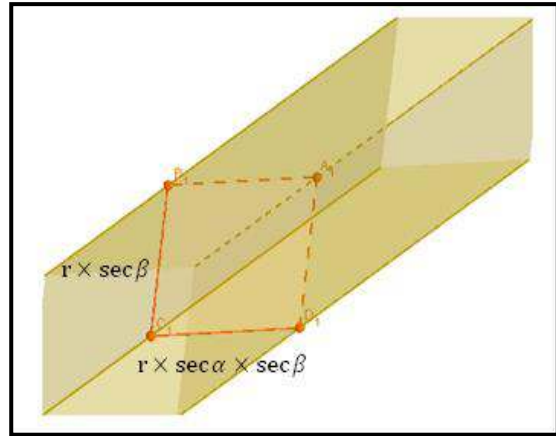
圖四十一



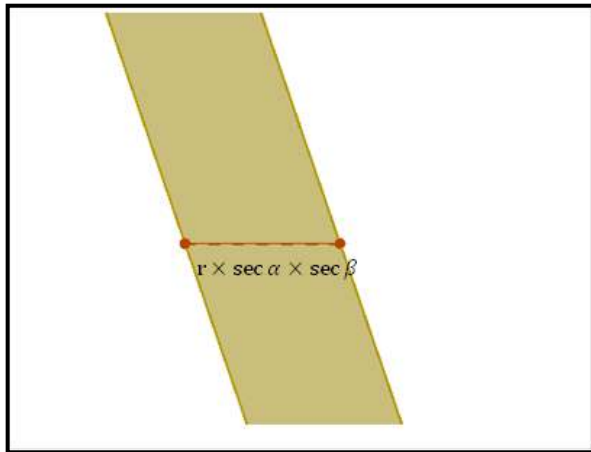
圖四十二



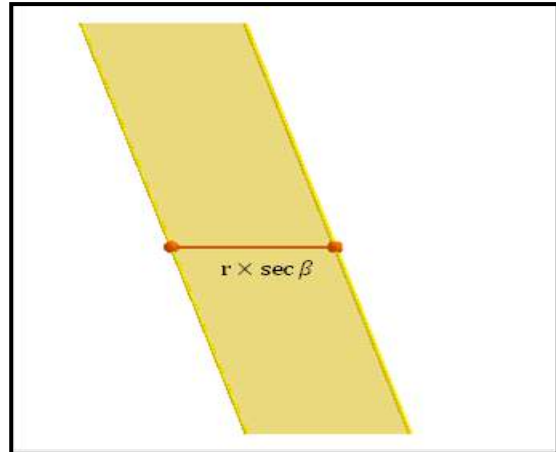
圖四十三



圖四十四



圖四十五



圖四十六

此時照射面積為平行四邊形

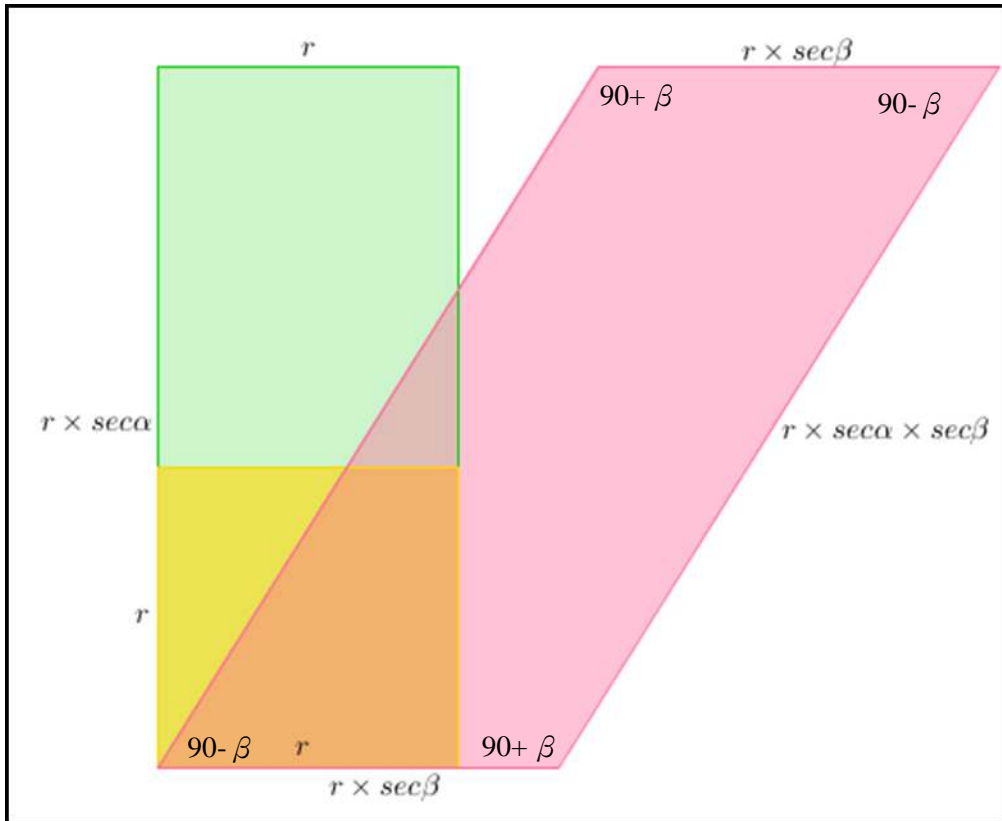
邊長為 $r \times \sec \beta$ 、 $r \times \sec \alpha \times \sec \beta$

面積為 $r^2 \times \sec \alpha \sec \beta^2 \times \sin(90 - \beta)$

$$= r^2 \times \sec \alpha \sec \beta$$

照射面積倒數 = $\cos \alpha \cos \beta$

熱量吸收率 = $\cos \alpha \cos \beta$



圖四十七

【評語】 030506

優點：

能將基本的天文現象應用到能源問題上，並展現善用繪圖軟體以及數學院算的能力。

缺點：

作者僅帶入單一觀測數據【2015年嘉義逐時太陽移動方位角與仰角】，因而只能探討特定地區的案例，同時本作品缺乏對目前評估安裝太陽能板方法的較完整回顧。可能也因為如此，這件作品未能納入實際操作上的一些不同狀況。

對於目前相關的研究，作者僅提到【現階段許多太陽能板安裝廠商對於的方式參差不齊，都是以人工經驗法來判斷，例如以當地緯度+10° 或以當地緯度為角來安裝該區太陽能板仰起角度】。但稍微檢視數個與太陽能板設置相關的網頁，似乎在實務和基本學理上，並非如此草率，都會提及作品中類似、甚至更多與更嚴謹的考量。反而使得我們較難看出本作品超越目前已有的基礎框架之處。因此作者應利用已在本作品中展現出不錯的相關背景知識上，探討更具創新意義的主題。

建議改善事項：

1. 結合實際觀測數據與天體在天球上運動之規律，探討不同緯度的地區。
2. 補充目前評估安裝太陽能板的最佳化方法。
3. 若「以當地緯度+10°或以當地緯度為角來安裝該區太陽能板仰起角度」為真，作者應試著解釋為何經驗上會有此結果。
4. 討論目前結果背後的主要成因為合。
5. 本作品僅考慮固定的太陽能板，可在搞率以下狀況時的優化設計：
 - 甲、一年間可調整太陽能板角度 2 至數次；
 - 乙、一年間只在某時段/季節使用；
 - 丙、納入影響日照的天氣因素。