

中華民國第 55 屆中小學科學展覽會 作品說明書

國中組 物理科

第三名

030118

The climbing strandbeest

學校名稱：嘉義縣私立協同高級中學(附設國中)

作者： 國三 顏伯勳 國三 蘇志堅 國三 石宗正	指導老師： 黃明真 陳正泓
---	-----------------------------

關鍵詞：仿生學、13 連桿系統、力矩平衡

摘要:

我們的目的是於完成一架能攀爬樓梯的「仿生獸」Strandbeest^註。研究則專注在連桿系統上，並發現了腳尖的軌跡與系統所承載的阻力，分別肇因於連桿長度的比例與重心位置相對於曲柄的力矩有關，又分別影響著仿生獸是否能克服地形與產生足夠強大的前進力量。最後，我們再探討了足底的摩擦力和四足間軸距的學理，並使用 3D 列印調整連桿長度設計的便利性，完成一架可以克服地形的「仿生獸」。(註：所謂「仿生獸」，是由一位荷蘭科學家泰奧·楊森所發明的機械體，利用風力與力學原理制動，可以躲避障礙物或模仿生物的一些行為。)

壹、研究動機

我們曾赴高雄科工館參觀一項名為「奇幻仿生獸」的展覽。事後，我們又在書本上、網路裏參閱到幾篇仿生獸的研究或報導，才發現原來世界各地也有許多人效法著楊森博士所公開的「13 連桿機構黃金比例」作出各式各樣的手做機器人與研究。後來，我們漸漸發現到，各國政府、民間廠商所開發的人形機器人，竟罕有能攀爬樓梯、克服崎嶇地形的功能。因此，我們藉由模仿人類行走的軌跡理論，來改變「楊森博士的 13 連桿黃金比例」，並創造出適用於樓梯斜坡的「新 13 連桿比例」，使原本無法攀爬樓梯的仿生獸，可以攀爬樓梯。這讓平時也愛好機器人的我們為之瘋狂，便以此為題，組隊並再延續探索仿生獸的軌跡奧秘。

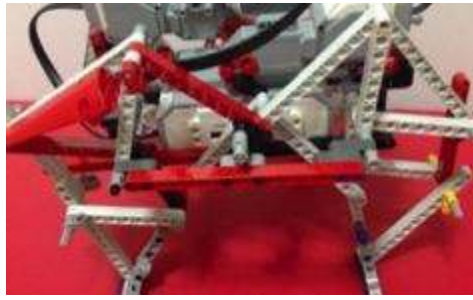

貳、研究目的



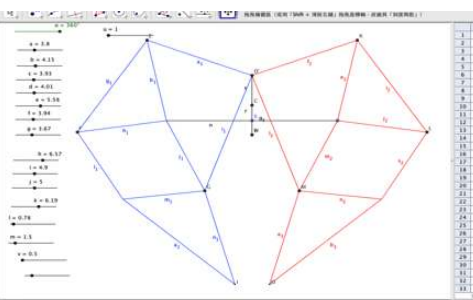
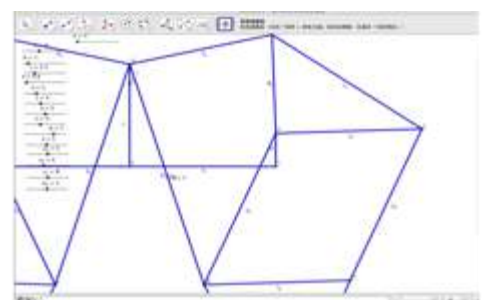
- 一、仿生學的應用：觀察並找出人類上樓梯的腳步軌跡
- 二、以 13 連桿模仿人類軌跡：借由三角數學分析 13 連桿的比例與軌跡生成變化
- 三、仿生獸負載的探討：馬達在行走過程中阻力的來源、形成、影響的關鍵
- 四、將導致負載的物理因子數學化：實驗、模擬、建構數學的分析
- 五、影響實作模型的因素：摩擦力、軸距
- 六、計算、模擬並揀選出馬達出力最低、軌跡最適用、實作效能最高的連桿設計

參、研究設備及器材

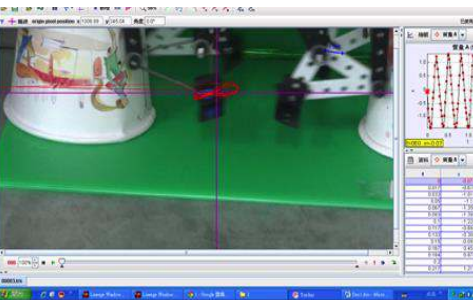
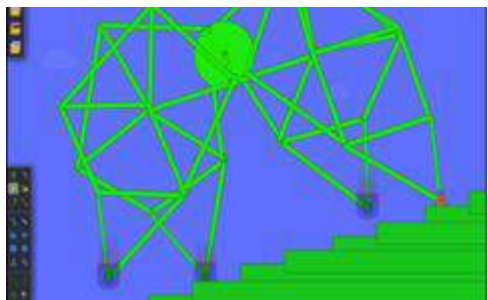
一、實體：EV3 仿生獸、NXT2.0 仿生獸（可調軸距版）

圖 片		
說 明	<ol style="list-style-type: none"> 1.藉由程式 LEGO MINDSTORMS Education EV3 讀取馬達的輸出功率 2.利用積木的精密接合可減少關節間的晃動與材質摩擦產生的誤差 3.易於調整各連桿的長度，並設計出最佳連桿比例的仿生 	

二、軟體：數學幾何軟體 Geogebra

圖 片		
說 明	<ol style="list-style-type: none"> 1.模擬 2D 連桿系統，利用數值滑桿來控制連桿長度 2.記錄系統留下的軌跡，並以試算表功能運算點坐標 3.使用作圖方法套入物理運算，並記錄得出的負載 	

三、四、軟體：影片軌跡軟體 tracker（圖左）、物理引擎 Phun（圖右）

圖 片		
圖 左	<ol style="list-style-type: none"> 1.以攝影機拍攝物體運動的狀態，取出所需的軌跡 2.畫面上開啓坐標軸後，能記錄軌跡點坐標並運算 3.除座標與點，更能運算速度、動量、加速度等物理值 	
圖 右	<ol style="list-style-type: none"> 1. 2D 的執行環境，並具備空氣阻力、地心引力、彈力等物理現象 2. 使用各種機械原件如軸承、馬達等組建仿生獸模型 3. 程式可顯示運動中的物理量，如 x 軸速度、力強度等 	

肆、研究過程或方法

實驗一：用影片軌跡軟體 tracker 記錄人類步行的狀態

【實驗 1-1】記錄人類行走於平地的軌跡

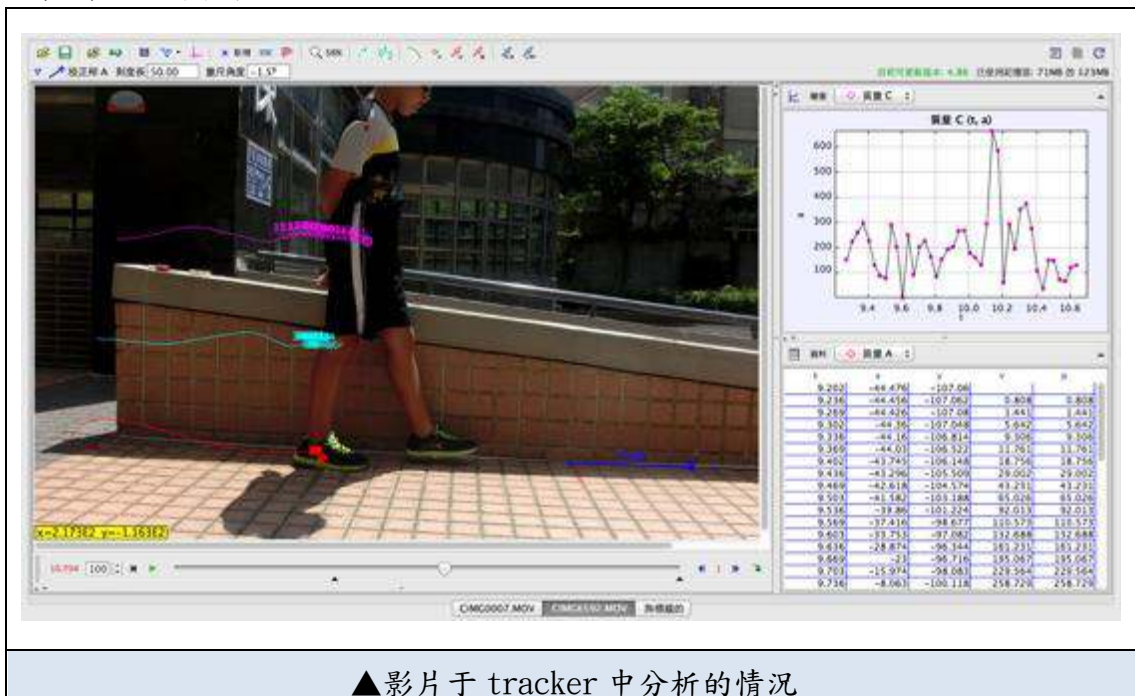
(一) 實驗說明：為了使仿生獸也能走出相仿於人類的足底軌跡，我們運用了影片軌跡軟體 tracker，在一人的足尖、髌骨各黏貼了一個亮點，於軟體中取出了兩道軌跡線，最後在以設定髌骨的軌跡線為坐標軸原點，重新計算足底形成的軌跡，便得到了連桿系統所需，機體靜止而掉在空中的足尖軌跡了。

(二) 操作變因：攝影機與該行走的人之間的位置、距離，與實驗的方法

(三) 控制變因：實驗 1-2, 1-3, 1-4 的結果（上下于斜坡、樓梯）

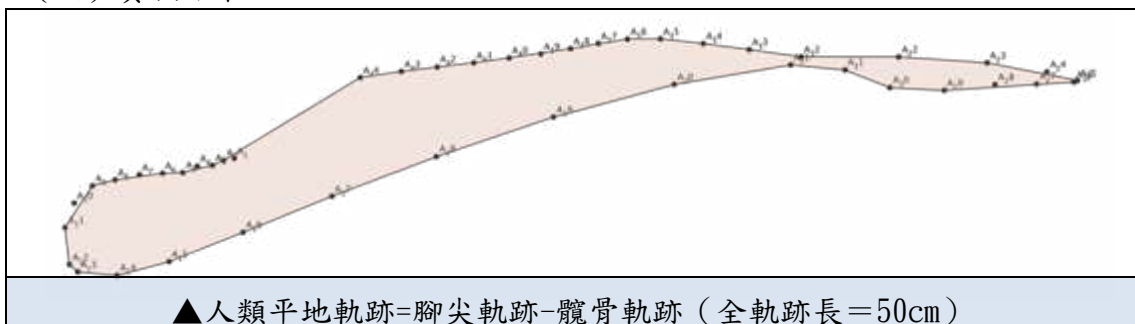
(四) 應變變因：產出的軌跡圖形

(五) 方法與圖示：



▲影片于 tracker 中分析的情況

(六) 實驗結果：



▲人類平地軌跡=腳尖軌跡-髌骨軌跡（全軌跡長=50cm）

(七) 結論：

此次研究得出：人類腳尖的運行軌跡，其實是一個封閉的不規則圖形（見上圖）

【實驗 1-2】記錄人類下斜坡時的軌跡

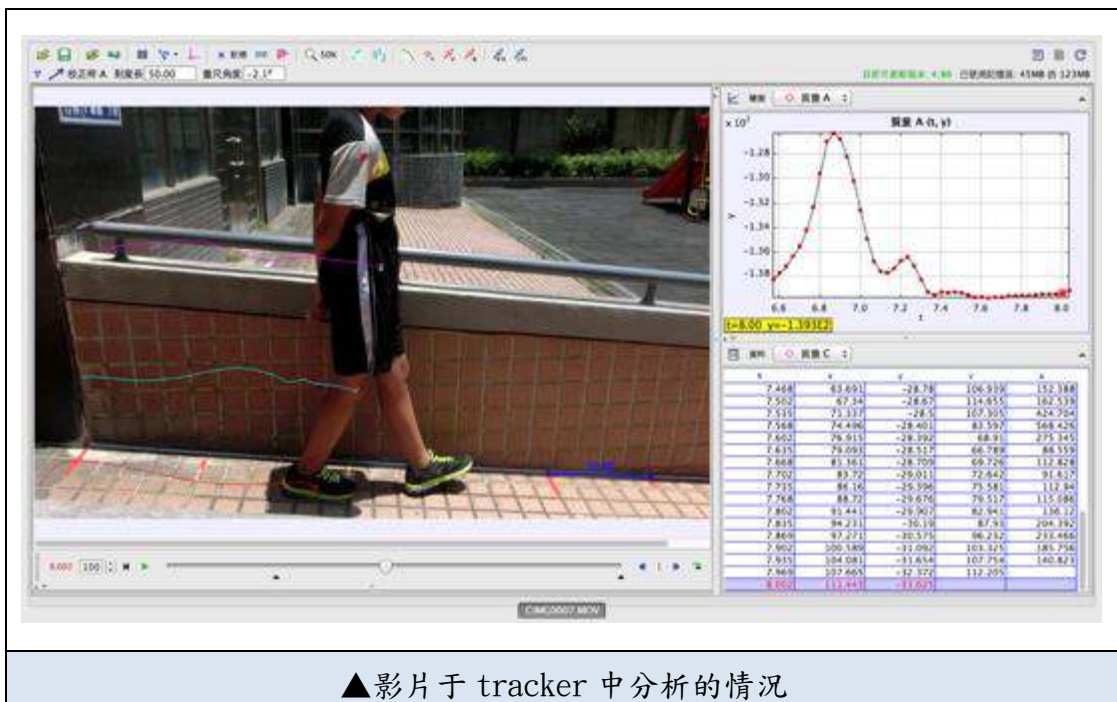
(一) 實驗說明：為了使仿生獸也能走出相仿於人類的足底軌跡，我們運用了影片軌跡軟體 tracker，在一人的足尖、髌骨各黏貼了一個亮點，於軟體中取出了兩道軌跡線，最後在以設定髌骨的軌跡線為坐標軸原點，重新計算足底形成的軌跡，便得到了連桿系統所需，機體靜止而掉在空中的足尖軌跡了。(同實驗 1-1)

(二) 操作變因：攝影機與該行走的人之間的位置、距離，與實驗的方法

(三) 控制變因：實驗 1-1, 1-3, 1-4 的結果 (上下于斜坡、樓梯)

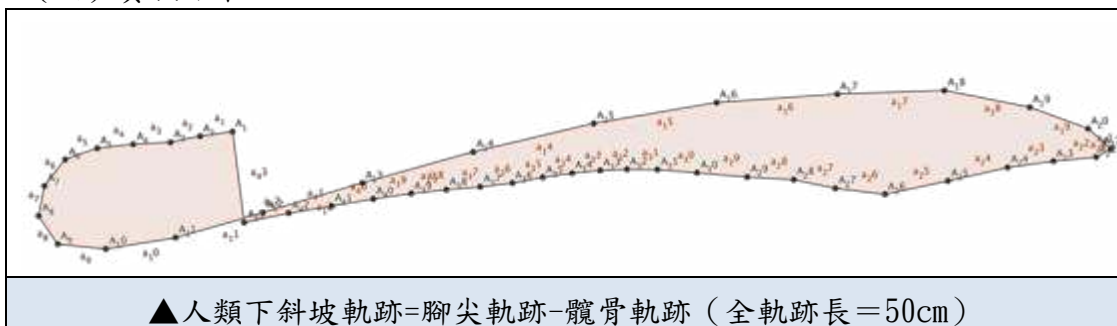
(四) 應變變因：產出的軌跡圖形

(五) 方法與圖示：



▲影片于 tracker 中分析的情況

(六) 實驗結果：



(七) 結論：在下斜坡的軌跡裡，並未和平地行走的軌跡有相異之處，我們推測是斜坡不夠陡，以至於沒有明顯的變化產生。因此，在這張圖裡，我們尚不能斷定“地形與軌跡之關聯性”。

【實驗 1-3】記錄人類下樓梯時的軌跡

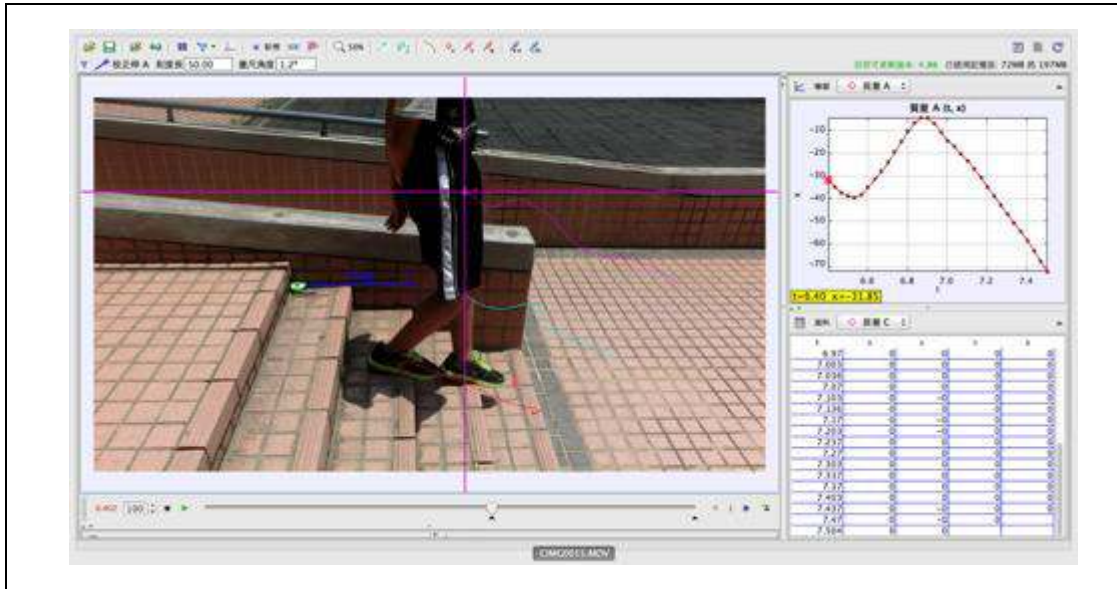
(一) 實驗說明：(同實驗 1-1)

(二) 操作變因：攝影機與該行走的人之間的位置、距離，與實驗的方法

(三) 控制變因：實驗 1-1, 1-2, 1-4 的結果 (上下于斜坡、樓梯)

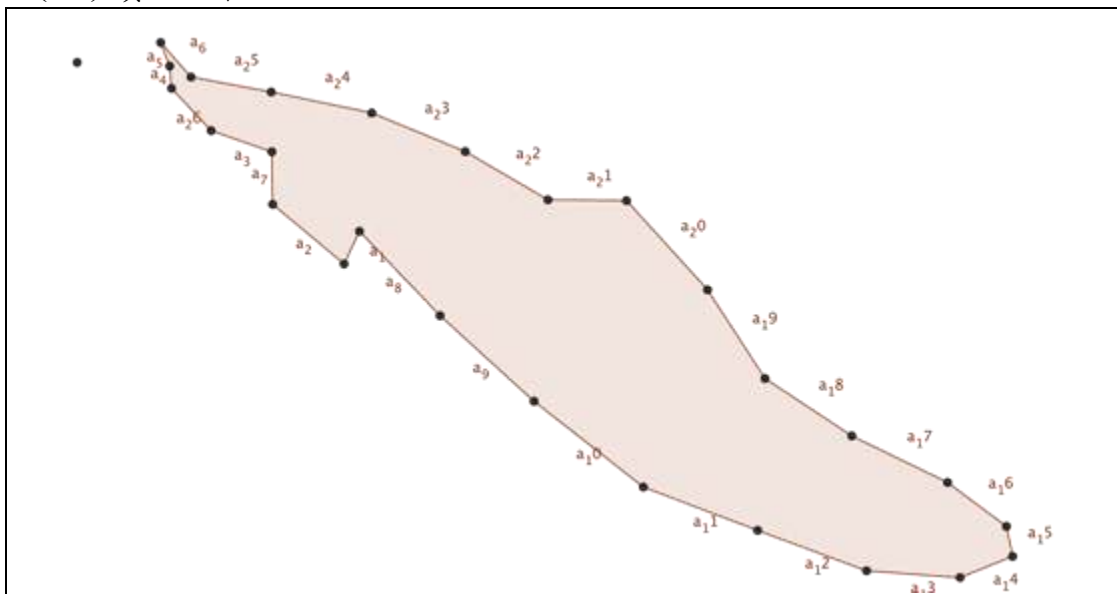
(四) 應變變因：產出的軌跡圖形

(五) 方法與圖示：



▲影片于 tracker 中分析的情況

(六) 實驗結果：



▲人類下樓梯軌跡 (全軌跡長=50cm)

(七) 結論：從這張軌跡中，我們發現了兩個現象：

1. 地形起伏的角度，將與正常軌跡完整旋轉的角度相同
2. 軌跡形狀的改變無關乎地形因素如斜坡, 樓梯等，只有傾斜不同角度而已。

【實驗 1-4】記錄人類上樓梯時的軌跡

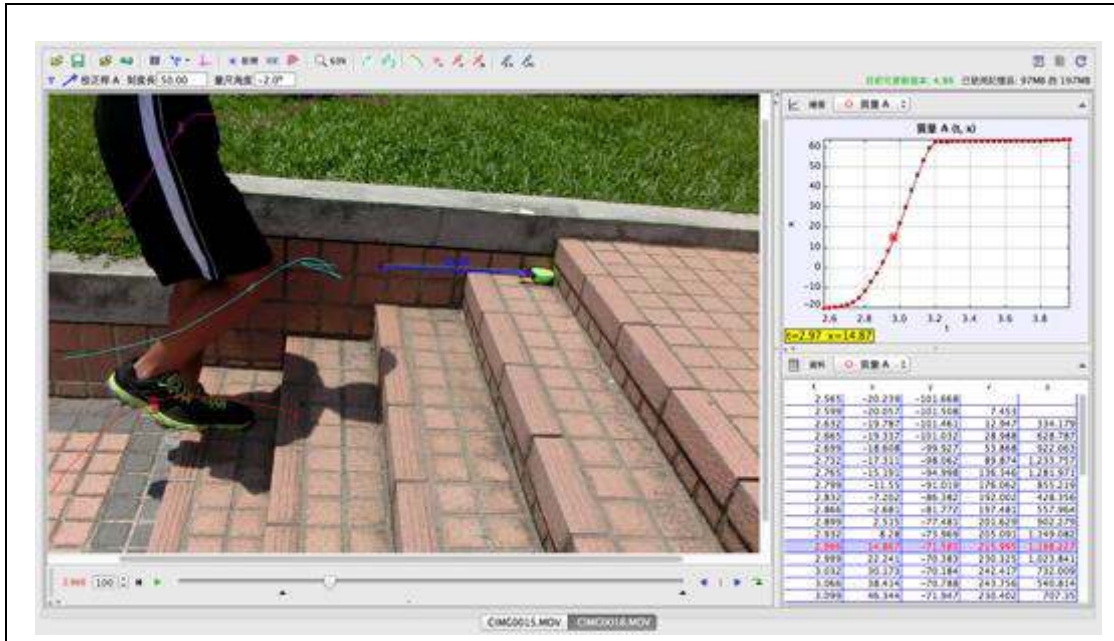
(一) 實驗說明：(同實驗 1-1)

(二) 操作變因：攝影機與該行走的人之間的位置、距離，與實驗的方法

(三) 控制變因：實驗 1-1, 1-2, 1-3 的結果 (上下于斜坡、樓梯)

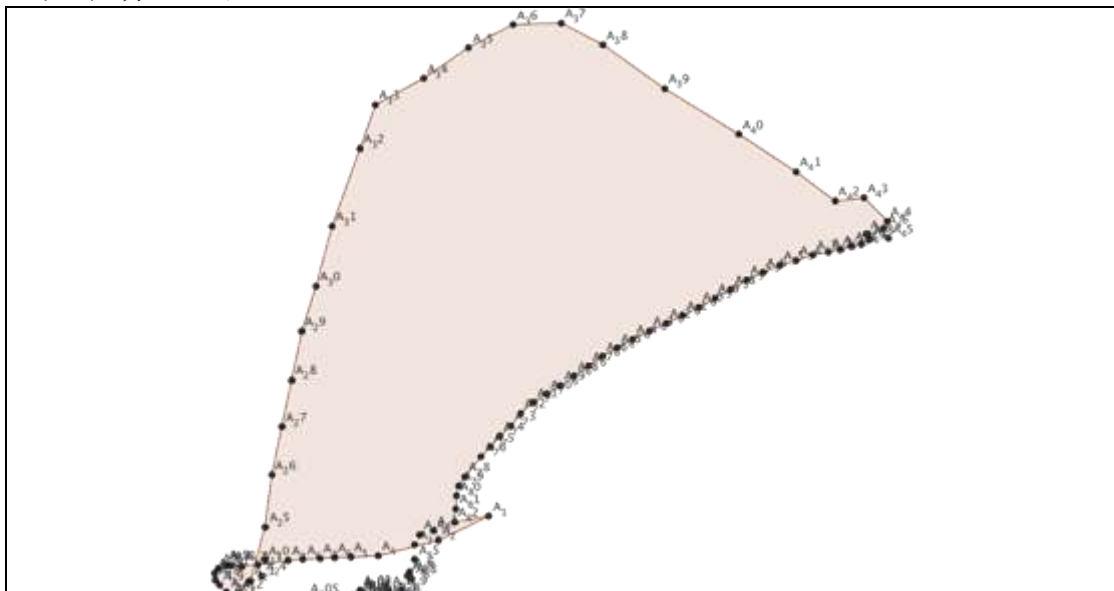
(四) 應變變因：產出的軌跡圖形

(五) 方法與圖示：



▲影片于 tracker 中分析的情況

(六) 實驗結果：



▲人類上樓梯軌跡 (全軌跡長=50cm)

(二) 結論：

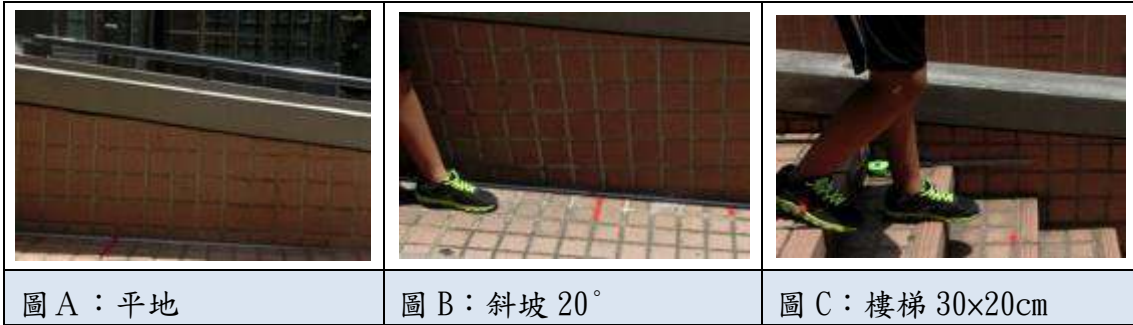
此一軌跡與與實驗 1-3 的軌跡皆提供了“軌跡地形理論”的最佳依據。

【實驗 1-5】分析人類行走四種地形時，產生的不同軌跡

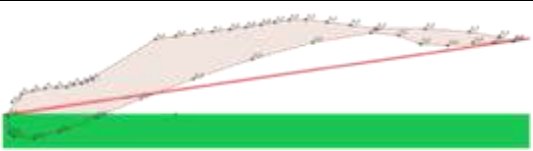
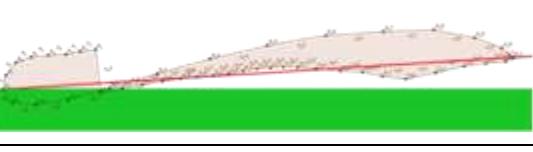
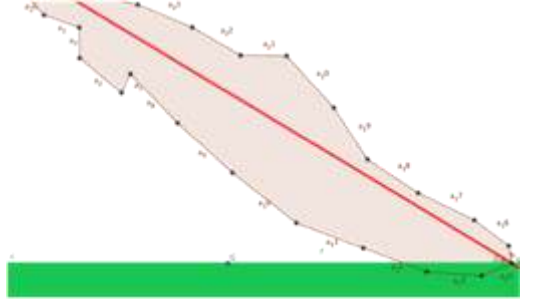
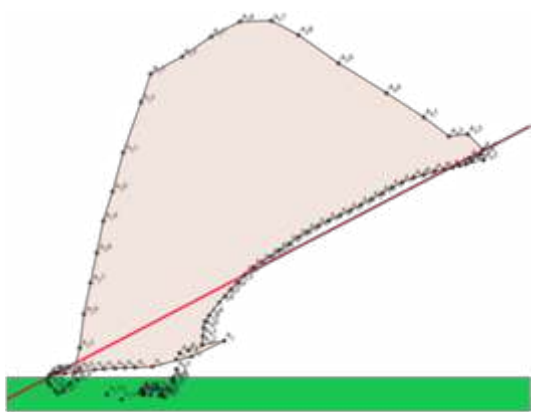
(一) 實驗目的：藉由觀察真實人類行走的狀態，來設計步行仿生獸步伐的軌跡，以達到「仿生」的目的。

(二) 實驗假設：人類遇到不同高度的地形時，行走的軌跡將會依障礙物的高低，產生特定角度，卻不會改變原有形狀。

(三) 實驗設置：設計三種地形（平地、下坡 20°、與上下樓梯）



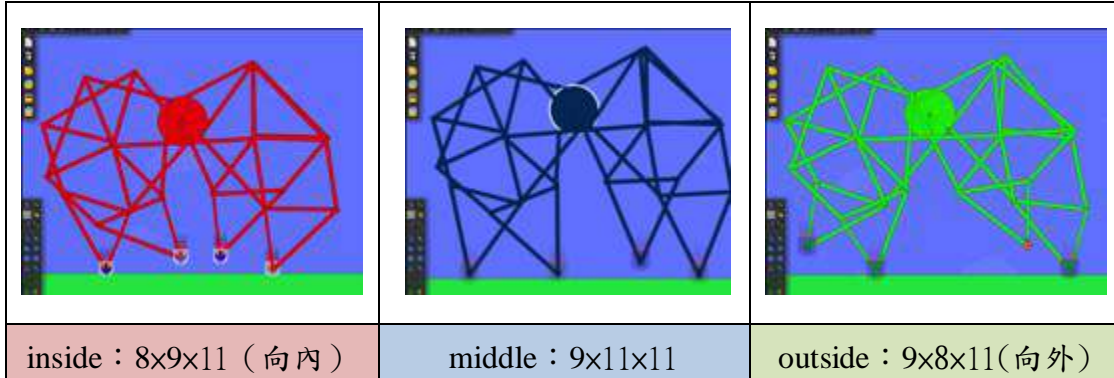
(四) 軌跡地形理論：

	實驗結果	傾斜角	結論
平地		傾斜角 8.26°	※ 傾斜角：在軌跡中取前後兩個最前最後的兩個點，連線後（圖中紅線）與地面（綠色區塊）的夾角。 1. 傾斜 20 度以內的軌跡（平地、下斜坡）無法明顯辨識出與地形間的關聯。 2. 所有的腳步軌跡皆是一種接近橢圓形的形狀。（上樓梯不明顯） 3. 各圖形間所不同者乃是軌跡順應地形所傾斜的角度大小。 4. 清楚此原理後，欲設計可以攀上斜坡、樓梯的連桿軌跡，只需改變腳步軌跡的傾斜角即可。
下斜坡		傾斜角 3.58°	
下樓梯		傾斜角 31.09°	
上樓梯		傾斜角 27.3°	

【實驗 1-6】在 Phun 中測試仿生獸腳尖軌跡的傾斜是否影響爬坡效能

(一) 實驗說明：將 Geogebra 所得到的三種軌跡傾斜角度不一的連桿比例（如下圖）套入物理引擎 Phun 中模擬爬坡情形，再進行斜坡與樓梯的實驗。

(二) 圖示與說明：由 Geogebra 模擬的三種連桿比例



傾斜高低= outside > middle > inside

(三) 控制變因：由於程式 Phun 的馬達是固定輸出速率卻不能設定功率的，因此模擬出的結果會與實際全然相反，所以我們先調整三隻仿生獸至不同的馬達輸入速率，並讓三隻仿生獸的行走速率接近，如下：

	inside : (向內)	middle :	outside : (向外)
馬達速度設定	100 rpm	55 rpm	40 rpm
仿生獸行走速率	10.51 m/s	12.52 m/s	11.17m/s
排名	3	1	2

(四) 實驗結果：

1.行走於斜面上的三種仿生獸 (斜面斜度=20 度)

仿生獸行走速率	0 (無法上坡)	10.58m/s	7.79 m/s
減量	10.51m/s	1.94 m/s	3.38 m/s
排名	1	3	2

※減量：相對於行走面，所減少的速率

2.行走於樓梯上的三種仿生獸 (階面:階高=40:13)

仿生獸行走速率	0 (無法上階)	4.91m/s	7.37m/s
減量	10.51m/s	7.61m/s	3.79 m/s
排名	1	2	3

(五) 結論：最後，我們到結論，即經由模仿人類足跡，仿生獸的爬坡能力，將與軌跡的傾斜程度有關，傾斜越高，越容易克服地形如斜面、樓梯等。

實驗二、用連桿模擬人類步伐軌跡

【實驗2-1】連桿比例與生成軌跡上下高度差之影響觀察

(一) 實驗說明：我們在觀察13連桿系統的運作之時，可發現上下兩組「曲柄機構」輸出的最遠與最近兩端點，恰與13連桿的最終輸出軌跡之最高點、最低點、最前端點或最後端點有所關連。因此我們便設置此實驗觀察此項變化。

(二) 操作變因：三組隨意設定連桿比例的13連桿系統，如下表：

連桿	A組	B組	C組	連桿	A組	B組	C組	連桿	A組	B組	C組
A	5	5	5	F	5	4	6	K	7	7	7
B	4	5	5	G	5	6	5	L	1	1	2
C	5	4	5	H	6	6	7	M	1	1	2
D	5	5	5	I	5	5	7				
E	6	6	7	J	5	5	5				

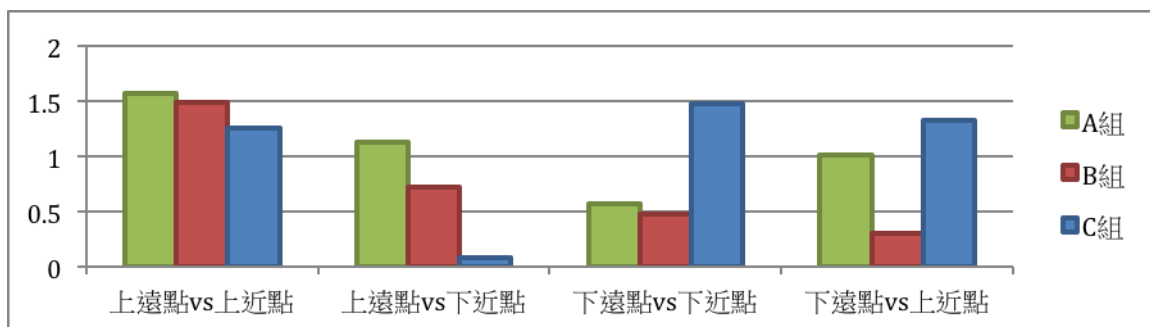
▲ ABC三組連桿設計比例(隨意調整，形成三種不同比例卻符合連桿限制設計)

▲ 連桿名稱對應之部位請見研究結果之圖所示

(五) 實驗結果：為了找出最能代表軌跡上下高度差的軌跡最高點與最低點，我們將圖示中的四種狀況：上曲柄遠點、上曲柄近點、下曲柄遠點與下曲柄近點，以兩兩一組交叉比對軌跡的高度差(如下表四種組合)，找出高度差最顯著一組。

	上曲柄遠點vs 上曲柄近點	上曲柄遠點vs 下曲柄近點	下曲柄遠點vs 下曲柄近點	下曲柄遠點vs 上曲柄近點
A組 (綠色)	1.57	1.13	0.57	1.01
B組 (紅色)	1.49	0.72	0.47	0.3
C組 (藍色)	1.25	0.08	1.48	1.33

※ 軌跡上下高度差y之單位與連桿比例相同



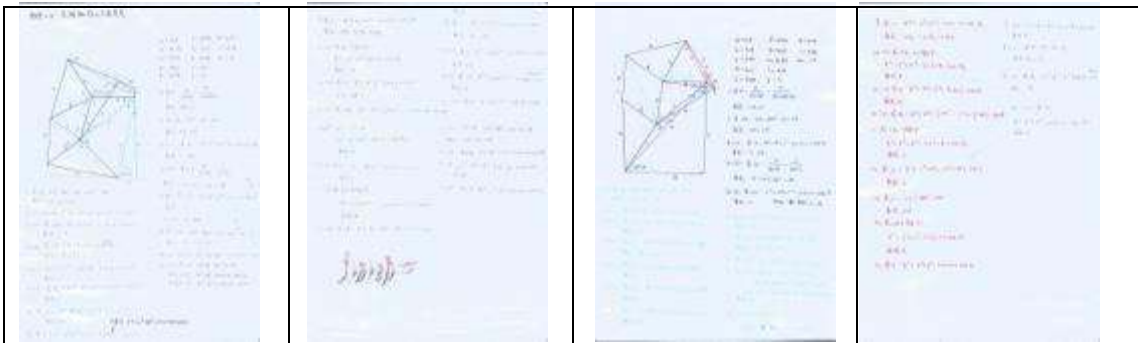
(六) 結論：採用上曲柄連桿系統的最近與最遠兩點，腳尖在軌跡中所呈現位置的高度 y 值，將最能代表某一軌跡的垂直高度差，以此為基準進行接續數學分析研究

【研究 2-2】設計一套數學公式求解 13 連桿系統產生軌跡的上下垂直高度差

(一) 研究說明：在了解仿生獸的 13 連桿系統之軌跡、力矩負載的相互影響關係之後，為提出重新設計過後的 13 連桿黃金比例數據，符合我們所需要的爬樓梯能力的仿生獸，我們欲以平面三角幾何的數學方法，推導出一套以連桿系統腳尖軌跡上下高度差為解的運算方程組。希望能借由數學來找到最完美比例組成。

(二) 研究方法：將 13 連桿系統視為一個 2D 的幾何圖形，以三角函數的餘弦、正弦定理分割圖形並運算數學式。根據實驗 2-3 結論可知：以上曲柄系統的最遠、最近兩狀態時，計算出這時腳尖軌跡的高度差 y 值並相減取絕對值極為所求。

(三) 研究過程：數學方式表現 13 連桿的腳尖複雜且需分多次解決，如下：
1.在紙上以圖解、三角函數等數學工具規劃並逐步寫出腳尖高度的數學關係



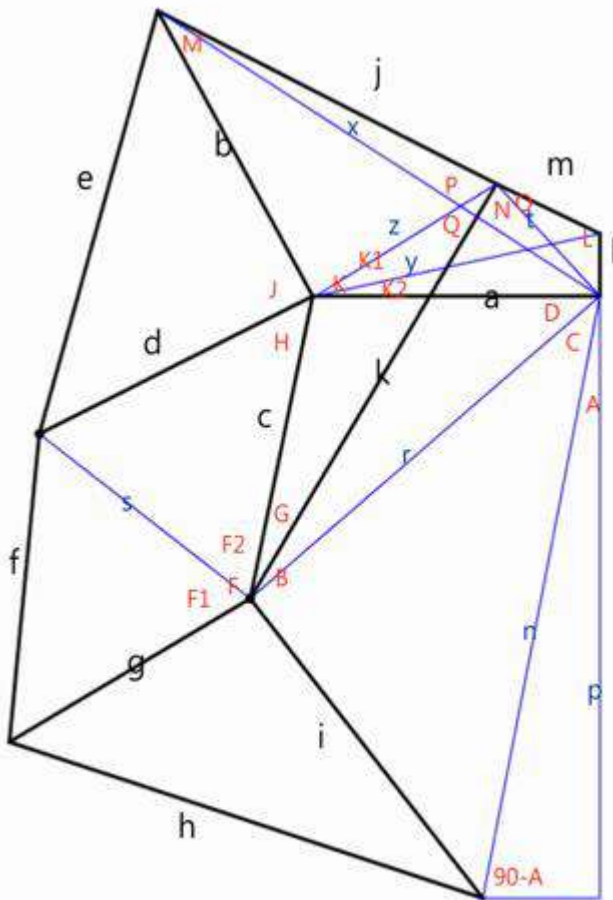
▲▼上曲柄系統的最遠點狀態

▲▼上曲柄系統的最近點狀態

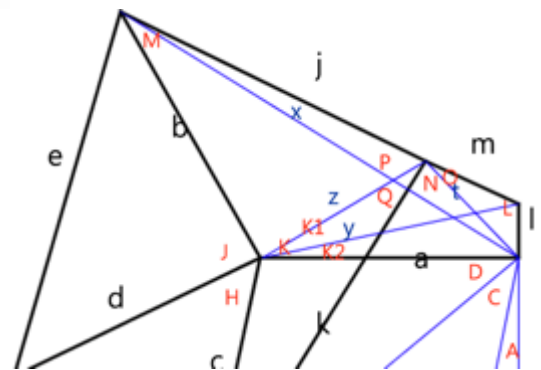
2.用 Excel 逐次運算數學解法假設中的角度、線段，並可在 Geogebra 中驗算

步驟	目的	運算	cosD值	sinD值	D值	長度	角度
步驟1-1	求角D	$\cos D = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	-0.15820755	1.2295915	99.862842		
步驟1-2	求角E	$\cos E = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$	0.005084277	1.5256605	86.268379		
步驟1-3	求角F	$\cos F = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	15.9484	3.8702873			
步驟1-4	求角G	$\cos G = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	-0.309410213	1.8891911	108.055206		
步驟1-5	求角H	$\cos H = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$	0.97997607	0.20245113	11.596942		
步驟1-6	求角I	$\cos I = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	2.081002041	1.6565480			
步驟1-7	求角J	$\cos J = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	0.82140395	0.6020649	34.5702649		
步驟1-8	求角K	$\cos K = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$	0.05115385	2.8372725			
步驟1-9	求角L	$\cos L = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	0.557982144	0.97902796	56.803253		
步驟1-10	求角M	$\cos M = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	0.882011272	0.46427838	28.2200851		
步驟1-11	求角N	$\cos N = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$	0.85942899	0.36881425	30.802598		
步驟1-12	求角O	$\cos O = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	1.30349245	34.584528			
步驟1-13	求角P	$\cos P = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	0.26754906	6.8751472			
步驟1-14	求角Q	$\cos Q = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$	-0.34887286	1.0266739	113.719454		
步驟1-15	求角R	$\cos R = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	3.87993015	1.9687108			
步驟1-16	求角S	$\cos S = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	0.75433443	5.9799282			
步驟1-17	求角T	$\cos T = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$	-0.16612488	1.7687969	101.333091		
步驟1-18	求角U	$\cos U = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	0.02552967	52.347398			
步驟1-19	求角V	$\cos V = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	12.44426008	3.27834313			
步驟1-20	求角W	$\cos W = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$	0.42500308	1.3083935	64.792314		
步驟1-21	求角X	$\cos X = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	0.60205156	1.1579124	56.303558		
步驟1-22	求角Y	$\cos Y = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	2.388752091	131.33587			
步驟1-23	求角Z	$\cos Z = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$	0.38111134	0.87971771	38.540884		
步驟1-24	求角AA	$\cos AA = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	1.95015879	61.3229361			
步驟1-25	求角AB	$\cos AB = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	0.36662512	0.7007888	63.811947		
步驟1-26	求角AC	$\cos AC = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$	0.65682597	1.1112748			
步驟1-27	求角AD	$\cos AD = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	0.778844951	0.57796734	38.845363		
步驟1-28	求角AE	$\cos AE = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	0.19262324	11.0964405			
步驟1-29	求角AF	$\cos AF = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$	7.06812818				
步驟1-30	求角AG	$\cos AG = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	0.3371496	0.7077497			

(四) 研究原理：上曲柄遠點狀態



目的	算法
步驟 10-3	求 x
目的	算法
步驟 10-2	求角 L
目的	算法
步驟 10-1	求 t
目的	算法
步驟 9	求 r
目的	算法
步驟 6	求角 I
目的	算法
步驟 7	求角 H
目的	算法
步驟 5	求 s
目的	算法
步驟 4-2	求角 $F2$
目的	算法
步驟 4-1	求角 $F1$
目的	算法
步驟 3-3	求角 F
目的	算法
步驟 3-2	求角 G



目的	算法
步驟 3-1	求角 E
目的	算法
步驟 8-1	求角 J
目的	算法
步驟 8-3	求 y
目的	算法
步驟 8-2	求角 $K1$
目的	算法
	求角 $K2$
目的	算法
	求角 K
目的	算法
步驟 11-6	求角 M
目的	算法
步驟 11-5	求 z
目的	算法
步驟 11-4	求角 P
目的	算法
步驟 11-3	求角 Q
目的	算法
步驟 11-2	求角 O
目的	算法
步驟 11-1	求角 N

目的	算法
步驟 3	求角 B
目的	算法
步驟 2-3	求角 D
目的	算法
步驟 2-1	求 n
目的	算法
步驟 2-2	求角 C
目的	算法
步驟 2	求角 A
目的	算法
步驟 1	求 p

※長度 p 即腳尖高度

(五) 說明：關於推演數學模型的方法

在最初設定的運算步驟中，由 1~11 個方程式組成，其中從步驟 1 是求解最終腳尖高 p 值的算式，在由算法中所缺乏的其餘未知長度、角度，納入步驟 2 或 3 中尋求解答，而步驟 2 或 3 也各自又衍生出更多的未知數。且直到步驟 11 最後一個動作的時候，這時 13 連桿中所有的 $a\sim m$ 根連桿的長度數據，皆必已被引入算法之中。因為此 13 連桿中每個部件長度的改變，都必將影響足尖軌跡的變化。

故而，經幾反覆推演驗算，並在 Excel 中以三角函數運算式得到某個長度或角度值的同時，我們也同時在 Geogebra 中設定相同的狀態，並利用其幾何模擬的長處，同步校正演算法中的謬誤。最後，再由 Excel 運算式的最終腳尖高 p 值的大小，與 Geogebra 幾何模擬中的 13 連桿軌跡高得出的 p 值相互對應，證實了此種數學模型的可行性。

(六) 結論：本研究結果如何幫助接續更深入的研究

是以，雖然幾何模擬的結果與數學模型的預測相同，但我們卻也可以將數學的演算法則加以延伸、推廣，將可成為我們於接下研究中，深入探討 13 連桿的平面幾何性質，如何成為我們了解軌跡形狀變化規則的基礎。

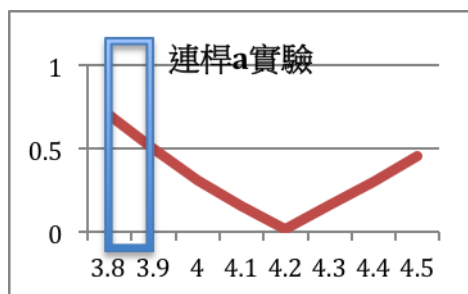
【實驗 2-3】使用數學方法分析 13 連桿系統產生軌跡的上下垂直高度差

(一) 實驗說明：承接研究 2-2 推導出的數學公式，本實驗目的在於了解這組公式（13 連桿本身）在連桿長度變化下，生成軌跡的變化情形，有下列數條步驟：

1. 從 13 根連桿中，揀選一根連桿作為實驗的操作變因，而腳尖軌跡的上下高度差則是應變變因。
2. 在四連桿機構中，一旦連桿比例超出長度限制，機構可能產生死點或不能達到設計的目的。是以實驗前需先以找出這段範圍代表的值。
3. 最後，我們才能根據應變變因連桿的範圍，進行 Excel 中數學的運算。

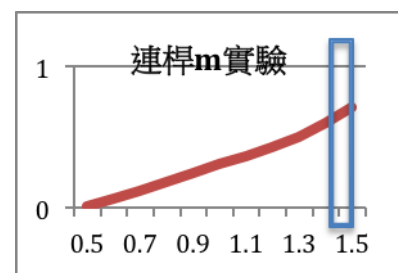
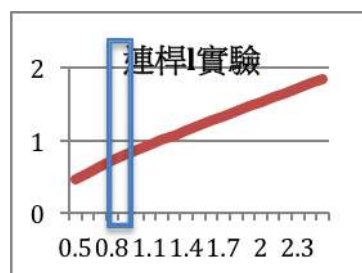
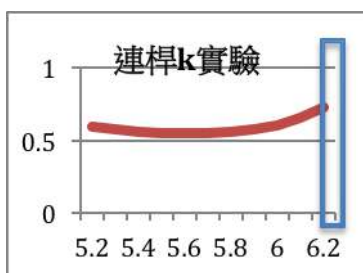
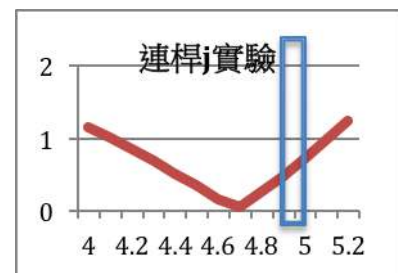
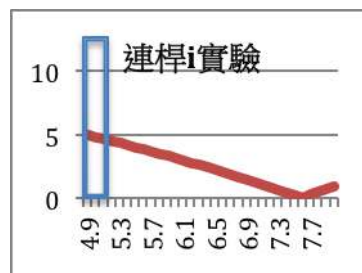
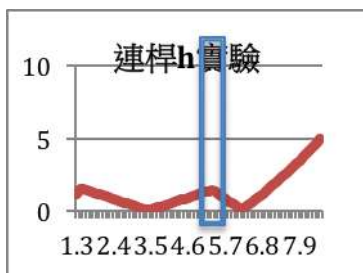
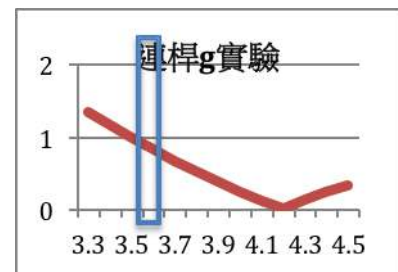
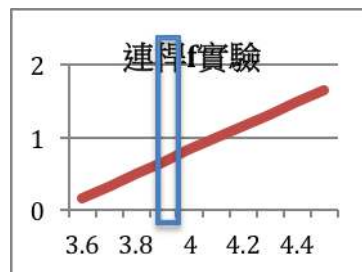
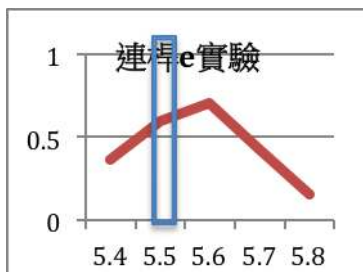
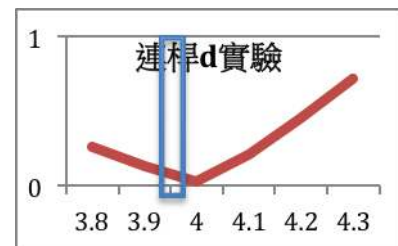
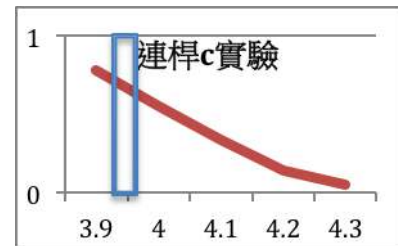
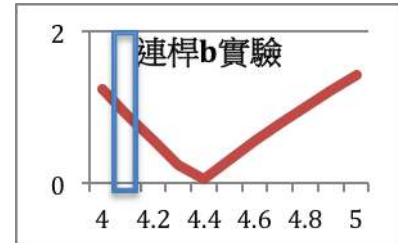
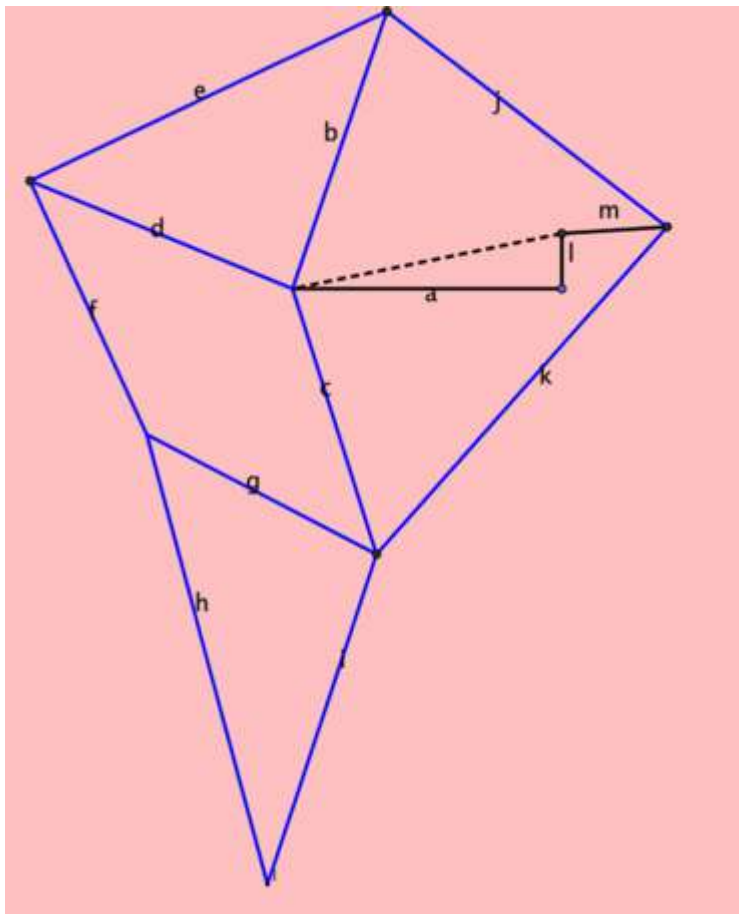
(二) 範例：以連桿 a 長度為操作變因、腳尖軌跡上下高度差為應變變因

設定連桿 a 的長度範圍： $3.8 \leq a \leq 4.5$ 、8 個實驗 a 值（原 a 值=3.8）



橫軸：操作變因，連桿 a 長度變化
範圍 $3.8 \leq a \leq 4.5$ 、8 個實驗
 a 值（原 a 值=3.8 藍色框）
縱軸：應變變因，軌跡上下垂直高
單位與連桿長度的比例相同

(三) 圖示與實驗結果：



實驗三、建置 EV3 仿生獸觀察受力變化

【實驗 3-1】比較仿生獸懸空時的運行與地面行走時，出力功率的變化

(一) 實驗假設：經觀察得知，EV3 仿生獸在懸空時的速度，遠大於置於地面行走的速度。因此我們推斷：仿生獸運作時的阻力（即負載），除腳底摩擦力與機構摩擦損耗外，最大者即支撐自身重力所需的力量。

(二) 操作變因：EV3 仿生獸懸空運行、與置於地面行走

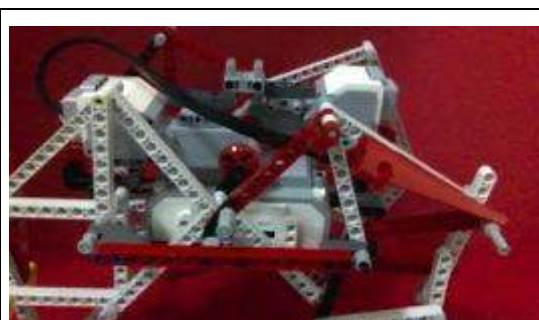
(三) 控制變因：三種各異足底的 EV3 四足仿生獸

(四) 應變變因：經電腦連結 EV3 主機可測得雙馬達出力功率

(五) 方法與圖示：

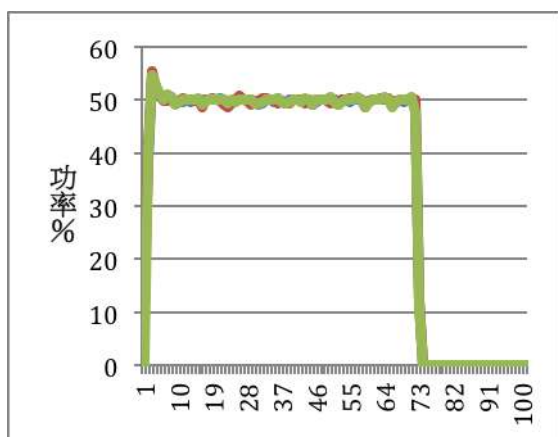


▲圖 3-1-1:懸空運行

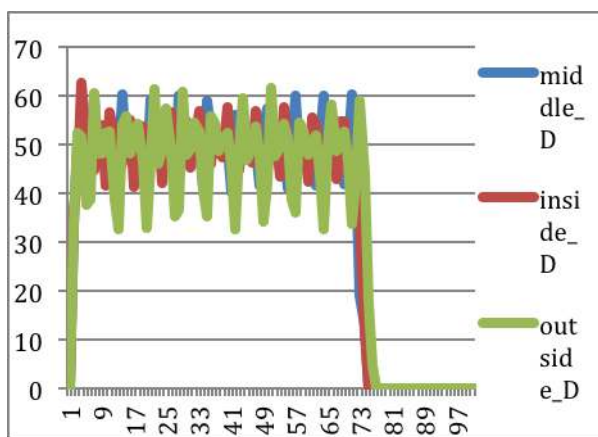


▲圖 3-1-2:地面行走

(六) 實驗結果：



▲圖 3-1-3: 懸空運行



▲圖 3-1-4:地面行走

※縱軸：馬達輸出功率%（程式本控制為 50%）。橫軸：時間

上方兩張圖表正是最終所量測的數據，我們將實驗分成三組（詳細可見實驗 3-2），是為三種連桿比例各異的仿生獸。由表格可知：馬達出力的功率，於地面走動時確實大於空中空轉的狀態

(七) 結論：

1. 仿生獸自身重力在連桿中的作用力，將成為連桿系統的負載。
2. 我們應研究並尋找出有效減低連桿負載的理論或負載。

【實驗 3-2】記錄三種不同連桿組合的仿生獸出力變化

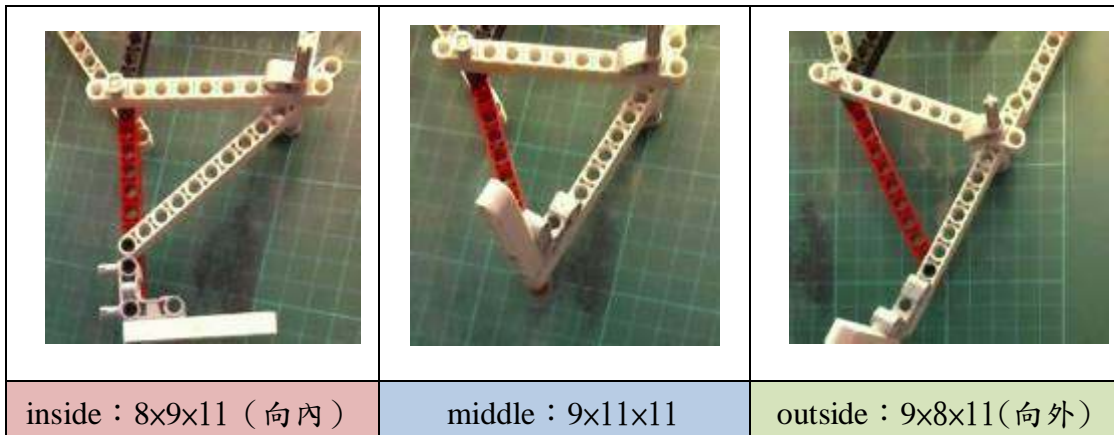
(一) 實驗假設：由實驗 3-1 可知，仿生獸自身重量的負載，將成為機器人運作時最大的阻力。另外，我們借由觀察，認為負載所傳遞的方向，是由觸地的腳尖起始，一層一層地自下傳上，所以設計了這個實驗，欲一窺其中堂奧。

(二) 操作變因：圖示的三種連桿設計。(唯改變連桿系統中，最下方的三角形)

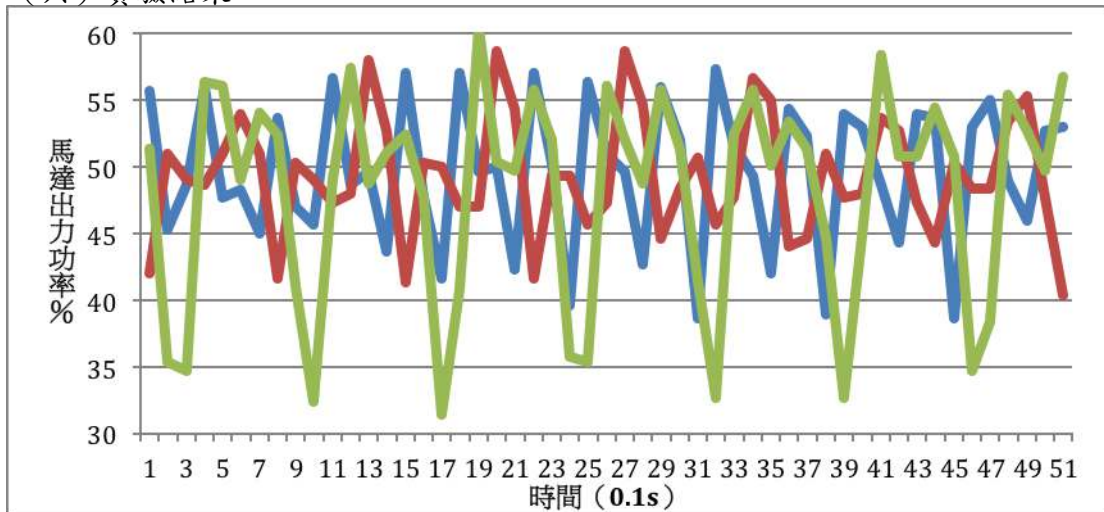
(三) 控制變因：除最下方三角形不同外，其餘亦不變長度的連桿。

(四) 應變變因：EV3 的馬達功率，即表示該時間點的出力。

(五) 方法與圖示：(cm)



(六) 實驗結果：



功率資料的全距	17.3%	24.7%	29%
行走速度 (cm/s)	34.3	32.6	24.5
平均功率 (%)	49.7%	49.4%	48.4%

(七) 結論：

- 1.不同的連桿組合與設計，將影響馬達出力功率 (%) 的大小
- 2.比較平均功率與行走速率的關聯性，出力功率起伏越大者，速度反倒較慢。
- 3.腳尖越靠近重心的連桿設計，其功率起伏較小，而行走速度表現較佳。

【實驗 3-3】建立能可計算出連桿受力變化的數學方法

(一) 實驗說明：得到 EV3 與 Phun 的行走資料後，我們嘗試以物理中的力矩原理，與幾何代數軟體 Geogebra 的輔助，推導了這項數學過程，可以計算並得到仿生獸的負載中，所承受多少比例的自身重力。並借此實驗證明可行並應用之。

(二) 操作變因：所推導出的力矩受力變化圖（見實驗結果所示）

(三) 控制變因：從 EV3 實測得出得馬達出力數據（見實驗 3-2）

(四) 應變變因：比較兩者，已知此公式是否試用

(五) 方法與圖示：

第一部分：力從 A 分到 B1、B2

$$F_A = B_1 + B_2$$

$$F_{B1} : F_{B2} = \text{虛線 } B_2 : \text{虛線 } B_1$$

第二部分：力從 B2 分到 C1、C2

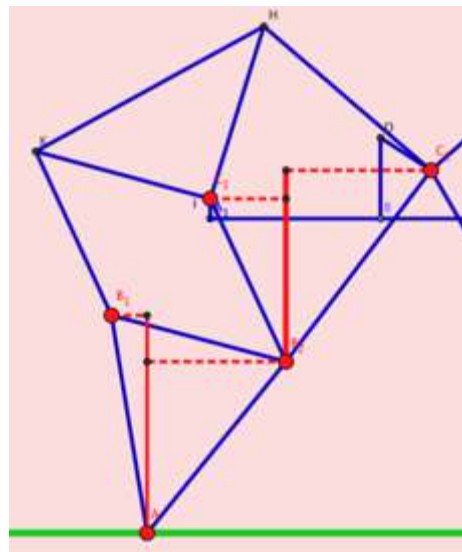
$$F_{B2} = F_{C2} + F_{C1}$$

$$F_{C1} : F_{C2} = \text{虛線 } C_2 : \text{虛線 } C_1$$

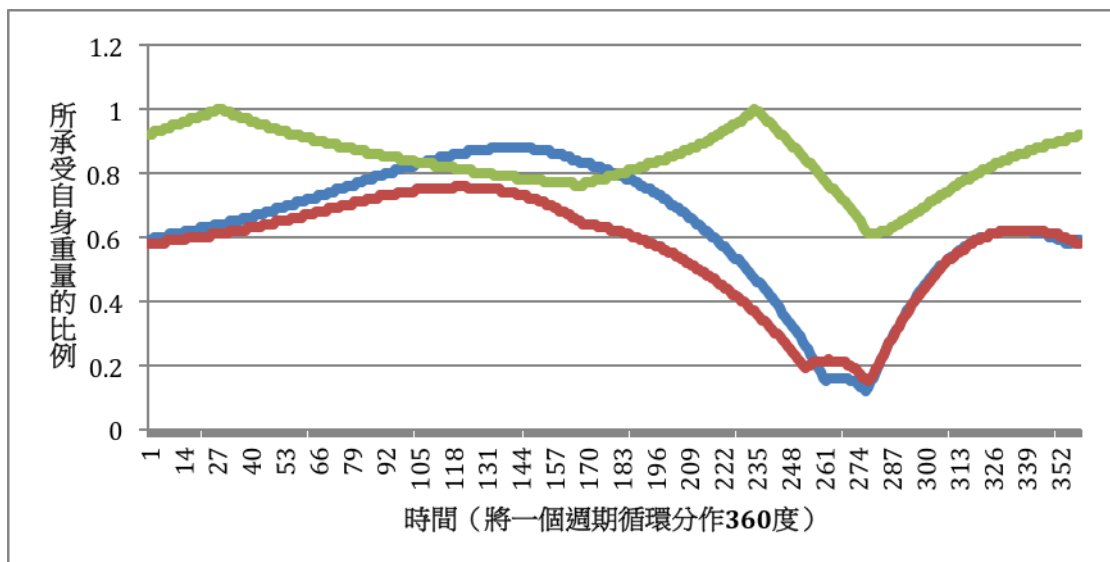
第三部分：C1 的合力、C2 的合力

合力 C1 = (見第二部分)

$$\text{合力 } C_2 = F_{B1} + F_{C2}$$



(六) 實驗結果：利用 Geogebra 計算得到的馬達受力變化圖



(七) 結論：

1. 由實驗結果判定，雖然無法完全與 EV3 數據相似，但已能觀察出力道強弱。
2. 於物理方法的預測上，雖已頗有小成，但仍與實測數據之圖形相去甚遠。

【實驗 3-4】建立能可計算出連桿受力變化的數學方法（進階版-2）

(一) 實驗說明：擴充實驗 3-5 的算法，於 B1 到 C2 的力以分力推導。

(二) 操作變因：所推導出的力矩受力變化圖（見實驗結果所示）

(三) 控制變因：從 EV3 實測得出得馬達出力數據（見實驗 3-2）

(四) 應變變因：比較兩者，已知此公式是否試用

(五) 方法與圖示：

第一步：B1 到 K

FB1 經紅色虛線分為 FB1（斜邊）、FB1（向左）

兩者作用在藍桿（C1~K）上之合力恰為 FB1

第二步：K 到 H

藍桿力矩（C1~K）= 藍桿力矩（C1~H）

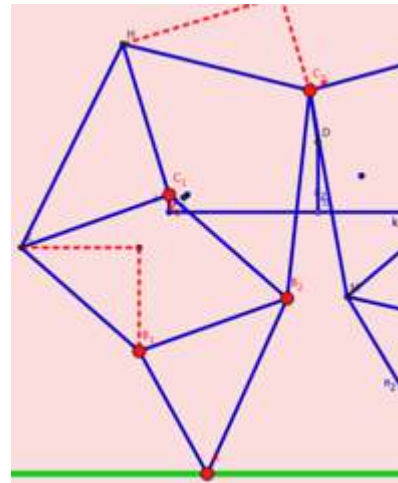
又兩桿于此等長，故 $FK = FH$

第三步：H 到 C2、C1

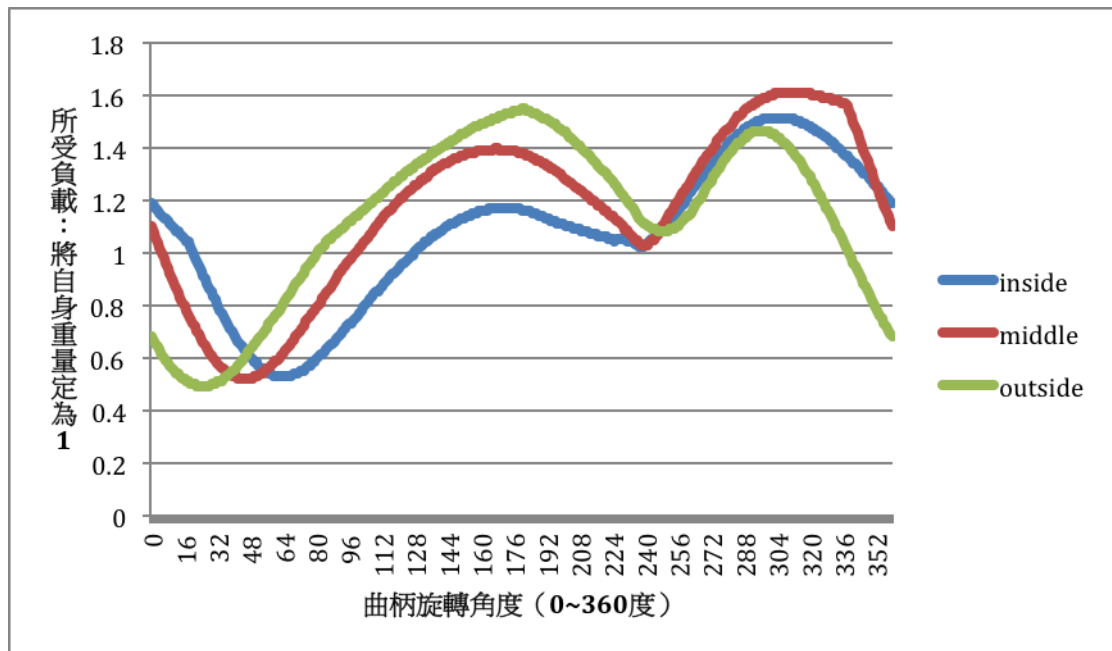
經三點位置依力矩計算可得（如先前之算法）

第四步：C2 到轉軸、另部分力之合力

直接在 Geogebra 中以作圖方法得到



(六) 實驗結果：利用 Geogebra 計算得到的馬達受力變化圖



(七) 結論：

- 1.此結果呈現，確定符合實測中 EV3 馬達所傳回的實驗數據之大小關係了。
- 2.另外，對於波形的起伏變化，較之實驗 3-5 的數據，也大幅逼近實測值了。
- 3.因此，我們應該便能就這樣的算法方式，去解釋與研究仿生獸負載的大小了。

【實驗 3-5】證實串聯多個連桿組後，能相互抵消負載並減低輸出功率的變化

(一) 實驗假設：經由先前數個物理原理所推導出的運算方式可以得知：自身重量的負載將在馬達轉軸上，與轉軸力矩形成合力。但是實際上則是有多個連桿組接在轉軸上頭，因此我們推測其負載將兩兩相抵消，是故以此實驗證明之。

(二) 操作變因：以套筒連接起左右兩顆馬達的轉軸，所測的 EV3 數據

(三) 控制變因：實驗 3-1、3-2 中，未串起左右兩馬達所測的數據

(四) 應變變因：相較後觀察串聯後馬達功率大小變化是否降低

(五) 方法與圖示：

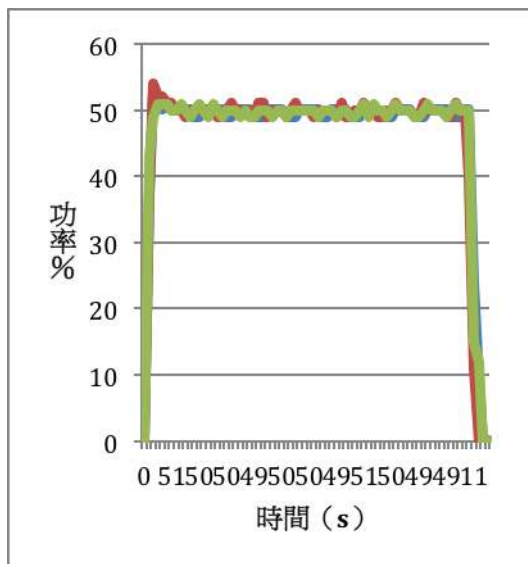


▲圖 3-9-1:連結左右的馬達

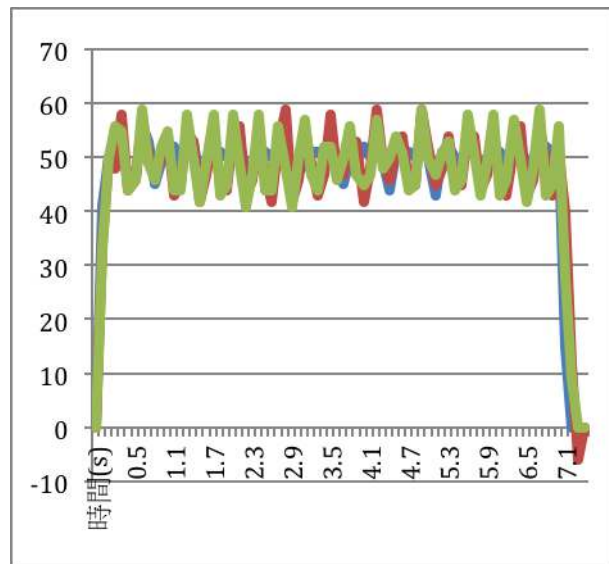


▲圖 3-9-2:分開左右的馬達

(六) 實驗結果：



▲圖 3-9-3:吊起空轉



▲圖 3-9-4:地面行走

(七) 結論：

1. 互相串聯起的這一組數據變化確實小於分開的對照組
2. 由此可證實假設中的猜測：即多個連桿組並聯之時，可以抵消負載
3. 因此，我們于設計下一組仿生獸時，應能增加幾雙腳以產生負載相抵的作用

實驗四、實作一架上樓梯的 3D 列印仿生獸

【實驗 4-1】量測各種材質的最大靜摩擦力，以應用在仿生獸的腳底上










(一) 實驗原理：將物體靜置于一個瓦楞板之上，並緩緩抬升斜面的角度，直至物體開始滑落。令角度為 θ ，則材質相對於瓦楞板的最大靜摩擦力就為 $\cos \theta$ 。

(二) 操作變因：長度為 60cm 的斜面

(三) 控制變因：變化各種材質

(四) 應變變因：抬升後垂直地面的高度

(五) 方法與圖示：

1. 樂高積木	2. 氣球	3. 橡膠指環	4. 橡皮擦	5. 水彩袋
				
6. 橡皮印章墊	7. 砂紙	8. 止滑墊	9. 塑膠墊	
				

(六) 實驗結果：

編號	名稱	三次實驗數據記錄			最大靜摩擦力	排名
1	樂高積木	30	34	31.5	5.64	7
2	氣球	31	33.5	32.5	5.69	6
3	橡膠指環	38.5	40.5	41.5	6.34	3
4	橡皮擦	38.5	34.5	33.5	5.96	4
5	水彩袋	31.5	29	32.5	5.57	8
6	橡皮印章墊	26	28	30	5.29	9
7	砂紙	32	36	32	5.77	5
8	止滑墊	56	59	48	7.37	1
9	塑膠墊	45	40	42.5	6.52	2

(七) 結論：

1. 了解到使用各種不同的材質作為腳尖，摩擦力間的差距竟有此差距。
2. 清楚明白各材質間最大靜摩擦力間的差距，以利於接下來的實驗。

【實驗 4-2】 借由改變仿生獸足底摩擦力的大小，提升行走的效能

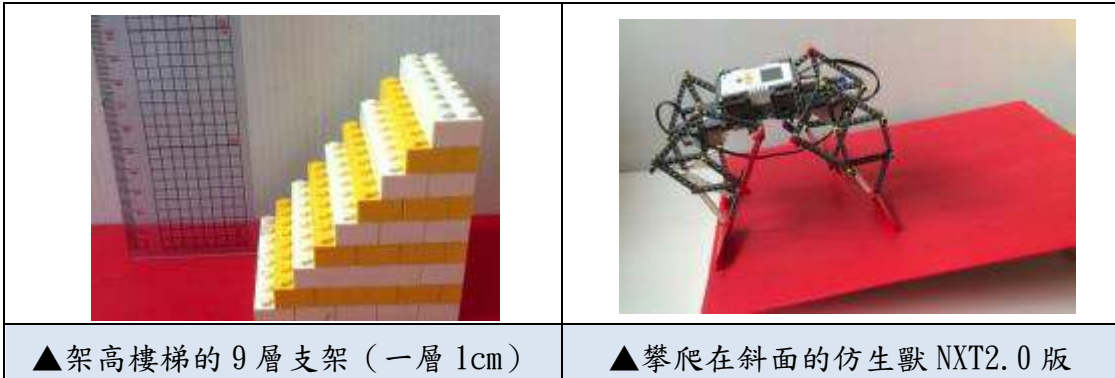
(一) 實驗設計：由實驗 4-1 中，選取出三種材質作為仿生獸的腳底面。分別為#1 純樂高、#2 橡皮印章墊腳、與#3 止滑墊，而最大靜摩擦力排名則分別是第 7、第 9 與第 1。我們便可借此來證明足底摩擦力將影響仿生獸爬坡的效能了。

(二) 操作變因：採用三種不同腳底材質的機器人

(三) 控制變因：自 0~9 層的 10 種坡度，60cm 長的斜坡

(四) 應變變因：以碼表記錄仿生獸在斜面上行走 30cm 的秒數

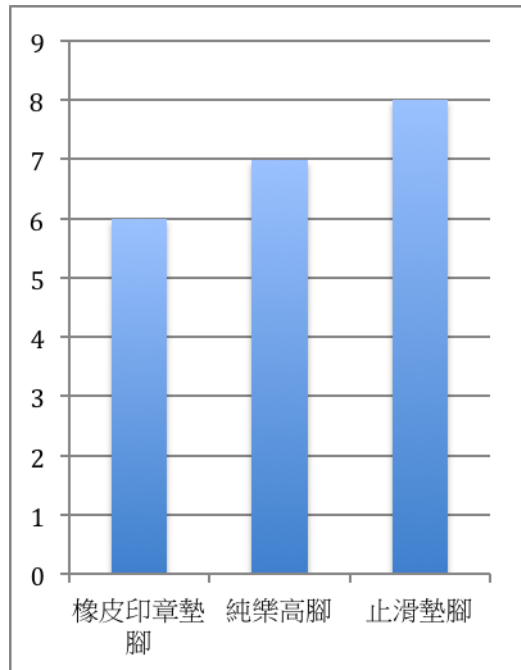
(五) 方法與圖示：



(六) 實驗結果：

層高 (0~9)	第一二三次秒數		
0	1.97	1.84	1.75
1	1.81	1.78	1.84
2	2.5	1.87	2
3	1.75	2.03	2.28
4	1.97	1.94	1.88

層高 (0~9)	第一二三次秒數		
5	2.35	2.13	2.31
6	2.79	2.82	2.5
7	3.78	3.94	3.06
8	2.68	2.59	2.78
9	□	□	□



(七) 結論：

1. 仿生獸腳底材質的最大靜摩擦力之大小，確將影響仿生獸攀高層級的多寡。
2. 腳底材質之最大靜摩擦力（止滑墊>純樂高>橡皮印章墊）越大，則機器人便可以攀上越高的坡度（止滑墊 9>純樂高 8>橡皮印章墊 7）
3. 在此證明此法則後，將可把最大靜摩擦力最大的材質應用於實作仿生獸上了。

【實驗 4-3】透過改變機體的軸距，以收上梯重心之問題

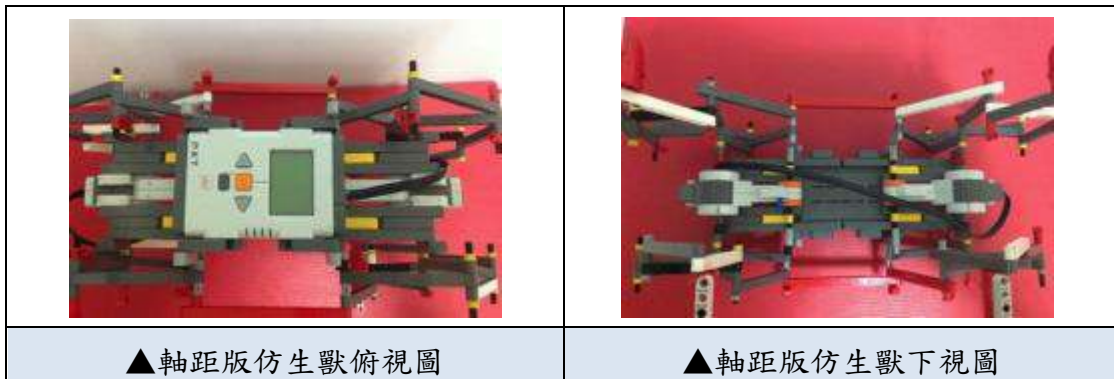
(一) 實驗設計：樂高 NXT2.0 組建四足仿生獸，在固定四腳的位置加入兩道滑渠，將兩顆貫穿兩側兩腳的馬達可至於中間，軸距則可以從 5 調整成 12。因此本實驗揀選了三組：軸距=5、軸距=9、軸距=12，分別測量速率與爬坡高低。

(二) 操作變因：軸距=5、軸距=9、軸距=12 三組

(三) 控制變因：斜面設置、NXT 馬力輸出以程式固定控制

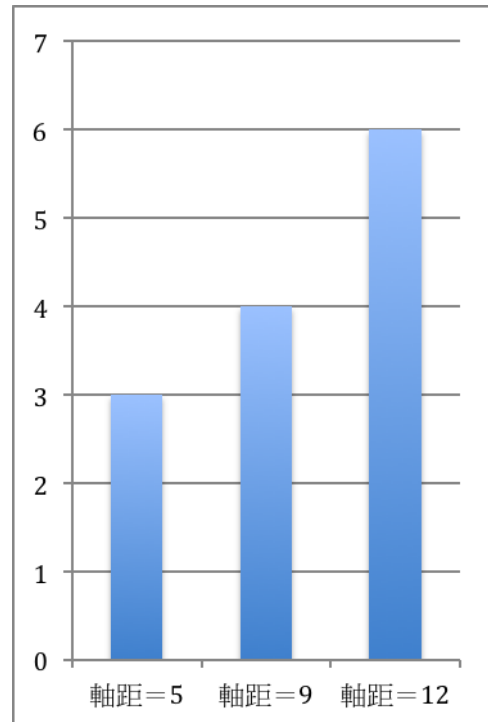
(四) 應變變因：仿生獸速率表現與爬坡高度

(五) 方法與圖示：



(六) 實驗結果：

組別	層級	第一二三次秒數		
軸距 =5	第0層	2.13	2.07	2.22
	第1層	2.22	3.16	2.47
	第2層	2.62	4.09	3.47
	第3層	3.91	5.09	4.47
軸距 =9	第4層	6.9	5.5	4.65
軸距 =12	第5層	6.56	5.72	5.59
	第6層	8.96	7.28	8.03
	第7層	□	□	□
	第8層	□	□	□
	第9層	□	□	□



(七) 結論：




1. 軸距間隔越大者，越能攀上越高層級的斜面而不致傾斜、翻車。
2. 我們得知，機器人的重心恆維持於中心點，是故四足（支撐點）離重心越遠越不易因重心不穩而翻車、傾斜偏曲。

伍、研究結果



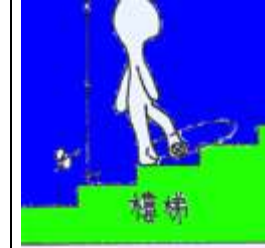
一、仿生學的應用：觀察並找出人類上樓梯的腳步軌跡

(一)說明：我們使用了攝影機記錄人類在三種地形中，腳踝上點軌跡的路徑，並將運動中的人體重心參考點（大腿上端髌骨），畫出的軌跡線為坐標軸原點，記錄人類腳尖所形成的「懸吊於空中的軌跡」，並在此分析與解說。

(二)分析：人類腳步的封閉軌跡如何形成？（此圖中觀察右腳紅線軌跡）

	
狀態一、右腳即將跨出	狀態二、右腳在空中劃過軌跡的上半部
	<p><u>藍線：身體髌骨軌跡線</u></p> <p><u>紅線：腳尖腳踝軌跡線</u></p> <p>1.狀態一～二：空中形成封閉軌跡的上半部曲線，由腳在空中畫出</p> <p>2.狀態二～三：借由身體的向前運動，使腳尖相對於坐標原點（身體髌骨）向後運動，而完成整體軌跡（假設人被懸吊於空中）隱藏的下半部分。</p>
狀態三、身體向前移動，右腳不動	

(三)三種行走狀態類型：平地、上下斜坡、上下樓梯軌跡形狀的差異

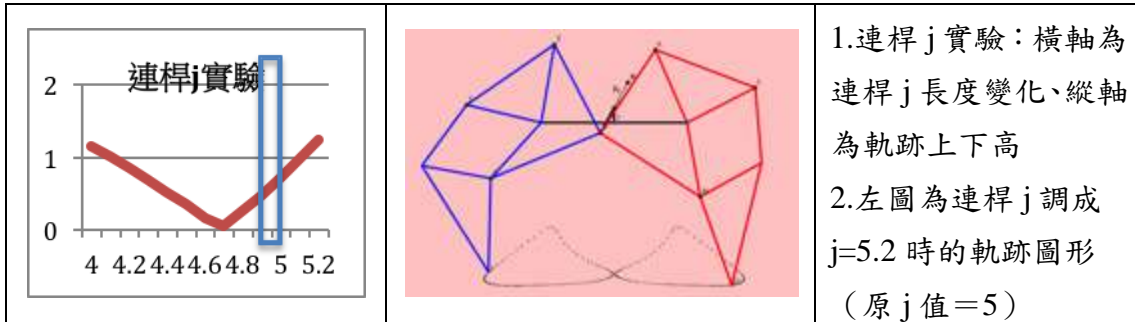
			<p>1.在此假設身體完全垂直於地表</p> <p>2.軌跡會貼和地面的起伏陡斜</p> <p>3.不垂直於身體的軌跡會像是傾斜</p>
軌跡垂直于身體	軌跡身體成夾角	軌跡身體成夾角	

我們觀察到的線形（不封閉）的軌跡線，是由「懸吊於空中的軌跡」與地形起伏交互作用的結果。仿生獸的「懸吊於空中的軌跡」是固定輸出、不會改變的，而人類的「懸吊於空中的軌跡」卻會因應地形而調整形狀。因此，我們歸納出的《軌跡地形理論》即為：相對於平地的「懸吊於空中的軌跡」，人類走上斜面或樓梯時，會因應該處的起伏角度，而一併反映在軌跡的向上或向下的仰角中。

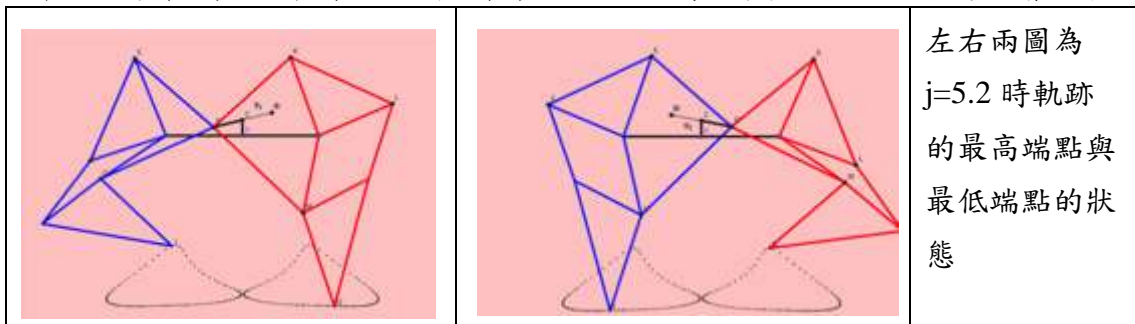
二、以 13 連桿模仿人類軌跡：借由三角數學分析 13 連桿的比例與軌跡生成變化

(一) 數學分析數據圖表的檢視與延伸：

【實驗 2-3】中對於 13 根連桿分別以數學模型去分析「軌跡上下高」的結果中，我們發現：連桿 b、d、e、f、g、h、j、l 長度的變化，都有使「軌跡上下高」的值更大的可能性。但在力學的分析中，過於誇張的連桿拉伸，都使軌跡、結構強度、負載超出揀選的範圍，在這部分上，我們觀察到只有連桿 j 的變化例外。

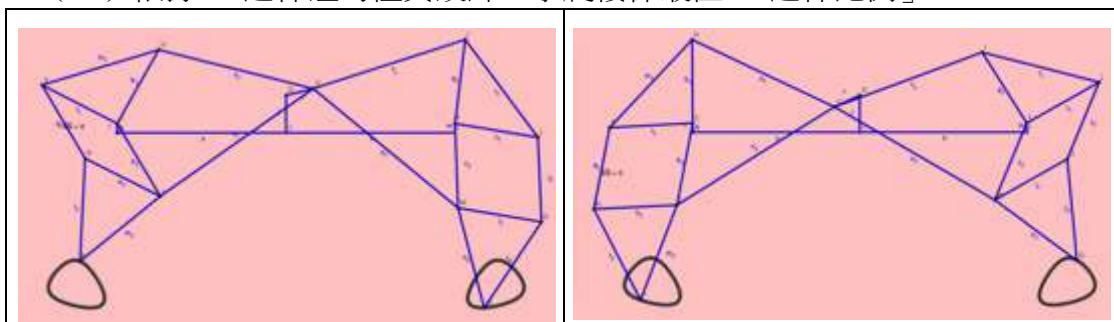


當連桿 j (上曲柄系統的連動軸) 的長度由原值=5，增加到 $j=5.2$ 時，已逐漸逼近連桿 k (下曲柄系統的聯動軸) 的 $k=6.19$ 時，所求的軌跡上下高便增加了。



如上圖，當上下兩曲柄系統的最遠端點生成的時機一致時，軌跡的最高端點便可以拉高了。意即：令上下兩組曲柄的比例接近，就可以在相同的時機點產生最近、最遠點。因此，在我們所設計的「攀爬樓梯最佳 13 連桿比例」設計中，便應用了自連桿 j 軌跡高變化中觀察到的這類現象，如下：

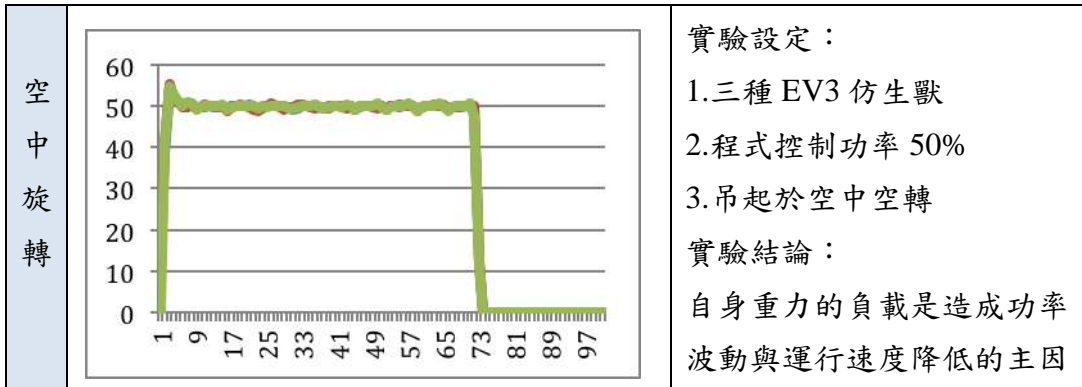
(二) 依據 13 連桿組的性質設計「攀爬樓梯最佳 13 連桿比例」



設計中，我們拉長了 T 形支架的長度與上下兩組曲柄系統的聯動軸長度，使上下兩組系統的比例組成更趨接近，進而讓輸出的最遠、最近兩狀態出現的時候更接近。如上兩圖，即表明了此方法於拉高軌跡上下垂直高度的可行性。

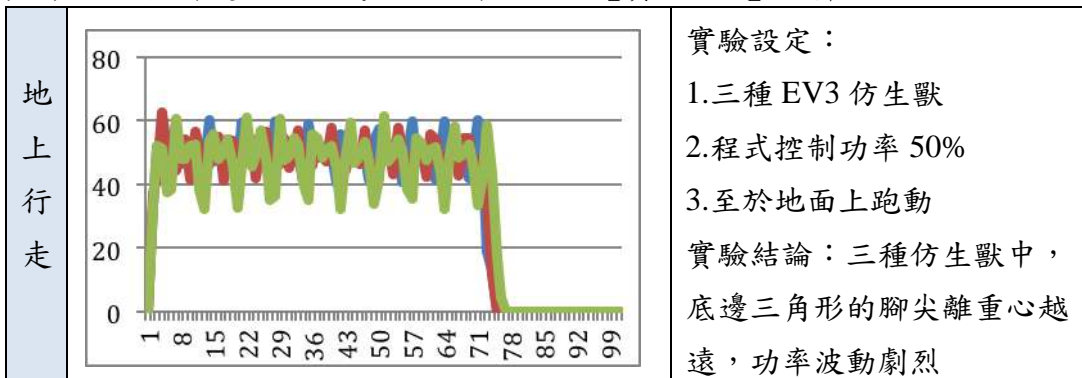
三、仿生獸負載的探討：馬達在行走過程中阻力的來源、形成、影響的關鍵

(一) 仿生獸行走阻力生成來源：以【實驗 3-1】結果推斷分析之



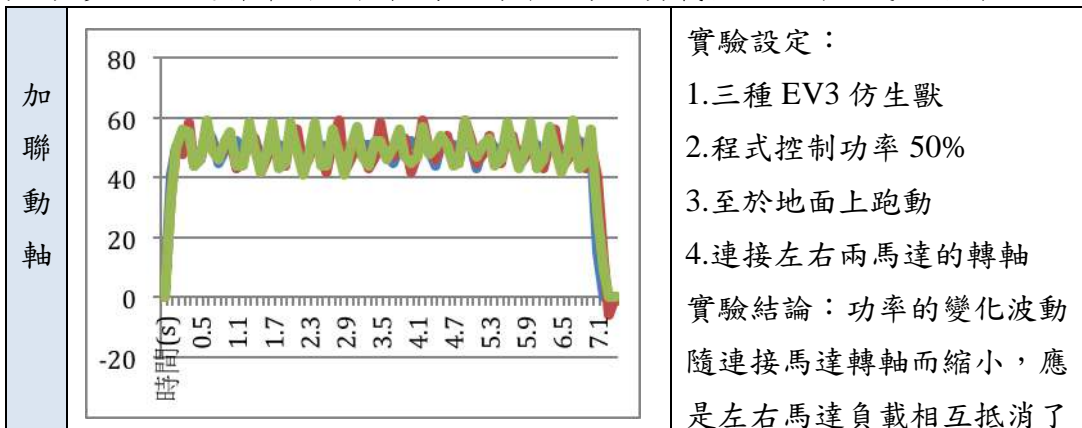
連桿系統中，負責支撐機體的不止是支架、而馬達曲柄亦需承受自身重量。因此，不同於以輪軸為前進機制的運輸工具，仿生獸是由馬達所驅動的 13 連桿組推進，連桿組所需承受的負載來源，又需比輪軸多承受自身重量的阻力。

(二) 仿生獸行走阻力生成方法、原理：以【實驗 3-2】分析之



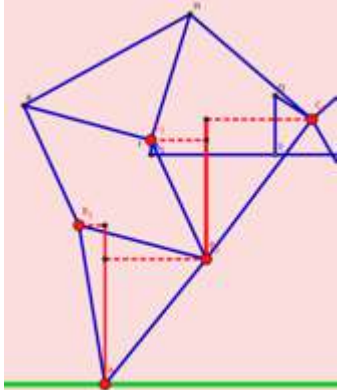
自身重力對馬達曲柄的作用力，實為永遠垂直向上的。因此，輸出功率起伏波動中，波峰及為曲柄旋轉至與向上作用力反向，則自身重量成為阻力、馬達輸出勢必增加以平衡之；波谷的低點成因即反之。對於地面，向下的自身作用力正好可以形成向上的反作用力。而此反作用力恰可解釋表中功率起伏不一的原因，大致可從此力向上傳播的路徑解釋之（見研究結果四以數學、物理方法分析之）。

(三) 多組 13 連桿串聯曲柄軸時的特殊現象：負載相互抵消之成因探討



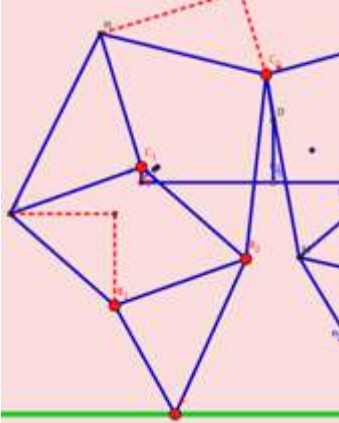
四、將導致負載的物理因子數學化：實驗、模擬、建構數學的分析

(一)【實驗 3-3】結果：以力矩平衡原理分析-作用力自一點傳遞分散到兩點

第 一 步	力 F (自身重量) 從 A (腳尖) 傳導至 B1、B2 $FA=FB1+FB2$ (力量皆向上↑) 由力矩公式導出： $FB1:FB2=$ 虛線 B2:虛線 B1	
第 二 步	力 B2 (接第一步) 從 B2 傳導至 C1、C2 $FB2=FC1+FC2$ (力量皆向上↑) 由力矩公式導出： $FC1:FC2=$ 虛線 C2:虛線 C1	
第 三 步	FC1 直接由機體吸收 FB1 之傳播路徑見第四步	
第 四 步	FC2 在曲柄形成向上力，故時為阻力，時助力	

此方法正是直接從【實驗 3-2】中所導出的方法。在旋轉曲柄所輸入的每個角度中，我們皆假設每一個狀態為靜止時間點，是故呈現靜力平衡狀態。因此實驗結果所顯示的第一個現象：腳尖離重心較遠者、負載起伏較大，我們便設想自身重力的傳遞會從腳尖 A (與綠線地板交會處) 延底邊三角形左右兩邊導到 B1 與 B2，而 B2 向上的負載又延左右兩連桿 (藍線) 導到 C1 與 C2。其間分散力從一點到兩點的方法，我們認為可從「力矩平衡」原理著手，即垂直於力傳播方向的距離比 (力臂)，會反比於所分得的力 (兩力相加仍=原力)。

(二)【實驗 3-4】結果：分力與非垂直式的力矩平衡-使計算結果更趨精確

第 四 步	力 FB1 傳導到 K 由右圖中的虛線分力圖可分出兩力，又此二力同時作用在 K，整理後發現 $FB1=FK$	
第 五 步	力 K 傳導到 H 由於力矩 $K=$ 力矩 H (位於同一剛體三角形上) 所以 $FK:FH=$ 藍線 H:藍線 K	
第 六 步	力 H 傳導到 C1、C2 (如先前力矩分配法) $FH=FC1+FC2$ (力方向垂直藍線 H) 由力矩公式導出： $FC1:FC2=$ 虛線 C2:藍線 H	
第 七 步	自身重力所造成的負載 = $FC2$ (第三步，方向向上) + $FC2$ (第六步，方向垂直藍線 H) 由 Geogebra 導出最終分力後負載	

為使計算結果更符合 EV3 機器人傳回值，我們應用了相同的假設與原理，發展出了另一組不垂直於地面 (垂直於連桿) 的「力矩平衡」。另外，還有一組力從一點傳一點的「分力」分析方法，更逼近實測變化情形。

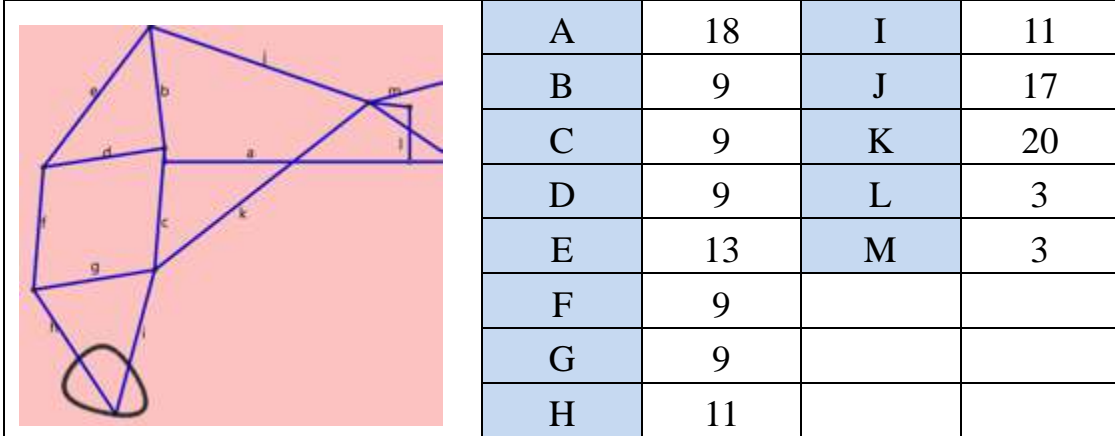
五、影響實作模型的因素：摩擦力、軸距

(一) 摩擦力：只需以斜面測量該材質的最大靜摩擦力，越大者即越佳者

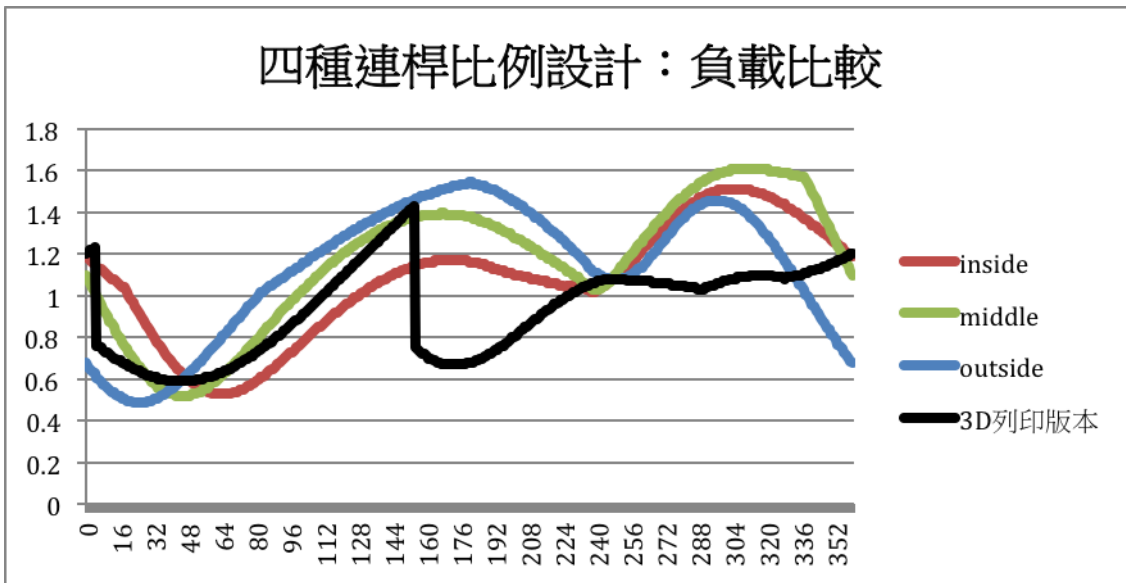
(二) 軸距：在重心固定的前提下，軸距越大者越佳

六、計算、模擬並揀選出出力最低、軌跡最適用、實作效能最高的連桿設計

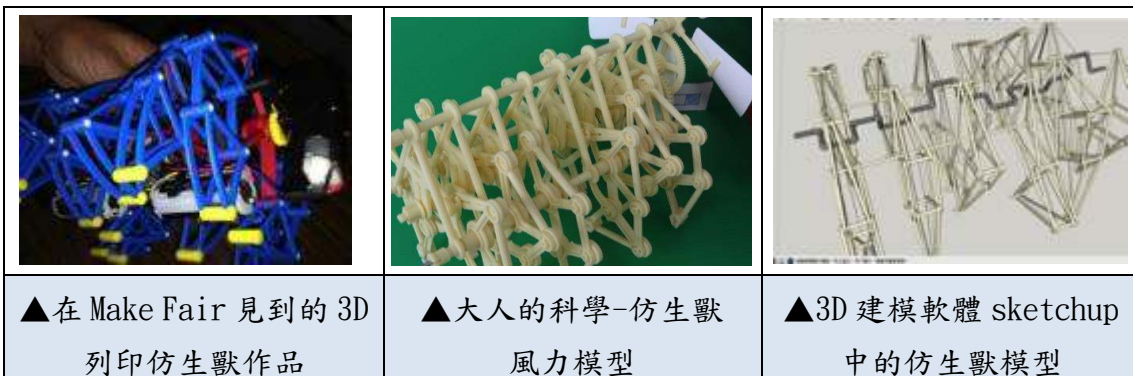
(一) 最佳化軌跡：符合仿生學中人類攀走樓梯的軌跡



(二) 最佳化負載：以力矩平衡原理所設計的完美比例



(三) 3D 列印的仿生獸：綜合所有研究學理，所完成的最佳化仿生獸（如上），並同時具備爬越樓梯的功能。



陸、討論

一、人類軌跡的封閉圖形性質：

其實，所有連續前進的機器、生物、交通工具，其制動件上的點軌跡（懸吊於空中）都是相同的封閉性的圈狀軌跡，才可以產生不間斷、往復的前進動作。

二、人類軌跡遇非平坦地形時產生的仰角現象性質：

在翹起的上樓梯軌跡中，不一定是平地軌跡完全仰起後的圖形，有時只有上半段軌跡的升起、下半部則仍貼近於地面。但此時人體髖骨重心上的軌跡必定也較不平穩、而有上下震盪的現象，因此生物因應地形產生的各種軌跡，實不可一以貫之，但我們仍能擷取期間產生的現象、以達「仿生」之目的。

三、影響 13 連桿組軌跡生成的真正原理：

13 連桿組中包含了 13 個變化的因子（13 根連桿），期間的變化更非單一探討其中一根連桿長度變化便可以窺探之。因此，我們便在【研究 2-2】中設計了數學公式求解軌跡高，但即使寫出了運算式，仍不能掌握變化的規律、更別提應用於設計新的 13 連桿比例了。於是，我們使 13 根連桿分別為 13 組實驗的變因，欲以此觀察連桿組內特別的反應。結果，發現了上下兩組曲柄產生最遠狀態時機點的一致性，將能提高軌跡的高度。最後，雖然我們已藉此設計出最佳的比例，但仍離 13 連桿組比例與軌跡變化的關鍵，還有許多變因尚未掌握。

四、楊森的仿生獸使用何種方法抵消大量負載：

經觀察，楊森雖未探究負載生成的學理，但他的仿生獸中，同時串聯了四十幾、六十組的 13 連桿組，而由【實驗 3-5】亦可得知：楊森仿生獸的負載應已降低到如輪軸般接近零。

五、計算出的負載圖形如何吻合 EV3 主機傳回的輸出功率變化圖：

EV3 傳回的數據中，表現的是仿生獸運轉 10 秒的功率變化圖，因此期間包含了 10 圈上下的馬達轉動。而計算結果的呈現，則是分析了馬達曲柄在一圈 360 度的轉動中，每一角度的出力大小。最後，比較了計算分析波形中包含一個波峰、一個波谷的結果。重複多次後，就可以吻合 EV3 波形圖。

六、最佳化的比例設計何以同時兼顧軌跡與負載性質：

經過拉伸上下曲柄聯動軸與支架長度後，我們可知軌跡可藉此產生上下高度加深的效果。而與此同時，根據「力矩平衡」的分析結果，我們亦可知道在第二層的力傳遞中，可有減低負載的功用，又達軸距拉長的效果。

柒、結論

我們認為將人類行走時產生的軌跡，應用於 13 連桿組中，可有效克服地形的阻礙。於是，透過攝影機組拍攝人類步行於平地、斜面、樓梯等地形的影片，以 traker（影片軌跡軟體）得出腳踝、髖骨的軌跡曲線，並計算出「懸吊於空中的軌跡」，得出一組封閉的圈狀軌跡，並加以研究後，發現人類腳步軌跡傾斜的角度必須 \geq 地形起伏的角度才可以順利走上樓梯或斜面，我們將此稱之為《軌跡地形理論》。

我們應用《軌跡地形理論》在 13 連桿組上去「仿生」人類行走的軌跡。接著，寫出了求解連桿軌跡上下高的三角數學方程組，並觀察了 13 組實驗數據圖表，分別以 13 根連桿長度變化為操作變因，發現其中一項特殊的變化規律：即增加支架與上下兩組曲柄系統的連動軸長度，得以產生最適合樓梯、斜坡等地形的「最佳連桿比例」，以使腳步軌跡產生向上傾斜的角度（須大於地形起伏的角度）。

而 13 連桿組所能承載的自身重量原理，我們也在 EV3 仿生獸主機所傳回的馬達輸出功率變化圖表探究之。在第一組實驗，地面行走狀態的仿生獸，其功率變化相對於懸吊於空中的狀態明顯波動起伏劇烈增加，是故推論，自身重量與負載生成、仿生獸前進阻力之存在有關。於是接續探討負載生成原理、媒介、方法，從三組連桿比例不同的 EV3 仿生獸行走時馬達功率變化的實驗，與藉由物理、數學運算結果相互印證、推導中，得以明白力矩平衡、分力合力影響負載變化之原理。其次，結合物理的分力合力原理，亦可預測串多組 13 連桿組後負載相互抵消的現象，而 EV3 實測結果亦印證了我們的想法。

最後我們綜合了軌跡、負載與軸距的學理，設計出一組適用於樓梯及斜面的「最佳連桿比例」，應用《軌跡地形理論》、增加支架與上下兩組曲柄系統的連動軸長度，以使腳步軌跡產生向上傾斜的角度、力矩平衡、分力合力影響負載變化的研究結果。我們欲應用此攀爬樓梯及斜面的仿生獸 13 連桿組，克服崎嶇地形的能力，期能發展出跨越障礙的機器人，或作為研究仿生機構及 13 連桿組之應用的基石。

捌、參考資料及其他

- 1.Geogebra: <https://www.geogebra.org>
- 2.tracker: <https://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>
- 3.泰奧楊森仿生獸：<http://www.strandbeest.com>
- 4.phun: http://www.algodoo.com/?attachment_id=258
- 5.sketchup: <http://www.sketchup.com/zh-TW>
- 6.師大物理論壇：<http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/phpBB/index.php>

【評語】 030118

非常完整的作品，也運用各種高科技的軟硬體工具。可惜作品未及時完成，呈現於會場。