

中華民國第 55 屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組 物理科

第一名

030109

**Experimental Study on Self-designed
Multi-layer-tank Water Damper for
Mitigation of Structural Response**

學校名稱：臺南市立後甲國民中學

作者： 國三 陳彥辰	指導老師： 胡維娟
---------------	--------------

關鍵詞：Liquid Damper、Wave Breaking、Resonance

得獎感言

大家好：

我叫陳彥辰，畢業於台南市立後甲國中，今年是台南一中的新生。這是我第五年參加科展，很高興可以拿到全國第一名的好成績。

做實驗一直是我生活中最大的興趣，因為我享受自我學習及自己解決問題的過程，如思考實驗的方向、如何進行等。像這次實驗我主要的發想來自 101 大樓的阻尼器，原本我以一顆鋼球去模擬 101 大樓的阻尼器，研究其減振效應，但效果不是很好。一次我靈機一動，以一個寶特瓶裝水製作成液體阻尼器做試驗，意外發現減振效果明顯比傳統方法好，因此本實驗中我將液體阻尼器的特性做完整的研究並探討其應用性。

為了完成這個實驗，我自己學習了非常多的背景知識，如一些數學或物理的概念，熟悉各式分析軟體的使用，也查閱不少相關的前人研究等，這種 problem-based learning 使我學得更多、更深入，學校的制式教學是達不到的。

在實驗中，我也時常碰壁。例如有了數據不知如何分析，有了實驗結果卻不知該如何解釋，這時查閱參考文獻、找師長討論互相交流才有機會克服盲點。嘗試解決問題是科展最有意義的部分，往往也是創新點子的來源。這個過程充分訓練我獨立思考，它使我對科學研究充滿熱情，也是支撐我能夠投入這麼多年的動力。

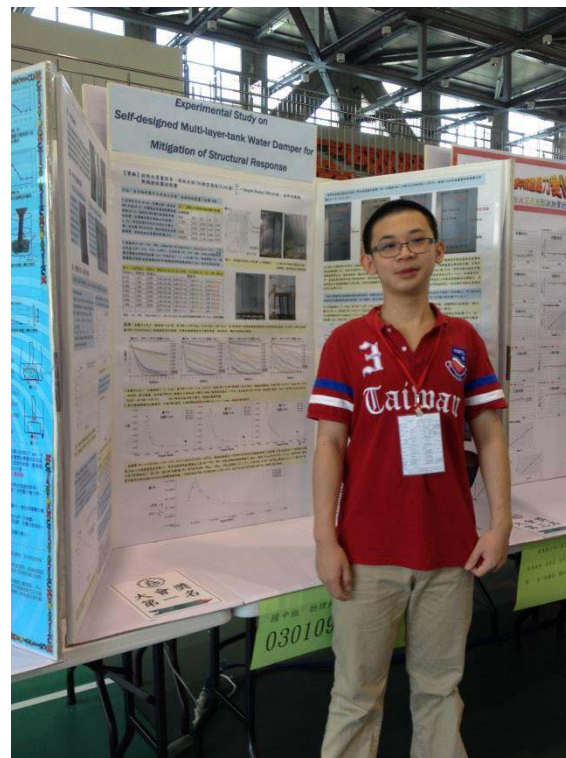
最後，我最想說的是，藉由科學研究，我的思想得到自由，可以接觸更廣的世界。它讓我得以自主學習、獨立思考並樂於解決問題，從中獲得的知識更扎實，在此呼籲對科學有興趣的學生們多多加入做科展的行列，堅持自己的興趣，把它做到最好，謝謝大家！



在與大師對談中提問李遠哲院士，登上當日科展快報



上台領獎



與實驗海報合影

摘要

自製震動台模擬建築物受力時的振動模式；另設計多層容器(Multi-layer-tank)盛水的液體形式阻尼器，探討 Depth Ratio(水深/容器長)、振幅、Mass Ratio(水質量/總質量)對減振效應的影響。實驗方法以「振動參數」(週期、衰減係數、時間)量化減振效應。調整 Depth Ratio 使水自然擺盪週期(T_n)接近震動台週期(T_v)($PR = T_n / T_v \approx 1$)，易產生碎波現象(wave breaking)，造成系統能量消散，減振效應顯著。震動台振幅越大，碎波發生可能性越高，減振效應也越佳。且當 $PR \approx 1$ 時，Mass Ratio 變化對減振效應影響不顯著；若 $PR \neq 1$ ，當 Mass Ratio = 4.63 %，減振效應最顯著。實驗證實調整多層容器盛水液體阻尼器的特定參數，可有效達到減振效果。

壹：研究動機

在我去年全國科展(54 屆)的研究中，以簡易單擺(圖 1 a)模擬 101 大樓的調諧質量阻尼器(圖 1 b)，探討其減振效應。同時在實驗中，嘗試以保特空瓶裝水(圖 1 c)製作成「液體阻尼器」來解釋單擺阻尼器減振效應的力學原理，竟發現其減振效應優於單擺近 47 %！故進一步探討哪些參數會對液體阻尼器的減振效應造成明顯影響？如何影響？因而引發本實驗研究的動機。



貳：研究目的

- 一、自行設計組裝簡易型震動台模擬大樓建物的振動模式；並嘗試量化比較參數來評估其減振效應。
- 二、另自行設計多層盛水容器，控制水在相同質量條件下，調整水深度(D)與容器長度(L)的比值(D / L；Depth Ratio)，藉以評估 Depth Ratio、振幅、質量等參數對減振效應的影響。

參：研究設備及器材

(一)、自製震動台來模擬大樓建物的振動模式

自製震動台設計圖如圖 2 a，使用五根不鏽鋼彈簧(S)(直徑 3.5 cm、長 30 cm)，上、下使用鐵片(F)(長 30 cm、寬 20 cm、厚 0.2 cm)焊接固定成震動台，往後實驗將以此裝置模擬大樓建物受力時的振動模式。實驗時平推震動台至定位擋板(PP)，控制固定振幅大小。成品實體如圖 2 b。

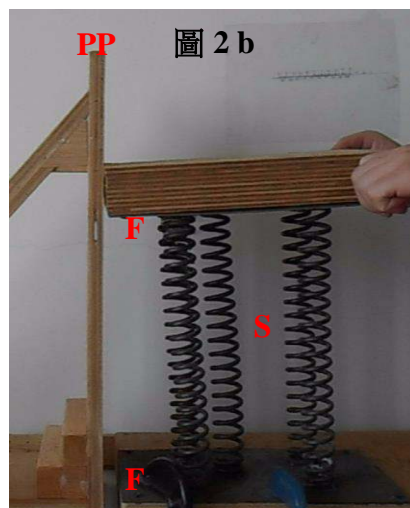
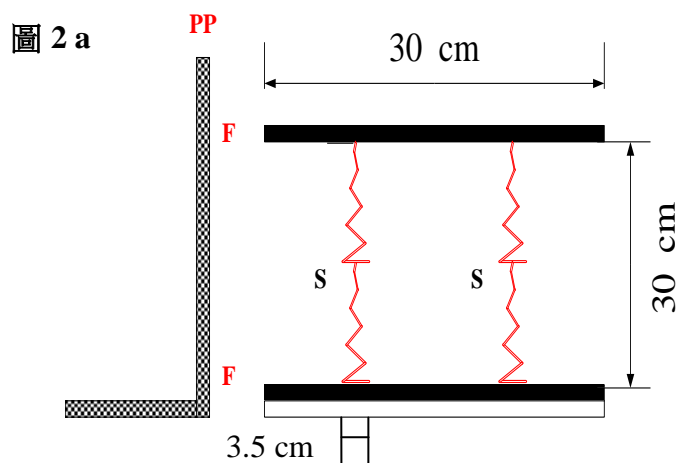


圖 2 a：自製震動台設計圖 F 鐵片(長 30 m、寬 20 cm、厚 0.2 cm)； S 彈簧(直徑 3.5 cm、長 30 cm)； PP 定位擋板 圖 2 b：震動台實體圖片

(二)、影像錄製、測量方式及分析軟體

震動台橫推固定距離後左右擺動時，數位相機(Nikon)於定點用腳架固定後錄下其振動過程，影像(MPEG 格式)再匯入微軟 Window Movie Maker/Win XP 軟體，以預設值固定時間間隔(Δt)每 0.07/ 0.06/ 0.07 秒(圖 3)的重複順序進行影像擷取(每秒擷取 15 張圖片)，每張圖片內參考線與橫尺刻度可測量相對應時間(t)的位置(x)資料，再鍵入 Excel(微軟 Window office 2003)軟體繪圖及資料分析(在本文實驗方法中，上述這些步驟皆以「影像錄製、測量及分析」來簡述)。

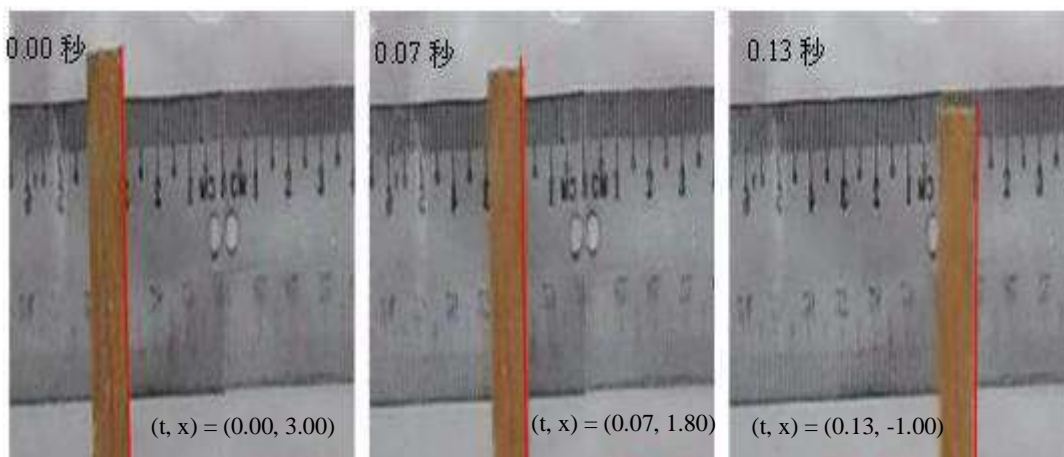


圖 3：參考線(紅線)與橫尺刻度，測量相對應時間-位置(t, x)資料

肆：研究過程或方法

【前置實驗】

(一)、選擇「振動參數」來評估減振效應，並以此驗證震動台平推固定振幅產生週期運動的信賴度

1、量化時間-位置曲線波峰振幅衰減效應的數學原理

震動台上部負載 1 kg 砝碼，再依前述方式平推 1 cm 的振幅，經影像錄製、測量及分析，繪製初始 2 秒時間-位置曲線(圖 4 a/ 藍線)，觀察其波峰隨著時間增加逐步衰減，其彈力位能(力學能)亦隨時間增加逐步減低，推測應有阻滯力存在才會造成波峰衰減效應及能量的消散。為了量化阻滯力造成波峰衰減的程度，我們將每個週期的波峰點連線並延伸 30 個週期(圖 4 a/ 紅虛線)，觀察波峰自 1 cm 緩慢逐步衰減漸趨近於 0；意即若時間無限延長，振幅最終衰減為 0(彈力位能 = 0)，振動則完全停止(力學能 = 0)。這圖形約呈指數關係遞減，可用方程式(式 1)模擬：

$$x = x_0 e^{-ct} \quad (1)$$

(x：波峰位置，t：時間；c、 x_0 為常數， $c > 0$ ， x_0 ：初始振幅)

為了驗證指數關係是否合理，故將上式取自然對數(ln)：

$$\ln x = \ln (x_0 e^{-ct}) = \ln e^{-ct} + \ln x_0 = -c t + \ln x_0 \quad (2)$$

意即波峰位置對數值(ln x)與時間(t)在數學上呈線性相關，且式(2)之 c 值約可量化其衰減效應。故我們針對 ln x 與 t 繪圖(圖 4 b/ 藍虛線)，其連線應約呈直線關係，並可用 Excel 軟體趨勢線(迴歸線)功能模擬直線的對應方程式(圖 4 b/ 紅線)：

$$\ln x = -0.1488 t - 0.2183 \quad (R^2 = 0.9824 \text{ 註}) \quad (3)$$

(註： R^2 值在 Excel 中表示「決定係數」，決定係數介於 1 與 0 之間，趨勢線(迴歸線)越適合圖形，則 R^2 值越趨近 1，反之則 R^2 值越趨近 0)。

式(3)之 c 值 0.1488 約可量化振幅的衰減效應，故 c 值越大，代表振幅衰減效應越顯著。上述數學式中，時間(t)與初始 30 個週期波峰位置自然對數值(ln x)的線性斜率絕對值(c)約可用來描述初始 30 個週期振幅的衰減效應，我們以「衰減係數(c)」來簡述。若有某種裝置設計，可讓 c 值明顯變大，則推測此裝置振幅衰減效應較顯著，且若 R^2 值越趨近 1 ($R^2 \geq 0.9$)，則波峰振幅規則地指數型衰減(exponential decay)的信賴度越高，換句話說可讓建築物受力後，振幅規則性逐步下降，振動較穩定，且 c 值的信賴度亦較高；反之，若 R^2 值越趨近 0 ($R^2 < 0.9$)，則振幅可能忽大忽小，呈不規則衰減，高低起伏，振動亦較不穩定，且 c 值的信賴度亦較低。故下述實驗評估液體形式阻尼器的減振效應，即評估是否可讓 c 值明顯變大，且 R^2 值越趨近於 1。

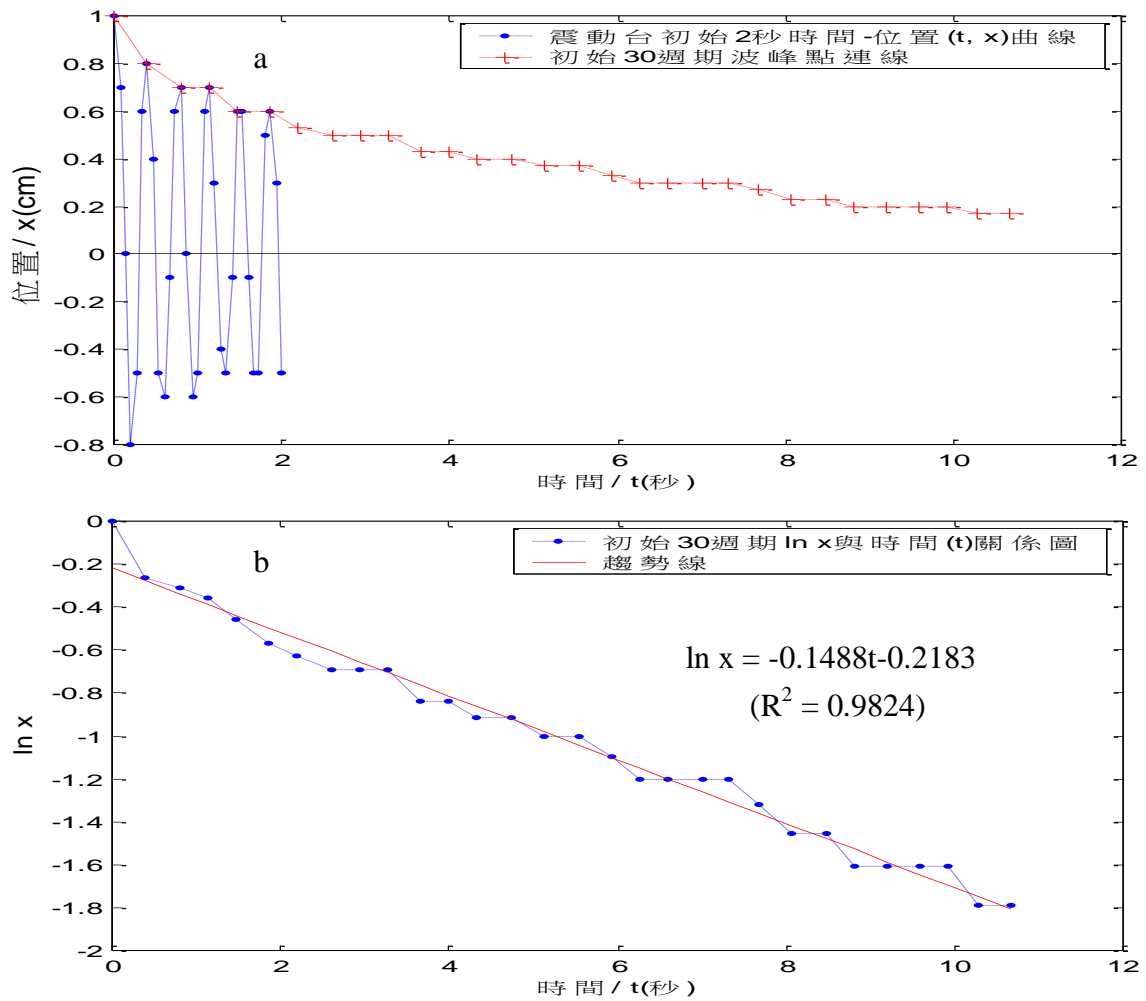


圖 4：a. 震動台初始 2 秒時間-位置(t, x)曲線(藍線)及初始 30 週期波峰點連線(紅虛線)，波峰自 1 漸趨於 0；若時間無限延長，振幅最終衰減為 0，振動則完全停止
 b. 初始 30 週期之波峰位置對數值($\ln x$)與時間(t)關係圖(藍虛線)，並以趨勢線(紅線)來模擬表示

2、定義最大振幅衰減百分之 60 所需時間(秒)以 D_{60} 來表示(圖 5)。 D_{60} 越大，則代表在相同振幅條件下建物振動的時間越久；反之則建物振動越快停止。

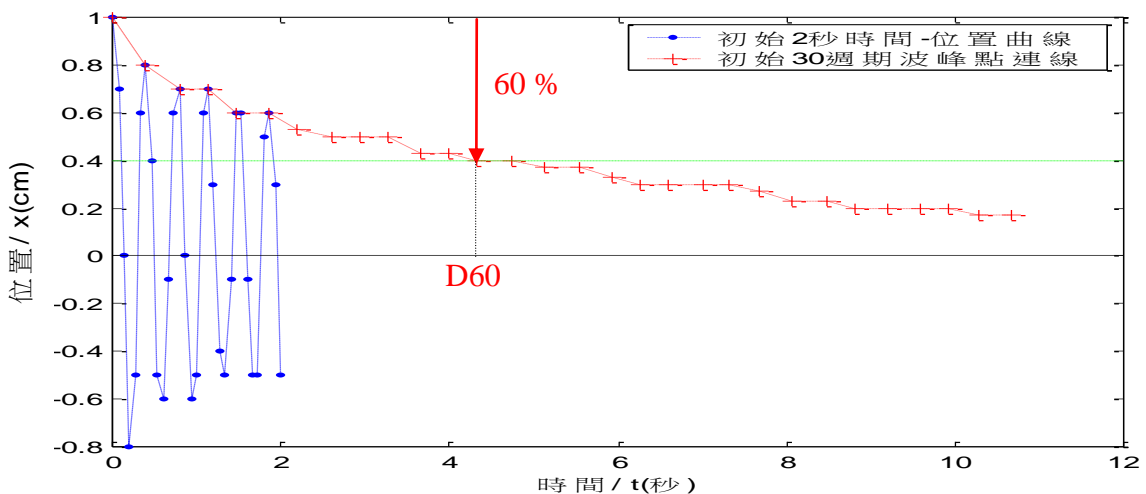


圖 5：最大振幅衰減 60 %所需時間(D_{60})

3、平推震動台振幅 1 cm(圖 6)，重複實驗三次，繪製初始 2 秒時間-位置曲線及初始 30 週期波峰點連線(圖 7)，並計算上述震動台振動週期(以「 T_v 」表示)、 c/R^2 值(註 1)、D60 的平均值(a)、平均差(d)(註 2)、差值比(d/a)(註 3)。表 1 中各項參數分析之差值比皆小於 5%，且圖 7 中時間-位置曲線及波峰點連線三次結果的重疊性高。平推震動台固定振幅產生穩定週期運動的信賴度佳，且三項參數的信賴度亦皆在可接受的範圍內(差值比 < 5%)。故後續正式實驗中，皆採用控制振幅長度方式來製造震動台的週期運動，並套用前述三項分析方式(T_v 、 c/R^2 值、D60)來評估震動台振動模式的減振效應，因而將 T_v 、 c/R^2 值、D60 三項合稱「振動參數」。故最佳化的減振效應意即減振裝置可讓震動台之 T_v 變長(振動較緩慢)、 c 值變大(振幅衰減效應較佳)，且 D60 變小(相同振幅條件下振動時間減短)。 R^2 值越趨近於 1 ($R^2 \geq 0.9$)，趨勢線模擬振幅規則地由高到低指數型衰減(exponential decay)的信賴度高，且 c 值的信賴度亦較佳。(註 1：由於 R^2 值會影響 c 值模擬振幅規則性衰減的信賴度，兩者之間互有邏輯相關性，故以 c/R^2 值成對表示)

(註 2：平均差(d)= 測量值(x)減平均值(a)之絕對值總和，再除以其樣本數(n)

$$= \frac{1}{n} \sum |x - a|$$

；藉以評估測量資料的變異性(deviation) [1]，可用 Excel

軟體 AVEDEV 函數自動計算，平均差越大，代表測量結果變異性越高)

(註 3：差值比(d/a) = 平均差(d)/平均值(a)；用以評估測量結果的信賴度(precision)，可用 Excel 軟體 AVEDEV/ AVE 函數自動計算，本文中定義若差值比小於 5%，表示測量的誤差在可接受的範圍內，測量結果變異性與平均值相較百分比低，或信賴度較高。)

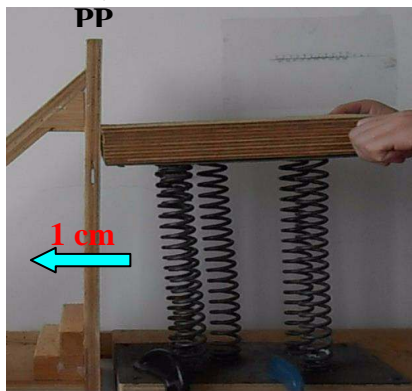


圖 6：平推震動台至定位擋板 (PP)，控制振幅 1 cm

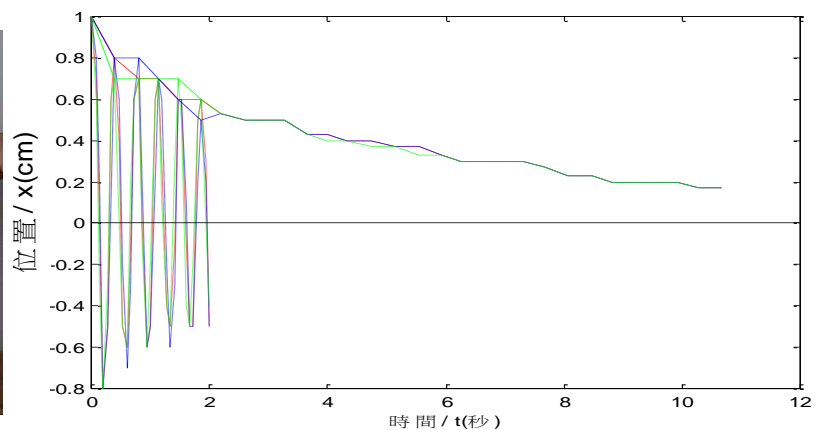


圖 7：震動台初始 2 秒時間-位置曲線及初始 30 週期波峰點連線(重複實驗 3 次)

表 1：震動台 T_v 、 c/R^2 值、D60 之平均值/ 平均差/ 差值比						
	第一次(X_1)	第二次(X_2)	第三次(X_3)	平均值(a)	平均差(d)	差值比(d/a)
T_v (秒)	0.333	0.333	0.333	0.333	0.000	0.00 %
c	0.149	0.148	0.149	0.149	0.001	0.33 %
R^2 值	0.982	0.983	0.975	0.980	0.003	0.35 %
D60(秒)	4.330	4.000	4.330	4.220	0.147	3.50 %

平均差：測量值(x_n)減平均值(a)之絕對值總和，再除以其樣本數(n) $d = \frac{1}{n} \sum |x_n - a|$

差值比：平均差/平均值(d/a)

由於震動台振動時除水平分量之位移，亦有微量垂直分量上的位移；測量平推 3.0 cm 振幅之垂直位移約 0.30 cm，在此範圍內測量分析需有更精密的儀器。故本實驗僅探討水平分量的影響，並未討論垂直分量的影響。

(二)、評估震動台平推振幅對振動參數的影響

為了比較震動台平推振幅是否會產生不同的振動模式？於震動台上靜置總重 1.5 kg 砝碼(三顆 0.5 kg 砝碼/ 圖 8 a)，控制固定質量負荷。將震動台上部檯面分別平推 1、2、3 cm 振幅(圖 8 b)，每組實驗三次，經影像錄製、測量及分析，比較平推振幅對振動參數(T_v 、 c 、 R^2 值、D60)的影響。表 2 中顯示， T_v 、 c 、D60 並不因振幅(amplitude)變化而造成影響，各組 T_v 、 c 、D60 之差值比(between amplitude)皆小於 5%(* 標示 / 表 2)，表示三組振動週期及振幅衰減效應皆相近， R^2 值皆大於 0.9，表示趨勢線模擬振幅規則性逐步衰減的信賴度高；且振幅衰減 60 %所需時間亦相近。故在無任何其他外加因素的影響下，可視實驗需要選擇平推振幅大小。

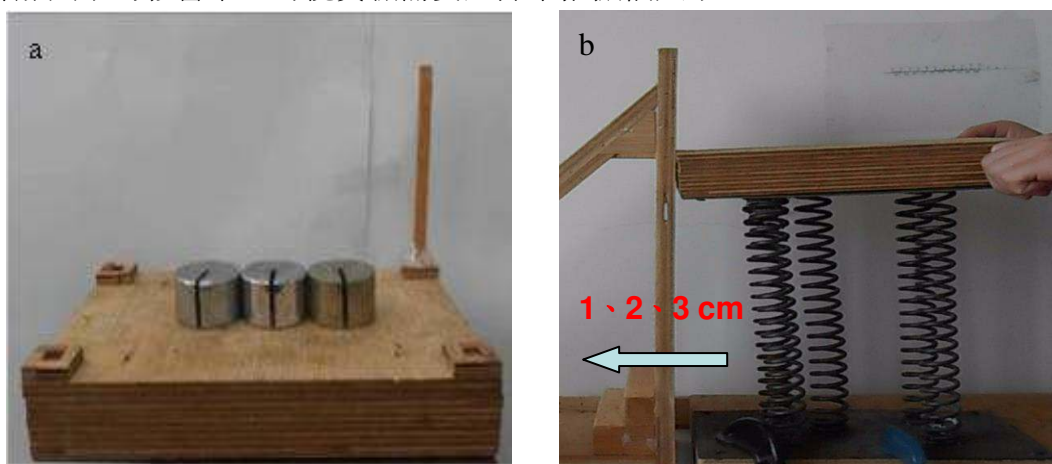


圖 8： a. 震動台上靜置總重 1.5 kg 砝碼(三顆 0.5 kg 砝碼)，控制固定質量負荷
b. 以手平推震動台至定位擋板(PP)，控制平推振幅分別為 1、2、3 cm

表 2：比較平推振幅(amplitude)大小對振動參數的影響

振幅	振幅 1 cm	振幅 2 cm	振幅 3 cm	差值比 / between amplitude
T_v (秒)	0.390	0.400	0.400	1.12 % *
c	0.098	0.095	0.096	1.15 % *
R^2 值	0.939	0.946	0.958	0.73 % *
D60(秒)	5.870	6.400	6.470	4.01 % *

T_v ：震動台平均振動週期 c ：衰減係數 R^2 值：決定係數 D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間
差值比：平均差/平均值 *：差值比(between amplitude) < 5%，代表振幅對振動參數影響不顯著

(三)、評估震動台負重對振動參數的影響

實驗組震動台上分別靜置 0.5、1.0、1.5 kg 的砝碼，平推震動台振幅 1 cm，對照組則不放置砝碼(0.0 kg)。每組實驗三次，經影像錄製、測量及分析，比較震動台負重對振動參數(T_v 、 c 、 R^2 值、D60)的影響。結果顯示當震動台負重越大，則 T_v 隨之增加， c 值隨之越小，D60 亦隨之增加(▲標示/ 表 3)，代表振動週期越長且振幅衰減效應變差，振動時間亦較長。而各組 c 值之 R^2 值亦皆 0.9 以上，表示趨勢線模擬振幅規則性逐步衰減的信賴度高。

表 3：比較震動台負重(loading)對振動參數的影響

砝碼質量(kg)	0.0 (對照組)	0.5	1.0	1.5	差值比(between loading)
T _v (秒)	0.317	0.350	0.370	0.390	6.517 % ▲
c	0.301	0.295	0.149	0.098	41.400 % ▲
R ² 值	0.910	0.955	0.982	0.939	2.324 %
D60(秒)	0.670	1.130	4.330	5.870	70.000 % ▲

T_v：震動台平均振動週期 c：衰減係數 R²值：決定係數 D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間
 差值比：平均差/平均值▲：差值比(between loading) > 5%，震動台負重對振動參數有造成影響

【實驗方法】控制水質量因素，再依水深(D)與容器長(L)比值($\frac{D}{L}$ = Depth Ratio/ DR)

分組；並評估振幅對減振效應的影響

(一)、自行設計製作多層盛水容器，在相同水質量下改變 Depth Ratio

由前置實驗(三)結果顯示：震動台負重變化會影響振動參數(T_v、c 值、D60/ 表 3)。為了評估 Depth Ratio(D / L)的變化對振動參數的影響，同時又控制水質量相同，故只能藉由改變容器的寬度(W)來符合上述條件。因此我們自行設計直立式多層盛水容器(圖 9 a)，以壓克力製作內徑長(L)18 cm、高 36 cm 的長方體盛水容器(圖 9 b)，容器前後方向的寬度(W)則設計多層分隔。正中央 2 格以 0.5 cm 分格，其餘前後各六格，每格 1 cm，總共 14 層分格。如此可在調整 Depth Ratio 的同時，配合寬度注水格數改變，控制各組水質量相等。容器底座雙側固定支架共 6 個鑽孔，藉此將容器以螺絲鎖緊固定於震動台上部。

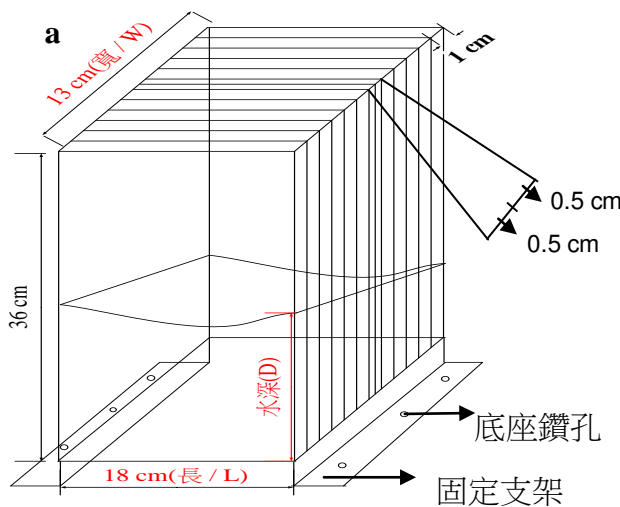
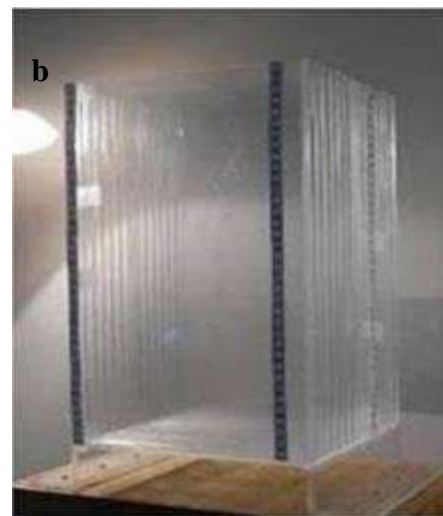


圖 9：a. 自製多層盛水容器設計圖



b. 自製多層盛水容器實體圖片

(二)、應用上述設計之容器，將水 162、324、486、648 ml(Mass Ratio/ MR = $\frac{\text{水質量}}{\text{總質量}}$ 分別為 1.59、3.14、4.63、6.09 %)依 Depth Ratio 分組如表 4。在容器固定長(L)18 cm 的條件下，改變水深(D)可將水依 Depth Ratio 分組為 0.125、0.167、0.200、0.250、0.333、0.500、1.000 共七組，同時配合寬度(W)注水格數的調整，控制各組水質量相等(圖 10 a)。另將質量為 162、324、486、648g 的砝碼置於空容器底座 L 型支架懸空處位於平台正中央當對照組(圖 10 b)，在左側以定位擋板控制平推振幅分別為 1、2、3 cm(圖 10 c)，每組實驗五次，經影像錄製、測量及分析，繪製時間-位置曲線之波峰點連線(初始 30 週期/ 研究結果：圖 11、12、13、14)，並分析振動參數(T_v、c 值、D60)。

表 4：水深度(D)、長度(L)、寬度(W)/ 依 Depth Ratio(DR = D/L)分組，水量分別為 162、324、486、648 ml，Mass Ratio(MR)分別為 1.59、3.14、4.63、6.09 %

DR(D/L)	深度(D)(cm)	長度(L)(cm)	寬度(W)(cm)			
0.125	2.25	18.00	4.00 (162 ml)	8.00 (324 ml)	12.00 (486 ml)	16.00 (648 ml/ ×)
0.167	3.00	18.00	3.00 (162 ml)	6.00 (324 ml)	9.00 (486 ml)	12.00 (648 ml)
0.200	3.60	18.00	2.50 (162 ml)	5.00 (324 ml)	7.50 (486 ml)	10.00 (648 ml)
0.250	4.50	18.00	2.00 (162 ml)	4.00 (324 ml)	6.00 (486 ml)	8.00 (648 ml)
0.333	6.00	18.00	1.50 (162 ml)	3.00 (324 ml)	4.50 (486 ml)	6.00 (648 ml)
0.500	9.00	18.00	1.00 (162 ml)	2.00 (324 ml)	3.00 (486 ml)	4.00 (648 ml)
1.000	18.00	18.00	0.50 (162 ml)	1.00 (324 ml)	1.50 (486 ml)	2.00 (648 ml)
			MR = 1.59 %	MR = 3.14 %	MR = 4.63 %	MR = 6.09 %

DR：Depth Ratio MR：Mass Ratio

(×)：DR = 0.125(水 648 ml)因容器寬度格數不足 16.00 cm，故無法實驗

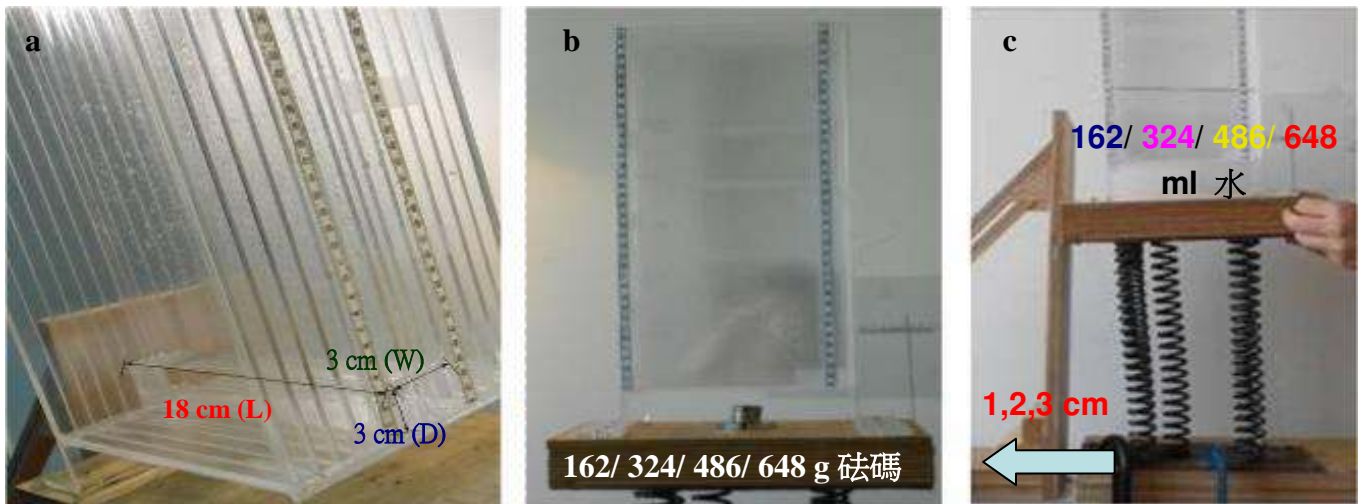


圖 10：a. 在容器固定長(L)18 cm 的條件下，改變水深(D)，藉此依 Depth Ratio 分組；同時配合寬度(W)注水格數的調整，控制各組水質量相等(Ex: W = 3 cm; Depth Ratio = 0.167) b. 質量為 162、324、486、648 g 的砝碼置於容器底座 L 型支架懸空處當對照組 c. 以定位擋板控制平推振幅分別為 1、2、3 cm

伍：研究結果

一、比較四組 Mass Ratio 條件下，各組時間-位置曲線之波峰點連線(初始 30 週期/ 圖 11、12、13、14)。當 Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63 %時，每組 Depth Ratio 條件下波峰點連線皆呈規則性逐步衰減，並無高低起伏(圖 11、12、13)。而當 Mass Ratio = 6.09 %時，實驗組僅 Depth Ratio = 0.167 一組振幅規則地由高到低逐步衰減，其餘各組振幅皆呈不規則衰減，高低起伏(圖 14)。

Mass Ratio = 1.59 % (水 162 ml)

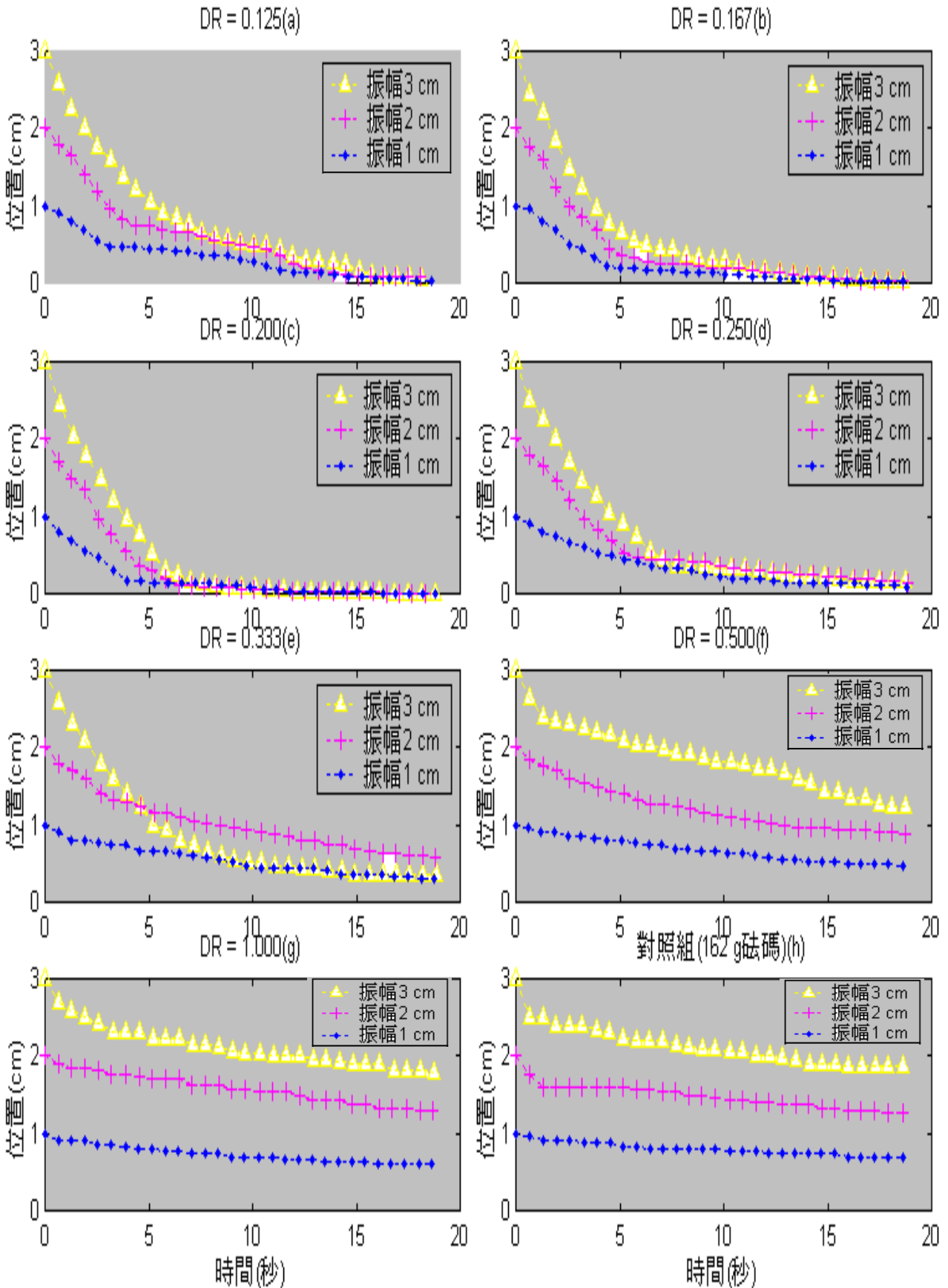


圖 11：Mass Ratio = 1.59 % (水 162 ml)，平推振幅 1、2、3 cm，Depth Ratio(DR)分別為 0.125(a)、0.167(b)、0.200(c)、0.250(d)、0.333(e)、0.500(f)、1.000(g)及對照組(容器 + 162 g 砝碼/ h)之時間-位置曲線初始 30 個週期波峰點連線。每組 Depth Ratio 條件下波峰點連線皆呈規則性逐步衰減

Mass Ratio = 3.14 % (水 324 ml)

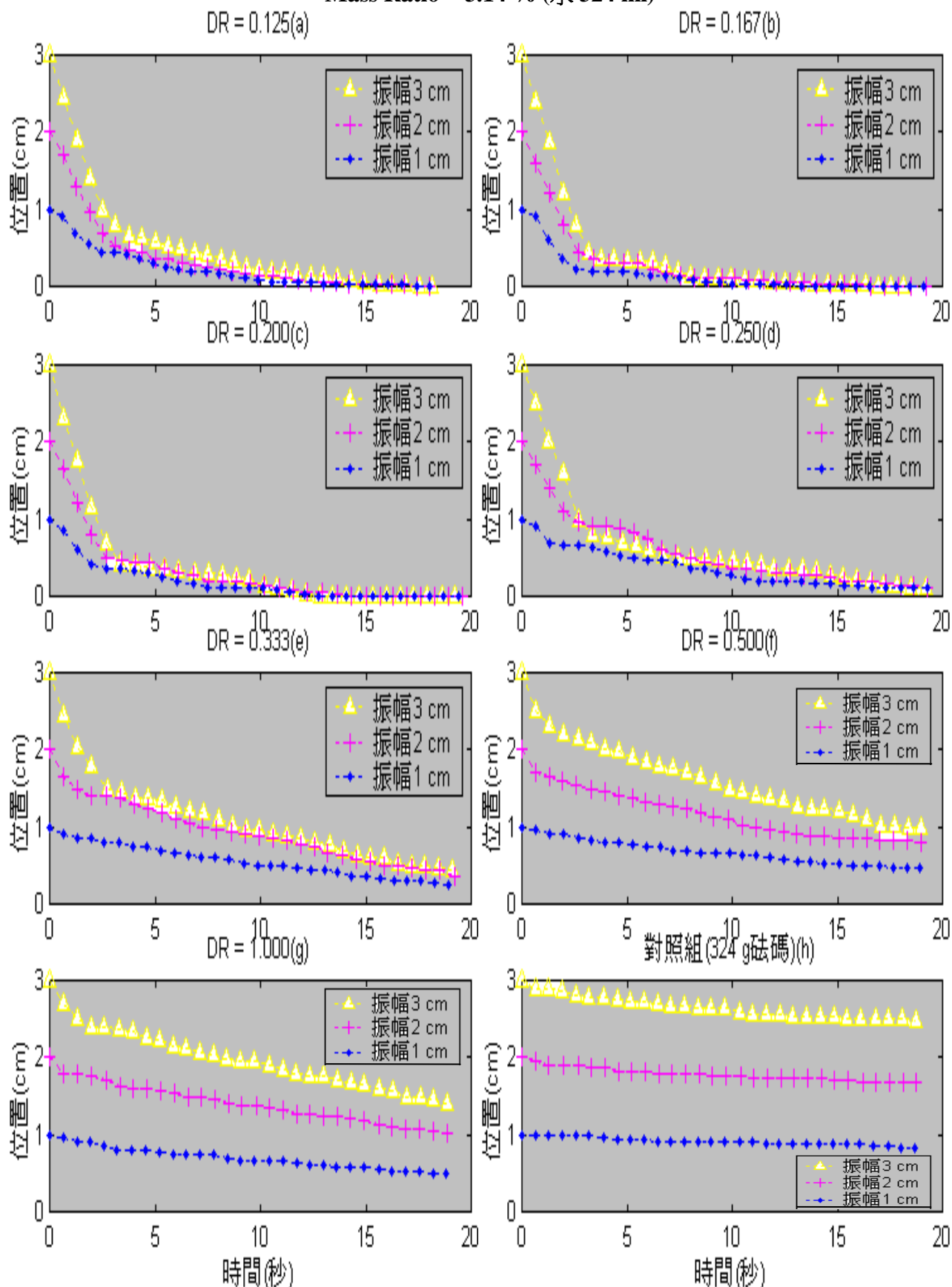


圖 12：Mass Ratio = 3.14 % (水 324 ml)，平推振幅 1、2、3 cm，Depth Ratio(DR)分別為 0.125(a)、0.167(b)、0.200(c)、0.250(d)、0.333(e)、0.500(f)、1.000(g)及對照組(容器 + 324 g 砝碼/ h)之時間-位置曲線初始 30 個週期波峰點連線。每組 Depth Ratio 條件下波峰點連線皆呈規則性逐步衰減

Mass Ratio = 4.63 % (水 486 ml)

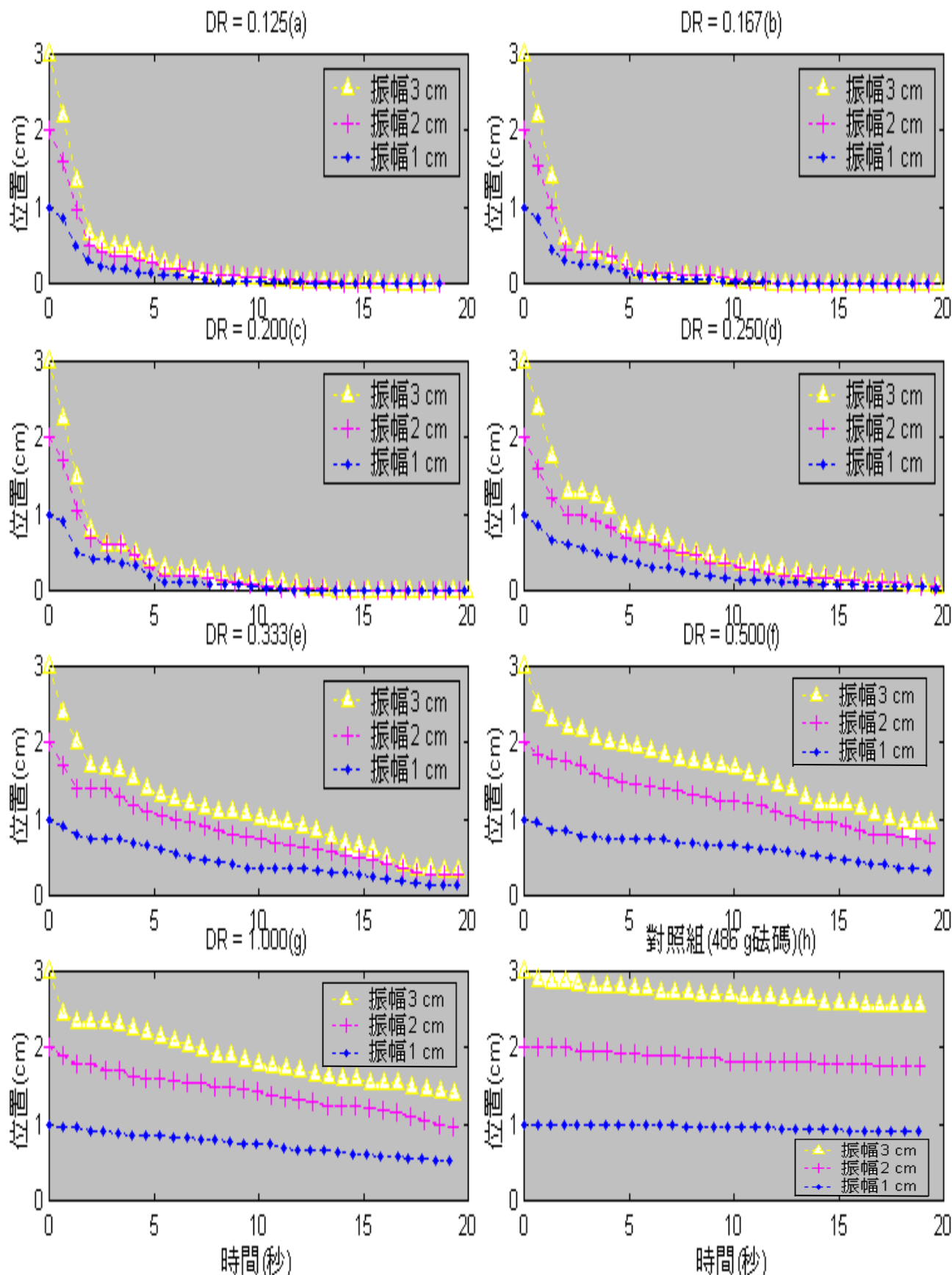


圖 13：Mass Ratio = 4.63 % (水 486 ml)，平推振幅 1、2、3 cm，Depth Ratio(DR)分別為 0.125(a)、0.167(b)、0.200(c)、0.250(d)、0.333(e)、0.500(f)、1.000(g)及對照組(容器 + 486 g 砝碼/ h)之時間-位置曲線初始 30 個週期波峰點連線。每組 Depth Ratio 條件下波峰點連線皆呈規則性逐步衰減

Mass Ratio = 6.09 % (水 648 ml)

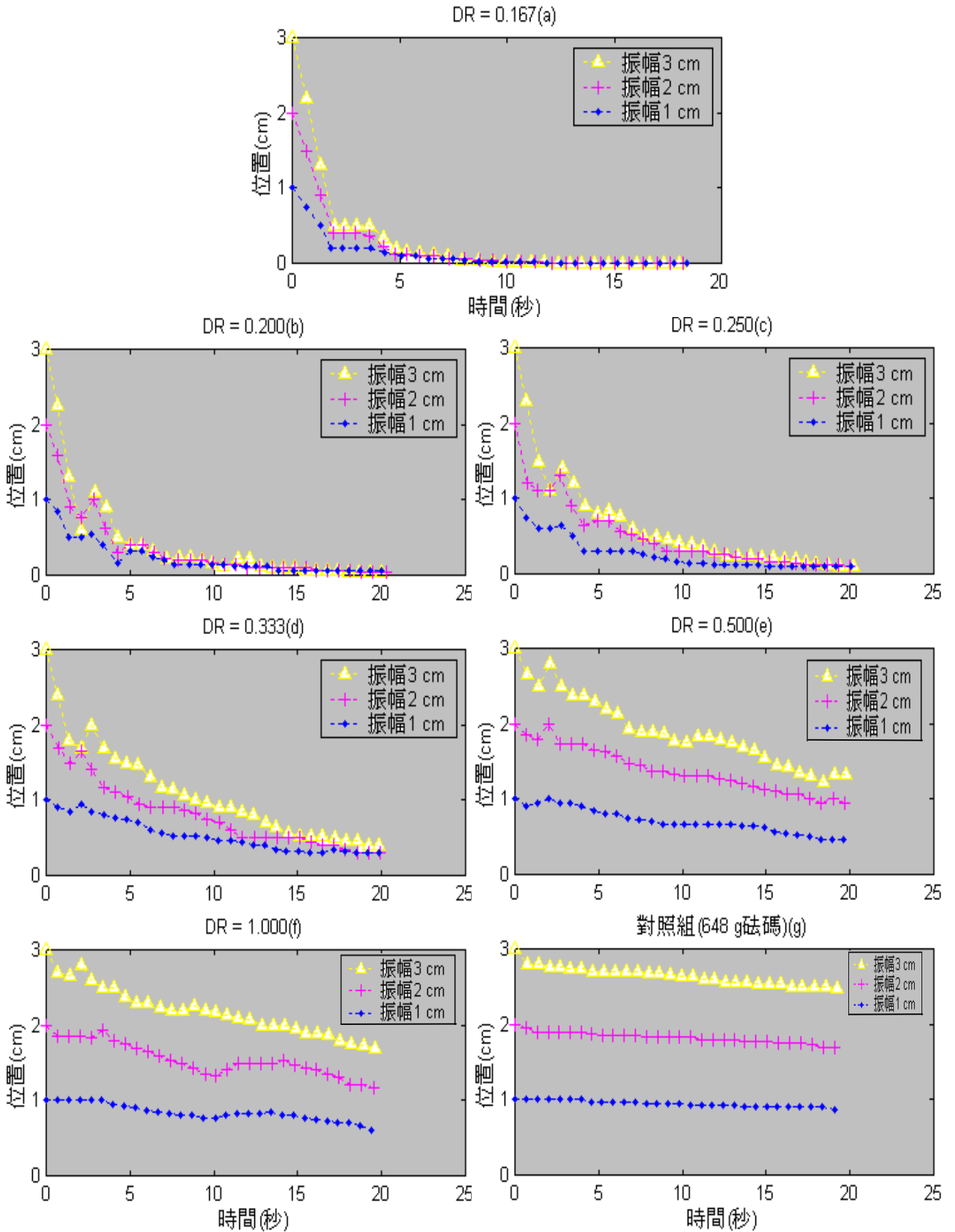


圖 14 : Mass Ratio = 6.09 % (水 648 ml), 平推振幅 1、2、3 cm, Depth Ratio(DR)分別為 0.167(a)、0.200(b)、0.250(c)、0.333(d)、0.500(e)、1.000(f)及對照組(容器 + 648 g 砝碼/ g)之時間-位置曲線初始 30 個週期波峰點連線。實驗組僅 Depth Ratio = 0.167 一組波峰點連線呈規則性逐步衰減, 其餘各組皆呈不規則衰減, 高低起伏

二、在相同 Mass Ratio 條件下， T_v 並不因振幅(amplitude)或 Depth Ratio 分組而造成影響(圖 15 a、b、c、d/表 5、6、7、8)。計算 T_v 差值比(between amplitude) $< 5\%$ (* 標示/表 5、6、7、8)，代表相同 Depth Ratio 條件下，振幅對 T_v 影響不顯著； T_v 差值比(between Depth Ratio) $< 5\%$ (# 標示 /表 5、6、7、8)，代表相同振幅條件下，Depth Ratio 分組對 T_v 影響亦不顯著，各組測得震動台週期皆相近。

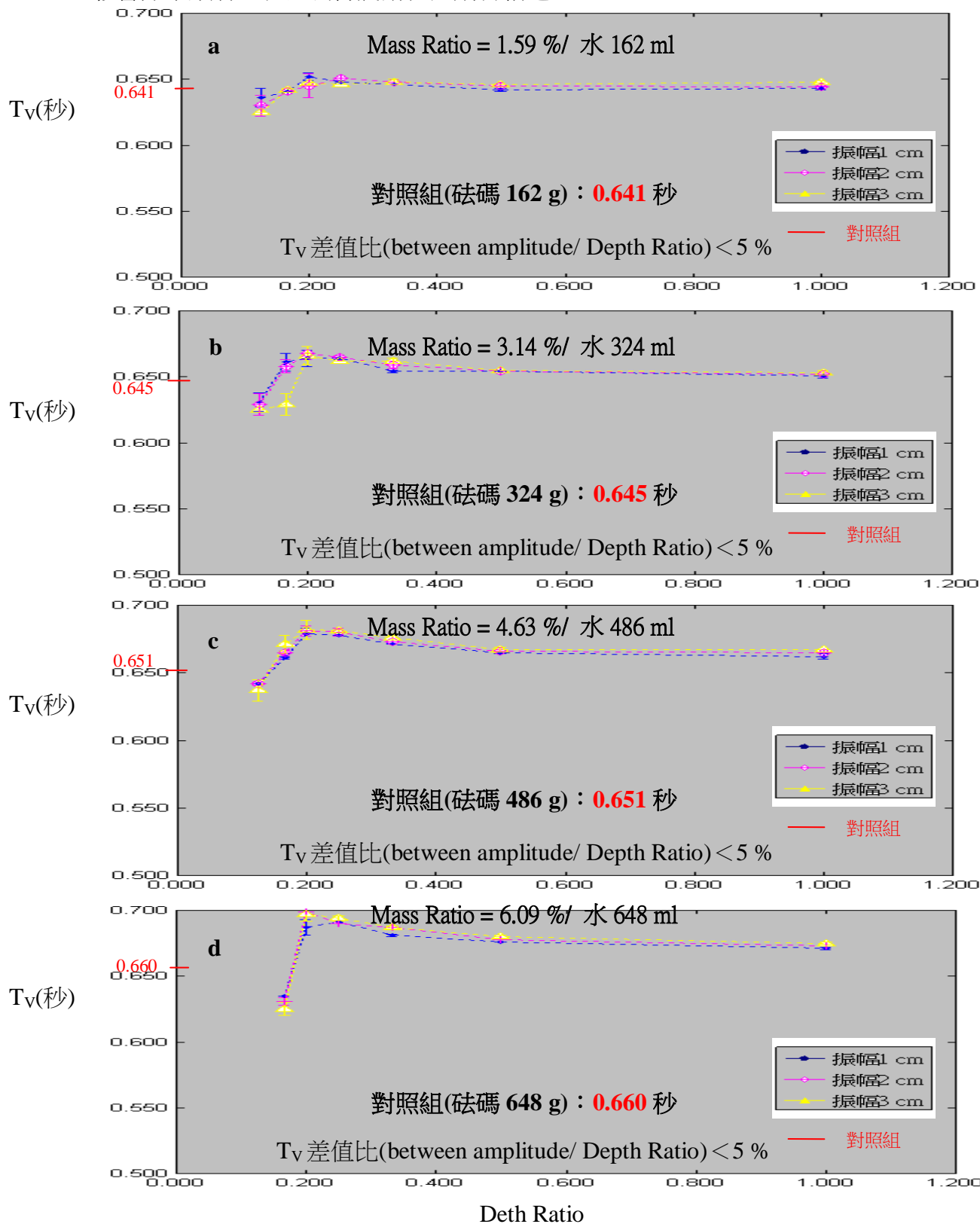


圖 15：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 T_v (秒)的影響。Mass Ratio 分別為 1.59 %(a)、3.14 %(b)、4.63 %(c)、6.09 %(d)。 T_v 差值比(between amplitude/ Depth Ratio) $< 5\%$ (參考表 5、6、7、8 中 */# 標示)，各組 T_v 皆相近

表 5：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 Tv(秒)的影響(水 162 ml，Mass Ratio = 1.59 %)

Depth Ratio	振幅 1 cm (實驗 5 次)	振幅 2 cm (實驗 5 次)	振幅 3 cm (實驗 5 次)	Tv 差值比(%) between amplitude
	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	
0.125	0.636 / 0.007 / 1.132 %	0.630 / 0.008 / 1.217 %	0.625 / 0.000 / 0.000 %	1.167 % *
0.167	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.642 / 0.001 / 0.166 %	0.074 % *
0.200	0.652 / 0.003 / 0.388 %	0.645 / 0.009 / 1.354 %	0.647 / 0.001 / 0.165 %	0.689 % *
0.250	0.648 / 0.001 / 0.165 %	0.651 / 0.000 / 0.000 %	0.646 / 0.000 / 0.000 %	0.293 % *
0.333	0.646 / 0.000 / 0.000 %	0.648 / 0.000 / 0.000 %	0.648 / 0.002 / 0.247 %	0.220 % *
0.500	0.642 / 0.001 / 0.166 %	0.645 / 0.001 / 0.145 %	0.646 / 0.000 / 0.000 %	0.235 % *
1.000	0.643 / 0.001 / 0.166 %	0.644 / 0.001 / 0.145 %	0.648 / 0.001 / 0.165 %	0.244 % *
對照組(162 g 砝碼) ※	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.000 % *
Tv 差值比(%) / between Depth Ratio	0.565 % #	0.805 % #	0.774 % #	

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum |\text{測量值} - \text{平均值}|$ 差值比 = 平均差/平均值 Tv：震動台平均振動週期

*：Tv 差值比(between amplitude) < 5 %，代表相同 Depth Ratio，平推振幅對 Tv 影響不顯著

#：Tv 差值比(between Depth Ratio) < 5 %，代表相同振幅依 Depth Ratio 分組，對 Tv 影響不顯著

※：計算對照組(162 g 砝碼)Tv 總平均值(振幅 1、2、3 cm) / Tv₁₆₂ = 0.641 秒

表 6：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 Tv(秒)的影響(水 324 ml，Mass Ratio = 3.14 %)

Depth Ratio	振幅 1 cm (實驗 5 次)	振幅 2 cm (實驗 5 次)	振幅 3 cm (實驗 5 次)	Tv 差值比(%) between amplitude
	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	
0.125	0.631 / 0.007 / 1.130 %	0.629 / 0.008 / 1.303 %	0.625 / 0.000 / 0.000 %	1.032 % *
0.167	0.661 / 0.007 / 1.090 %	0.658 / 0.005 / 0.770 %	0.629 / 0.008 / 1.303 %	2.077 % *
0.200	0.664 / 0.006 / 0.923 %	0.668 / 0.005 / 0.768 %	0.666 / 0.007 / 1.001 %	0.853 % *
0.250	0.664 / 0.001 / 0.161 %	0.665 / 0.001 / 0.140 %	0.662 / 0.000 / 0.000 %	0.210 % *
0.333	0.654 / 0.001 / 0.163 %	0.659 / 0.003 / 0.384 %	0.662 / 0.002 / 0.242 %	0.572 % *
0.500	0.654 / 0.001 / 0.163 %	0.654 / 0.001 / 0.163 %	0.655 / 0.000 / 0.000 %	0.163 % *
1.000	0.651 / 0.002 / 0.236 %	0.652 / 0.001 / 0.143 %	0.653 / 0.002 / 0.235 %	0.241 % *
對照組(324 g 砝碼) ※	0.645 / 0.001 / 0.145 %	0.645 / 0.001 / 0.145 %	0.646 / 0.000 / 0.000 %	0.112 % *
Tv 差值比(%) / between Depth Ratio	1.237 % #	1.410 % #	1.893 % #	

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum |\text{測量值} - \text{平均值}|$ 差值比 = 平均差/平均值 Tv：震動台平均振動週期

*：Tv 差值比(between amplitude) < 5 %，代表相同 Depth Ratio，平推振幅對 Tv 影響不顯著

#：Tv 差值比(between Depth Ratio) < 5 %，代表相同振幅依 Depth Ratio 分組，對 Tv 影響不顯著

※：計算對照組(324 g 砝碼)Tv 總平均值(振幅 1、2、3 cm) / Tv₃₂₄ = 0.645 秒

表 7：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 Tv(秒)的影響(水 486 ml，Mass Ratio = 4.63 %)

Depth Ratio	振幅 1 cm (實驗 5 次) 平均值/平均差/差值比	振幅 2 cm (實驗 5 次) 平均值/平均差/差值比	振幅 3 cm (實驗 5 次) 平均值/平均差/差值比	Tv 差值比(%) between amplitude
0.125	0.642 / 0.001 / 0.166 %	0.642 / 0.001 / 0.166 %	0.637 / 0.008 / 1.214 %	0.527 % *
0.167	0.661 / 0.001 / 0.161 %	0.665 / 0.001 / 0.140 %	0.671 / 0.007 / 0.977 %	0.579 % *
0.200	0.679 / 0.004 / 0.534 %	0.681 / 0.004 / 0.528 %	0.682 / 0.007 / 1.030 %	0.710 % *
0.250	0.678 / 0.000 / 0.000 %	0.680 / 0.003 / 0.369 %	0.681 / 0.001 / 0.163 %	0.262 % *
0.333	0.671 / 0.000 / 0.000 %	0.673 / 0.001 / 0.132 %	0.676 / 0.002 / 0.243 %	0.255 % *
0.500	0.665 / 0.001 / 0.140 %	0.666 / 0.001 / 0.140 %	0.667 / 0.002 / 0.300 %	0.227 % *
1.000	0.662 / 0.002 / 0.242 %	0.665 / 0.000 / 0.000 %	0.667 / 0.000 / 0.000 %	0.234 % *
對照組(486 g 砝碼) ※	0.651 / 0.002 / 0.236 %	0.651 / 0.001 / 0.143 %	0.651 / 0.001 / 0.143 %	0.171 % *
Tv 差值比(%) / between Depth Ratio	1.486 % #	1.460 % #	1.727 % #	

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum |\text{測量值} - \text{平均值}|$ 差值比 = 平均差/平均值 Tv：震動台平均振動週期

*：Tv 差值比(between amplitude) < 5 %，代表相同 Depth Ratio，平推振幅對 Tv 影響不顯著

#：Tv 差值比(between Depth Ratio) < 5 %，代表相同振幅依 Depth Ratio 分組，對 Tv 影響不顯著

※：計算對照組(486 g 砝碼)Tv 總平均值(振幅 1、2、3 cm) / $T_{v486} = 0.651$ 秒

表 8：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 Tv(秒)的影響(水 648 ml，Mass Ratio = 6.09 %)

Depth Ratio	振幅 1 cm (實驗 5 次) 平均值/平均差/差值比	振幅 2 cm (實驗 5 次) 平均值/平均差/差值比	振幅 3 cm (實驗 5 次) 平均值/平均差/差值比	Tv 差值比(%) between amplitude
0.125 (x)				
0.167	0.635 / 0.000 / 0.000 %	0.631 / 0.003 / 0.402 %	0.625 / 0.005 / 0.725 %	0.679 % *
0.200	0.687 / 0.006 / 0.815 %	0.699 / 0.000 / 0.000 %	0.697 / 0.005 / 0.657 %	0.850 % *
0.250	0.691 / 0.001 / 0.154 %	0.690 / 0.000 / 0.000 %	0.694 / 0.002 / 0.224 %	0.287 % *
0.333	0.681 / 0.001 / 0.163 %	0.687 / 0.001 / 0.129 %	0.687 / 0.001 / 0.129 %	0.351 % *
0.500	0.676 / 0.000 / 0.000 %	0.678 / 0.000 / 0.000 %	0.680 / 0.001 / 0.131 %	0.201 % *
1.000	0.671 / 0.001 / 0.159 %	0.673 / 0.000 / 0.000 %	0.675 / 0.001 / 0.165 %	0.240 % *
對照組(648 g 砝碼) ※	0.658 / 0.001 / 0.142 %	0.660 / 0.002 / 0.232 %	0.661 / 0.001 / 0.161 %	0.232 % *
Tv 差值比(%) / between Depth Ratio	2.132 % #	2.453 % #	2.620 % #	

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum |\text{測量值} - \text{平均值}|$ 差值比 = 平均差/平均值 Tv：震動台平均振動週期

*：Tv 差值比(between amplitude) < 5 %，代表相同 Depth Ratio，平推振幅對 Tv 影響不顯著

#：Tv 差值比(between Depth Ratio) < 5 %，代表相同振幅依 Depth Ratio 分組，對 Tv 影響不顯著

(x)：Depth Ratio = 0.125(水 648 ml / Mass Ratio = 6.09 %)因容器寬度格數不足，故無法實驗

※：計算對照組(648 g 砝碼)Tv 總平均值(振幅 1、2、3 cm) / $T_{v648} = 0.660$ 秒

三、不論振幅為 1 cm (圖 16 a/ 表 9)、2 cm(圖 16 b/ 表 10)、3 cm(圖 16 c/ 表 11)，當 Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63 %，皆在 Depth Ratio = 0.200 時出現 c 最大極值，減振效應最顯著；而當 Mass Ratio = 6.09 %，則會在 Depth Ratio = 0.167 時，出現 c 最大極值。在振幅固定的條件下，比較四組 Mass Ratio 的 c 極值，其大小皆相近(*標示/ 圖 16 a、b、c/ 表 9、10、11)。反之，在 c 無出現極值(Depth Ratio ≠ 0.200、0.167)的條件下，另依 Depth Ratio 分組比較四組 Mass Ratio 的 c 值，發現當 Mass Ratio = 4.63 %，其 c 值是四組 Mass Ratio 中最大，減振效應較明顯。若以平推振幅為優先考量條件，比較四組 Mass Ratio 的 c 值(圖 16 a、b、c/ 表 9、10、11)，不論 Depth Ratio 分組為何，c 值皆隨振幅增加而變大(3 cm > 2 cm > 1 cm)，意即振幅越大，減振效應越顯著。

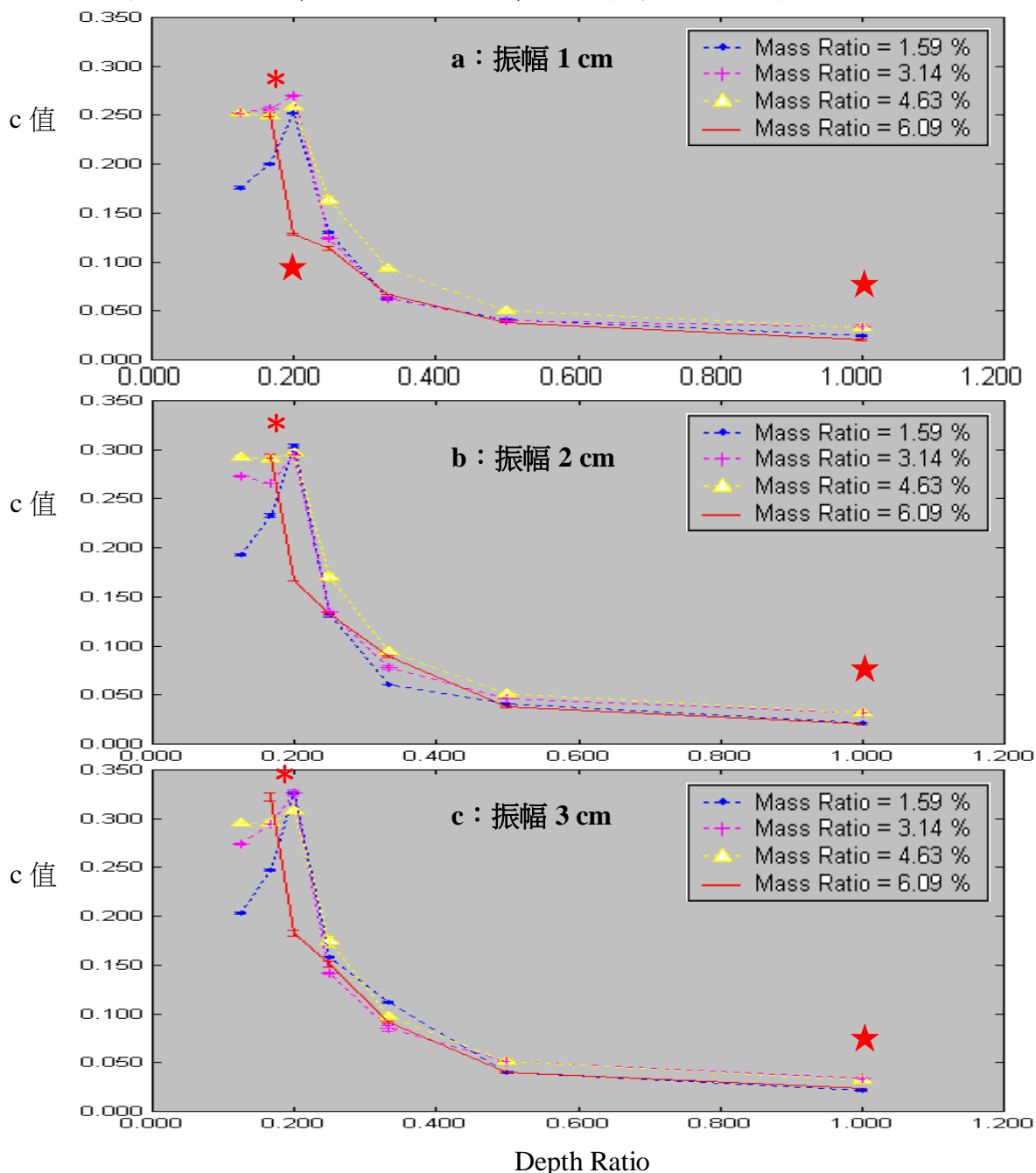


圖 16：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 c 值的影響。振幅分別為 1 cm(a)、2 cm(b)、3 cm(c)。Mass Ratio = 1.59 %、3.14 %、4.63 %，皆在 Depth Ratio = 0.200 時測得 c 最大極值；Mass Ratio = 6.09 %，則在 Depth Ratio = 0.167 時測得 c 最大極值 *：四組 Mass Ratio 的 c 極值大小相近(參考表 9、10、11)

★：於 Mass Ratio = 6.09 %時所測得之 c 值，其 $R^2 < 0.9$ (振幅規則性逐步衰減的信賴度低)

表 9：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 c 值的影響(振幅 1 cm/ 每組實驗 5 次)

Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 3.14 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 4.63 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 6.09 % 平均值/平均差/差值比
0.125	0.176 / 0.002 / 0.959 %	0.252 / 0.001 / 0.592 %	0.252 / 0.002 / 0.751 %	(x)
0.167	0.200 / 0.001 / 0.333 %	0.257 / 0.002 / 0.900 %	0.249 / 0.001 / 0.411 %	0.250 / 0.002 / 0.800 % *
0.200	0.252 / 0.001 / 0.415 %	0.270 / 0.001 / 0.321 %	0.259 / 0.001 / 0.507 %	0.128 / 0.001 / 0.781 % ★
0.250	0.130 / 0.001 / 1.079 %	0.124 / 0.001 / 0.537 %	0.163 / 0.004 / 2.543 %	0.114 / 0.002 / 1.754 %
0.333	0.063 / 0.001 / 1.552 %	0.068 / 0.002 / 3.547 %	0.093 / 0.002 / 2.209 %	0.067 / 0.000 / 0.000 %
0.500	0.041 / 0.001 / 1.478 %	0.040 / 0.001 / 1.776 %	0.050 / 0.001 / 2.528 %	0.038 / 0.000 / 0.000 %
1.000	0.025 / 0.001 / 2.602 %	0.034 / 0.002 / 4.916 %	0.033 / 0.001 / 3.614 %	0.021 / 0.001 / 2.528 % ★
對照組(砝碼)	0.017 / 0.000 / 0.000 %	0.010 / 0.000 / 0.000 %	0.007 / 0.000 / 0.000 %	0.007 / 0.000 / 0.000 %

表 10：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 c 值的影響(振幅 2 cm/ 每組實驗 5 次)

Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 3.14 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 4.63 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 6.09 % 平均值/平均差/差值比
0.125	0.193 / 0.001 / 0.644 %	0.273 / 0.001 / 0.513 %	0.293 / 0.002 / 0.661 %	(x)
0.167	0.233 / 0.002 / 0.678 %	0.266 / 0.000 / 0.000 %	0.290 / 0.002 / 0.812 %	0.294 / 0.002 / 0.680 % *
0.200	0.304 / 0.002 / 0.497 %	0.295 / 0.001 / 0.505 %	0.297 / 0.000 / 0.000 %	0.166 / 0.000 / 0.000 %
0.250	0.132 / 0.003 / 1.959 %	0.134 / 0.001 / 0.696 %	0.170 / 0.004 / 2.163 %	0.132 / 0.001 / 0.758 %
0.333	0.061 / 0.000 / 0.000 %	0.078 / 0.002 / 2.538 %	0.094 / 0.000 / 0.000 %	0.089 / 0.001 / 1.124 %
0.500	0.041 / 0.000 / 0.000 %	0.046 / 0.000 / 0.000 %	0.051 / 0.001 / 2.193 %	0.038 / 0.001 / 2.632 %
1.000	0.022 / 0.000 / 0.000 %	0.032 / 0.001 / 2.963 %	0.032 / 0.001 / 3.220 %	0.021 / 0.001 / 2.540 % ★
對照組(砝碼)	0.017 / 0.001 / 4.453 %	0.009 / 0.000 / 0.000 %	0.007 / 0.000 / 0.000 %	0.007 / 0.000 / 0.000 %

表 11：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 c 值的影響(振幅 3 cm/ 每組實驗 5 次)

Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 3.14 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 4.63 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 6.09 % 平均值/平均差/差值比
0.125	0.203 / 0.001 / 0.394 %	0.274 / 0.001 / 0.309 %	0.296 / 0.001 / 0.495 %	(x)
0.167	0.247 / 0.001 / 0.279 %	0.295 / 0.000 / 0.000 %	0.296 / 0.003 / 0.937 %	0.322 / 0.004 / 1.242 % *
0.200	0.326 / 0.001 / 0.368 %	0.326 / 0.003 / 0.832 %	0.308 / 0.003 / 1.038 %	0.183 / 0.003 / 1.639 %
0.250	0.158 / 0.001 / 0.816 %	0.142 / 0.001 / 0.722 %	0.174 / 0.006 / 3.597 %	0.151 / 0.003 / 1.987 %
0.333	0.112 / 0.001 / 1.114 %	0.085 / 0.003 / 3.098 %	0.097 / 0.002 / 1.694 %	0.091 / 0.001 / 1.099 %
0.500	0.040 / 0.001 / 1.654 %	0.051 / 0.000 / 0.000 %	0.051 / 0.002 / 3.227 %	0.040 / 0.001 / 2.500 %
1.000	0.022 / 0.001 / 4.028 %	0.034 / 0.001 / 2.770 %	0.032 / 0.002 / 4.920 %	0.024 / 0.000 / 0.000 % ★
對照組(砝碼)	0.018 / 0.001 / 3.388 %	0.009 / 0.000 / 0.000 %	0.007 / 0.000 / 0.000 %	0.007 / 0.000 / 0.000 %

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum | \text{測量值} - \text{平均值} |$ 差值比 = 平均差/平均值 c：衰減係數 *：振幅 1、2、3 cm，四組 Mass Ratio c 極值(紅字標示)間的差值比皆小於 5%，代表四組 Mass Ratio 的 c 極值大小皆相近 ★：於 Mass Ratio = 6.09 % 時所測得之 c 值，其 $R^2 < 0.9$ (振幅規則性逐步衰減的信賴度低)
(x)：Depth Ratio = 0.125(Mass Ratio = 6.09 %) 因容器寬度格數不足，故無法實驗

四、不論振幅為 1 cm(圖 17 a/ 表 12)、2 cm(圖 17 b/ 表 13)、3 cm(圖 17 c/ 表 14)，當 Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63 %，亦皆在 Depth Ratio = 0.200 時出現 D60 最小極值，振動時間較短；而當 Mass Ratio = 6.09 %，亦會在 Depth Ratio = 0.167 時，出現 D60 最小極值。另依 Depth Ratio 分組比較四組 Mass Ratio 的 D60，發現當 Mass Ratio = 4.63 %，其 D60 亦是四組 Mass Ratio 中最小，減振效應較明顯。若以平推振幅為優先考量條件，比較四組 Mass Ratio 的 D60(圖 17 a、b、c/ 表 12、13、14)，不論 Depth Ratio 分組為何，D60 皆隨振幅增加而變小(3 cm < 2 cm < 1 cm)，意即振幅越大，振幅衰減 60 % 所需時間越短。

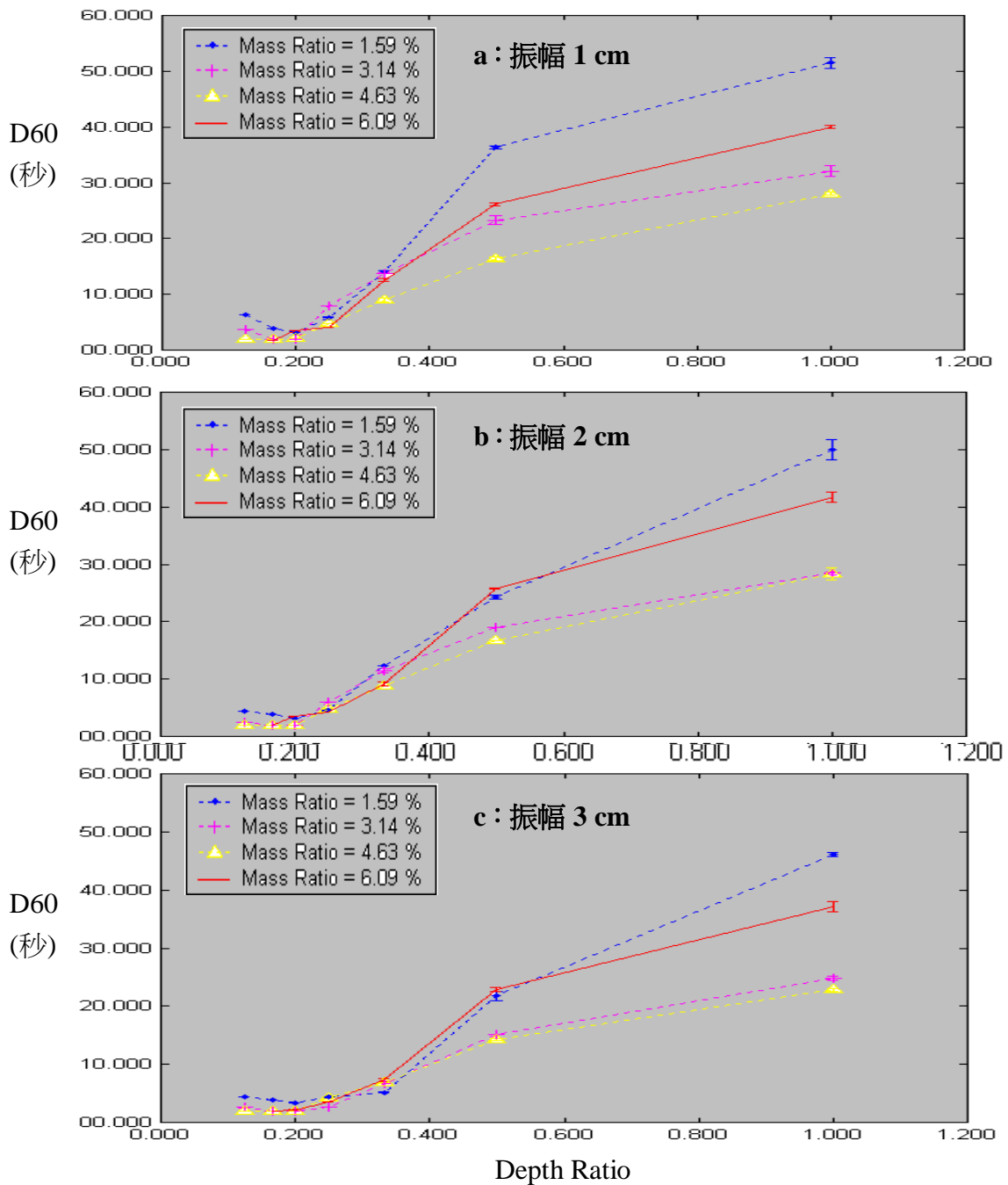


圖 17：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 D60 的影響。振幅分別為 1 cm(a)、2 cm(b)、3 cm(c)。Mass Ratio = 1.59 %、3.14 %、4.63 %，皆在 Depth Ratio = 0.200 時測得 D60 最小極值；Mass Ratio = 6.09 %，則在 Depth Ratio = 0.167 時測得 D60 最小極值

表 12：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 D60(秒)的影響(振幅 1 cm/ 每組實驗 5 次)

Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 3.14 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 4.63 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 6.09 % 平均值/平均差/差值比
0.125	6.290 / 0.027 / 0.424 %	3.670 / 0.000 / 0.000 %	1.870 / 0.000 / 0.000 %	(x)
0.167	3.800 / 0.000 / 0.000 %	1.977 / 0.031 / 1.574 %	1.930 / 0.000 / 0.000 %	1.800 / 0.000 / 0.000 %
0.200	3.247 / 0.031 / 0.958 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	2.070 / 0.000 / 0.000 %	3.447 / 0.031 / 0.899 %
0.250	5.867 / 0.044 / 0.758 %	7.953 / 0.031 / 0.391 %	4.777 / 0.031 / 0.651 %	4.130 / 0.000 / 0.000 %
0.333	14.000 / 0.267 / 1.905 %	13.757 / 0.058 / 0.420 %	8.977 / 0.329 / 3.664 %	16.530 / 0.267 / 2.131 %
0.500	36.377 / 0.251 / 0.690 %	23.287 / 0.771 / 3.311 %	16.353 / 0.282 / 1.726 %	26.133 / 0.309 / 1.182 %
1.000	51.487 / 0.904 / 1.757 %	32.090 / 0.993 / 3.095 %	28.023 / 0.298 / 1.063 %	40.000 / 0.267 / 0.667 %
對照組(砝碼)	78.190 / 3.407 / 4.357 %	83.380 / 1.987 / 2.383 %	96.243 / 0.829 / 0.861 %	121.510 / 2.787 / 2.294 %

表 13：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 D60(秒)的影響(振幅 2 cm/ 每組實驗 5 次)

Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 3.14 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 4.63 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 6.09 % 平均值/平均差/差值比
0.125	4.423 / 0.031 / 0.703 %	2.530 / 0.000 / 0.000 %	1.930 / 0.000 / 0.000 %	(x)
0.167	3.823 / 0.031 / 0.814 %	1.977 / 0.031 / 1.574 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	1.910 / 0.027 / 1.414 %
0.200	3.223 / 0.031 / 0.965 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	3.530 / 0.000 / 0.000 %
0.250	4.553 / 0.031 / 0.683 %	6.000 / 0.000 / 0.000 %	4.800 / 0.047 / 0.972 %	4.177 / 0.031 / 0.742 %
0.333	12.330 / 0.000 / 0.000 %	11.467 / 0.309 / 2.694 %	8.753 / 0.031 / 0.355 %	9.153 / 0.298 / 3.256 %
0.500	24.290 / 0.280 / 1.153 %	18.977 / 0.031 / 0.164 %	16.670 / 0.000 / 0.000 %	25.777 / 0.031 / 0.120 %
1.000	49.913 / 1.762 / 3.531 %	28.457 / 0.258 / 0.906 %	28.337 / 1.022 / 3.607 %	41.667 / 0.891 / 2.139 %
對照組(砝碼)	79.110 / 2.060 / 2.604 %	85.197 / 1.111 / 1.304 %	99.287 / 0.342 / 0.345 %	114.533 / 1.451 / 1.267 %

表 14：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 D60(秒)的影響(振幅 3 cm/ 每組實驗 5 次)

Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 3.14 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 4.63 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 6.09 % 平均值/平均差/差值比
0.125	4.447 / 0.031 / 0.700 %	2.577 / 0.031 / 1.207 %	1.930 / 0.000 / 0.000 %	(x)
0.167	3.870 / 0.000 / 0.000 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	1.977 / 0.031 / 1.574 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %
0.200	3.270 / 0.000 / 0.000 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	2.177 / 0.031 / 1.424 %
0.250	4.470 / 0.000 / 0.000 %	2.670 / 0.000 / 0.000 %	4.157 / 0.058 / 1.390 %	3.490 / 0.027 / 0.774 %
0.333	5.177 / 0.031 / 0.601 %	6.670 / 0.000 / 0.000 %	6.800 / 0.047 / 0.686 %	7.333 / 0.309 / 4.214 %
0.500	21.733 / 0.709 / 3.262 %	15.070 / 0.000 / 0.000 %	14.247 / 0.236 / 1.653 %	22.867 / 0.311 / 1.360 %
1.000	46.100 / 0.267 / 0.578 %	24.820 / 0.427 / 1.719 %	22.823 / 0.298 / 1.305 %	37.087 / 0.904 / 2.439 %
對照組(砝碼)	78.820 / 2.193 / 2.783 %	85.873 / 0.364 / 0.424 %	100.977 / 1.216 / 1.204 %	113.467 / 0.444 / 0.391 %

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum |\text{測量值} - \text{平均值}|$ 差值比 = 平均差/平均值 D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間

(x)：Depth Ratio = 0.125(Mass Ratio = 6.09 %)因容器寬度格數不足，故無法實驗

陸：討論

一、量化容器中水波自然擺盪週期與 Depth Ratio(DR)的相關性

為了進一步解釋 Depth Ratio 接近 0.200(Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63 %)或 0.167(Mass Ratio = 6.09 %)時，上述振動參數(c、D60)易產生極值？有必要測量容器中水波的自然擺盪週期是否受到容器長度(L)與水深(D)的影響？參考流體力學線性波理論(linear wave theory)[3]：

$$T_n = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\pi g}{L} \tanh\left(\pi \cdot \frac{D}{L}\right)}} \quad (D: \text{水深 } L: \text{容器長度 } T_n: \text{水波自然擺盪週期 } g: \text{重力加速度})$$

意即容器中水又寬又淺(D/L 越小)，水波來回擺盪所需時間(T_n)越長。

為了評估 Depth Ratio(D/L)與 T_n的相關性？我們將多層盛水容器的第一格，參考前述 Depth Ratio 分組方式(表 4)，在容器固定長度(L = 18 cm)的條件下，依序注入不同深度的水量藉以改變 Depth Ratio，再將容器左右搖晃約 2 cm 三次後靜置固定，每組重複實驗五次，經影像錄製、測量及分析，得到每組 Depth Ratio 的水波自然擺盪週期(T_n/ 表 15)。再分別與前述實驗中對照組(砝碼：162 g/ 表 5、324 g/ 表 6、486 g/ 表 7、648g/ 表 8，表中「※」標示)的震動台振動週期(T_v)相比，稱為 Period Ratio(PR = T_n / T_v；T_n：水波自然擺盪週期 T_v：前述實驗中對照組(砝碼質量 162、324、486、648 g)之震動台振動週期)(表 15)。當 Depth Ratio = 0.200 時，PR₁₆₂、PR₃₂₄、PR₄₈₆ 皆最接近 1；而當 Depth Ratio = 0.167 時，PR₆₄₈ 則最接近 1(表 15 中紅色數字)。實驗中進一步計算 -|PR - 1|，再與 Depth Ratio 作圖(圖 18)，其圖形與圖 16 相近(PR₁₆₂、PR₃₂₄、PR₄₈₆ 於 Depth Ratio = 0.200 時，出現 -|PR - 1| 最大極值(PR = 1)；而 PR₆₄₈ 於 Depth Ratio = 0.167 時，亦出現 -|PR - 1| 最大極值(PR = 1)。

表 15：依 Depth Ratio 分組，測量 T_n及分析 PR (每組實驗 5 次)

Depth Ratio	T _n (秒) 平均值/平均差/差值比	PR ₁₆₂ (T _n / T _{v 162})	PR ₃₂₄ (T _n / T _{v 324})	PR ₄₈₆ (T _n / T _{v 486})	PR ₆₄₈ (T _n / T _{v 648})
0.125	0.721 / 0.010 / 1.387 %	1.125	1.118	1.108	1.092
0.167	0.675 / 0.010 / 1.481 %	1.053	1.047	1.037	1.023
0.200	0.635 / 0.006 / 0.945 %	0.991	0.984	0.975	0.962
0.250	0.595 / 0.006 / 1.008 %	0.928	0.922	0.914	0.902
0.333	0.563 / 0.004 / 0.710 %	0.878	0.873	0.865	0.853
0.500	0.536 / 0.008 / 1.493 %	0.836	0.831	0.823	0.812
1.000	0.509 / 0.009 / 1.768 %	0.794	0.789	0.782	0.771

PR：T_n/T_v T_n：水波自然擺盪週期 T_v：前述實驗中對照組(砝碼質量 162、324、486、648 g)震動台振動週期；T_{v 162} = 0.641 秒 T_{v 324} = 0.645 秒 T_{v 486} = 0.651 秒 T_{v 648} = 0.660 秒(參考表 5、6、7、8 中

「※」標示) 紅色 PR 值：於各 Depth Ratio 條件下，其 PR 值最接近 1

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum | \text{測量值} - \text{平均值} |$ 差值比 = 平均差/平均值

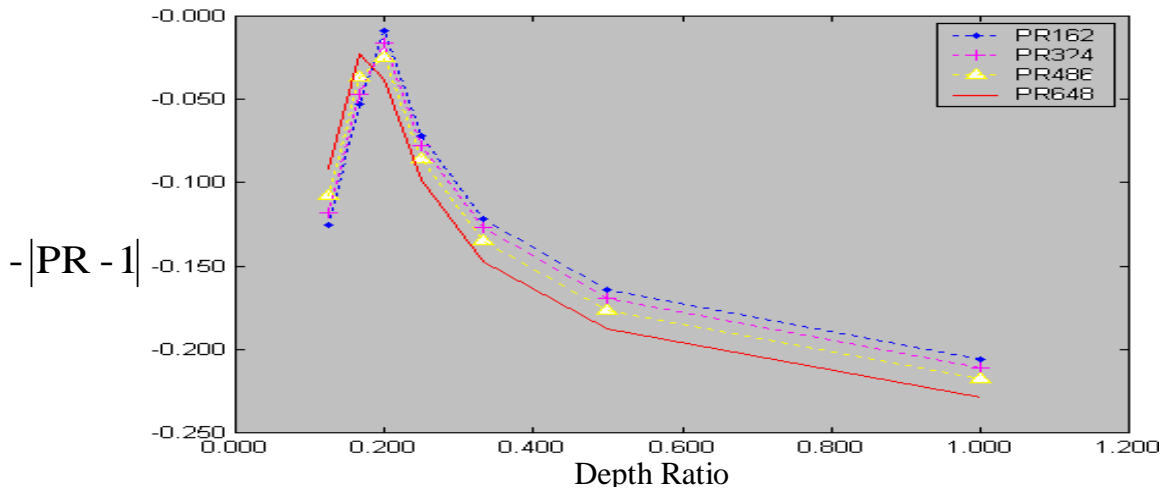


圖 18：計算 $-|PR - 1|$ ，再與 Depth Ratio 作圖。PR162、PR324、PR486 於 Depth Ratio = 0.200 時，出現 $-|PR - 1|$ 最大極值 ($PR \doteq 1$)；而 PR648 於 Depth Ratio = 0.167 時，亦出現 $-|PR - 1|$ 最大極值 ($PR \doteq 1$)。PR: T_n / T_v 。 T_n : 水波自然擺盪週期。 T_v : 前述實驗中對照組 (砝碼質量 162、324、486、648 g) 震動台振動週期 (參考表 5、6、7、8 中「※」標示)

表 15 中說明 Depth Ratio 會影響水的自然擺盪週期，當水的自然擺盪週期 (T_n) 約等同震動台振動週期 (T_v) ($PR \doteq 1$) 時，此時兩者可能因共振 (resonance) 現象，進而影響減振效應，如此可說明前述實驗結果皆在 Depth Ratio = 0.200 (Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63%) 或 0.167 (Mass Ratio = 6.09%) 時產生振動參數的極值。

為了驗證共振效應的物理現象是否存在？我們選擇了前述實驗中 Depth Ratio = 1.000 及 0.200 (Mass Ratio = 1.59%，振幅 3 cm) 水波擺盪的影像截圖分析：

(一)、Depth Ratio = 1.000 ($PR \doteq 0.794$)：水波約在第二或第三週期擺盪至最高處 (圖 19 a)，同時比較水波自平衡點上升 (H) 及下降 (η) 距離，兩者並不相等 ($H > \eta$)，推測震動台振動時可能將能量傳遞至水，推升液面增高，加上水與容器接觸面的摩擦力，造成能量消散 (Energy Dissipation)，達到減振的效果，而且不論 Mass Ratio 及振幅為何，都存在相同現象 (表 16、17、18)。但若與測量水自然擺盪週期 (T_n) 時比較 (圖 19 b)，在 Depth Ratio = 1.000 時， H 值約接近 η 值 ($H \doteq \eta$ / 水波自平衡點上升及下降距離相近)，兩者水波擺盪有差異性存在。

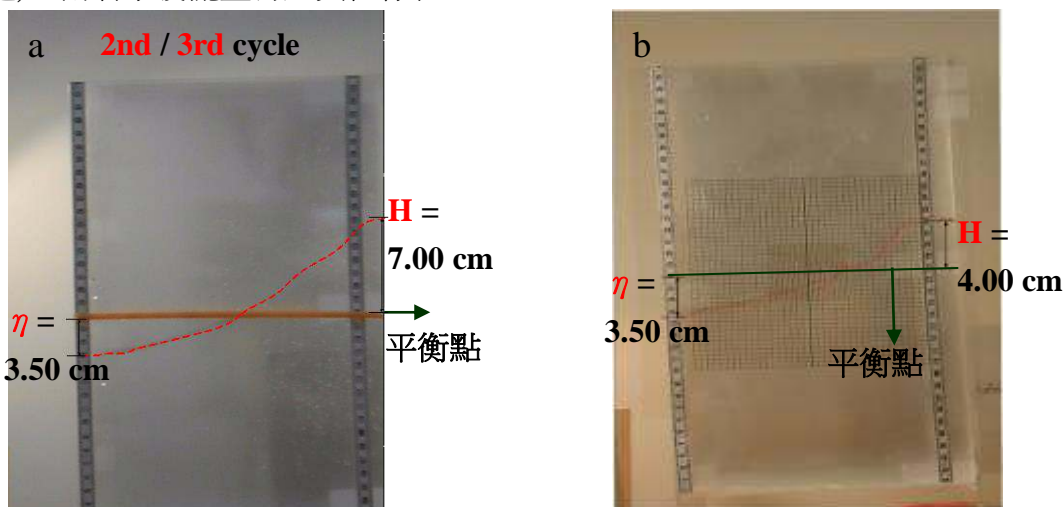


圖 19：Depth Ratio = 1.000 ($PR \doteq 0.794$)，在第二或第三週期水波擺盪至最高處 (a)，但水波自平衡點上升 ($H = 7.00$ cm) 及下降 ($\eta = 3.50$ cm) 距離並不相等 ($H > \eta$)，此結果與測量水自然擺盪週期 (T_n) (b) 時比較 ($H = 4.00$ cm， $\eta = 3.50$ cm / $H \doteq \eta$) 有差異性存在

(二)、Depth Ratio = 0.200($PR \approx 0.991$)：在第一、二週期，其波形最高處與容器壁約呈一漸近線(圖 20 a)，水波約在第二或第三週期時擺盪至最高後反轉，出現水花，稱為碎波現象(wave breaking/ 圖 20 b)，同時比較水波自平衡點上升(H)及下降(η)距離，兩者差異甚大($H \gg \eta$)，H 值明顯升高甚多。此現象可以共振效應(resonance)解釋。而碎波的產生再加上存在於水與容器接觸面的摩擦力，共同造成能量消散(Energy Dissipation)。故測得振動參數(c、D60)在此條件下產生極值，減振效應因而顯著。在碎波出現之後其它週期，其波形最高處又恢復成與容器壁約呈一漸近線(圖 20 a)。在容器中水與震動台共振的條件下($PR \approx 1$ / 參考表 15)，不論 Mass Ratio 及振幅為何，都存在相同現象(表 16、17、18)。

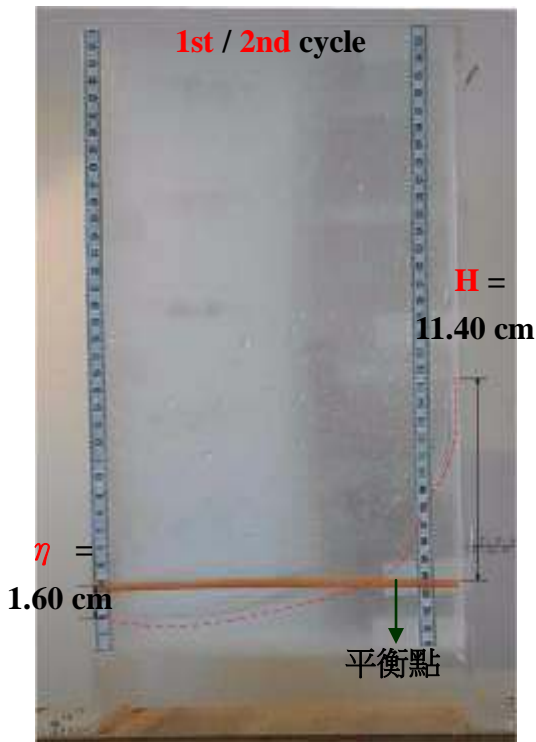


圖 20 a：Depth Ratio = 0.200($PR = 0.991$)，在第一或第二週期，其波形最高處與容器壁約呈一漸近線

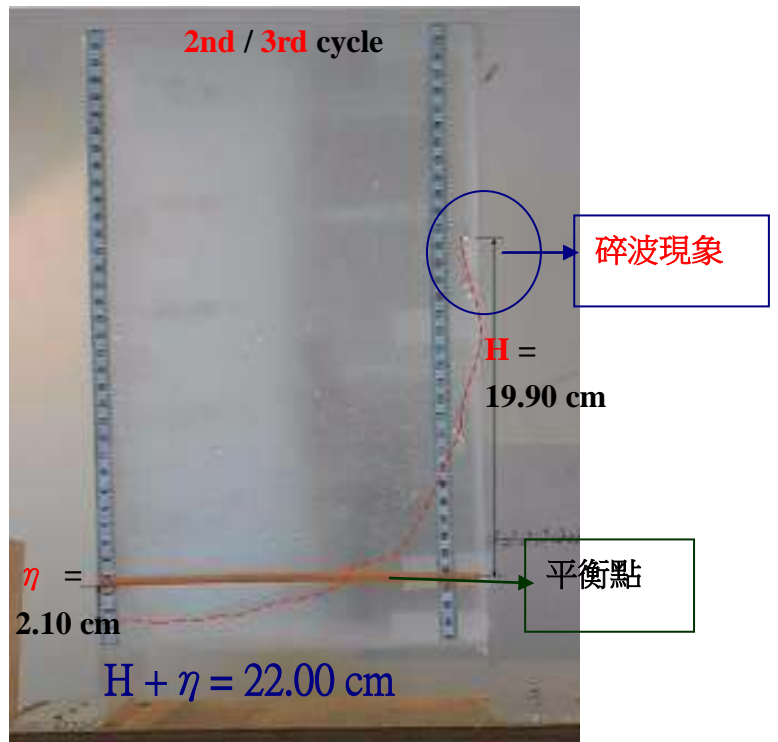


圖 20 b：Depth Ratio = 0.200($PR = 0.991$)，在第二或第三週期水波擺盪至最高後反轉，出現水花，產生碎波現象(wave breaking) ($H = 19.90$ cm； $\eta = 2.10$ cm； $H + \eta = 22.00$ cm)

為了表示振動時容器中水波振盪反應的激烈程度，故將水波由平衡點上升至最高點的距離稱為 Wave Elevation(H)，同時對側水波由平衡點下降至最低點的距離稱為 Wave Depression(η)(圖 20 b)， $H + \eta$ (wave height)可反應兩測水波之高低落差，其值越大且 H 值亦越大，觀察到碎波(wave breaking)現象的可能性越高。

若將 Depth Ratio 與 $H + \eta$ 作圖比較，在固定振幅條件下，當 Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63 %，皆在 Depth Ratio = 0.200 時，出現 $H + \eta$ 最大極值(圖 21 a、b、c/ 表 16、17、18)，且 H 值亦最大，並同時觀察到碎波現象(↑ 標示)；當 Mass Ratio = 6.09 %，則會在 Depth Ratio = 0.167 時，出現 $H + \eta$ 的最大極值，且 H 值亦最大，並有觀察到碎波現象(↑ 標示)。另同時參考表 15 在 Depth Ratio = 0.200(Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63 %) 或 0.167(Mass Ratio = 6.09 %) 時，PR 值亦最接近 1，有較高的可能性產生共振效應。如此可解釋為何在 Depth Ratio = 0.200(Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63 %) 或 0.167(Mass Ratio = 6.09 %) 時，易測出振動參數的極值。平推振幅由 1 cm 增至 3 cm，振幅越大則 $H + \eta$ 及 H 值亦越大(3 cm > 2 cm > 1 cm/ 表 16、17、18)，於 Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63 % 的條件下，在振幅 1、2 cm 時，僅 Depth Ratio = 0.200(PR = 1) 產生碎波(wave breaking/ ↑ 標示：圖 21 a、b)，但若振幅為 3 cm 時，Depth Ratio = 0.125、0.167、0.200 亦都有碎波產生(↑ 標示：圖 21 c)。故在振幅越大的條件下，有較高的可能性產生碎波，可解釋在相同 Mass Ratio 及 Depth Ratio 條件下，減振效應皆隨振幅增加而顯著(3 cm > 2 cm > 1 cm)。

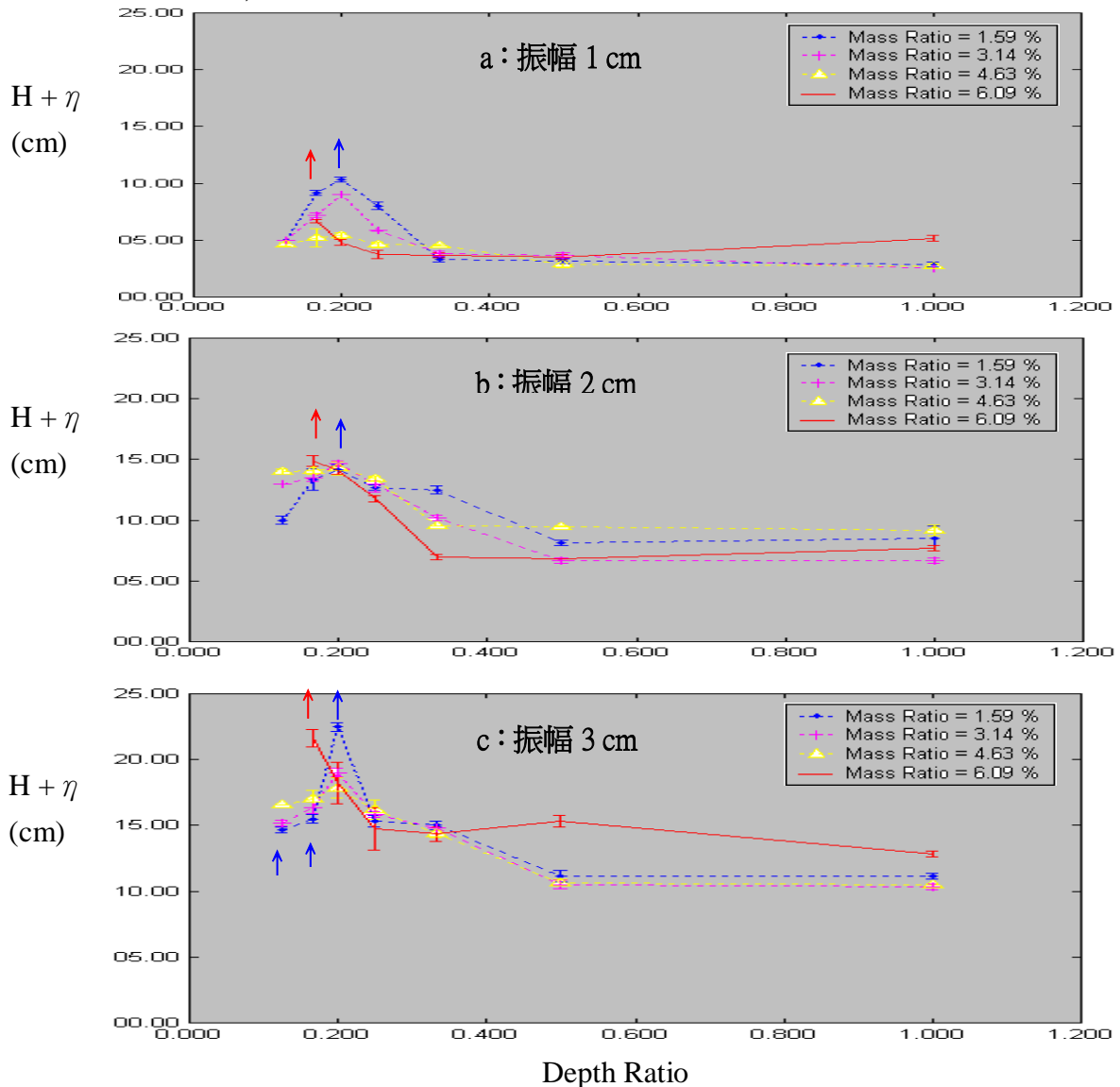


圖 21：依 Depth Ratio 分組對 $H + \eta$ 的影響(Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63、6.09 %)。振幅分別為 1 cm (a)、2 cm (b)、3 cm (c) ↑：影像截圖觀察到有碎波現象(wave breaking/ Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63 %) ↑：影像截圖觀察到有碎波現象(wave breaking/ Mass Ratio = 6.09 %)

表 16：依 Depth Ratio 分組對 $H + \eta$ 的影響(Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63、6.09 %，振幅 1 cm)				
Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 % $H + \eta / H \quad / \eta$ (cm)	Mass Ratio = 3.14 % $H + \eta / H \quad / \eta$ (cm)	Mass Ratio = 4.63 % $H + \eta / H \quad / \eta$ (cm)	Mass Ratio = 6.09 % $H + \eta / H \quad / \eta$ (cm)
0.125	5.00 / 4.08 / 0.92	5.00 / 4.25 / 0.75	4.63 / 3.93 / 0.70	(x)
0.167	9.17 / 8.07 / 1.00	7.17 / 6.17 / 1.00	5.20 / 4.40 / 0.80	6.67 / 6.00 / 0.67 ↑
0.200	10.33 / 9.23 / 1.10 ↑	9.00 / 8.40 / 0.60 ↑	5.40 / 4.73 / 0.67 ↑	4.80 / 4.00 / 0.80
0.250	8.00 / 6.50 / 1.50	5.84 / 4.67 / 1.17	4.60 / 3.73 / 0.87	3.74 / 3.07 / 0.67
0.333	3.33 / 2.33 / 1.00	3.83 / 2.83 / 1.00	4.53 / 3.53 / 1.00	3.67 / 2.67 / 1.00
0.500	3.16 / 2.16 / 1.00	3.67 / 2.67 / 1.00	2.87 / 1.87 / 1.00	3.53 / 2.33 / 1.20
1.000	2.83 / 1.83 / 1.00	2.50 / 1.50 / 1.00	2.73 / 1.73 / 1.00	5.17 / 3.17 / 2.00

表 17：依 Depth Ratio 分組對 $H + \eta$ 的影響(Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63、6.09 %，振幅 2 cm)				
Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 % $H + \eta / H \quad / \eta$ (cm)	Mass Ratio = 3.14 % $H + \eta / H \quad / \eta$ (cm)	Mass Ratio = 4.63 % $H + \eta / H \quad / \eta$ (cm)	Mass Ratio = 6.09 % $H + \eta / H \quad / \eta$ (cm)
0.125	10.00 / 9.25 / 0.75	13.00 / 12.25 / 0.75	14.03 / 12.43 / 1.60	(x)
0.167	13.33 / 12.00 / 1.33	13.50 / 12.50 / 1.00	14.10 / 12.50 / 1.60	14.87 / 13.67 / 1.20 ↑
0.200	14.17 / 12.57 / 1.60 ↑	14.67 / 13.57 / 1.10 ↑	14.27 / 13.07 / 1.20 ↑	14.10 / 12.90 / 1.20
0.250	12.67 / 10.67 / 2.00	13.00 / 11.33 / 1.67	13.44 / 11.57 / 1.87	11.77 / 10.17 / 1.60
0.333	12.50 / 10.17 / 2.33	10.17 / 8.17 / 2.00	9.50 / 7.50 / 2.00	6.96 / 5.23 / 1.73
0.500	8.17 / 5.67 / 2.50	6.67 / 4.67 / 2.00	9.47 / 7.00 / 2.47	6.80 / 5.00 / 1.80
1.000	8.50 / 5.17 / 3.33	6.67 / 4.67 / 2.00	9.17 / 5.50 / 3.67	7.67 / 5.17 / 2.50

表 18：依 Depth Ratio 分組對 $H + \eta$ 的影響(Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63、6.09 %，振幅 3 cm)				
Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 % $H + \eta / H \quad / \eta$ (cm)	Mass Ratio = 3.14 % $H + \eta / H \quad / \eta$ (cm)	Mass Ratio = 4.63 % $H + \eta / H \quad / \eta$ (cm)	Mass Ratio = 6.09 % $H + \eta / H \quad / \eta$ (cm)
0.125	14.67 / 13.42 / 1.25 ↑	15.17 / 14.42 / 0.75 ↑	16.60 / 14.60 / 2.00 ↑	(x)
0.167	15.50 / 13.50 / 2.00 ↑	16.33 / 14.83 / 1.50 ↑	17.00 / 15.00 / 2.00 ↑	21.60 / 20.00 / 1.60 ↑
0.200	22.50 / 19.90 / 2.60 ↑	19.00 / 16.73 / 2.27 ↑	17.83 / 16.23 / 1.60 ↑	18.23 / 16.23 / 2.00
0.250	15.33 / 12.00 / 3.33	15.83 / 13.33 / 2.50	16.20 / 14.07 / 2.13	14.74 / 12.67 / 2.07
0.333	15.00 / 11.67 / 3.33	14.83 / 11.33 / 3.50	14.33 / 11.33 / 3.00	14.33 / 11.00 / 3.33
0.500	11.17 / 7.67 / 3.50	10.50 / 7.17 / 3.33	10.67 / 7.17 / 3.50	15.33 / 12.33 / 3.00
1.000	11.17 / 6.50 / 4.67	10.33 / 7.00 / 3.33	10.50 / 6.50 / 4.00	12.83 / 9.33 / 3.50

↑：影像截圖觀察到有碎波現象(wave breaking/ Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63 %)

↑：影像截圖觀察到有碎波現象(wave breaking/ Mass Ratio = 6.09 %) H：水波從平衡點上升距離

η ：水波從平衡點下降距離 (x)：Depth Ratio = 0.125(Mass Ratio = 6.09 %)因容器寬度格數不足，故無法實驗

二、為了評估水實測自然擺盪週期(T_n / 表 15)與 Depth Ratio 之間的相關性是否符合線性波理論(linear wave theory)[3] ?

$$T_n = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\pi g}{L} \tanh\left(\pi \cdot \frac{D}{L}\right)}} \quad (D : \text{水深 } L : \text{容器長度 } T_n : \text{水波自然擺盪週期 } g : \text{重力加速度})$$

亦即評估 $y(T_n)$ 與 $x\left(\frac{1}{\sqrt{\tanh\left(\pi \cdot \frac{D}{L}\right)}}\right)$ 是否成線性相關? 求出迴歸直線(圖 22)如下:

$$y = 0.3338x + 0.1835 \quad (R^2 = 0.9923) \quad (y : T_n \quad x : \frac{1}{\sqrt{\tanh\left(\pi \cdot \frac{D}{L}\right)}})$$

故 T_n 與 $\frac{1}{\sqrt{\tanh\left(\pi \cdot \frac{D}{L}\right)}}$ 符合線性相關的信賴度佳($R^2 = 0.9923$)。

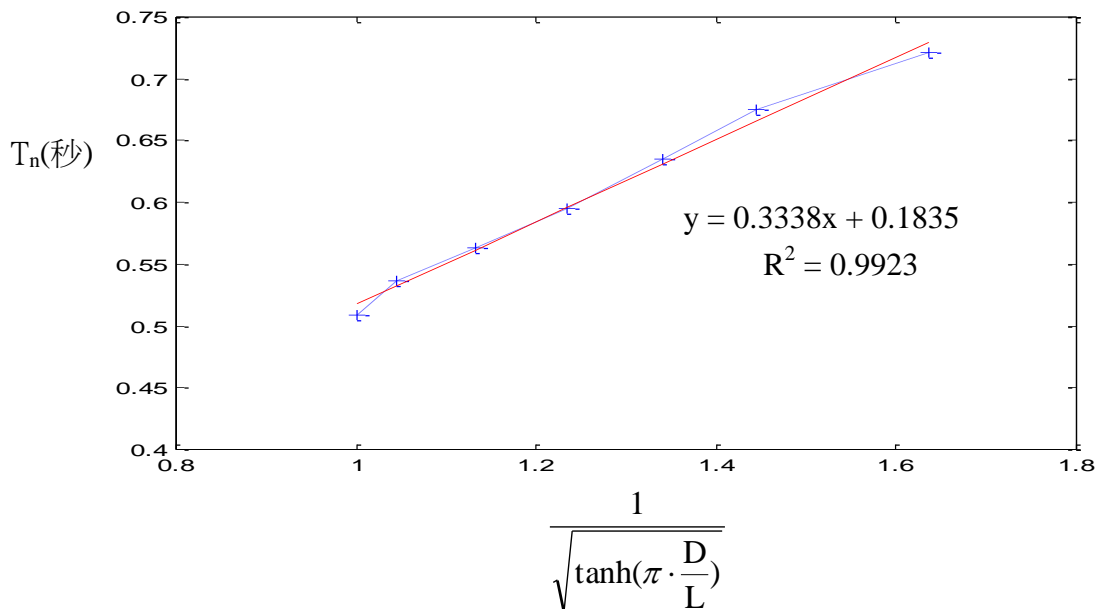


圖 22: T_n 與 $\frac{1}{\sqrt{\tanh\left(\pi \cdot \frac{D}{L}\right)}}$ 關係圖(藍虛線)並以線性迴歸線(紅線)模擬表示

三、本文實驗中的液體阻尼器均使用**長方體**之多層盛水容器，探討其減振效應。但在實際應用上，若將其融入建築物的減振設計中，長方體之液體阻尼器的減振效應受限於**單一方向** (Single Degree-of-Freedom/ SDOF)(圖 23 a)。如要提升其應用性，可探討其他容器幾何形狀，如圓柱形(圖 23 b)或拋物面(Paraboloid of Revolution/ 圖 23 c)等，達到**多方向**的減振效果(Multi Degree-of-Freedom/ MDOF)。若使用拋物面，是否可運用一些特性：包括其光學性質(一組平行波入射必反射至焦平面上某一點)，及其橫截面為圓形，側面為斜坡外展等特性，進一步增加減振效果？可供進一步未來延伸實驗的方向。

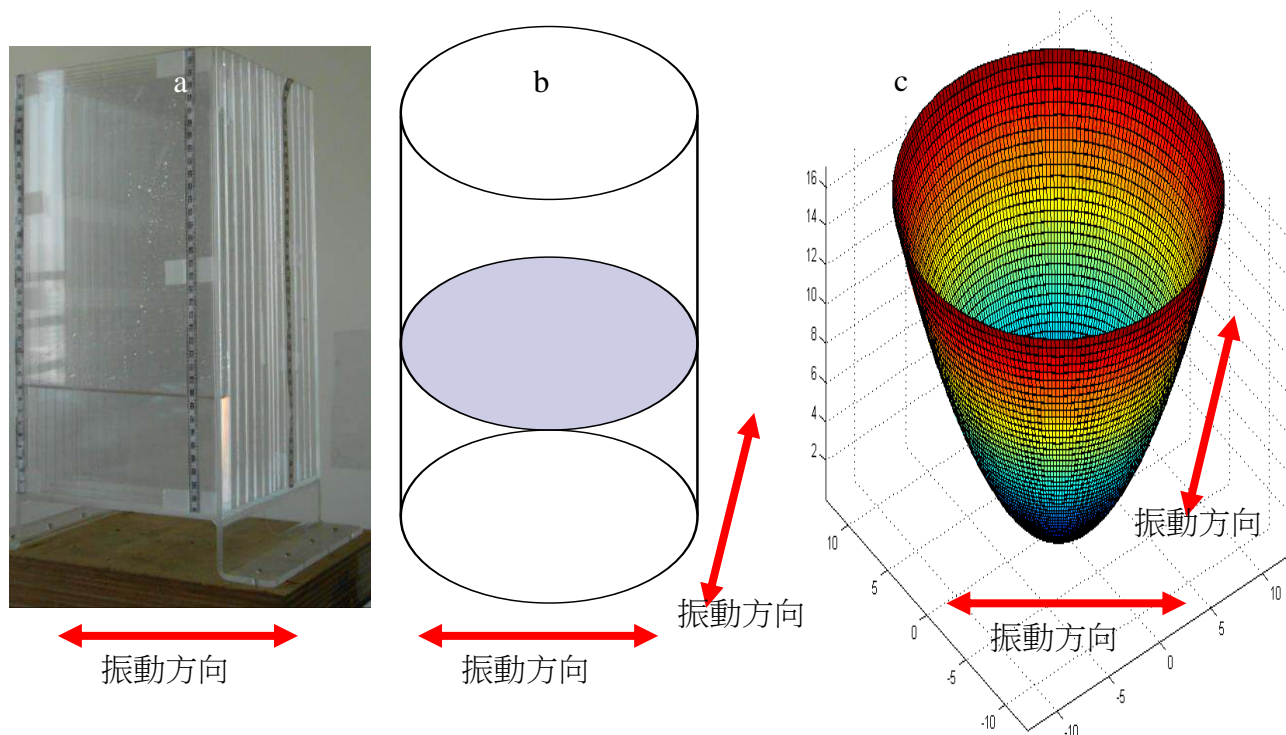
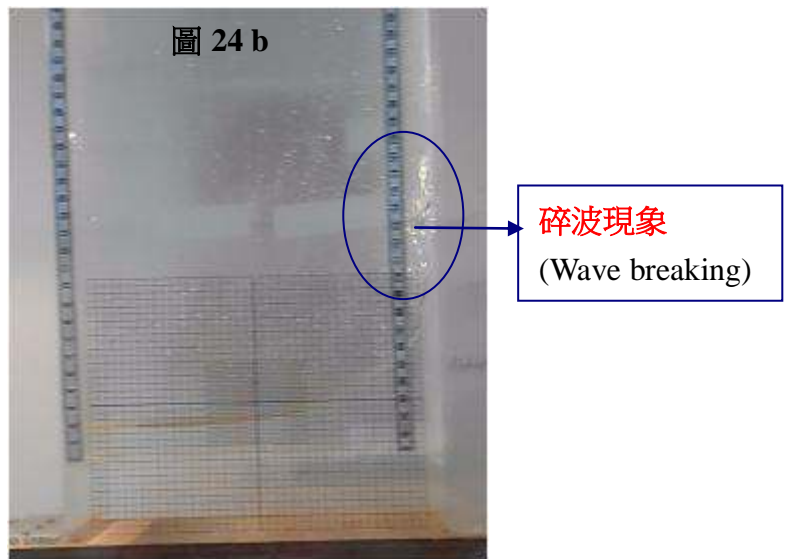
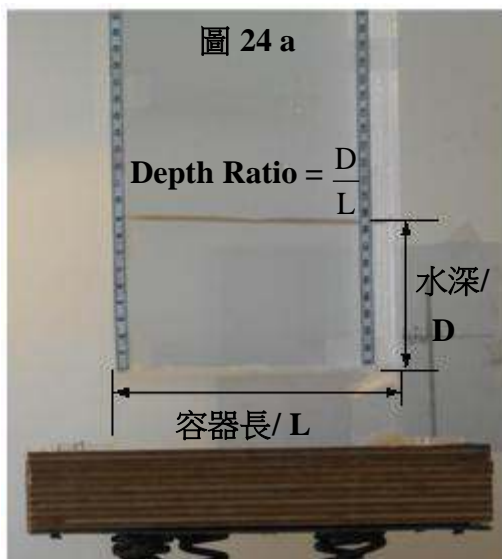


圖 23：液體阻尼器使用長方體盛水容器(a)，其減振效應受限於單一方向(Single Degree-of-Freedom/ SDOF)，若使用圓柱形(b)或拋物面(c)則可達到多方向的減振效果 (Multi Degree-of-Freedom/ MDOF)

柒：結論

本實驗分析方法使用振動參數(T_v 、 c 、 $D60$)驗證自製震動台測量結果的信賴度並量化減振效應，且應用於多層容器盛水液體阻尼器的減振效應探討。因 Depth Ratio(容器中水深與長度比值/ 圖 24 a)可影響水的自然擺盪週期，為了調整 Depth Ratio 並同時控制容器中水質量相同，故設計多層盛水容器。藉由 Depth Ratio 分組調整，使容器中水的自然擺盪週期(T_n)接近震動台振動週期(T_v)時($\text{Period Ratio} / \text{PR} = T_n / T_v \doteq 1$)，觀察到碎波現象(wave breaking/ 圖 24 b)可能因共振效應產生，藉此方式造成能量消散，在此條件下減振效應最顯著。且當震動台振幅越大時，觀察到 wave breaking 發生的可能性越高，減振效應亦較顯著。而當 Mass Ratio(水質量與總值量比值)由 1.59 %增加至 6.09 %時，在 $\text{PR} \doteq 1$ 的條件下，Mass Ratio 變化對減振效應(c)影響不顯著；若在 $\text{PR} \neq 1$ 的條件下，當 Mass Ratio = 4.63 %，減振效應(c 、 $D60$)較明顯。在 Mass Ratio ≤ 4.63 %的條件下，不論 PR 條件為何，震動台振幅皆呈規則性逐步衰減。而當 Mass Ratio = 6.09 %，唯有在 $\text{PR} = 1$ 的條件下，震動台振幅呈規則性逐步衰減；若 $\text{PR} \neq 1$ ，則會出現振幅高低起伏的現象。

實驗證實調整多層容器盛水液體阻尼器的特定參數，可有效達到減振的效果。在實際應用上，此種液體形式的阻尼器有多項潛在的優點，包括其成本低廉且施工困難度較低。若能將水塔、消防水箱或頂樓游泳池應用上述概念融入建物設計，則可在不另行增加建物載重的條件下，同時兼具阻尼器減振效應的功能。



捌：參考文獻

- 1、楊志良(1982)。生物統計學新論。台北市：巨流圖書公司。
- 2、蔡東和、樓建中(1999)。耐震減震與隔震。土木技術第二卷第五期。
- 3、HARALD E. KROGSTAD、QIVIND A. ARNTSEN(2000)。LINEAR WAVE THEORY PART A。Norway：NORWEGIAN UNIVERSITY。
- 4、Emily Bhattacharjee、Lipica Halder、Richi Prasad Sharma(2013)。An experimental study on tuned liquid damper for mitigation of structural response。Internation Journal of Advanced Structural Engineering 2013, 5:3。
- 5、Hadi Malekghasemi (2011)。Experimental and Analytical Investigation of Rectangular Tuned Liquid Dampers(TLD)。Canada：University of Toronto。
- 6、Pradipta BANERJI(2004)。TUNED LIQUID DAMPERS FOR CONTROL OF EARTHQUAKE RESPONSE。Canada：13th World Conference on Earthquake Engineering Paper No. 1666。
- 7、SUN Limin(1991)。Semi-Analytical Modelling of Tuned Liquid Damper (TLD) with Emphasis on Damping of Liquid Sloshing。Japan：University of Tokyo。
- 8、Pradipta Banerji、Avik Samanta、Sachin A. Chavan(2010)。EARTHQUAKE VIBRATION CONTROL OF STRUCTURES USING TUNED LIQUID DAMPERS：EXPERIMENTAL STUDIES。Internation Journal of Advanced Structural Engineering, Vol. 2, No. 2, Pages 133-152, December 2010。
- 9、Jitaditya Mondal、Harsha Nimmala、Shameel Abdulla、Reza Tafreshi(2014)。Tuned Liquid Damper。3rd International Conference on Mechanical Engineering and Mechatronics Paper No. 68。

【評語】 030109

1. 實驗內容經由許多資料研讀，並能彙整創新實驗的設計。
2. 實驗內容較複雜而且深入，也許非一般國中生易懂。
3. 實驗設計為一人所及，也許發展合作科展會較佳。
4. 以作者能力，應展開更具科學意義的題目。