中華民國第 54 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國小組　數學科

第三名

080410

撥亂反正－探討正方形的切割與重組

學校名稱：臺北市大安區幸安國民小學

作者：	指導老師：
小五 顏頎翰	陶　玉
小五 鍾　茵	黃盈雰

關鍵詞：正方形、切割線、重組

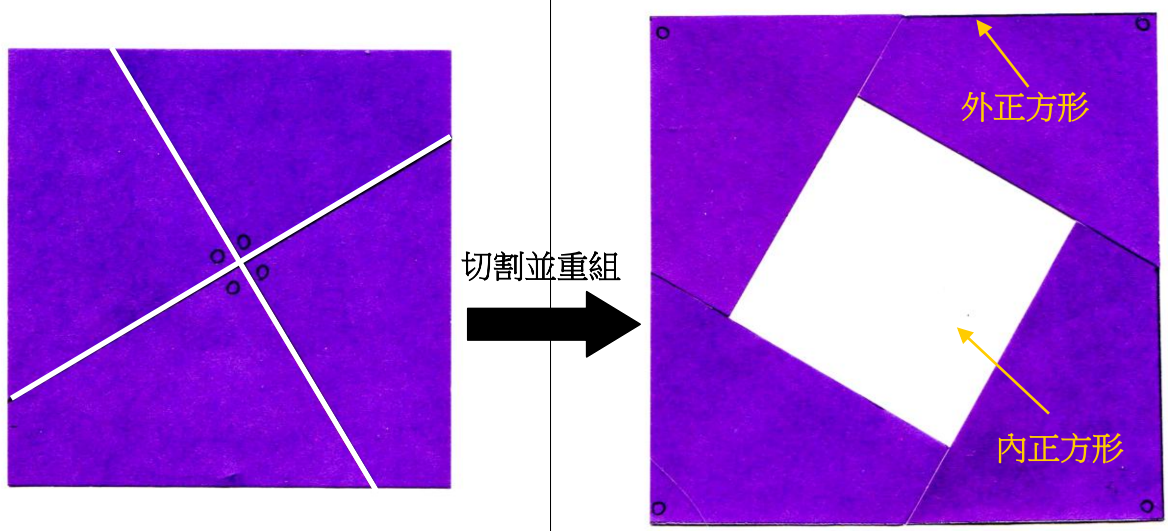
撥亂反正—探討正方形的切割與重組

摘要

本研究探討一個有趣的問題，「如何在一張正方形的紙上剪兩刀，並經過重組，最後再拼成一個內嵌正方形呢？」透過實作及分類，加以分析並歸納，找到形成此種內嵌正方形的必要及充分條件；同時也經由圖解法，說明原正方形之切割方式與內嵌正方形間的關係，進而透過切割圖推知重組圖，並能從重組後的內嵌正方形反推出原正方形的切割方式。

壹、研究動機

某天數學課，當我們在複習正方形與長方形的周長及面積問題時，老師提出科學研習月刊中的一個題目，做為課外挑戰題，題目是「如何在一張正方形的紙上剪兩刀，並經過重組，最後再拼成一個正方形呢？」（如下圖 1-1）由於覺得這個問題很有趣，所以下課後向老師求教該題的解答，但老師卻建議我們可以此為參加科學展覽研究的主題，並循序找出問題的答案。



原正方形	內嵌正方形

圖 1-1 兩相交切割線的分割與重組圖

貳、研究目的

一、探討何種相交方式的切割線可重組成內嵌正方形。

（一）探討兩相交切割線是否需要垂直。

（二）探討兩相交切割線端點的位置。

（三）探討第二條切割線的位置。

（四）探討兩條切割線相互垂直平分時的情況。

二、探討切割方式與內嵌正方形間的關係。

（一）探討切割線與內嵌正方形（含大、小正方形）邊長間的關係。

（二）探討移動第二條切割線後，所形成的各內嵌正方形間的關係。

三、透過切割圖推知重組圖，並利用重組後的內嵌正方形，反推出原正方形切割方式。

（一）探討正方形的切割與重組間的關係。

（二）探討如何從內嵌正方形反推出原正方形的切割方式。

參、研究器材與設備

色紙、記錄表、膠水、美工刀、直尺、三角尺、量角器、筆。

肆、研究過程與結果

【剪貼方式】

※ 在正方形的色紙上畫兩條相交的直線，沿直線將色紙切割成 4 片，並嘗試將此 4 小片色紙重組成一個內部含有正方形的新正方形（如上圖 1-1 所示）。

一、探討何種相交方式的切割線可重組成內嵌正方形

研究一：探討兩相交切割線是否需要垂直

先固定第一條切割線的位置，並討論第二條切割線與第一條切割線垂直及不垂直的兩種情況（如下圖 4-1 及 4-2 所示）。

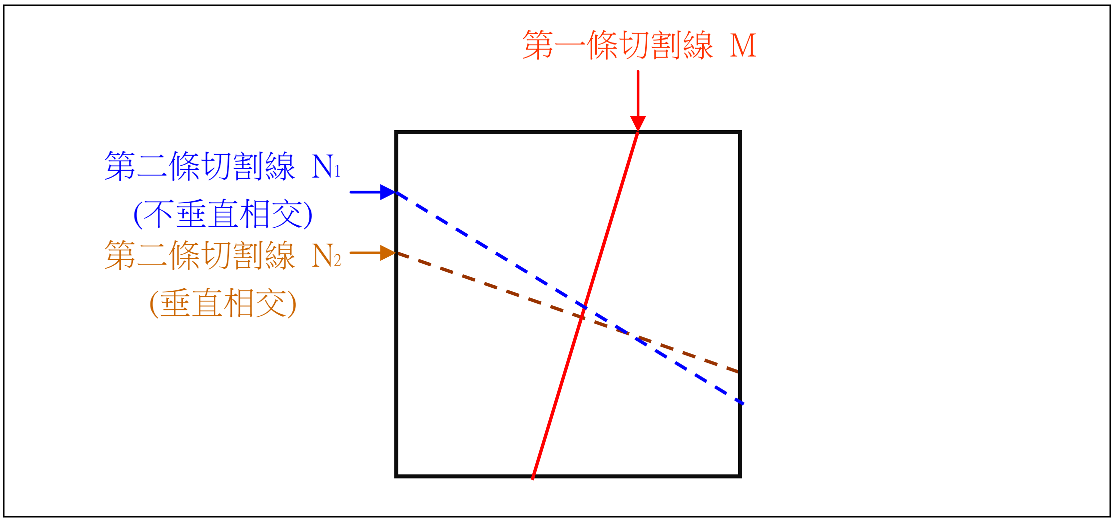


圖 4-1 第一條切割線不過頂點且兩切割線不垂直與垂直相交之切割圖

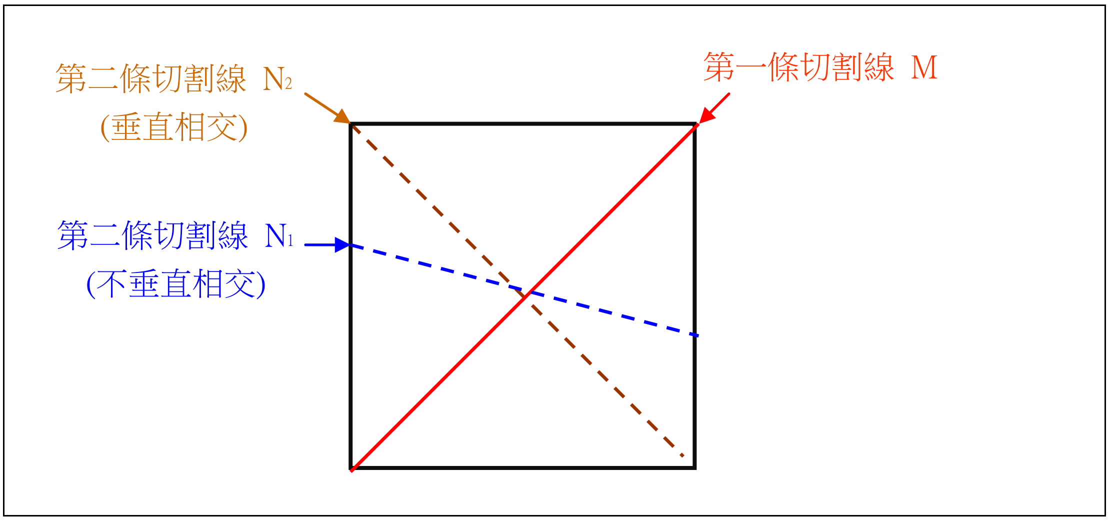
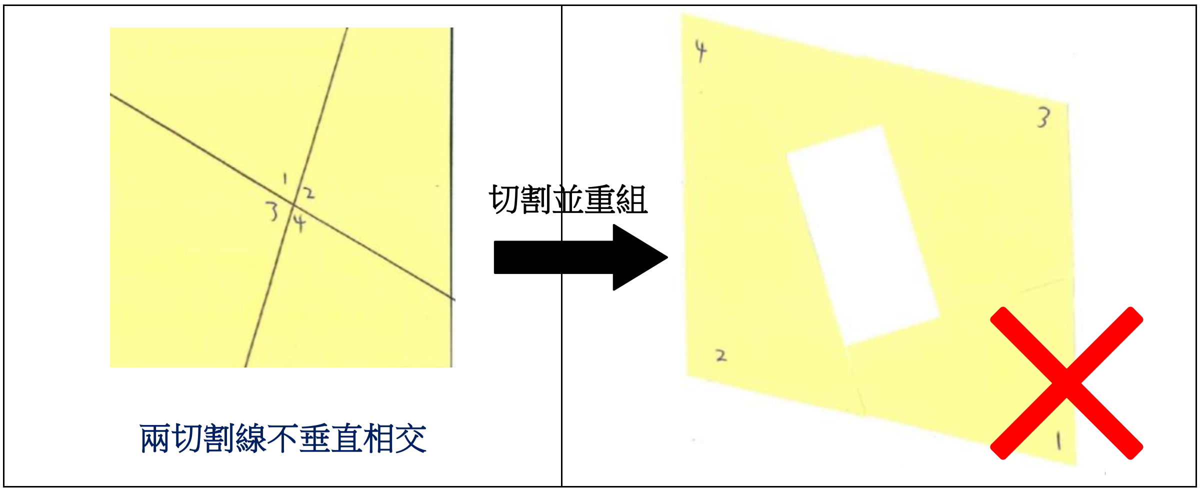


圖 4-2 第一條切割線為對角線且兩切割線不垂直與垂直相交之切割圖

研究一結果：



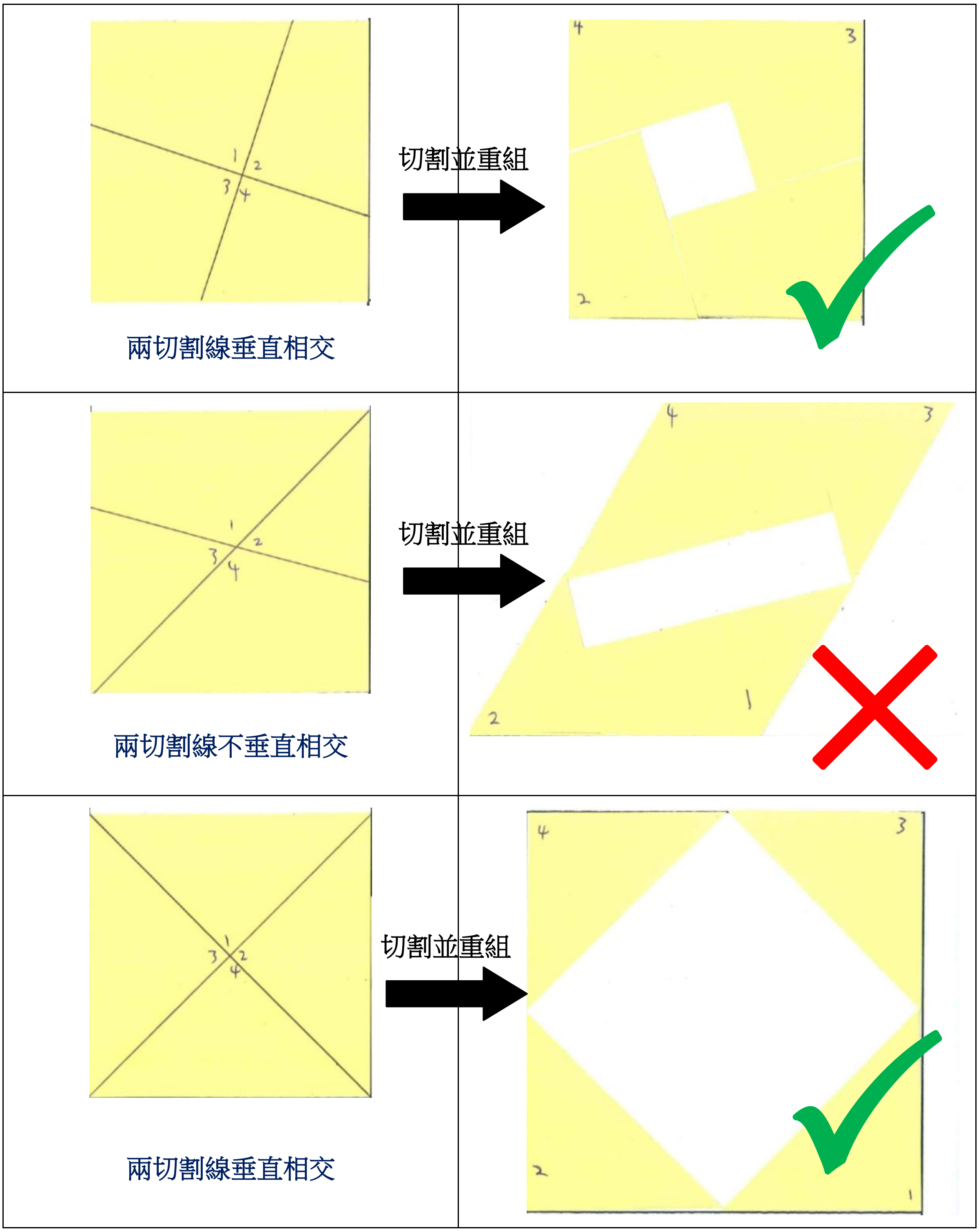


圖 4-3 兩切割線不垂直與垂直相交之切割圖與重組圖

研究一發現：由於兩切割線的交角為內嵌正方形之外正方形的內角，因此若欲重組成內嵌正方形，則兩相交的切割線必定要互相垂直。

研究二：探討兩相交切割線端點的位置

當兩條切割線互相重直時，探討切割線的兩個端點所在位置為原正方形的鄰邊、對邊或是頂點上（如下圖 4-4、4-5、4-6 及 4-7 所示）。

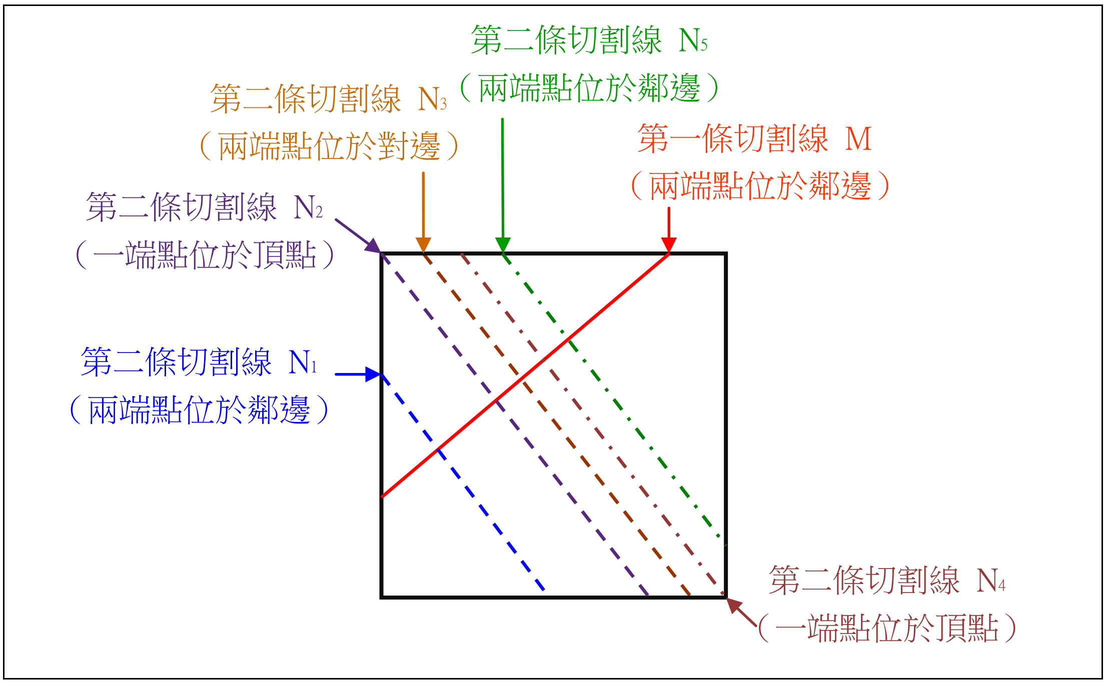


圖 4-4 第一條切割線的兩端點位於鄰邊之各種相交情況的切割圖

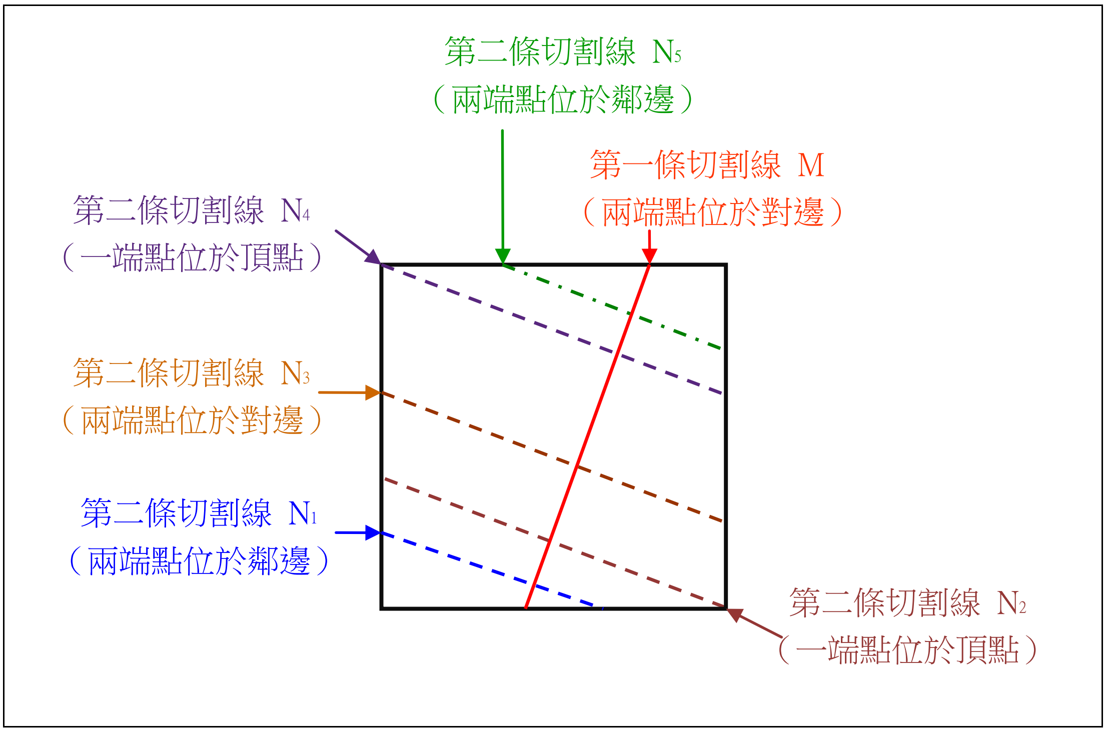


圖 4-5 第一條切割線的兩端點位於對邊之各種相交情況的切割圖

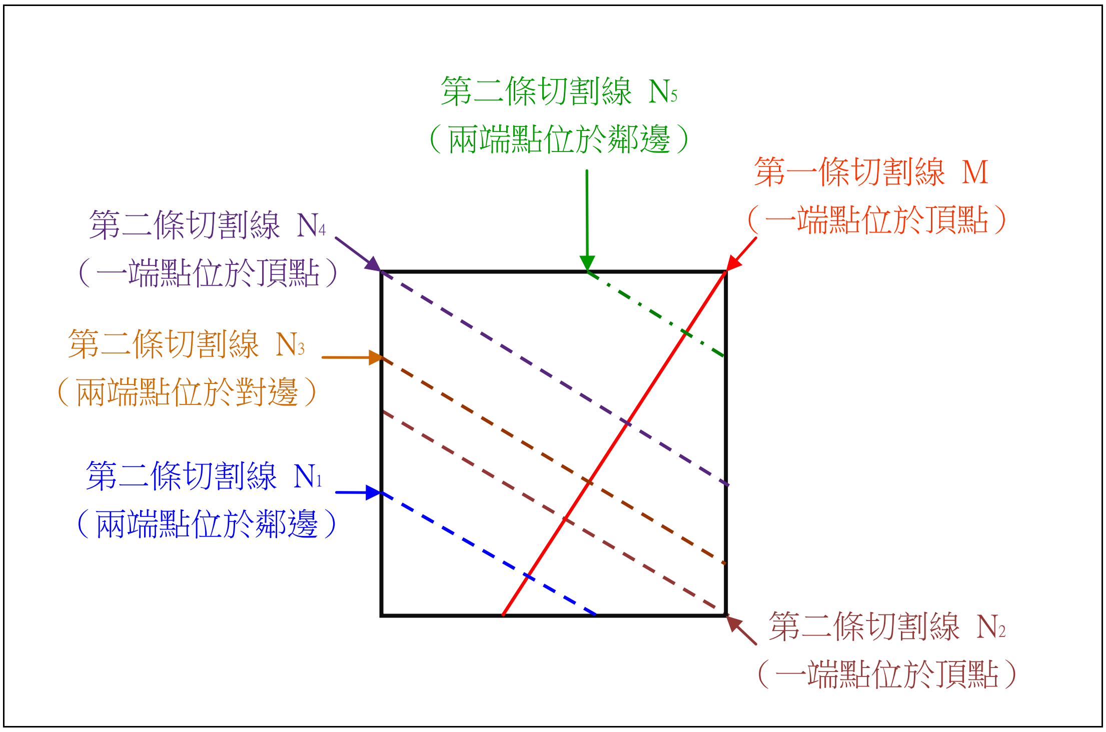


圖 4-6 第一條切割線的一端點位於頂點之各種相交情況的切割圖

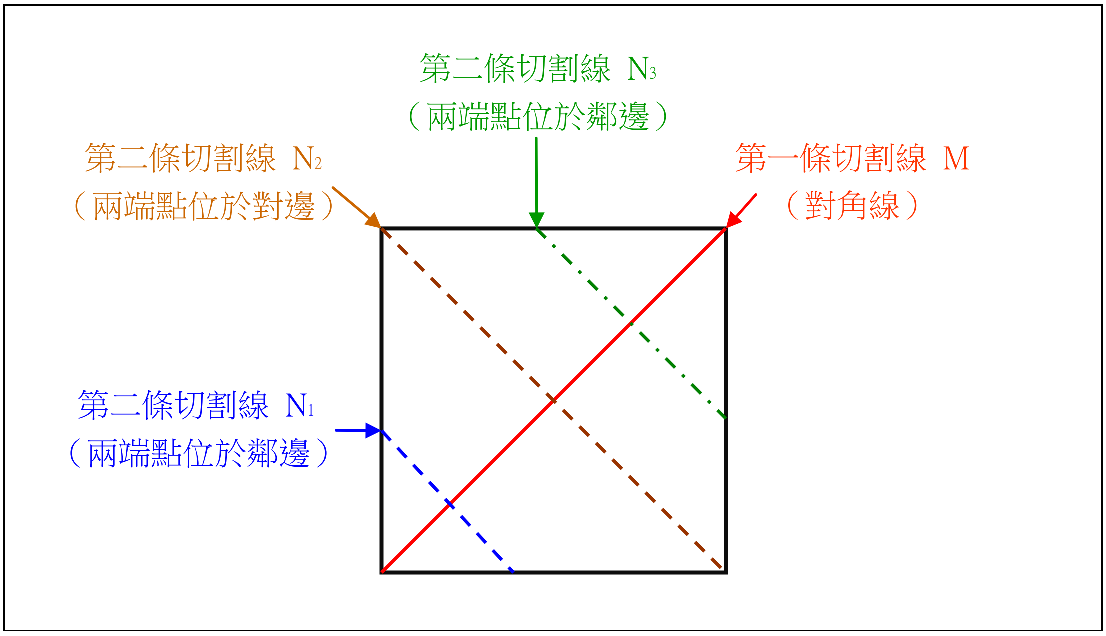
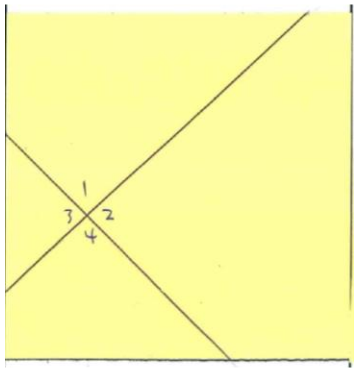
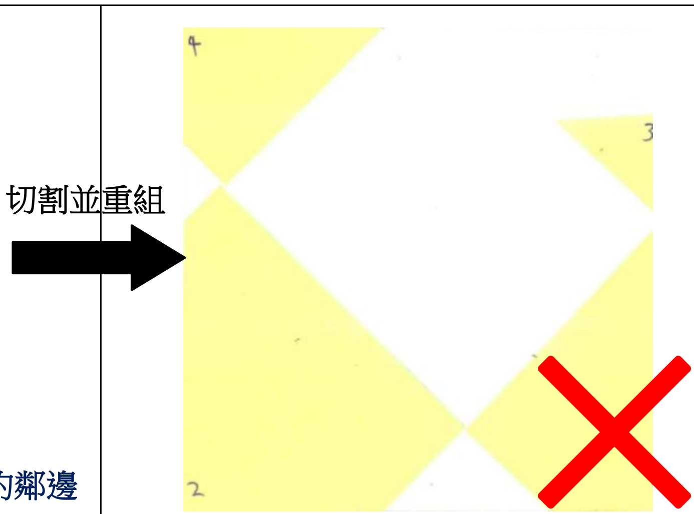
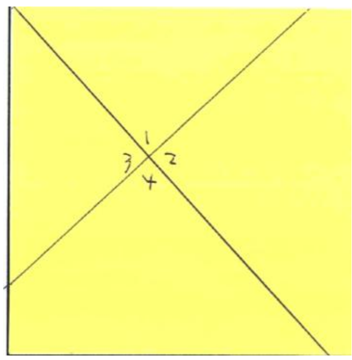
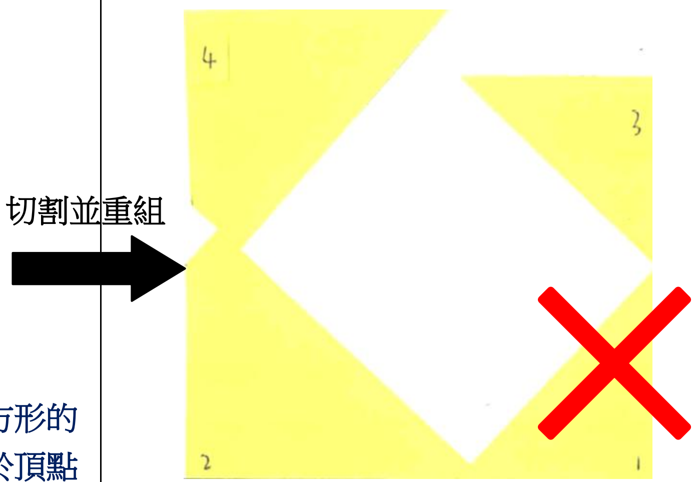
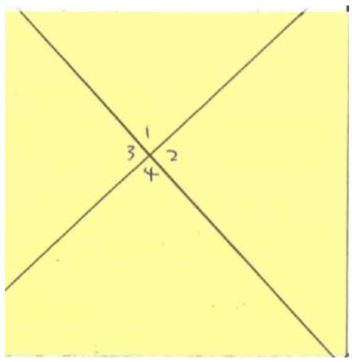
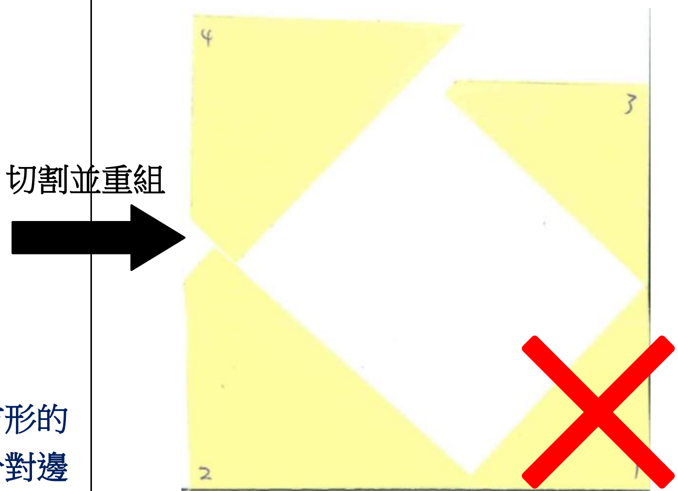


圖 4-7 第一條切割線為原正方形的對角線之各種相交情況的切割圖

研究二結果：

1. 當第一條切割線的兩端點位於原正方形的鄰邊時：

 兩切割線的兩端點均於正方形的鄰邊	
 第一條切割線的兩端點於原正方形的鄰邊且第二條切割線的一端點於頂點	
 第一條切割線的兩端點於原正方形的鄰邊但第二條切割線的兩端點於對邊	

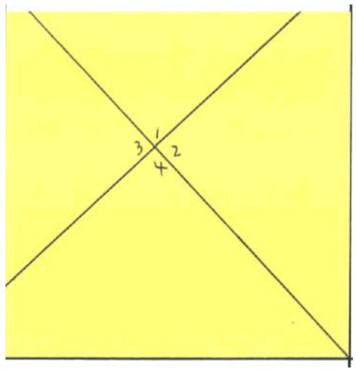
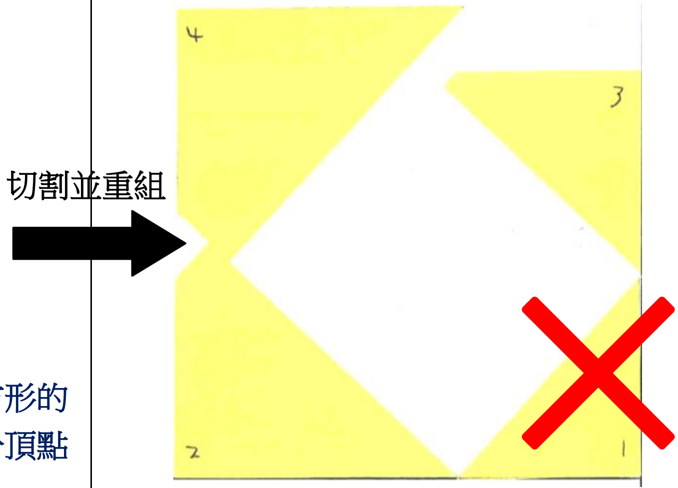
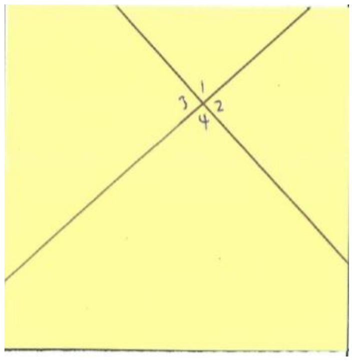
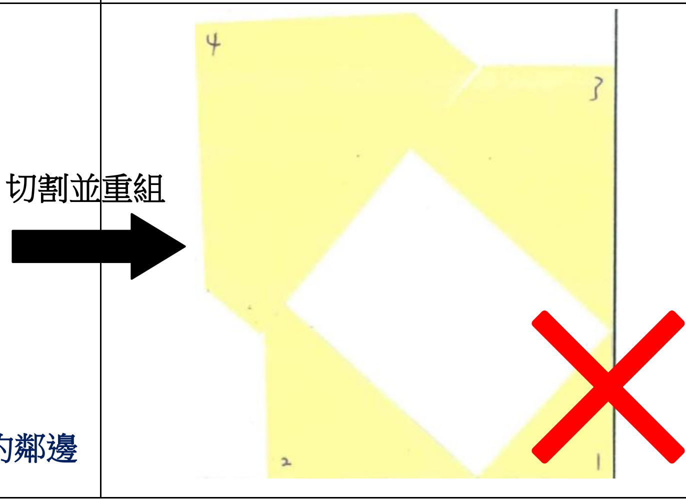
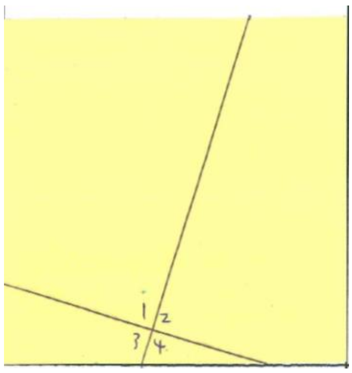
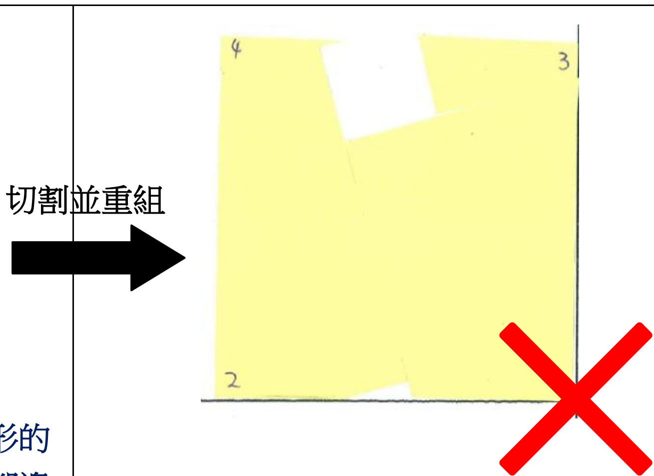
 第一條切割線的兩端點於原正方形的鄰邊且第二條切割線的一端點於頂點	
 兩切割線的兩端點均於正方形的鄰邊	

圖 4-8 第一條切割線的兩端點位於鄰邊之各種相交情況的切割圖與重組圖

2. 當第一條切割線的兩端點位於原正方形的對邊時：

 第一條切割線的兩端點於原正方形的對邊但第二條切割線的兩端點於鄰邊	

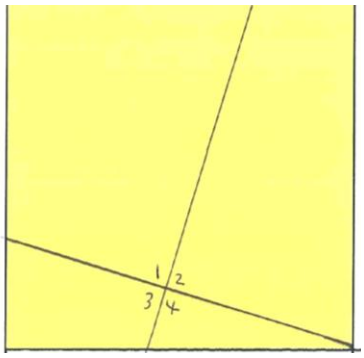
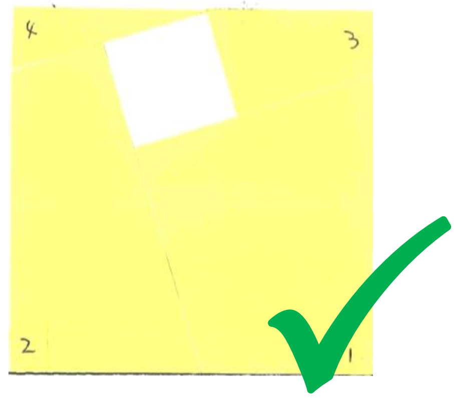
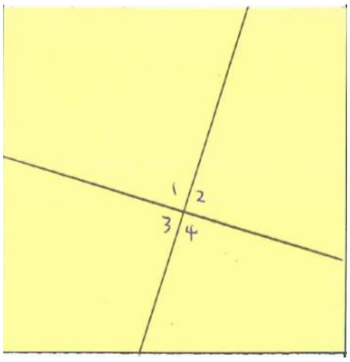
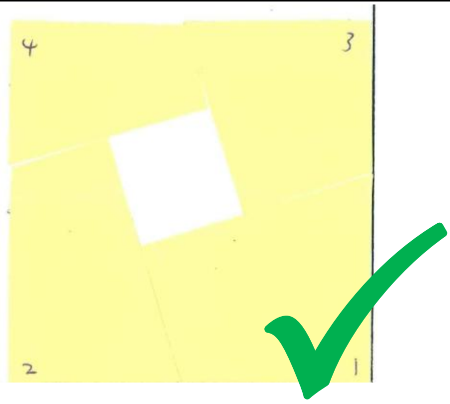
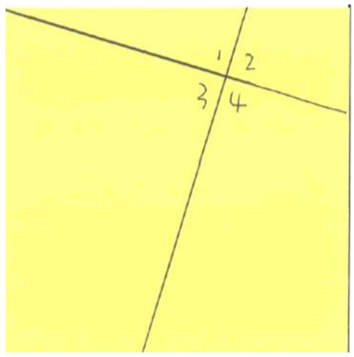
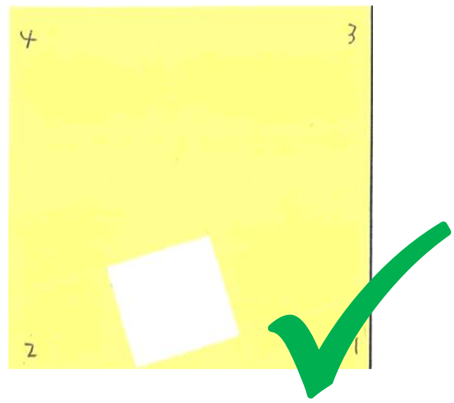
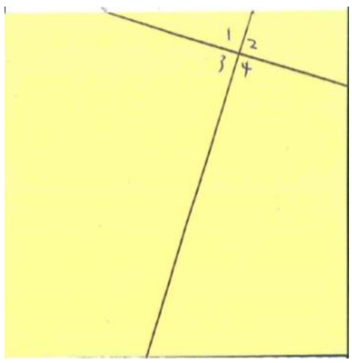
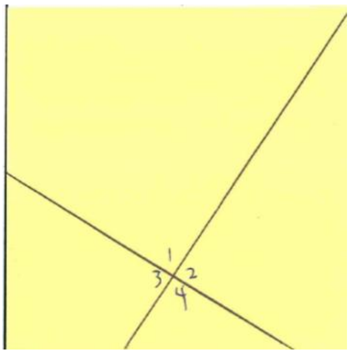
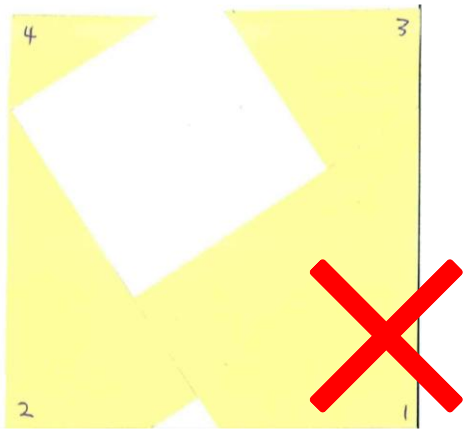
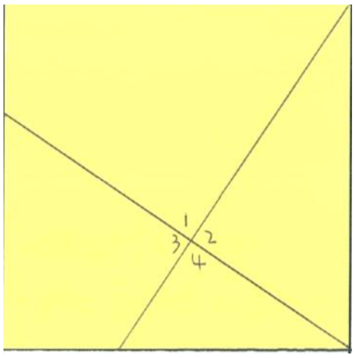
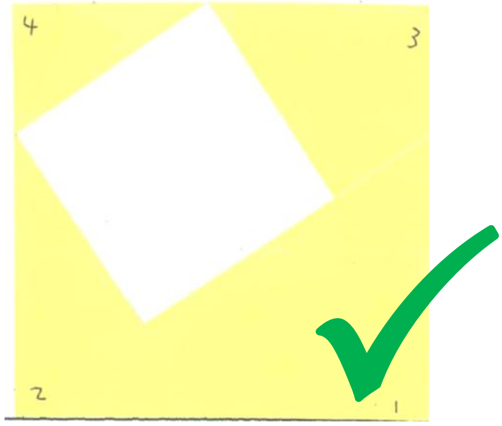
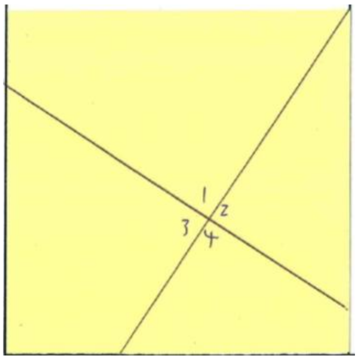
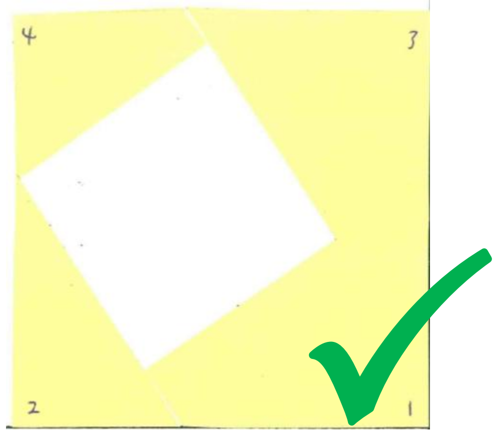
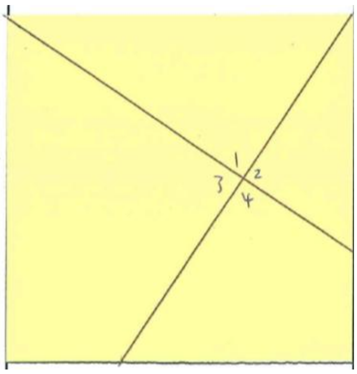
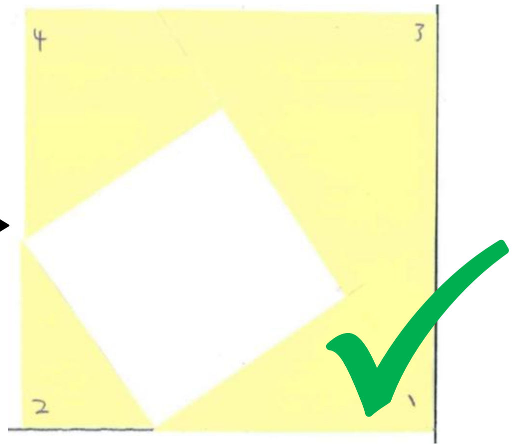
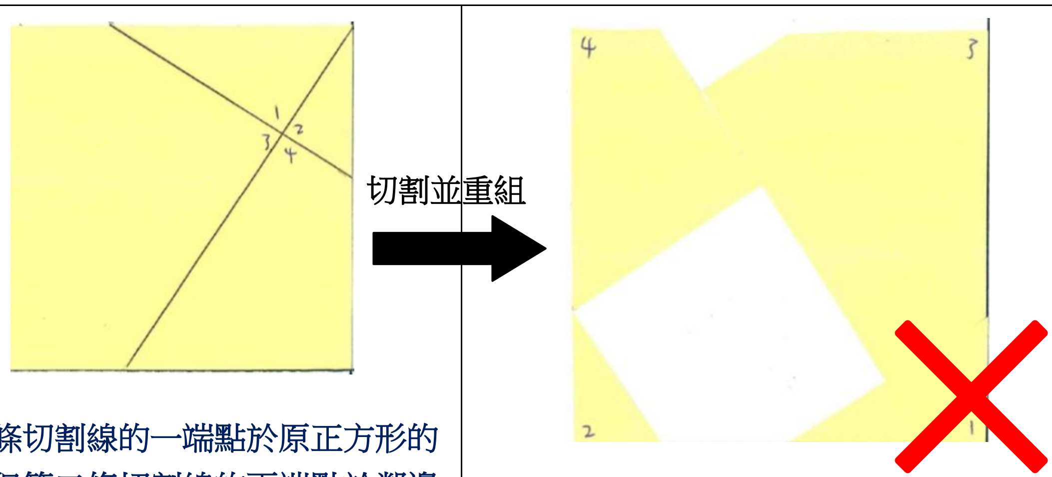
 第一條切割線的兩端點於原正方形的 對邊且第二條切割線的一端點於頂點	切割並重組 
 兩切割線的兩端點均於正方形的對邊	切割並重組 
 第一條切割線的兩端點於原正方形的 對邊且第二條切割線的一端點於頂點	切割並重組 
 第一條切割線的兩端點於原正方形的 對邊但第二條切割線的兩端點於鄰邊	切割並重組 

圖 4-9 第一條切割線的兩端點位於對邊之各種相交情況的切割圖與重組圖

3. 當第一條切割線的一端點位於原正方形的頂點時：

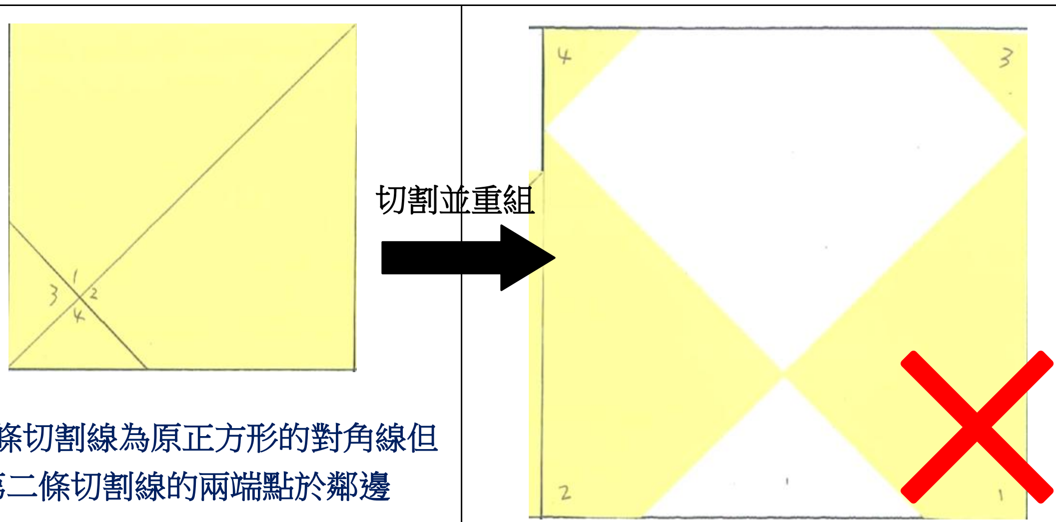
 第一條切割線的一端點於原正方形的頂點但第二條切割線的兩端點於鄰邊	切割並重組	
 兩切割線均有一端點於正方形的頂點	切割並重組	
 第一條切割線的一端點於原正方形的頂點且第二條切割線的兩端點於對邊	切割並重組	
 兩切割線均有一端點於正方形的頂點	切割並重組	



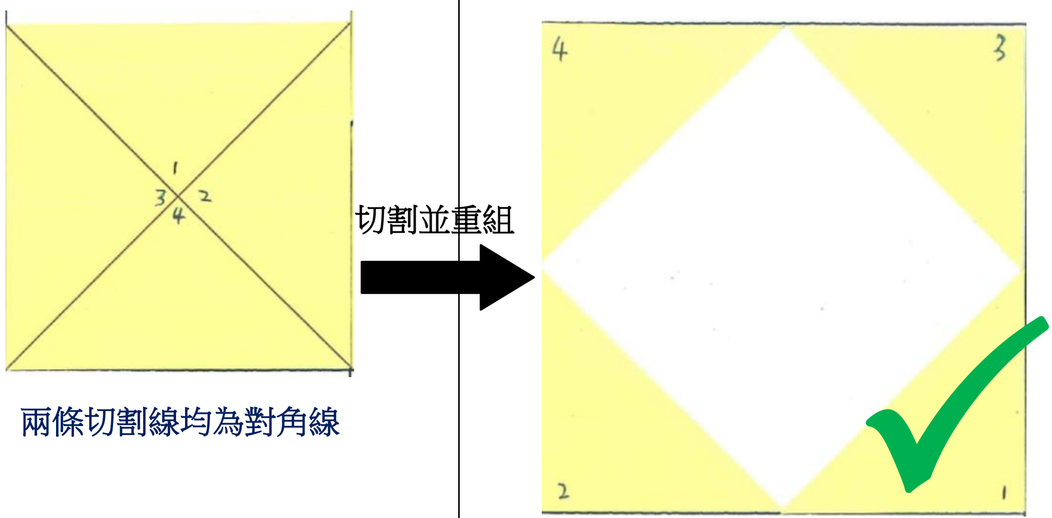
第一條切割線的一端點於原正方形的頂點但第二條切割線的兩端點於鄰邊

圖 4-10 第一條切割線的一端點位於頂點之各種相交情況的切割圖與重組圖

4. 當第一條切割線為原正方形的對角線時：



第一條切割線為原正方形的對角線但第二條切割線的兩端點於鄰邊



兩條切割線均為對角線

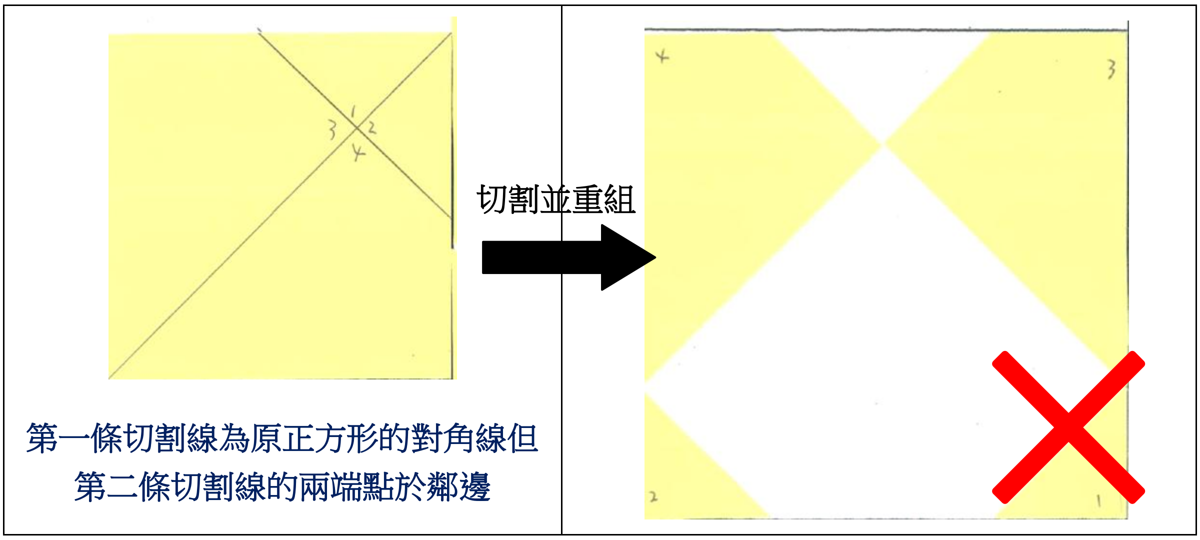
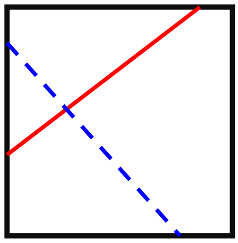


圖 4-11 第一條切割線為對角線之各種相交情況的切割圖與重組圖

研究二發現：



1. 經切割後所形成的 4 小片圖形中，若出現五邊形，則必定伴隨三角形（如右圖所示），而凡切割出五邊形，就必定無法重組成內嵌正方形。
2. 從實作結果得知，若第一條切割線的兩端點在原正方形的鄰邊，所形成的切割圖必定不能重組成內嵌正方形；但當第一條切割線的兩端點在原正方形的對邊或一端點為原正方形的頂點時，則第二條切割線的兩端點，必須也在原正方形的對邊或一端點為原正方形的頂點，才能重組成內嵌正方形。
3. 當第一條切割線為原正方形的對角線時，僅有一種可重組成內嵌正方形的情況，即另一條切割線也必需是對角線。

研究三：探討第二條切割線的位置

由研究二可知，當第一條切割線的兩端點在對邊或一端點為原正方形的頂點時，第二條切割線的位置將決定是否能重組成內嵌正方形，因此，我們嘗試選擇第二條切割線為第一條切割線的垂直平分線，探討是否必定能重組成內嵌正方形（如下圖 4-12、4-13 所示）。

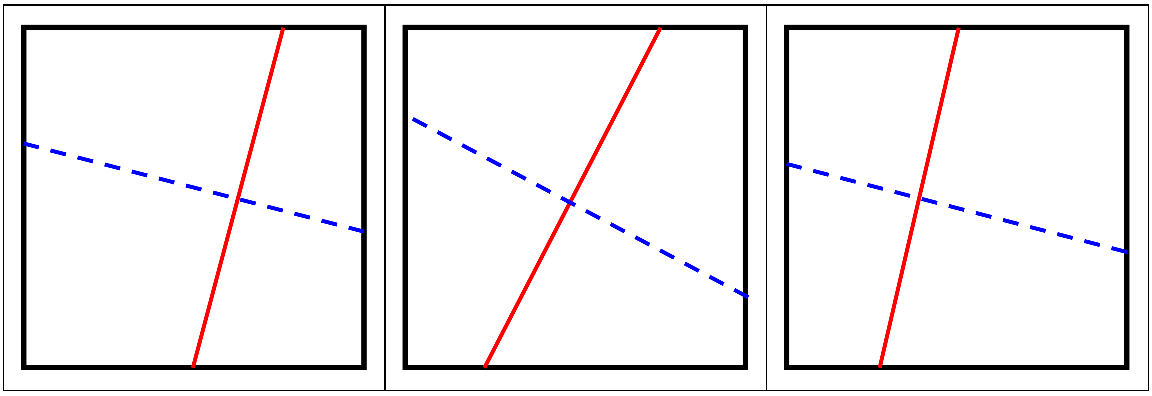


圖 4-12 第一條切割線（紅線）的兩端點位於對邊且第二條切割線（藍線）為第一條切割線的垂直平分線之各種相交情況的切割圖

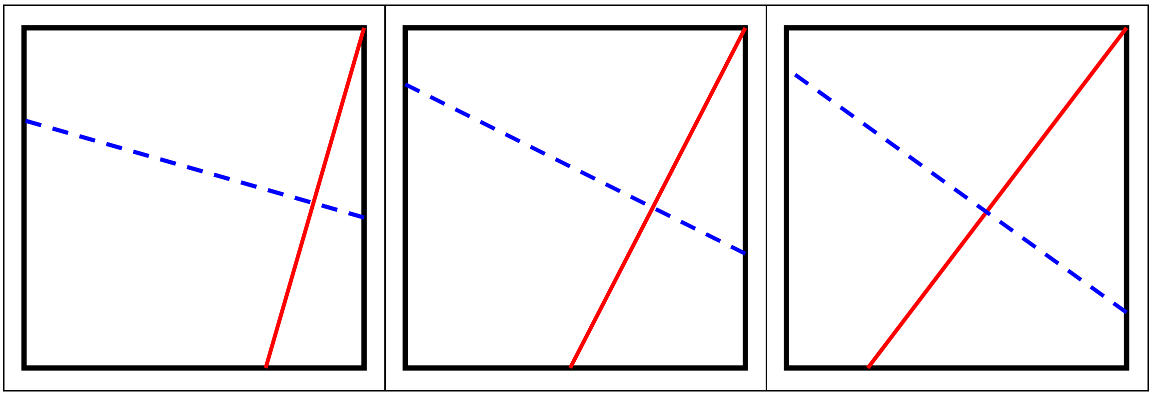
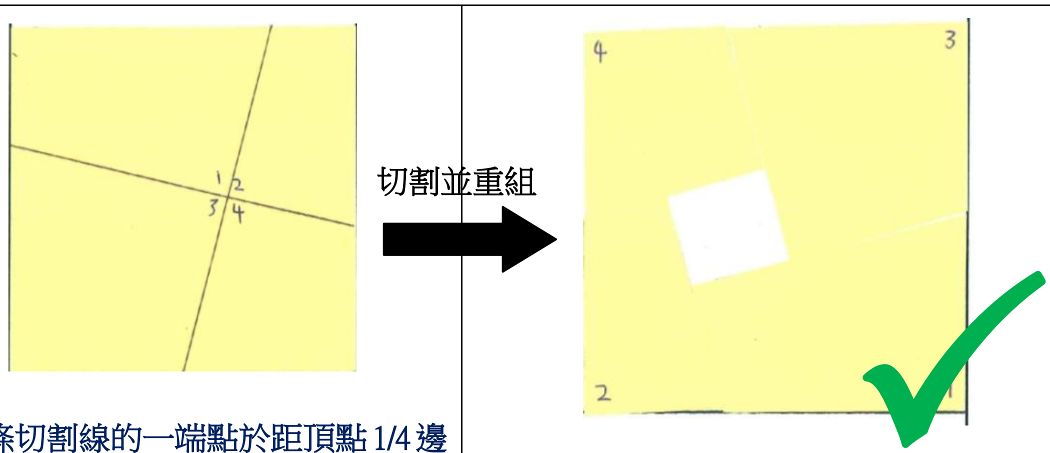
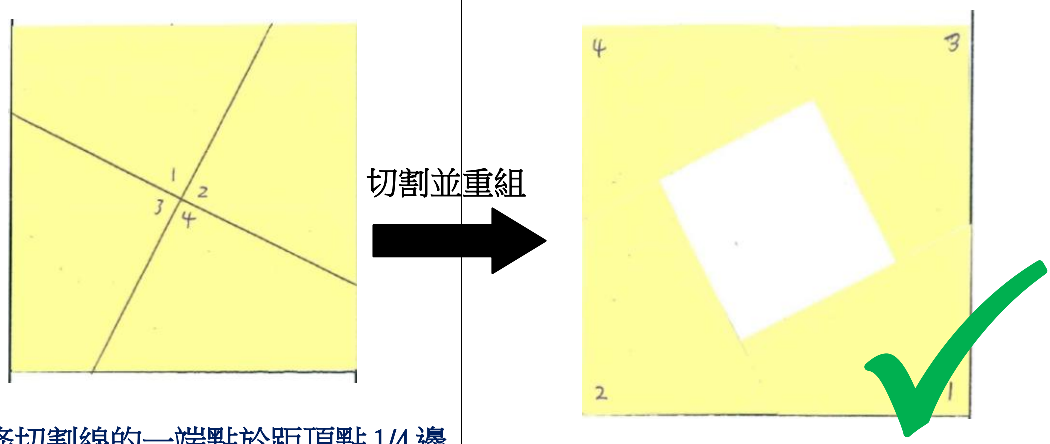
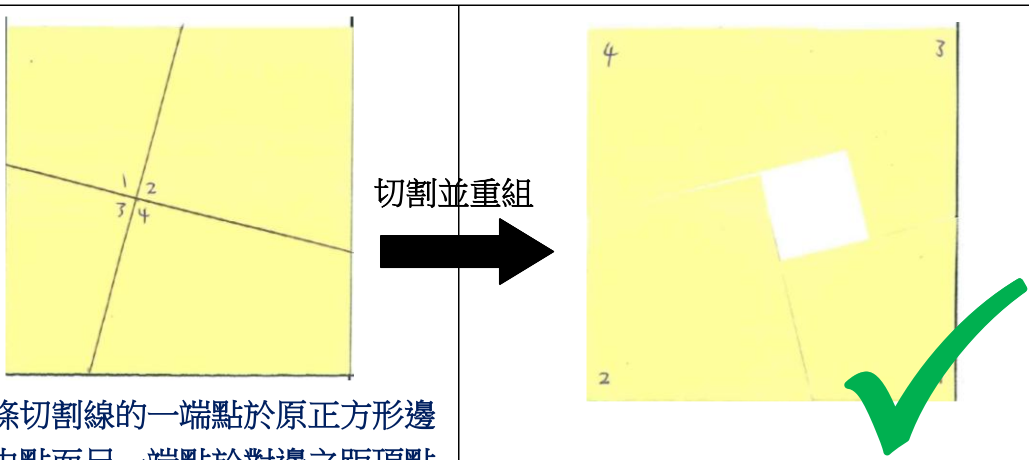


圖 4-13 第一條切割線的一端點位於頂點且第二條切割線（藍線）為第一條切割線的垂直平分線之各種相交情況的切割圖

研究三結果：

1. 當第一條切割線（紅線）的兩端點位於對邊時：

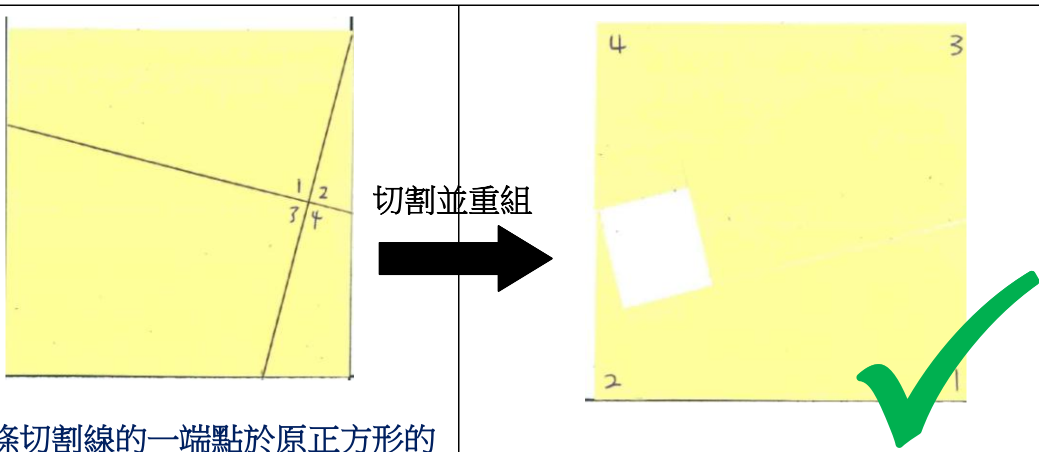
	
第一條切割線的一端點於距頂點 1/4 邊長而另一端點於對邊之中點	
	
第一條切割線的一端點於距頂點 1/4 邊長而另一端點於對邊之距頂點 3/4 邊長	



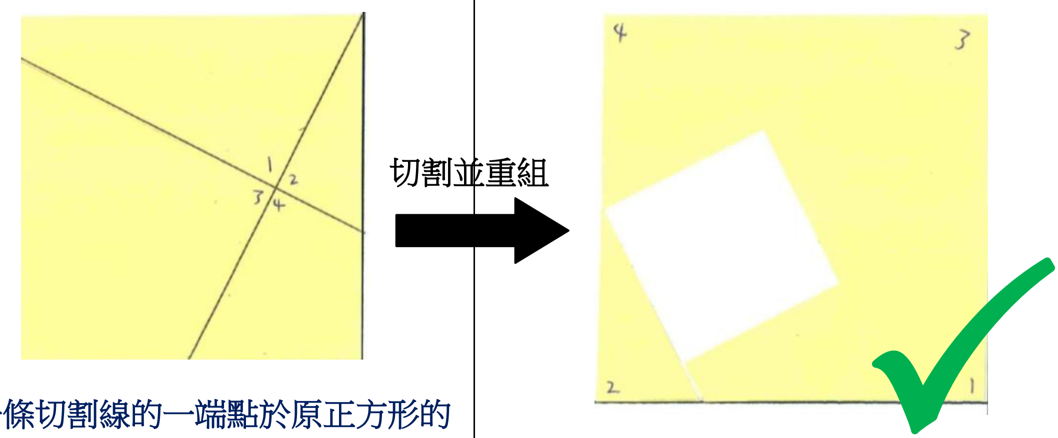
第一條切割線的一端點於原正方形邊長的中點而另一端點於對邊之距頂點 3/4 邊長

圖 4-14 第一條切割線的兩端點位於對邊且第二條切割線為第一條切割線的垂直平分線之切割圖與重組圖

2. 當第一條切割線的一端點位於頂點時：



第一條切割線的一端點於原正方形的頂點而另一端點於距頂點 1/4 邊長



第一條切割線的一端點於原正方形的頂點而另一端點於邊長的中點

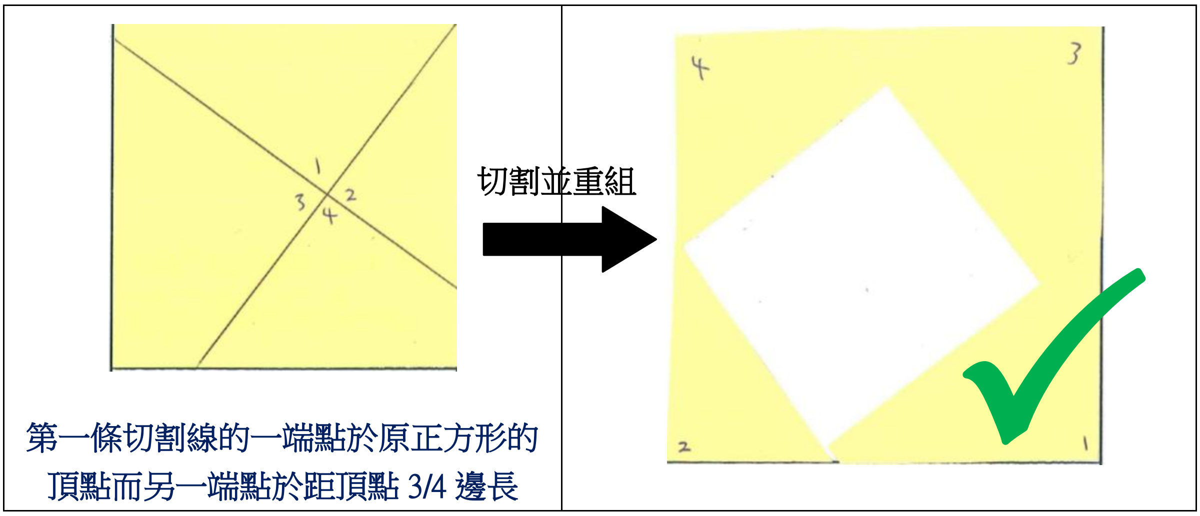


圖 4-15 第一條切割線的一端點位於頂點且第二條切割線為第一條切割線的垂直平分線之切割圖與重組圖

研究三發現：當第一條切割線的兩端點在對邊或一端點為原正方形的頂點時，倘若第二條切割線為第一條切割線的垂直平分線，則此切割方式必定能重組成內嵌正方形，因為第二條切割線的兩端點絕不可能落在原正方形的鄰邊。

研究四：探討兩條切割線相互垂直平分時的情況

接續研究三的發現，我們令兩條切割線互為彼此的垂直平分線，探討此切割圖是否必定能重組成內嵌正方形（如下圖 4-16、4-17 所示）。

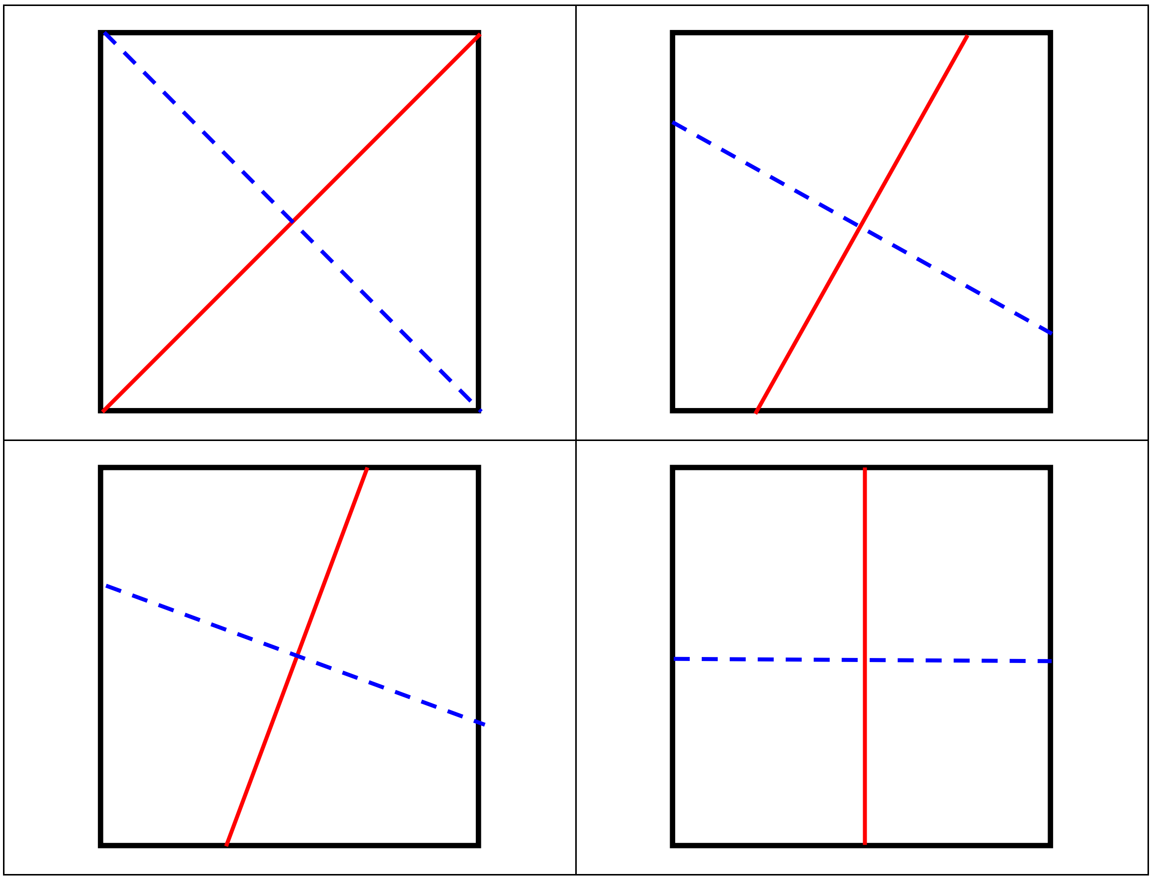
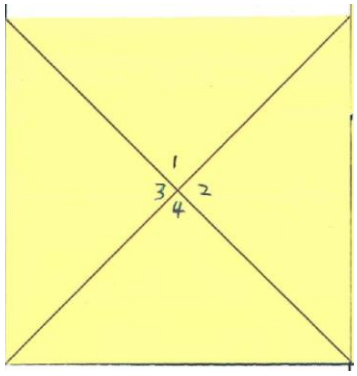
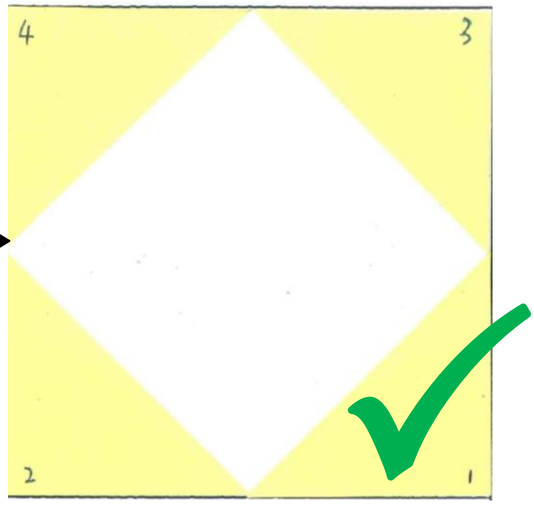
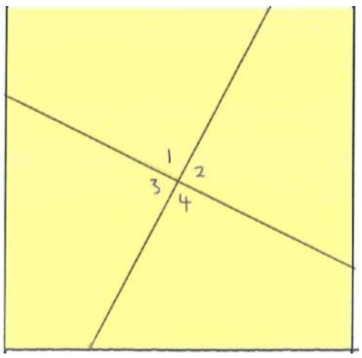
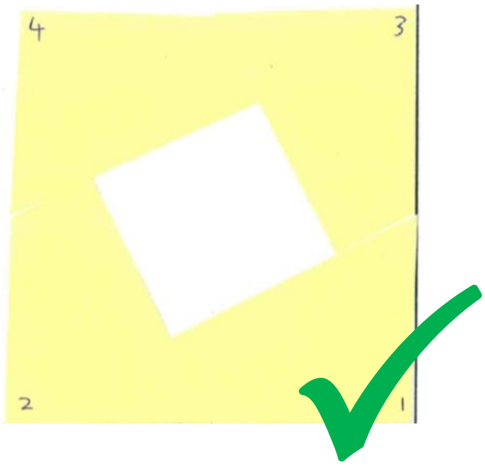
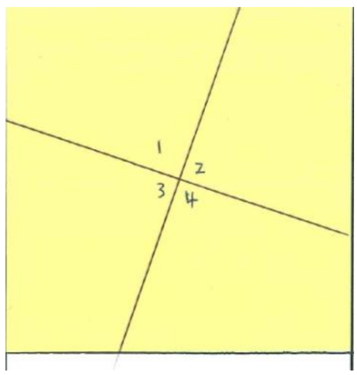
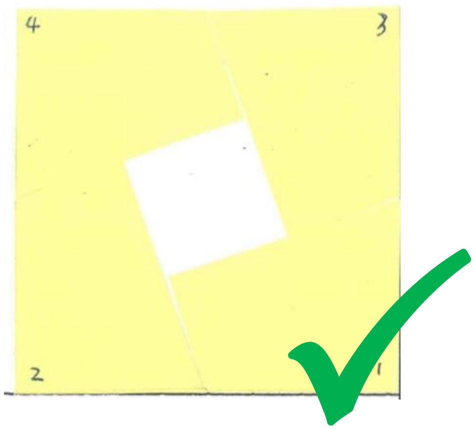


圖 4-16 兩條切割線的交點交於中心點之各種相交情況的切割圖

研究四結果：

 切割並重組 兩條切割線恰為原正方形的對角線	
 切割並重組 第一條切割線的一端點於距頂點 1/4 邊長而另一端點於對邊之距頂點 3/4 邊長	
 切割並重組 第一條切割線的一端點於距頂點 1/3 邊長而另一端點於對邊之距頂點 2/3 邊長	

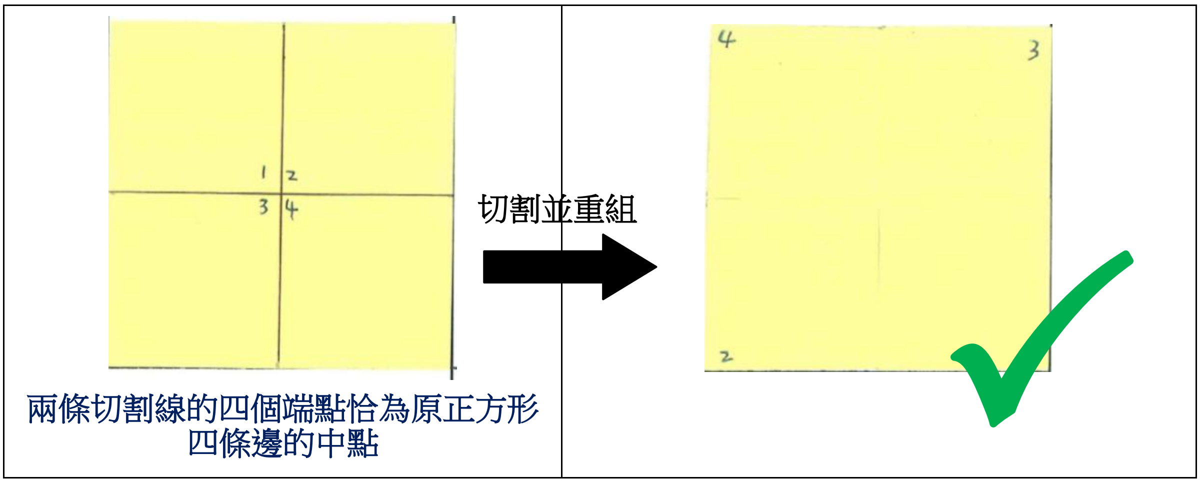


圖 4-17 第一條切割線的兩端點位於對邊且第二條切割線為第一條切割線的垂直平分線之切割圖與重組圖

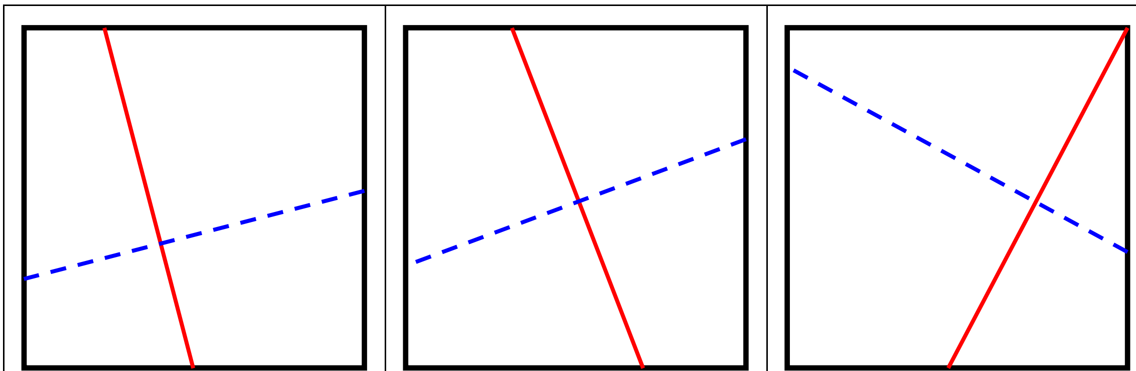
研究四發現：

1. **當兩條切割線互為彼此的垂直平分線時，兩切割線的兩端點絕不會位於原正方形的鄰邊，故此種切割方式必定能重組成內嵌正方形。**
2. **從實作中發現，若兩條切割線互相垂直平分，則兩條切割線的交點必在原正方形的中心點，並且會將原正方形切割成 4 塊全等的圖形。**

二、探討切割方式與內嵌正方形間的關係

研究五：探討切割線與內嵌正方形（含大、小正方形）邊長間的關係

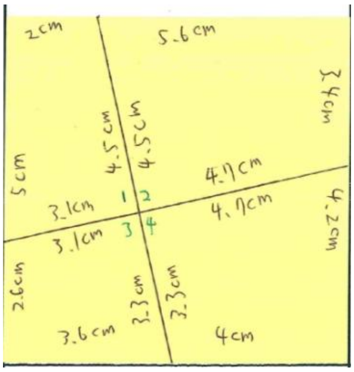
選擇數種切割方式（如下圖 4-18 所示），並透過實際測量，找出切割線、原正方形邊長及內嵌正方形邊長間的關係，再



兩條切割線相互垂直但皆不被平分	兩條切割線相互垂直且平分	兩條切割線相互垂直且其中一條切割線被平分

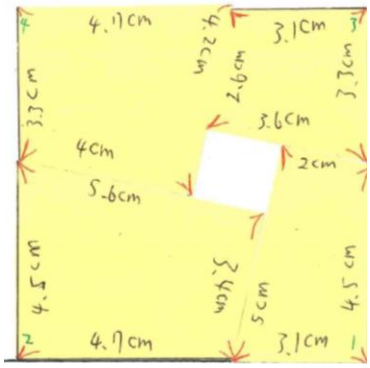
圖 4-18 可重組成內嵌正方形之切割圖

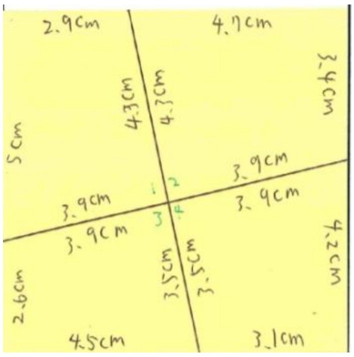
研究五結果：



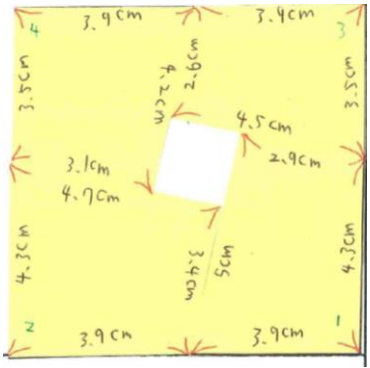
兩條切割線相互垂直但不被平分

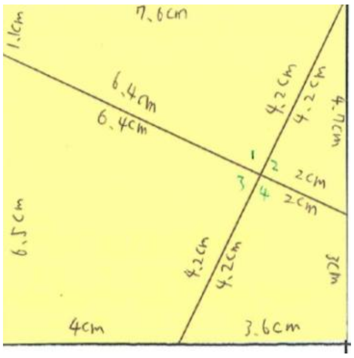
切割並重組





兩條切割線相互垂直且其中一條切割線被平分





兩條切割線相互垂直且端點於原正方形頂點的切割線被平分

切割並重組

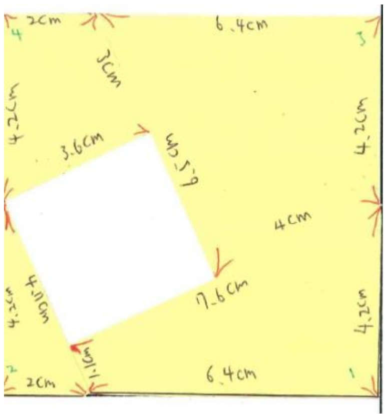


圖 4-19 可重組成內嵌正方形之切割圖與重組圖

由上述三組切割圖及重組圖得知，切割並重組後的內嵌正方形之外正方形的邊長分別等於「4.5cm＋3.3 cm＝3.1cm＋4.7cm＝7.8 cm」、「4.3cm＋3.5cm＝3.9cm＋3.9cm＝7.8 cm」 及「4.2cm＋4.2cm＝6.4cm＋2cm＝8.4 cm」，即切割線長；而內嵌正方形之內正方形的邊長分別等於「5.6cm－4 cm＝5cm－3.4cm＝1.6 cm」、「4.7cm－3.1cm＝5 cm－3.4 cm＝1.6 cm」 及「7.6cm－4 cm＝4.7cm－1.1cm＝3.6cm」，即任一條切割線同側之上、下（或左、 右）邊長的差。若我們以符號表示，則如圖 4-20 所示。

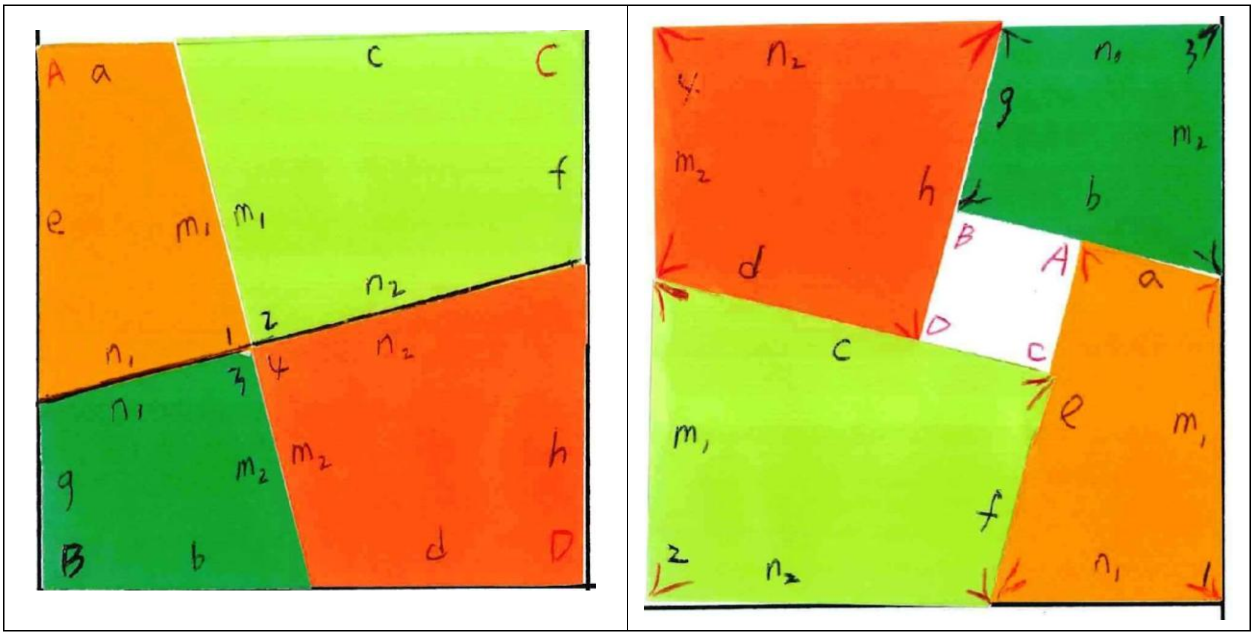
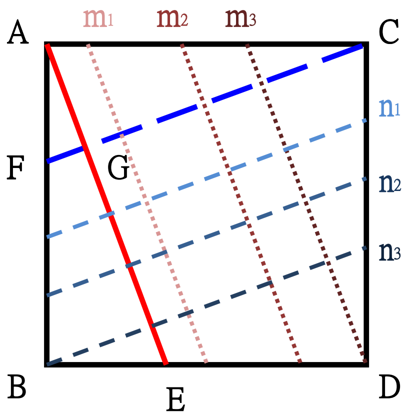


圖 4-20 可重組成內嵌正方形之切割圖與重組圖

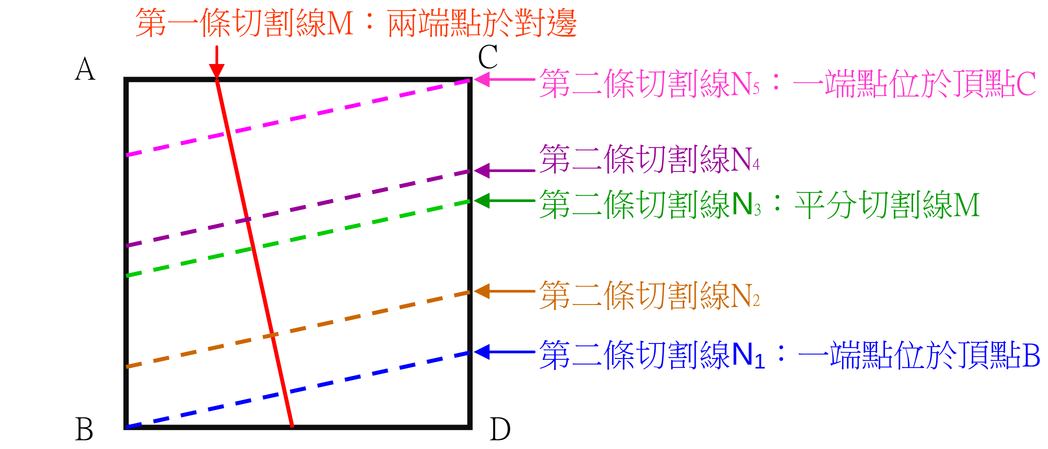
研究五發現：



1. 如右圖所示，由於 $\overline{AB}=\overline{CA}$，$\angle ABE=\angle CAF=90^\circ$，$\angle BAE=\angle ACF$（$\because \angle BAE+\angle GAC=90^\circ=\angle ACF+\angle GAC$），所以$\triangle ABE=\triangle ACF$，因此 $\overline{AE}=\overline{CF}$，即兩條切割線等長。此外，因為切割線 m_1、m_2、m_3均是 $\overline{AE}$ 的平行線，所以 $m_1=m_2=m_3=\overline{AE}$，而 n_1、n_2、n 均是 $\overline{CF}$ 的平行線，所以 $n_1=n_2=n_3=\overline{CF}$，因此，右圖中的所有切割線均等長。
2. 由圖 4-20 可知，重組後的內嵌正方形之外正方形的邊長$=n_1+n_2=m_1+m_2=$切割線的長度，且兩條切割線等長。而內嵌正方形之內正方形的邊長$=a-b=d-c=f-e=g-h=$任一條切割線同側之上、下（或左、 右）邊長的差，由此亦可計算出內正方形的面積。

研究六：移動第二條切割線後所形成的各內嵌正方形間的關係

固定第一條切割線，並探討相交於不同位置的第二條切割線（如圖 4-21 所示），所形成的數個內嵌正方形間的關係。



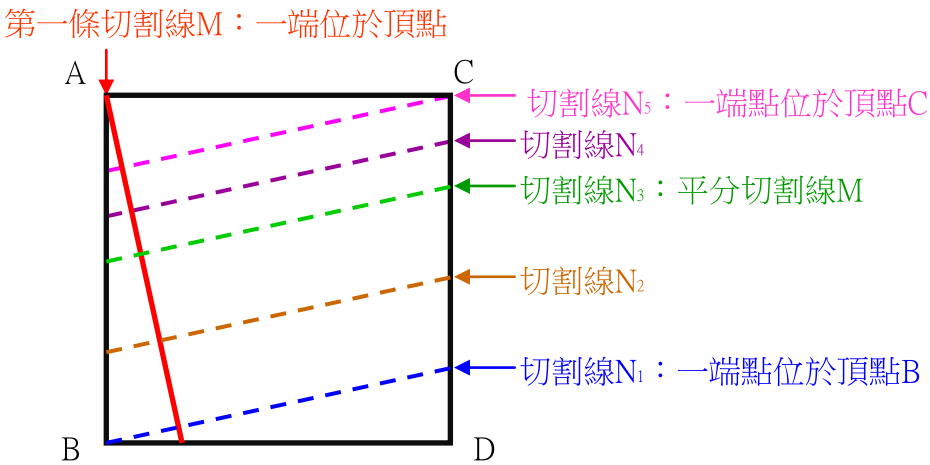
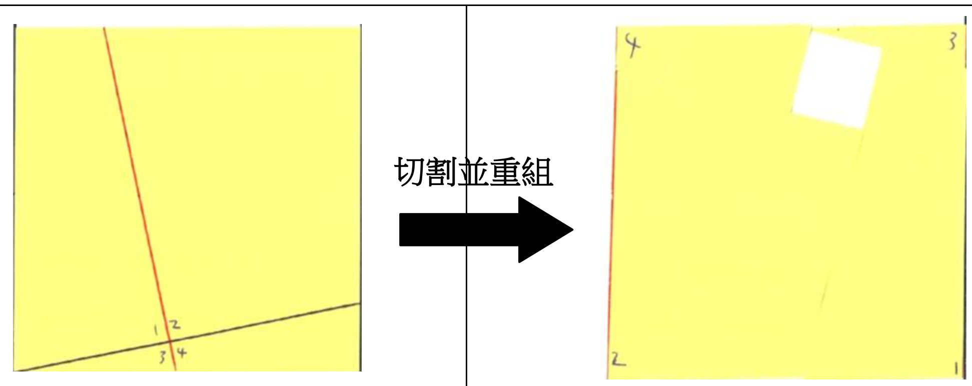
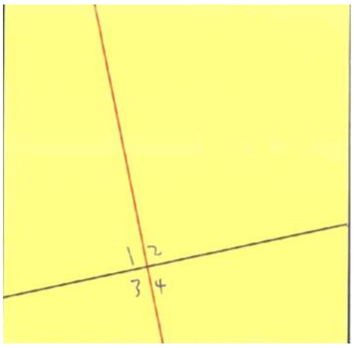


圖 4-21 第二條切割線與第一條切割線相交於不同位置之切割圖

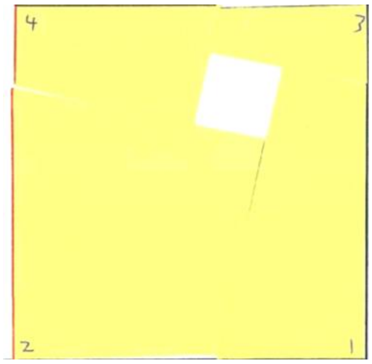
研究六結果：



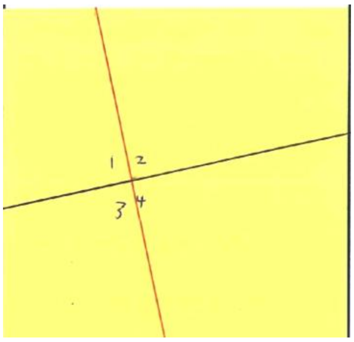
第一條切割線的兩端點在原正方形的對邊且第二條切割線的一端點於頂點



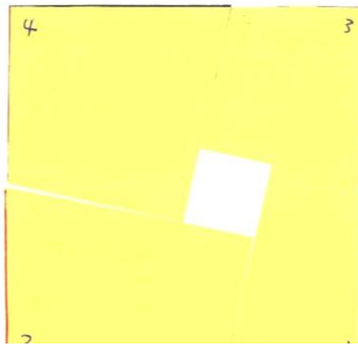
切割並重組



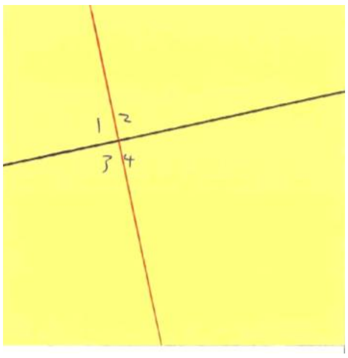
第一條切割線固定且第二條切割線的兩端於原正方形的對邊



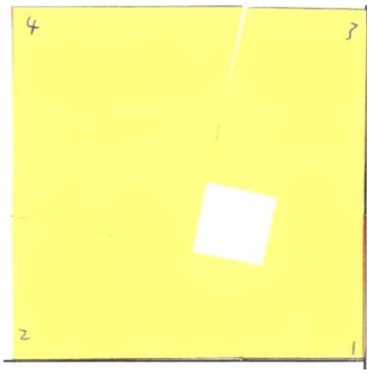
切割並重組



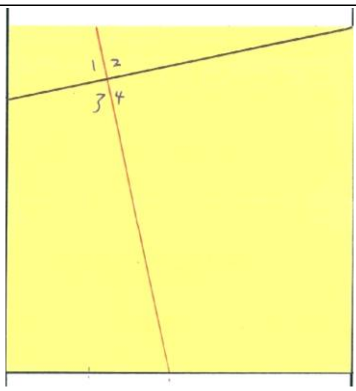
第一條切割線固定並移動第二條切割線



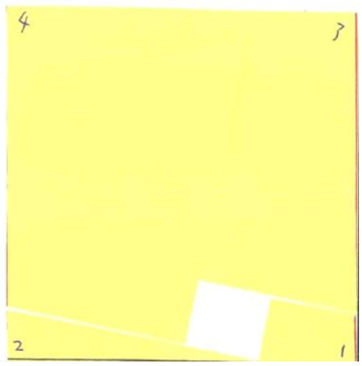
切割並重組



第一條切割線固定並移動第二條切割線

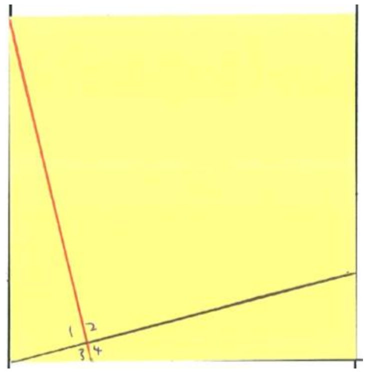
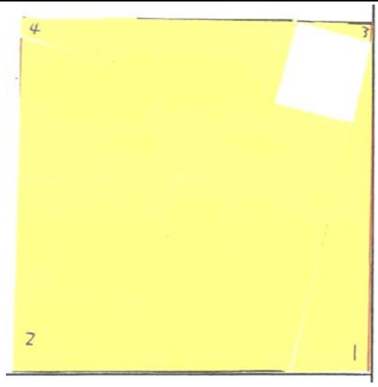
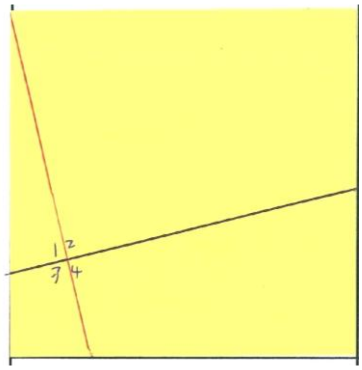
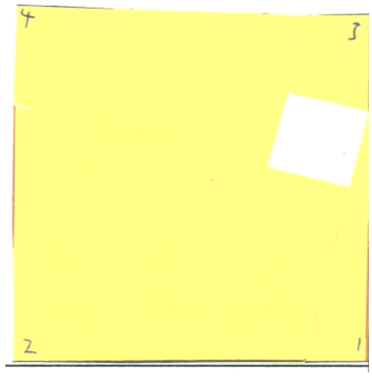
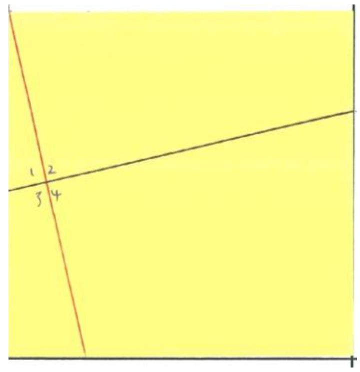
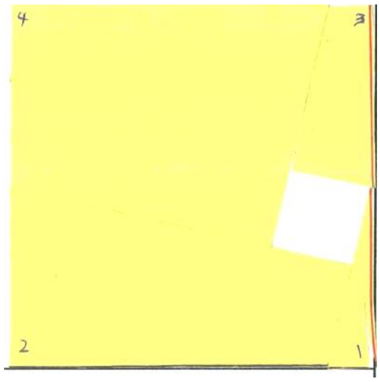
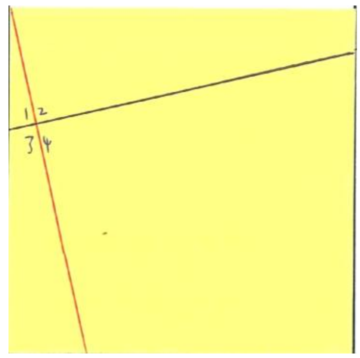
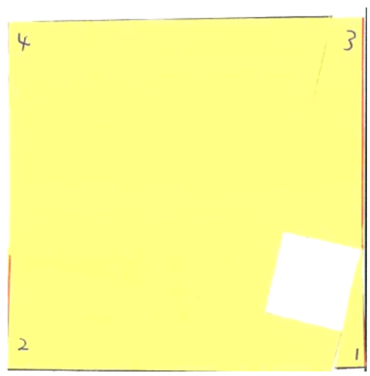


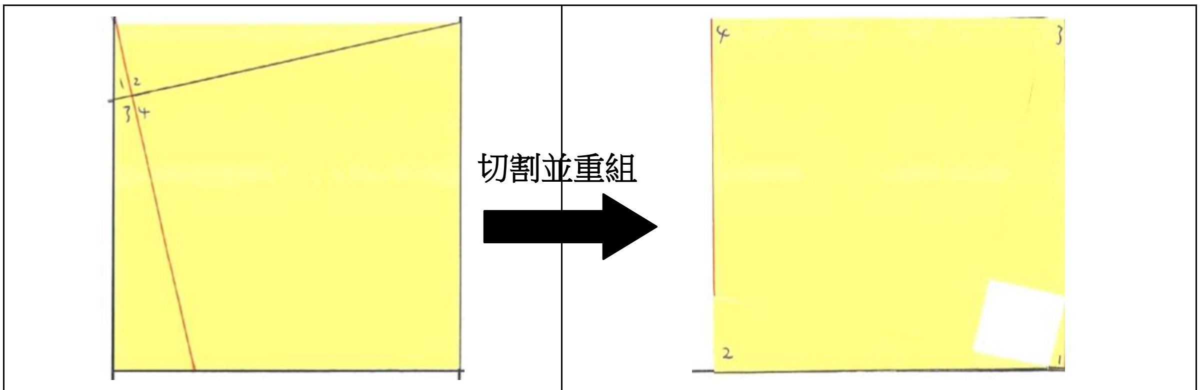
切割並重組



第一條切割線固定且第二條切割線的一端於原正方形的頂點

圖 4-22 第一條切割線固定並移動第二條切割線之切割圖與重組圖

 切割並重組 第一條切割線的一端點在原正方形的頂點且第二條切割線的一端點也於頂點	
 切割並重組 第一條切割線固定且第二條切割線的兩端於原正方形的對邊	
 切割並重組 第一條切割線固定並移動第二條切割線	
 切割並重組 第一條切割線固定並移動第二條切割線	

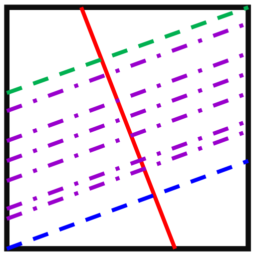


第一條切割線固定且第二條切割線的一端於原正方形的頂點

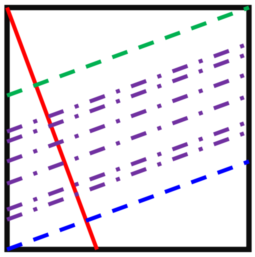
圖 4-23 第一條切割線固定並移動第二條切割線之切割圖與重組圖

研究六發現：

1. 當第一條切割線已決定時，重組後的內嵌正方形之外正方形與內正方形的邊長及面積就已決定，因此無論第二條切割線如何改變，內嵌正方形之外、內正方形的邊長及面積均不會改變，僅內正方形的位置會改變。
2. 從實作中發現，當第一條切割線已決定時，第二條切割線的位置可從右圖的藍線至綠線，故可形成無數種內嵌正方形之外、內正方形的邊長及面積均相同，唯內正方形位置不同的情況。



3. 當第一條切割線的一端於原正方形的頂點（如右下圖的紅線）時，則重組後的內嵌正方形之內正方形必有一個頂點位於外正方形的邊上。當第二條切割線的一端於原正方形的頂點（如右圖的藍線和綠線），則重組後的內嵌正方形之內正方形會有一個頂點位於外正方形的邊上；倘若兩條切割線均有一端於原正方形的頂點，則重組後的內嵌正方形之內正方形會有二個頂點位於外正方形的邊上。

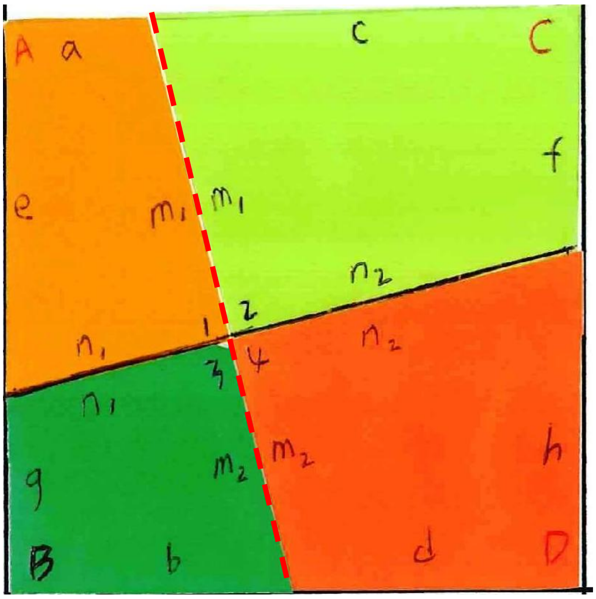


三、透過切割圖推知重組圖並利用重組後的正方形反推出其切割方式

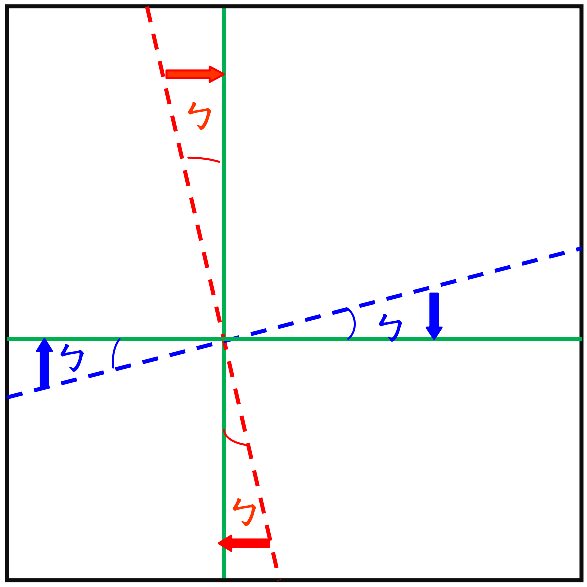
研究七：探討切割與重組間的關係

將切割方式先分類，並找出重組的固定模式。

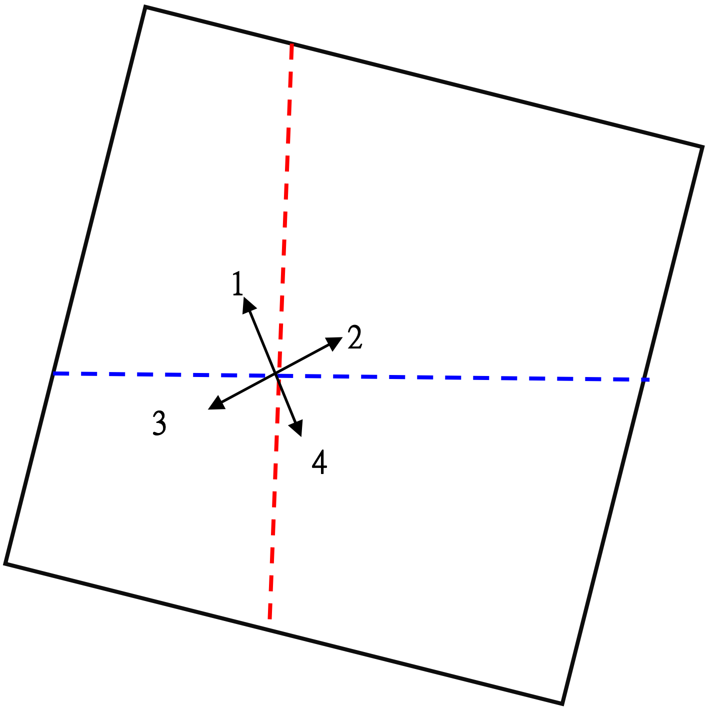
研究七結果：



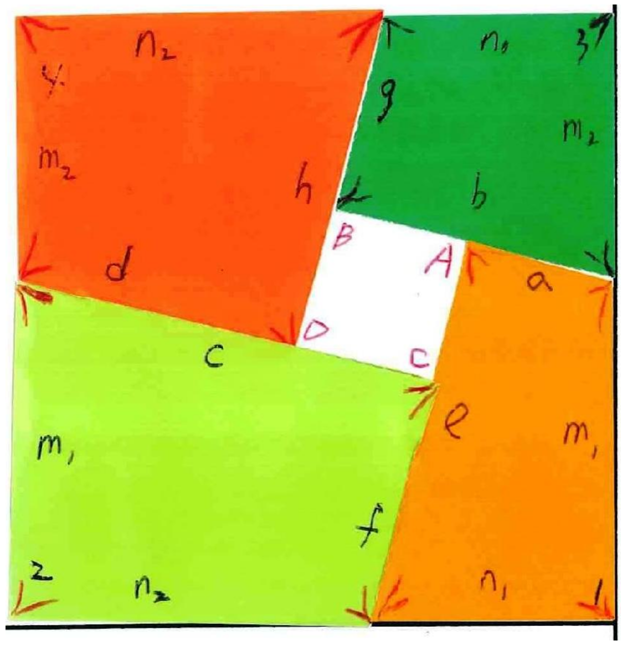
第一條切割線 M（紅線）向右傾斜



兩條切割線以順時針方向旋轉至綠色十字



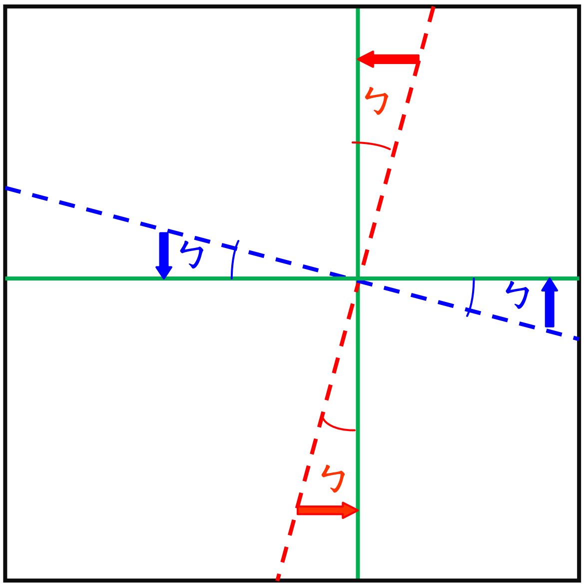
切割成 4 塊圖片後位於對角的圖片位置互換



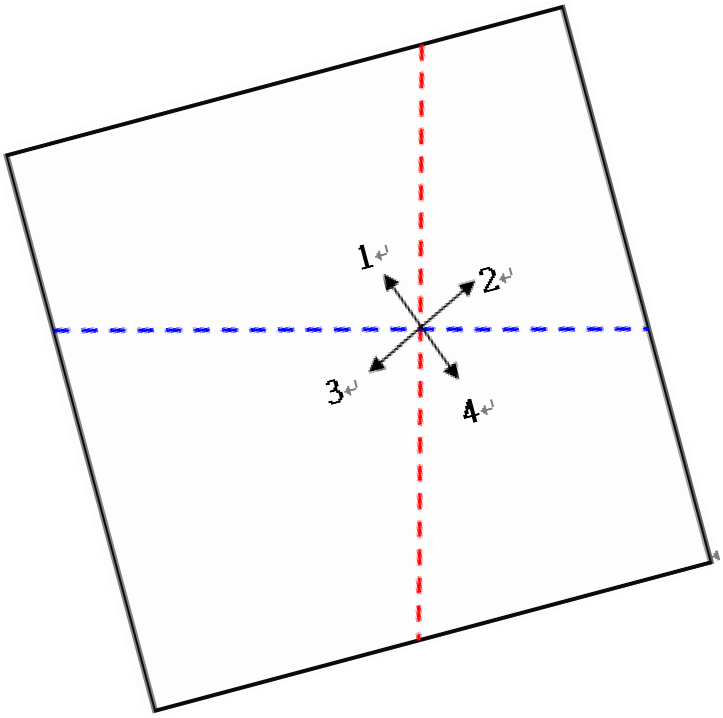
重組後形成內嵌正方形

圖 4-24 第一條切割線向右傾斜之切割圖與重組圖

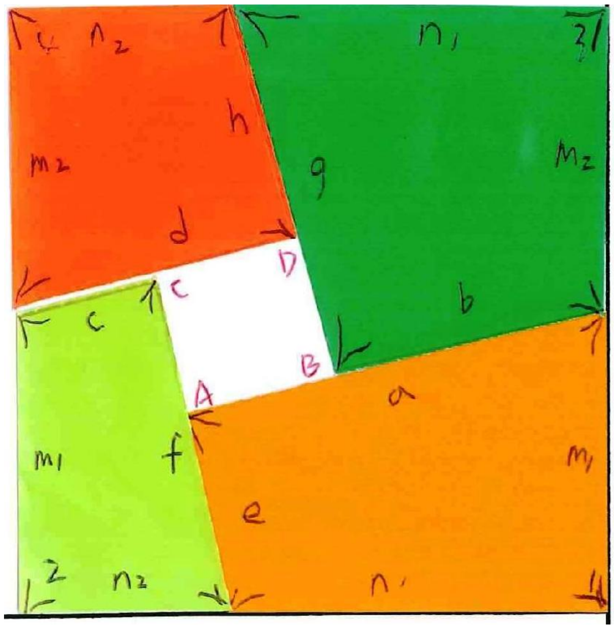
第一條切割線 M（紅線）向左傾斜



兩條切割線以逆時針方向旋轉至綠色十字



切割成 4 塊圖片後位於對角的圖片位置互換



重組後形成內嵌正方形

圖 4-25 第一條切割線向左傾斜之切割圖與重組圖

研究七發現：

1. 由上述的實作可發現，當第一條切割線為向右傾斜時，我們可以先將兩條切割線以順時針方向轉成正十字（如上圖中的綠色線所示），接著把對角的圖片互換位置，即可重組成內嵌正方形。
2. 倘若第一條切割線為向左傾斜，我們則需將兩條切割線以逆時針方向轉成正十字，接著仍把對角的圖片互換位置，即可重組成內嵌正方形。

研究八：從內嵌正方形反推回切割方式

透過切割圖與重組圖間的關係，我們利用切割線與內嵌正方形邊長關係及旋轉角度，從重組圖反推出其切割方式。

研究八結果：

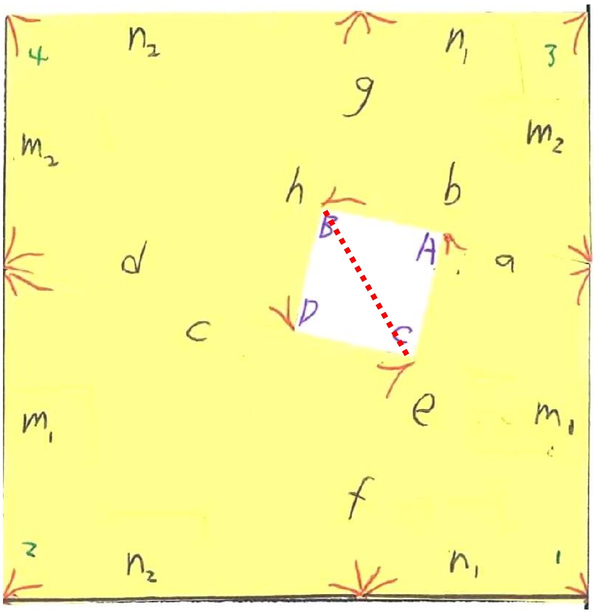
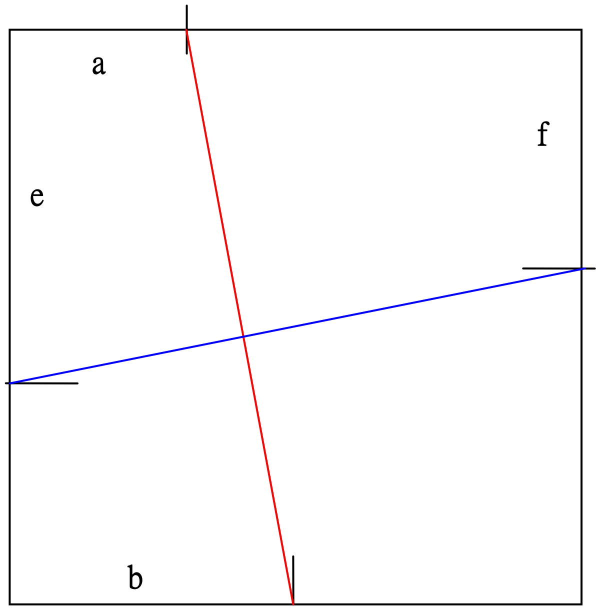
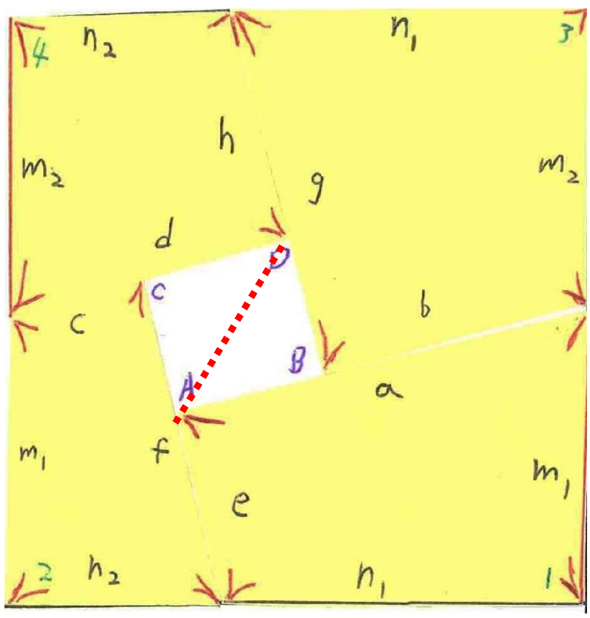
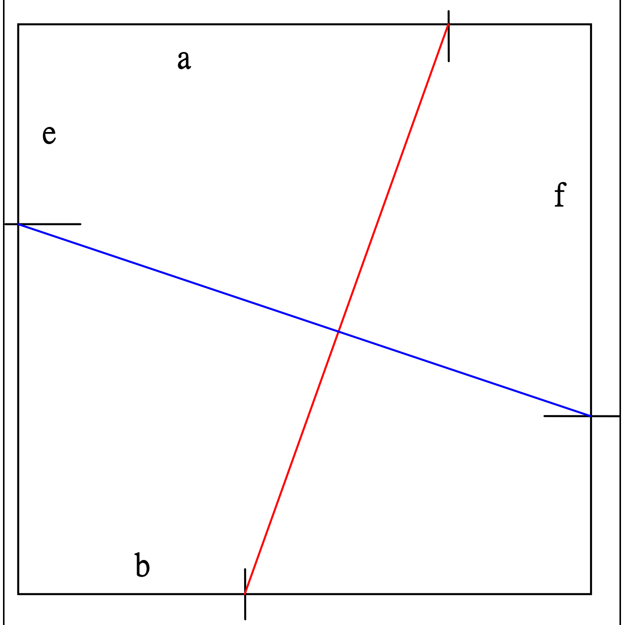
	從右圖的紅色虛線可知第一條切割線為向右傾斜
	從右圖的紅色虛線可知第一條切割線為向左傾斜

圖 4-26 重組圖反推回切割圖

研究八發現：我們可由重組圖判斷該切割圖的切割線為向左或向右傾斜，接著，由於原正方形的邊長為（a+c）、（b+d）、（e+g）或（f+h），所以我們只要在重組圖中找出 a、b、e、f 的長度，並畫於原正方形色紙上，再連結對邊的點，即可畫出原正方形的切割線。

伍、討論

一、內嵌正方形的外正方形與內正方形的邊長與面積之討論

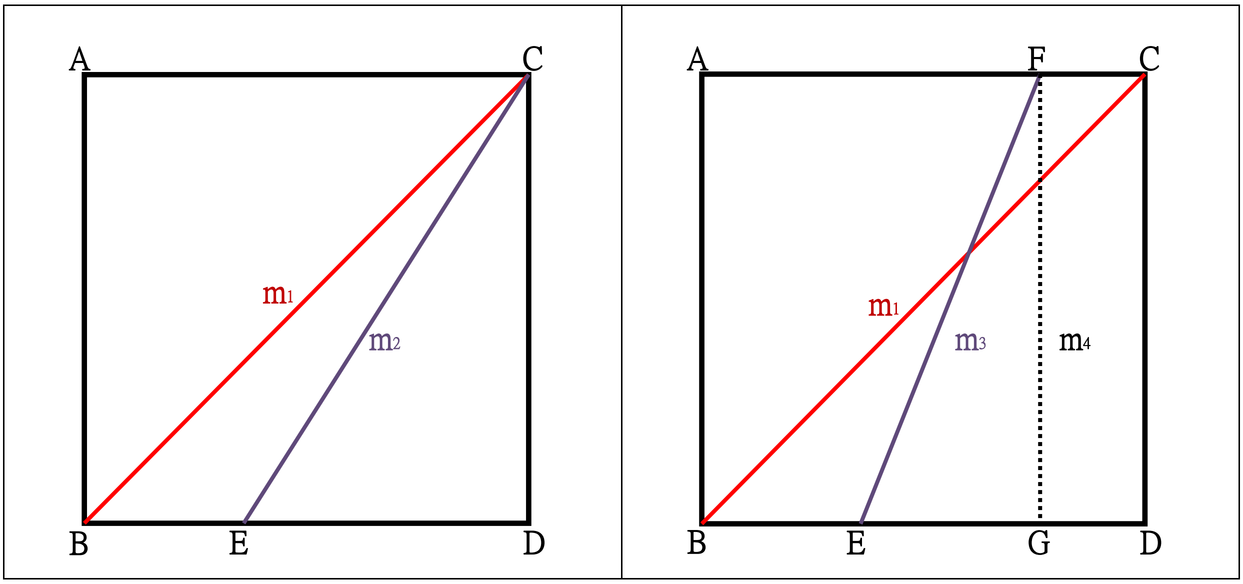
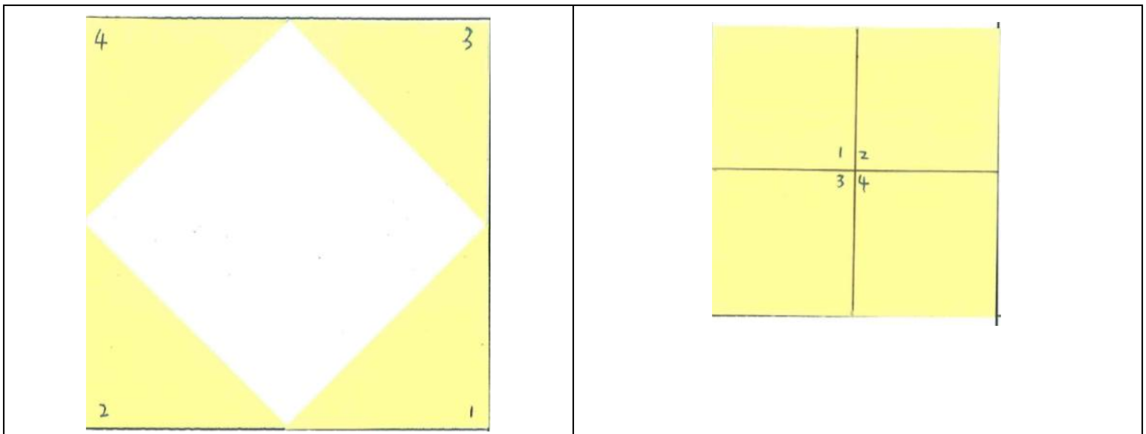


圖 5-1 第一條切割線為對角線及非對角線

（一）由圖 5-1 可知，由於 $\overline{CD}^2+\overline{DB}^2=m_1^2$，$\overline{CD}^2+\overline{DE}^2=m_2^2$，$\overline{FG}^2+\overline{GE}^2=m_3^2$ 又因為 $\overline{DB}>\overline{DE}$，$\overline{DB}>\overline{GE}$，所以 $m_1>m_2$，$m_1>m_3$，由此可知，切割線的最大值為「原正方形的對角線」，而此時，因為 $m_1^2=\overline{CD}^2+\overline{DB}^2$=(原正方形邊長)^2+(原正方形邊長)^2=2×(原正方形邊長)^2，所以重組後的內嵌正方形之外正方形面積為「原正方形面積的二倍」，亦為外正方形面積的最大值；而內嵌正方形之內正方形邊長的最大值為 $\overline{AC}$，即為「原正方形邊長」，所以內嵌正方形之內正方形面積的最大值為 $\overline{AC}^2$，即為「原正方形面積」。

（二）由圖 5-1 之右圖可知，將平行於 $\overline{CD}$ 的 m_4 視為直角三角形的一股，所以是最短的切割線，因此，切割線的最小值為「原正方形邊長」，而此時，$m_4^2=\overline{CD}^2$=(原正方形邊長)^2，所以重組後的內嵌正方形之外正方形面積的最小值為「原正方形的面積」，而內嵌正方形之內正方形邊長的最小值為「$\overline{AF}-\overline{BG}=0$」，所以內嵌正方形之內正方形面積的最小值則為「零」。



切割線為對角線的內嵌正方形　　切割線為與原正方形邊長平行的直線

圖 5-2 最大及最小的內嵌正方形

二、切割方式與內嵌正方形之內正方形落點間的關係之討論

（一）當第一條切割線為向右傾斜時，內嵌正方形之內正方形落點：

1. 先利用切割線 m_1、m_2、n_1、n_2 定出 E、F、G 和 H 點（如圖 5-3 所示）。
2. 以 E 點出發，做與水平線夾角ㄅ的向上的直線，並以 F 點出發，做與垂直線夾角ㄅ的向右直線，而兩條線的交點即為內正方形的端點 A。
3. 接著以 G 點出發，做與水平線夾角ㄅ的向下直線，並以 H 點出發，做與垂直線夾角ㄅ的向左的直線，而兩條線的交點即為內正方形的端點 D。
4. 最後以內正方形邊長「b－a」(或「c－d」､「e－f」､「h－g」) 作圖即可找出內正方形的其它端點。

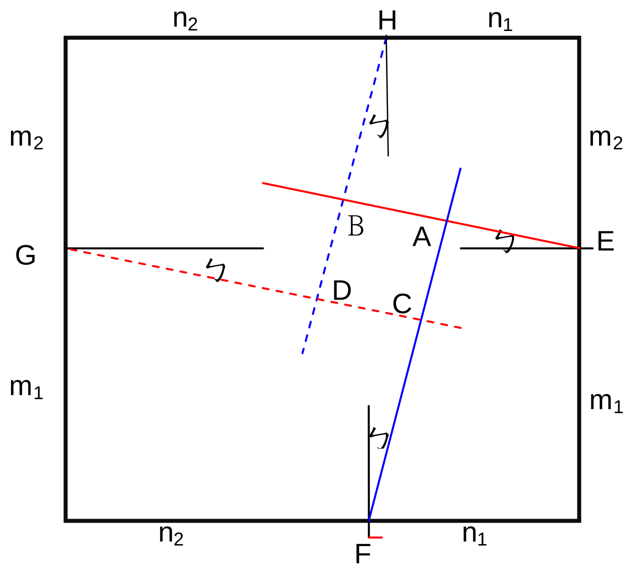


圖 5-3 第一條切割線向右傾斜時之內嵌正方形之內正方形位置

（二）當第一條切割線為向左傾斜時，內嵌正方形之內正方形落點：

1. 先利用 m_1、m_2、n_1、n_2 定出 E、F、G 及 H 點（如圖 5-4 所示）。
2. 再以 E 點出發，做與水平線夾角ㄅ的向下直線，並以 F 點出發，做與垂直線夾角ㄅ的向左直線，而兩條線的交點即為內正方形的端點 A。
3. 接著以 G 點出發，做與水平線夾角ㄅ的向上直線，以 H 點出發，做與垂直線夾角ㄅ的向右直線，而兩條線的交點即為內正方形的端點 D。
4. 最後以內正方形邊長「a－b」(或「d－c」､「f－e」､「g－h」) 作圖即可找出內正方形的其它端點。

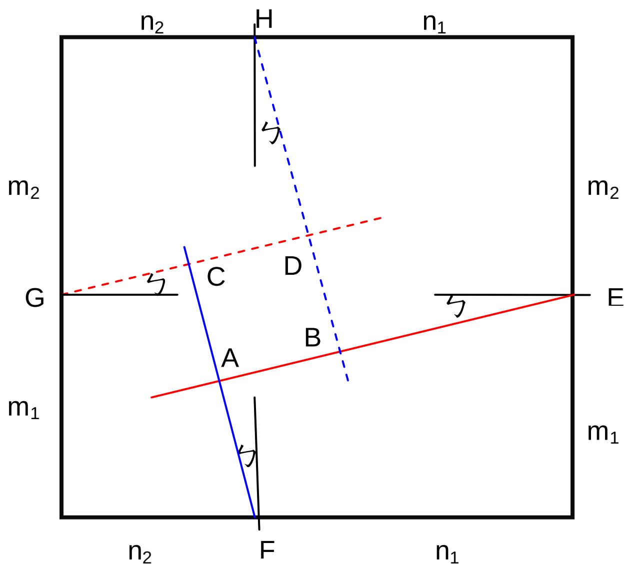


圖 5-4 第一條切割線向左傾斜時之內嵌正方形之內正方形位置

陸、結論

一、欲重組成內嵌正方形，「兩切割線互相垂直」為其必要條件；而「兩條切割線的兩端點均於原正方形的對邊或一端點為原正方形的頂點」、「一切割線的兩端點均於原正方形的對邊或一端點為頂點又另一切割線為其垂直平分線」或「兩切割線互相垂直平分（即相交於中心點）」為其充分條件。

二、內嵌正方形之外正方形的邊長為切割線長，面積則為(切割線長)^2，因此其最大值為「$2\times$ (原正方形邊長)^2」，最小值為「(原正方形邊長)^2」；而內正方形的面積即為外正方形與原正方形的面積差求得。此外，內正方形的邊長為任一條切割線同側上、下（或左、右）邊長差，故其面積的最大值為「(原正方形邊長)^2」，最小值為「零」。

三、凡能重組成內嵌正方形的切割方式，其兩條切割線必定等長，因此，一條切割線即可決定內嵌正方形之外、內正方形的邊長與面積，第二條切割線則可確定內正方形的位置。

四、由原正方形所割開的 4 小塊圖片可透過旋轉，再分別和對角的圖片互換位置，重組成內嵌正方形。

五、我們可透過切割方式、切割線的長度及傾斜角度，推測內嵌正方形之內正方形落點位置，反之，我們也可以透過測量內嵌正方形各部位的長度，反推回其切割方式。

柒、未來研究建議

一、在正方形的色紙上，畫兩條相交的直線，並進行切割與重組，探討是否能重組成其他的幾何圖形。

二、將內嵌正方式置於座標系統中，尋找任何情況下，內嵌正方形的落點及內正方式的確切位置，並以通式表示之。

捌、參考資料及其他

再談平面圖形的變化（2013）黃敏晃。科學研習，52-3，頁 16-25。

【評語】080410

1. 討論相當完整，分析的邏輯也相當清晰，是件相當不錯的作品。
2. 問題的延伸性之討論有加強的空間，定可以使作品更豐富。
3. 作品受限於主題的選取，使得作品的深度及廣度稍受限制，但以國小組的程度來看，已是很難得。