# 中華民國第54屆中小學科學展覽會

### 作品說明書

高中組 地球科學科

## 佳作

040505

### 重力作用模擬探討天體及衛星運動

學校名稱:高雄市立高雄高級中學

作者:	指導老師:
高二 謝承叡	謝俊駒
高二 郭兆翊	吳嘉鴻
高二 林至謙	

關鍵詞:重力場、進動、光度曲線

### 摘要

本實驗利用模擬重力場裝置探討天體在重力場中運動的情形,利用攝影紀錄及 tracker 程 式獲取運動軌跡數據,實驗結果歸納出四種軌道類型,分別為:進動型軌道、非進動型軌道、 飛出重力場軌道、快速墜毀軌道。

進動型軌道是物體在繞行重力場時,其橢圓軌道的長軸方位因摩擦力作用,隨著時間持續轉動,造成軌道的變異性大;非進動型軌道為軌道橢圓演化過程中產生一段穩定的區間,區間內的運動軌道接近正圓;飛出重力場軌道的運動過程中總力學能>0,故物體脫離重力場;快速墜毀軌道因切線速度快速被摩擦力抵消,故受重力牽引而墜毀。

我們再進一步假設繞行天體的亮度,計算四種軌道的光變曲線,期望能與真實觀測資料 比對應用,藉由光變曲線歸納軌道類型。

### 壹、 研究動機

科學人雜誌第 142 期介紹了天文中雙星運動及更加複雜的三體運動,起初最吸 引我們的是三體運動的問題,經由我們的團隊討論之後,卻發現此一問題我們還無 足夠的知識能深入探討,正在失望之際,牛頓雜誌第 76 期的內容「重力」的單元為 我們開了另一扇名窗,無論是雙星運動或三體運動其實都牽涉著「重力」的單元為 但是「重力」如同空氣一般,看不見、摸不著,卻著實影響著我們,甚至整個宇宙 天體的運動,因此我們決定模擬重力所產生的效應,並化繁為簡,先由單重力場的 實驗為我們後續的研究打下基礎。

### 貳、 研究目的

一、在模擬重力場中,探討與重力場中心的距離對運動物體的影響。

二、在模擬重力場中,探討物體運動初速之影響。

三、在模擬重力場中,探討物體運動方向與圓周運動切線方向之夾角變化之影響。

四、在模擬重力場中,探討物體運動型式對光變曲線之影響。

### 參、 實驗設備及器材

- 一、個人電腦
- 二、數位相機: SONY RX100
- 二、分析軟體:Tracker、Microsoft Word、Microsoft Excel
- 三、模擬重力場裝置設備
  - 1. 木頭椅 3 張
  - 3. 彈性布
  - 5. 鉛球
  - 7.U型金屬軌道
  - 9. 量角器

- 2. 呼拉圈
- 4. 黑棉紙
- 6. 彈珠
- 8. 攝影架
- 10. 水平儀

### 肆、 研究過程與方法

一、設計原理

重力作用的具象化(Gravity Visualized)模擬,可 透過時空(space - time)曲線的概念作呈現。通 常利用一塊具彈性的布,將重球置於布的中 心,布面就會受到重球的作用而下凹,而且重 球越重,則布面下凹越深,此時布面所呈現出 來的斜率就如同其所產生出來的重力作用大 小。



圖1 重力作用具象化概念圖

#### 二、研究步驟

(一) 實驗流程



圖 2 實驗流程示意圖

(二) 實驗設備



#### 圖 3 模擬重力場裝置設備



圖 4 攝影設備裝置圖

(三) 實驗設計

圖 5 為我們的實驗設計示意圖。在中心 利用鉛球在彈性布面上製造重力場模 型,由斜面軌道發射彈珠,並利用不同 的位置製造不同的初速(s、f)。 我們改變發射點的位置(set1、set2、set3) 及發射角度(0°、30°、45°、60°),並記 錄彈珠在重力場中運動的情形。



圖 5 實驗設計示意圖

變因	發射位置	初速	角度
實驗代號	(Set)	(Vo)	(Angle)
T1_Vs _A0	Set1	S	0°
T1_Vs _A30			30°
T1_Vs _A45			45°
T1_Vs _A60			60°
T1_Vf _A0		f	0°
T1_Vf _A30			30°
T1_Vf _A45			45°
T1_Vf _A60			60°
T2_Vs _A0	Set2	S	0°
T2_Vs _A30			30°
T2_Vs _A45			45°
T2_Vs _A60			60°
T2_Vf _A0		f	0°
T2_Vf_A30			30°
T2_Vf _A45			45°
T2_Vf _A60			60°
T3_Vs _A0	Set3	S	0°
T3_Vs _A30			30°
T3_Vs _A45			45°
T3_Vs _A60			60°
T3_Vf _A0		f	0°
T3_Vf _A30			30°
T3_Vf _A45			45°
T3_Vf_A60			60°

我們所進行各組實驗如下表所示:

表一

(四) 實驗操作

先將布縫在呼拉圈上,在地板上鋪黑棉紙,把椅子放置好,將呼拉圈放上去, 把鉛球放進去,把網子拉成各方向平均受力,再平衡到中心。再來使用水平 儀在三支撐點間校準,平衡之後把相機架在高點並將相機對準鉛球中心,再 調整視野至適當大小。接著用量尺將布面上的投影點找出,並在上面標記, 最後將金屬條固定在可調整高度及角度的燈架上,找出適用的傾斜角度固定。 每一組我們拍攝五個樣本以上,盡量使其趨近於實際狀況並減少錯誤機率。

(五) 實驗分析方法

運用 Tracker 的功能設定中心軸,再取可用片段並設定自動追蹤,經過追蹤後 能得到的數據有 X(座標),Y(座標),t(時間),ω(角速度)進而去疊(平均)資料分析。 如圖 6-1 至圖 6-4 所示。



將所有資料放入 Microsoft Excel 中,將一組實驗資料(五個以上樣本)運用 Microsoft Excel 求得各資料之算術平均數,再以時間點對應之各數據繪製成散 布圖(也可以第幾個點為橫軸,因 Tracker 是以等時距截圖取得資料)。

### 伍、 研究結果

(一) 運動物體(彈珠)初速度

運動物體均由金屬軌道上靜止出發。利用 traker 定位功能,分別計算彈珠出發點1 及彈珠出發點2所產生運動物體離開軌道時的初速度,經各組資料計算所得,彈珠出 發點1所產生運動物體的平均初速度為90.3 cm/s(Vo記為f),彈珠出發點2所產生 運動物體的平均初速度為58.2 cm/s(Vo記為 s),兩者的初速度距平均值皆在2%以 內,由此可知,運動物體的初速度極為穩定。

(二)運動物體(彈珠)於重力場中之運動類型 我們利用 tracker 的功能得到 x、 y 座標,速度與加速度及角速度在各時間點的數據, 放入 excel 求各實驗組數據的算術平均數再分別繪製與時間的函數圖。將各組實驗之 x-t 圖、y-t 圖、v-t 圖、ω-t 圖結果並列比較,我們發現其中以ω-t 圖的變化最能表示 不同的運動類型,在ω-t 圖中能夠藉由角速度的極大與極小值判斷物體在橢圓軌道中 的相位,由克卜勒第二定律 V1R1= V2R2 可看成ω1R1<sup>2</sup>=ω2R2<sup>2</sup>,故ω-t 函數圖的極值 可看成物體在橢圓的兩端點,再作為相位判斷的,與ω-t 圖各自比對,找出同類型的 ω-t 圖特徵性,並歸納統整。

我們歸納出四種運動類型,分別為:進動型軌道、非進動型軌道、飛出重力場軌道、 快速墜毀軌道。針對上述四種運動類型,以下取各類型中最典型的例子作說明。

A、進動型軌道



以 T1\_Vf\_A60 組為代表性,實驗結果如圖 7 所示

我們發現 T1\_Vf\_A60 的運行軌道特徵是在運動的過程中,軌道整體的進動情形相當 明顯,此類運動表現在ω-t圖中會呈現往復的週期變化。

我們取ω-t圖中第23-78的資料點作軌跡分布圖,其結果如圖7-5,第23個資料點對應到圖7-6中ω-t圖震盪的波谷;第41個資料點對應到圖7-6中ω-t圖震盪的波峰;第53個資料點對應到圖7-6中ω-t圖震盪的波谷;第63個資料點對應到圖7-6中ω-t圖震盪的波谷。 中國7-5 余發現,運動物體的跨圓形動跡已現順時第三句的進動現色,因此我們發出

由圖 7-5 能發現,運動物體的橢圓形軌跡呈現順時鐘方向的進動現象,因此我們稱此 類為進動型軌道。





圖 7-5 T1\_Vf\_A60 組第 23 - 78 的資料點之軌跡分布圖



B、非進動型軌道





我們發現 T1\_Vf\_A0 的運行軌道特徵是在運動的過程中,有一區間的軌跡近似 圓形且能夠穩定持續一段時間,這個現象能明顯的表現在ω-t圖中。 我們取ω-t圖中第126-156 的資料點作軌跡分布圖,其結果如圖 8-5,軌道近似 圓形,且其中各點對應到圖 8-6 中的ω值變動極小,約呈定值。



圖 8-5 T1\_Vf\_A0 組第 126 - 156 的資料點 之軌跡分布圖



- x-t y-t ♦ 829 . . . 圖 9-1( x : time step ; y : pixel ) 圖 9-2( x : time step ; y : pixel ) v-t ω**-t** · · · , • ◆數· • 圖 9-3 ( x : time step ) 圖 9-4( x : time step )
- C、飛出重力場軌道



由軌跡分布圖(圖 9-5)顯示,在第 17 個資料點後,彈珠飛出重力場外,因此無法繼續記錄。



圖 9-5 T1\_Vf\_A45 組資料點之軌跡分布圖



D、快速墜毀軌道

以 T1\_Vs \_A60 組為代表性,其實驗結果如圖 10 所示

由軌跡圖(圖 10-5)可看出彈珠運行至第 22 - 24 個資料點時切線速度接近零,因此受 重力作用的吸引墜入中心。



圖 10-5 T1\_Vs\_A60 組資料點之軌跡分布圖

(三) 各運動類型與初始運動條件之結果

我們以符號來表示進動型軌道、非進動型軌道、飛出重力場軌道、快速墜毀軌道, 並以發射點的位置與模擬重力場中心之距離為分層,所作圖形如圖 11。



比較發現,非進動型軌道發生的次數明顯少於進動型軌道,我們認為發生非進動型 軌道的條件屬於比較嚴苛的類型,初速度與角度、初發位置皆需配合適當,才能產生非 進動型軌道,若起始條件造成速度過快,軌道甚至脫離重力場,速度過慢也會使運動趨 向不穩,造成軌道變動過快。

(四) 不同運動類型之光變曲線探討

根據實驗所分類出的四種軌道類型,選擇 T1\_Vf\_A60 組(進動型軌道)、T1\_Vf\_A0 組(非進動型軌道)、T1\_Vf\_A45 組(飛出重力場軌道)、T1\_Vs\_A60 組(快速墜毀軌 道)的軌道資料,利用其每個時間點的 x、y 數據(以重力源中心為原點),和假設的半 徑(單位:像素格大小)、亮度比,與數學算式得出每時間點的面向 x 軸方向的投影亮度。 再將其繪製成光變曲線,並分析曲線的內容,嘗試進一步的探討。

亮度計算方法說明;



最後再將所得光度轉換成星等,補上一校正係數,作為我們模擬亮度值。

固定伴星的半徑與亮度值,並分別將主星與伴星的半徑比與亮度比以1:1與2:1之關 係代入亮度計算,將各組資料分別以「星等 - 時間點」散佈圖的形式呈現,可得出光變 曲線,結果如表二、表三。



表二 主星與伴星之半徑比1:1的光變曲線



表三 主星與伴星之半徑比2:1的光變曲線

#### 四大類型光變曲線說明

(1) 由飛出重力場軌道的光變曲線變化能判斷出觀測方向,若主星的亮度降低一段時間後恢復,並且不再重複,則為正向面對雙曲線軌道的方向觀測;若主星的亮度分別下降兩次後回復原亮度,並且不再重複,則為側向面對雙曲線軌道的方向觀測,如圖12所示。



圖 12 飛出重力場軌道之觀測方向示意圖

- (2) 快速墜毀軌道的光變曲線亮度會下降一到多次,只有下降一次時,物體從正側面墜 毀,最終亮度下降,可和飛出重力場軌道的正向面對的觀測結果區隔;下降多次的 則是繞型較多圈後墜毀,其特徵為第一個光變問期的長度與其他週期長度比例相差 大。
- (3) 進動型軌道的光變曲線週期有逐漸縮短的趨勢,其曲線的谷值相位點與持續時間皆 取決於軌道的進動情形。以表三中進動型軌道的光變曲線為例,第 50~57 資料點為 一平緩的谷值區,對照其ω-t 圖可知第 50~57 資料點為橢圓軌道的遠日點,也就是 繞行較緩慢的區間,造成較長的遮蔽時間。如圖 7-5 在運動的後段,橢圓軌道的離 心率減少,進動持續進行,使得軌道較接近圓形,星體前後遮蔽的間隔趨向對稱。



圖 13 T1\_Vf\_A60 組(半徑比 2:1 亮度比 1:1) 43 - 73 資料點亮度曲線

(4) 非進動型軌道的光變曲線週期也呈現逐漸縮短的趨勢,每個週期中均能分辨出亮度 有一最低值與一次低值,此為主星與伴星交食運動過程所造成,穩定區間時,兩向 下的波形幾乎相同,只差在振幅大小。另外,比較不同週期的光變曲線之亮度值降 低的時間間隔長度能表示軌道類型的改變。



圖 14 T1\_Vf\_A0 組(半徑比 2:1 亮度比 1:1) 非進動型軌道光變曲線 (a)第四週期 (b)第五週期

#### 陸、 討論

- 觀測 T1\_Vf\_A0, T1\_Vs\_A0, T1\_Vs\_A30 三組實驗(圖 11), 初速度的快慢(T1\_Vf\_A0, T1\_Vs\_A0)影響非進動型軌道的發生,發射的角度(T1\_Vs\_A0, T1\_Vs\_A30)也息息相關,如果只考慮發射角不同,一開始向心的速度分量較大,較快墜毀。
- 2. 從 T2\_Vs \_A30 和 T2\_Vf \_A30 兩組實驗結果和 T1\_Vs \_A0、 T2\_Vs \_A0、T3\_Vs \_A0 三組實驗同時比較,可得初始切線速度與向心力的大小比例關係和非進動型軌道發生 的有無、進入穩定軌道時的軌道形狀有相當的關聯性。
- 依據理論,繞行的物體僅受到重力時,運動軌道不會產生軌道轉動,我們認為實驗時 的摩擦力是造成軌道進動的關鍵,使能在相對於完美情況下更接近真實的結果進行討 論。
- 4. 觀察非進動型軌道的發生,可以得出一個解釋,當重力相對於阻力達一定強度時,會 出現此類軌道,並呈現近似圓形的軌道,但是阻力會讓物體變慢,進而再次失衡,當 再次加速到一定程度時,過度區間會再次出現,直到墜毀為止。所以阻力越小發生近 似圓形軌道的持續時間就越長,因實際上星際物質的效果沒實驗中強,故軌道的改變 多依賴星體間的重力場。
- 5. 觀察圖 8-5 和圖 8-6,我們發現非進動型軌道實際上仍有進動產生,利用角速度極值 在軌跡中的分布,得知軌道為以橢圓焦點為中心每週期順時針方向轉動 180°(圖 15)



圖 15 非進動形軌道中之進動示意圖

因物體在軌道中的相位位置與軌道轉動恰巧造成圓形軌道產生,造成視覺上軌道沒有進動現象,實際卻不然,故非進動型軌道應屬於進動型軌道的一種特例。

- 6. 快速墜毀軌道產生的原因我們認為是初速度過慢造成不進動情況下所得的橢圓軌道 過於狹長,導致在遠日點處因切線速度過慢使得摩擦力對於物體造成之運動影響相對 增大,造成物體朝重力方向快速加速,切線速度不足而快速墜毀軌。此類型的發生需 要相對較大的阻力,否則物體便能從重力源物體邊緣脫逃,產生極端的進動型軌道; 或在加速到恰合適的大小,在距離重力源物體很近的位置產生非進動型軌道的現象最 終才被吞噬。進動型軌道與非進動型軌道都可能成為快速墜毀軌道的演變型,在考慮 天體運動中物體同時受到摩擦力、非摩擦力之阻力與重力的外力作用下,此種推斷是 合理的。
- 7. 摩擦力對物體的影響強弱會改變非進動型軌道出現的可能。若摩擦力甚小,但仍有一定強度,則軌道的改變情形會較微弱且需要較長時間才能看出明顯的進動,非進動型軌道出現穩定圓形的空間分布從重力源向外延伸,使得較多的起始條件下,能產生非進動型軌道;甚至在整個墜毀過程中,擁有一次以上的穩定時期。
- 8. 平面上圓周繞行可分為直角座標的兩軸之簡諧運動獨立探討,在加入摩擦力的作用下,依然可看出兩軸分別以 sin、cos 函數圖形之變形運動。將運動推廣到三維空間中,可以依照實驗的投影平面作為其中兩軸的運動依據,再加入第三軸進行討論。以快速 墜毀軌道代表 T1\_Vf\_A45 來探討,若初發點相同,第三軸有一不為0的初速度,則 有機會迴避快速墜毀軌道的發生。在較理想的狀況下,第三軸條件讓整體運動能維持 長時間不墜毀,則投影在第一及第二軸的軌跡可能類似圖16,也就是一種極端的進 動型軌道。



圖 16 極端型進動軌道

而第三軸與第一、二軸所構成的橢圓也隨第一及第二軸的軌跡不停進動(圖 17),



圖 17 橢圓形軌道進動說明

進動的方向則是和物體繞行軌道的方向相同,進動的快慢則可以依據平面繞行累積的角度(θ)得知(圖 15. T1\_Vf\_A60 的θ與時間函數圖)。





可以發現進動的速度大小不定,卻有逐漸增加的趨勢。最後,當三軸的位置坐標同時小於重力源物質的半徑時墜毀。

- 三維空間中,若任兩軸之投影軌跡為非進動型軌道,則在同時位於穩定的時間區間時,軌道接近一盤面。
- 不同的軌道類型可由光度曲線的週期變化判讀得知,進動型軌道的光度曲線變化受 主星與伴星交食運動的影響,亮度最低值與次低值的週期變化較大,非進動型軌道的 光度曲線變化週期相對較穩定。
- 11. 藉由光度曲線變化亮度最低值與次低值的差距能判斷出主星與伴星的亮度比,若差 距越大,表示亮度比越大,交食作用過程所造成的掩星現象越明顯。
- 12. 藉由光度曲線變化中掩星現象持續的時間間距長短能判斷出主星與伴星的半徑比, 若掩星現象持續的時間間距越長,表示主星與伴星的半徑比越大。
- 13. 比較光變曲線能得知非進動型軌道的光變曲線穩定的程度較進動型軌道者高,也就 是適當的初始條件讓非進動型軌道較接近圓形。觀察 T1\_Vf\_A60 組的光變曲線與軌跡 圖,第 50~57 點的軌跡相似於穩定區間,雖然ω-t 圖對應區沒有非進動型軌道ω-t 圖 穩定區間的極小振幅震盪,仍然有峰值減少的趨勢,後端回歸典型橢圓軌道,得到進 動型和非進動型的軌跡演化過程皆可為「橢圓→較正圓→橢圓」的形式。非進動型軌 道可視為進動型軌道的特例。
- 光度曲線模型可依照觀察角度不同修正數學式,從二維推廣至三維;考慮紅移及藍 移,作出分色光光變曲線,用以歸納各種交食作用天體的觀測數據。

### 柒、 結論與應用

根據我們的實驗,想進一步探討衛星與行星對單重力場的運動模式,我們將實驗中的摩擦力視為物體運動時的阻力(大氣層或星際物質,假設作用情形與實驗的摩擦力符合)。根據實驗結果的探討,當物體在運動時,會不斷受到阻力的影響,而與模擬重力場的中心逐漸靠近,最後墜毀。 但是天體間的運動時間長度是以我們無法觀測的尺度進行,所以當下我們可能就身於非進動型軌道在近似圓形軌跡的運動中,也就是說,影響著天體的微小力量很可能造成蝴蝶效應。若我們能將實驗時所使用的彈性布摩擦力減小,就越能模擬出天體間的運動。

在各類型軌道運動的探討中,我們嘗試說明我們的實驗結果在真實的天體運行 中發生的可能性,有關「月球的形成」理論之一,月球捕獲說(圖 19),依實驗結果 來看,是有可能發生的,但發生的可能性較低,必須在初速度與角度、初發位置皆 需配合適當的條件下,才能形成穩定的公轉軌道。再者,我們思考著是否有來自歐 特雲或古柏帶的小天體藏身於小行星帶中,若其繞行的軌跡如果有符合非進動型軌 道的條件,那麼這些小天體有可能藏身於小行星帶中成為小行星的一員,並繞行太 陽公轉。



圖 19 月球捕獲說示意圖

在各類型軌道的光變曲線的探討中,可發現我們經由交食作用所模擬的亮度曲線與觀測所得的交食變星(圖 20)或系外行星(圖 21)所造成的光變曲線有類似的特徵,我們若能獲得更精確的實驗模型,模擬出各種類型的光變曲線,便能由此光變曲線作為依準,檢視並比對觀測所得之交食變星或系外行星的光變曲線,進一步得知其繞行的軌道類型、半徑比、亮度比等資訊。



### 捌、 參考資料

- 1. 科學人第 142 期(2013 年)
- 2. 牛頓雜誌第76號(2014年)
- 3. <u>http://www.digitalwavetheory.com/DWT/23 Gravity Visualized.html</u>
- 4. http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/phpBB/viewtopic.php?topic=21035
- 5. http://www.pep.com.cn/gzwl/jszx/gkzl/fxcl/201302/t20130205 1149125.htm
- 6. <u>http://www.planethunter.org/</u>
- 7. http://www.aavso.org/

## 玖、 附錄 數據資料

註:所有的資料皆依照表一排列







T1\_Vs \_A60





T1\_Vf\_A30





T1\_Vf\_A60









T2\_Vs \_A60









T2\_Vf \_A60









T3\_Vs \_A60









T3\_Vf \_A60 x-t y-t 120 100 6 80 60 Э • x • y 2 -20 -40 -20 2 ω-t v-t . • 120 • • 60 100 50 800 • v • ω • 40 600 30 40 20 • 200 10 \*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\* 0 • ۰ 0 20 25 25

# 【評語】040505

研究主題是探討重力之影響,但實驗設計並沒有抓到重力的基本特性。實驗結果做出符合克卜勒定律的有趣現象,能自行規劃實驗,研究能力佳,表達能力良好。