

中華民國第 54 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高中組 物理科

040114

滾球不生苔

學校名稱：國立臺南第一高級中學

作者：	指導老師：
高二 張晏誠	黃木全
高二 戴靖軒	黃心盼
高二 林亮瑤	

關鍵詞：滾動、恢復係數

摘要

球在平面上滾動時會受到摩擦力，但若球的運動為純滾動，那麼摩擦力在力的方向上因為沒有位移而不做功，理論上會無窮止盡地滾下去，然而，實際上在球滾動一段有限的距離後便會停下來，為什麼呢？因為球滾動時會因為重力及慣性擠壓而變形，因此不斷地失去力學能而終究停下來。在高二物理學習碰撞課程中，學習到恢復係數 e 可以用來描述碰撞擠壓恢復過程的能量損耗，因此我們想探討球在不同飽和程度的恢復係數 e ，對於滾動距離 L 的影響。

壹、研究動機

在日常生活當中，滾動是一種常見的物理現象，舉凡滾動中的球體、行駛中的輪胎都是隨處可見的例子，學校體育課時也必然會與各式各樣的球類接觸。當我們看到球從眼前滾過時，一個問題不禁油然而生：若假設球的運動為純滾動，則摩擦力在力的方向上因為沒有位移而不做功，那麼它為什麼會停下來？又為什麼有些球能滾得較遠而有些球卻不會呢？我們希望藉由實驗來探討滾動運動的特性，並嘗試以理論討論恢復係數 e 對滾動距離 L 的影響。

貳、研究目的

- 一、測量同一顆球在不同充氣程度時的恢復係數 e ，找出其相關性。
- 二、探討同一顆球不同的恢復係數 e 對其滾動距離 L 的影響。
- 三、利用包裹泡棉膠的壓克力圓柱，在固定恢復係數 e 的前提下，探討不同初速對滾動距離 L 的影響。
- 四、嘗試以理論推導恢復係數 e 對滾動距離 L 的影響，並與實驗結果比對驗證。

參、研究設備及器材

1. 充氣球



2. 水管



3. 可調式軌道架



4. 水平儀



5. 高速攝影機



6. 包裹泡棉膠的壓克力圓柱



7. 打氣筒

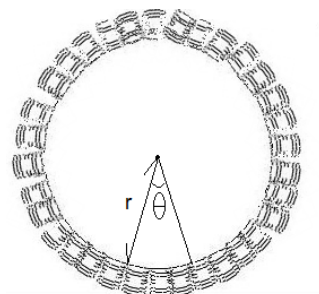


8. 鐵尺



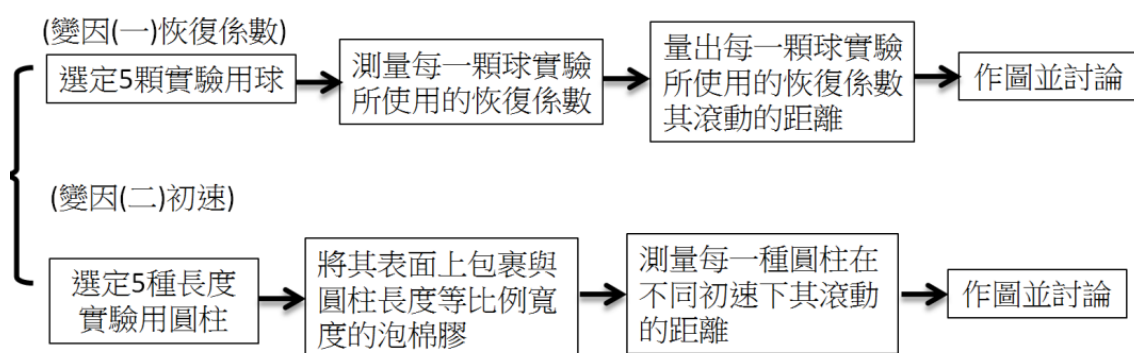
肆、研究過程與方法

球在平面上滾動時會受到摩擦力，當球的運動為純滾動，摩擦力在力的方向上沒有位移而不做功。我們認為球滾動時會因重力及慣性擠壓，球與接觸面擠壓形變又恢復的過程中，會讓能量損耗而使球僅能滾動一定的距離。



在高中物理的碰撞章節中，我們學習恢復係數 e 可以用來描述擠壓恢復過程的能量損耗，因此我們想探討球不同充氣程度的充氣皮球的不同恢復係數 e ，討論對滾動距離 L 的影響。

一、實驗流程：



二、實驗步驟：

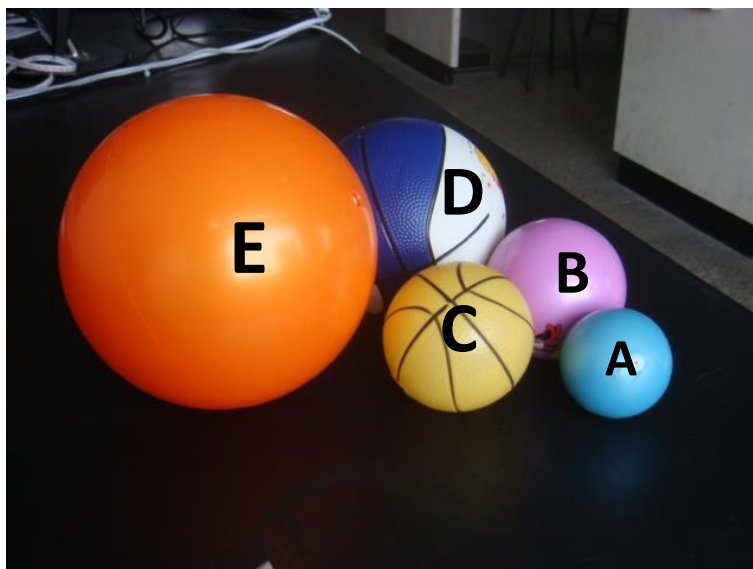
(一)滾球實驗：

1.測量實驗用充氣球的質量、半徑，依半徑大小由小到大依序編號為 A、B、C、D、E：

各球附圖如下圖(一)

球種	A 球	B 球	C 球	D 球	E 球
半徑 $r(\text{cm})$	3.26	4.47	4.95	8.11	9.86
質量 $m(\text{g})$	33.08	64.96	24.72	150.46	106.85

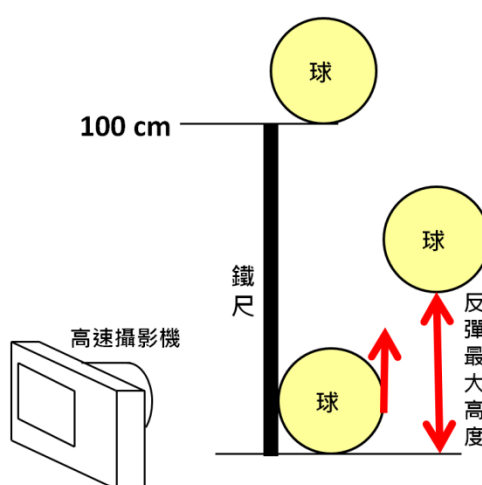
(註)半徑的測量是利用捲尺量出其最大圓的周長，再將所得除以 2π 。



圖(一)實驗所用各球(編號標示於圖上)

2.測量恢復係數：

- (1)先用膠帶將鐵尺固定在牆壁上，使刻度 0cm 與牆腳對齊，佈置如下圖(三)(四)。
- (2)將球充氣到最飽的狀態。
- (3)將球底輕靠於直尺 100cm 處使球自由落下，用高速攝影機拍攝其反彈最大的高度(球自由落下時，不能施任何外力使其向旁邊反彈，否則此數據將視為無效，並須重新此實驗)。
- (4)再將球逐次放氣，取得我們所需的實驗值並重覆上述實驗步驟 3，每顆球共取 5 個實驗值並用公式換算成其恢復係數 e (X 球其取值恢復係數 e 由小到大定為 X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 、 X_5)。



圖(三)測量恢復係數方法示意圖

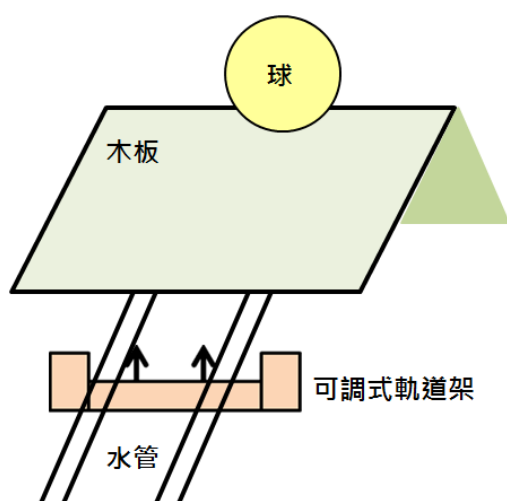
(5)以下是我們各實驗用球所取的恢復係數：

編號	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
恢復係數 e	不成球形故不取值	0.58	0.67	0.77	0.82
編號	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅
恢復係數 e	0.60	0.67	0.76	0.81	0.87
編號	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅
恢復係數 e	0.40	0.51	0.59	0.65	0.75
編號	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅
恢復係數 e	0.62	0.72	0.79	0.83	0.88
編號	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅
恢復係數 e	0.60	0.69	0.79	0.84	0.89

3.測量滾動距離：

(1) 軌道製作：

- ①因為地板不是水平的，我們訂做可調式軌道架，兩邊的底座有可上下微調高度的木製螺絲，以確保軌道放在地上能保持水平。
- ②因為買來的水管並不完全筆直，無法藉由上下左右的擺動使其變得平直，我們在可調式軌道架上釘上釘子(如下圖(五))，再將水管卡入其中，藉由釘子固定使彎曲不平的水管變直。經過老師的建議，我們使用雷射筆再做一次檢查。
- ③斜面的部分，我們將一塊大木板墊高後作為滾動的斜面，並盡可能調整使木板底部不與軌道有高度上的落差，以免影響實驗準確度。(如下圖(五)、圖(六))
- ④最後以水平儀做最後軌道的調整，盡可能完全水平以增加實驗的準確度。



圖(五)實驗器材架設示意圖



圖(六)實際架設軌道照片

(2)測量滾動距離：

將不同充氣量的球置於斜面頂端使之自然滾下，直到靜止於軌道後，測量其滾動的距離。

4.測量初速：

(1)於近木板處的水管上貼上 10cm 的白色紙條。

(2)當球滾至此區域時，用高速攝影機於正上方拍攝，可得球經過的時間，如此便能得到球的初速(如圖(七))。



圖(七)實際測量初速時的照片

(二)滾圓柱實驗：

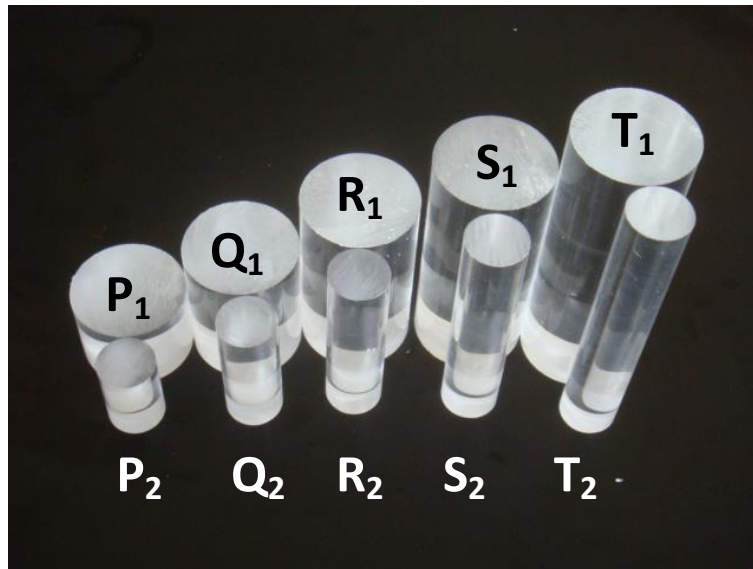
1.測量壓克力圓柱的質量、半徑以及長度，並將圓柱的長度(質量)大小由小到大依序編號為 P、Q、R、S、T(大圓柱為 X_1 ；小圓柱為 X_2)：(各圓柱附圖如下圖(八))

(1)大圓柱：(半徑皆為 1.95cm)

圓柱種類	P ₁ 圓柱	Q ₁ 圓柱	R ₁ 圓柱	S ₁ 圓柱	T ₁ 圓柱
長度 l(cm)	3.00	5.00	7.00	9.00	11.00
質量 m(g)	45.69	76.27	106.70	136.35	164.41

(2)小圓柱：(半徑皆為 1.00cm)

圓柱種類	P ₂ 圓柱	Q ₂ 圓柱	R ₂ 圓柱	S ₂ 圓柱	T ₂ 圓柱
長度 l(cm)	3.00	5.00	7.00	9.00	11.00
質量 m(g)	11.78	19.63	27.49	35.60	43.38



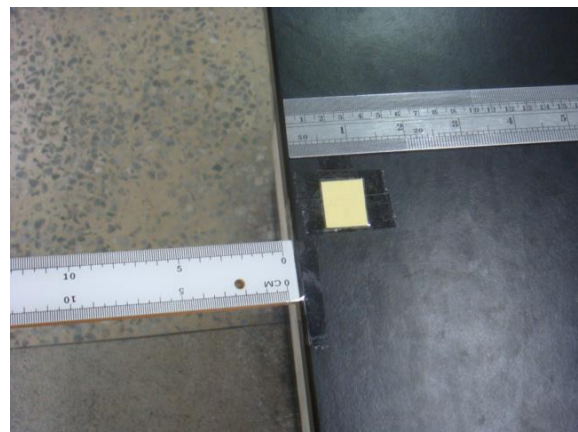
圖(八)實驗所用各圓柱(編號標示於圖上)

2. 軌道的製作及初速的測量：

- (1)將直尺斜放於實驗桌邊緣作為軌道，確定直尺與桌緣無高低落差，避免實驗誤差。
- (2)在近桌緣處黏貼 2cm 的紙條，當圓柱滾至此區域時，用高速攝影機於正上方拍攝，可得圓柱經過的時間，如此能得到圓柱的初速(如下圖(九)(十))。



圖(九)實驗架設軌道照片



圖(十) 黏貼於近桌緣處的 2cm 紙條

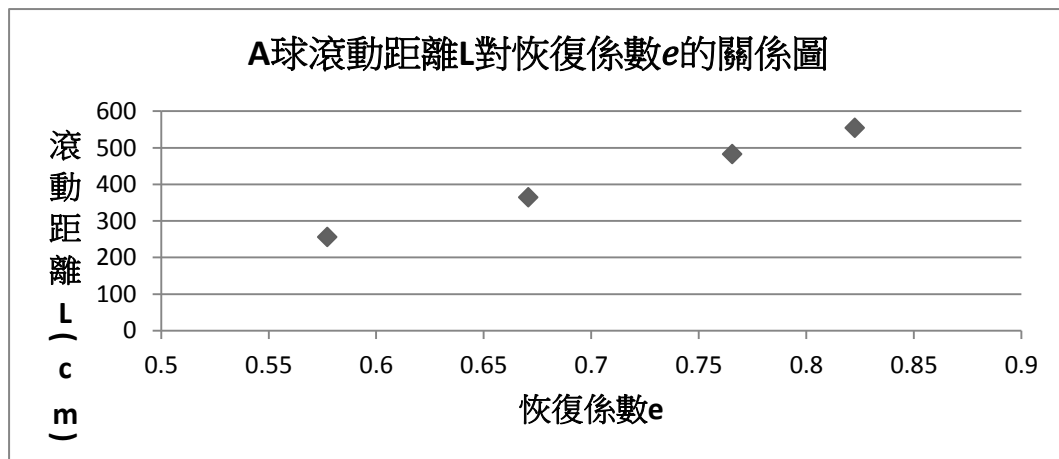
伍、實驗結果與討論

實驗一、滾球實驗：

(一) 不同恢復係數 e 下的每顆球 e 對滾動距離 L 的影響：

1.A 球：

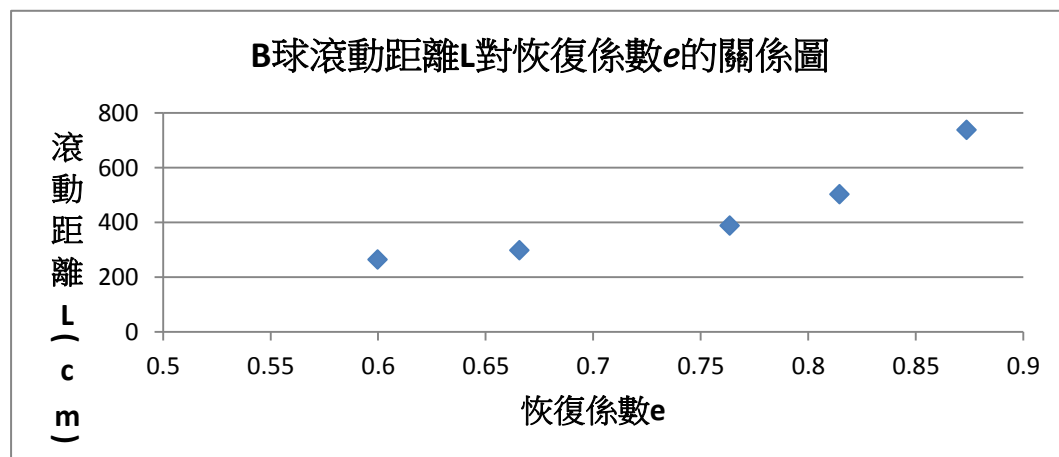
編號	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
恢復係數 e	不成球形故不取值	0.58	0.67	0.77	0.82
滾動距離 $L(\text{cm})$	—	256	364	483	554



(圖(十一))A 球滾動距離 L 對恢復係數 e 的關係圖

2. B 球：

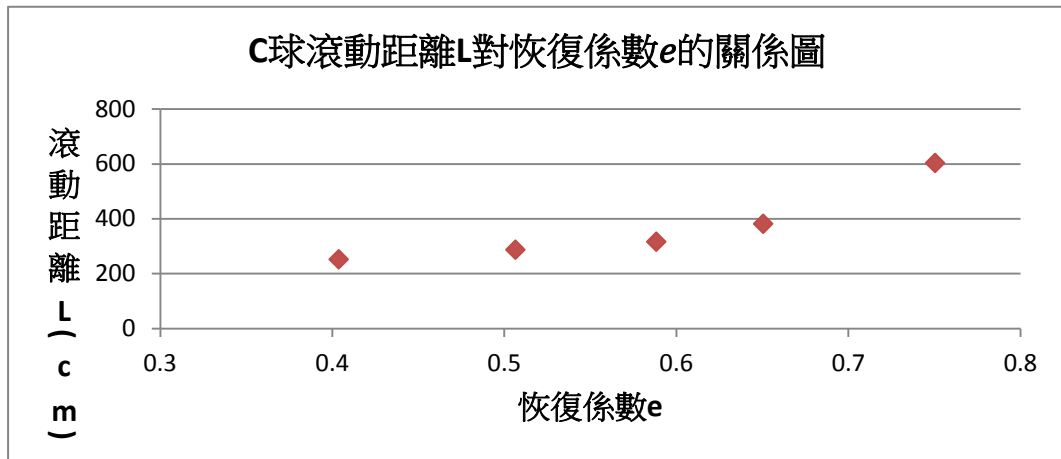
編號	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅
恢復係數 e	0.60	0.67	0.76	0.81	0.87
滾動距離 $L(\text{cm})$	264	298	388	503	738



(圖(十二))B 球滾動距離 L 對恢復係數 e 的關係圖

3. C 球：

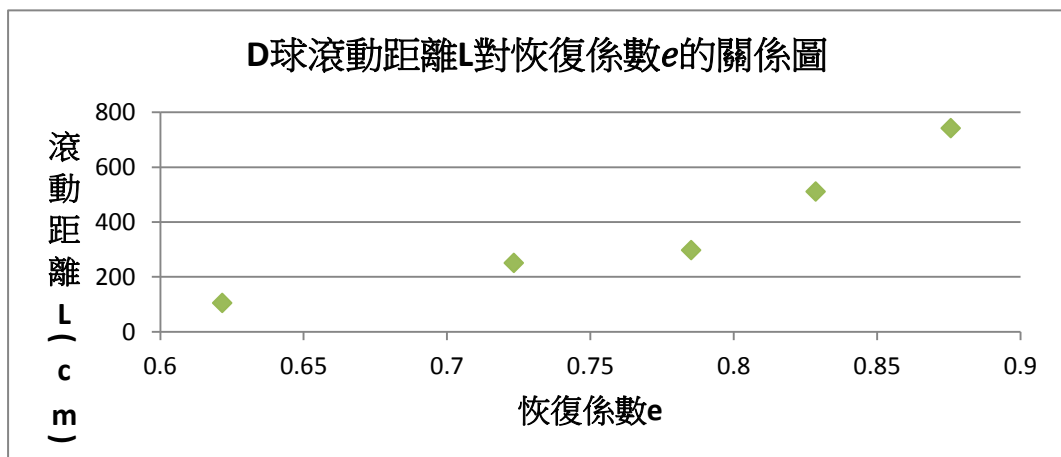
編號	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅
恢復係數 e	0.40	0.51	0.59	0.65	0.75
滾動距離 $L(\text{cm})$	251	286	315	381	603



(圖(十三))C 球滾動距離 L 對恢復係數 e 的關係圖

4. D 球：

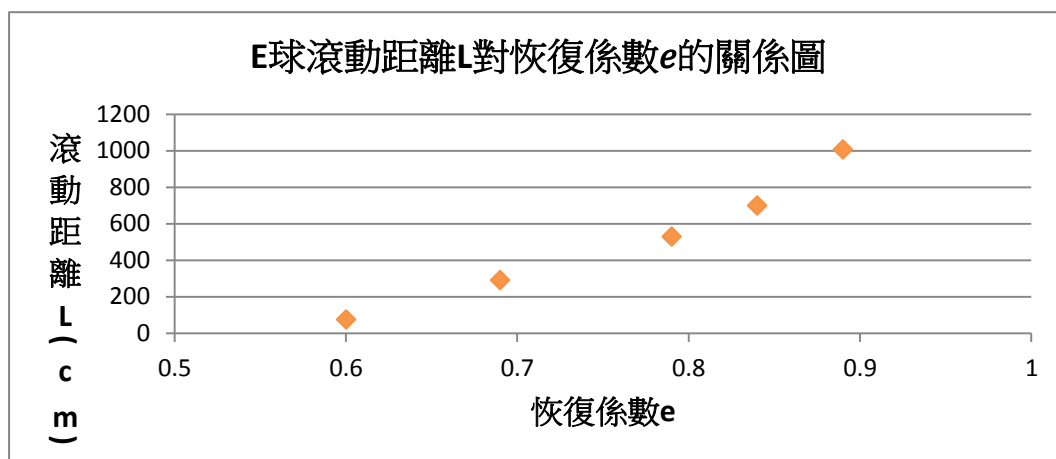
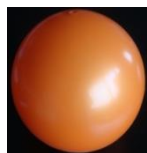
編號	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅
恢復係數 e	0.62	0.72	0.79	0.83	0.88
滾動距離 $L(\text{cm})$	106	251	298	512	743



(圖(十四))D 球滾動距離 L 對恢復係數 e 的關係圖

5. E 球：

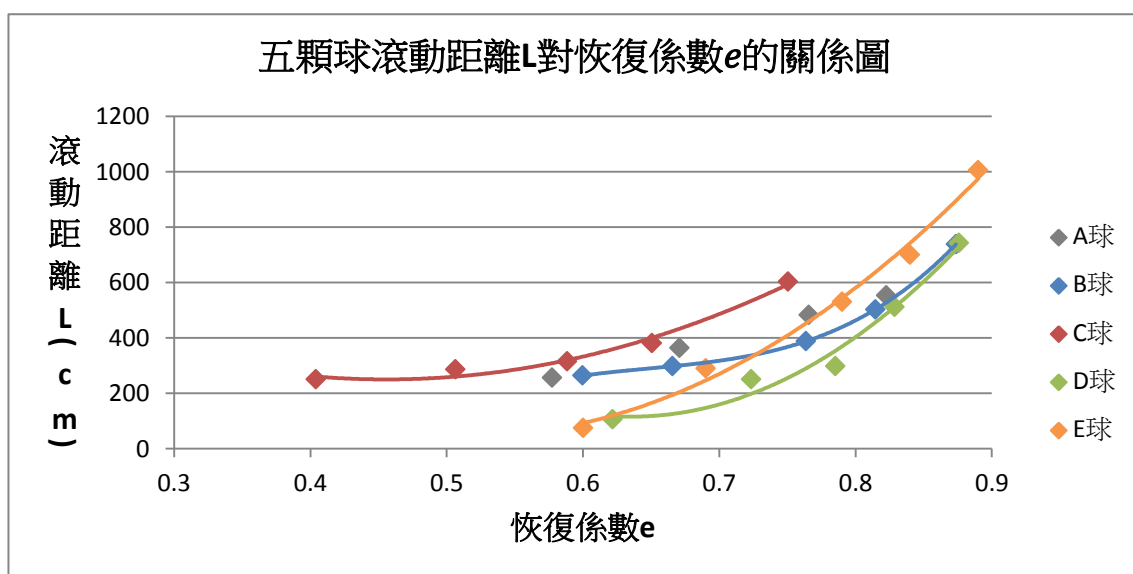
編號	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅
恢復係數 e	0.60	0.69	0.79	0.84	0.89
滾動距離 $L(\text{cm})$	75	290	530	700	1006



(圖(十五))E 球滾動距離 L 對恢復係數 e 的關係圖

6.五顆球恢復係數 e 對滾動距離 L 的關係圖：

我們將上述五球所得的結果繪製在同一張圖上，如下圖圖(十六)：



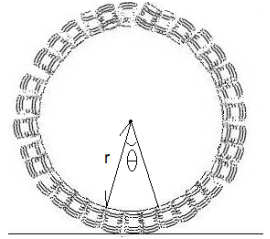
(圖(十六)) 五顆球滾動距離 L 對恢復係數 e 的關係圖

觀察圖(十六)發現各球的滾動距離 L 與充氣皮球的恢復係數 e 呈正相關，也就是當皮球充氣較飽較硬而當恢復係數 e 較大時，球的滾動距離也相對較遠。

每條趨勢線均有明顯類似多項式函數的曲線，我們猜測滾動距離 L 應與恢復係數 e 的某次方成一次線性關係，以下我們嘗試推導皮球的滾動距離 L 與恢復係數 e 的理論關係。

(二)理論推導：

為了順利推導出理論關係式，我們把問題作適當的簡化，我們將球的滾動簡化成圓在直線上滾動，如右圖，想像圓上每單位長度有 n 個力常數 k 的非理想彈簧。



當球滾動擠壓使下方彈簧收縮 x 時，彈簧的彈力位能為 $\frac{1}{2}kx^2$ ，當球滾動過後彈簧恢復原長，依恢復係數 e 的定義，此彈簧壓縮又恢復的過程會損失力學能 $(1-e^2)\frac{1}{2}kx^2$ 。

假設球質量為 m 、半徑為 r 、當時重力場為 g ，且恆保持圓心角 θ 被擠壓變形，則同一時間被擠壓變形的彈簧數量應有 $nr\theta$ 個。考量鉛直方向合力恆為 0，故 $mg = nr\theta kx$ ，則每個彈簧擠壓的形變量 $x = \frac{mg}{nr\theta k}$ ，則可得每個彈簧被擠壓又恢復過程，其損失的力學能為

$$(1-e^2)\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{nr\theta k}\right)^2 = \frac{1}{2k}(1-e^2)\left(\frac{mg}{nr\theta}\right)^2 \quad \text{---(1)}$$

當圓以初速 v 滾動，其初動能為移動動能與轉動動能的和，

$$\text{即為 } \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\omega^2 = \frac{3}{4}mv^2, \text{ 且經總距離 } L \text{ 後停止，此過程經歷共}$$

有 nL 次彈簧被擠壓，依能量守恆定律，初動能恰被 nL 次的彈簧壓縮損耗，

$$\text{即 } \frac{3}{4}mv^2 = nL \frac{1}{2k}(1-e^2)\left(\frac{mg}{nr\theta}\right)^2 = L \frac{1}{2nk}(1-e^2)\left(\frac{mg}{r\theta}\right)^2,$$

因為實驗測量時我們主要討論滾動距離 L 與恢復係數 e 、滾動初速 v 的關係，經整理後可得：

$$\text{球滾動總距離 } L = \frac{3nkr^2\theta^2}{2mg^2} \cdot \frac{v^2}{(1-e^2)} \quad \text{---(2)}$$

即理論上若滾動距離 L 對 $\frac{1}{(1-e^2)}$ 作圖，應為過原點的斜直線，斜率為 $\frac{3nkr^2\theta^2}{2mg^2} \cdot v^2$ 。

得到滾動距離 L 與理論關係式後，我們先以兩個條件簡單檢查式(2)是否正確：

1. 當球恢復係數 $e=1$ 時滾動無能量損耗，則球將往無窮遠滾下去，將 $e=1$ 代入式(2)，得到 $L \rightarrow \infty$ 的相符結果
2. 當球恢復係數 $e=0$ 時球幾乎無法滾動，將 $e=0$ 代入式(2)，得到 $L = \frac{3nkr^2\theta^2}{2mg^2} \cdot v^2$ ，為一個有限短距離，也大致相符。

(三)實驗結果與理論的比對：

1.同一顆球的實驗斜率：

依照我們的理論式 $L = \frac{3nkr^2\theta^2}{2mg^2} \cdot \frac{v^2}{(1-e^2)}$ ，同一球的單位長度的彈簧數 n 、彈力常數 k 、半

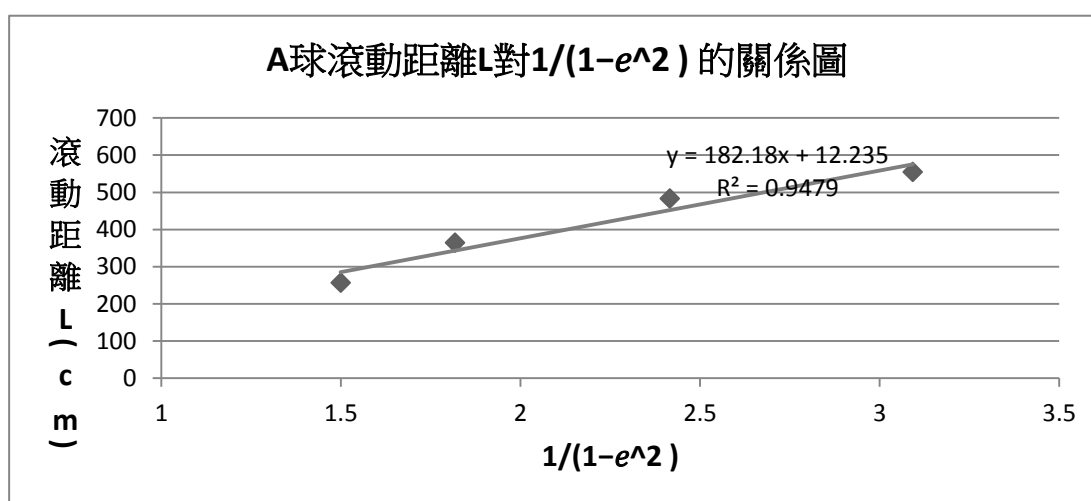
徑 r 、質量 m 、擠壓形變的角度 θ 應均可視為定值，那麼理論預測其滾動距離 L 對 $\frac{1}{(1-e^2)}$ 圖的

數據應為過原點的斜直線，這符合我們推導理論前的猜測：

「滾動距離 L 與恢復係數 e 的某次方成一次線性關係。」以下便是各球的數據以及圖表：

(1) A 球：

編號	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
$1/(1-e^2)$	—	1.50	1.82	2.42	3.09
滾動距離 L (cm)	—	256	364	483	554



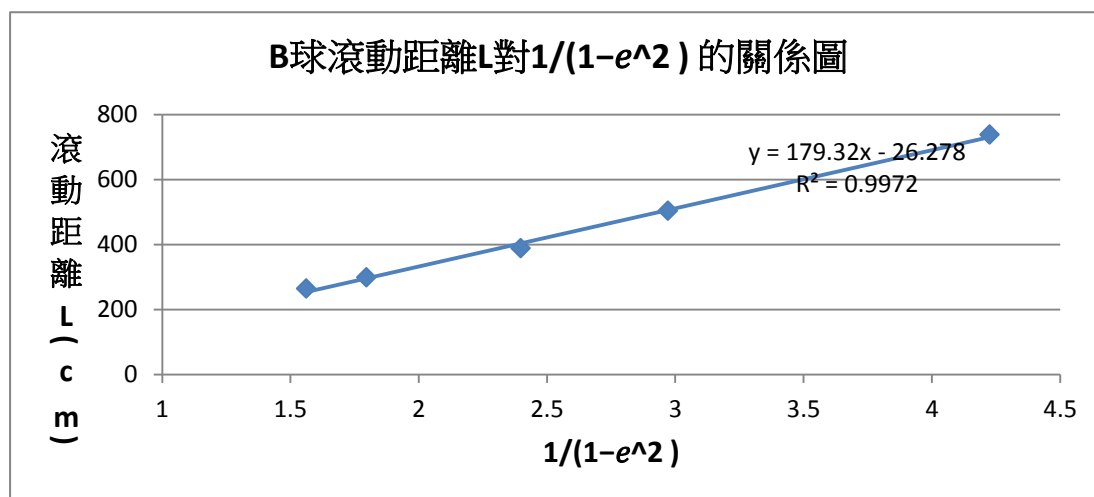
(圖(十七))A 球滾動距離 L 對 $1/(1-e^2)$ 的關係圖

觀察圖(十七)，我們由推導出來的理論式 $L = \frac{3nkr^2\theta^2v^2}{2mg^2} \cdot \frac{1}{(1-e^2)}$ 畫出 A 球滾動距離 L 對 $\frac{1}{(1-e^2)}$

的關係圖，發現描繪出來的點其趨勢線為一斜直線，且相關係數 R^2 值等於 0.9479，表示實驗所得的數據一次線性關係程度高，我們的實驗數據與推導理論得到相當的驗證。

(2) B 球：

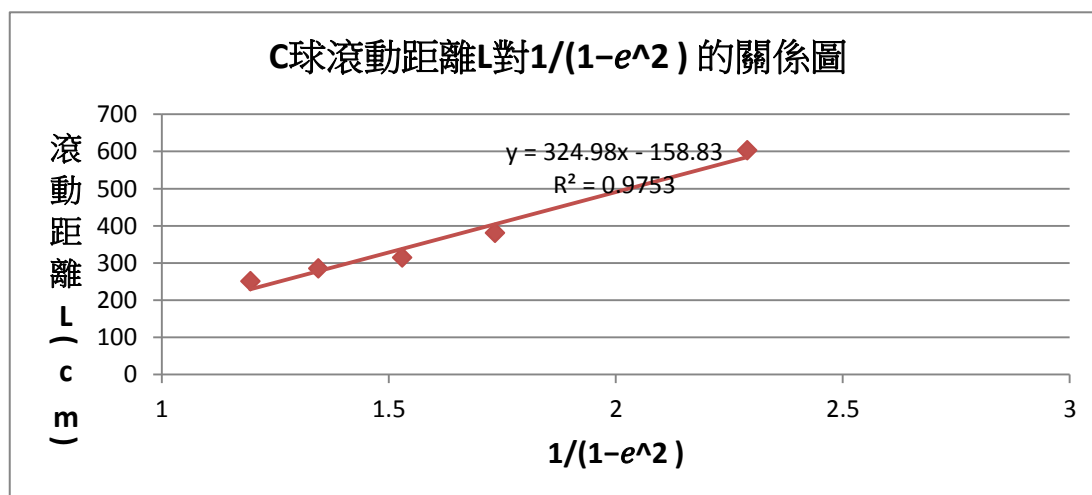
編號	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅
$1/(1-e^2)$	1.56	1.80	2.40	2.97	4.23
滾動距離 L(cm)	264	298	388	503	738



(圖(十八))B 球滾動距離 L 對 $1/(1-e^2)$ 的關係圖

(3) C 球：

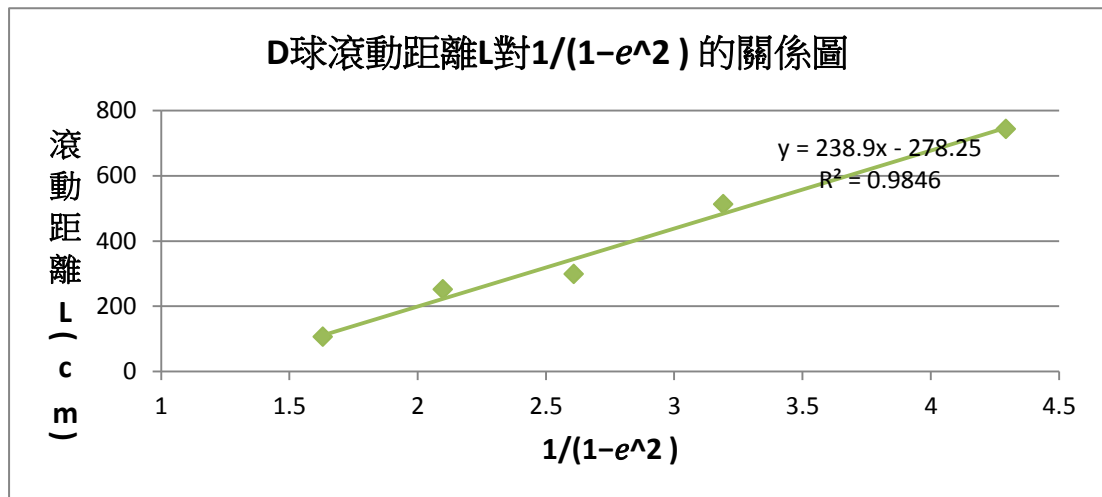
編號	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅
$1/(1-e^2)$	1.20	1.35	1.53	1.73	2.29
滾動距離 L(cm)	251	286	315	381	603



(圖(十九))C 球滾動距離 L 對 $1/(1-e^2)$ 的關係圖

(4) D 球：

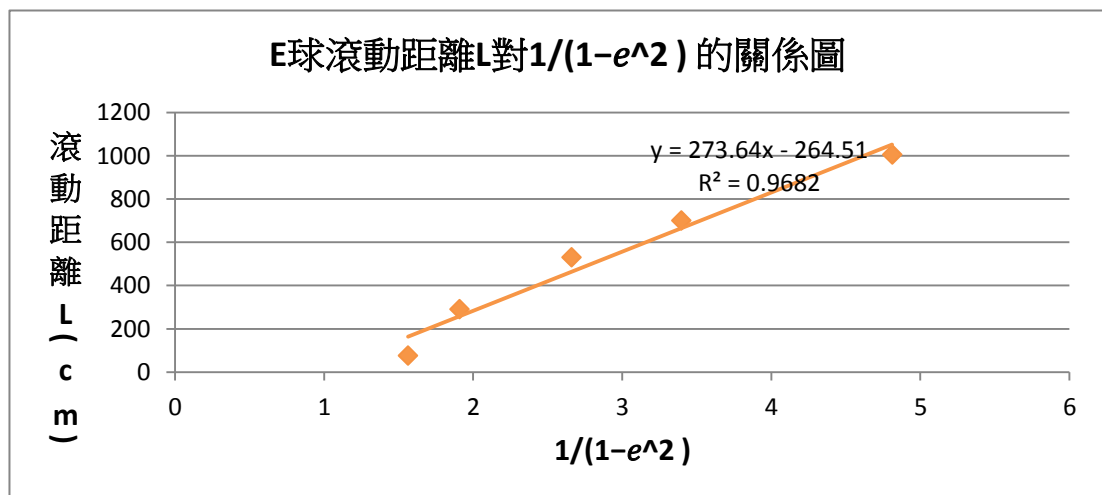
編號	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅
$1/(1-e^2)$	1.63	2.10	2.61	3.19	4.29
滾動距離 L(cm)	106	251	298	512	743



(圖(二十))D 球滾動距離 L 對 $1/(1-e^2)$ 的關係圖

(5) E 球

編號	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅
$1/(1-e^2)$	1.56	1.91	2.66	3.40	4.81
滾動距離 L(cm)	75	290	530	700	1006

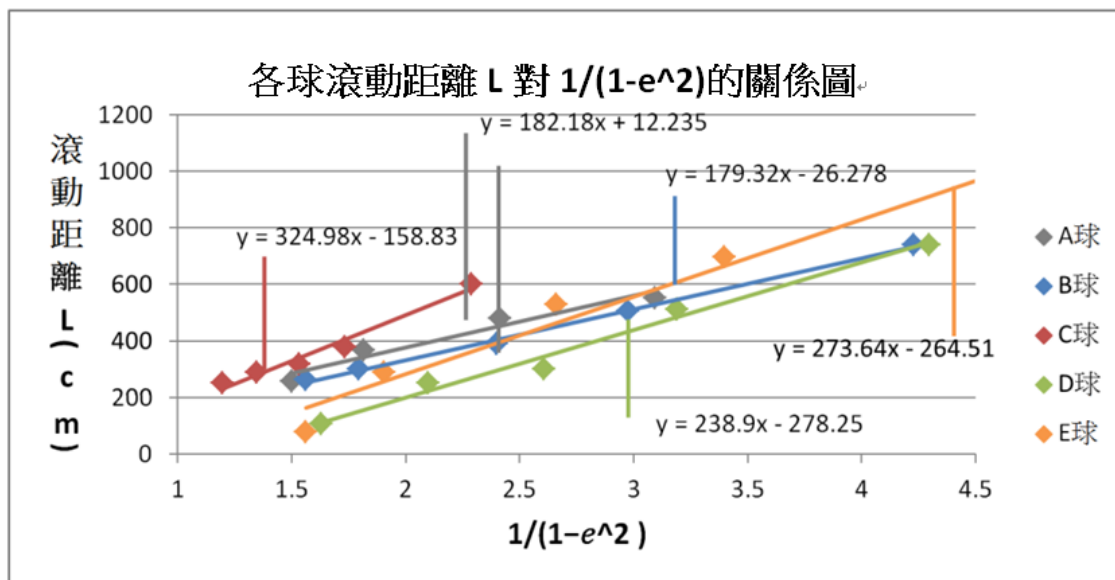


(圖(二十一))E 球滾動距離 L 對 $1/(1-e^2)$ 的關係圖

2.不同球的斜率比較與討論：

A 到 E 各球其 $1/(1-e^2)$ 對滾動距離 L 的關係圖所得的斜率如下：

球種	A 球	B 球	C 球	D 球	E 球
斜率	182.18	179.32	324.98	238.9	273.6



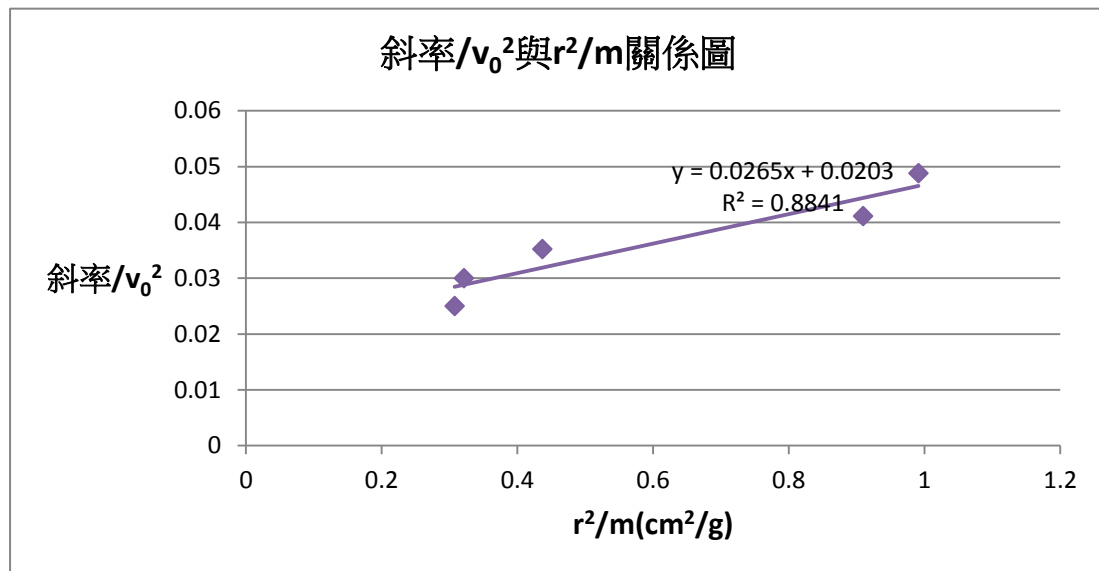
(圖(二十二))各球滾動距離 L 對 $1/(1-e^2)$ 的關係圖

理論預測斜率為 $\frac{3nkr^2\theta^2v^2}{2mg^2}$ ，為了進一步討論，我們大膽地將五球的材料視為相同，因此理論模型裡的小彈簧線密度 n 及力常數 k 應該可以視為相同。我們觀察兩球滾動擠壓的圓心角 θ 其實變化不大，所以理論斜率 $\frac{3nkr^2\theta^2v^2}{2mg^2} \propto \frac{r^2v^2}{m}$ ，可化簡成與球 $\frac{r^2v^2}{m}$ 值成正比

為了畫出 $\frac{r^2}{m}$ 值與實驗斜率的關係圖，我們前先将斜率除以當初各球的初速，下表及圖(二十

三)即為五球的 $\frac{r^2}{m}$ 值與實驗斜率的關係：

球種	A 球	B 球	C 球	D 球	E 球
初速 $v_0(\text{cm/s})$	77.92	84.63	81.57	82.33	81.61
$r^2/m(\text{cm}^2/\text{g})$	0.3213	0.3076	0.9912	0.4371	0.9099
斜率/ v_0^2	0.0300	0.0250	0.0488	0.0352	0.0411



(圖(二十三))各球斜率/ v_0^2 與 r^2/m 的關係圖

觀察上述表格及圖(二十三)各球 r^2/m 與斜率/ v_0^2 的關係圖，發現得到一條斜直線，相關係數 R^2 值等於 0.8841，顯示 r^2/m 與斜率/ v_0^2 應該存在著一次線性關係，而原先在推導理論模型中的假設：

「將五球的材料視為相同，小彈簧密度 n 及力常數 k 應也視為相同。球滾動擠壓的圓心角 θ 其實變化不大」應與實際情況相似，故才能得到這條幾乎過原點的斜直線。

實驗二、滾圓柱實驗

在實驗一滾球實驗中，我們發現滾動距離 L 與恢復係數 e 成正相關，又經過理論推導與實驗驗證，得知滾動距離 L 與 $\frac{1}{(1-e^2)}$ 成一次線性關係。

但當我們想進一步討論時，卻遇到一些難題：

我們利用球壓計定量球的飽和程度，但要將五顆球的恢復係數 e 保持定值很難達成，經過我們與指導老師的討論後，我們決定使用包裹著泡棉膠的壓克力圓柱作為實驗器材，嘗試將恢復係數 e 這項變因固定。

初步實驗時我們將所有不同重量的壓克力圓柱貼上相同面積的泡棉膠，結果實驗數據相當混亂。在與老師討論過後，發現相同面積的泡棉膠乘載不同重量的壓克力圓柱時，泡棉膠擠壓形變各有不同，泡棉膠的對應非理想小彈簧應該不是線性的，為了讓恢復係數 e 固定，應該讓所有泡棉膠有相同的形變量，這樣比較合乎我們理論模型的假設，於是我們將壓克力圓柱外圍貼上同厚度但面積與重量成固定比例的泡棉膠，每根圓柱的泡棉膠有相同的擠壓程度，實驗上便可以將貼上泡棉膠的壓克力圓柱恢復係數視為固定不變。

依照這個設計，我們進行實驗得到下列結果：

(一) 相同恢復係數 e ，圓柱初速 V 對滾動距離 L 的影響

1.大圓柱

(1) P_1 圓柱：

初速 $V(\text{cm/s})$	21.43	27.27	31.58	33.33	37.50
滾動距離 $L(\text{cm})$	116	135	145	157	170

(2) Q_1 圓柱：

初速 $V(\text{cm/s})$	27.27	31.58	35.29	37.50	42.86
滾動距離 $L(\text{cm})$	123	130	142	161	174

(3) R_1 圓柱：

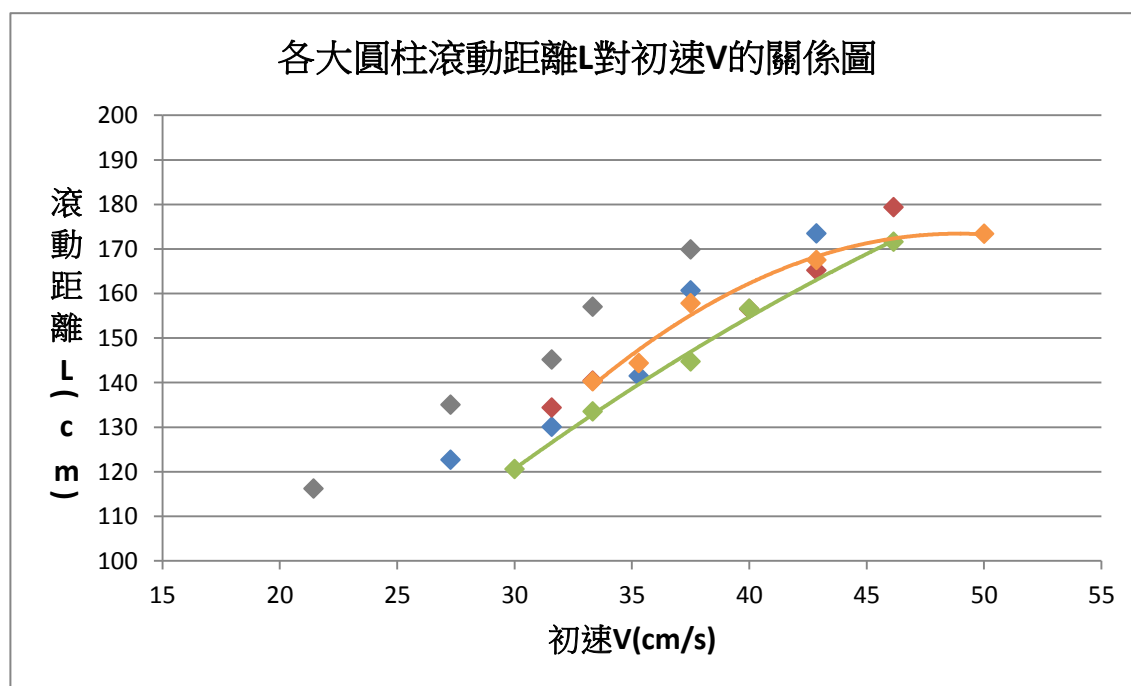
初速 $V(\text{cm/s})$	31.58	33.33	40.00	42.86	46.15
滾動距離 $L(\text{cm})$	134	140	157	165	179

(4) S_1 圓柱：

初速 $V(\text{cm/s})$	30.00	33.33	37.50	40.00	46.15
滾動距離 $L(\text{cm})$	121	134	145	157	172

(5) T_1 圓柱：

初速 $V(\text{cm/s})$	33.33	35.29	37.50	42.86	50.00
滾動距離 $L(\text{cm})$	140	144	158	168	173



(圖(二十四))五根大圓柱滾動距離 L 對初速 V 的關係圖

(二)小圓柱

1. P₂圓柱：

初速 V(cm/s)	33.33	35.29	40.00	42.86	50.00
滾動距離 L(cm)	108	114	125	131	140

2. Q₂圓柱：

初速 V(cm/s)	42.86	46.15	50.00	54.54	60.00
滾動距離 L(cm)	109	119	129	141	153

3. R₂圓柱：

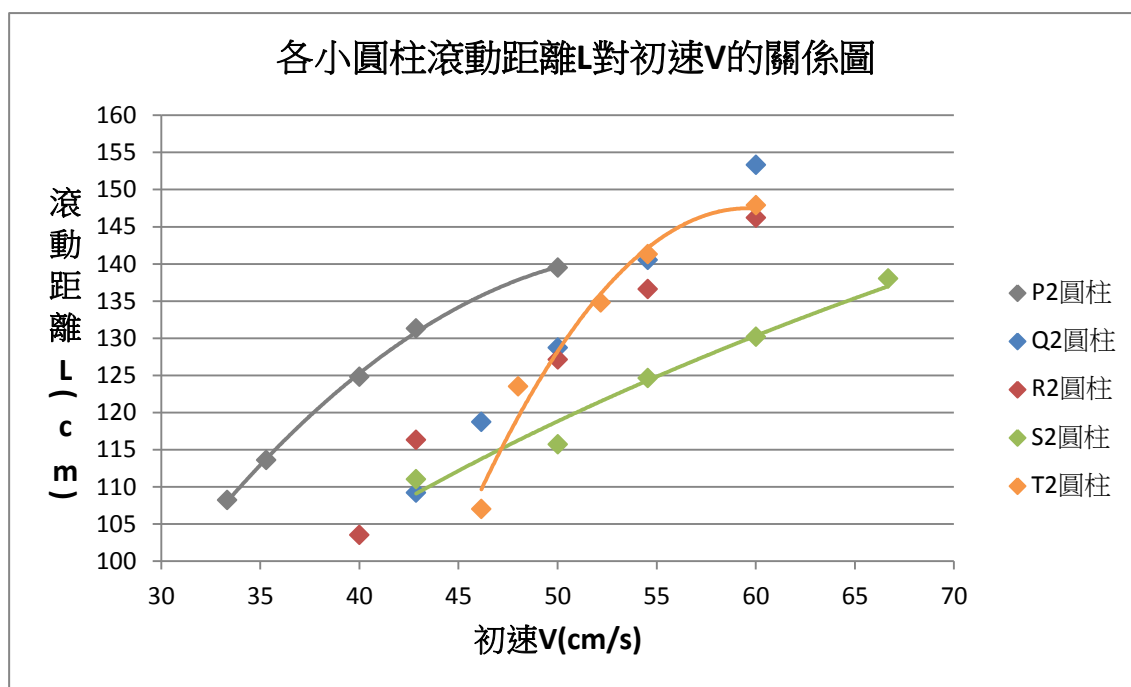
初速 V(cm/s)	40.00	42.86	50.00	54.54	60.00
滾動距離 L(cm)	104	116	127	137	146

4. S₂圓柱：

初速 V(cm/s)	42.86	50.00	54.54	60.00	66.67
滾動距離 L(cm)	111	116	125	130	138

5. T₂圓柱：

初速 V(cm/s)	46.15	48.00	52.17	54.54	60.00
滾動距離 L(cm)	107	124	135	141	148



(圖(二十五))各小圓柱滾動距離 L 對初速 V 的關係圖

(二)實驗結果與理論的比對

依照我們的理論式 $L = \frac{3nkr^2\theta^2}{2mg^2(1-e^2)} \cdot v^2$ ，同一圓柱的小彈簧線密度 n 、力常數 k 、質量 m 、

半徑 r 及圓柱擠壓地面所形成的夾角 θ 視為定值，且依照各圓柱的重量比例黏貼泡棉膠的面積，視恢復係數 e 亦可視為定值，則理論預測其滾動距離 L 對 v^2 圖的數據應為過原點的斜直線。

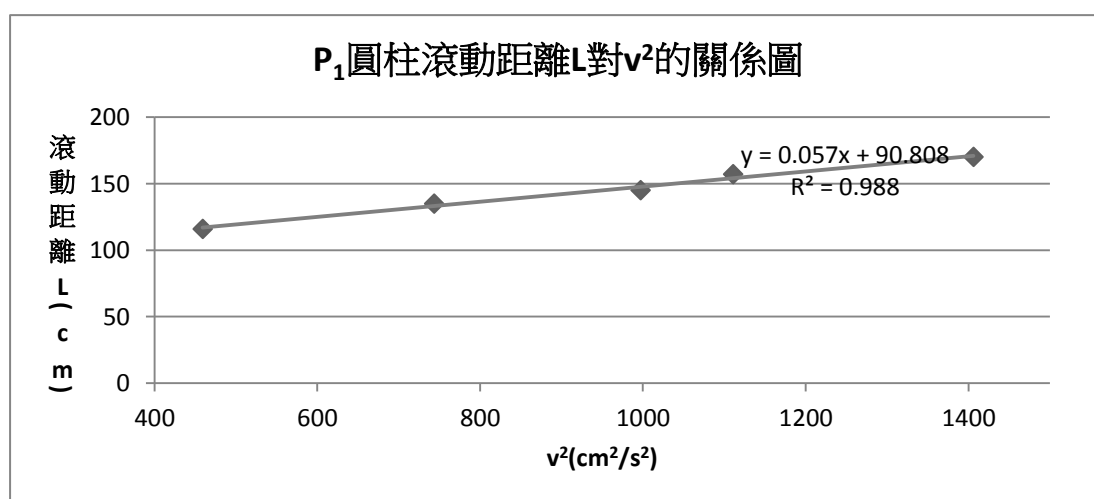
各圓柱數據結果如下：

1.同一根圓柱的實驗斜率：

(1)大圓柱

a. P₁ 圓柱(長度 3.00cm；質量 45.69g)

初速 $V(\text{cm/s})$	21.43	27.27	31.58	33.33	37.50
$V^2(\text{cm}^2/\text{s}^2)$	459.24	743.65	997.30	1110.89	1406.25
滾動距離 $L(\text{cm})$	116	135	145	157	170



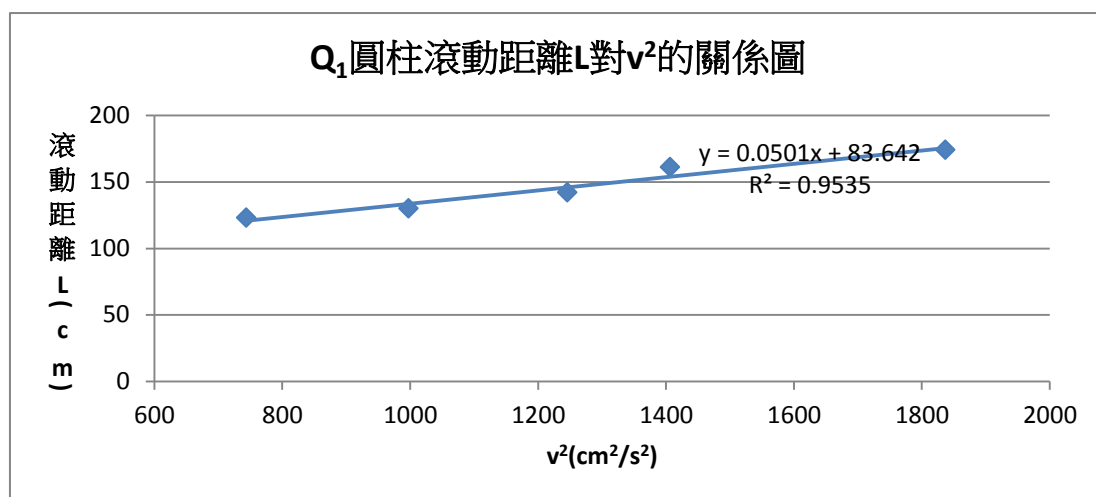
(圖(二十六))P₁ 圓柱滾動距離 L 對 v^2 的關係圖

觀察上圖圖(二十六)，依我們的理論式 $L = \frac{3nkr^2\theta^2}{2mg^2(1-e^2)} \cdot v^2$ 畫出 P₁ 圓柱滾動距離 L 對 v^2 的關係

圖，發現描繪出來的點其趨勢線為一斜直線，相關係數 R^2 值等於 0.9880，表示實驗所得的數據一次線性關係程度相當高，實驗結果與我們的推導理論得到很好的驗證。

b. Q₁ 圓柱(長度 5.00cm；質量 76.27g)

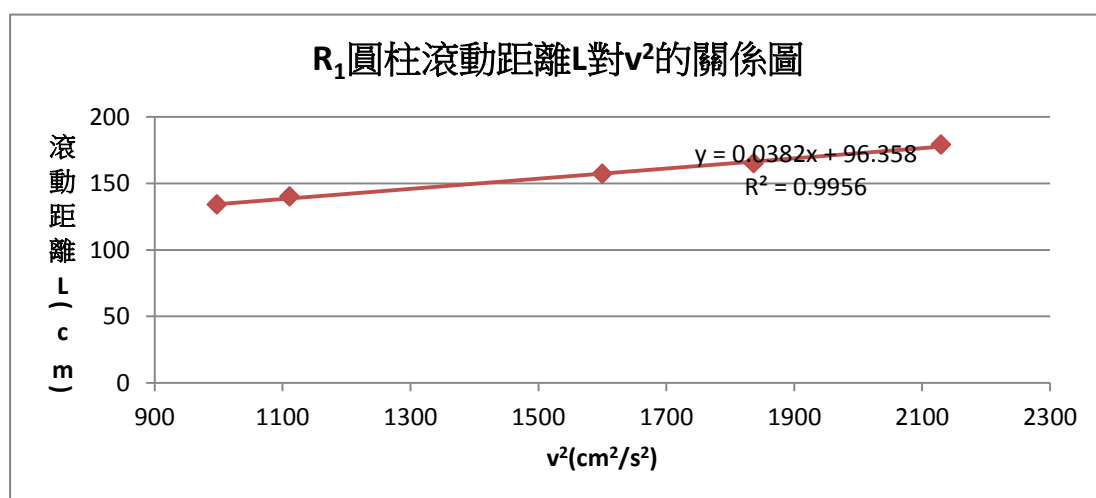
初速 V(cm/s)	27.27	31.58	35.29	37.50	42.86
$V^2(\text{cm}^2/\text{s}^2)$	743.65	997.30	1245.38	1406.25	1836.8
滾動距離 L(cm)	123	130	142	161	174



(圖(二十七))Q₁ 圓柱滾動距離 L 對 v^2 的關係圖

c. R₁ 圓柱(長度 7.00cm；質量 106.70g)

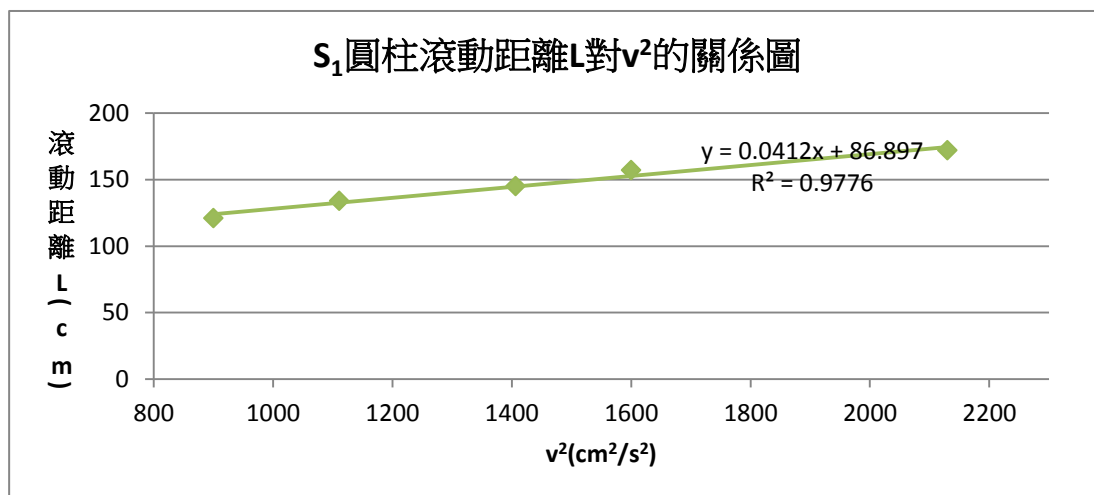
初速 V(cm/s)	31.58	33.33	40.00	42.86	46.15
$V^2(\text{cm}^2/\text{s}^2)$	997.30	1110.89	1600.00	1836.98	2129.82
滾動距離 L(cm)	134	140	157	165	179



(圖(二十八))R₁ 圓柱滾動距離 L 對 v^2 的關係圖

d. S₁ 圓柱(長度 9.00cm；質量 136.35g)

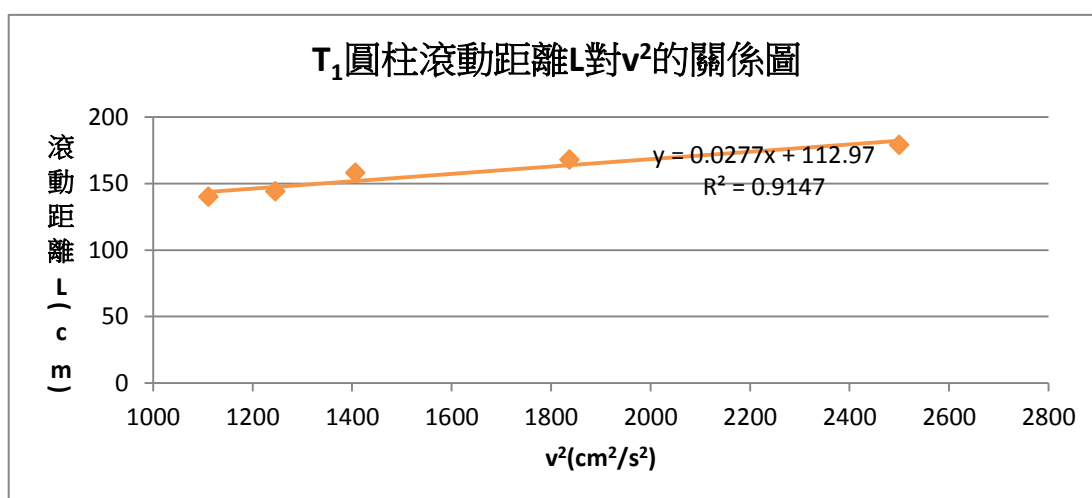
初速 V(cm/s)	30.00	33.33	37.50	40.00	46.15
$V^2(\text{cm}^2/\text{s}^2)$	900.00	1110.89	1406.25	1600.00	2129.82
滾動距離 L(cm)	121	134	145	157	172



(圖(二十九))S₁ 圓柱滾動距離 L 對 v^2 的關係圖

e. T₁ 圓柱(長度 11.00cm；質量 164.41g)

初速 V(cm/s)	33.33	35.29	37.50	42.86	50.00
$V^2(\text{cm}^2/\text{s}^2)$	1110.89	1245.38	1406.25	1836.98	2500.00
滾動距離 L(cm)	140	144	158	168	179

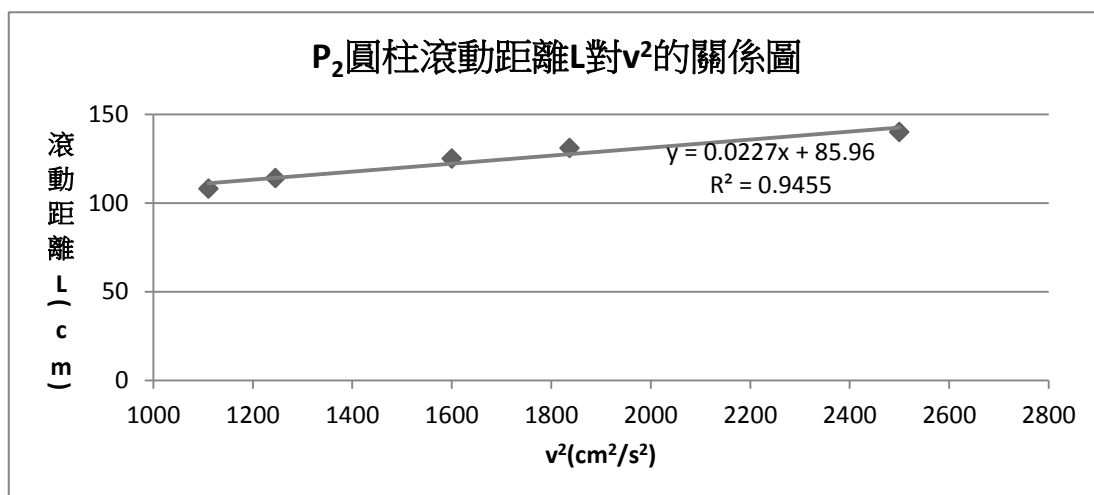


(圖(三十))T₁ 圓柱滾動距離 L 對 v^2 的關係圖

(2)小圓柱

a. P_2 圓柱(長度 3.00cm；質量 11.78g)

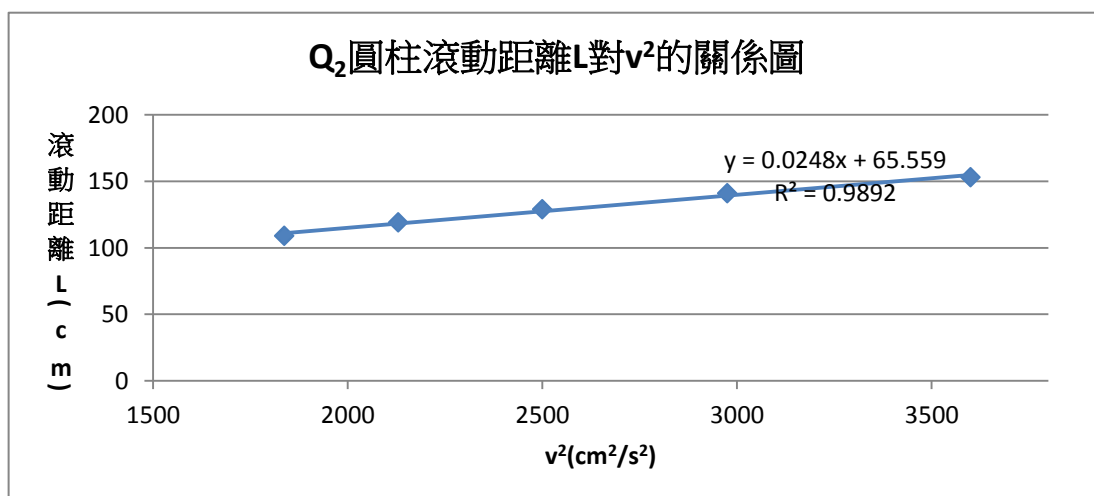
初速 $V(\text{cm/s})$	33.33	35.29	40.00	42.86	50.00
$V^2(\text{cm}^2/\text{s}^2)$	1110.89	1245.38	1600.00	1836.97	2500.00
滾動距離 $L(\text{cm})$	108	114	125	131	140



(圖(三十一)) P_2 圓柱滾動距離 L 對 v^2 的關係圖

b. Q_2 圓柱(長度 5.00cm；質量 19.63g)

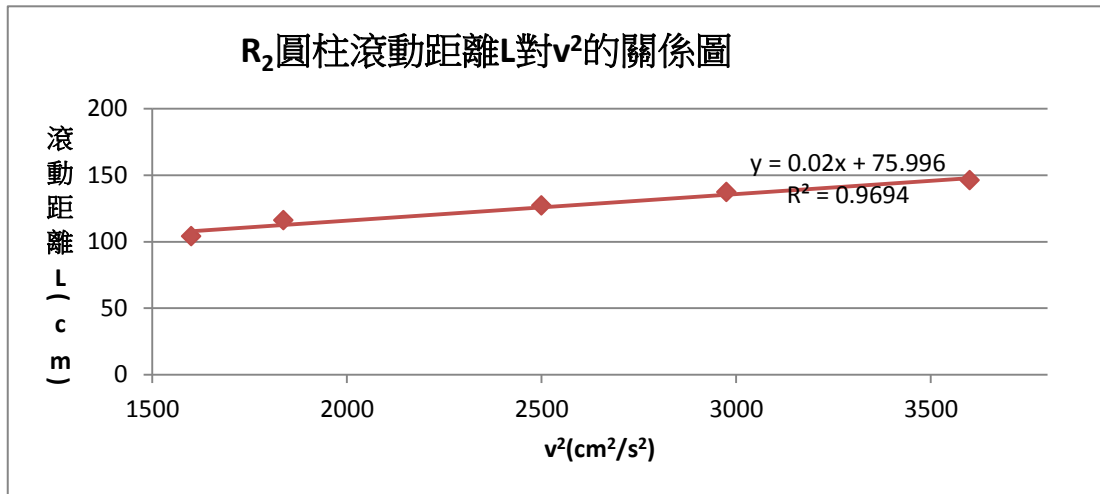
初速 $V(\text{cm/s})$	42.86	46.15	50.00	54.54	60.00
$V^2(\text{cm}^2/\text{s}^2)$	1836.98	2129.82	2500.00	2974.61	3600.00
滾動距離 $L(\text{cm})$	109	119	129	141	153



(圖(三十二)) Q_2 圓柱滾動距離 L 對 v^2 的關係圖

c. R₂ 圓柱(長度 7.00cm；質量 27.49g)

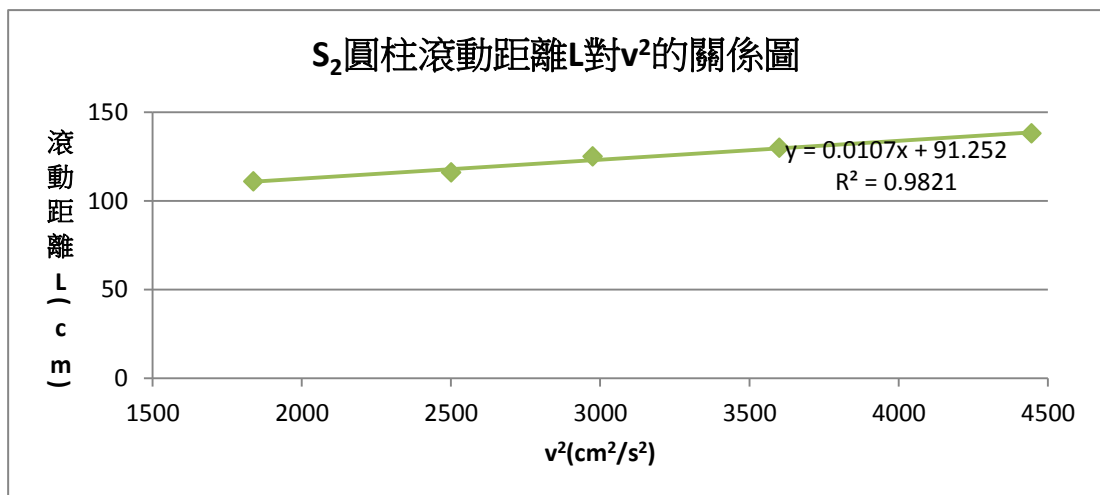
初速 V(cm/s)	40.00	42.86	50.00	54.54	60.00
V ² (cm ² /s ²)	1600.00	1836.98	2500.00	2974.61	3600.00
滾動距離 L(cm)	104	116	127	137	146



(圖(三十三))R₂ 圓柱滾動距離 L 對 v² 的關係圖

d. S₂ 圓柱(長度 9.00cm；質量 35.60g)

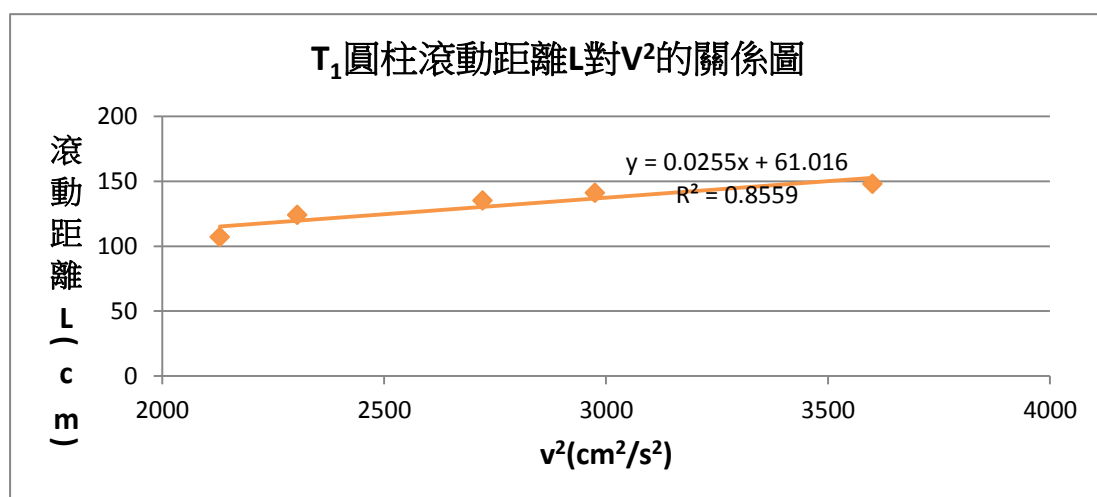
初速 V(cm/s)	42.86	50.00	54.54	60.00	66.67
V ² (cm ² /s ²)	1836.98	2500.00	2974.61	3600.00	4444.89
滾動距離 L(cm)	111	116	125	130	138



(圖(三十四))S₂ 圓柱滾動距離 L 對 v² 的關係圖

e.T₂圓柱(長度 11.00cm；質量 43.38g)

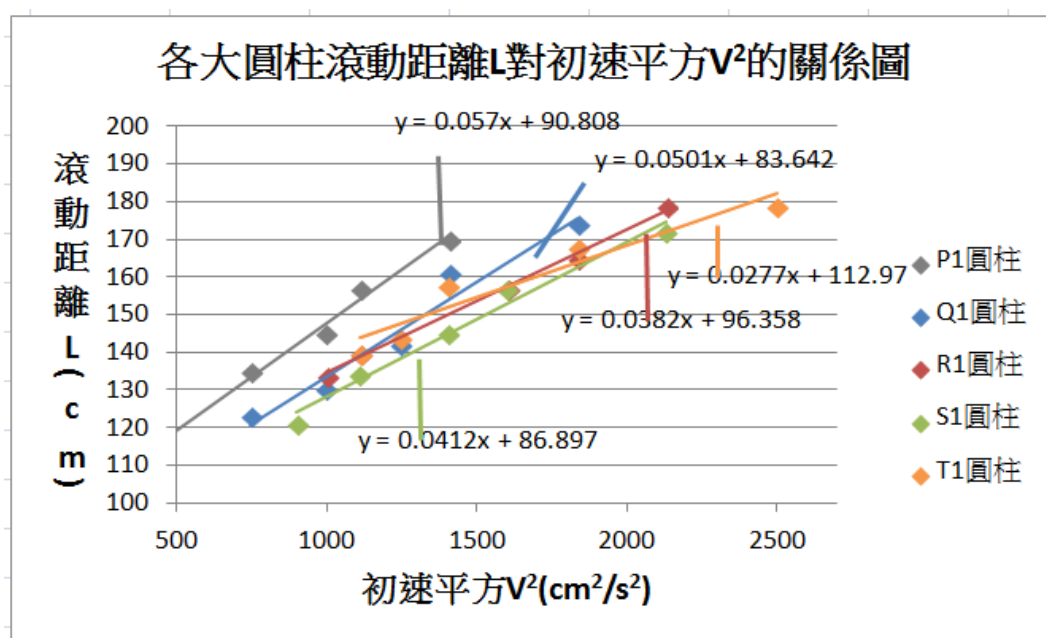
初速 V(cm/s)	46.15	48.00	52.17	54.54	60.00
$V^2(\text{cm}^2/\text{s}^2)$	2129.82	2304.00	2721.71	2974.61	3600.00
滾動距離 L(cm)	107	124	135	141	148



(圖(三十五))T₂圓柱滾動距離 L 對 v² 的關係圖

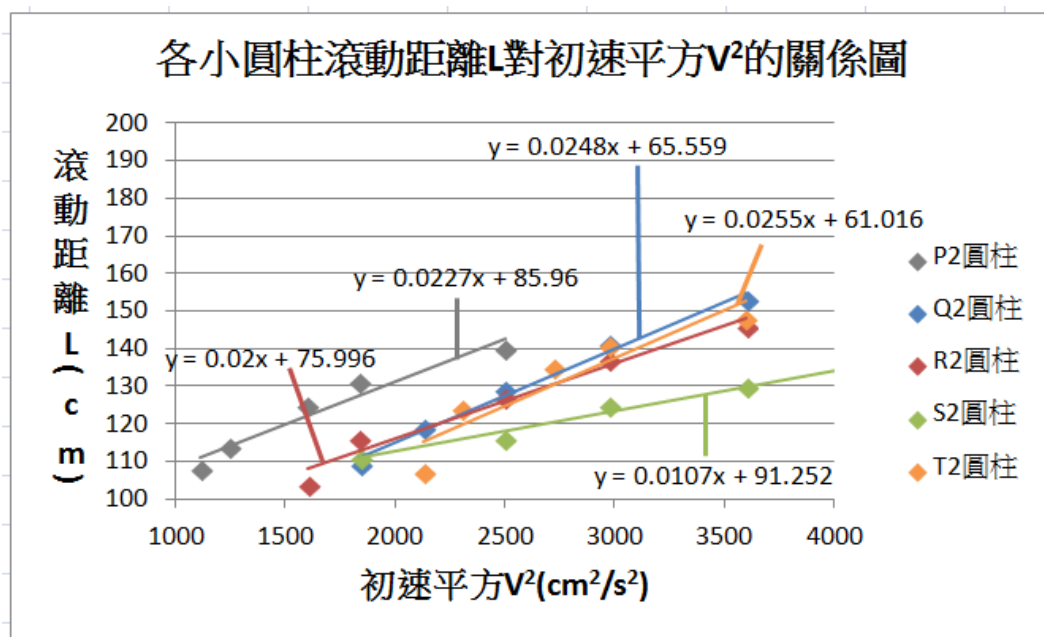
2.不同圓柱的斜率比較與討論：

(1)大圓柱：P₁圓柱到 T₁圓柱各球其 V²對滾動距離 L 的關係圖如下：



(圖(三十六))各大圓柱 v²對滾動距離 L 的關係圖

(2)小圓柱：P₂圓柱到 T₂圓柱各球其 V²對滾動距離 L 的關係圖如下：



(圖(三十七))各小圓柱 v²對滾動距離 L 的關係圖

由上圖圖(三十六)、圖(三十七)，依我們的理論式 $L = \frac{3nkr^2\theta^2}{2mg^2(1-e^2)} \cdot v^2$ 畫出各大小圓柱滾

動距離 L 對 v² 的關係圖，發現無論大小圓柱其描繪出來的點其趨勢線皆呈斜直線，實驗所得的數據一次線性關係程度高，驗證推導出來的理論。

單就同一半徑的圓柱來看，隨著圓柱的質量愈大，該直線的斜率會跟著變小，這與我們

的理論斜率 $\frac{3nkr^2\theta^2}{2mg^2(1-e^2)} \propto \frac{1}{m}$ 不謀而合，經過作圖後，發現有些圓柱其斜率與質量倒數的正相

關性不太高，我們猜測可能與人為實驗操作產生的誤差有關，但不嚴重影響推導出的理論的合理性與正確性。

陸、結論

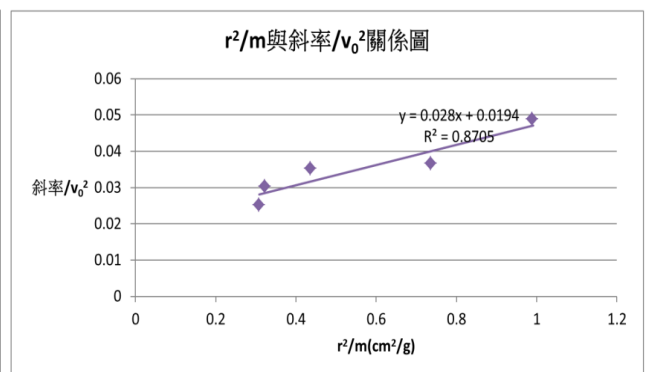
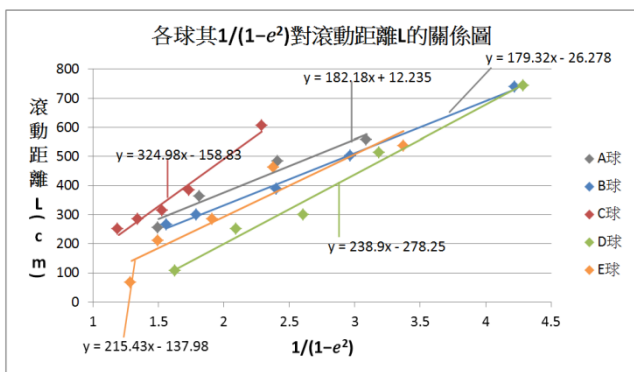
實驗一：滾球實驗

1. 充氣球的飽和程度越大，恢復係數 e 也越大；而滾動距離 L 與恢復係數 e 呈現正相關，有明顯類似多項式函數的趨勢線，我們猜測與 e 的某次方應有一次線性關係。

2. 我們依簡化模型提出我們的理論式，滾動距離 $L = \frac{3nkr^2\theta^2}{2mg^2} \cdot \frac{v^2}{(1-e^2)}$ 。

3. 我們將同一顆球的滾動距離 L 與 $1/(1-e^2)$ 的實驗數據作圖，獲得滾動距離 L 與 $1/(1-e^2)$ 的實驗關係為一次線性關係，與我們的理論式相當吻合。

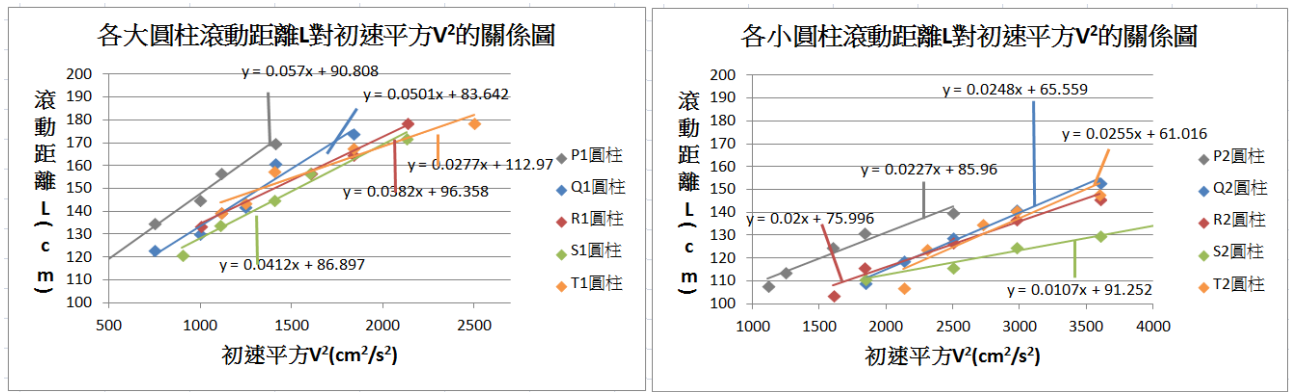
3. 將各球滾動距離 L 對 $1/(1-e^2)$ 的關係圖的斜率除以平均初速的平方 v^2 與各球的 $\frac{r^2}{m}$ 值也有一次線性關係，顯示我們的理論式有相當的正確性。



實驗二：滾圓柱實驗

1. 我們將壓克力圓柱依質量比例黏貼不同面積的泡棉膠，製作出恢復係數 e 視為定值的實驗條件。經過實驗後，我們發現滾動距離 L 與圓柱的初速 V 成正相關。

2. 我們將同一根圓柱滾動距離 L 對初速平方 V^2 作圖，所得的實驗結果為一次線性關係，再恢復係數 e 固定的實驗條件下，再一次驗證我們的理論式有相當的正確性。



柒、未來展望

- 1.雖然於本研究滾球實驗中我們假設球的材質是大致相同的，但還是希望能找出更好的實驗材料以增加實驗的準確度。
- 2.球壓計於滾球實驗中為一定量球飽和程度的工具，但我們對當球壓計插入球內量測氣壓時不免產生有氣體洩出的疑慮，期待能找出更佳、更精準的量測工具。

捌、參考資料

- 1.謝奇鋐、吳亭諭，2010 年，翻滾吧!球球!，科展作品集，物理科佳作
- 2.李哲維、徐維澤、黃柏盛、蕭淳瑞，2003 年，滾動運動與滾動摩擦的探討，中華民國第 43 屆中小學科學展覽會參展作品專輯，高中組物理科
- 3.高涌泉教授等人，2012 年，碰撞課程，龍騰文化出版社，教師手冊基礎物理(二)B
- 4.David Halliday，2005 年，全華科技圖書出版社

【評語】 040114

作品研究球體滾動距離與彈性係數之關係，結果發現距離與速度平方成正比，經由簡單能量守恆分析，可以完整解釋實驗結果，顯示學生認真進行實驗，值得嘉許。

題材屬傳統力學，且可以現有知識了解，創意性可以加強。