

# 中華民國第 54 屆中小學科學展覽會 作品說明書

---

高中組 物理科

040111

水層下陷

學校名稱：國立屏東高級中學

<p>作者：</p> <p>高二 廖健宇</p> <p>高二 林秉翰</p> <p>高二 詹智鈞</p>	<p>指導老師：</p> <p>王永和</p>
--	-------------------------

關鍵詞：表面張力、流體力學、附著力

## 摘要

本實驗研究金屬圓環藉由表面張力浮於水面上，周圍水面產生的凹陷使得在移動中的圓環受到水阻力，兩浮於水面的金屬圓環間會產生吸引的力量，而對於水箱壁間則有排斥的力量。我們經由實驗探討出金屬圓環所受水阻力、吸引力、排斥力均和金屬圓環的外徑與線密度有關聯，並各實驗得到關係式如下：

【水阻力】  $F=K (\sin \theta)^{0.6409} d^{2.5366} v^n$  其中  $n$  和  $\sin \theta$  有正相關 ( $n>0$  且  $n$  隨  $\sin \theta$  增加而增加)

【吸引力】  $F=K (\sin \theta)^{1.6833} d^{0.9406} r^n$  ,  $n=-3.672(\sin \theta)^{0.4219}$

【排斥力】  $F=K (\sin \theta)^{1.1044} d^{0.4476} r^{-1}$

(註：d:外徑，v:速度，r:距離)

# 表面張力現象之探討

## 壹、研究動機

在某次的實驗課中，將自製的金屬圓環放置於水箱上，意外發現了鉛環的邊際下沉並造成一圈不淺的凹陷。和同學及師長討論後發現那是因「表面張力」而造成的下陷，更進一步的觀察後也發現了這圓環和另一圓環及水箱壁間存在著一些有趣的交互作用力。然而，在搜尋文獻後卻發現相關的研究非常稀少，基於對物理強烈的求知慾及如發現新大陸般的雀躍心情，我們踏上了一艘航向未知的科學風帆！

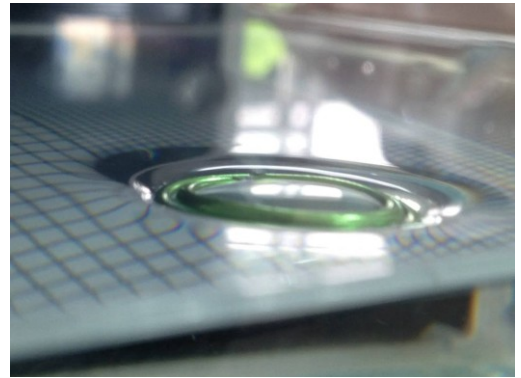


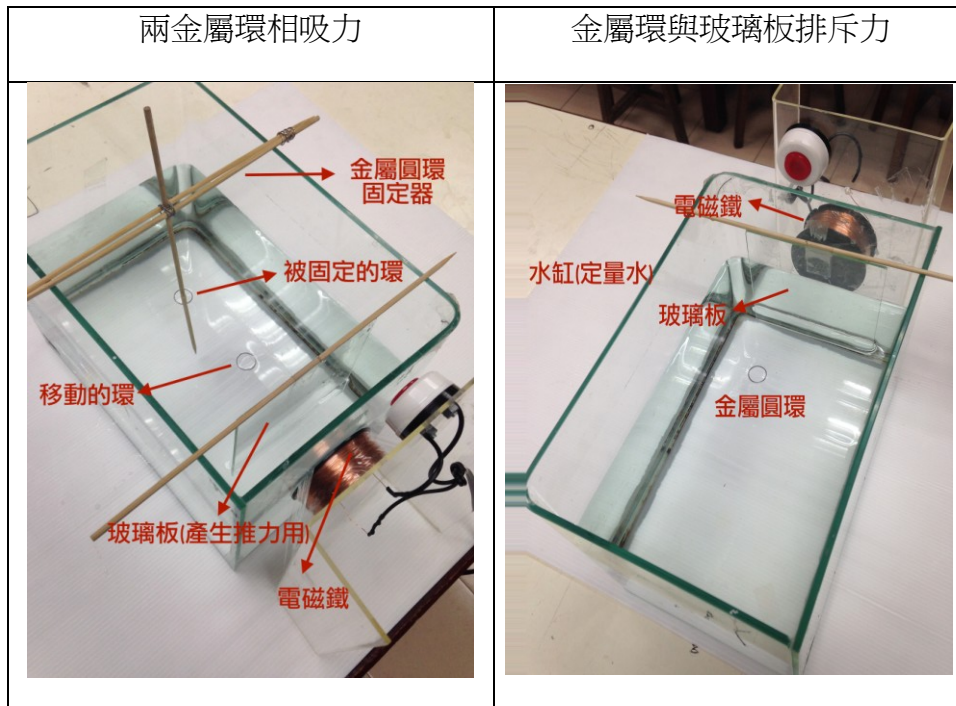
圖 1

## 貳、研究目的

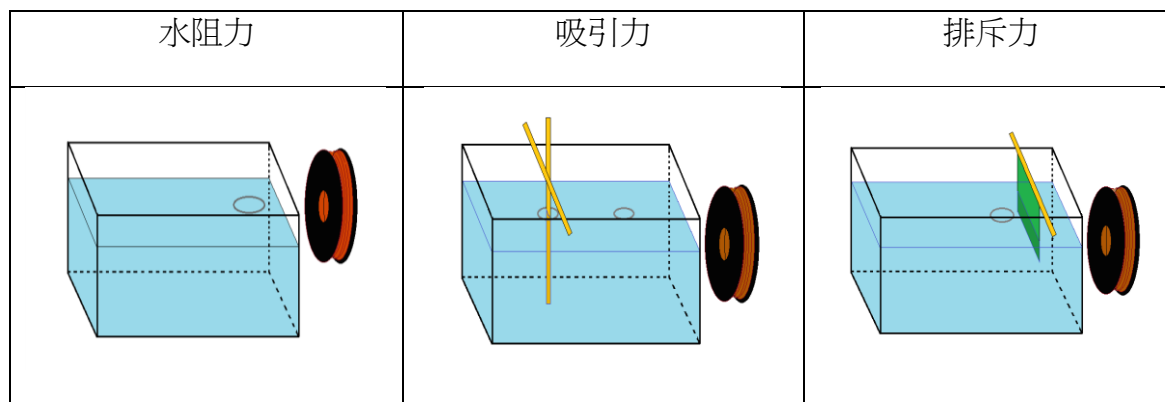
- 一、研究金屬圓環所受水阻力的影響因素
- 二、研究兩金屬圓環吸引力與距離的關係
- 三、研究金屬圓環與玻璃片間的排斥力關係

## 參、研究設備及器材


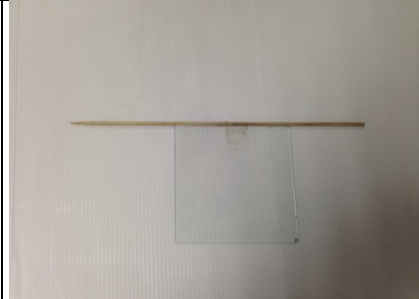
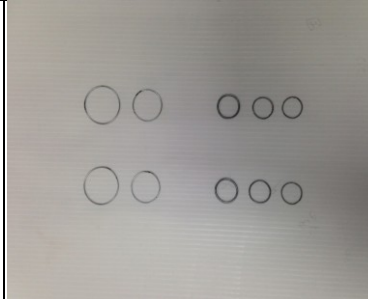
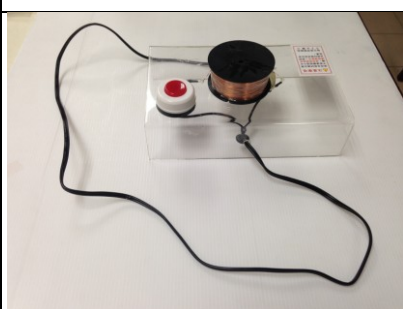


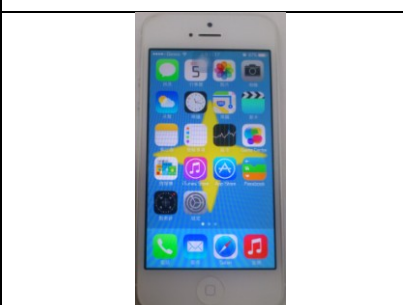


- 一、實驗裝置實照:



二、實驗裝置示意圖: (電磁鐵與水面等高，且在金屬圓環正上方架設攝影機)



三、器材說明:

水缸 (26.5x17x18.5) cm <sup>3</sup>	玻璃板	各規格金屬圓環
		
電磁鐵	不動環固定器	MacBook Pro
		
iPhone5(錄影用,60fps)	游標尺(測量環外徑用)	尺(量長度用)
		

#### 四、各種金屬圓環介紹

(一)材質：鉛與鐵的合金。

(二)金屬圓環介紹

定義1G、2G、3G代表金屬圓環直徑代號。

1G外徑:1.50cm

2G外徑:2.06cm

3G外徑:2.46cm

註1：1G24#、22#、20#的實際外徑略有差異，因為各金屬圓環製作完成之後有將其缺口做焊接處理，其誤差值大約6%。

定義24#、22#、20#為三種金屬圓環線密度:

24#線密度:0.015(g/cm)

22#線密度:0.020(g/cm)

20#線密度:0.041(g/cm)

(三)線密度名詞介紹

金屬圓環與水面的接觸角為 $\theta$ ，線密度 $\lambda$ ，溫度 $t$ ，環的重量=表面張力(T)造成力量的垂直分力， $m \cdot g = \lambda \cdot 2\pi r \cdot g = 2 \cdot T \cdot 2\pi r \cdot \sin\theta$  (如頁5圖3)，整理可得： $\sin\theta = \frac{\lambda g}{2T}$ ， $\sin\theta$  正比於 $\lambda$

$T = 0.07566 - 0.0001455t$ ，(N/m)。

我們實測水溫 $23^\circ\text{C}$ ， $g = 9.80665(\text{m/s}^2)$ ，

帶入溫度求出T，再求得 $\sin\theta$ 。

24#線密度:0.015(g/cm) ， $\sin\theta = 0.1006$

22#線密度:0.020(g/cm) ， $\sin\theta = 0.1371$

20#線密度:0.041(g/cm) ， $\sin\theta = 0.2799$

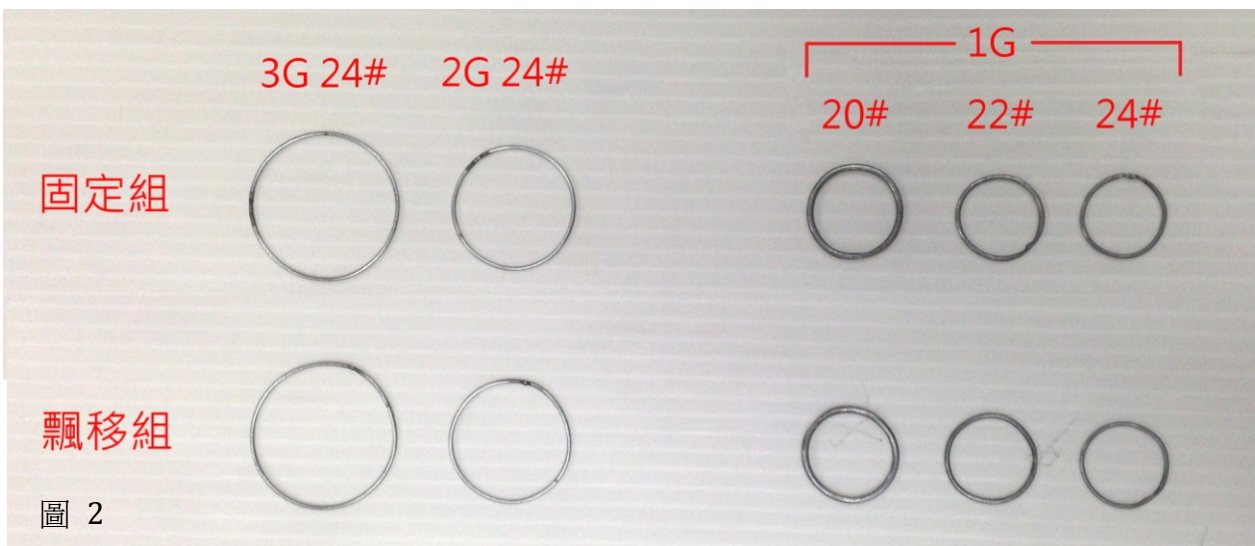


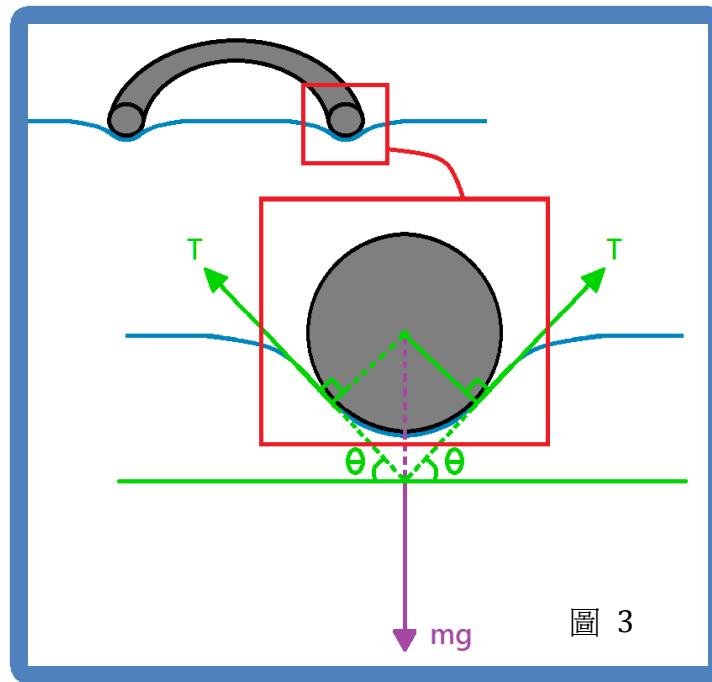
圖 2:我們將環分成「固定組」與「飄移組」，「固定組」是被「不動環固定器」所固定的金屬圓環，「飄移組」是受到電磁鐵吸引而固定於牆壁(或玻璃片)的金屬圓環。

## 肆、研究原理、方法及過程

### 一、實驗原理

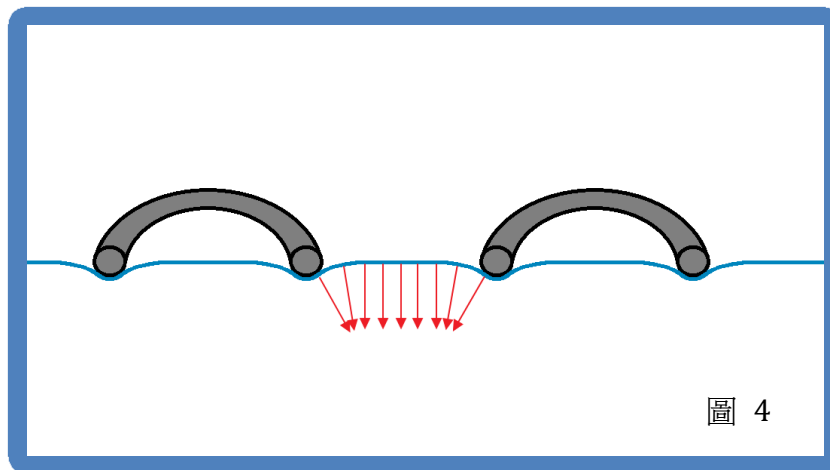
#### 【原理一】線密度與接觸角轉換

由圖3可知我們的金屬圓環是憑藉表面張力而浮在水面上，這時我們定義金屬圓環與水面的切線和水平面夾角為 $\theta$ ，環的重量=表面張力造成力量的垂直分力， $m \cdot g = 2 \cdot T \cdot L \cdot \sin \theta$  ( $m$ :質量， $g$ :加速度， $T$ :表面張力， $L$ :圓周長)。



#### 【原理二】兩環相吸

由圖4可知兩環在接近時，中間部分水面不平整，根據表面張力原理，水分子會追求最小表面積而產生一股力量，而這個力量的分力會使兩環互相靠近。



1G24#相吸截圖

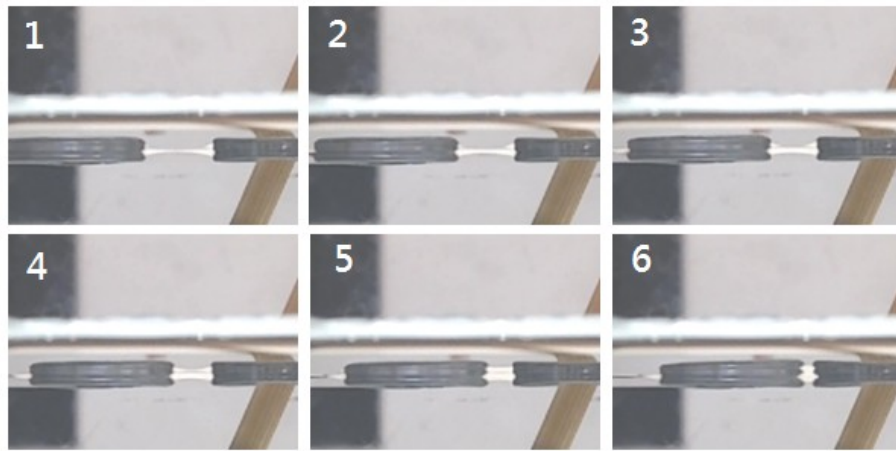


圖 5

1G22#相吸截圖

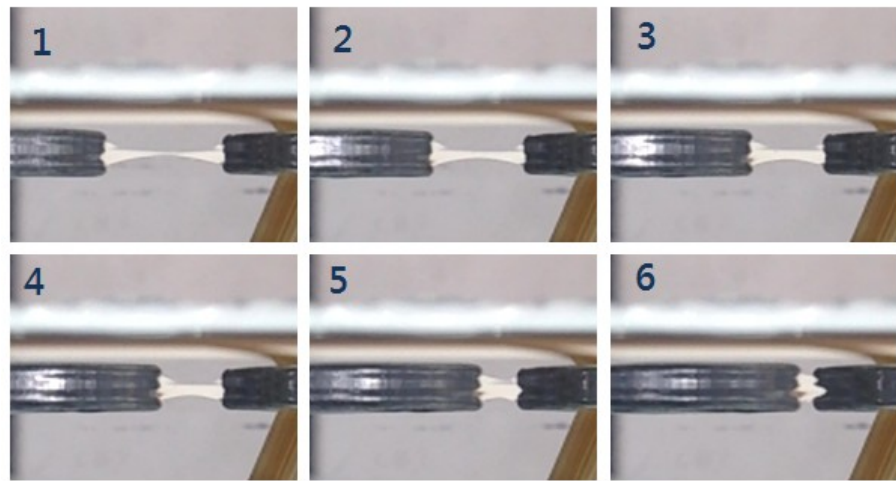


圖 6

1G20#相吸截圖

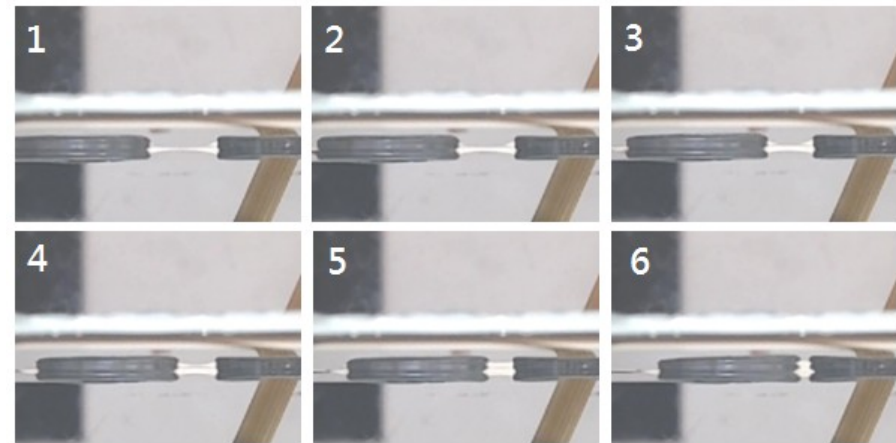


圖 7

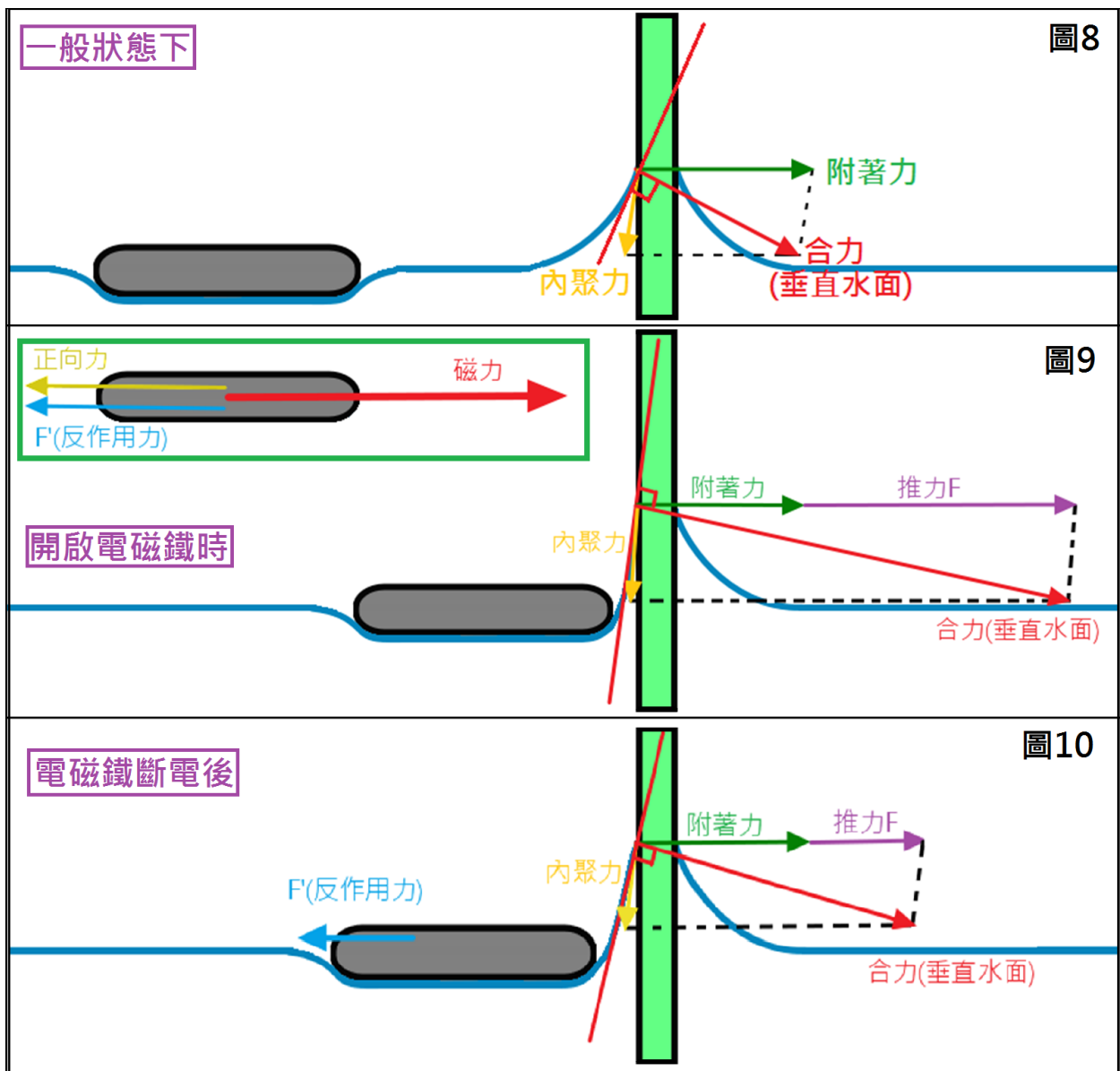
【原理三】金屬圓環與玻璃板間之斥力

一般情況下水對於玻璃板會有「附著力」及水本身的「內聚力」，且兩者合力垂直水面。(如圖8)

在金屬圓環受磁力而貼近玻璃板時，金屬圓環會給水分子一推力 $F$ ，而圓環本身受到磁力、玻璃給圓環的正向力、及推力 $F$ 的反作用力 $F'$ ，並產生水平方向的力平衡。而水面的附著力、推力 $F$ 及內聚力產生的合力使水面更加傾斜。(如圖9)

在磁力消失時，正向力消失且水平方向的力平衡被破壞，金屬圓環受到 $F'$  而離開玻璃板，且 $F'$  隨著金屬圓環與玻璃板的距離變遠而逐漸變小(因推力 $F$ 逐漸變小)。(如圖10)

由於推力 $F$ 逐漸變小，附著力及內聚力造成的傾斜水面也漸漸平緩，逐漸恢復至圖8的狀況。





1G24#相斥截圖

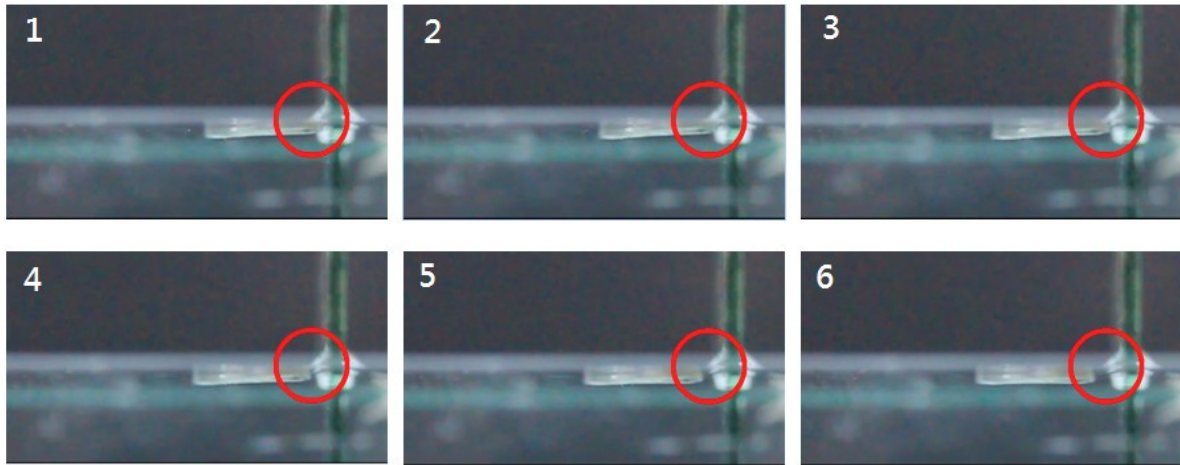


圖 8

1G22#相斥截圖

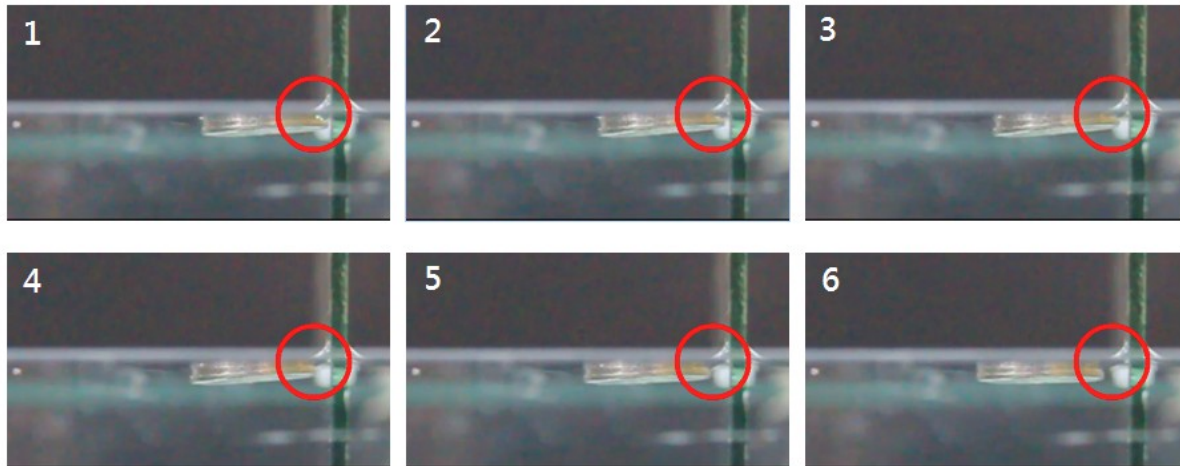


圖 9

1G20#相斥截圖

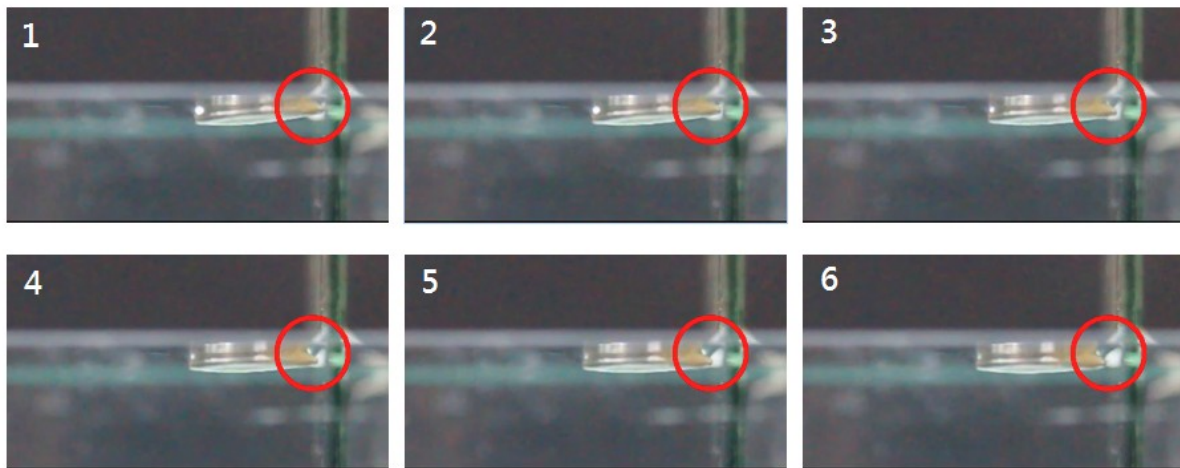
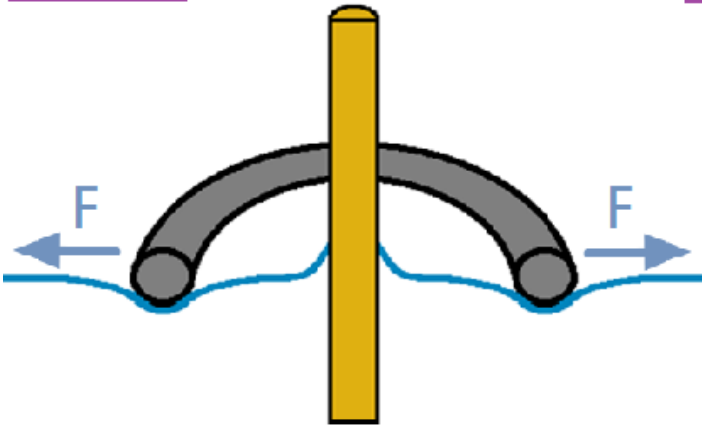


圖 10

【原理四】特殊裝置: 「不動環固定器」

由圖n可以發現, 「不動環固定器」插入金屬圓環中, 利用斥力的原理使左右造成力平衡, 金屬圓環便達到靜止。

剖面圖



俯視圖

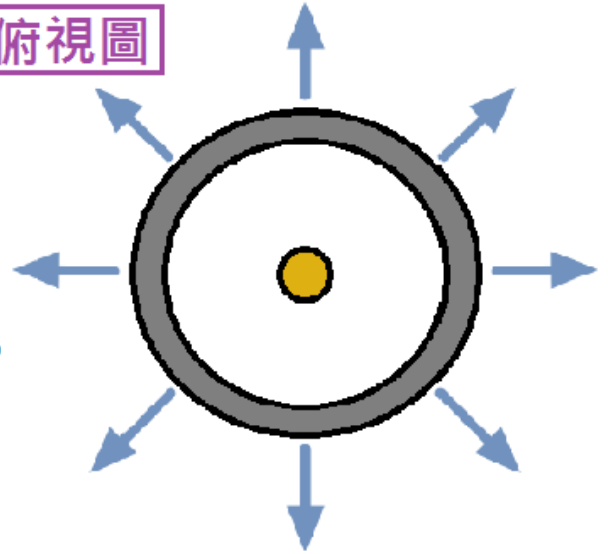


圖 11

## 二、物理量與單位

以下是我們關係式中物理量的單位:

質量 $m(\text{g})$ 、直徑 $d(\text{cm})$ 、距離 $r(\text{cm})$ 、速度 $v_x(\text{cm/s})$ 、加速度 $a_x(\text{cm/s}^2)$ 、力量 $F(\text{g}\cdot\text{cm/s}^2)$ 、線密度 $\lambda(\text{g/cm})$

## 三、各項實驗之步驟



圖 15

### (一)、水阻力的研究步驟

1. 首先，製作各種不同大小、線密度的金屬圓環。
2. 將金屬圓環藉由表面張力放置於水面上。
3. 架設電磁鐵並使之和水面等高，並架設相機於水箱之上。
4. 啟動電磁鐵，讓金屬圓環吸於牆壁。
5. 開啓攝影並關閉電磁鐵，此時金屬圓環會受到排斥力而彈開。
6. 用相機記錄圓環的移動情形。
7. 用軟體 Tracker 分析金屬圓環的移動狀況。

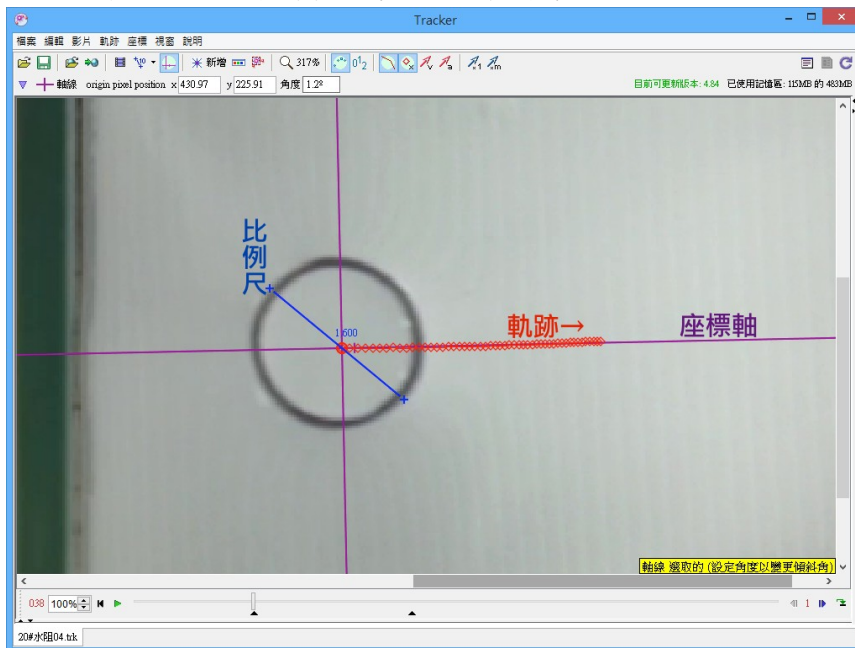


圖 16

### (二)、兩金屬環間吸引力的研究步驟

1. 首先，製作各種不同大小、線密度的金屬圓環。
2. 將兩個金屬圓環藉由表面張力放置於水面上。
3. 將其中一個圓環用自製器材「不動環固定器」固定於水箱中且與牆壁保持固定距離 (9cm)。
4. 架設電磁鐵並使之和水面等高，並架設相機於水箱之上。
5. 啟動電磁鐵，讓未固定的金屬圓環吸於水箱壁。
6. 開啓攝影並關閉電磁鐵，此時未固定的金屬圓環會受到排斥力而彈開。
7. 未固定的金屬圓環受到排斥力逐漸向前接近被固定的金屬圓環。
8. 在兩環靠近時會受到彼此間的吸引力而接近。
9. 用相機記錄圓環的移動情形。
10. 用軟體 Tracker 分析金屬圓環的移動狀況。

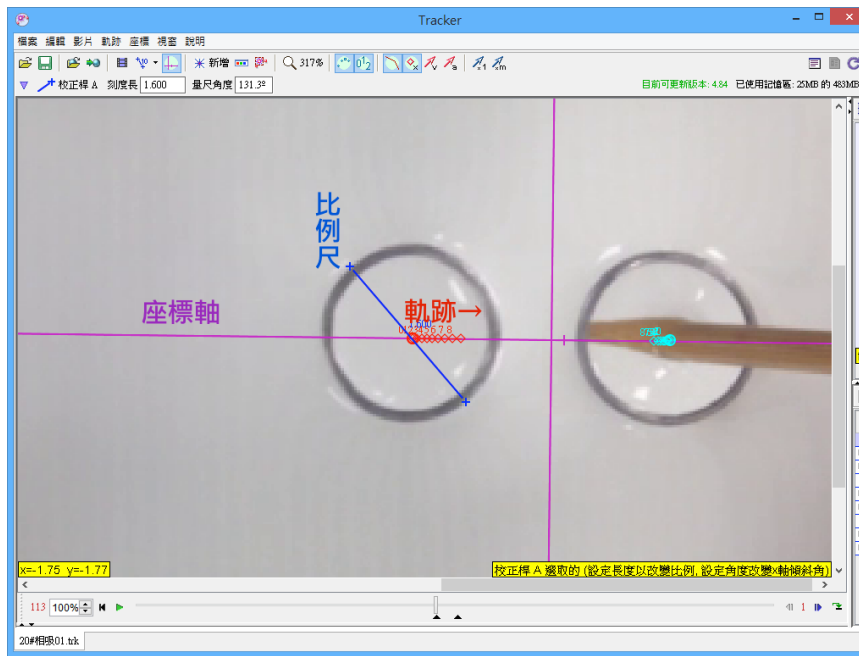


圖 17

### (三)、金屬環與玻璃板間排斥力的研究步驟

1. 首先，製作各種不同大小、線密度的金屬圓環。
2. 將金屬圓環藉由表面張力放置於水面上。
3. 架設電磁鐵並使之和水面等高，並架設相機於水箱之上，再放置「玻璃板」垂直於水面。(約一半玻璃板在水中)
4. 啟動電磁鐵，讓金屬圓環吸於玻璃板。
5. 開啓攝影並關閉電磁鐵，此時金屬圓環會受到排斥力而彈開。
6. 用相機記錄圓環的移動情形。
7. 用軟體 Tracker 分析金屬圓環的移動狀況。

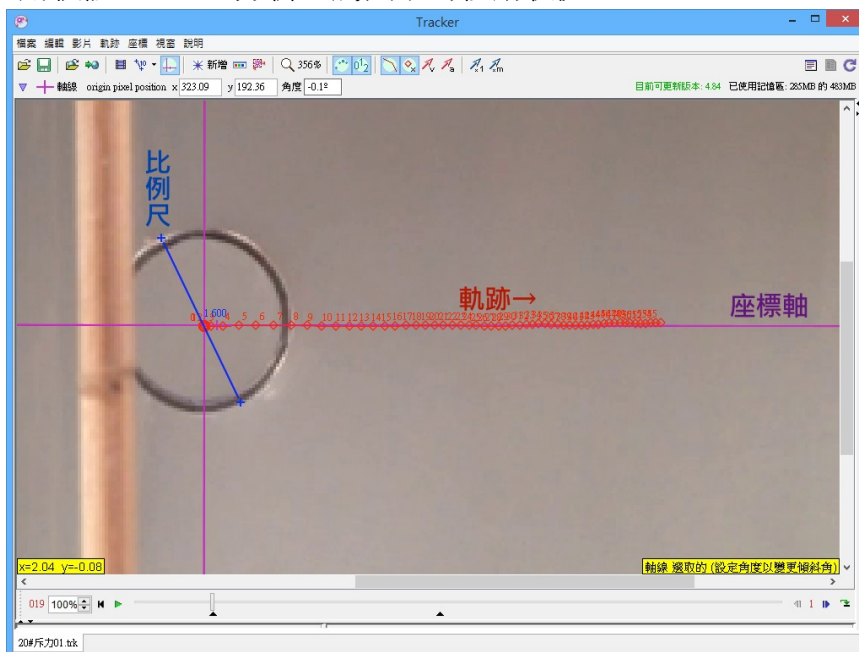


圖 18

#### 四、關係式推導原理

##### (一)、個別實驗的公式推導

本作品有研究F和v或r的關係，目標是求出 $F=kv^n$ 及 $F=kr^n$

##### 1、水阻力 $F=kv^n$ 的過程

- (1)、先用Tracker分析金屬圓環的移動過程，一個影格可以得到一組(v,a)。
- (2)、得到一串連續的(v,a)，取對數後可以得到一串連續的(logv,loga)，取得回歸直線： $\log a = n \log v + \log k_0$ 。
- (3)、藉由 $10^{\log k_0} = k_0$ 可以得到 $k_0$ 、n並得到 $a = k_0 v^n$
- (4)、藉由 $F = ma$ ，可以得到 $F = m \cdot k_0 v^n = kv^n$

##### 2、兩金屬環相吸力量(或金屬圓環與玻璃板間之斥力) $F=kr^n$ 的過程

- (1)、先用Tracker分析金屬圓環的移動過程，一個影格可以得到一組(r,a)。
- (2)、得到一串連續的(r,a)，由於考量到金屬圓環在移動中所受到和速度方向相反的力量(即加速度乘上質量)，影響到真實的吸引力(或排斥力)，我們先將測出的加速度加上對應速度產生的水阻力加速度值，即可還原真實的加速度。  
即 $a(\text{真實}) = a(\text{實驗}) + a(\text{水阻}) = a(\text{實驗}) + k_0 \cdot v(\text{實驗})^n$
- (3)、得到一串連續的(r,a)，取對數後可以得到一串連續的(logr,loga)，取得回歸直線： $\log a = n \log r + \log k_0$ 。
- (4)、藉由 $10^{\log k_0} = k_0$ 可以得到在加上以求得的n得到 $a = k_0 r^n$
- (5)、藉由 $F = ma$ ，可以得到 $F = m \cdot k_0 r^n = kr^n$

##### (二)、力量變化比

舉例：在同一個關係式中，由 $F=kr^n$ (或 $F=kv^n$ )，假設 $F_0=kr_0^n$ 及 $F_1=kr_1^n$ ，其中力量變化比：

$$\frac{F_1}{F_0} = \frac{kr_1^n}{kr_0^n} = \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^n$$

由此可知力量變化比僅和上述關係式中n有關係。

(三)、控制變因不變下操縱變因不同與力量比值和k、n關係

在相同直徑、不同線密度下(或相同線密度、不同直徑)可得 $F_0=k_0r^{n_0}$ 、 $F_1=k_1r^{n_1}$ (或 $F=kv^n$ )。

在r代入相同值後，將 $F_1$ 除以 $F_0$ 可得:

$$\frac{F_1}{F_0} = \frac{k_1 r^{n_1}}{k_0 r^{n_0}} = \left(\frac{k_1}{k_0}\right) \cdot r^{(n_1-n_0)}$$

若 $k_1=k_0$ ，則 $\frac{F_1}{F_0} = r^{(n_1-n_0)}$

若 $n_1=n_0$ ，則 $\frac{F_1}{F_0} = \frac{k_1}{k_0}$

## 伍、研究結果

### 一、水阻力實驗之一:同直徑下線密度不同之比較

1G24#水阻力  $a = kv^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	1.31	1.21	1.16	1.27	1.27	1.35	1.18	0.99	1.33	1.35	1.24
k	0.70	0.72	0.69	0.73	0.71	0.66	0.59	0.73	0.55	0.61	0.66

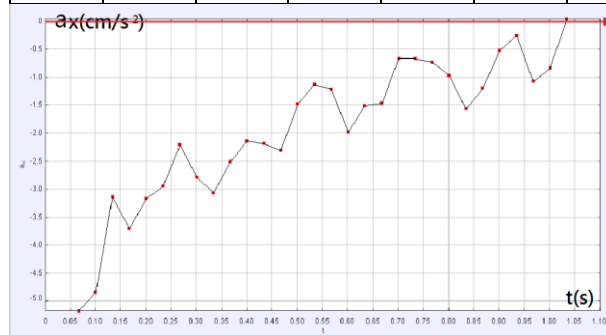


圖 19

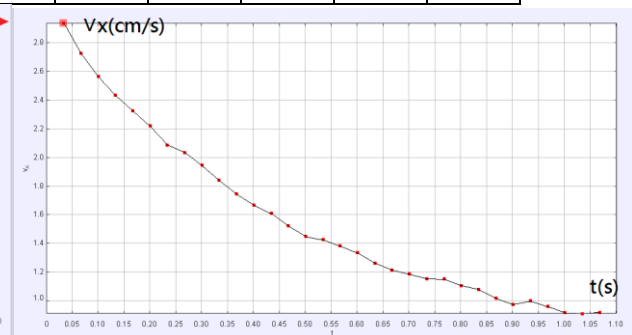


圖 20

1G22#水阻力  $a = kv^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	1.84	1.81	1.83	1.73	1.91	1.96	2.04	1.58	1.77	1.82	1.83
k	0.49	0.53	0.53	0.49	0.52	0.53	0.56	0.57	0.57	0.53	0.53

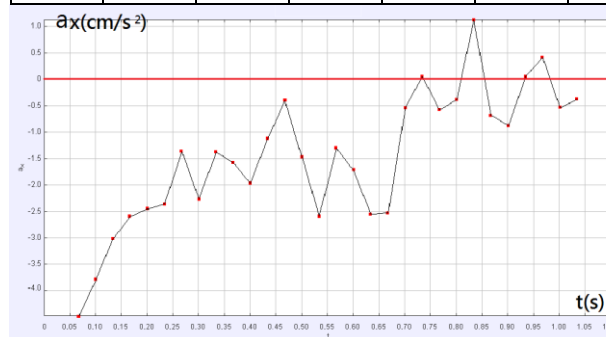


圖 21

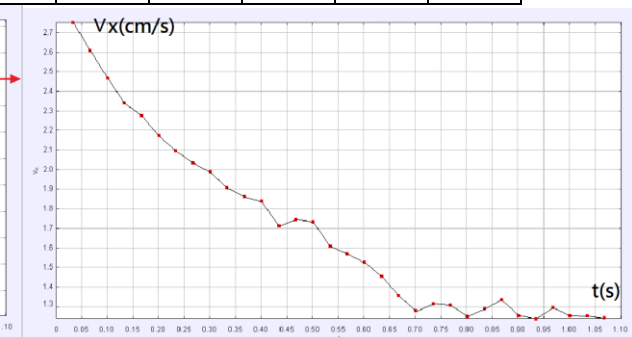


圖 22

1G20#水阻力  $a = kv^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	1.92	1.82	2.05	1.91	2.07	1.90	2.15	1.88	2.00	2.28	2.00
k	0.43	0.41	0.42	0.44	0.40	0.46	0.42	0.44	0.44	0.39	0.43

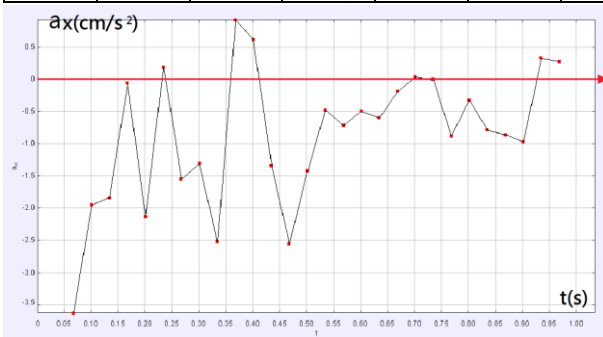


圖 23

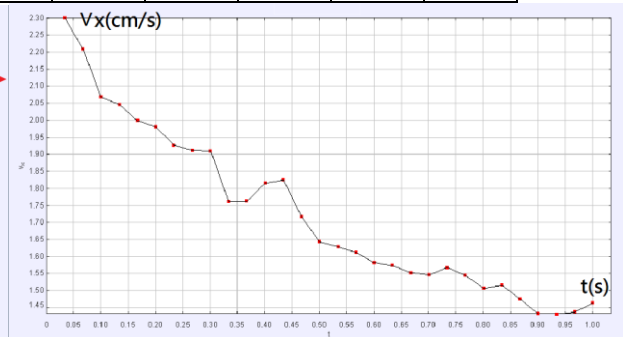


圖 24

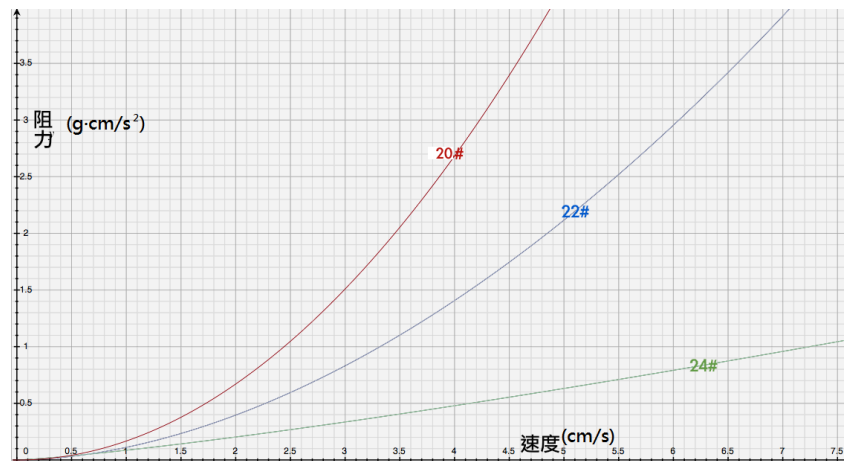
由  $F = k'' \cdot v^n = m \cdot a = m \cdot kv^n$   
 $\therefore k'' = m \cdot k$ ，整理可得：

1G24#  $F = 0.0858v^{1.24}$

1G22#  $F = 0.1113v^{1.83}$

1G20#  $F = 0.1677v^{2.00}$

圖 25



初步觀察  $k''$  及  $n$  從  
 線密度小到大，均有上升的趨勢。

## 二、水阻力實驗之二：同線密度下直徑不同之比較

1G24#水阻力  $a = kv^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	1.31	1.21	1.16	1.27	1.27	1.35	1.18	0.99	1.33	1.35	1.24
k	0.70	0.72	0.69	0.73	0.71	0.66	0.59	0.73	0.55	0.61	0.66

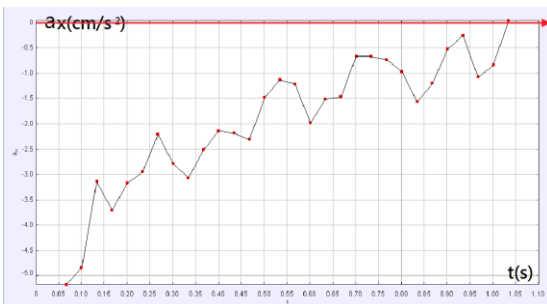


圖 26

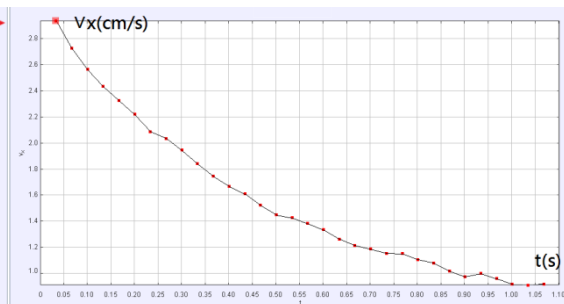


圖 27

2G24#水阻力  $a = kv^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	1.10	1.25	1.17	1.31	1.29	1.39	1.01	1.28	1.31	1.04	1.21
k	1.39	1.29	1.34	1.32	1.34	1.18	1.39	1.34	1.16	1.42	1.32

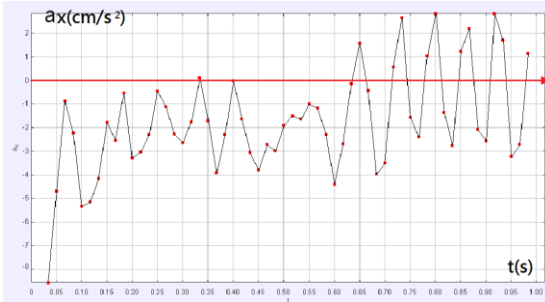


圖 28

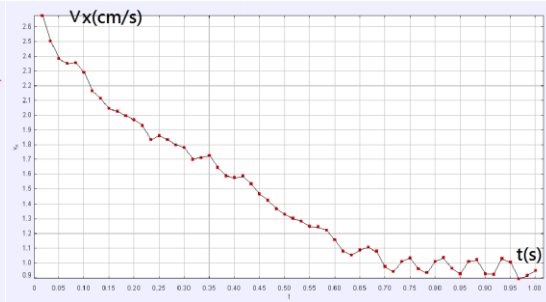


圖 29

3G24#水阻力  $a = kv^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	1.23	1.19	1.09	1.10	1.23	1.20	1.24	1.05	1.10	1.27	1.17
k	1.30	1.36	1.31	1.46	1.45	1.47	1.27	1.56	1.53	1.45	1.42

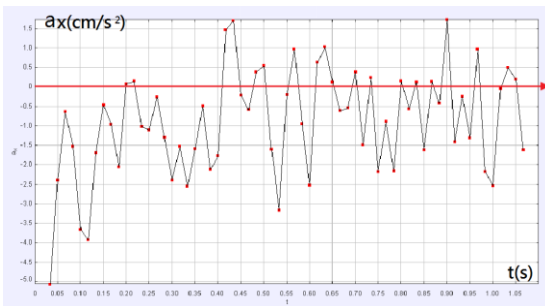


圖 30

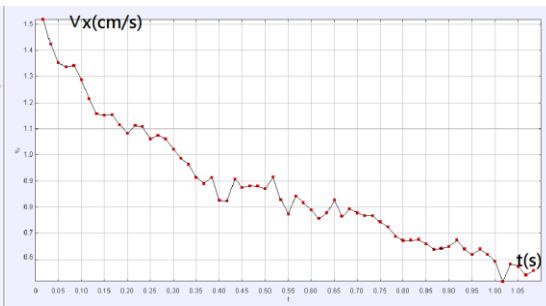


圖 31

由  $F = k'' \cdot v^n = m \cdot a = m \cdot kv^n$

$\therefore k'' = m \cdot k$ ，整理可得：

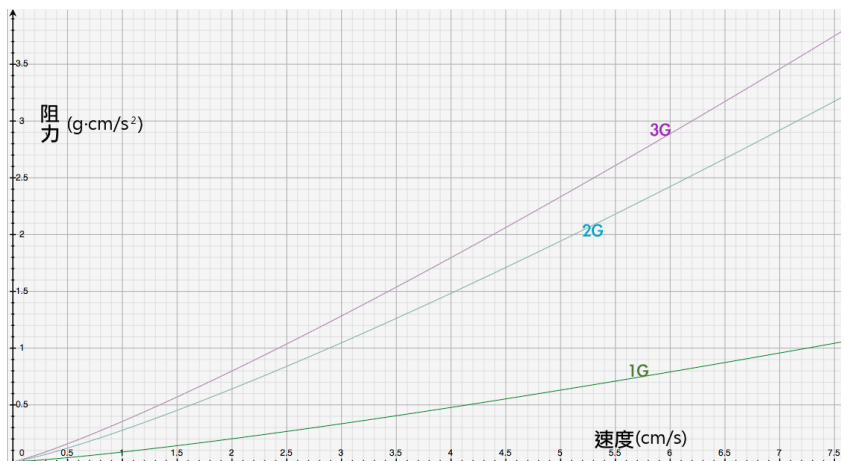
1G24#  $F = 0.0858v^{1.24}$

2G24#  $F = 0.2772v^{1.21}$

3G24#  $F = 0.3550v^{1.17}$

圖 32

初步觀察  $k''$  從直徑由小到大，有上升的趨勢，而  $n \approx 1.2$ 。





三、吸引力實驗之一:同直徑下線密度不同之比較

1G24#吸引力  $a = kr^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	-1.38	-1.41	-1.51	-1.40	-1.55	-1.27	-1.53	-1.14	-1.62	-1.50	-1.43
k	0.65	0.70	0.56	0.66	0.62	0.70	0.62	0.71	0.56	0.68	0.65

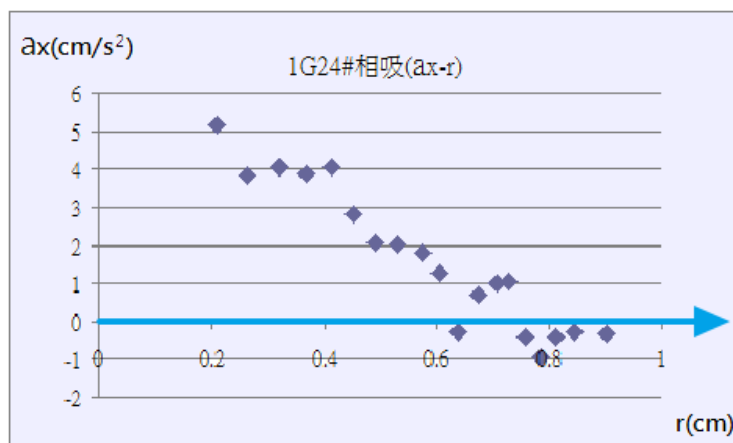


圖 33

1G22#吸引力  $a = kr^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	-1.65	-1.58	-1.50	-1.62	-1.64	-1.43	-1.71	-1.34	-1.42	-1.43	-1.53
k	0.63	0.58	0.62	0.62	0.59	0.53	0.57	0.53	0.64	0.51	0.58

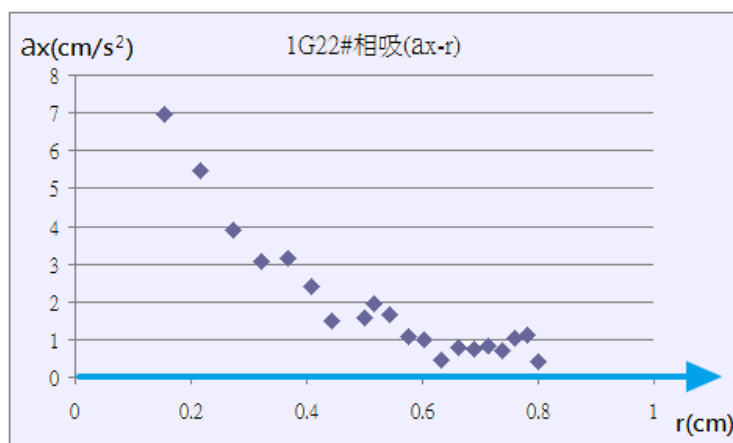


圖 34

1G20#吸引力  $a = kr^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	-2.24	-2.12	-2.27	-2.14	-2.11	-2.24	-2.06	-2.17	-2.26	-2.04	-2.17
k	1.02	1.20	1.36	1.21	1.16	1.23	1.12	1.11	1.23	1.07	1.17

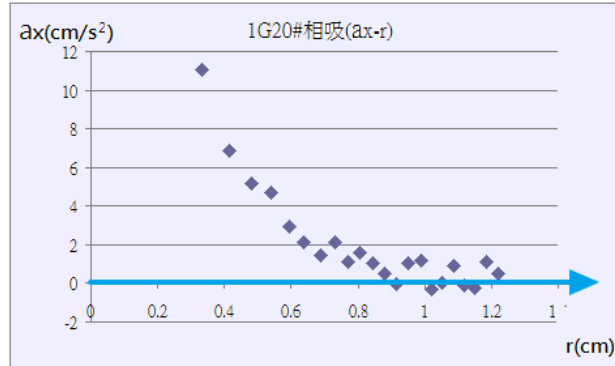


圖 35

由  $F = k'' \cdot r^n = m \cdot a = m \cdot kr^n$

$\therefore k'' = m \cdot k$ ，整理可得：

1G24#  $F = 0.0845r^{-1.43}$

1G22#  $F = 0.1218r^{-1.53}$

1G20#  $F = 0.4563r^{-2.17}$

初步觀察  $k''$  及  $\ln$  從線密度小到大，均有上升的趨勢。

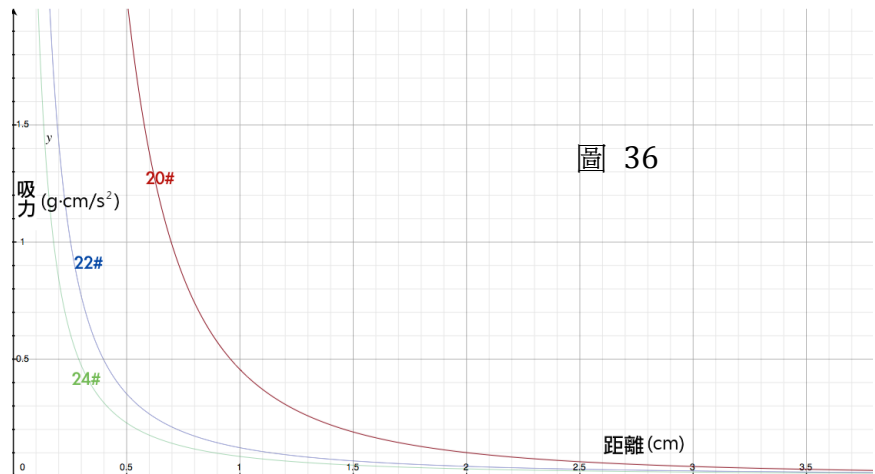


圖 36

#### 四、吸引力實驗之二：同線密度下直徑不同之比較

1G24#吸引力  $a = kr^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	-1.38	-1.41	-1.51	-1.40	-1.55	-1.27	-1.53	-1.14	-1.62	-1.50	-1.43
k	0.65	0.70	0.56	0.66	0.62	0.70	0.62	0.71	0.56	0.68	0.65

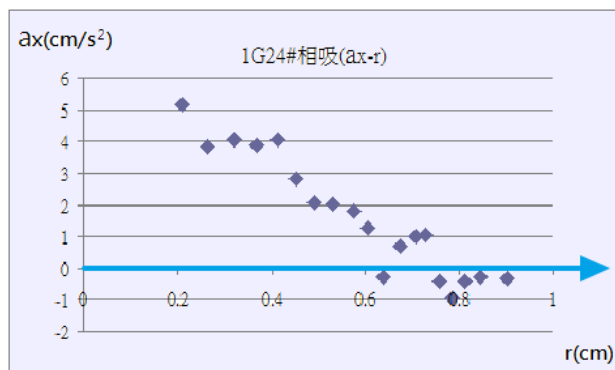


圖 37

2G24#吸引力  $a=kr^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	-1.36	-1.30	-1.31	-1.39	-1.34	-1.41	-1.39	-1.29	-1.25	-1.39	-1.34
k	0.57	0.58	0.59	0.58	0.57	0.62	0.69	0.75	0.69	0.65	0.63

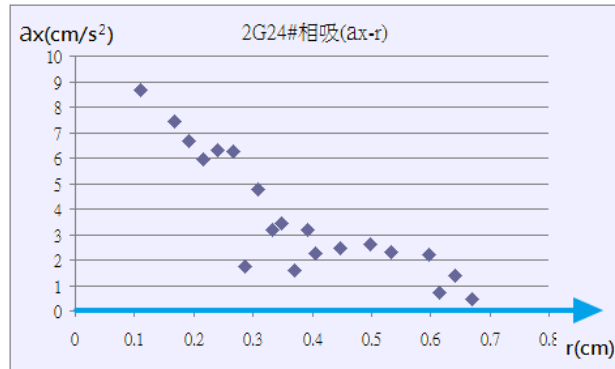


圖 38

3G24#吸引力  $a=kr^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	-1.23	-1.29	-1.15	-1.17	-1.33	-1.34	-1.40	-1.22	-1.23	-1.20	-1.26
k	0.63	0.64	0.56	0.62	0.53	0.58	0.48	0.63	0.56	0.50	0.57

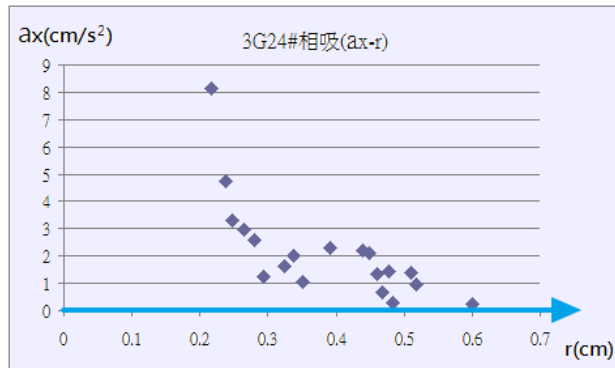


圖 39

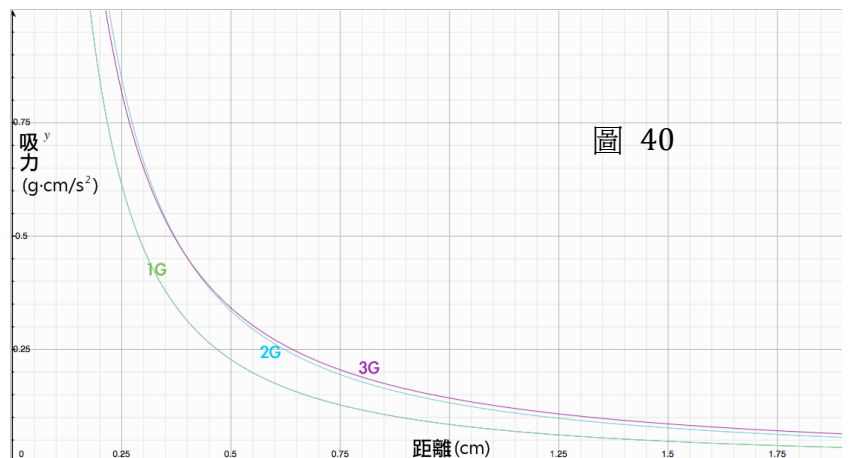
由  $F=k'' \cdot r^n = m \cdot a = m \cdot kr^n$   
 $\therefore k'' = m \cdot k$ ，整理可得：

1G24#  $F=0.0845r^{-1.43}$

2G24#  $F=0.1323r^{-1.34}$

3G24#  $F=0.1425r^{-1.26}$

初步觀察  $k''$  從直徑由小到大，有上升的趨勢，而  $n \approx -1.3$ 。



五、排斥力實驗之一:同直徑下線密度不同之比較

1G24#排斥力  $a=kr^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	-0.97	-1.07	-1.08	-0.89	-1.00	-0.91	-1.02	-1.00	-0.89	-1.06	-0.99
k	3.36	3.01	2.75	3.27	3.19	3.27	2.85	3.32	2.95	2.78	3.08

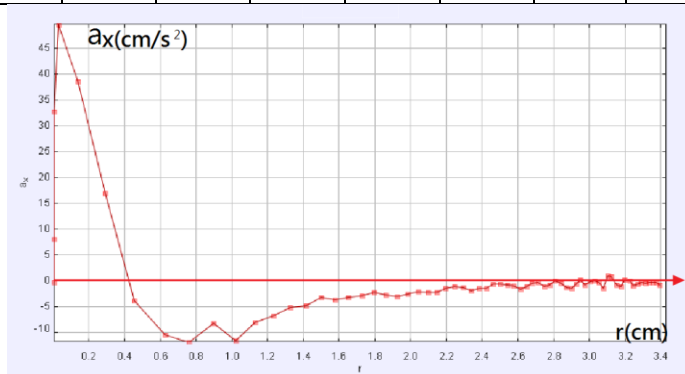


圖 41

1G22#排斥力  $a=kr^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	-0.99	-1.03	-0.92	-0.94	-0.98	-0.94	-0.74	-0.88	-0.93	-1.20	-0.96
k	3.33	3.26	3.10	3.00	3.48	3.35	3.45	3.40	3.28	3.18	3.28

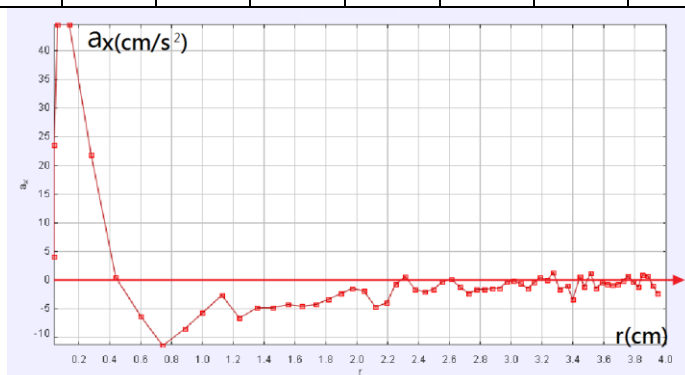


圖 42

1G20#排斥力  $a=kr^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	-0.98	-1.01	-1.06	-0.98	-0.91	-1.01	-0.90	-1.02	-0.96	-0.95	-0.98
k	3.44	3.06	3.14	3.25	3.22	3.45	3.42	3.42	3.56	3.35	3.33

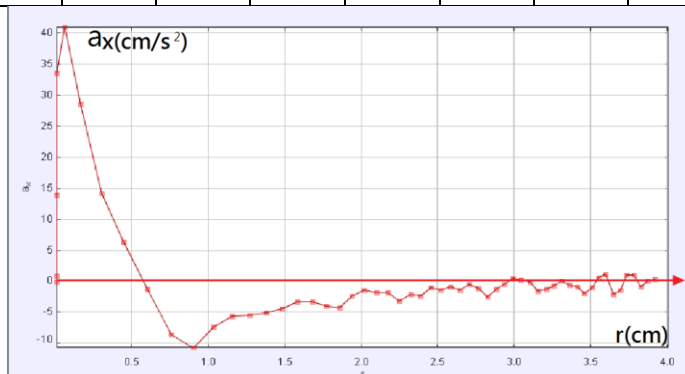


圖 43

由  $F=k'' \cdot r^n = m \cdot a = m \cdot kr^n$   
 $\therefore k'' = m \cdot k$ ，整理可得：

1G24#  $F=0.4004r^{-0.99}$   
 1G22#  $F=0.6888r^{-0.96}$   
 1G20#  $F=1.2987r^{-0.98}$

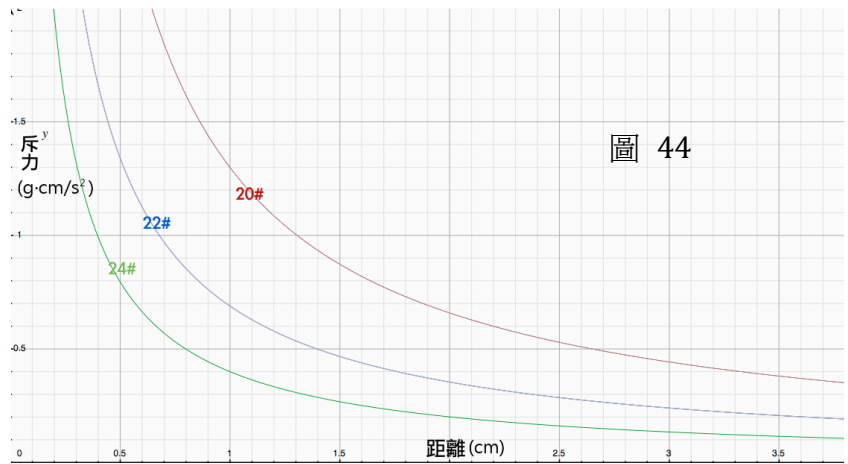


圖 44

初步觀察  $k''$  從線密度小到大，有上升的趨勢，而  $n \approx -1$ ，即  $F$  與  $r$  成反比。

### 六、排斥力實驗之二：同線密度下直徑不同之比較

1G24#排斥力  $a=kr^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	-0.97	-1.07	-1.08	-0.89	-1.00	-0.91	-1.02	-1.00	-0.89	-1.06	-0.99
k	3.36	3.01	2.75	3.27	3.19	3.27	2.85	3.32	2.95	2.78	3.08

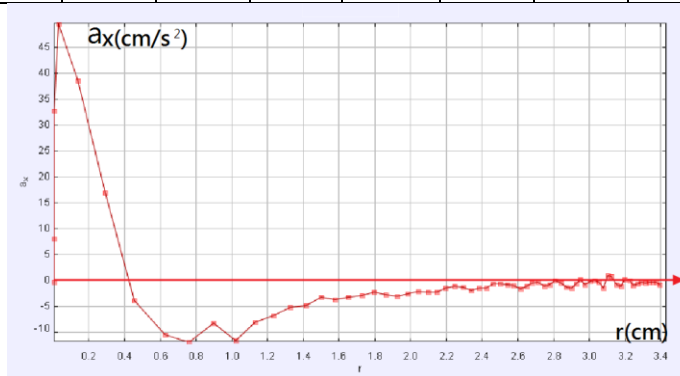


圖 45

2G24#排斥力  $a=kr^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	-1.03	-1.16	-1.08	-1.02	-1.08	-0.98	-1.10	-1.18	-1.06	-1.11	-1.08
k	2.20	2.05	2.31	2.09	2.06	2.01	2.04	2.00	2.23	2.17	2.12

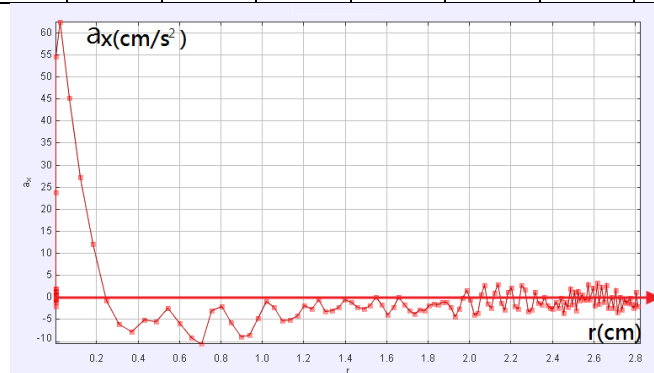


圖 46

3G24#排斥力  $a=kr^n$

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
n	-1.09	-1.17	-1.08	-1.05	-1.02	-1.00	-1.03	-1.04	-1.14	-1.06	-1.07
k	2.03	1.98	1.94	2.17	2.21	2.15	2.20	2.15	2.21	2.17	2.12

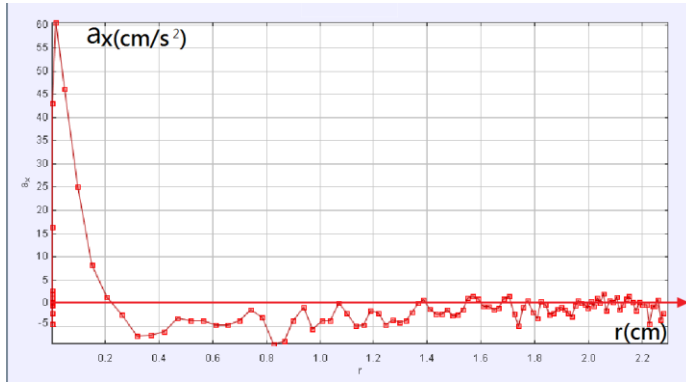


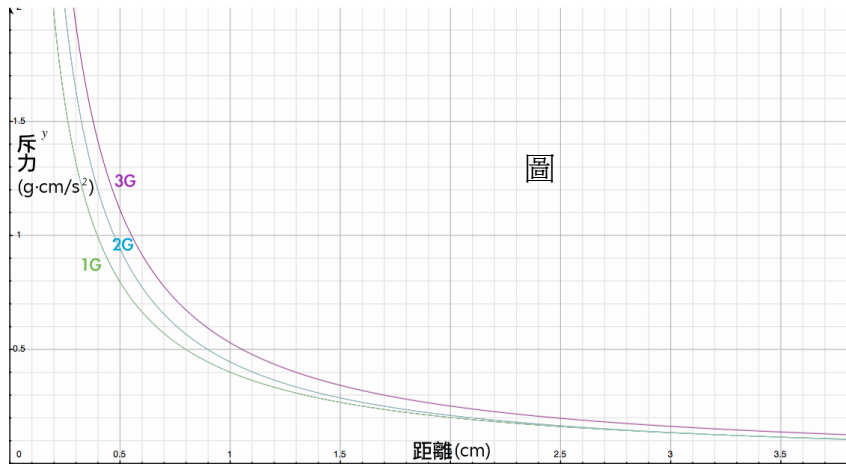
圖 47

由  $F=k'' \cdot r^n = m \cdot a = m \cdot kr^n$   
 $\therefore k'' = m \cdot k$ ，整理可得：

1G24#  $F=0.4004r^{-0.99}$

2G24#  $F=0.4452r^{-1.08}$

3G24#  $F=0.5300r^{-1.07}$



圖

初步觀察  $k''$  從直徑小到大，有上升的趨勢，而  $n \approx -1$ ，即  $F$  與  $r$  成反比。

## 陸、討論

一、研究金屬圓環所受「水阻力」的影響因素

(一)、探討線密度不同下水阻力與速度的關係

以下是同直徑下，水阻力在不同線密度的關係式： $F=kv^n$

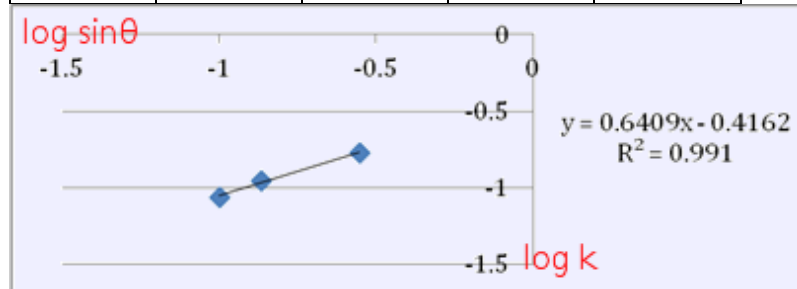
$$1G24\# F=0.0858v^{1.24}$$

$$1G22\# F=0.1113v^{1.83}$$

$$1G20\# F=0.1677v^{2.00}$$

將水面與環的夾角的  $\sin \theta$  和  $k$  取對數後整理如下：

同外徑	$\sin \theta$	$k$	$\log(\sin \theta)$	$\log k$
24#	0.100568	0.0858	-0.99754	-1.06651
22#	0.137153	0.1113	-0.86279	-0.9535
20#	0.279851	0.1677	-0.55307	-0.77547



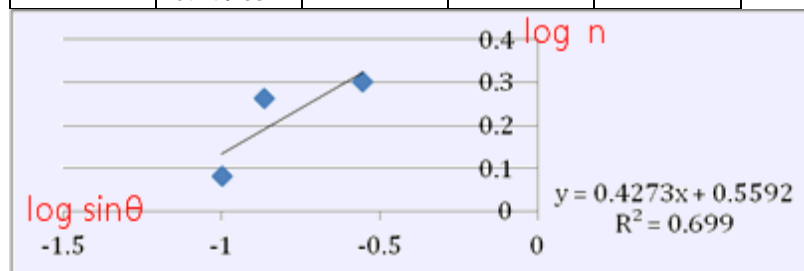
相關係數:0.991

圖 49

進階分析可得： $k=0.3835(\sin \theta)^{0.6409}$

將  $\sin \theta$  和  $n$  取對數後整理如下：

同外徑	$\sin \theta$	$n$	$\log(\sin \theta)$	$\log n$
24#	0.100568	1.21	-0.99754	0.082785
22#	0.137153	1.83	-0.86279	0.262451
20#	0.279851	2.00	-0.55307	0.301031



相關係數:0.699

圖 50

進階分析後發現  $n$  和  $\sin \theta$  的關係，相關係數不如預期高，但能看出  $n$  和  $\sin \theta$  有正相關。

$$(n=3.624(\sin \theta)^{0.4273})$$

(二)、探討直徑不同下水阻力與速度的關係

以下是同線密度下，水阻力在不同直徑的關係式： $F = kv^n$

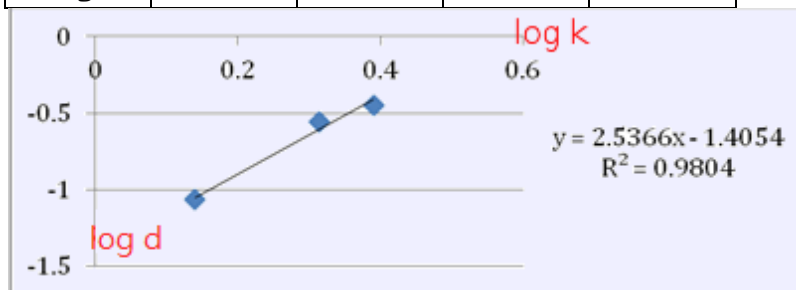
1G24#  $F = 0.0858v^{1.24}$

2G24#  $F = 0.2772v^{1.21}$

3G24#  $F = 0.3550v^{1.17}$

將  $\sin \theta$  和  $k$  取對數後整理如下：

同線密度	d(直徑)	k	log(d)	log(k)
1g	1.38	0.0858	0.139879	-1.06651
2g	2.06	0.2772	0.313867	-0.55721
3g	2.46	0.3551	0.390935	-0.44977



相關係數:0.9804

圖 51

進階分析可得： $k = 0.0393d^{2.5366}$

同線密度下  $k$  隨著半徑長度增加而增加，約和直徑的 2.5 次方成正比。

此外觀察  $n$  後發現：1.24、1.21、1.17 三數非常接近，約落在 1.2 左右。我們判斷同  $\sin \theta$  下不同直徑不影響  $F = kv^n$  的  $n$ 。

總結(一)、(二)，可以發現隨著線密度、直徑增大， $k$  值均有上升的趨勢。對於  $n$  來說， $\sin \theta$  和  $n$  有正相關，而直徑和  $n$  並無關聯。深入討論後發現：

$(k = 0.0393d^{2.5366} = 0.3835(\sin \theta)^{0.6409})$

$(k = 0.3835(\sin \theta)^{0.6409}$  在半徑=1.5cm 成立， $k = 0.0393d^{2.5366}$  在線密度 0.015g/cm 成立)

1.  $\frac{k_1}{k_0} = \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^{2.5366} = \left(\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_0}\right)^{0.6409}$

因為 2.5366 > 0.6409，可知  $d$  對  $k$  影響比  $\sin \theta$  對  $k$  大。

2.  $k = 0.0393d^{2.5366} = 0.3835(\sin \theta)^{0.6409}$  ..... 式 a

$d = 2.4549(\sin \theta)^{0.6409/2.5366} \approx 2.45(\sin \theta)^{0.25}$

當  $d \geq 2.45(\sin \theta)^{0.25}$  時， $d$  帶回式 a 求出的  $k$  會比  $\sin \theta$  帶回求出來的  $k$  大。

而表面張力造成的  $\sin \theta$  恆  $\leq 1$ ，故當  $d > 2.45$  時， $d$  造成的  $k$  會比  $\sin \theta$  造成的  $k$  大。



二、研究兩金屬圓環距離與「吸引力」的關係

(一)、探討線密度不同下吸引力與速度的關係

以下是同直徑下，吸引力在不同線密度的關係式： $F=kr^n$

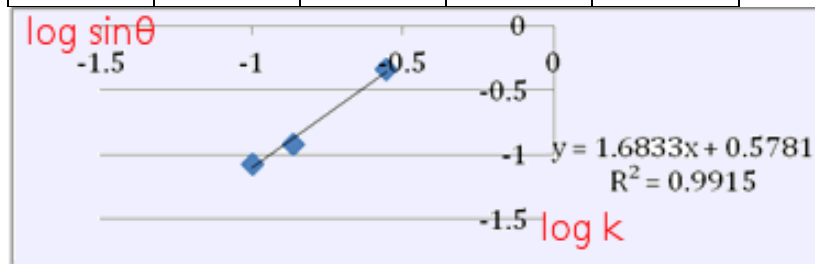
1G24#  $F=0.0845r^{-1.43}$

1G22#  $F=0.1218r^{-1.53}$

1G20#  $F=0.4563r^{-2.17}$

將  $\sin \theta$  和  $k$  取對數後整理如下

同外徑	$\sin \theta$	$k$	$\log(\sin \theta)$	$\log k$
24#	0.100568	0.0845	-0.99754	-1.07314
22#	0.137153	0.1218	-0.86279	-0.91435
20#	0.279851	0.4563	-0.55307	-0.34075

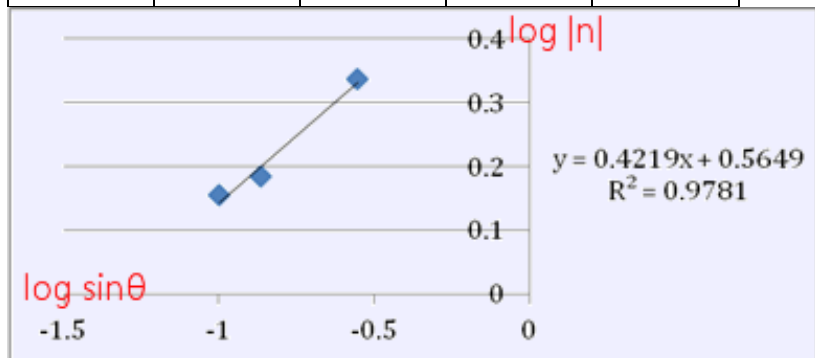


相關係數:0.9915

圖 52

進階分析後可得:  $k=3.785(\sin \theta)^{1.6833}$

同外徑	$\sin \theta$	$n$	$\log(\sin \theta)$	$\log  n $
24#	0.100568	-1.43	-0.99754	0.155336
22#	0.137153	-1.53	-0.86279	0.184691
20#	0.279851	-2.17	-0.55307	0.336460



相關係數:0.9781

圖 53

進階分析後可得:  $|n|=3.672(\sin \theta)^{0.4219}$

(二)、探討直徑不同下吸引力與速度的關係

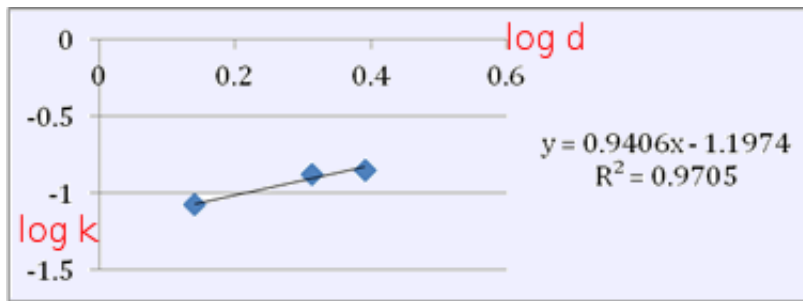
以下是同線密度下，吸引力在不同直徑的關係式： $F=kr^n$

1G24#  $F=0.0845r^{-1.43}$

2G24#  $F=0.1323r^{-1.34}$

3G24#  $F=0.1425r^{-1.26}$

同線密度	d(直徑)	k	logd	logk
1G	1.38	0.0845	0.139879	-1.07314
2G	2.06	0.1323	0.313867	-0.87844
3G	2.46	0.1425	0.390935	-0.84619



相關係數:0.9705

圖 54

進階分析後可得： $k=0.0635d^{0.9406}$

此外觀察  $n$  後發現：在不同的直徑(1.38、2.06、2.46(cm))下對應  $n$  值(-1.43、-1.34、-1.26)。儘管直徑差異懸殊，三個  $n$  值卻非常接近，約落在-1.3 左右。我們判斷同  $\sin \theta$  下不同直徑不影響  $F=kr^n$  的  $n$ 。

總結(一)、(二)，可以發現隨著  $\sin \theta$  及直徑增大， $k$  值均有上升趨勢，而  $\sin \theta$  對  $k$  值的影響

比直徑來的深遠。 $(k=3.785(\sin \theta)^{1.6833} = 0.0635d^{0.9406})$

$(k=3.785(\sin \theta)^{1.6833}$  在半徑=1.5cm成立， $k=0.0635d^{0.9406}$  在線密度0.015g/cm 成立)

而對  $n$  來說， $\sin \theta$  會影響  $n$ ，而與直徑並無太大關聯。

### 三、研究金屬圓環與玻璃片間的「排斥力」關係

#### (一)、探討線密度不同下排斥力與距離的關係

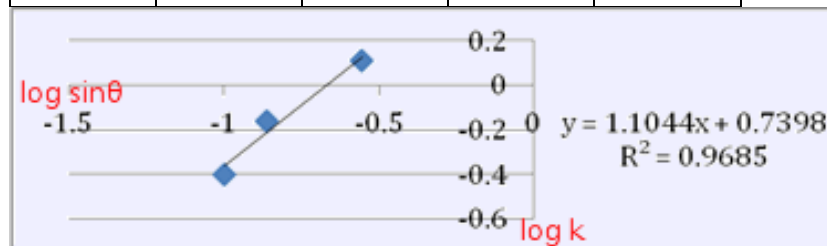
以下是同直徑下，排斥力在不同線密度的關係式： $F=kr^n$

$$1G24\# F=0.4004r^{-0.99}$$

$$1G22\# F=0.6888r^{-0.96}$$

$$1G20\# F=1.2987r^{-0.98}$$

同外徑	$\sin \theta$	k	$\log(\sin \theta)$	$\log k$
24#	0.100568	0.4004	-0.99754	-0.39751
22#	0.137153	0.6888	-0.86279	-0.16191
20#	0.279851	1.2987	-0.55307	0.11351



相關係數:0.9685

圖 55

進階分析後可得： $k=5.493(\sin \theta)^{1.1044}$

#### (二)、探討直徑不同下排斥力與距離的關係

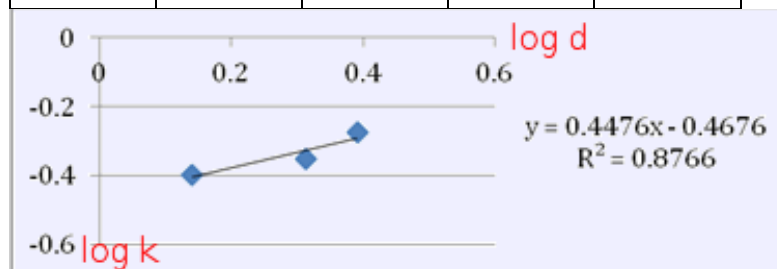
以下是同線密度下，排斥力在不同直徑的關係式： $F=kr^n$

$$1G24\# F=0.4004r^{-0.99}$$

$$2G24\# F=0.4452r^{-1.08}$$

$$3G24\# F=0.5300r^{-1.07}$$

同線密度	d(直徑)	k	$\log d$	$\log k$
1G	1.38	0.4004	0.139879	-0.39751
2G	2.06	0.4452	0.313867	-0.35144
3G	2.46	0.5300	0.390935	-0.27572



相關係數:0.8766

圖 56

進階分析後可得： $k=0.3407d^{0.4476}$

總結(一)、(二)，可以發現隨著  $\sin \theta$  及直徑增大，k 值均有上升趨勢，而  $\sin \theta$  對 k 值的影響比直徑來的深遠。 $(k=0.3407d^{0.4476}=5.493(\sin \theta)^{1.1044})$   
 $(k=5.493(\sin \theta)^{1.1044}$  在半徑=1.5cm 時成立， $k=0.3407d^{0.4476}$  在線密度 0.015g/cm 時成立)  
 而  $n=-1$ ，即金屬圓環和玻璃板間的排斥力和距離成反比。

## 柒、結論與未來展望

### 一、結論

(一)、在水阻與速度的關係  $F=kv^n$  我們求得： $k=0.3835(\sin \theta)^{0.6409}=0.0393d^{2.5366}$  (式a)  
 $(k=0.3835(\sin \theta)^{0.6409}$  在半徑=1.5cm 時成立， $k=0.0393d^{2.5366}$  在線密度0.015g/cm 時成立)

1、可知d對k影響比 $\sin \theta$ 大。(2.5366>0.6409)

2、當 $d>2.45(\sin \theta)^{0.25}$ 時，d帶回式a求出的k會比 $\sin \theta$ 帶回求出來的k大。

而表面張力造成的 $\sin \theta$ 恆 $\leq 1$ ，故當 $d>2.45$ 時，d造成的k會比 $\sin \theta$ 造成的k大。

而n和線密度則有正相關(由於相關係數0.699不如預期高而沒表示 $n=k(\sin \theta)^n$ )，而和直徑並無關聯。綜合上述得出線密度、直徑愈大的金屬圓環，相同速度下會受到愈大的阻力。(sin  $\theta$  正比於線密度)

(二)、在相吸力量與距離的關係  $F=kr^n$  我們求得： $k=3.785(\sin \theta)^{1.6833}=0.0635d^{0.9406}$   
 $(k=3.785(\sin \theta)^{1.6833}$  在半徑=1.5cm 成立， $k=0.0635d^{0.9406}$  在線密度0.015g/cm 成立)

線密度、直徑愈大的金屬圓環，相同距離下能夠產生愈大的吸引力，且線密度的影響較直徑顯著。也發現n和線密度有關聯，得到： $n=-3.672(\sin \theta)^{0.4219}$ ，但是n和直徑並無關聯。

(三)、在相斥力量與距離的關係  $F=kr^n$  我們求得： $k=5.493(\sin \theta)^{1.1044}=0.3407d^{0.4476}$   
 $(k=5.493(\sin \theta)^{1.1044}$  在半徑=1.5cm 成立， $k=0.3407d^{0.4476}$  在線密度0.015g/cm 成立)

線密度、直徑愈大的金屬圓環，相同距離下能夠產生愈大的排斥力，且線密度的影響較直徑顯著。而n和金屬圓環的線密度、直徑，並無關聯，並且斥力F和r則呈反比關係。

(四)、最後我們可以整合3個關係式(d:外徑，v:速度，r:距離)

【水阻力】 $F=K(\sin \theta)^{0.6409}d^{2.5366}v^n$ ，其中n和 $\sin \theta$ (線密度)有正相關

【吸引力】 $F=K(\sin \theta)^{1.6833}d^{0.9406}r^n$ ， $n=-3.672(\sin \theta)^{0.4219}$

【排斥力】 $F=K(\sin \theta)^{1.1044}d^{0.4476}r^{-1}$

## 二、未來展望

(一)、在我們測出吸引力及排斥力的關係式中: $F=kr^n$ 而其中n值小於0，若r帶入無窮小將會得到無窮大的力量，這便和「用電磁鐵」吸引固定的方法產生不合理的矛盾，故我們推測F有臨界的極值，將來希望我們能夠實驗測出此極限力量。

(二)、關於我們的研究實驗也可以應用於觀察「水黽的運動」，由於水黽藉著表面張力而立於水面上，而水黽重量造成的水面凹陷會對彼此造成相吸或排斥的力量，進而影響運動的情形。

(三)、本實驗觀察出之現象及研究結果，期望能應用在工業焊接時，需要將欲焊接的脆弱或微小物體(藉由表面張力)置於水上時的控制裝置，例如:需要將物體控制在水面時，如果用機械臂的話怕會很難控制固定的力道。這時可應用我們的斥力原理，將待焊物固定住，因為這個方法的作用力較弱，較不易破壞欲焊接的物體。

## 捌、參考資料

一、David Halliday;Robert Resnick;Jearl Walker(民100)物理。新北市。全華

二、維基百科(無日期)表面張力。民102年8月17日，取自<http://zh.wikipedia.org/wiki/表面張力>

三、Sears, Zemansky, Young(民75)大學物理學(318頁)。台北市。曉園

## 【評語】 040111

本作品以實驗方式研究探討不同大小金屬圓環藉由表面張力浮游水面上的水阻力，相互吸引力及與水箱壁的排斥力的現象和物理關聯之特性。實驗結果和探討皆很嚴謹，實屬難得。其定量及定性之分析仍有改進之處。