

中華民國第 54 屆中小學科學展覽會 作品說明書

高中組 物理科

040107

抽刀斷水水難流－水柱斷流的探討

學校名稱：國立彰化高級中學

作者： 高二 江宗祐 高二 李家愷	指導老師： 賴維銘
---------------------------------	------------------

關鍵詞：Plateau - Rayleigh instability、水柱斷流、
節點

摘要

這個研究想要探討水柱斷流的機制和影響因素，我們發現在斷流前，水柱會產生一節一節的現象，因此想探討節點的產生和水柱斷流是否有關係，根據之前的科展報告，一種說法是節的產生是因為表面張力；另一種則是節是水流因撞擊而產生的波。我們設計了實驗來分析水流量、節點、表面張力、黏性對水柱斷流的影響。

壹、研究動機

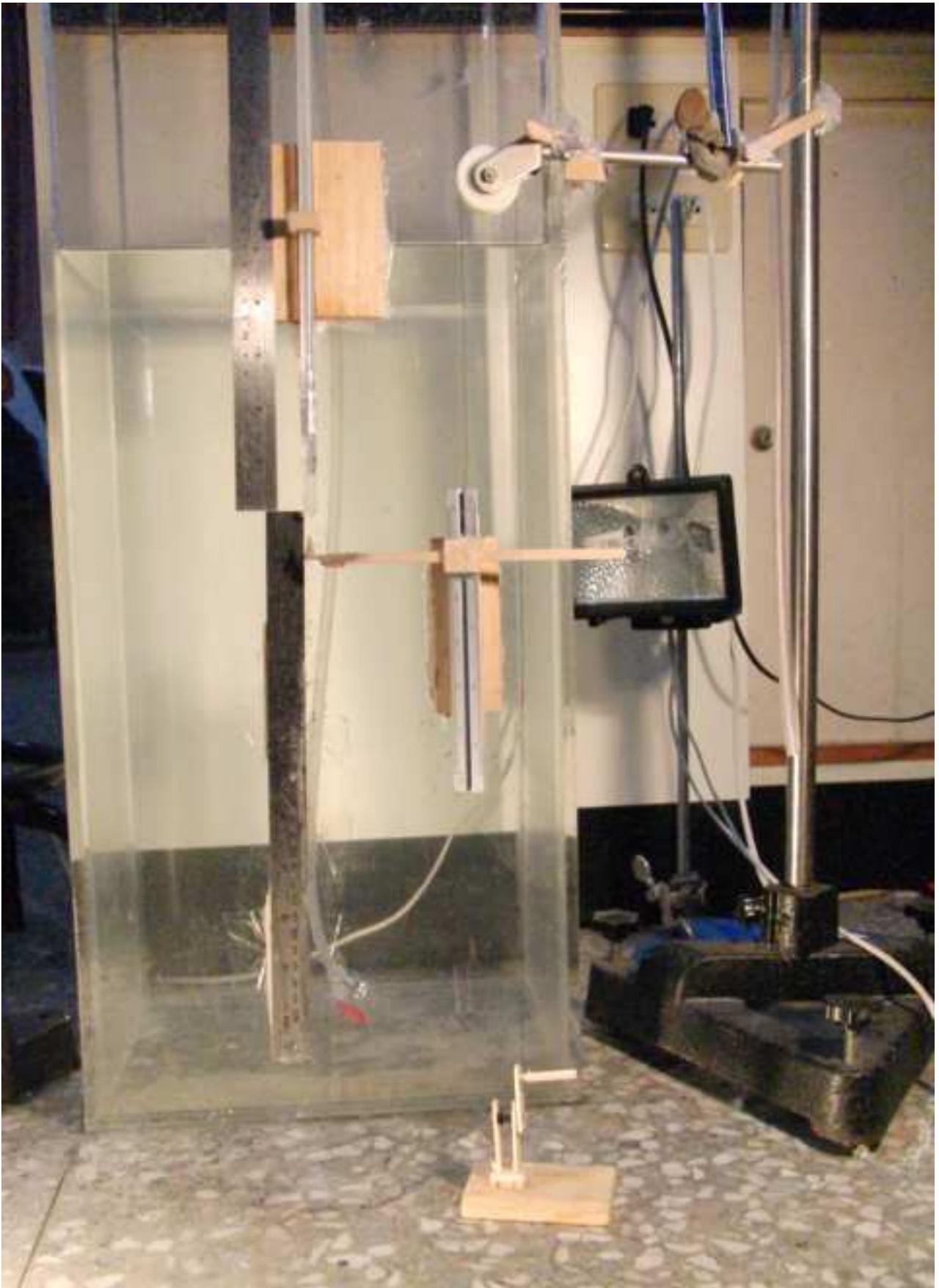
一次化學實驗課完後，我們在清洗器具，突然間發現當從水龍頭流出的細小水柱撞擊到器皿時，靠近器皿那一端的水柱表面會有凹陷凸起連續交錯的情形，看起來就像是水珠被串起並呈現一節一節的現象，當我們將器皿緩緩地往上移到一個高度時，水柱突然就斷成連續的水滴了，這個現象引起了我們的興趣，於是我們想要探討水柱斷流與一節一節的現象之間是否有關係，於是我們就上網搜尋與「節」、「水柱」的相關資訊，結果發現在第 42 屆科展曾經有人探討水柱一節一節的現象，他們得出的結論是表面張力平衡因碰撞而往外側擴張的水柱，而引起的週而復始的現象。在 2007 年國際科展亦有探討，他們認為水柱中的節是水流因撞擊而產生的波，但不是震波或駐波。而在邱義雄「關於水柱打結的現象」一文中也明確指出不是駐波。這些說法引起了我們的好奇，我們想根據這些說法，來探討水柱斷流的機制和影響因素。

貳、研究目的

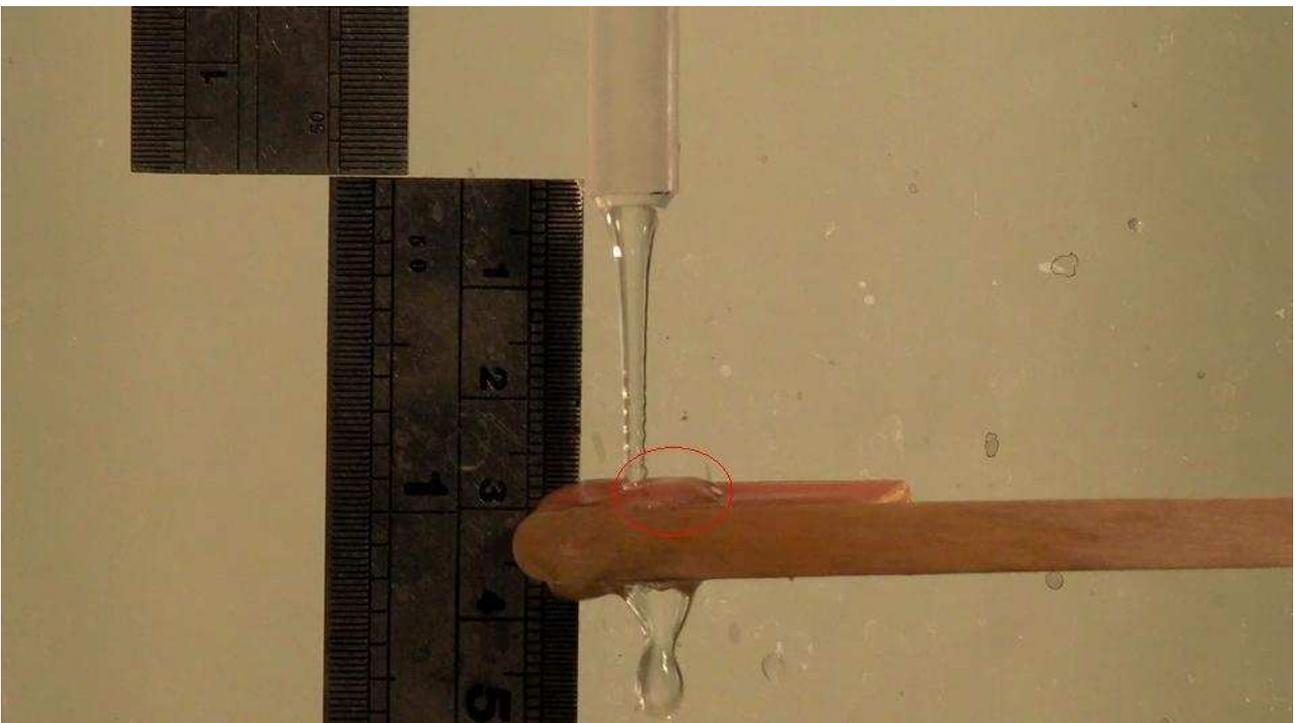
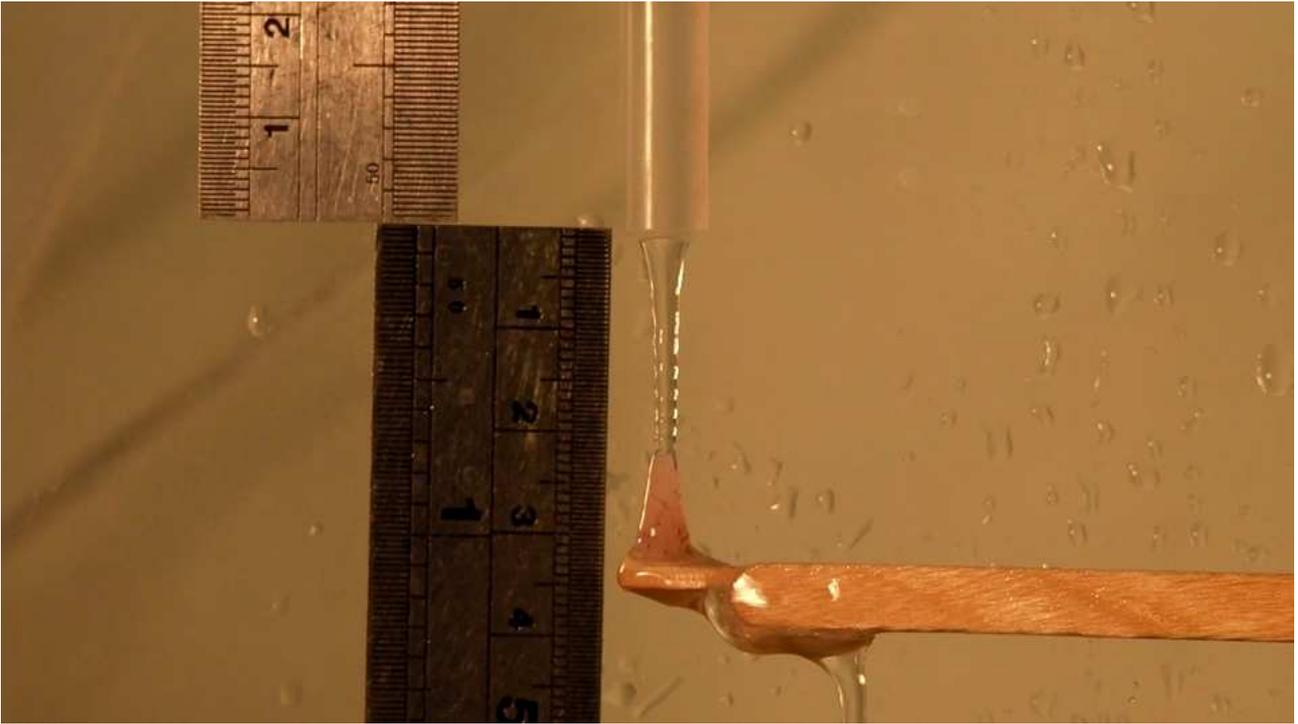
- 一、研究水流量和水柱斷流的關係
- 二、研究節點和水柱斷流的關係
- 三、研究水管管徑和水柱斷流的關係
- 四、研究表面張力和水柱斷流的關係
- 五、研究黏滯係數和水柱斷流的關係

參、研究設備及器材

<p>水箱</p>	<p>透明水管</p> 	<p>水量調節器</p> 
<p>酒精</p> 	<p>量筒</p> 	<p>鐵尺</p> 
<p>水平儀</p> 	<p>燈</p> 	<p>定滑輪</p> 
<p>支架</p> 	<p>高速攝影機</p> 	<p>甘油</p>
<p>軟體「Tracker」</p>	<p>軟體「Extra.Movie2Gif」</p>	



透過定滑輪和自製器具來調整碰撞物的高低



我們可以看到水流撞擊到平面後，會有積水的現象，所以我們決定使用錐型碰撞物，以避免水堆積

肆、研究方法

一、研究水量和水柱斷流的關係

(一)、檢驗水柱狀與水滴狀時之水流量是否相同

1. 調整水面高度使水以 1.5ml/s 之流量流出
2. 以碼表計時 30 秒，並以量筒來測量水柱狀時之水量
3. 重複步驟 1，並用物體將水流挑斷
4. 以碼表計時 30 秒，並以量筒來測量水滴狀時之水量
5. 重複 1~4 之步驟 5 次
6. 改變水面高度，分別使水以 1.33ml/s、1.17ml/s 流出並重複 1~5 之步驟

(二)、觀察不同流量時，斷流時碰撞物高度的變化情形

1. 使碰撞物緩緩上升並用攝影機錄下，以 Tracker 標出斷流時碰撞物的高度
2. 改變水流量，重複 1 的步驟

(三)、觀察臨界水流量的範圍

1. 使碰撞物緩緩上升，觀察水流被截斷成連續水珠後是否會自動恢復成水流
2. 改變水流量，重複步驟 1

二、研究節點和水柱斷流的關係

(一)、試算水柱斷流時，碰撞物的高度是否位於節點

1. 使水以 1.5ml/s 之流量流出，令碰撞物緩緩上升並用攝影機錄下
2. 以 Tracker 標出斷流時各節點的高度，藉由各節點的變化和趨勢，推算斷流時碰撞物是否位於節點

(二)、觀察水柱在不同障礙物高度時，節點間距的變化

1. 使水以 1.5ml/s 之流量流出，令碰撞物緩緩上升並用攝影機錄下
2. 以 Tracker 標出斷流時各節點的高度，轉換成數值後，找出節點間距變化的趨勢

三、研究管徑和水柱斷流的關係

(一)、以不同的管徑但相同的出口流速，觀察其斷點高度

1. 使碰撞物緩緩上升並用攝影機錄下
2. 以 Tracker 標出斷流時碰撞物的高度

四、研究表面張力和水柱斷流的關係

(一)、觀察酒精和水碰撞後的節點數

1. 讓酒精和水以 1.5ml/s 流出，使碰撞物緩緩上升並用攝影機錄下
2. 以 Tracker 標出二液體所有的節點，算出節點數

(二)、觀察酒精和水的臨界水流量

1. 使碰撞物緩緩上升，觀察水流被截斷成連續水珠後是否會自動復原成水流
2. 改變水流量，重複步驟 1
3. 換成酒精，重複步驟 1、2

五、研究黏滯係數和水柱斷流的關係

(一)、觀察甘油和水碰撞後的節點數，以及是否斷流

1. 讓甘油和水以 1.5ml/s 流出，使碰撞物緩緩上升並用攝影機錄下
2. 以 Tracker 標出二液體所有的節點，算出節點

伍、研究結果

一、研究水量和水柱斷流的關係

(一)、檢驗水柱狀與水滴狀時之水流量是否相同

1. 以 1.5 ml/s 的流量流出，計時 30 秒來測水量

	水柱	水珠
1	44.5	44
2	44	44
3	44.5	44.5
4	45	44
5	44	43.5
平均水量	44.4	44
平均水流量(ml/s)	1.48	1.47

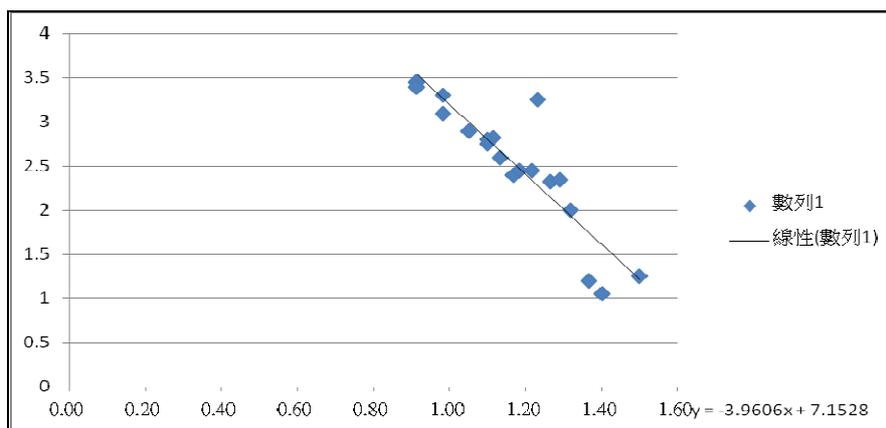
2. 以 1.33 ml/s 的流量流出，計時 30 秒來測水量

	水柱	水珠
1	40	40
2	40	39.5
3	39.5	39
4	39.5	39
5	39.5	39.5
平均水量	39.7	39.4
平均水流量(ml/s)	1.32	1.31

3. 以 1.17 ml/s 的流量流出，計時 30 秒來測水量

	水柱	水珠
1	34	35
2	35	35
3	35	35
4	33.5	34.5
5	34	34.5
平均	34.3	34.8
平均水流量(ml/s)	1.14	1.16

(二)、觀察不同流量時，斷流時碰撞物高度的變化情形



x 軸	y 軸
水流量(ml/s)	碰撞物與管口距離(cm)
0.91	3.45
0.91	3.4
0.98	3.1
0.98	3.3
1.05	2.9
1.10	2.75
1.10	2.8
1.12	2.83
1.13	2.6
1.17	2.4
1.18	2.45
1.18	2.45
1.22	2.45
1.23	3.25
1.27	2.33
1.29	2.35
1.32	2
1.37	1.2
1.40	1.05
1.50	1.25

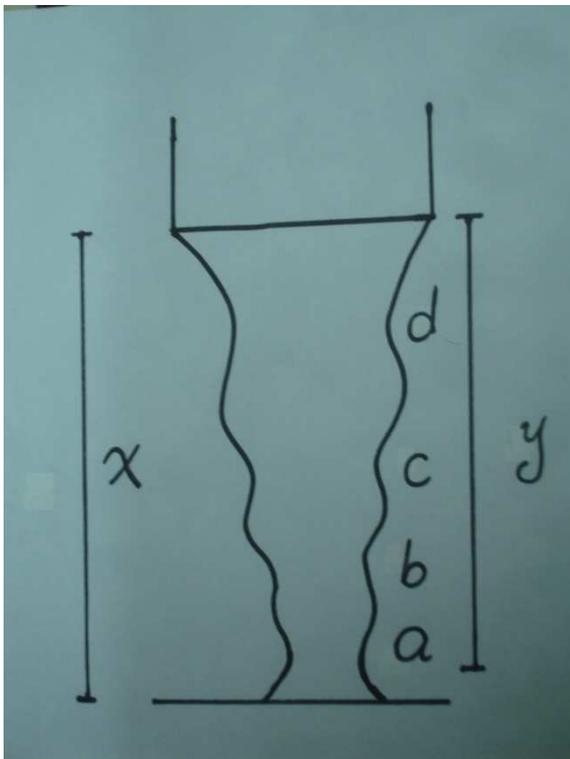
(三)、觀察臨界水流量的範圍

臨界水流量:指當流量在一定範圍內，水柱可已經由人為挑斷而變成連續水珠，而且不會自動恢復呈水柱，但是可以藉由人為的牽引而恢復成水柱

本身無法形成水柱	0.83ml/s 以下
截斷成水珠後可藉人為方式恢復成水流	0.83~1.53ml/s
截斷成水珠後會自動恢復成水流	1.53ml/s 以上

二、研究節點和水柱斷流的關係

(一)、試算水柱斷流時，碰撞物的高度是否位於節點處



a: 第一節點 b: 第二節點 c: 第三節點 d: 第四節點

x : 碰撞物與管口距離(cm)

y : 節點與管口距離(cm)

1.5ml/s 時且 $x=1.25\text{cm}$ ，水柱斷流，我們想推算出 $x=1.25\text{cm}$ 且假若沒有斷流時，各節點的位置，以得知斷流時碰撞物是否位於節點

x(cm)	y(cm)				
	第一節點	第二節點	第三節點	第四節點	第五節點
3.7	3.662397	3.601165	3.537818	3.464104	3.374953
3.6	3.557552	3.487107	3.42217	3.350641	3.257615
3.5	3.452708	3.392059	3.326635	3.242258	3.257615
3.4	3.331733	3.272298	3.192886	3.103393	3.006939
3.3	3.331733	3.264694	3.181824	3.037347	2.936537
3.2	3.146238	3.046083	2.905275	2.80026	2.693328
3.1	3.006445	2.905412	2.771525	2.666475	2.548256
3	2.949991	2.84268	2.788621	2.568254	2.461853
2.9	2.845146	2.745731	2.663923	2.56148	2.449052
2.8	2.718794	2.593654	2.435644	2.315925	2.178109
2.7	2.619326	2.494804	2.325024	2.193995	2.049038
2.6	2.519858	2.395954	2.219433	2.085612	1.914633
2.5	2.363935	2.215362	2.023334	1.855299	1.685291
2.4	2.261779	2.114611	1.912715	1.740143	1.554086
2.3	2.154246	1.99485	1.78701	1.575876	1.350345
2.2	2.154246	2.078493	1.907686	1.501362	1.258609
2.1	2.027357	1.799051	1.535602	1.299839	1.299144
2	1.861427	1.704003	1.439153	1.211778	0.884936
1.9	1.804106	1.662312	1.494905	1.176215	0.857949
1.8	1.707565	1.55672	1.307377	0.993319	0.718679
1.7	1.601974	1.423977	1.143924	0.817197	
1.6	1.550687	1.336487	1.033688	0.702041	
1.5	1.188659	0.862833			
1.4	1.318385	1.046864	0.680026		
1.3	1.16754	0.853783			

可由上方資料推出 x 和 y 的方程式

		$x=1.25$ 帶入方程式
第一節點(a)	$y = 1.0458x - 0.2024$	1.10483
第二節點(b)	$y = 1.1342x - 0.5678$	0.84996
第三節點(c)	$y = 1.2162x - 0.938$	0.5823
第四節點(d)	$y = 1.3357x - 1.4366$	0.233025
第五節點	$y = 1.4449x - 1.8867$	-0.08057

得知斷流時，碰撞物沒有位於 a 上，但並不確定碰撞物有沒有位於 a 下方的節點，於是想先得出間隔變化的方程式，求出 a 和 a 下方節點的距離，藉此推測節點位置

m		n(cm)
1	一、二節點之間的時間距離	0.25487
2	二、三節點之間的時間距離	0.26766
3	三、四節點之間的時間距離	0.349275
4	四、五節點之間的時間距離	0.3136

$$n = -0.0121m^2 + 0.0864m + 0.1713$$

m=0 代入

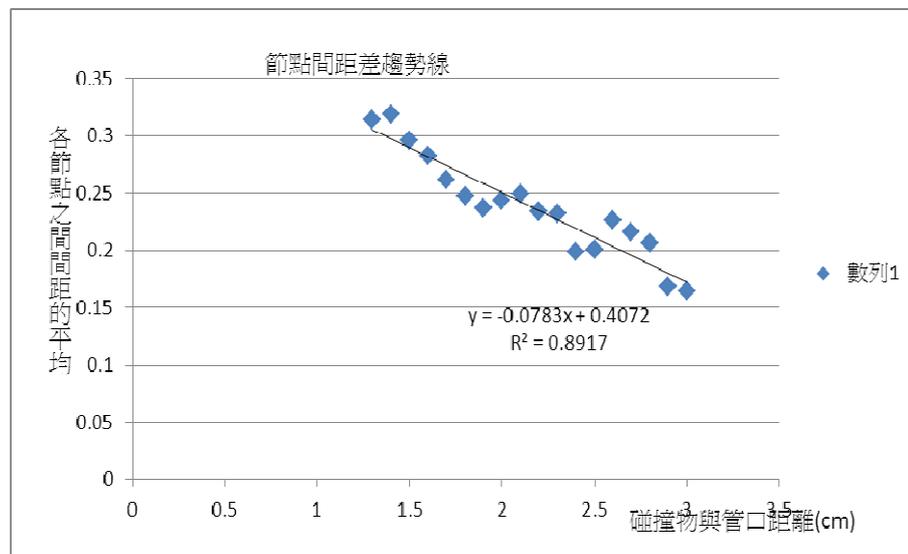
$$n=0.1713\text{cm}$$

所以此時 a 下方節點和管口的距離為 1.10483(第一節點與管口的距離)+0.1713=1.27613

大約等於 1.28cm

(二)、實驗二:觀察水柱在不同障礙物高度時，節點間距的變化

碰撞物高度 (cm)	此時各節點之間間距的平均 (cm)
3	0.165
2.9	0.168
2.8	0.206
2.7	0.216
2.6	0.226
2.5	0.201
2.4	0.199
2.3	0.232
2.2	0.234
2.1	0.249
2	0.244
1.9	0.237
1.8	0.247
1.7	0.262
1.6	0.283
1.5	0.296
1.4	0.319
1.3	0.314



三、以不同的管徑但相同的出口流速，來觀察其斷點高度

直徑(cm)	斷流時碰裝物與管口的距離(cm)
0.5	4
0.7	1.25

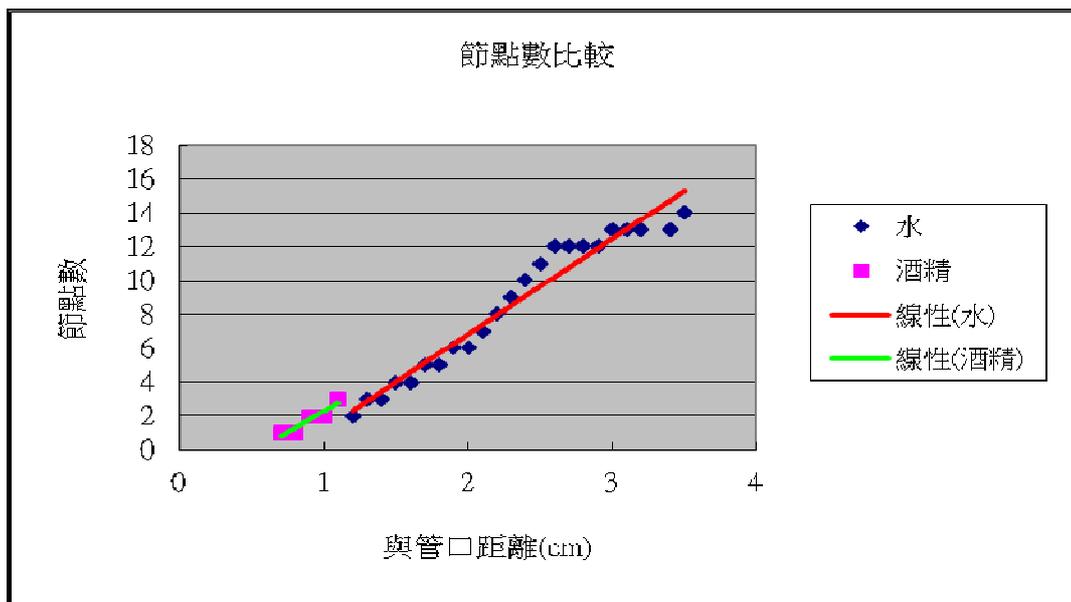
四、研究表面張力和水柱斷流的關係

以下為在 20°C 時所測得的表面張力

水	72.75mN/M
酒精	22.55 mN/M

(一)、觀察不同液體碰撞後的節點數

1.5ml/s 的水(72.75mN/m)		1.5ml/s 的酒精(22.55mN/m)	
碰撞物與管口距離(cm)	節點數	碰撞物與管口距離(cm)	節點數
3.5	14	3.5	沒有節點
3.4~3.0	13	3.4~3.0	沒有節點
2.9~2.6	12	2.9~2.6	沒有節點
2.5	11	2.5	沒有節點
2.4	10	2.4	沒有節點
2.3	9	2.3	沒有節點
2.2	8	2.2	沒有節點
2.1	7	2.1	沒有節點
2.0~1.9	6	2.0~1.9	沒有節點
1.8~1.7	5	1.8~1.7	沒有節點
1.6~1.5	4	1.6~1.5	沒有節點
1.4~1.3	3	1.4~1.3	沒有節點
1.2	2	1.2	沒有節點
1.1	斷流	1.1	3
1~0.9	斷流	1~0.9	2
0.8~0.7	斷流	0.8~0.7	1
0.6	斷流	0.6	沒有節點



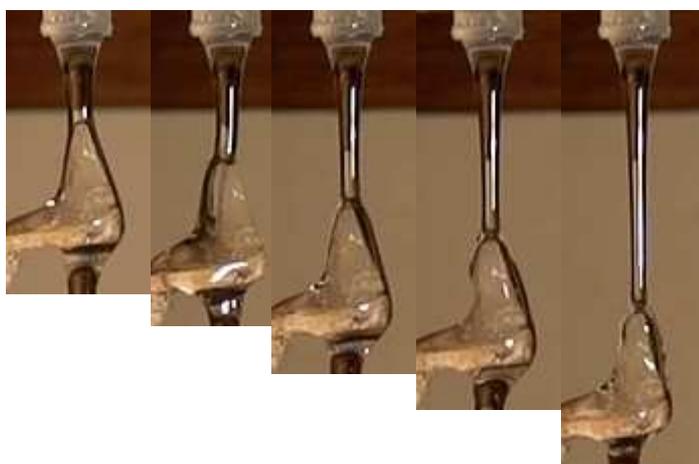
(二)、觀察不同液體的臨界流量

	水	酒精
本身無法形成柱狀	0.83ml/s 以下	0.3ml/s 以下
截斷成珠狀後可藉人為方式恢復成柱狀	0.83~1.53ml/s	0.3~0.33ml/s
截斷成珠狀後會自動恢復成柱狀	1.53ml/s 以上	0.33ml/s 以上

五、研究黏滯係數和水柱斷流的關係

(一)、觀察甘油和水碰撞後的節點數，以及是否斷流

我們發現，如果以甘油作為碰撞液體，在任何情況下皆不會產生節點，也不會有斷流的現象發生



由左至右為碰撞物距離管口 1、1.5、2、2.5、3cm 的照片，可以清楚看到甘油始終都沒有產生節點

陸、討論

一、我們藉由碰撞物與管口距離在 1.3~3.7cm 時各節點與管口距離的資料，可以推測出碰撞物與管口距離(x)為 1.25cm 時各節點與管口的距離

	x:各節點與管口的距離(cm)
第一節點(a)	1.10483
第二節點(b)	0.84996
第三節點(c)	0.5823
第四節點(d)	0.233025
第五節點	-0.08057

可以看出此時碰撞物沒有位於資料上各節點的位置，但並不確定當 $x=1.25\text{cm}$ 時，第一節點(a)下方是否有產生新節點，於是我們藉由此時各節點之間間距的變化來推導 a 和新節點的間距

得出此間距(n)= 0.1713cm

新節點和管口的距離= $1.10483+0.1713=1.27613\approx 1.28\text{cm}$

和 $x=1.25\text{cm}$ 的差距極小，此差距有可能是測量和計算而產生的誤差，所以斷流時碰撞物有可能位於節點上

二、表面張力與黏性的的問題

在表面張力的實驗中，我們分別使用水與酒精，而在黏性的實驗中，我們使用水與甘油，但因為不同的液體之間都會有不同的表面張力以及黏性，因此我們選了甘油與酒精分別與水作比較

以下是各液體的表面張力與黏性

	水	酒精	甘油
表面張力	72.75 mN/m	22.55 mN/m	64.00 mN/m
黏滯係數	0.894 cP	1.074 cP	1500 cP

在表面張力的實驗中，雖然水與酒精的黏滯係數不同，但與表面張力相比，大部分的變因取決於表面張力的大小，而甘油也如此，其黏滯係數數量級及與表面張力相較下，表面張力的些微不同幾乎不影響整個實驗

三、 因為文獻上有紀載的表面張力並沒有很多，且多為有毒溶劑或是毒物(己烷、聚乙烯、水銀)，因此實際上能使用的測定物並不多，下圖為表面張力值。

液體種類	表面張力係數
	mN/m
正戊烷	16
正己烷	18.4
聚四氯乙烯	22.5
乙醇	22.55
甲醇	22.6
丙酮	23.3
苯	28.9
聚乙烯	36.1
聚醚酮	46
水	72.75
汞	476

(取自維基百科)

最初若以對照組與實驗組，我們必定會選擇水銀，因為他的表面張力遠大於水，不過礙於水銀為劇毒溶液，我們只好選擇正己烷，但其實正己烷的本質也是有機溶劑，會腐蝕管口，所以最後只有水與酒精的比對。

根據兩者的臨界流量，我們發現表面張力較小的酒精較不容易產生節點，也較不容易斷流，因此酒精可以在較低流量時以柱狀呈現。

四、 管徑的影響

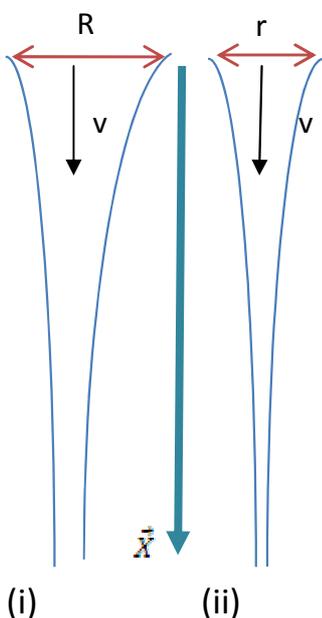


圖 i、ii 是流速 v 相同但管徑不同的水管，由圖可知 $R > r$

若不以碰撞物撞擊水柱時，水柱內的水分子皆會做自由落體運動

因此兩水柱末速 v 可寫為位移的函數 $V(x)$

根據實驗四的數據，我們可以得知儘管流速一樣，但管子的內徑不同，導致半徑較小的水柱在碰撞物距管口較遠時被截斷

從此實驗我們可以得知影響水柱斷流的因素決於水柱的粗細而非水柱撞擊時的流速

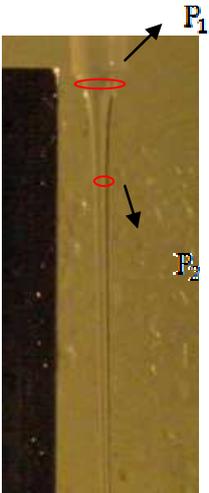
五、節點如何產生

(一). 未有障礙物時的模型

白努利方程式：在液體為穩定流、不可壓縮、無摩擦力的情況下，以能量守恆的原則推出液體在理想的狀況下恆成立的等式。

$$\frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz = \text{constant}$$

P:任意點壓力 ρ :液體密度 v:流速 z:高度



壓力的定義為 $P = \frac{N}{m^2}$

取一連續流體的兩點，壓力分別為 P_1 (水剛出管口時)、 P_2 (任意一點)，當我們不放置障礙物使其自由落下時，任一 δV 的水分子皆不對下方施力

所以 $P_1=0$, $P_2=0$

代入白努利方程式,可整理出

$$v_{\text{末}}^2 = v_{\text{初}}^2 + 2gz$$

因此我們可以得知水在不受障礙物的影響下是做自由落體運動

(二). 有障礙物後的模型



當水柱撞擊到尖端後， P_2 的壓力= 衝量/ $A \cdot \Delta t$ ，在以障礙物阻擋水的流動時產生了衝量，所以此時瞬間 P_2 變大，末速 V 隨之減少，假設接觸面移動的速度非常慢，外力不作功，為使力學能可以守恆，水柱藉由產生凸點與凹點增加表面積，表面張力在此時做負功



隨後，水柱趨於穩定，外層表面積不再隨時間增減，所以表面張力不再做功，這時的水柱撞擊點的末速應回到做自由落體運動時之大小，由左圖可得知，水柱在撞擊接觸面後會在其上方產生一個節點。

根據連續方程式 $AV = \text{constant}$

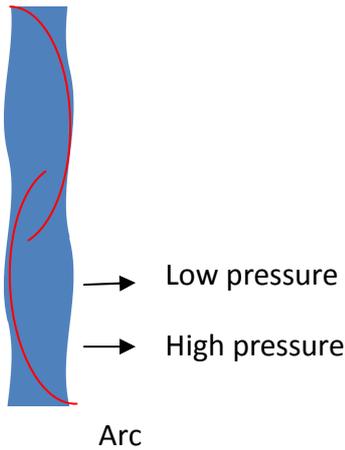
此處流速較快，我們推測此處流速應恢復至原本水流的流速，所以此時水柱處於力學能守恆的狀態

為了驗證此推測是否正確，我們分析數張節點圖



根據上圖所示，接觸面的水柱波形大致上皆為節點的所在處，與理論大致一致

六、水柱為何會產生斷流

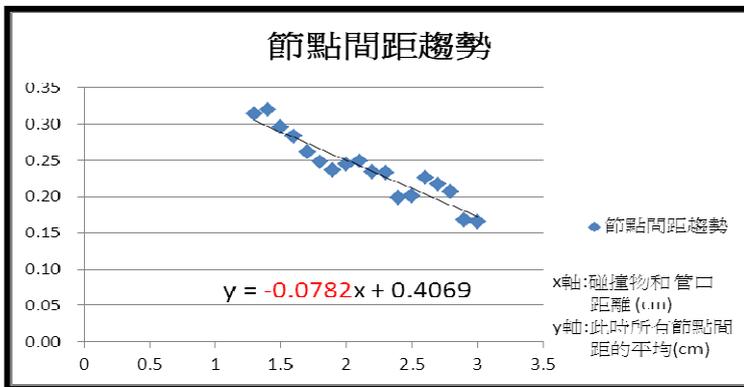


這是一個布魯托瑞利不穩定(**Plateau-Rayleigh instability**)的模型，與我們觀察到的節點現象十分的相似，皆會產生凹點與凸點，凹點處因為表面張力的作用而使壓力增大，凸點處則壓力較小。

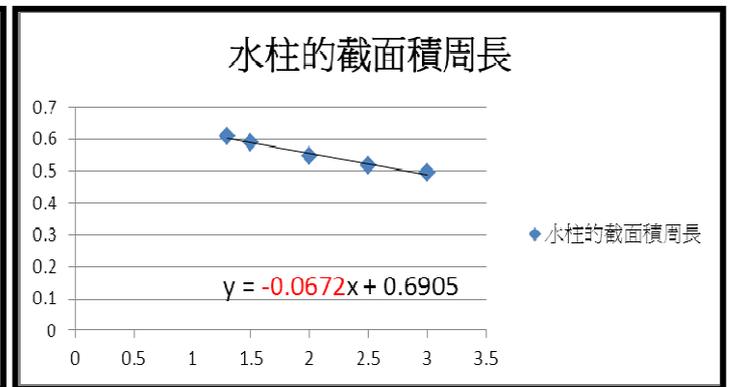
目前有學者將外圍的輪廓整理為水柱的表面波，並提出一個經驗公式，當此水柱外型的波長大於水柱截面積的周長時，水柱將破裂，並斷成水珠

與我們的數據結合，可以得出以下三點

1. 障礙物的位置較低時，節的間距較小，所以表面波的波長也較小，因此要截斷水柱(波長大於截面積周長，而周長以做自由落體運動時為基準)的可能性也較低



圖(1)

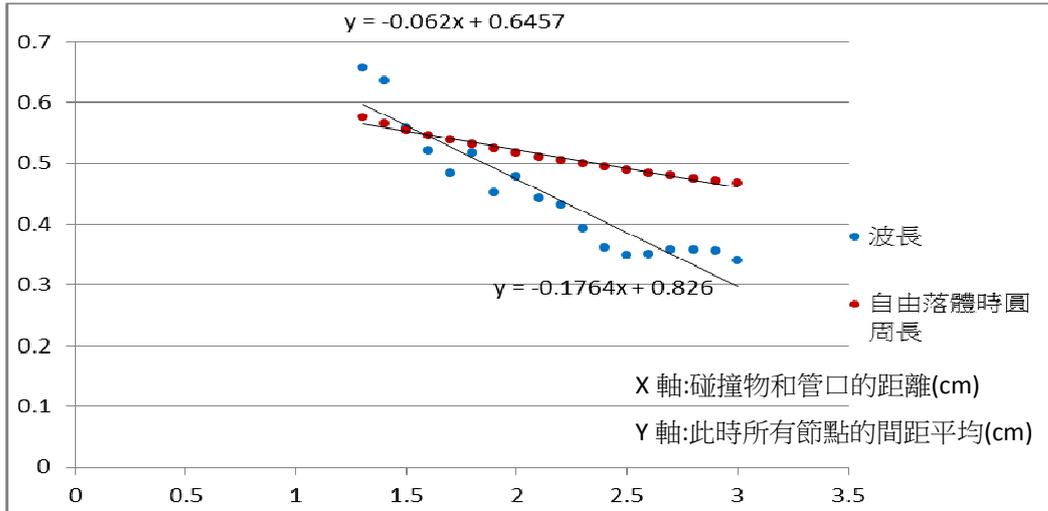


圖(2)

在相同的水流量下，當障礙物逐漸上升時，節點的間距會增加，表面波的波長因此增加，但此時，水柱圓周長也隨著增大，因此我們將節點間距趨勢與水柱截面積周長的變化做比較，發現節點間距變化的斜率大小比周長大(0.0782>0.0672)，可以推測表面波的波長的變化率也會大於周長，最後使水柱斷流

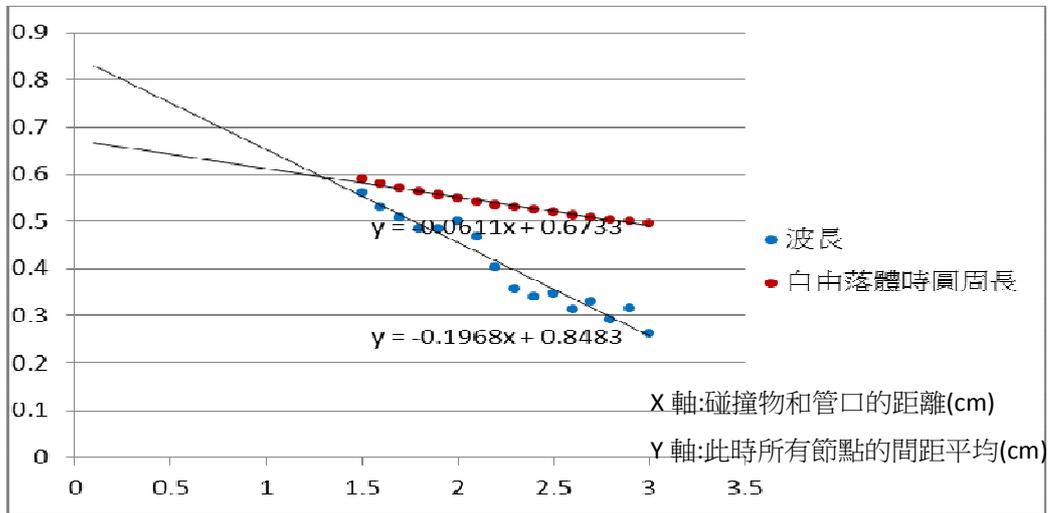
2. 水量較大時，水柱的寬度較粗，因此也比較不容易截斷，但節點間距在水量不同時也會改變，因此我們分析 40、45、50ml 的水，觀察其斷點位置是否符合此經驗公式

40ml 時



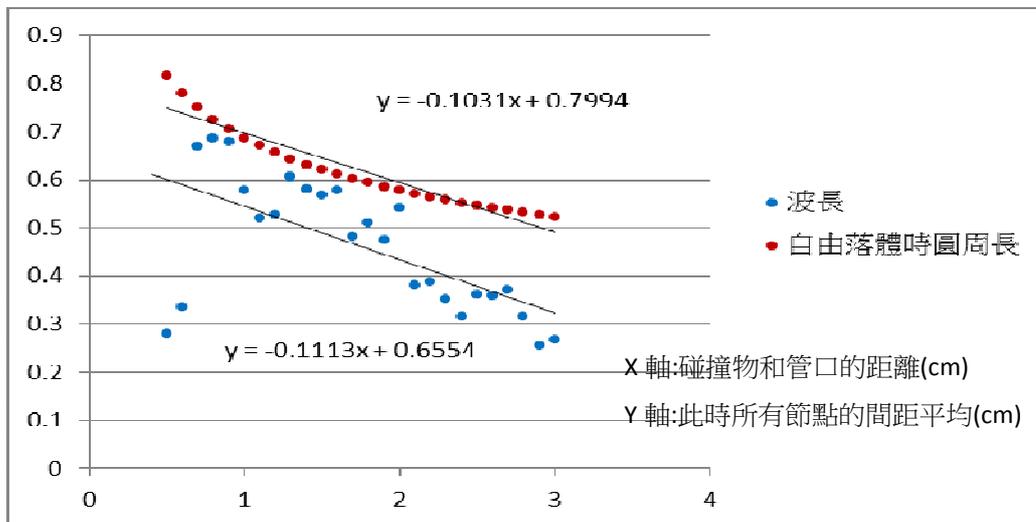
X=1.438，而我們測到 40ml 斷點位置的平均為 1.2cm，誤差較大，

45ml 時



X=1.29，而我們測到 45ml 的斷點位置的平均為 1.18cm 較為接近

50ml 時



X=圖中無交點，而我們不測到 50ml 的斷點位置，因此與我們測到的結果相符

柒、結論

- 一、同水流量下，即使將水柱截斷成水珠，二者測出來的流量仍幾乎相同
- 二、水流量越大，斷流時碰撞物與管口距離越近
- 三、臨界水流量介於 $0.83\sim 1.53\text{ml/s}$ 之間，此時液體可藉由人為牽引呈現柱狀，亦可被挑斷而呈現珠狀
- 四、表面張力較小的液體較難產生節點，也較難產生斷流
- 五、黏滯力較高的液體也不會產生斷流
- 六、由管徑的實驗可以知道水的流速不直接影響水柱的斷流

捌、參考資料

- 一、黃聖雯等四人 水柱會打結 中華民國第 42 屆中小學科學展覽
- 二、彭陸 蕭屹宏 流體碰撞物體所產生的波形之研究及應用 臺灣 2007 年國際科學展覽會
- 三、徐悅群 楊亭亭 垂直水柱的成節機制探討 臺灣 2007 年國際科學展覽會
- 四、http://www.sec.ntnu.edu.tw/Monthly/98%28316-325%29/321-PDF/03-98007-%E4%B8%80%E7%AF%87%E5%80%BC%E5%BE%97%E5%8F%83%E8%80%83%E7%9A%84%E8%AB%96%E6%96%87%EF%BC%8D%E9%97%9C%E6%96%BC%E6%B0%B4%E6%9F%B1%E6%89%93%E7%B5%90%E7%9A%84%E7%8F%BE%E8%B1%A1_%E6%9C%88%E5%88%8A_-%E4%BF%AE%E6%AD%A3%E7%A8%BF.pdf 邱義雄 關於水柱打結的現象
- 五、http://en.wikipedia.org/wiki/Plateau%E2%80%93Rayleigh_instability 維基百科 布魯托瑞利不穩定
- 六、John W. M. Bush (May 2004). "MIT Lecture Notes on Surface Tension, lecture 5" (PDF). Massachusetts Institute of Technology. Retrieved April 1, 2007
- 七、<http://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E8%A1%A8%E9%9D%A2%E5%BC%B5%E5%8A%9B%E4%BF%82%E6%95%B8> 維基百科 表面張力係數

【評語】 040107

作品研究水流形成水柱斷裂與水流速度、水流高度等之關係，並仔細觀察節點形成之變化，加上簡單理論分析，實驗結果完整，學生亦認真投入實驗，值得嘉許。

題材方面，流體的參加作品數目多且較不易做理論分析，是可加強之處。