

中華民國第 54 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高中組 物理科

第二名

040104

水電交融

學校名稱：國立彰化高級中學

作者： 高二 鍾建陽 高二 李宗穎 高二 羅昱瑋	指導老師： 賴維銘
---	------------------

關鍵詞：水柱、電荷、布魯托-雷利不穩定性

摘要

一般來說，水難以帶電。但將高電壓的靜電通入流動的水中時，可以發現水柱散開的現象(圖一、圖二)。為了描述此現象，我們訂出了兩個物理量：**散開距離(水柱長)**(圖三)與**散開張角**(圖四)。為了研究此現象，我們做了基本性質的探討與實驗，結論如下。

基本性質探討的結論：

1. 電流不改變水流量
2. 水柱散開的機制分為截斷與甩動
3. 電流與水流量不影響截斷的水滴大小

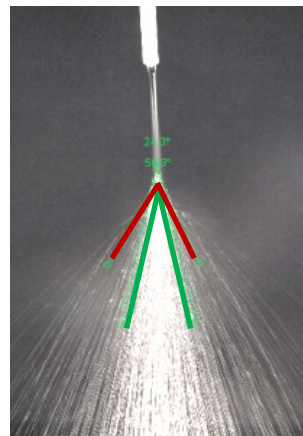
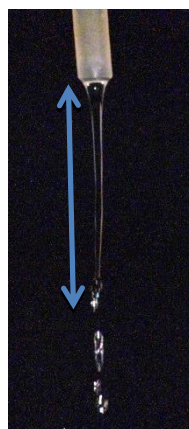
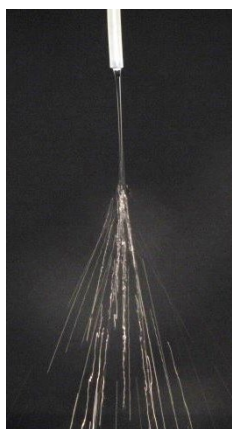
實驗的變因：

1. 通入電荷量(電流)
2. 水流量
3. 表面張力
4. 液體導電度

實驗的結論：

1. 散開距離隨著電流增加呈指數下降。
2. 散開張角與電流呈高度正相關。

(圖一)快門速度 1/20 秒 (圖二)快門速度 1/2000 秒 (圖三)快門速度 1/1000 秒 (圖四)快門速度 1/20 秒
模擬眼睛所見 疊圖 60 張 疊圖 40 張



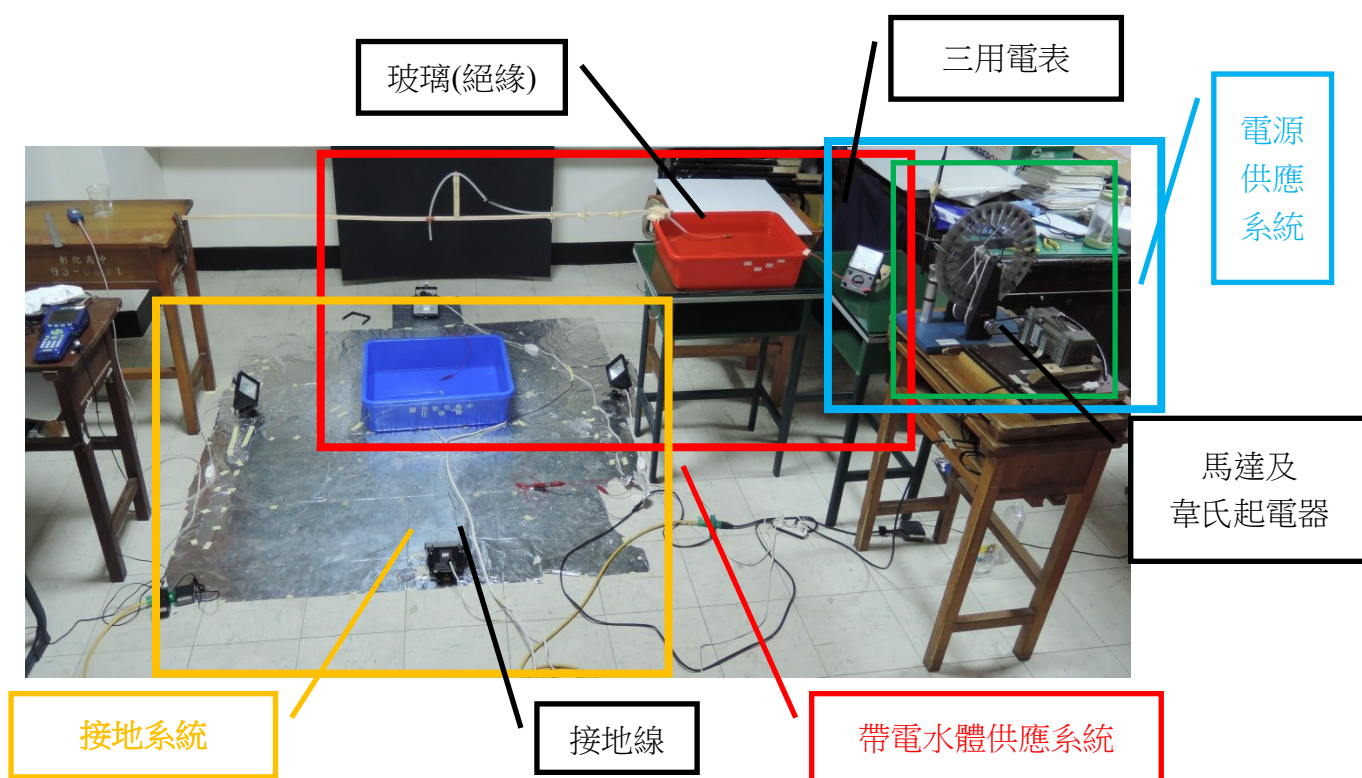
壹、研究動機

在一次專題課的時候，老師介紹了韋氏起電器。我們對這有趣的儀器產生了玩心，於是開始嘗試將電導入各種東西。在一次偶然的實驗裡，我們將電導入流動的水裡。結果發現了一個有趣的現象—水柱散開了，也啟發了我們以下的實驗。

不少人已經做過關於水與電的研究，如水橋(water bridge)等，但還沒有查到過將電導入水中並使水柱散開的實驗，因此這對我們是一個極為新鮮有趣的實驗。

貳、研究設備及器材

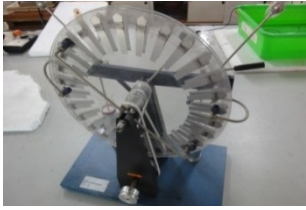
一、裝置照片



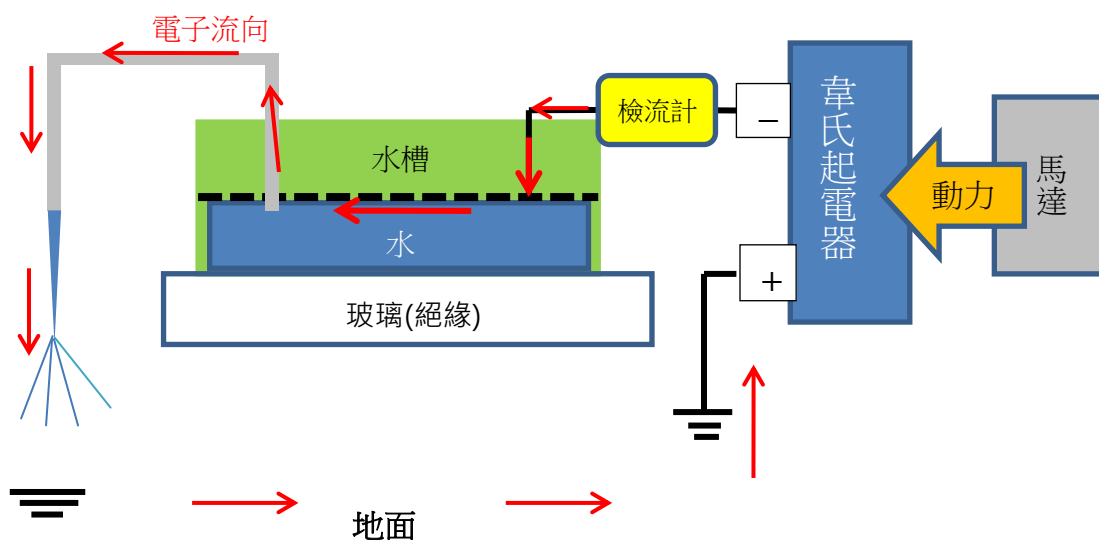
圖(五)

1. **電源供應系統**：以可調控轉速的馬達經由輪軸及皮帶帶動韋氏起電器，將韋氏起電器一極接地，另一極接到三用電表(檢流)再通入水盆，控制馬達轉速即可調控通入水盆的電流。
2. **帶電水體供應系統**：以虹吸管原理使水盆內的水從水管流出，並固定水管於木頭支架上。水管在水盆一端使用節流閥調控及固定流率，並由導線通入電荷。
3. **接地系統**：若電荷累積在地板上會影響實驗，因此需要一套接地系統。在實驗區域(接水的水盆和四盞燈)下方鋪上鋁箔紙，並連接鋁箔紙和學校的接地線。

二、器材

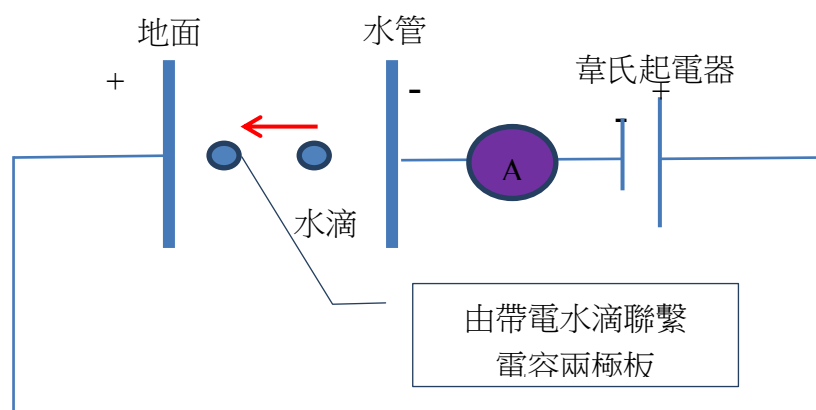
馬達	韋氏起電器	高速攝影機	節流閥
			
三用電表、滑輪×2(大：半徑 30cm；小：半徑 20cm)、履帶(直徑 100cm)×1、微量天秤			

三、裝置示意圖



圖(六)

四、電路示意圖

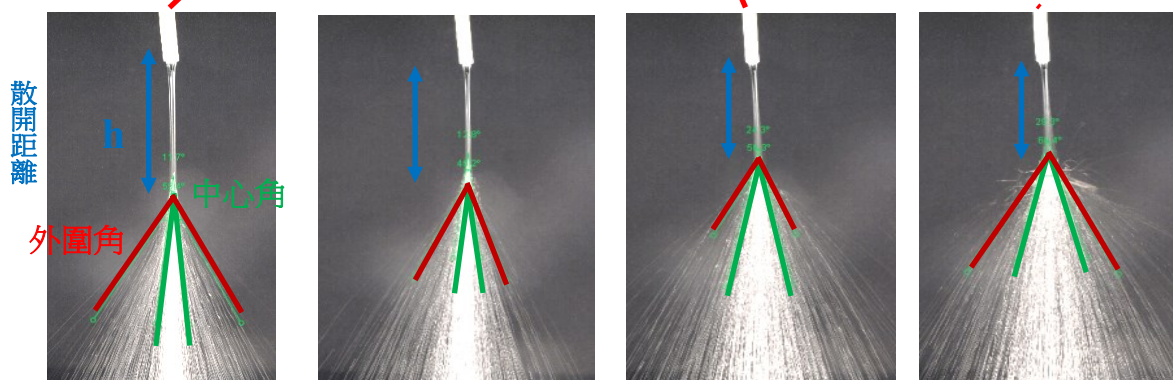
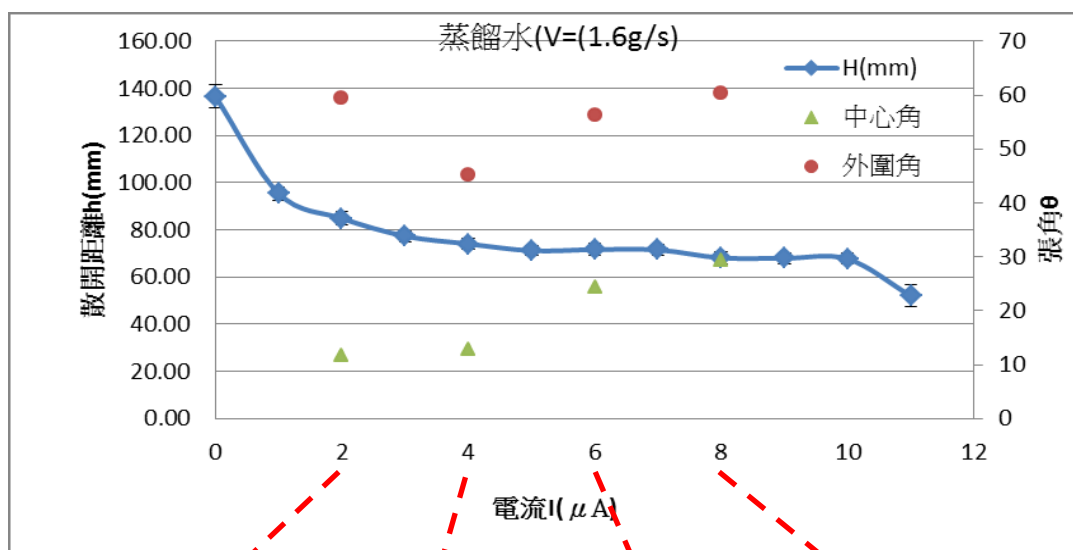


圖(七)

韋氏起電器為電路中的直流電源，而水管與地面之間就如同是一個**電容器**，但兩極板之間能就由**帶電的水滴來做溝通**，而水滴從負極板(水管)每秒帶走的電荷量剛好就是三用電表測到的電流值。這就是為何一個類似電容器的系統會有穩定電流的原因。

叁、研究目的及方法

現象：



圖(八)

1.散開距離：

隨著通入電荷(以下稱為電流)的增加，水柱下方散開，散開的水滴分布呈現錐狀，散開距離隨電流增加而下降，且下降逐漸趨緩。

2.散開張角：

隨著電流的增加，水柱散開的中心角有隨電流增大而增大的趨勢，而外圍角較看不出趨勢。

研究目的：

一、基本性值探討

1. 電流對水流量的影響
2. 水柱散開的機制
3. 電流與水流量對截斷水滴直徑的影響

表(一)

實驗	實驗設計	實驗步驟
1. 電流對水流量的影響	a. 液體：蒸餾水 b. 初始流量範圍：0.4~2.0(g/s) 初始流量間隔：0.4(g/s) c. 電流範圍：0~10 μ A 電流取樣間隔：2 μ A d. 室溫：25~27°C e. 絕對濕度：10 $\pm$ 0.5 (g/m ³)	a. 使用節流閥，固定初始流量 V_0 b. 調整馬達轉速以固定一電流 I c. 使用燒杯接水，並測量前後重量差 ΔW 以及時間 t，則水的質量流率 $V = \Delta W / t$ d. 改變通電電流量 I，重複步驟 c e. 改變初始流量，重複步驟 a~d
2. 水柱散開的機制	a. 液體：蒸餾水 b. 初始流量範圍：1.6(g/s) 初始流量間隔：0.2(g/s) c. 電流範圍：0~12 μ A 電流取樣間隔：2 μ A d. 室溫：25~27°C e. 絕對濕度：10 $\pm$ 0.5 (g/m ³)	a. 使用節流閥，固定初始流量 V_0 b. 調整馬達轉速以固定一電流 I c. 使用高速相機拍攝水柱散開情形 (60fps，快門速度 1/1000s) d. 改變通電電流量 I，重複步驟 c
3. 電流與水流量對截斷水滴直徑的影響	a. 液體：蒸餾水 b. 初始流量範圍：1.6(g/s) c. 電流範圍：0~12 μ A 電流取樣間隔：水滴直徑 1 μ A d. 室溫：25~27°C 絕對濕度：10 $\pm$ 0.5 (g/m ³)	a. 使用節流閥，固定初始流量 V_0 b. 調整馬達轉速以固定一電流 I c. 使用高速相機拍攝水柱散開情形 水滴直徑(快門速度 1/2000s) d. 改變通電電流量 I，重複步驟 c e. 改變初始流量，重複步驟 a~d f. 軟體 Tracker 分析水滴直徑

二、實驗設計

1. 電流對散開距離及張角的影響
2. 液體表面張力對結果的影響
3. 液體導電度對結果的影響

表(二)

實驗	實驗設計	實驗步驟
實驗一 電流對散開距離與張角的影響	a. 液體：蒸餾水 b. 初始流量範圍：0.4~2.0(g/s) 初始流量間隔：0.2(g/s) c. 電流範圍：0~12 μ A 電流取樣間隔：散開距離 1 μ A 散開張角 2 μ A d. 室溫：25~27°C e. 絕對濕度：10 $\pm$ 0.5 (g/m ³)	a. 使用節流閥，固定初始流量 V_0 b. 調整馬達轉速以固定一電流 I c. 使用高速相機拍攝水柱散開情形 散開距離(60fps，快門速度 1/1000s) 散開張角(快門速度 1/20 s) d. 改變通電電流量 I，重複步驟 c e. 改變初始流量，重複步驟 a~d f. 使用軟體 Tracker 分析水柱散開位置 軟體 Image J 分析水柱散開張角

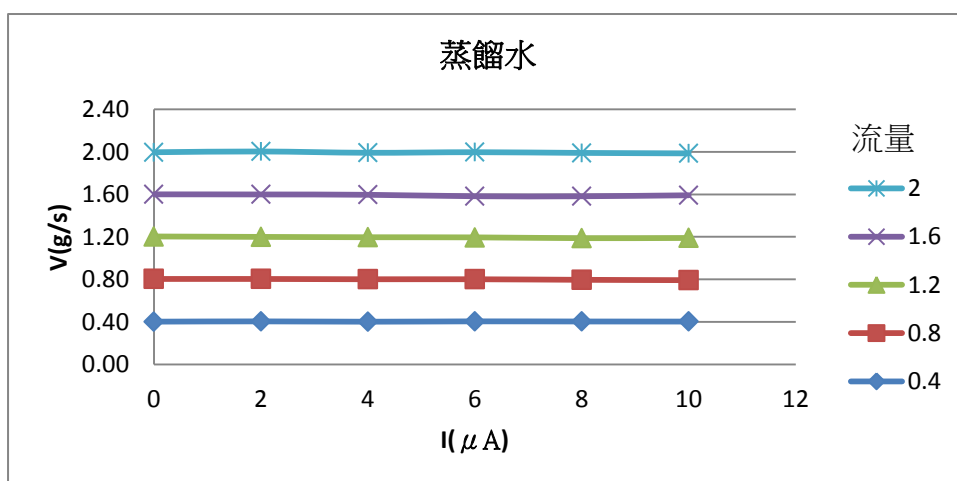
實驗二 表面張力對散開距離與張角的影響	a. 液體：不同濃度的清潔劑水溶液(重量百分濃度：0%、0.1%、0.2%、0.5%) b. 初始流量：1.6(g/s) c. 電流範圍：0~12μA 電流取樣間隔：散開距離 1μA 散開張角 2μA d. 室溫：25~27°C e. 絕對濕度：10 $\pm$ 0.5 (g/m³)	a. 使用節流閥，固定初始流量V_0 b. 調整馬達轉速以固定一電流 I c. 使用高速相機拍攝水柱散開情形 散開距離(60fps，快門速度 1/1000s) 散開張角(快門速度1/20 s) d. 改變通電電流量 I，重複步驟 c e. 更換不同濃度的清潔劑水溶液，重複步驟 a~d f. 使用軟體 Tracker 分析水柱散開位置 軟體 Image J 分析水柱散開張角
實驗三 導電度對散開距離的影響	a. 液體：氯化鈉水溶液 (重量百分濃度：0%、10%) b. 初始流量：1.6(g/s) c. 電流範圍：0~12μA 電流取樣間隔：散開距離 1μA d. 室溫：25~27°C e. 絕對濕度：10 $\pm$ 0.5 (g/m³)	a. 使用節流閥，固定初始流量V_0 b. 調整馬達轉速以固定一電流 I c. 使用高速相機拍攝水柱散開情形 散開距離(60fps，快門速度 1/1000s) d. 改變通電電流量 I，重複步驟 c e. 更換不同濃度的食鹽水溶液，重複步驟 a~d f. 使用軟體 Tracker 分析水柱散開位置

肆、基本性質探討

※名詞定義：

1. 電流 I(μ A)：用來表示每秒充入水盆的電荷量，由三用電表讀得。
2. 散開距離 h(mm)：連續水體最低點與管口間的距離。(數據分析方法請見附錄一)
3. 散開張角(θ 、 ϕ)：水柱散開形成的張角。分為中心角 θ (內側水滴密集處)和外圍角 ϕ (水柱散開的最大張角)。(詳細定義與數據分析方法請見附錄一)
4. 水流量 V(g/s)：水的質量流率。

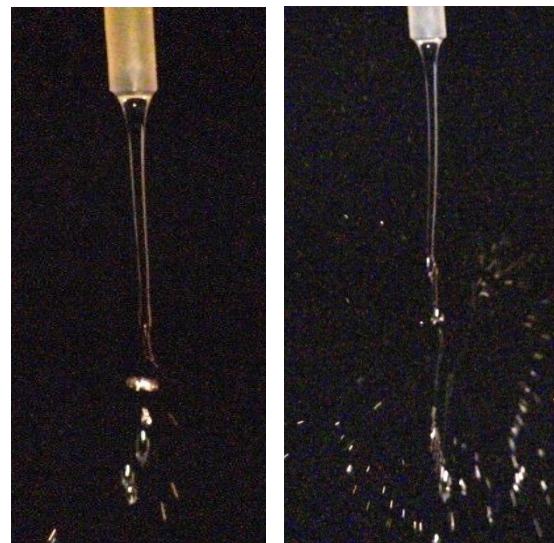
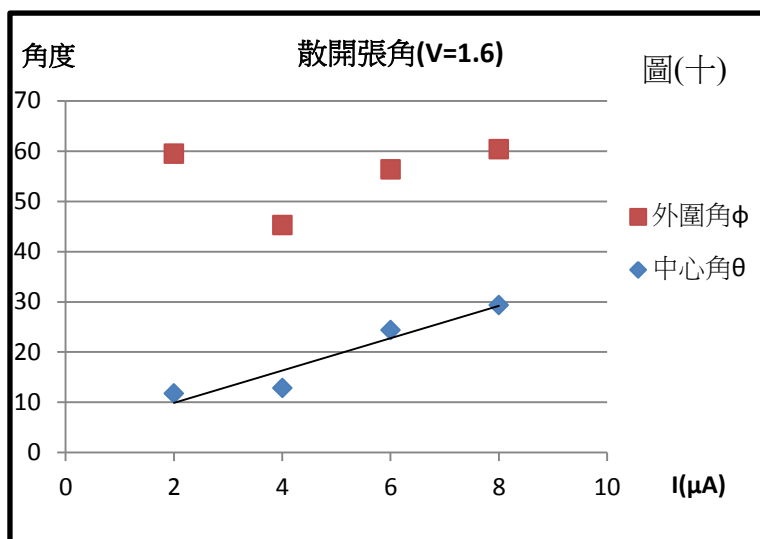
一、電流對水流量的影響



由圖(九)可看出隨著電流增加，水流量幾乎不改變。因此可以確定水滴變水柱的機制，以及散開距離減少的機制，並不是由水流量的改變引起的。

圖(九)

二、水柱散開的機制



圖(十一)

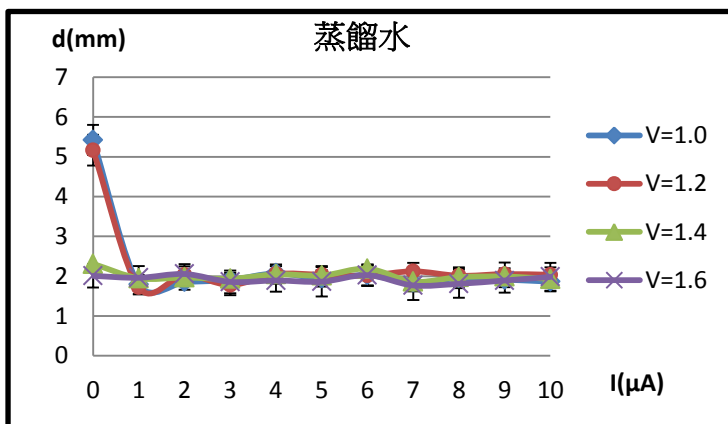
隨著電流增加，中心角變大，然而外圍角幾乎沒有變化。

事實上在低電流時大部分水滴都是因截斷形成。但我們也發現可能發生另一種水滴形成方式，就是水柱甩動而產生水滴，這種情形在大電流較容易發生。

由圖(十一)可以看出甩動造成的水滴較小，因此受到靜電排斥力之後可獲得較大的加速度，加上甩動本身就具有側向速度，因此我們推測甩動造成的水滴是造成外圍角的主因。

電流越大，甩動出現的機率越高，然而不論電流大小都有可能造成水柱甩動，由實驗結果看出外圍角不隨電流增加的變化不明顯。因此我們往後不討論外圍角 ϕ 的變化。

三、水滴直徑的變化



選取水柱斷開點附近的水滴量測大小。

流量 $V=1.0(g/s)$ 及 $1.2(g/s)$ 在管口處即形成水滴，在通電後拉長成水柱。

由圖中可以看出電流以及流量均不影響水滴直徑，水滴直徑 d 皆約為 $2mm$ 。

我們還沒有其他相關實驗證據，因此無法明確說明為何水滴直徑不改變，但會將其視為已知的條件。

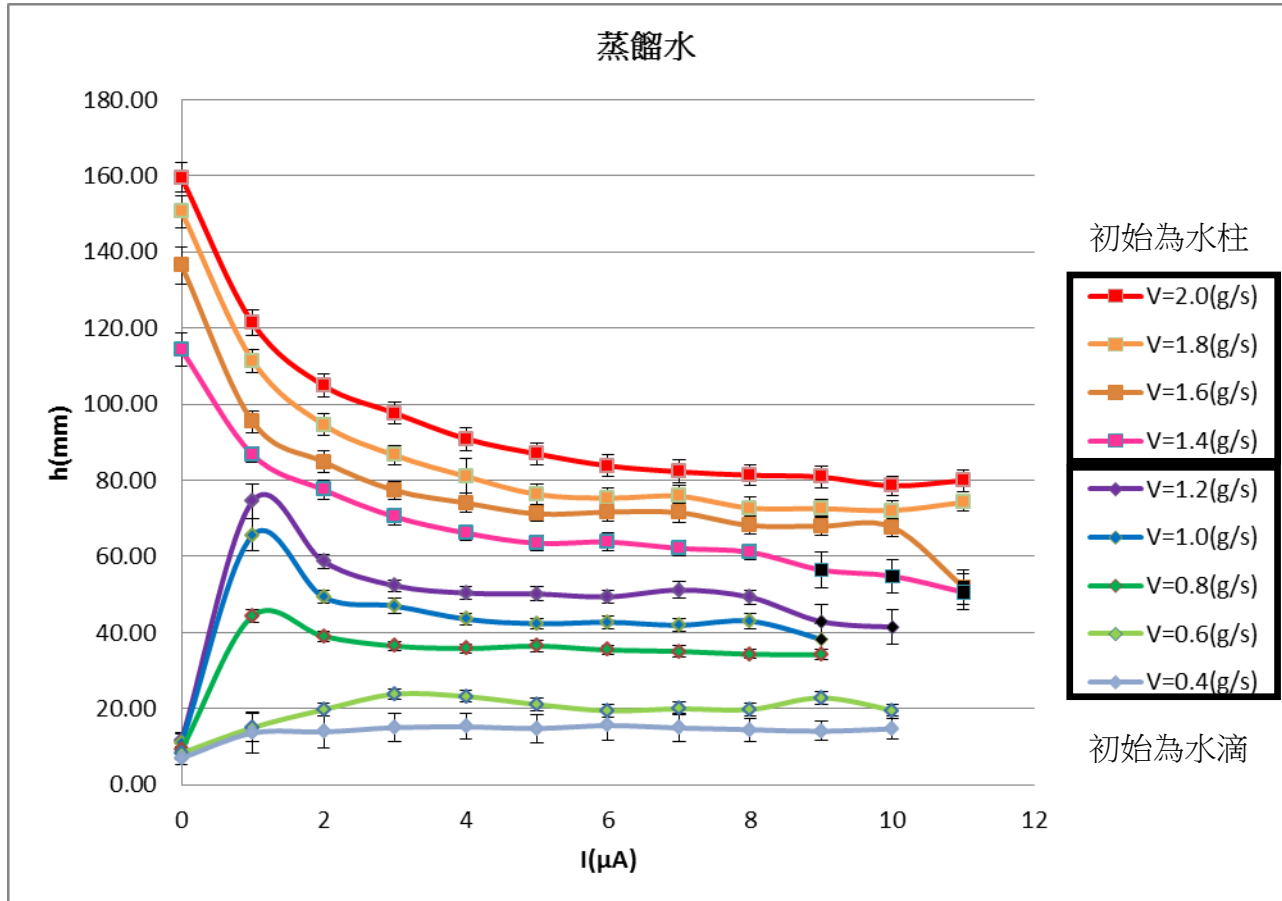
伍、研究結果

一、蒸餾水

(一)散開距離 h

1.圖表：

以下為各種不同初始流量下，散開距離對電流的關係圖



2.討論：

圖(十三)

- (1)小流量(0.4~1.2 g/s)初始為水滴，大流量(1.4~2.0 g/s)初始為水柱。同時我們發現未通電時，散開距離約 20~110mm 不存在，是因為水滴和水柱間沒有過渡期。
- (2)初始態為水柱，散開距離隨電流增加呈現衰降趨勢，且各流量的衰降趨勢幾乎相同，類似 exponential decay，下面做的函數擬合便是使用此函數。
- (3)初始態為水滴，通入電流後就被拉長成水柱(因電流間隔為 1 μA ，故難以判斷剛好變成水柱的臨界電流)。若是不看 0 μA 的數據點，其衰降趨勢亦與初始態為水柱的類似。
- (4)流量 0.4~0.6(g/s)的圖形幾乎呈現直線，在高速相機下呈現一條條長形水滴。
- (5)在電流較大時，會出現一些較特別的點(黑點標示)，其散開情形為「平面」(在討論、散開張角有詳細介紹)，其散開距離會明顯較低，且誤差槓也明顯較大。

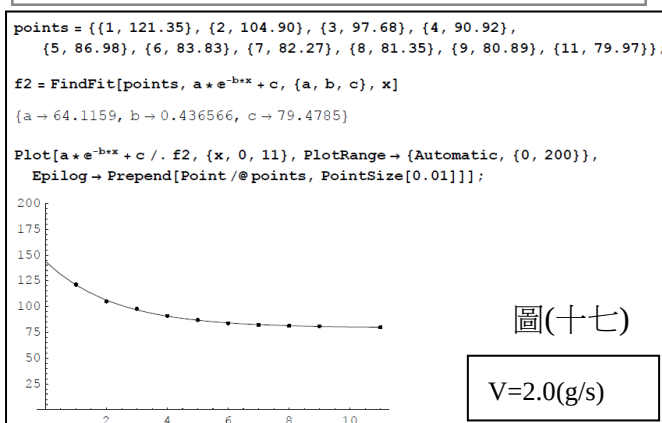
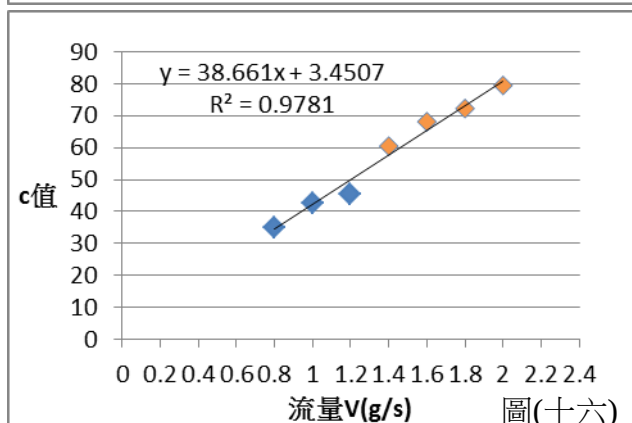
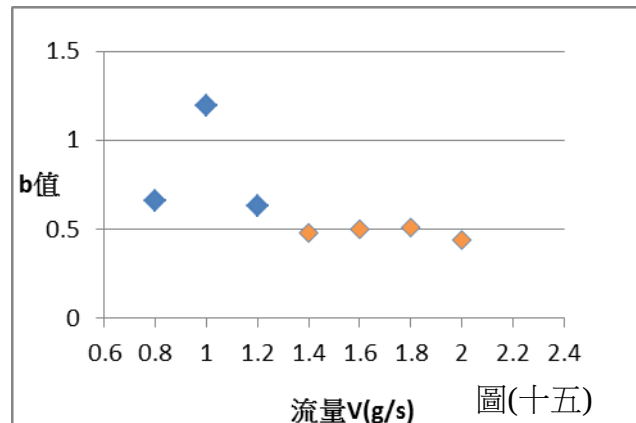
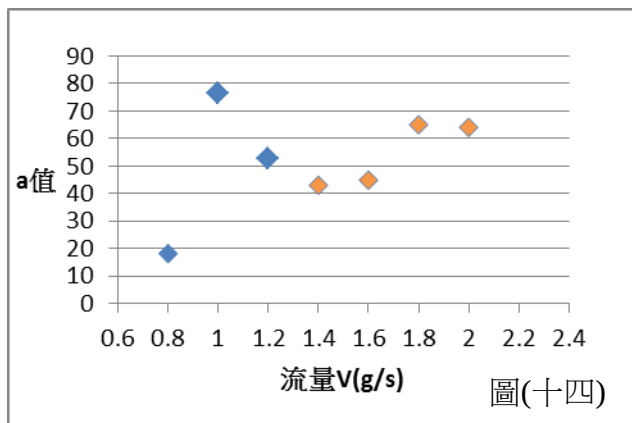
3.散開距離對電流的經驗公式：

將散開距離對電流的圖形，利用軟體 Mathematica 作擬合。

(捨棄 $0\mu\text{A}$ 為水滴的數據點，以及大電流出現「平面」的數據點)。

發現指數函數 $y = ae^{-bx} + c$ 擬合的效果較佳，故採用之。

以下為不同流量下擬合而得的 a 、 b 、 c 值。(0.4、0.6g/s 未擬合)



(圖(十四)為一組流量($V=2.0$)的擬合情形，其他擬合結果詳見附錄三)

用來擬合的函數 $y = ae^{-bx} + c$ ，有三個參數 a 、 b 、 c ，以下討論它們與流量 V 的關係。其中 b 值描述散開距離衰降程度； c 值為終端散開距離； $a+c$ 值則為水柱未通電時($x=0$)的散開距離。(藍色點：初始態為水滴；橘色點：初始態為水柱)

由圖(十二)、(十三)中可看出，水柱(橘色點)的 b 值幾乎不隨水流量而改變；而不論藍色點或橘色點， c 值(終端距離)均與流量呈正比關係。

因此我們可以推得蒸餾水散開距離的經驗公式(初始態為水柱)：

$$h = ae^{-bI} + kV$$

式中 h 為散開距離， I 為通入電流， V 為水流量。

a 值取決於未通電時的散開距離，與水流量有關。

b 值與水流量無關而與表面張力有關(請見三、清潔劑)。

(二)散開張角(θ)

1.分析：不同拍攝方法會造成不同結果。

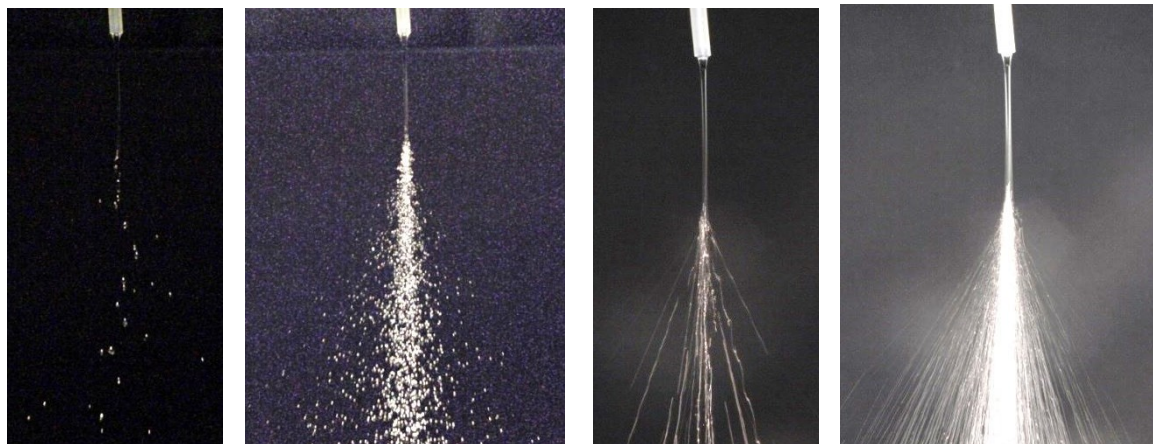
以下照片為流量 1.6(g/s)，電流 $I=4\mu\text{A}$ ，快門速度分別為：

(1)1/2000s

(2)1/2000s，40 張疊圖

(3)1/20s

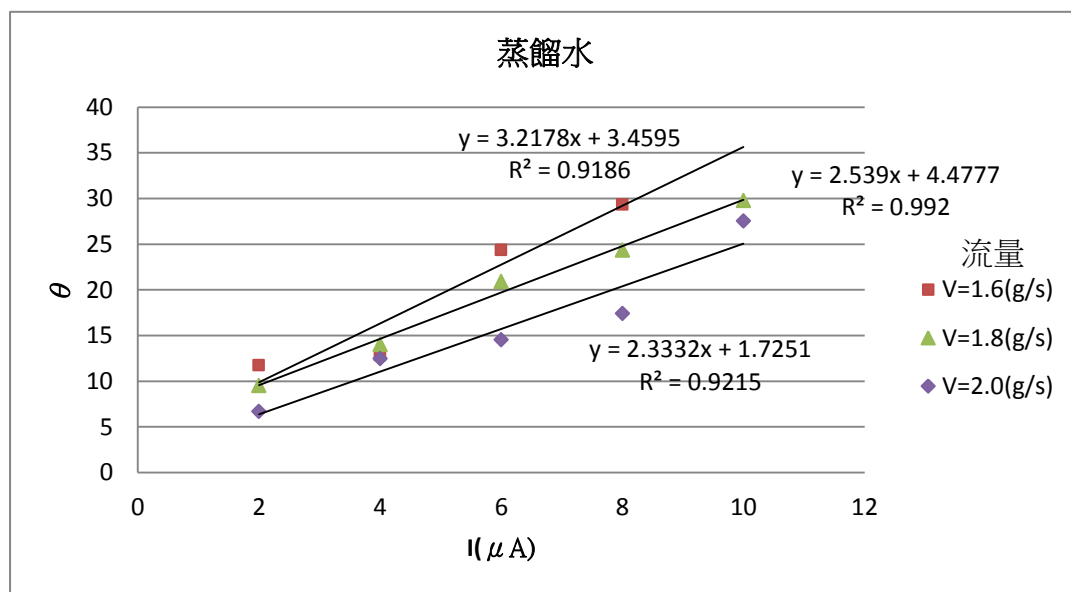
(4)1/20s，40 張疊圖



圖(十八)

由於快門時間 1/20s 時可以明顯看到水滴的軌跡，因此我們便選快門時間 1/20s，40 張疊圖，來作為我們分析的照片。

2.圖表(不同流量 $V=1.6\sim 2.0(\text{g/s})$)



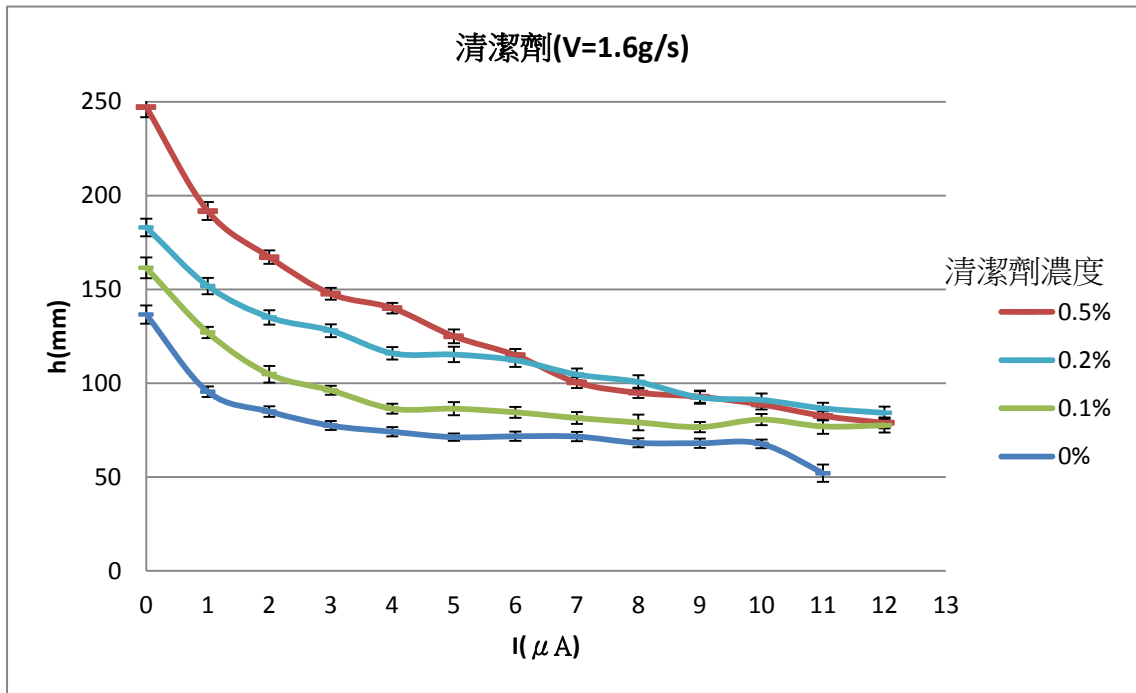
圖(十九)

中心角與電流呈正相關，且流量越大，在相同電流下張角越小。

三、表面張力對結果的影響

(一)散開距離 h

1.圖表



圖(二十)

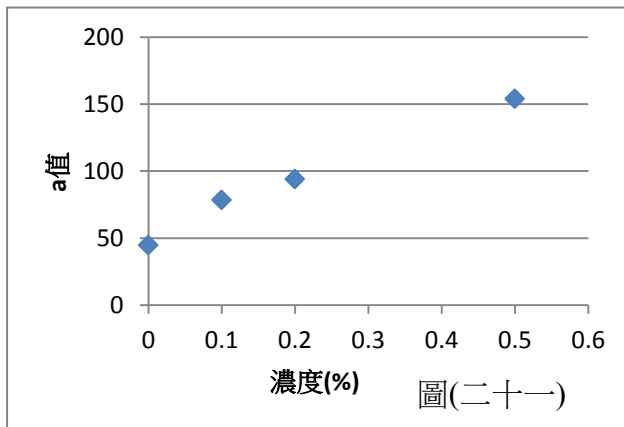
在電流較小時清潔劑濃度越高，散開距離越大。

電流較大時，不同濃度間散開距離的差異漸小，且趨於一個相同值。

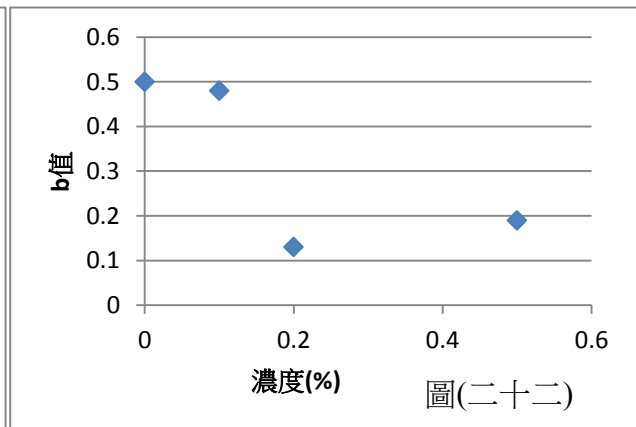
因此推測在小電流時由表面張力主導散開距離，大電流時則由電荷來主導散開距離。

2.散開距離對電流的經驗公式：

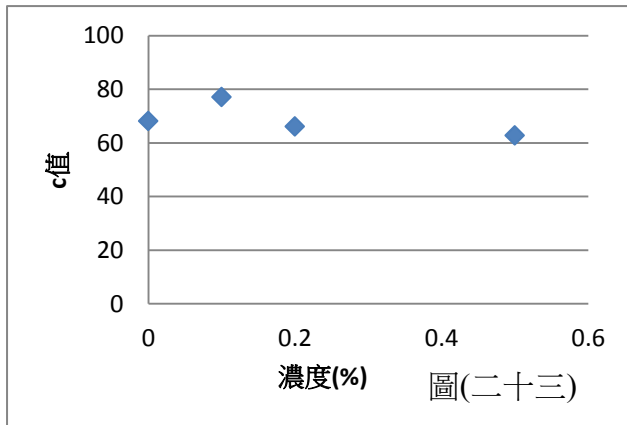
以下為不同濃度清潔劑液體擬合而得的 a 、 b 、 c 值。



圖(二十一)



圖(二十二)



※蒸餾水散開距離的經驗公式(初始態為水柱)： $h = ae^{-bl} + kV$

由圖表和 c 值看出，不同濃度的清潔劑溶劑終端高度相差不大，推測**表面張力不影響 k 值**。而 **b 值明顯受到不同濃度的清潔劑影響**，但因為沒有將濃度換算成表面張力。因此只能確定清潔劑濃度會影響 b 值。

3.現象不同清潔劑濃度實際散開距離的差異。

以下為高速相機下(1/1000s)的實際散開情形(流量 1.6g/s，電流 6uA)

(1)清潔劑濃度 0.1%

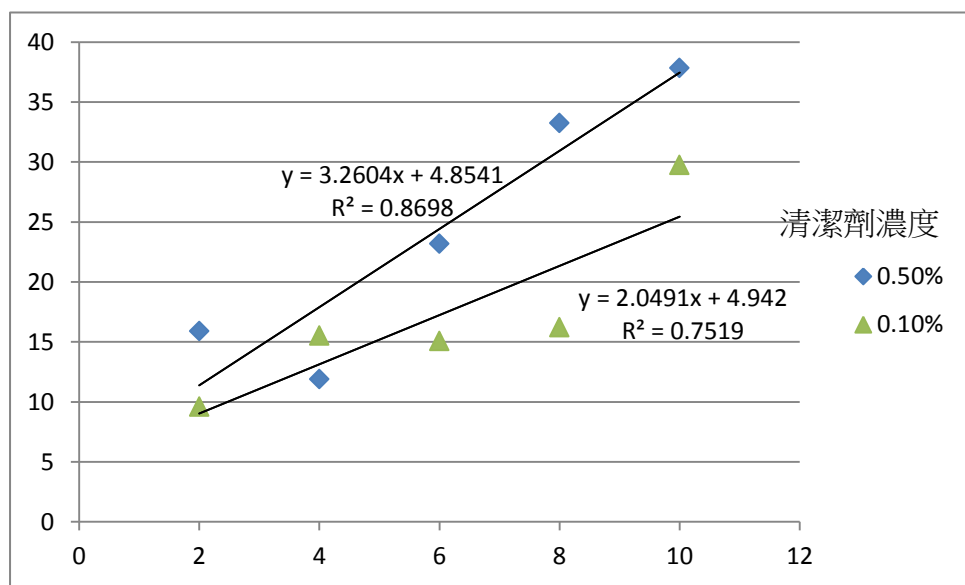


(2)清潔劑濃度 0.5%



清潔劑濃度較小時，水柱在下方被截成水滴，類似蒸餾水的散開情形。清潔劑濃度較大時，水柱有明顯的甩動，會噴出側向速度較大的細小水滴。

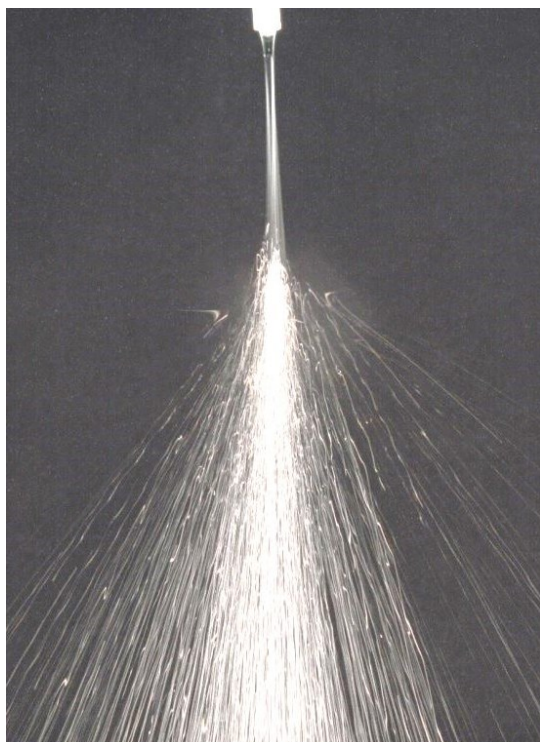
(二)散開張角 θ



圖(二十六)

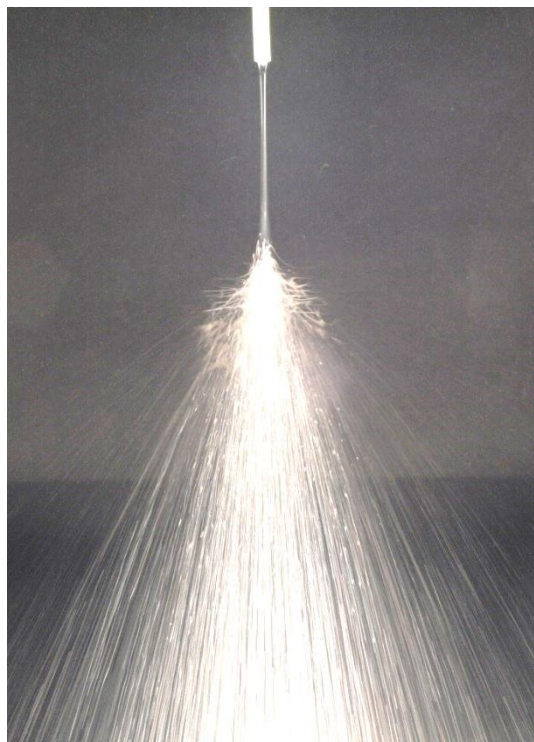
不同清潔劑濃度散開張角的差異(流量 1.6g/s，電流 6 μ A)：

(1)清潔劑濃度 0.1%



圖(二十七)

(2)清潔劑濃度 0.5%

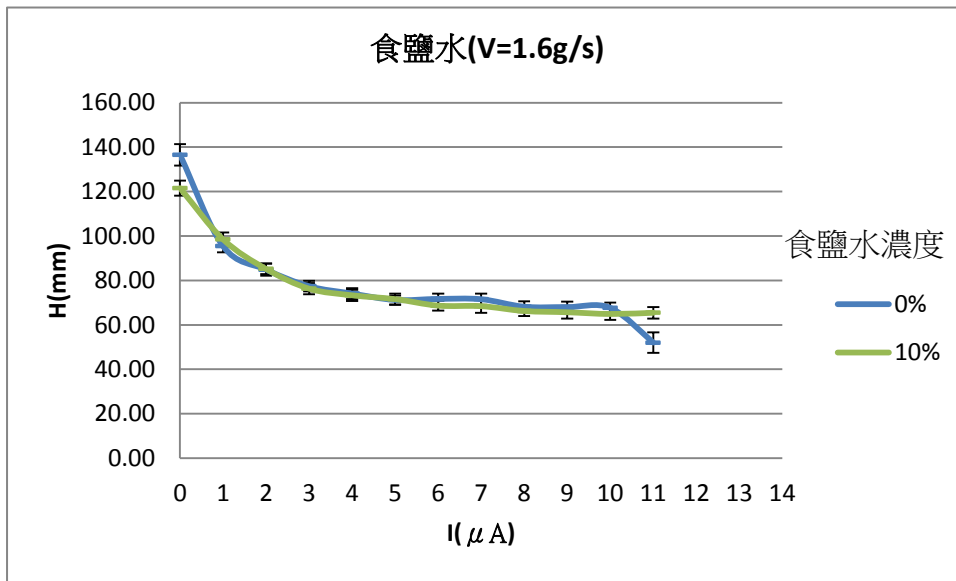


圖(二十八)

可明顯看出兩者散開的分布情形有很大差異。濃度 0.1%的中心角明顯較濃度 0.5%中心角小。這個現象在之前的高速相片(1/1000s)中即可預測到，濃度 0.5%水柱會有明顯甩動的現象，會讓具有較大側向速度的細小水滴比例增大，會造成中心角邊界模糊的視覺效果，因此會有分布較均勻的情形。

四、導電度對實驗結果的影響

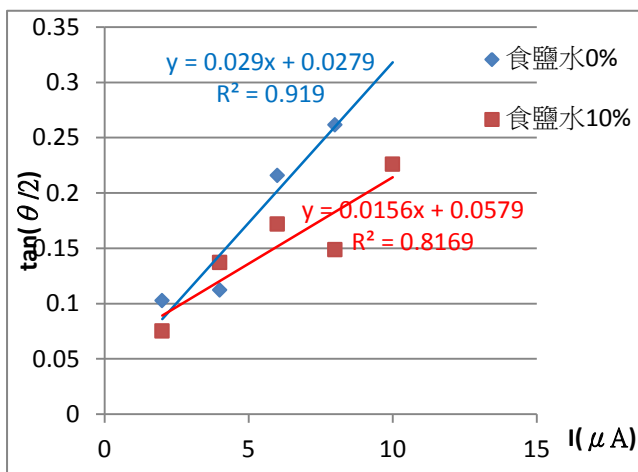
(一)散開距離 h



圖(二十九)

由圖(二十九)可以看出，不同濃度的食鹽水，對散開距離沒有影響。

(二)散開張角 θ



圖(三十)



圖(三十一) 食鹽水濃度 0%



圖(三十二) 食鹽水濃度 10%

由圖(三十)~(三十二)可明顯看出兩者散開的分布情形有很大差異。濃度 10%的中心角明顯較濃度 0%中心角小。

陸、討論

一、散開距離

(一)實驗結果：

	電流 I ↑	流量 V ↑	表面張力 ↓	電解質 ↑
散開距離 h	↓	↑	↑	×

表(三)

散開距離 h 可用下列經驗公式表達

$$h = ae^{-bI} + kV$$

a 值取決於未通電時的散開距離，與水流量有關。

b 值與水流量無關，但與表面張力有關。

k 值與表面張力無關。

(二)討論：

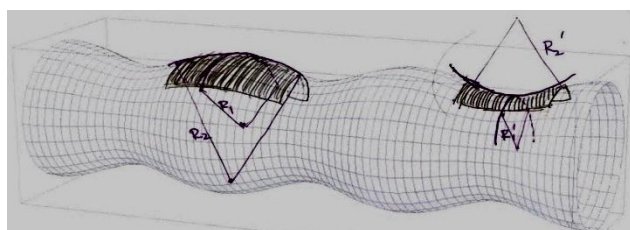
從水柱散開成水滴的機制定性討論。

低電流時，水柱散開的機制應保有原本未通電時的機制，因此先討論未通電時水柱如何被截成一粒粒的水滴。查閱相關文獻，找到布魯托-雷利不穩定性(Plateau-Rayleigh instability)可以用來解釋此現象。

布魯托-雷利不穩定性(Plateau-Rayleigh instability)：

模型是假設連續水體在無重力的環境下，受到微小擾動，因而會使水柱形狀呈現粗細不均的狀態。這種外型在幾何上可分成兩方面作討論(1)水柱的半徑 (2)水柱外表面的弧形。

由 Young-Laplace equation： $\Delta p = \gamma(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$ 來討論：



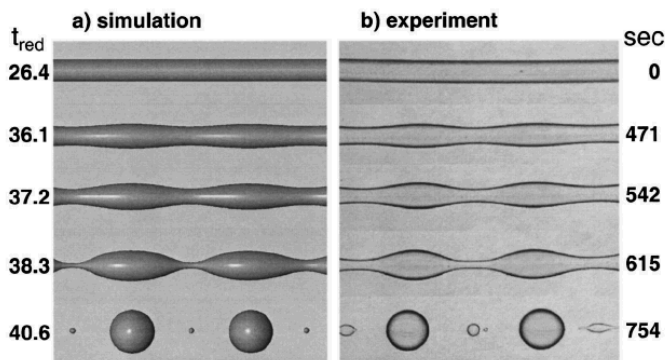
圖(三十三)

第(1)方面：考慮水柱半徑粗的地方半徑 R_1 大，對應的 Δp 較小；細的地方半徑 R_2 小，對應的 Δp 較大。壓力大的區域會將水擠往壓力小的區域，如此一來細的地方會變得更細，粗的地方會變得更粗，進而造成水柱被截成水滴。

第(2)方面：考慮外側弧表面的曲率半徑。細的地方外側弧表面曲率半徑(R_2')為負， Δp 為負壓；粗的地方曲率半徑(R_1')為正， Δp 為正壓，因此會使水柱恢復平滑。

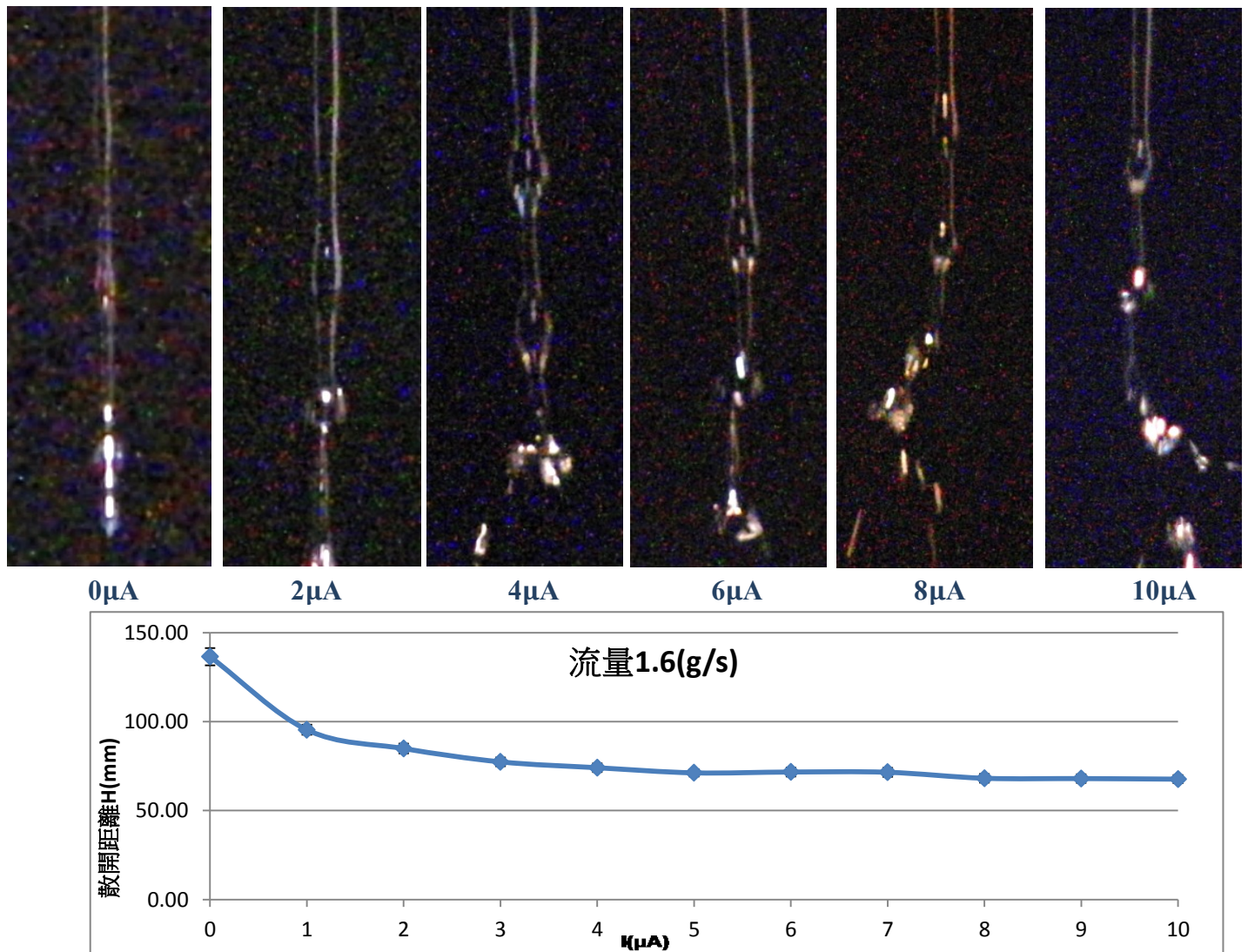
上述討論表明第(1)方面和第(2)方面對水柱 Δp 的效果相反，但這兩種作用通常不能精準抵銷，

通常某一種的作用會大於另一種。根據文獻[8]，這兩個方面作用的大小取決於水流的初始半徑和波數。但以上討論是建立在無重力環境下的均勻水流柱，在重力的影響下水柱也會隨離管口距離增大而半徑減小。



圖(三十四)

上圖截取自參考資料[9]。在我們的實驗也可發現這樣的現象。圖(三十五)



圖(三十六)

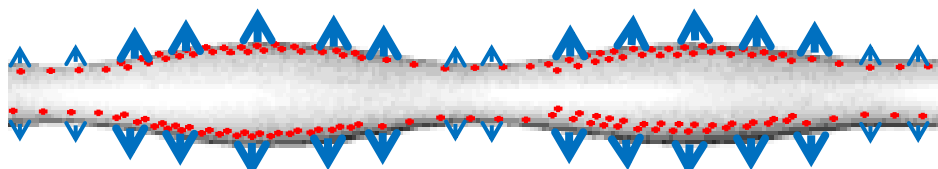
由照片中可以發現 0~4 μA 形狀變化明顯，但 6~10 μA 形狀變化不明顯。這符合散開距離的實驗結果：0~4 μA 散開距離隨電流變化大，而 6~10 μA 散開距離變化沒有太大差異。由此可得知截斷而形成水滴的方式，其實就是雷利不穩定性的結果。

由散開距離會隨電流而下降，可以推論電流可能會加強雷利不穩定性。

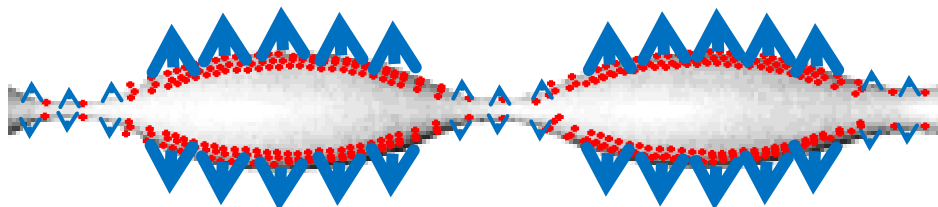
由電解質濃度對散開距離的影響知道電荷在水體內的行為與導體沒有太大的差異。

因此**假設電荷分布在表面附近**，並且曲率半徑為正(凸的地方)會有較多電荷，而曲率半徑為負(凹的地方)之處會有較少電荷。

而且隨著雷利不穩定性造加劇，凸的地方的曲率半徑變小，電荷密度會變得更大，讓原本受到較大靜電力的地方獲得更大的電荷密度；而原本凹的地方隨著雷利振幅增加，電荷密度會變得更小(如圖三十五、三十六)。這樣的效果會更加地**加劇不穩定性**。因此加入的電荷越多，不穩定性加劇，可以在**離管口較近的地方就被截斷**。



圖(三十七)



圖(三十八)

二、散開張角

(一)實驗結果：

	電流 I ↑	流量 V ↑	表面張力 ↓	電解質 ↑
散開張角 θ	↑	↓	↑	↓

表(四)

(二)討論：

由雷利不穩定性形成的水滴，在下方剛從水柱分離後，各個水滴之間的靜電力會把水滴推開，將各水滴之間的靜電位能轉成動能，增加側向速度。

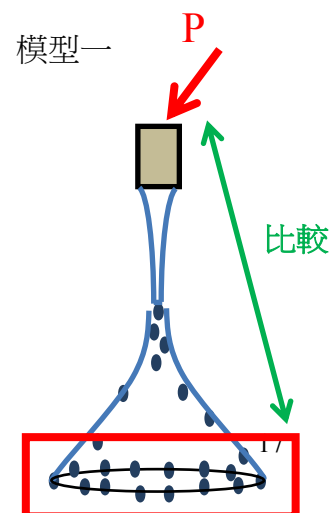
為了設計一個模型來解釋張角的變化，先討論由韋氏起電器提供的能量以何種形式儲存在水滴。以下為一個簡單的模型討論各種形式能量的數量級。

模型一：

靜電自能 E_q 為單一水滴電荷儲存的位能。靜電互能 E_w 為不同水滴間電荷的位能。 E_s 為單一水滴的表面能。則韋式起電器的功率 P ：

$$P = (E_q + E_s + E_w) \times f \quad (f: \text{每秒滴落的水滴數})$$

若考慮水滴間的距離已被斥開到足夠遠，靜電互能 E_w 幾乎轉變成動能。將速度分解成平行地面的分量 v_r (側向速度)以及垂直地面的分量 v_z 。若假設靜電互能只增加水平方向的動能 E_{kr} ，則：



$$P = (E_q + E_s) \times f + E_{kr}$$

又假設當水滴滴下時每滴的體積相等且為球形(電容 $C = 4\pi\epsilon_0 R$)，並此時水滴間距離夠遠故可視為孤立的球形電容器。則可改為：

$$P = \frac{q^2}{2 \times 4\pi\epsilon_0 R} \times f + 4\pi R^2 \gamma \times f + E_{kr} \quad (\gamma: \text{表面張力係數}, \text{又 } q = \frac{I}{f} \text{ 帶入})$$

$$= \frac{I^2}{8\pi\epsilon_0 R f} + 4\pi R^2 \gamma f + E_{kr} \quad (f = \frac{V}{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho} \text{ 帶入}, V \text{ 為質量流率})$$

$$= \frac{R^2 I^2 \rho}{6\epsilon_0 V} + \frac{3V\gamma}{\rho R} + E_{kr}$$

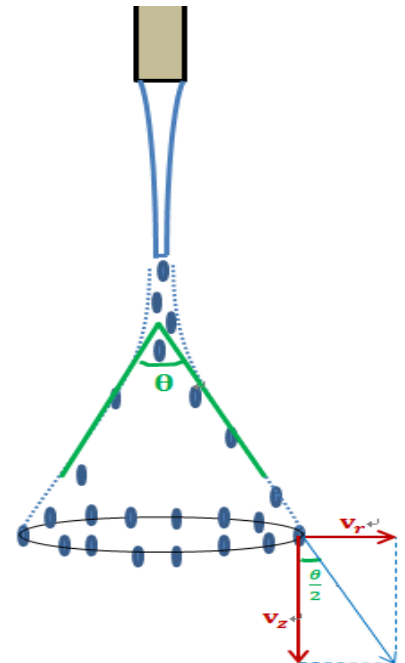
其中 E_{kr} 參考右圖，可得 $E_{kr} = \frac{1}{2} m v_r^2 = \frac{1}{2} m (v_z \cdot \tan \frac{\theta}{2})^2$ 。

帶入實際數值。取 $V=1.6(\text{g/s})$ ， $I = 6\mu\text{A}$ ，此時中心角 $\theta \approx 25^\circ$ 。
我們取離管口 20cm 的速度 $v_z \approx 2(\text{m/s})$ ，水滴半徑約 1mm。則：

第一項靜電自能加總 $\frac{R^2 I^2 \rho}{6\epsilon_0 V} \approx 4.24 \times 10^{-1}(\text{J})$

第二項表面能加總 $\frac{3V\gamma}{\rho R} \approx 2.19 \times 10^{-4}(\text{J})$

第三項動能加總 $E_{kr} \approx 2.3 \times 10^{-4}(\text{J})$



可以看出靜電自能 E_q 明顯比其他兩項都要大，得出韋氏起電器提供的能量大多儲存在靜電自能。本來希望利用功率 P 和 θ 做比較，但因為在水滴 1mm 的條件下 θ 這項幾乎可以忽略，因此不適合拿來討論 θ 和其他參數間的關係。

因此以下利用另一個想法，靜電互能 E_w 轉換成側向速度造成的動能。

模型二：

沿用模型一的假設，考慮一水滴，出管口時的靜電互能依某比例轉換成下方的側向動能

靜電互能 $E_w \propto q^2$

側向動能 $E_{kr} = \frac{1}{2} m (v_z \cdot \tan \frac{\theta}{2})^2 \propto (\tan \frac{\theta}{2})^2$

(假設 z 方向速度變化不大)

$\rightarrow q \propto \tan \frac{\theta}{2}$

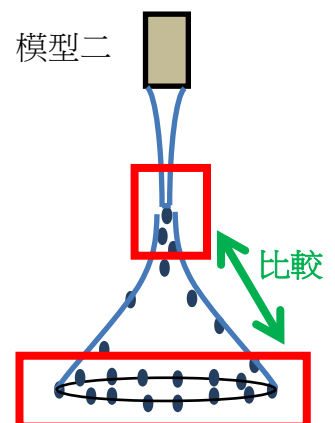
又利用"基本性質測量"，水滴大小不變，因此

水滴上的電荷正比於電荷密度 $\frac{\rho I}{V} (\text{C/m}^3)$

$\rightarrow q \propto \frac{\rho I}{V} \propto \tan \frac{\theta}{2}$

$\rightarrow \tan \frac{\theta}{2} \propto V^{-1} \cdot I$

(此模型假設所有水滴散開的張角均為 $\tan \frac{\theta}{2}$)



(三)甩動與平板：

從不同電流下散開情形的照片可以發現，在低電流時形成的水滴主要是因為雷利不穩定性，甩動出現的機率較小，但也因為這種出現機率較小由甩動形成的水滴構成外圍角。隨著電流增大，甩動出現的機率有上升的趨勢。

造成水柱甩動的原因是水柱不均勻的受力，水柱會受到下方水滴或是水柱本身的靜電力，但是多半非各項同性，往往會有某方向特別大，因而會造成水柱不規則地甩動。

對於不均勻受力如何影響其結果，可以分成兩個面向作討論

(1)水柱上的電荷多寡(電流)

(2)水柱直徑(表示其慣性)

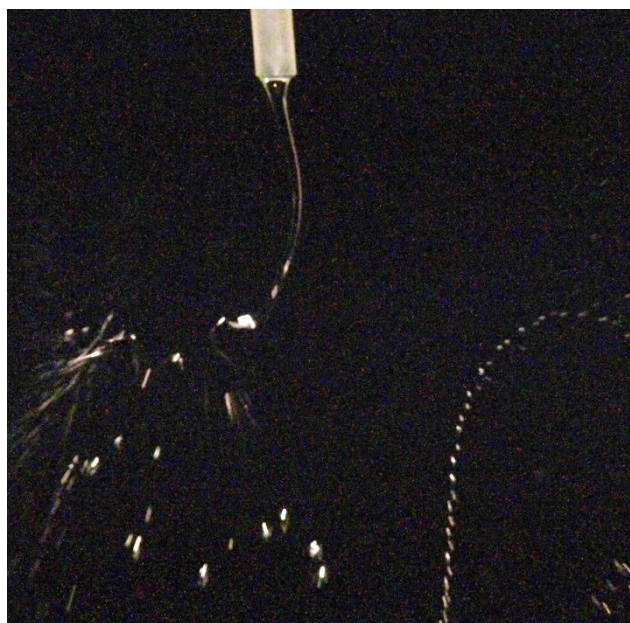
(3)管口的振動

在實驗中會發現甩動出現的頻率有隨著電流增大的趨勢，即可看出(1)的作用。

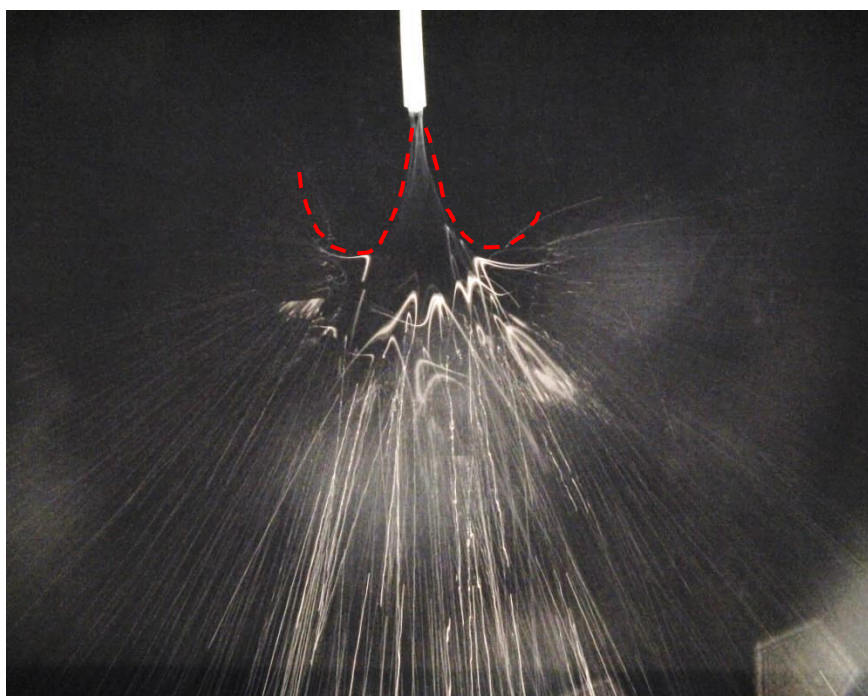
比較蒸餾水與清潔劑水溶液的實驗，相同流量及電流條件下，清潔劑水溶液散開距離較蒸餾水大，因而水柱直徑較小，可以觀察到 0.5% 的清潔劑明顯較蒸餾水有更大幅度的甩動，這應是(2)的作用。

另外，還有一種特別的情形能造成非常大幅度的甩動，而它的散開情形為”平面”，當這種情形發生時，水柱會帶動水管在管口處有明顯的振盪，而且這種振盪常常會固定在某一特定方向。這樣的情形會造成水滴有極大的張角(超過 180°)

會出現這種情況的原因，可能是因為外界的擾動或是本身不均勻的靜電力而造成水柱和管口共振。在電流較大時較容易發生，或這是敲擊桌子都可以引起。雖然在開始振盪後，通常都會固定在某個方向，但這個特定方向可能發生在任一方向，即平面的走向是由初始擾動的條件所決定，而平面的走向在任一方向都可能發生，但發生後基本上走向就固定了。這即是(3)的作用。



圖(三十九)



圖(四十)→

柒、結論

本文討論高電壓的靜電通入流動的水中的現象。透過我們的實驗設計，可以創造出一個讓水穩定帶電的方法。用兩個物理量散開距離與散開張角來描述此現象。

發現散開距離與雷利不穩定性有密切關係，且電荷會加劇不穩定性。散開張角則與靜電斥力有密切關係，並且提出了模型定性解釋張角與電流和水流量的關係。並改變不同的變因(1)電流 (2)水流量 (3)液體表面張力 (4)液體導電度。實驗結果：

一、基本性質測量：

1.電流不改變水流量 2.水柱散開的機制分為截斷與甩動 3.電流與水流量不影響截斷的水滴大小

二、實驗結論：

1.散開距離：提出經驗公式 $h = Ae^{-bI} + kV$

2.散開張角：由定性理論模型得出 $\tan \frac{\theta}{2} \propto V^{-1.5} \cdot I$

由實驗結果得到(1)中心角與電流呈現高度正相關

以及(2)張角與流量呈現負相關，均可用模型得到的結果解釋

捌、未來展望

一、能夠更深入了解通入少量電荷而讓水滴變成水柱的機制。

二、將表面張力的實驗做得更精確，得到經驗公式 b 值的表達式。

三、統合雷利不穩定性以及電荷對散開距離的影響，定量的來了解經驗公式。

四、能從機率統計的角度，更加精確的描述散開張角。

玖、參考資料及其他

一、參考資料

[1]周鍵旻/林春呈/楊致忠/杜葉祥(2002)。探討水滴電潤濕反應現象

[2]譚詠心 /洪紘家 /吳昇峰(2013)。是誰掐斷了水柱

[3] Lawrie B. Skinner, Chris J. Benmore, BadriShyam, J. K. R. Weber, and John B. Parise(2012).Structure of the floating water bridge and water in an electric field

[4]An MIT lecture on falling fluid jets, including the Plateau-Rayleigh instability

<http://web.mit.edu/1.63/www/Lec-notes/Surfacetension/Lecture5.pdf>

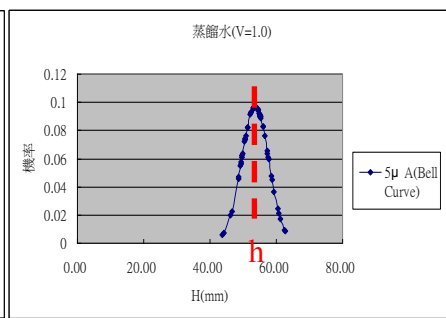
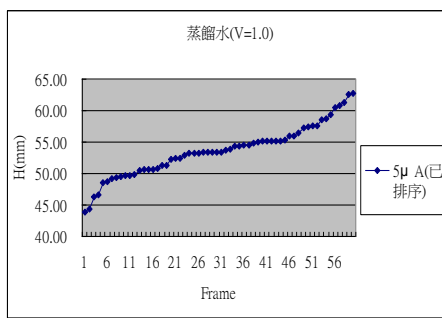
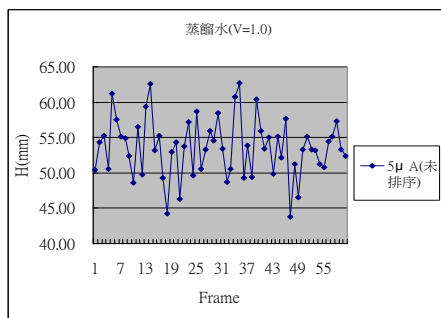
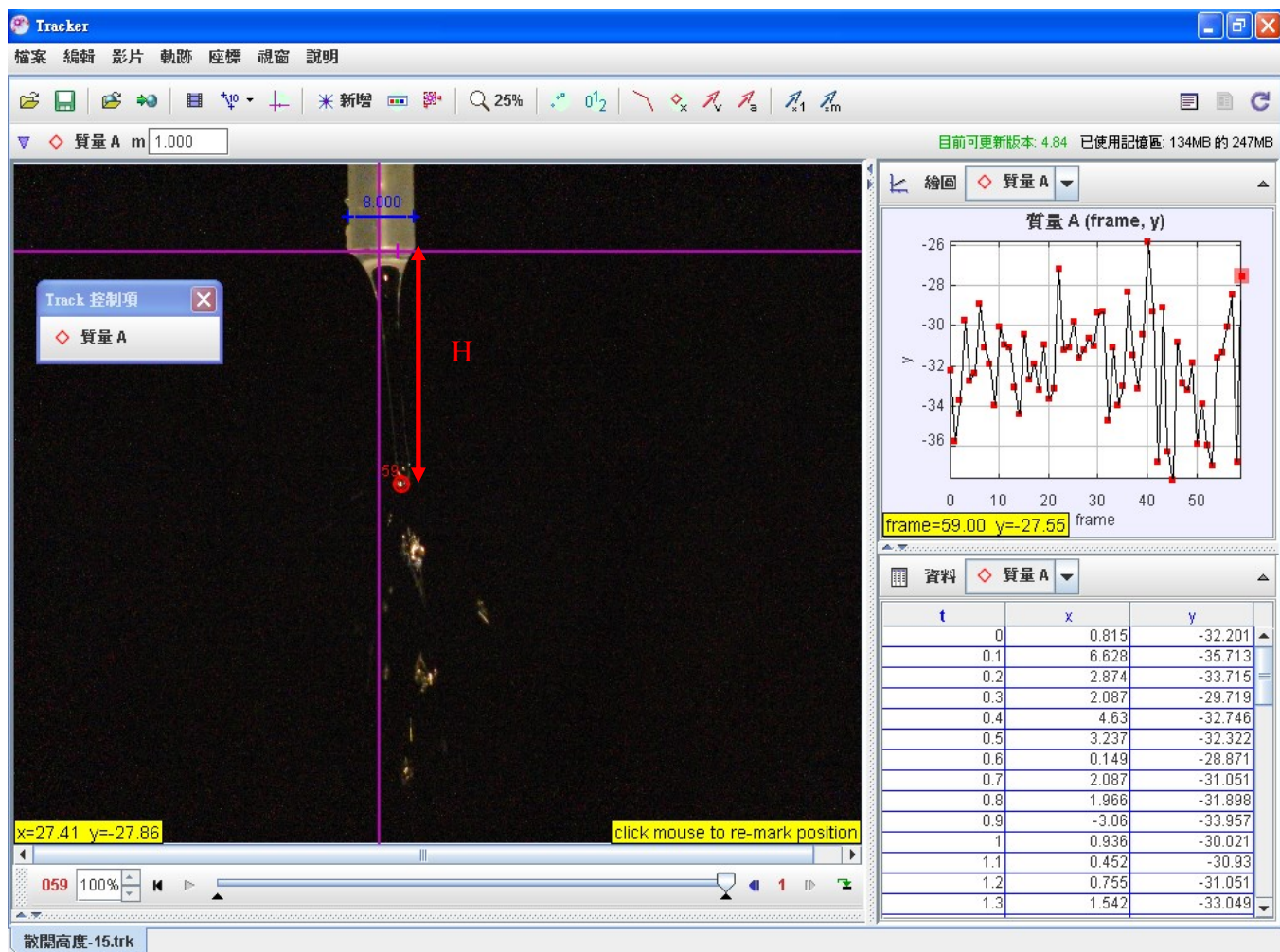
[5]A Fluid thread breakup by capillary instability under weak confinement

http://ciks.cbt.nist.gov/~garbocz/ReviewE_2004/node4.htm

附錄一、數據分析

一、散開距離 h

1. 利用高速攝影機拍攝曝光時間 $1/1000$ 秒的相片。
2. 使用軟體 Tracker 分析水柱散開位置：以水管口徑(8mm)做為比例尺，量取管口到散開位置的距離(H)，以此分析一組 60 張的相片。
3. 用 excel 處理得到的數據：將得到的數據進行排序，並算出平均及標準差，以 Normdist 函數算出機率分布，做出鐘型曲線圖，取機率最高者為該組之散開距離。



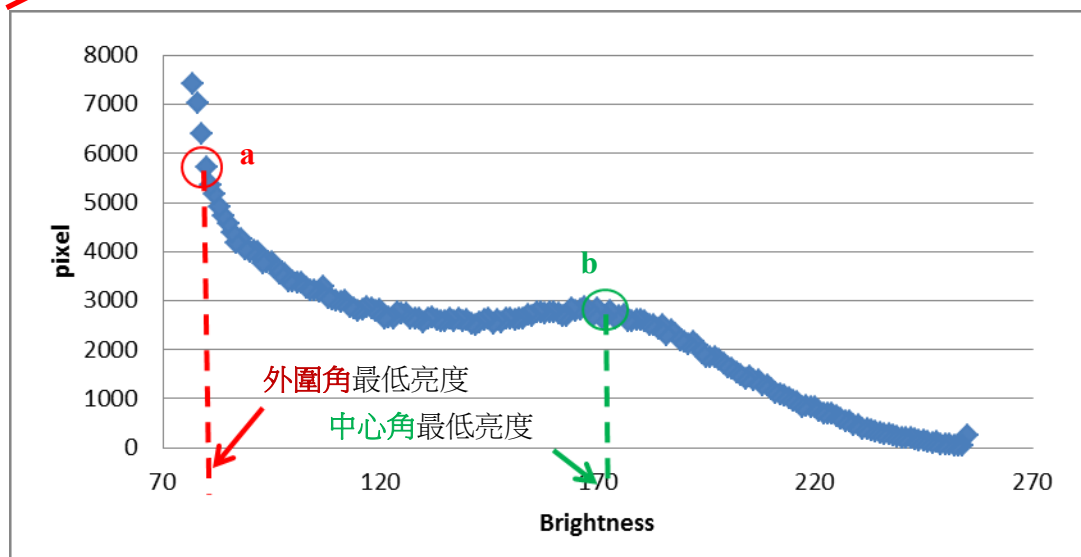
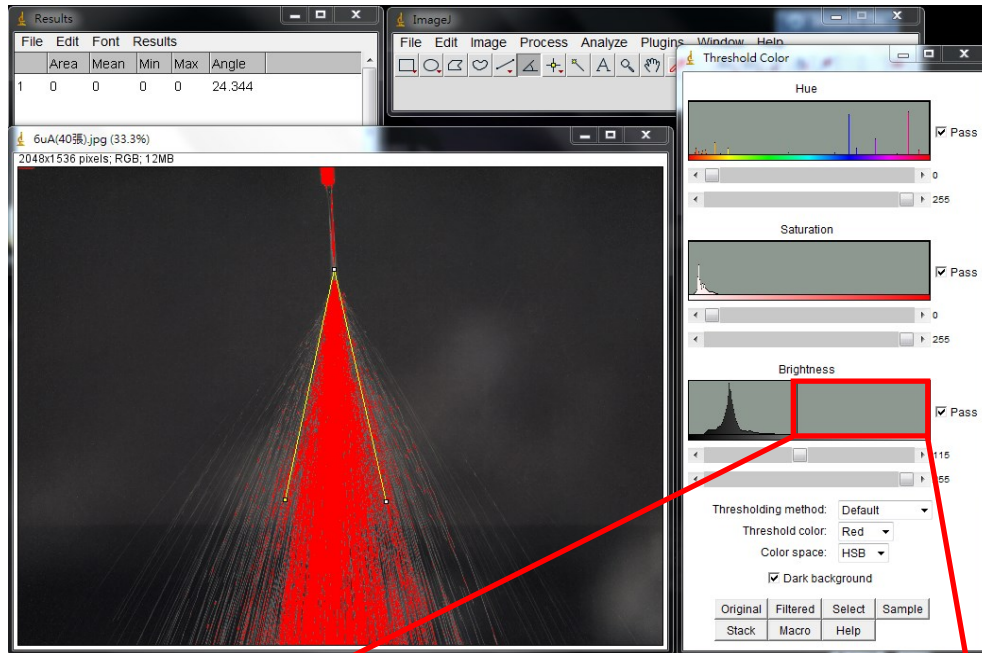
圖(四十一) 原始數據

圖(四十二) 數據經排序

圖(四十三) 鐘型曲線

二、散開張角 θ 、 φ

1. 利用相機拍攝曝光時間 1/20 秒的相片 40 張，並使用軟體疊加。
2. 使用軟體 ImageJ 進行亮度分析，得到疊加後的相片亮度(橫軸)與 pixel 數(縱軸)的關係圖。
定義 pixel 數量發生峰值的點 b 為中心角 θ 之最低亮度；pixel 數量劇升前之點 a 為外圍角 φ 之最低亮度(推測 pixel 數會劇升是因為選取到了背景色的 pixel)。
3. 用 ImageJ 選取由最高亮度累積至該最低亮度的範圍(顯示為紅色)，並量取張角。



(亮度分成 256 種，數值愈大愈亮)

圖(四十四)

三、水滴大小

1. 利用高速攝影機拍攝曝光時間 1/2000 秒的相片
2. 使用軟體 Tracker 分析水滴大小：以水管口徑(8mm)做為比例尺，選取水管鉛直線附近的水滴(50 顆)，量取其直徑
3. 用 excel 處理得到的數據：將得到的數據進行排序，並算出平均及標準差，以 Normdist 函數算出機率分布，取機率最高者為該組之水滴直徑。

附錄二、實驗數據

表(五) 不同初始水流量下電流與水流量的關係

I(μ A)	0	2	4	6	8	10
V(0.4)	0.40	0.41	0.40	0.41	0.40	0.40
V(0.8)	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.79
V(1.2)	1.20	1.20	1.20	1.20	1.19	1.19
V(1.6)	1.60	1.60	1.60	1.58	1.58	1.59
V(2.0)	2.00	2.00	1.99	2.00	1.99	1.98

表(六) 不同初始水流量下電流對散開距離的影響

V(g/s)	I(μ A)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0.4	H(mm)	7.01	13.63	13.92	15.07	15.25	14.82	15.60	14.94	14.50	14.11	14.75	
	STDEV	3.59	10.63	8.36	7.32	6.76	7.33	7.93	7.50	6.05	5.04	5.54	
0.6	H(mm)	8.34	15.04	19.78	23.84	23.23	21.13	19.46	20.00	19.81	22.88	19.58	
	STDEV	3.45	7.22	3.06	2.89	2.93	3.36	3.66	3.30	3.16	3.43	3.03	
0.8	H(mm)	9.28	44.38	39.01	36.47	35.84	36.47	35.43	35.08	34.32	34.24		
	STDEV	4.35	3.22	2.60	2.34	2.49	3.04	2.64	2.78	2.30	2.71		
1.0	H(mm)	11.08	65.60	49.31	46.99	43.55	42.33	42.73	41.94	43.02	38.26		
	STDEV	4.43	8.43	3.51	3.98	3.09	2.72	3.20	3.20	3.80	8.11		
1.2	H(mm)	11.73	74.53	58.67	52.33	50.41	50.18	49.41	51.18	49.29	42.90	41.44	
	STDEV	4.09	9.04	3.55	3.11	3.46	3.61	3.49	4.25	3.87	9.09	8.97	
1.4	H(mm)	114.22	86.74	77.53	70.43	66.19	63.50	63.81	62.15	61.12	56.49	54.84	50.62
	STDEV	8.77	4.19	5.06	4.34	4.31	4.07	4.76	3.81	4.22	9.20	8.96	9.36
1.6	H(mm)	136.49	95.42	84.86	77.37	74.08	71.20	71.67	71.53	68.15	67.99	67.66	51.99
	STDEV	9.71	5.59	5.54	4.76	4.85	4.06	4.89	5.07	4.79	4.94	4.62	9.17

1.8	H(mm)	150.62	111.45	94.64	86.59	81.06	76.32	75.35	75.82	72.73	72.60	72.10	74.24
	STDEV	8.55	6.09	5.74	5.10	9.04	5.24	5.17	5.59	5.55	4.47	5.32	4.28
2.0	H(mm)	159.54	121.35	104.90	97.68	90.92	86.98	83.83	82.27	81.35	80.89	78.58	79.97
	STDEV	7.67	6.78	6.15	5.42	6.06	5.85	5.56	6.13	5.59	5.83	4.94	5.76

表(七) 不同初始水流量下電流對散開張角的影響

V(g/s)	1.4		1.6		1.8		2.0	
I(μ A)	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$
2	8.83	34.273	11.726	59.437	9.534	48.993	6.687	45.245
4	16.297	52.394	12.795	45.236	14.007	47.485	12.454	36.723
6	18.207	43.996	24.344	56.327	20.922	58.798	14.531	39.298
8	26.561	48.906	29.328	60.385	24.334	51.885	17.405	41.842
10					29.76	37.822	27.543	46.254

表(八) 表面張力對散開距離的影響

濃度	0%		0.1%		0.2%		0.5%	
I(μ A)	H(mm)	STDEV	H(mm)	STDEV	H(mm)	STDEV	H(mm)	STDEV
0	136.49	9.71	161.43	11.16	183.04	9.41	247.14	10.86
1	95.42	5.59	126.98	5.89	151.81	8.73	191.7	9.56
2	84.86	5.54	104.77	8.83	135.07	7.63	167.18	7.13
3	77.37	4.76	96.19	4.87	127.98	6.90	147.58	6.31
4	74.08	4.85	86.39	5.32	115.93	6.65	139.99	5.57
5	71.20	4.06	86.39	7.03	115.25	8.17	124.96	7.34
6	71.67	4.89	84.46	5.81	112.21	7.26	114.91	6.49
7	71.53	5.07	81.41	6.22	104.62	6.24	100.32	5.86
8	68.15	4.79	79.06	8.23	100.6	7.24	94.87	5.39
9	67.99	4.94	76.6	5.48	92.39	6.65	92.71	6.49
10	67.66	4.62	80.59	5.92	91.02	6.87	88.59	5.29
11	51.99	9.17	76.94	7.95	86.57	6.05	82.55	4.77
12			77.5	7.76	84.14	6.63	78.8	5.68

表(九) 表面張力對散開張角的影響

濃度	0%		0.1%		0.2%		0.5%	
I(μ A)	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$
2	11.726	59.437	9.597	41.433	8.975	15.403	15.913	27.729
4	12.795	45.236	15.538	38.501	11.205	18.75	11.896	28.574
6	24.344	56.327	15.078	41.356	18.597	40.677	23.181	44.386
8	29.328	60.385	16.226	42.549	20.384	33.29	33.253	46.577
10			29.744	42.219	23.803	51.292	37.838	65.716

表(十) 電解質對散開距離的影響

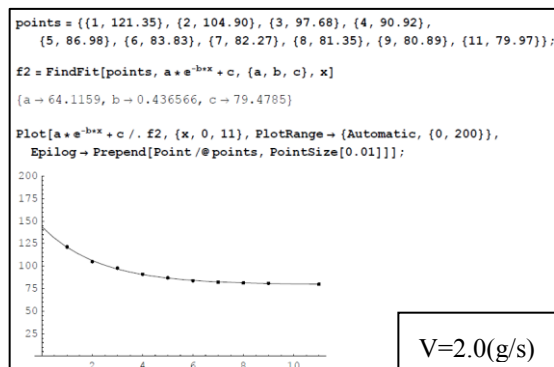
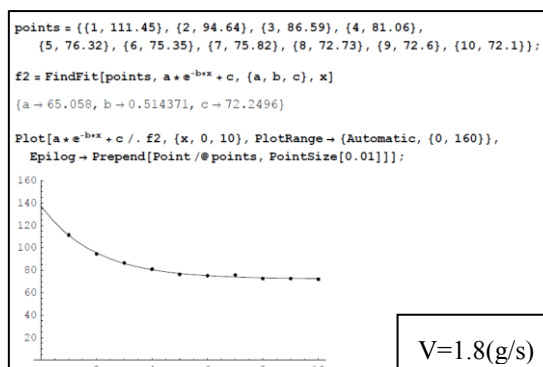
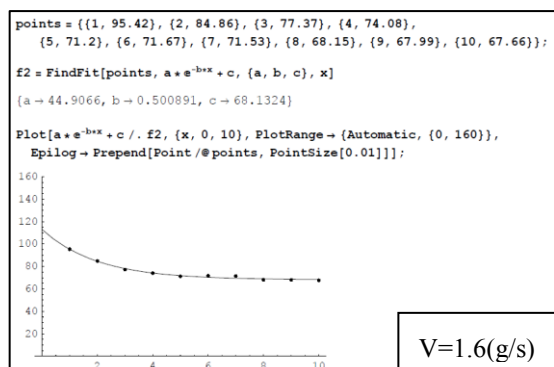
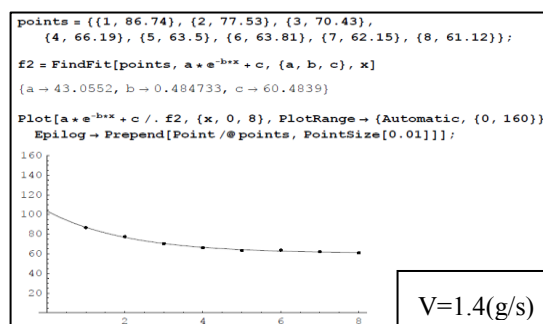
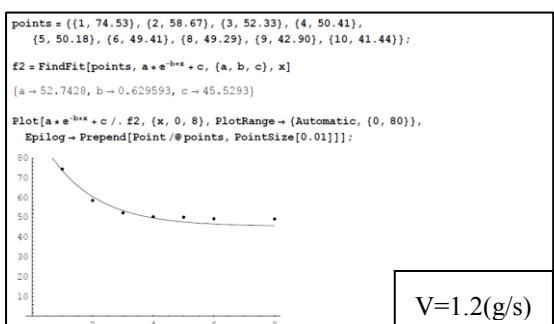
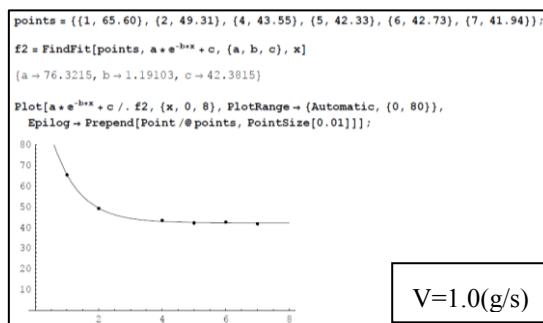
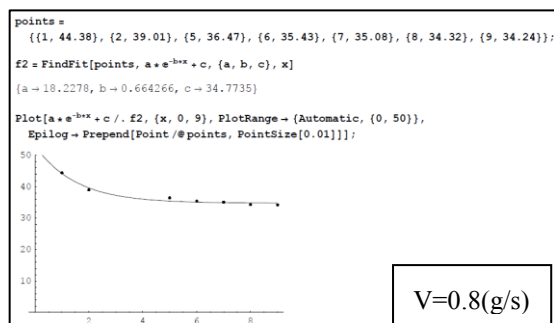
濃度	0%		10%	
I(μ A)	H(mm)	STDEV	H(mm)	STDEV
0	136.49	9.71	121.53	6.86
1	95.42	5.59	98.49	6.24
2	84.86	5.54	85.16	4.74
3	77.37	4.76	76.27	5.12
4	74.08	4.85	73.3	4.99
5	71.20	4.06	71.57	5.05
6	71.67	4.89	68.65	4.54
7	71.53	5.07	68.41	5.88
8	68.15	4.79	66.23	4.52
9	67.99	4.94	65.67	5.69
10	67.66	4.62	64.89	5.31
11	51.99	9.17	65.43	5.15

表(十一)電流對水滴直徑的影響 (V=1.6 g/s)

I(μ A)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D(mm)	2.007	1.96	2.054	1.857	1.89	1.861	2.024	1.767	1.808	1.891	1.981
STDEV	0.591	0.589	0.496	0.571	0.561	0.739	0.541	0.728	0.708	0.611	0.701

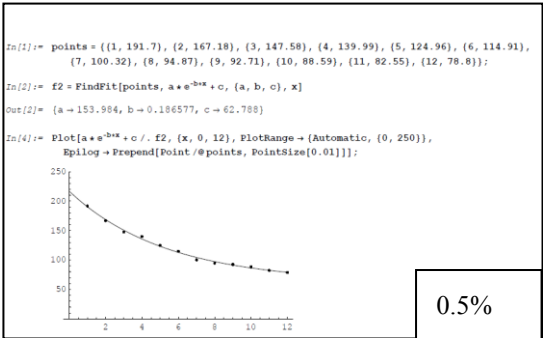
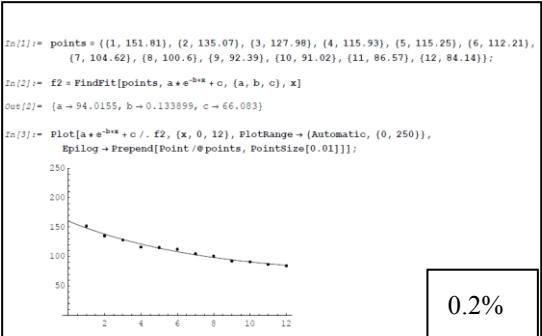
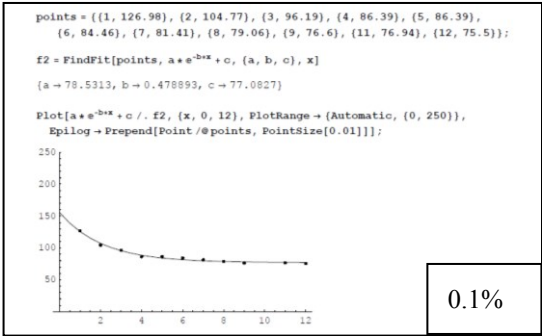
附錄三、擬合

一、蒸餾水(不同初始流量)



	a 值	b 值	c 值
V=0.8	18.23	0.66	34.77
V=1.0	76.32	1.19	42.38
V=1.2	52.74	0.63	45.53
V=1.4	43.06	0.48	60.48
V=1.6	44.91	0.50	68.13
V=1.8	65.06	0.51	72.25
V=2.0	64.12	0.44	79.48

二、清潔劑(不同濃度)



	a 值	b 值	c 值
0%	44.91	0.50	68.13
0.1%	78.53	0.48	77.08
0.2%	94.02	0.13	66.08
0.5%	153.98	0.19	62.79

【評語】 040104

本作品探討通電之水流柱或滴散落的現象，設計實驗尋找電流大小與水柱長度、水滴散開角度的關係，並嘗試建立一帶有電荷的雷利不穩性模型來解釋水柱長度，實驗與分析之精神值得肯定。