中華民國第54屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組　數學科

030413

簡析魔術方塊2－魔術方塊公式解之分析

學校名稱：桃園縣立草漯國民中學

作者：	指導老師：
國一 劉韋杉 國二 楊佳渝 國二 陳韋綸	王冠傑

關鍵詞：魔術方塊、層先法

摘　要

上次科展作品「簡析魔術方塊」讓我們確定連續使用同一種轉法，可以將一個正解的魔術方塊轉亂之後再轉正，並且學會製作表格用來追蹤魔術方塊各個方格的去處。

這次我們希望能研究魔術方塊的解法，藉由已知的層先法，經由表格製作追蹤魔術方塊的方格去向，找到其中的循環規則，並且理解其中的原理。

壹、研究動機

藉由上屆作品「簡析魔術方塊」，我們得知每種固定的魔術方塊轉法，只要一直維持同一步驟，就會將原本魔術方塊轉亂之後，再轉回正確的解，也就是「回歸原位」的想法。而且使用作表格的方式，將魔術方塊的轉動後，各方格移動的位置一步步地詳細描述出來。

然而，能夠將魔術方塊解開已有固定公式，能夠將方塊解開，由亂轉正也是玩魔術方塊的樂趣所在。我們將用表格循序漸進的把魔術方塊的解完成，並且希望能藉由這次的研究，得到更好的解法。

貳、研究目的

依照現在魔術方塊中最簡單的公式解「層先法」(Layer By Layer)，製作表格並觀察各個方格的轉移結果。

參、研究設備與器材

魔術方塊，Excel。

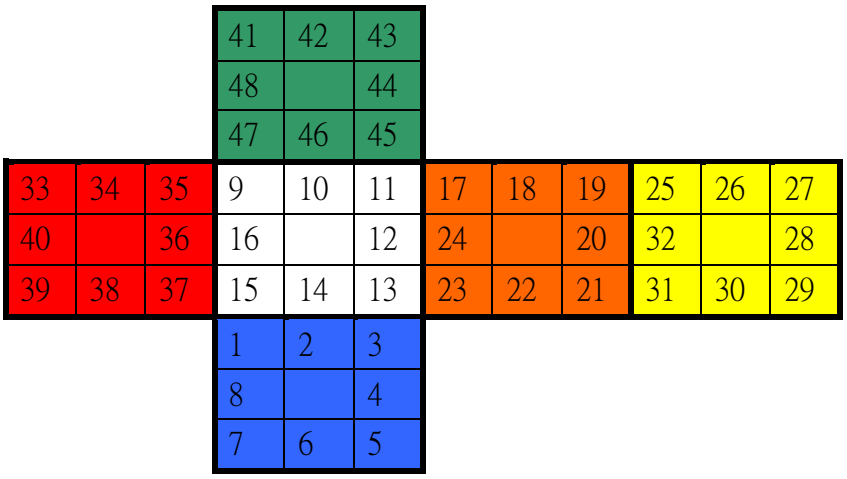
肆、研究過程與方法

一、使用層先法與魔術方塊的配置

根據維基百科，魔術方塊解法中，最早也最為廣為人知的是「層先法」(Layer By Layer)，也就是先完成單面與此面相鄰的方格，再完成各個側面的中間層，最後將最後一層完成。越是高階的層次就越多限制，公式所需要旋轉的步數就越多，但是依照公式卻越不會干涉之前排好的階層，因此我們決定使用表格排好，好去討論各個方格到哪個去處。

既然要討論方格的去處，我們就先定義魔術方塊各個格子的標號。如圖一，我們將魔術方塊依照下圖去標號，將一開始的藍色面視為底層，白色面視為正面，綠色視為頂層，由每一個方格面的左上角開始，順時針旋轉依序編號，先標底面為 1~8 號，再由底面向上轉，標正面為 9~16 號，接著每標完一面就右轉再標下一面，最後在由正面向上轉，將頂層標為 41~48 號。各方格面正中間的方格不標號，是因為在旋轉時，這些中間的方格面並不會移動，因此不標號。

我們就依照下列方格的配置，使用網路上找到的層先法，並分析各個公式之間位置變換的關係。

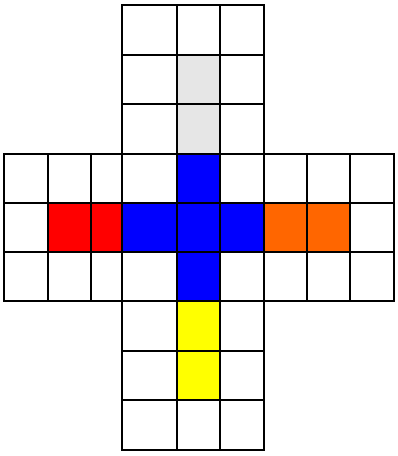


圖一 魔術方塊各方格編號配置

二、完成第一層

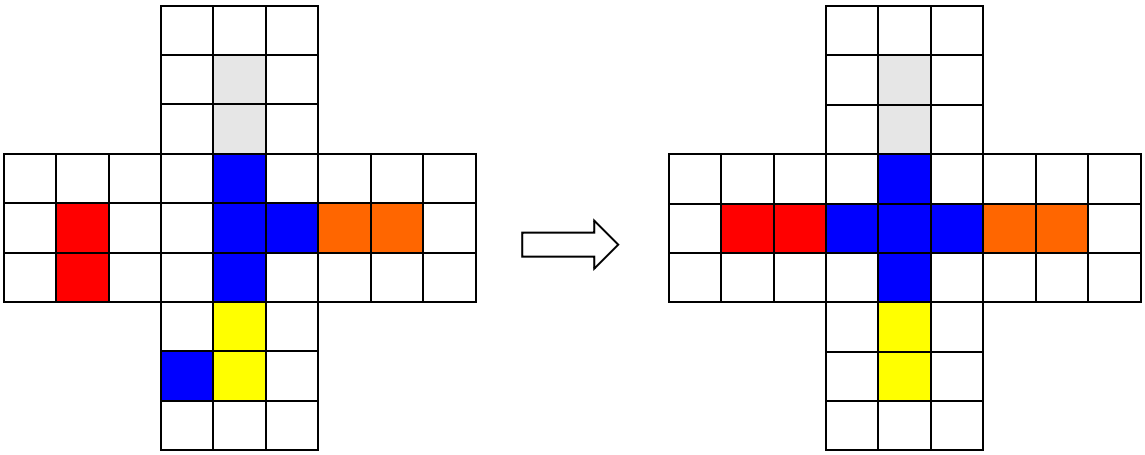
要完成第一層，不只是底面，也要連「與底面相鄰的側面魔術方塊方格」都對好，才會有規劃的完成魔術方塊。

我們可以先把中間的十字先排好(如圖二)，然後再排角落的情形。



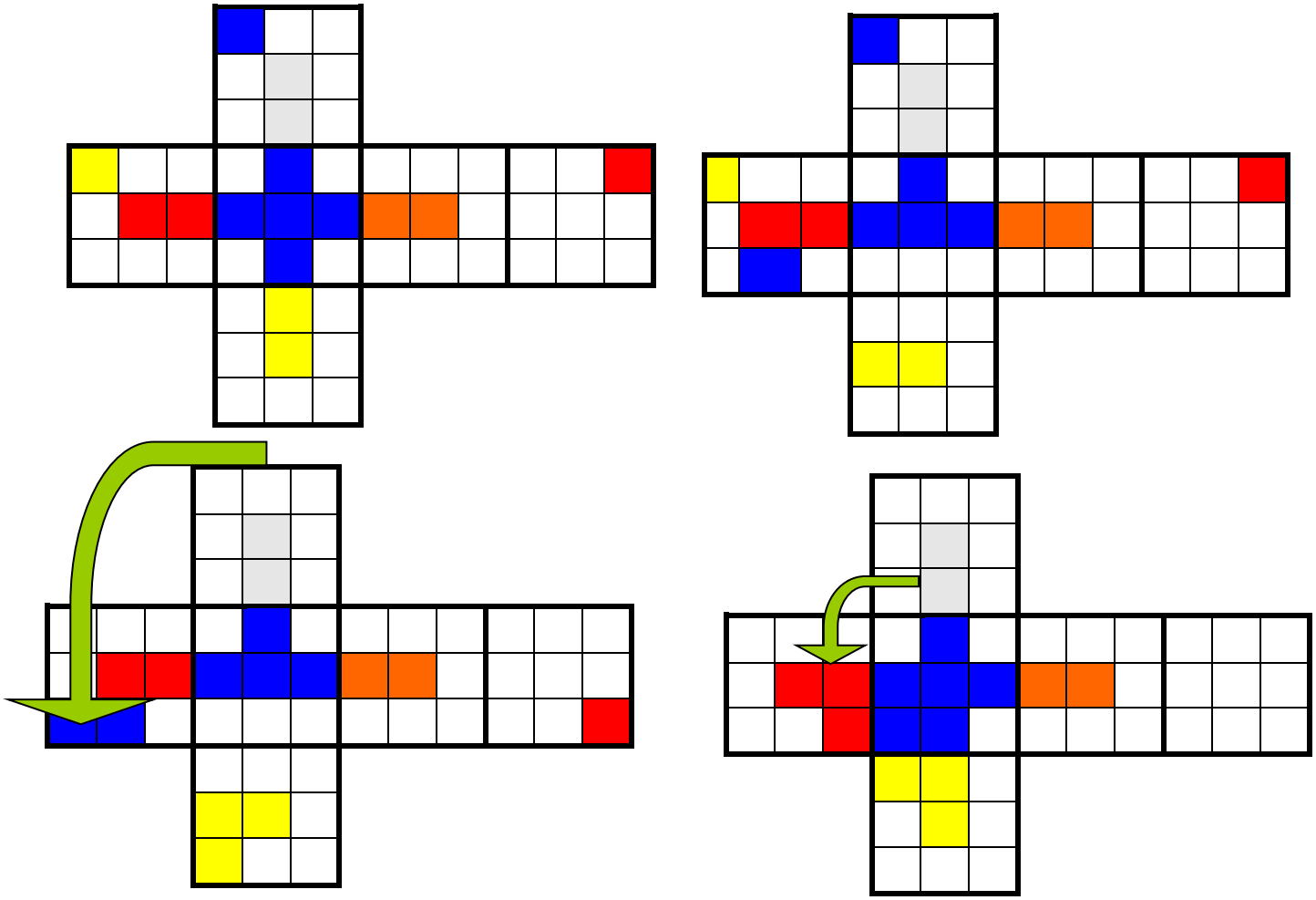
圖二 完成第一層的中程目標

1. 排底面十字時，如圖三，我們可以將底面顏色的邊格色塊找到，一邊對好側面顏色後，在將底面顏色轉到正確位置即可。



圖三 排底面十字的手法

2. 排底面角落時，如圖四，先把想要轉好的角塊放到第一步不會旋轉的面，再將要對正到的側面旋轉 90 度，想要的角塊轉到預期相鄰的邊塊旁邊，最後再轉正即可。

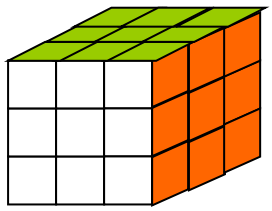
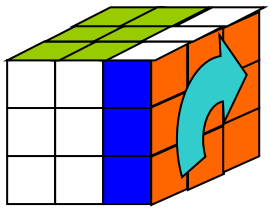
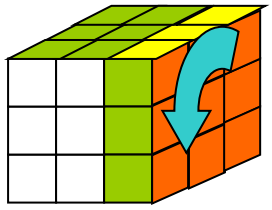
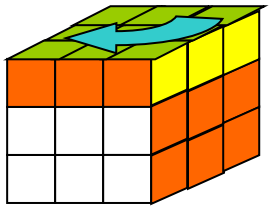
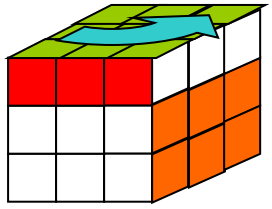
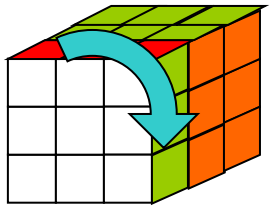
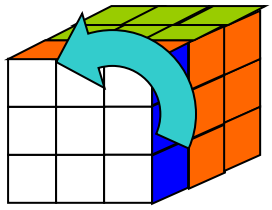
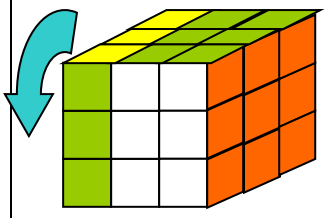


圖四 排底面角塊的方法

因為第一層通常容易完成，我們就不去研究魔術方塊的方格如何排列到對應的位置。

三、完成第二層

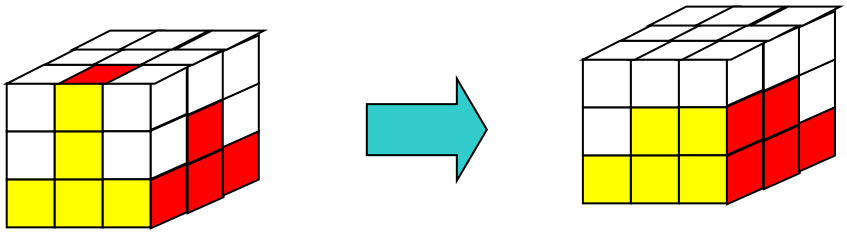
在完成接下來的的魔術方塊之前，我們先規定一下會魔術方塊解法中會使用的基礎旋轉(如圖五)，並給予編號。

編號	基本旋轉圖示	編號	基本旋轉圖示
原型		4. 右面順時針轉90 度	
1. 右面逆時針轉90 度		5. 頂面順時針轉90 度	
2. 頂面逆時針轉90 度		6. 正面順時針轉90 度	
3. 正面逆時針轉90 度		7. 左面順時針轉90 度	

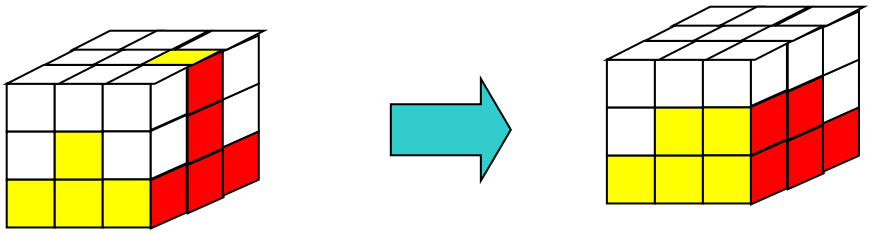
圖五 基本旋轉

我們規定了各方格的位置，也依照基礎旋轉做了 7 個位置對應表格，如附表一。

在解第二層時，有兩條基本公式，旋轉轉法分別為「5421-2356」與「2356-5421」，如圖六與圖七，除了保持第一層與第二層的其他方格之外，並使目標方塊塞入所要的方塊中。

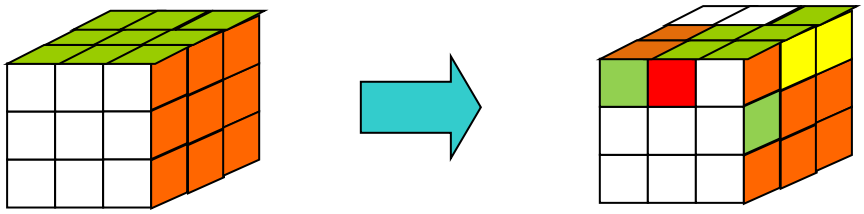


圖六 第二層轉法「5421-2356」

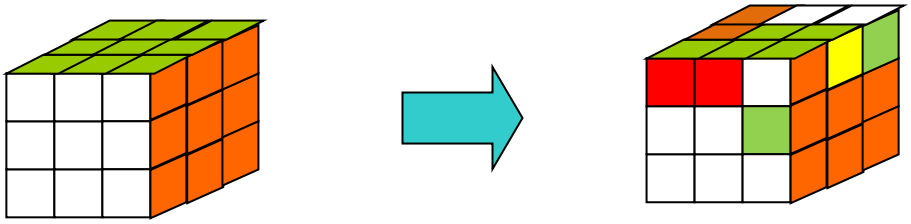


圖七 第二層轉法「2356-5421」

如附表二，我們把依照轉法列表，仔細對照各個方格的去向，並做一個已經得解的方塊經過兩個第二層轉法後的圖片，如圖八與圖九。



圖八 第二層轉法「5421-2356」解析



圖九 第二層轉法「2356-5421」解析

我們發現除了第一層與第二層之外，第三層有一個角塊會完全不動，夾在預期移動的方塊位置與移動目標方塊的位置之間。也就是說，其實不移動的方塊不僅只有前兩層而已(扣除目標方塊之外)。

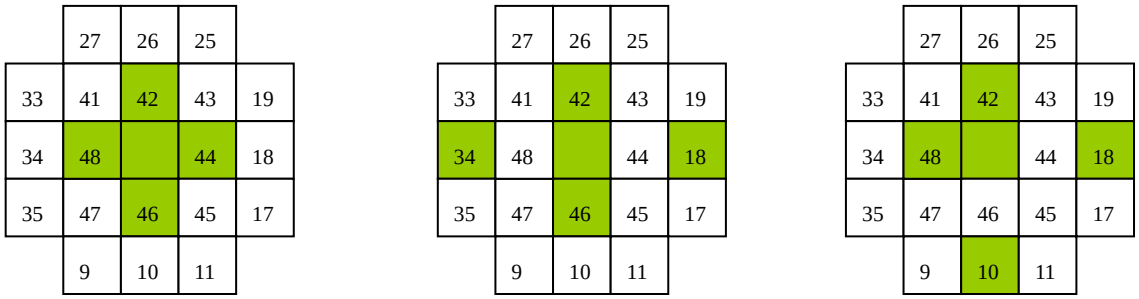
四、完成第三層

完成第三層的公式有四個

1. 完成頂面十字

首先先完成頂面十字，公式為「123564」，我們依照轉法列表(如附表三)，仔細對照各個方格的去向。我們發現它有方格位置「9→41→47→27→35→33→9」、「10→44→34→10」、「11→43→45→25→17→19→11」、「18→48→46→18」四個循環，頂面只有一個邊塊不動，正好是背向我們的邊塊，方格為「26、42」兩格位置。

與頂面十字有關的循環為「18→48→46→18」「10→44→34→10」兩組，若由已經得解的方塊一直使用「123564」轉法，頂面十字的方格會是綠色的結果是「都是綠色」、「42、46」直線與「42、48」等三個情形，而且是「都是綠色」→「42、46 直線」→「42、48 拐彎」輪換，如圖十。



圖十「123564」的三個狀態互換

因此，當十字都不是綠色時，代表綠色在「10、18、26、34」四個方格，只要轉一次「123564」轉法，會讓方格 10 的綠色轉到方格 44，方格 18 的綠色轉到方格 48，這時將頂面轉 90 度後就是「42、46 直線」的綠色方格狀態，在兩次「123564」轉法即可得到頂面十字。

若為兩個綠色方格時，則先將頂面轉到「42、46 直線」或「42、48 拐彎」的狀

態，分別再轉「123564」轉法兩次或一次即可得頂面十字。

如果頂面是一個綠色或三個綠色方格，可能要用到其他解法。

2. 完成頂面同色

完成頂面同色所需要的公式有兩個，分別是「124215545」、「451542212」，如同前面方法，我們依照轉法列表(如附表三)，仔細對照各個方格的去向。

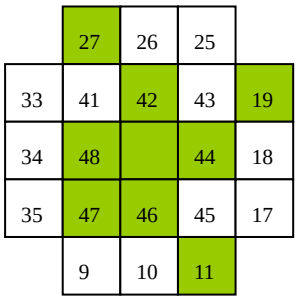
對於轉法「124215545」，由附表我們發現它有方格位置「9→45→19→33→9」、「10→26→18→34→10」、「11→25→41→47→11」、「17→43→27→35→17」、「42→44→48→46→42」五個循環。

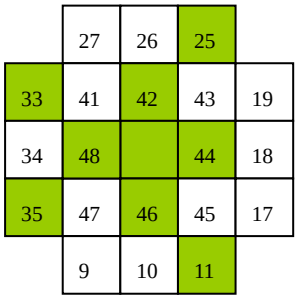
對於轉法「451542212」，由附表我們發現它有方格位置「9→33→19→45→9」、「10→18→34→26→10」、「11→47→41→25→11」、「17→35→27→43→17」、「42→46→44→48→42」五個循環。

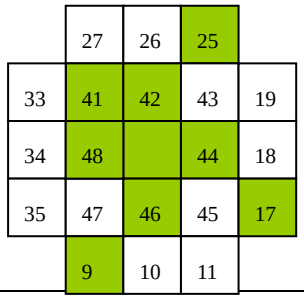
兩個循環看來很像倒反，但是實際上只有角塊上的方格變換順序是相反的，而邊塊變換的方式是不一樣的，而只看與角塊有關的循環，以轉法「124215545」來說，只有「9→45→19→33→9」、「11→25→41→47→11」、「17→43→27→35→17」等三個。而轉法「451542212」也是這三個，只是順序相反。

對於轉法「124215545」來說，我們如同之前由已經得解的方塊一直使用「124215545」轉法，頂面角塊的綠色方格會是綠色的結果是「41、43、45、47」→「11、27、19、47」→「11、25、33、35」→「9、17、25、41」輪換，而明顯的轉法「451542212」則是倒過來。因此，照道理來說解決此處的問題只要記得其中一個公式就好，但是兩個公式事實上於之後會有用處。

事實上，在這裡要說明這條公式能讓各種綠色方格配置都能得解釋有困擾的，而根據維基百科所說，事實上魔術方塊經過猜開後任意重組，只有 12 分之 1 可以將魔術方塊得解，因此我們只對能得解的配置做說明，列表如下表一與表二，將各個能得解的配置依照附表三的規律找到綠色方格的對應位置。

<table>
<tr><th>可解魔術方塊配置</th><th>經轉法「124215545」之後</th></tr>
<tr><td>






</td><td>皆為頂面皆為綠色方格，經轉法「124215545」的結果，只要持續轉「124215545」即可復原。</td></tr>
</table>

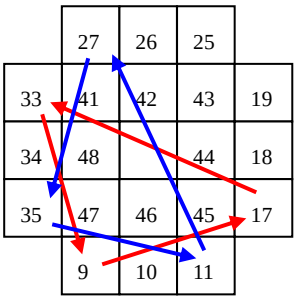
表一 直接用轉法「124215545」可得解的配置

<table>
<tr><th>可解魔術方塊配置</th><th>經轉法「124215545」之後</th></tr>
<tr><td><table><tr><td></td><td>27</td><td>26</td><td>25</td><td></td></tr><tr><td>33</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>19</td></tr><tr><td>34</td><td>48</td><td></td><td>44</td><td>18</td></tr><tr><td>35</td><td>47</td><td>46</td><td>45</td><td>17</td></tr><tr><td></td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td></td></tr></table></td><td><table><tr><td></td><td>27</td><td>26</td><td>25</td><td></td></tr><tr><td>33</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>19</td></tr><tr><td>34</td><td>48</td><td></td><td>44</td><td>18</td></tr><tr><td>35</td><td>47</td><td>46</td><td>45</td><td>17</td></tr><tr><td></td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td><table><tr><td></td><td>27</td><td>26</td><td>25</td><td></td></tr><tr><td>33</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>19</td></tr><tr><td>34</td><td>48</td><td></td><td>44</td><td>18</td></tr><tr><td>35</td><td>47</td><td>46</td><td>45</td><td>17</td></tr><tr><td></td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td></td></tr></table></td><td><table><tr><td></td><td>27</td><td>26</td><td>25</td><td></td></tr><tr><td>33</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>19</td></tr><tr><td>34</td><td>48</td><td></td><td>44</td><td>18</td></tr><tr><td>35</td><td>47</td><td>46</td><td>45</td><td>17</td></tr><tr><td></td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td><table><tr><td></td><td>27</td><td>26</td><td>25</td><td></td></tr><tr><td>33</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>19</td></tr><tr><td>34</td><td>48</td><td></td><td>44</td><td>18</td></tr><tr><td>35</td><td>47</td><td>46</td><td>45</td><td>17</td></tr><tr><td></td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td></td></tr></table></td><td><table><tr><td></td><td>27</td><td>26</td><td>25</td><td></td></tr><tr><td>33</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>19</td></tr><tr><td>34</td><td>48</td><td></td><td>44</td><td>18</td></tr><tr><td>35</td><td>47</td><td>46</td><td>45</td><td>17</td></tr><tr><td></td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td><table><tr><td></td><td>27</td><td>26</td><td>25</td><td></td></tr><tr><td>33</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>19</td></tr><tr><td>34</td><td>48</td><td></td><td>44</td><td>18</td></tr><tr><td>35</td><td>47</td><td>46</td><td>45</td><td>17</td></tr><tr><td></td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td></td></tr></table></td><td><table><tr><td></td><td>27</td><td>26</td><td>25</td><td></td></tr><tr><td>33</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>19</td></tr><tr><td>34</td><td>48</td><td></td><td>44</td><td>18</td></tr><tr><td>35</td><td>47</td><td>46</td><td>45</td><td>17</td></tr><tr><td></td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td><table><tr><td></td><td>27</td><td>26</td><td>25</td><td></td></tr><tr><td>33</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>19</td></tr><tr><td>34</td><td>48</td><td></td><td>44</td><td>18</td></tr><tr><td>35</td><td>47</td><td>46</td><td>45</td><td>17</td></tr><tr><td></td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td></td></tr></table></td><td><table><tr><td></td><td>27</td><td>26</td><td>25</td><td></td></tr><tr><td>33</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>19</td></tr><tr><td>34</td><td>48</td><td></td><td>44</td><td>18</td></tr><tr><td>35</td><td>47</td><td>46</td><td>45</td><td>17</td></tr><tr><td></td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td></td></tr></table></td></tr>
</table>

表二 經過轉法「124215545」之後，需要適當旋轉才能繼續用「124215545」轉法的配置

3. 完成側面四角同色

完成側面四角同色所需要的公式為「616773467766」，我們依照轉法做出列表(如附表三)，我們發現它會有「9→17→33→9」、「11→27→35→11」、「41→47→45→41」三個循環。步驟雖多，但是轉換的方格卻是少的，我們以圖十一表示，其中「41→47→45→41」都是綠色，我們沒有標記於圖十一。



圖十一 轉法「616773467766」解析

很明顯的，右上角的角塊一直都是不動，而且就「方格 33 經過此轉法到方格 9」、「方格 35 經過此轉法到方格 1」這個特點，會保有方格 33 與方格 35 同色時，經過旋轉會變成方格 9 與方格 11 同色。

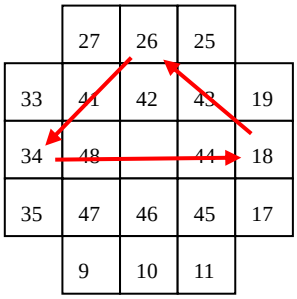
而我們也只能保守的說，即使一開始四角塊側面皆不同色，經過一次轉法「616773467766」，會讓一面的角塊同色，在將同色的角塊面旋轉至左側，經過一次轉法「616773467766」，就會側面四角同色。

4. 完成第三層邊塊

最後，完成四邊塊所需要的公式為「124215545—451542212」，恰好為完成頂面同色的兩個公式合併，尤其「124215545」與「451542212」是保持邊塊的綠色方格都在頂層，邊塊的側面方格轉動的方式不同，而兩個公式的角塊方格旋轉順序正好相反，結合之後保證角塊不動，只剩下邊塊移動。

我們也依照轉法列表，其中旋轉的規律只有「18→26→34→18」、「42→48→44→42」，我們將轉法「124215545—451542212」解析於圖十二，而頂面的循環「42→48→44→42」都是綠色，因此不放入圖十二。

而正面邊塊的 8 都不移動，因此保守的說，即使四個邊塊都不在該有的位置上，經過一次轉法「124215545—451542212」之後，會有一個方塊正確，在以正確的方格為正面，作轉法「124215545—451542212」就可得解。



圖十二 轉法「124215545—451542212」解析

伍、結論

本次科展的研究內容，使用人熟知的魔術方塊解法「層先法」為主體，在經過列表討論之後可得知各個方格的走向，而且藉由多步基本旋轉的結合，反而得到較為簡單的循環組，也是表格討論下令人訝異的結果。若能藉由表格討論得到更為簡化的魔術方塊解法，這將會是一個值得努力研究的方向。

然而由於任意組合的魔術方塊不一定可以得解的事實，導致討論解法只能以既有結果推論，並不適合科學精神，若能區辨出任意組合的魔術方塊是否得解，或許也是一個很有意思的專題。

陸、參考資料與其他：

1. 魔術方塊 http://zh.wikipedia.org/wiki/魔術方塊 維基百科
2. 3x3 魔術方塊簡易解法 http://www.davidguo.idv.tw/Cube/beginner.html 歡迎來到 DavidGuo 的首頁

附錄

附表一、基礎旋轉

原先	基本旋轉 1	原先	基本旋轉 1
1	1	25	45
2	2	26	26
3	31	27	27
4	32	28	28
5	25	29	29
6	6	30	30
7	7	31	43
8	8	32	44
9	9	33	33
10	10	34	34
11	3	35	35
12	4	36	36
13	5	37	37
14	14	38	38
15	15	39	39
16	16	40	40
17	23	41	41
18	24	42	42
19	17	43	11
20	18	44	12
21	19	45	13
22	20	46	46
23	21	47	47
24	22	48	48

原先	基本旋轉 2	原先	基本旋轉 2
1	1	25	33
2	2	26	34
3	3	27	35
4	4	28	28
5	5	29	29
6	6	30	30
7	7	31	31
8	8	32	32
9	17	33	9
10	18	34	10
11	19	35	11
12	12	36	36
13	13	37	37
14	14	38	38
15	15	39	39
16	16	40	40
17	25	41	47
18	26	42	48
19	27	43	41
20	20	44	42
21	21	45	43
22	22	46	44
23	23	47	45
24	24	48	46

附表一、基礎旋轉

原先	基本旋轉 3	原先	基本旋轉 3
1	23	25	25
2	24	26	26
3	17	27	27
4	4	28	28
5	5	29	29
6	6	30	30
7	7	31	31
8	8	32	32
9	15	33	33
10	16	34	34
11	9	35	1
12	10	36	2
13	11	37	3
14	12	38	38
15	13	39	39
16	14	40	40
17	47	41	41
18	18	42	42
19	19	43	43
20	20	44	44
21	21	45	35
22	22	46	36
23	45	47	37
24	46	48	48

原先	基本旋轉 4	原先	基本旋轉 4
1	1	25	5
2	2	26	26
3	11	27	27
4	12	28	28
5	13	29	29
6	6	30	30
7	7	31	3
8	8	32	4
9	9	33	33
10	10	34	34
11	43	35	35
12	44	36	36
13	45	37	37
14	14	38	38
15	15	39	39
16	16	40	40
17	19	41	41
18	20	42	42
19	21	43	31
20	22	44	32
21	23	45	25
22	24	46	46
23	17	47	47
24	18	48	48

附表一、基礎旋轉

原先	基本旋轉 5	原先	基本旋轉 5
1	1	25	17
2	2	26	18
3	3	27	19
4	4	28	28
5	5	29	29
6	6	30	30
7	7	31	31
8	8	32	32
9	33	33	25
10	34	34	26
11	35	35	27
12	12	36	36
13	13	37	37
14	14	38	38
15	15	39	39
16	16	40	40
17	9	41	43
18	10	42	44
19	11	43	45
20	20	44	46
21	21	45	47
22	22	46	48
23	23	47	41
24	24	48	42

原先	基本旋轉 6	原先	基本旋轉 6
1	35	25	25
2	36	26	26
3	37	27	27
4	4	28	28
5	5	29	29
6	6	30	30
7	7	31	31
8	8	32	32
9	11	33	33
10	12	34	34
11	13	35	45
12	14	36	46
13	15	37	47
14	16	38	38
15	9	39	39
16	10	40	40
17	3	41	41
18	18	42	42
19	19	43	43
20	20	44	44
21	21	45	23
22	22	46	24
23	1	47	17
24	2	48	48

附表一、基礎旋轉

原先	基本旋轉 7	原先	基本旋轉 7
1	29	25	25
2	2	26	26
3	3	27	47
4	4	28	48
5	5	29	41
6	6	30	30
7	27	31	31
8	28	32	32
9	1	33	35
10	10	34	36
11	11	35	37
12	12	36	38
13	13	37	39
14	14	38	40
15	7	39	33
16	8	40	34
17	17	41	9
18	18	42	42
19	19	43	43
20	20	44	44
21	21	45	45
22	22	46	46
23	23	47	15
24	24	48	16

附表二　第二層公式

1. 第二層公式(一)「5421-2356」

原先	第一步	第二步	第三步	第四步	第五步	第六步	第七步	第八步
1	1	1	1	1	1	23	23	1
2	2	2	2	2	2	24	24	2
3	3	11	19	17	25	25	17	3
4	4	12	12	4	4	4	4	4
5	5	13	13	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	33	33	9	9	17	47	41	41
10	34	34	10	10	18	18	10	12
11	35	35	11	3	3	17	9	11
12	12	44	42	42	48	48	42	42
13	13	45	43	11	19	19	11	13
14	14	14	14	14	14	12	12	14
15	15	15	15	15	15	13	13	15
16	16	16	16	16	16	14	14	16
17	9	9	17	23	23	45	47	17
18	10	10	18	24	24	46	48	48
19	11	43	41	41	47	37	37	47
20	20	22	22	20	20	20	20	20
21	21	23	23	21	21	21	21	21
22	22	24	24	22	22	22	22	22
23	23	17	25	45	43	43	45	23
24	24	18	26	26	34	34	26	26
25	17	19	27	27	35	1	1	35
26	18	20	20	18	26	26	18	18
27	19	21	21	19	27	27	19	19
28	28	28	28	28	28	28	28	28
29	29	29	29	29	29	29	29	29
30	30	30	30	30	30	30	30	30
31	31	3	3	31	31	31	31	31

32	32	4	4	32	32	32	32	32
33	25	5	5	25	33	33	25	25
34	26	26	34	34	10	16	16	10
35	27	27	35	35	11	9	33	33
36	36	36	36	36	36	2	2	36
37	37	37	37	37	37	3	3	37
38	38	38	38	38	38	38	38	38
39	39	39	39	39	39	39	39	39
40	40	40	40	40	40	40	40	40
41	43	31	31	43	41	41	43	43
42	44	32	32	44	42	42	44	44
43	45	25	33	33	9	15	15	9
44	46	46	44	12	12	10	34	34
45	47	47	45	13	13	11	35	45
46	48	48	46	46	44	44	46	24
47	41	41	47	47	45	35	27	27
48	42	42	48	48	46	36	36	46

2. 第二層公式(二)「2356-5421」

原先	第一步	第二步	第三步	第四步	第五步	第六步	第七步	第八步
1	1	23	23	1	1	1	1	1
2	2	24	24	2	2	2	2	2
3	3	17	9	11	35	35	11	3
4	4	4	4	4	4	12	12	4
5	5	5	5	5	5	13	13	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	17	47	41	41	43	31	31	43
10	18	18	10	12	12	44	42	42
11	19	19	11	13	13	45	43	11
12	12	10	34	34	26	26	34	34
13	13	11	35	45	47	47	45	13

14	14	12	12	14	14	14	14	14
15	15	13	13	15	15	15	15	15
16	16	14	14	16	16	16	16	16
17	25	25	17	3	3	11	19	17
18	26	26	18	18	10	10	18	24
19	27	27	19	19	11	43	41	41
20	20	20	20	20	20	22	22	20
21	21	21	21	21	21	23	23	21
22	22	22	22	22	22	24	24	22
23	23	45	47	17	9	9	17	23
24	24	46	48	48	42	42	48	48
25	33	33	25	25	17	19	27	27
26	34	34	26	26	18	20	20	18
27	35	1	1	35	27	27	35	35
28	28	28	28	28	28	28	28	28
29	29	29	29	29	29	29	29	29
30	30	30	30	30	30	30	30	30
31	31	31	31	31	31	3	3	31
32	32	32	32	32	32	4	4	32
33	9	15	15	9	33	33	9	9
34	10	16	16	10	34	34	10	10
35	11	9	33	33	25	5	5	25
36	36	2	2	36	36	36	36	36
37	37	3	3	37	37	37	37	37
38	38	38	38	38	38	38	38	38
39	39	39	39	39	39	39	39	39
40	40	40	40	40	40	40	40	40
41	47	37	37	47	41	41	47	47
42	48	48	42	42	44	32	32	44
43	41	41	43	43	45	25	33	33
44	42	42	44	44	46	46	44	12
45	43	43	45	23	23	17	25	45
46	44	44	46	24	24	18	26	26
47	45	35	27	27	19	21	21	19
48	46	36	36	46	48	48	46	46

附表三 第三層解法

1. 完成頂面十字「123564」

原先	第一步	第二步	第三步	第四步	第五步	第六步
1	1	1	23	23	1	1
2	2	2	24	24	2	2
3	31	31	31	31	31	3
4	32	32	32	32	32	4
5	25	33	33	25	25	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	17	47	41	41	41
10	10	18	18	10	12	44
11	3	3	17	9	11	43
12	4	4	4	4	4	12
13	5	5	5	5	5	13
14	14	14	12	12	14	14
15	15	15	13	13	15	15
16	16	16	14	14	16	16
17	23	23	45	47	17	19
18	24	24	46	48	48	48
19	17	25	25	17	3	11
20	18	26	26	18	18	20
21	19	27	27	19	19	21
22	20	20	20	20	20	22
23	21	21	21	21	21	23
24	22	22	22	22	22	24
25	45	43	43	45	23	17
26	26	34	34	26	26	26
27	27	35	1	1	35	35
28	28	28	28	28	28	28
29	29	29	29	29	29	29
30	30	30	30	30	30	30
31	43	41	41	43	43	31

32	44	42	42	44	44	32
33	33	9	15	15	9	9
34	34	10	16	16	10	10
35	35	11	9	33	33	33
36	36	36	2	2	36	36
37	37	37	3	3	37	37
38	38	38	38	38	38	38
39	39	39	39	39	39	39
40	40	40	40	40	40	40
41	41	47	37	37	47	47
42	42	48	48	42	42	42
43	11	19	19	11	13	45
44	12	12	10	34	34	34
45	13	13	11	35	45	25
46	46	44	44	46	24	18
47	47	45	35	27	27	27
48	48	46	36	36	46	46

2. 完成頂面同色(一)「124215545」

原先	第一步	第二步	第三步	第四步	第五步	第六步	第七步	第八步	第九步
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	31	31	3	3	31	31	31	3	3
4	32	32	4	4	32	32	32	4	4
5	25	33	33	9	9	33	25	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	17	19	27	27	19	11	43	45
10	10	18	20	20	18	10	34	34	26
11	3	3	11	19	17	9	33	33	25
12	4	4	12	12	4	4	4	12	12
13	5	5	13	13	5	5	5	13	13
14	14	14	14	14	14	14	14	14	14

15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
17	23	23	17	25	45	47	41	41	43
18	24	24	18	26	26	18	10	10	34
19	17	25	5	5	25	17	9	9	33
20	18	26	26	34	34	26	18	20	20
21	19	27	27	35	35	27	19	21	21
22	20	20	22	22	20	20	20	22	22
23	21	21	23	23	21	21	21	23	23
24	22	22	24	24	22	22	22	24	24
25	45	43	31	31	43	45	47	47	41
26	26	34	34	10	10	34	26	26	18
27	27	35	35	11	3	3	3	11	35
28	28	28	28	28	28	28	28	28	28
29	29	29	29	29	29	29	29	29	29
30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
31	43	41	41	47	47	41	43	31	31
32	44	42	42	48	48	42	44	32	32
33	33	9	9	17	23	23	23	17	9
34	34	10	10	18	24	24	24	18	10
35	35	11	43	41	41	43	45	25	17
36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
37	37	37	37	37	37	37	37	37	37
38	38	38	38	38	38	38	38	38	38
39	39	39	39	39	39	39	39	39	39
40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
41	41	47	47	45	13	13	13	45	47
42	42	48	48	46	46	48	42	42	44
43	11	19	21	21	19	11	35	35	27
44	12	12	44	42	42	44	46	46	48
45	13	13	45	43	11	35	27	27	19
46	46	44	32	32	44	46	48	48	42
47	47	45	25	33	33	25	17	19	11
48	48	46	46	44	12	12	12	44	46

3. 完成頂面同色(二)「451542212」

原先	第一步	第二步	第三步	第四步	第五步	第六步	第七步	第八步	第九步
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	11	35	35	27	27	35	11	3	3
4	12	12	4	4	12	12	12	4	4
5	13	13	5	5	13	13	13	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	33	33	25	5	5	5	25	33
10	10	34	34	26	26	34	10	10	18
11	43	45	13	13	45	43	41	41	47
12	44	46	46	48	48	46	44	12	12
13	45	47	47	41	41	47	45	13	13
14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
17	19	11	3	3	11	19	27	27	35
18	20	20	18	10	10	18	26	26	34
19	21	21	19	11	43	41	47	47	45
20	22	22	20	20	22	22	22	20	20
21	23	23	21	21	23	23	23	21	21
22	24	24	22	22	24	24	24	22	22
23	17	9	9	33	33	9	17	23	23
24	18	10	10	34	34	10	18	24	24
25	5	5	25	17	19	27	35	35	11
26	26	18	24	24	18	26	34	34	10
27	27	19	17	9	9	17	25	45	43
28	28	28	28	28	28	28	28	28	28
29	29	29	29	29	29	29	29	29	29
30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
31	3	3	31	31	3	3	3	31	31
32	4	4	32	32	4	4	4	32	32
33	33	25	45	47	47	45	43	11	19
34	34	26	26	18	20	20	20	18	26

35	35	27	27	19	21	21	21	19	27
36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
37	37	37	37	37	37	37	37	37	37
38	38	38	38	38	38	38	38	38	38
39	39	39	39	39	39	39	39	39	39
40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
41	41	43	11	35	35	11	19	17	25
42	42	44	12	12	44	42	48	48	46
43	31	31	43	45	25	33	9	9	17
44	32	32	44	46	46	44	42	42	48
45	25	17	23	23	17	25	33	33	9
46	46	48	48	42	42	48	46	46	44
47	47	41	41	43	31	31	31	43	41
48	48	42	42	44	32	32	32	44	42

4. 側面角塊歸位「616773467766」

原先	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th	9th	10th	11th	12th
1	35	35	45	45	45	35	35	45	45	45	23	1
2	36	36	46	46	46	36	36	46	46	46	24	2
3	37	37	47	15	7	7	7	7	27	47	17	3
4	4	32	32	32	32	32	4	4	4	4	4	4
5	5	25	25	25	25	25	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	27	47	37	37	47	15	7	7	7
8	8	8	8	28	48	48	48	48	16	8	8	8
33	33	33	33	35	37	3	11	13	13	13	15	9
10	12	4	4	4	4	4	12	14	14	14	16	10
35	45	13	15	7	27	27	27	27	47	15	9	11
12	14	14	16	8	28	28	28	28	48	16	10	12
13	15	15	9	1	29	29	29	29	41	9	11	13
14	16	16	10	10	10	16	16	10	10	10	12	14
15	9	9	11	11	11	9	9	11	11	11	13	15
16	10	10	12	12	12	10	10	12	12	12	14	16
9	11	3	37	39	33	33	33	33	35	37	47	17

18	18	24	2	2	2	24	18	18	18	18	18	18
19	19	17	3	3	3	17	19	19	19	19	19	19
20	20	18	18	18	18	18	20	20	20	20	20	20
21	21	19	19	19	19	19	21	21	21	21	21	21
22	22	20	20	20	20	20	22	22	22	22	22	22
23	1	1	35	37	39	39	39	39	33	35	45	23
24	2	2	36	38	40	40	40	40	34	36	46	24
25	25	45	23	23	23	45	25	25	25	25	25	25
26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
11	13	5	5	5	5	5	13	15	7	27	27	27
28	28	28	28	48	16	14	14	16	8	28	28	28
29	29	29	29	41	9	15	15	9	1	29	29	29
30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
31	31	43	43	43	43	43	31	31	31	31	31	31
32	32	44	44	44	44	44	32	32	32	32	32	32
17	3	31	31	31	31	31	3	37	39	33	33	33
34	34	34	34	36	38	38	38	38	40	34	34	34
27	27	27	27	47	15	13	45	23	23	23	1	35
36	46	46	24	24	24	46	46	24	24	24	2	36
37	47	47	17	17	17	47	47	17	17	17	3	37
38	38	38	38	40	34	34	34	34	36	38	38	38
39	39	39	39	33	35	1	1	35	37	39	39	39
40	40	40	40	34	36	2	2	36	38	40	40	40
45	23	21	21	21	21	21	23	1	29	41	41	41
42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42
43	43	11	13	13	13	11	43	43	43	43	43	43
44	44	12	14	14	14	12	44	44	44	44	44	44
47	17	23	1	29	41	41	41	41	9	1	35	45
46	24	22	22	22	22	22	24	2	2	2	36	46
41	41	41	41	9	1	23	17	3	3	3	37	47
48	48	48	48	16	8	8	8	8	28	48	48	48

5. 完成邊塊「124215545-51542212」

原先	124215545 之後	再 451542212 之後	原先	124215545 之後	再 451542212 之後
1	1	1	25	41	25
2	2	2	26	18	34
3	3	3	27	35	27
4	4	4	28	28	28
5	5	5	29	29	29
6	6	6	30	30	30
7	7	7	31	31	31
8	8	8	32	32	32
9	45	9	33	9	33
10	26	10	34	10	18
11	25	11	35	17	35
12	12	12	36	36	36
13	13	13	37	37	37
14	14	14	38	38	38
15	15	15	39	39	39
16	16	16	40	40	40
17	43	17	41	47	41
18	34	26	42	44	48
19	33	19	43	27	43
20	20	20	44	48	42
21	21	21	45	19	45
22	22	22	46	42	46
23	23	23	47	11	47
24	24	24	48	46	44

【評語】030413

作者能藉由觀察在基本操作下，各個單位正方形移動的位置，從而理解魔術方塊求解的步驟原理，是一件有數學分析精神的作品，雖然和已知的快速解法相比不見得較快，但以數學研究的角度來看是一個值得鼓勵的作品。