中華民國第54屆中小學科學展覽會

作品說明書

國中組　物理科

第三名

030110

101奇幻阻尼鋼球－以單擺原理和慣性定律模擬101大樓調諧質量阻尼器的減振效應

學校名稱：臺南市立後甲國民中學

作者：	指導老師：
國二 陳彥辰 國二 黃聖翔 國二 王博奕	蔡宗憲

關鍵詞：單擺、慣性定律、減振效應

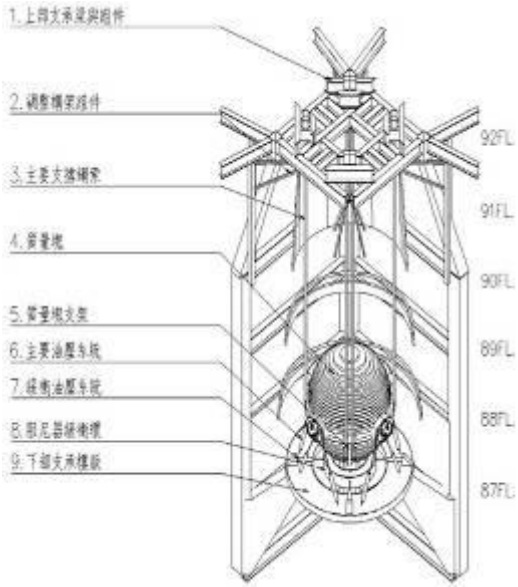
摘要

目的：自行設計組裝震動台和單擺來模擬 101 大樓和調諧質量阻尼器的振動模式；另以空瓶裝水取代單擺，以慣性定律驗證單擺的減振效應。**方法與結果：**自行定義震動台振動週期(T_v)、連續 30 週期振幅衰減係數(m)、振幅衰減 60% (90%)所需時間 D60 (D90)--三項合稱「振動模式參數」用來評估減振效應。平推震動台振幅 1、2、3 公分對 T_v 及 m 不造成影響；質量效應增加則 T_v、D60 皆增加，m 值變小。擺長 1.5、3、4.5、6 公分單擺固定於震動台上，結果以擺長 3 公分之 T_v 最長、m 較大、D60 最短；進一步以保特空瓶裝水取代單擺互相比較，結果 T_v 相近、m 最大、且 D90 較短。**結論：**當單擺週期與震動台週期相近時，減振效應最佳！保特空瓶裝水振動時受慣性定律影響，可輔助說明單擺的減振效應。

壹：研究動機：

台北 101 大樓總高 508 公尺，屬超高層建築，於 2004 年完工時曾是舉世矚目的世界最高大樓。其中最令人讚嘆的是位於 87 至 92 層樓，重達 660 公噸的金色鋼球(圖一 a)，如同單擺般吊掛於**擺長 11.5 公尺**(約四層樓高)的鋼索下方(圖一 b)，擺動**週期約 6.8 秒**[1, 2]。到底是什麼奇幻奧秘的科學原理可以解釋這顆稱為「**調諧質量阻尼器**」(Tuned Mass Damper / TMD)的金色鋼球對 101 大樓的減振效應？參觀後與師長討論，因而引發本實驗研究的動機。

圖一 a：101 大樓調諧質量阻尼器，金色鋼球重約 660 公噸，擺動**週期約 6.8 秒**



圖一 b：101 大樓調諧質量阻尼器結構，**擺長約 11.5 公尺**(約四層樓高)

貳：研究目的：

由台北 101 官網[2]線上資料查詢得知：在大樓受到地震或風力引起振動時，調諧質量阻尼器的減振效應最高可減少大樓百分之 40 的振動[1, 2]。根據上述資料，本實驗主要目的如下：

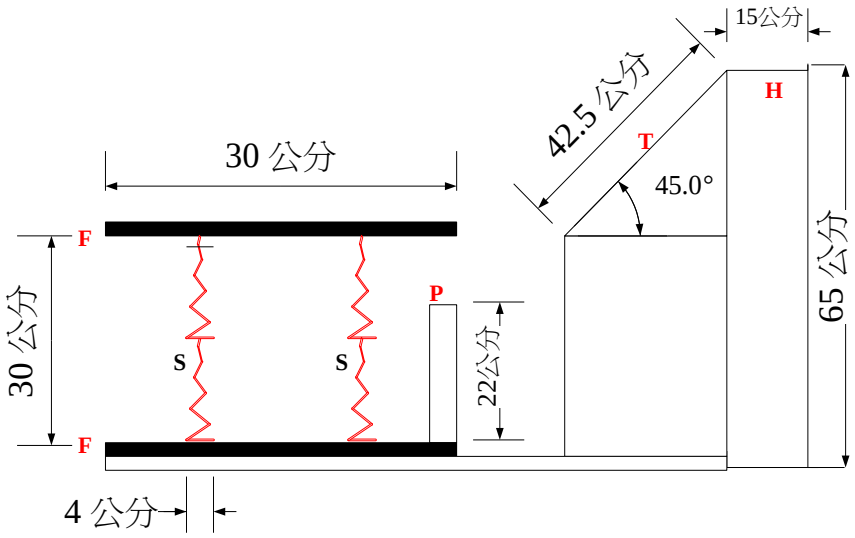
一、自行設計組裝簡易型震動台和單擺，來模擬 101 大樓與調諧質量阻尼器的力學振動模式；並嘗試量化比較參數來評估其減振效應[3]。

二、進一步延伸應用，則將保特空瓶裝水取代單擺，實驗測量分析結果再與單擺效應互相比較，嘗試用慣性定律來輔助說明單擺減振效應的力學原理。

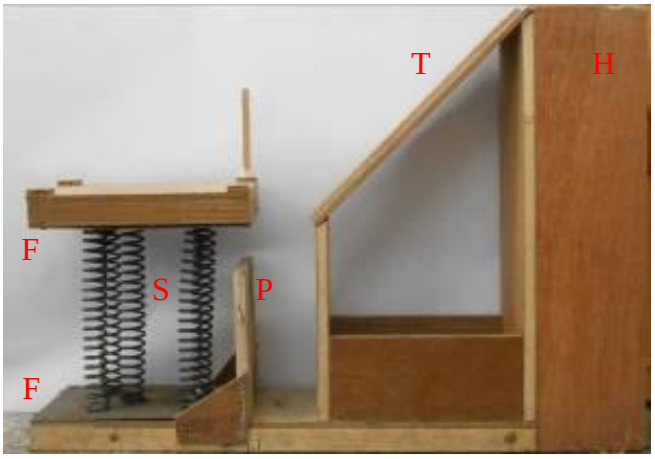
參：研究設備及器材：

一、自製震動台來模擬大樓建物的振動模式

自製震動台設計圖如圖二 a，使用五根不鏽鋼彈簧(S)(直徑 4 公分、長 30 公分)，上、下使用鐵片(F)(長 30 公分、寬 20 公分、厚 0.3 公分)焊接固定成震動台(總重 4.26 公斤)，往後實驗將以此裝置模擬大樓建物受力時的振動。右側另設計 45 度斜坡軌道(T)、基準台(H)及中隔擋板(P)皆由木板製作，可控制鉛球沿斜坡固定距離落下撞擊震動台。成品實體如圖二 b。



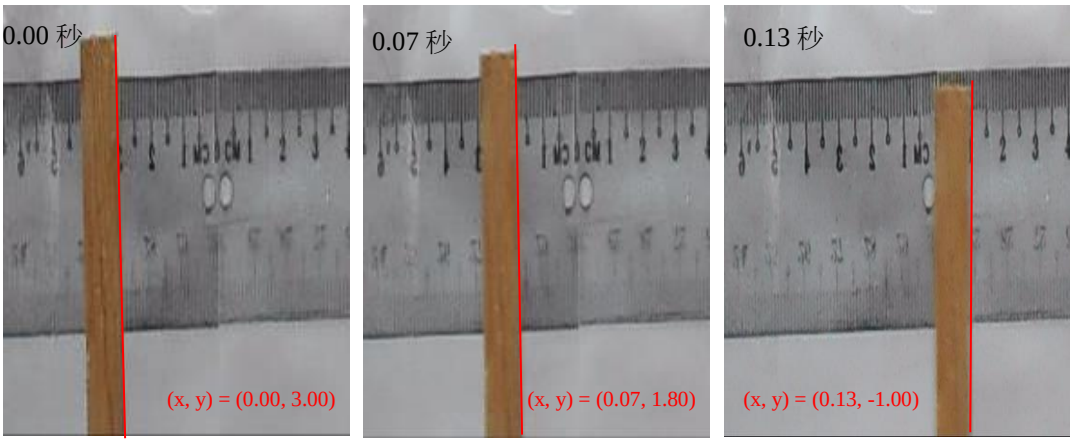
圖二 a：自製震動台設計圖　F 鐵片(長 30 公分、寬 20 公分、厚 0.3 公分)；S 彈簧(直徑 4 公分、長 30 公分)；T　45 度斜坡軌道，長度 42.5 公分；H 基準台；P 中隔擋板



圖二 b：震動台實體圖片　F 鐵片； S 彈簧；
T 斜坡軌道； H 基準台； P 中隔擋板

二、影像錄製、測量方式及分析軟體

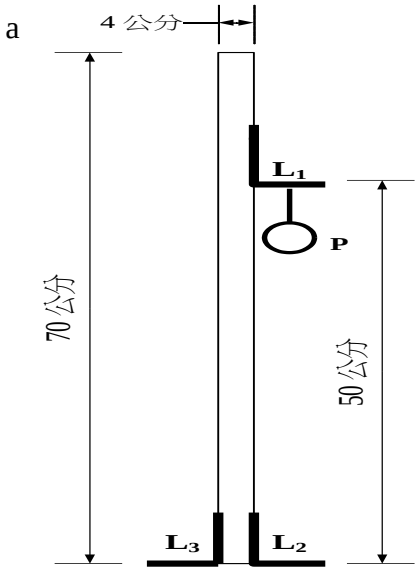
震動台受力後左右擺動時，數位相機(NICON)於定點用腳架固定後錄下其振動過程，影像(MPEG 格式)再匯入微軟 Window Movie Maker/Win XP 軟體，以預設值固定時間間隔每 0.07/ 0.06/ 0.07 秒(圖二 c)的重複順序進行影像擷取(每秒約可擷取 15 張圖片)，每張圖片內參考線與橫尺刻度可測量相對應時間的位置資料，再鍵入 Excel(微軟 Window office 2003)軟體繪圖及資料分析(在本文實驗方法中，上述這些步驟皆以「**影像錄製、測量及分析**」來簡述)。



圖二 c：參考線(紅線)與橫尺刻度，測量相對應時間-位置(x,y)資料

三、自製單擺來模擬調諧質量阻尼器的單擺效應

自製單擺設計圖如圖三 a，木製單擺支架(長 70 公分，質量 0.6 公斤)在高度 50 公分處固定 L 型鐵片(L_1)，作為單擺固定處。擺垂砝碼(P)以細鐵線吊掛其上。下方另 L 型鐵片(L_2、L_3)固定支架於震動台上部，藉此來模擬 101 大樓調諧質量阻尼器的單擺效應。成品實體圖如圖三 b。



圖三 a:自製單擺設計圖
P：砝碼 L_1、L_2、L_3：L 型鐵片

圖三 b：自製單擺實體圖片

肆：研究方法及過程：

【前置實驗】

一、決定如何產生震動台週期運動的方式

為了模擬震動台如同建築物在地震時的左右擺動模式，震動台上部可用固定外力撞擊或手推檯面固定距離等兩種方式製造振動，為了評估哪一種方式可產生較為信賴的結果？我們執行了下述前置實驗。

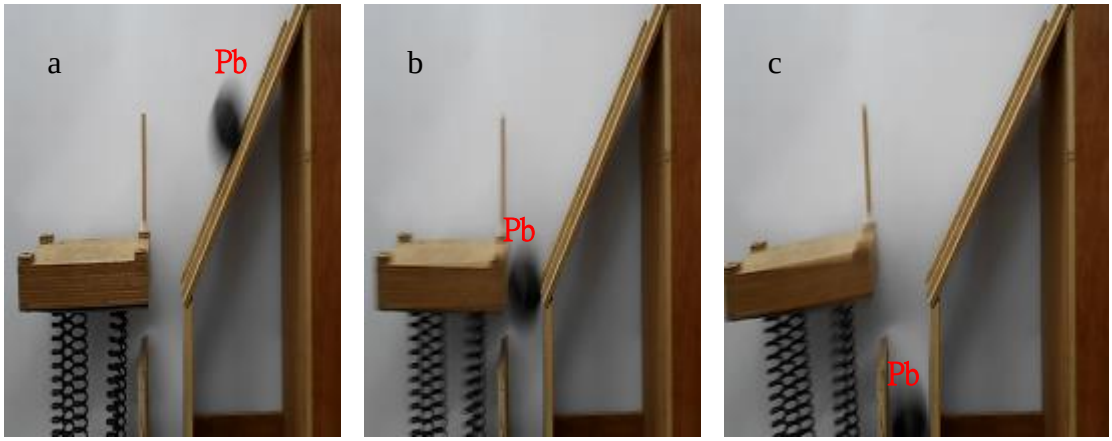
(一)、控制撞擊力(Force)參數，製造震動台週期運動

六磅鉛球(Pb)自基準台沿 45 度斜坡滾下 42.5 公分距離後(圖四 a)，側方撞擊震動台上方檯面(圖四 b)，再沿中隔擋板落下(圖四 c)，藉此產生固定撞擊力來製造震動台的週期運動，經影像錄製、測量及分析，重複實驗三次後繪製前 2 秒時間-位置曲線(圖五)，測得振動週期(T_V)平均值(表一)約 0.311 秒，**平均差(註 1)**約 0.029 秒，平均差與平均值之比值(簡稱「**差值比**」 **註 2**) 約 9.32 %；最大振幅(A)平均值(表一)約 5.10 公分(平均差約 0.13 公分；差值比約 2.55 %)。

(**註 1：平均差**[4] = 測量值(x)減平均值($\bar{x}$)之絕對值總和，再除以其樣本數(n)

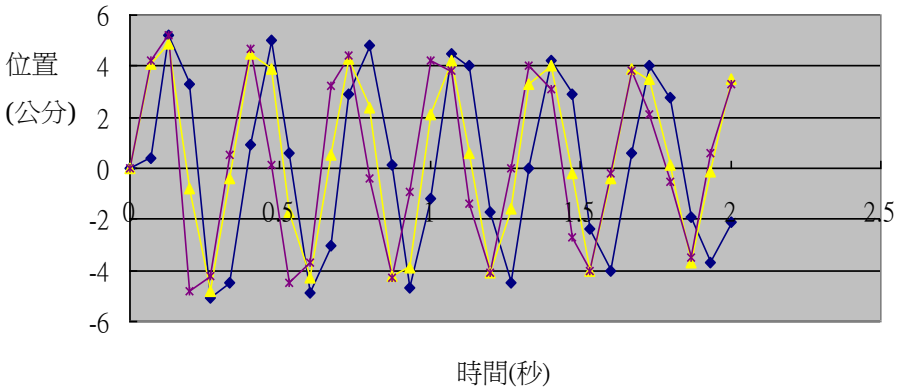
$= \frac{1}{n}\sum|x-\bar{x}|$ ；藉以評估測量資料的**變異性**，可用 Excel 軟體 AVEDEV **函數**自動計算，平均差越大，代表測量結果變異性越高)

(**註 2：差值比** = 平均差/平均值；用以評估測量結果的**信賴度**，可用 Excel 軟體 AVEDEV/ AVE **函數**自動計算，差值比越小(＜5%)，代表測量結果的信賴度越佳)



圖四 a、b、c：六磅鉛球(Pb)沿 45 度斜坡滾下 42.5 公分距離後撞擊震動台過程

圖五：以鉛球撞擊震動台方式測得之時間-位置曲線(前 2 秒/重複實驗三次)



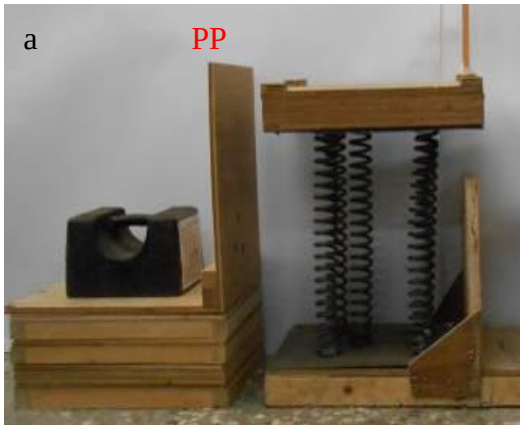
表一：鉛球撞擊震動台測得振動週期與最大振幅之平均值/平均差/差值比						
	第一次 (X_1)	第二次 (X_2)	第三次 (X_3)	平均值 (a)	平均差 (b)	差值比 (b/a)
振動週期（秒）/ Tv	0.333	0.267	0.333	0.311	0.029	9.32 %
最大振幅（公分）/ A	5.20	4.90	5.20	5.10	0.13	2.55 %

註　平均差：測量值(x_n)減平均值(a)之絕對值總和，再除以其樣本數(n)　$b = (\frac{1}{n}\sum|x_n - a|)$

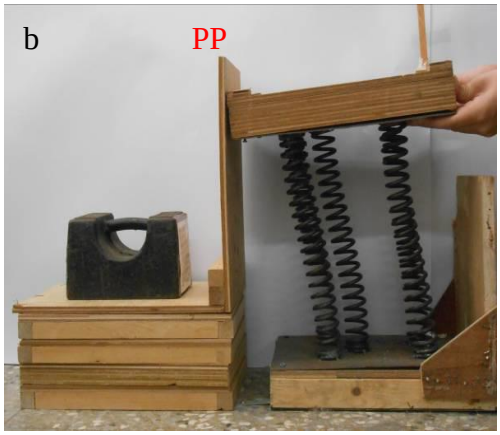
差值比：平均差/平均值(b/a)

(二)、控制振幅長度(Length)參數，製造震動台週期運動

製造振動方法改以定位擋板(PP/圖六 a)，置於震動台左側 5.1 公分(參考表一中最大振幅平均值 5.1 公分)，將震動台上部平推至定位擋板(圖六 b)，放開後製造震動台週期運動，經影像錄製、測量及分析，重複實驗三次繪製前 2 秒時間-位置曲線(圖七)，測得振動週期(T_V)平均值(表二)約 0.333 秒(平均差 0.000 秒，差值比 0.00 %)與最大振幅(A)平均值(表二)5.1 公分(平均差 0.00 公分，差值比 0.00 %)。

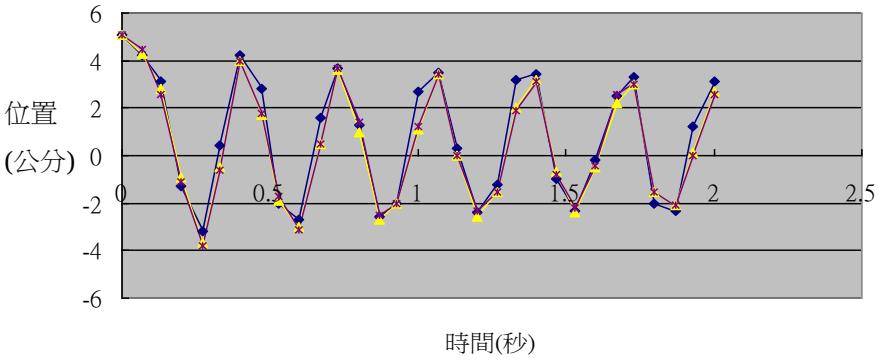


圖六 a：定位擋板/ PP(左)與震動台(右)



圖六 b：以手平推震動台至定位擋板(PP)，控制震動台振幅長度 5.1 公分

圖七：以手平推震動台方式測得之時間-位置曲線(前 2 秒/重複實驗三次)



表二：以手平推震動台測得振動週期與最大振幅之平均值/平均差/差值比						
	第一次 (X_1)	第二次 (X_2)	第三次 (X_3)	平均值 (a)	平均差 (b)	差值比 (b/a)
振動週期（秒）/ Tv	0.333	0.333	0.333	0.333	0.000	0.00 %
最大振幅（公分）/ A	5.10	5.10	5.10	5.10	0.00	0.00 %

註　平均差：測量值(x_n)減平均值(a)之絕對值總和，再除以其樣本數(n)　$b = (\frac{1}{n}\sum|x_n - a|)$

差值比：平均差/平均值(b/a)

(三)、比較上述兩方法測量結果的信賴度

表二中振動週期與最大振幅的差值比皆為 0.00 %，確定振動模式為週期 0.333 秒、最大振幅 5.1 公分之穩定**週期運動**，結果明顯優於表一中振動週期差值比(約 9.32 %)與最大振幅差值比(約 2.55 %)；且圖七中波峰波谷曲線三次結果的重疊性較高，而圖五中波峰波谷曲線三次結果較為分散！藉此推論以控制振幅長度方式，可測得信賴度較佳的穩定資料。故下述實驗方法，皆採用控制振幅長度方式來製造震動台的週期運動，而**震動台之週期則以 Tv 表示；最大振幅以 A 表示**。

(四)、由於震動台振動時除水平分量之位移，亦有微量垂直分量上的位移；測量平推 3.0 公分振幅之垂直位移約 0.3 公分，在此範圍內測量分析需有更精密的儀器。故本實驗僅**探討水平分量的影響，並未討論垂直分量的影響**。

二、自行定義「振動模式參數」來評估減振效應

(一)、量化時間-位置曲線波峰衰減效應的數學原理

震動台上部負載 1 公斤砝碼，再依前述方式平推 1 公分的振幅，經影像錄製、測量及分析，繪製時間-位置曲線(圖八 a)，觀察其波峰隨著時間增加逐步衰減，推測應有阻滯力存在才會造成波峰衰減效應。為了量化阻滯力造成波峰衰減的程度，我們將每個週期的波峰點連線並延伸 30 個週期(圖八 b)，觀察波峰自 1 公分緩慢逐步衰減漸趨近於 0；意即若時間無限延長，振幅最終衰減為 0，振動則完全停止！與師長討論後，這圖形約略呈**指數關係**遞減效應，約可用方程式(式 1)模擬：

$$y = ke^{-mx} \qquad (1)$$

(y：波峰位置，x：時間；m、k 為常數，m＞0、$k = y_0$)

為了驗證指數關係是否合理，故將上式對數處理：

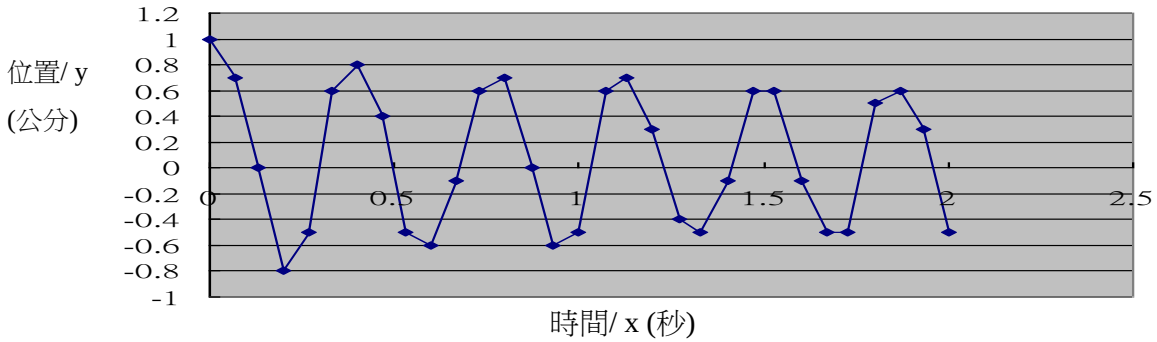
$$\ln y = \ln (ke^{-mx}) = \ln e^{-mx} + \ln k = -mx + \ln k \qquad (2)$$

意即波峰位置對數值(ln y)與時間(x)在數學上呈線性相關，且式(2)之 m 值約可量化其衰減效應。故我們針對 ln y 與 x 繪圖(圖八 c)，其連線應約呈直線關係，並可用 Excel 軟體**趨勢線**功能模擬直線的對應方程式(圖八 d)：

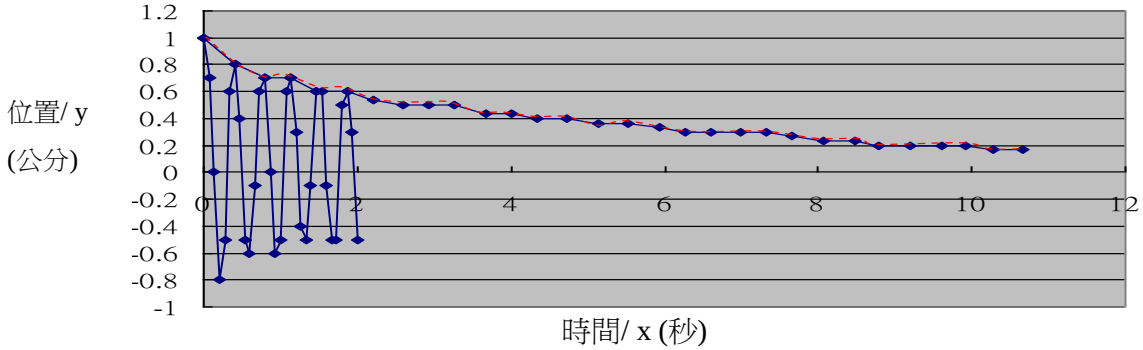
$$\ln y = -0.1488x - 0.2183 \qquad (R^2 = 0.9824 \text{ 註}) \qquad (3)$$

(**註**：R^2值在 Excel 中表示「**決定係數**」，決定係數介於 1 與 0 之間，**趨勢線越適合圖形，則 R^2值越趨近 1，反之則 R^2值越趨近 0**。資料來源：微軟 Office 2003 線上說明(F1)/ 詳細定義請參考本文末附錄一)。

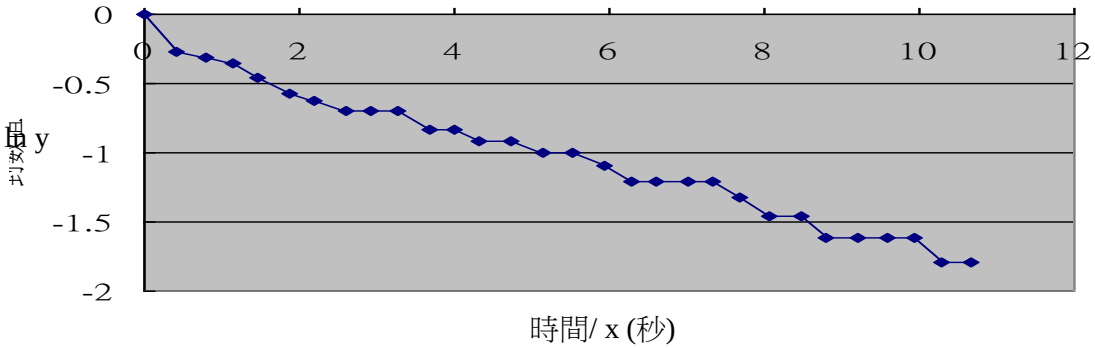
式(3)之 m 值 0.1488 約可量化振幅的衰減效應，故 m 值越大，代表衰減效應越顯著。上述數學式中時間(x)與 30 個波峰自然對數(ln y)的線性斜率絕對值(m)約可用來描述**連續 30 個週期振幅的衰減效應**，我們自行定義以「**衰減係數(m)**」來簡述。若有某種裝置設計，可讓 m 值明顯變大，則推測此裝置振幅衰減效應較顯著，且若 R^2值越趨近 1($R^2 \geq 0.9$)，則波峰振幅規則地逐步衰減的信賴度越高，換句話說可讓建築物受力後，振幅規則性逐步下降，振動較穩定，且 m 值的信賴度亦較高；反之，若 R^2值越趨近 0($R^2 < 0.9$)，則振幅可能忽大忽小，呈不規則波浪狀，振動亦較不穩定，且 m 值的信賴度亦較低。故下述實驗模擬 101 大樓調諧質量阻尼器的減振效應，即評估是否可讓 m 值明顯變大，且 R^2值越趨近於 1。



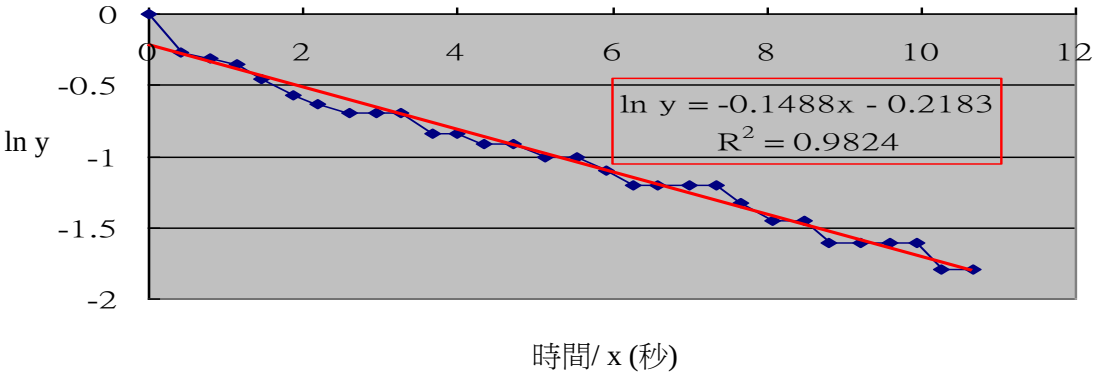
圖八 a：震動台振動時間-位置(x,y)曲線(前 2 秒)



圖八 b：波峰(y)連線(紅虛線)並延伸 30 個週期，波峰自 1 漸趨於 0；意即若時間無限延長，振幅最終衰減為 0，振動則完全停止



圖八 c：連續 30 週期之波峰對數值(ln y)與時間(x)關係圖



圖八 d：連續 30 週期之波峰對數值(ln y)與時間(x)關係圖(藍線)，並以趨勢線(紅線)來模擬表示

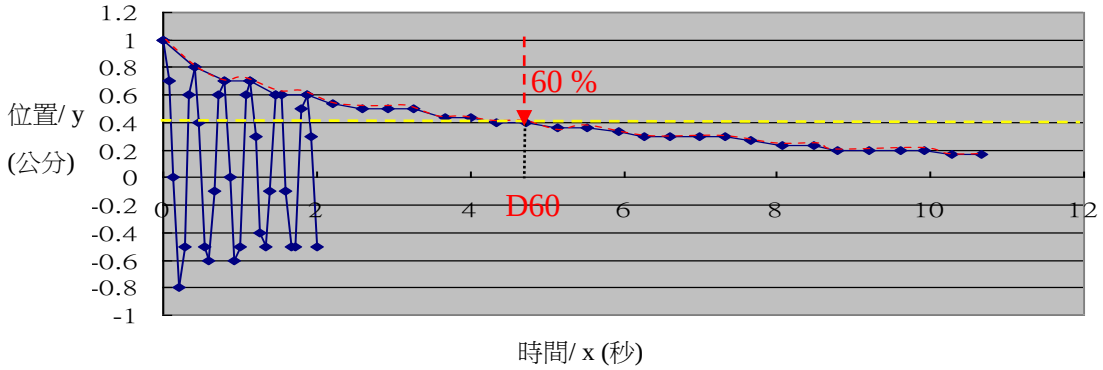
平推 1 公分振幅重複實驗 3 次，比較衰減係數 m/ R^2 值之平均值/平均差/差值比如表三(由於 R^2 值會影響 m 值模擬波峰規則性衰減的信賴度，兩者之信賴度互有邏輯相關性，故以 m/ R^2 值成對表示)。

表三：衰減係數 m/ R^2 值之平均值/平均差/差值比						
	第一次	第二次	第三次	平均值(a)	平均差(b)	差值比(b/a)
衰減係數(m)	0.149	0.148	0.149	0.149	0.001	0.33 %
R^2 值	0.982	0.983	0.975	0.980	0.003	0.35 %

註　平均差：測量值減平均值之絕對值總和，再除以其樣本數　R^2值：決定係數

差值比：平均差/平均值

(二)、我們自行定義**最大振幅衰減百分之 60 所需時間(秒)**以 D60 來簡述(圖八 e)。D60 越大，則代表建物振動的時間越久；反之則建物振動越快停止。另 D90 之定義則如前述同理可推！平推振幅 1 公分，重複實驗三次，測量 D60、D90 之平均值、平均差、差值比如表四。D90 差值比(1.28 %)小於 D60 差值比(3.50 %)，意即 D90 之信賴度優於 D60。



圖八 e：最大振幅衰減百分之 60 所需時間(D60)

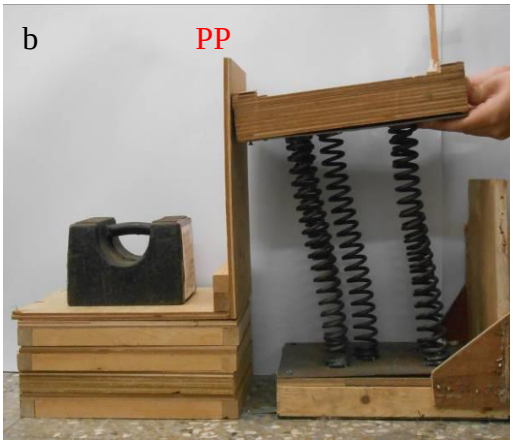
表四：最大振幅衰減百分之 60 (90)所需時間 D60 (D90)之平均值/平均差/差值比						
	第一次	第二次	第三次	平均值(a)	平均差(b)	差值比(b/a)
D60(秒)	4.330	4.000	4.330	4.220	0.147	3.50 %
D90(秒)	51.070	52.200	52.930	52.067	0.664	1.28 %

註　平均差：測量值減平均值之絕對值總和，再除以其樣本數　差值比：平均差/平均值

(三)、由於表二、三、四中，各項參數分析之差值比皆小於 5 %，信賴度皆佳！故後續正式實驗中，我們即套用前述三項分析方式(T_v、m/ R^2 值、D60 或 D90)來評估震動台振動模式的**減振效應**，因而將 T_v、m/ R^2 值、D60 (D90)三項合稱「**振動模式參數**」。故**最佳化**的減振效應意即減振裝置可讓震動台之 **T_v變長**(振動較緩慢)、**m 變大**(振幅衰減效應較佳)，且 **D60 (D90)變小**(振動時間減短)！**R^2 值越趨近於 1**($R^2 \geq 0.9$)，則表示波峰連線**趨勢線(x, ln y)**模擬的準確度較高，振幅規則地由高到低逐步遞減，且 m 值的信賴度亦較佳！

【實驗一】評估震動台平推振幅大小對振動模式參數的影響

為了比較震動台平推振幅大小是否會產生不同的振動模式？於震動台上靜置總重 1.5 公斤砝碼(三顆 0.5 公斤砝碼)(圖九 a)，控制固定質量負荷。將震動台上部檯面分別平推 1、2、3 公分振幅(A)(圖九 b)，每組實驗三次，經影像錄製、測量及分析，繪製時間-位置曲線(研究結果：圖十三 a 至 c)，並比較平推振幅長度對振動模式參數(T_V、m/ R^2 值、D60/ D90)的影響(研究結果：表五)。



圖九 a：震動台上靜置總重 1.5 公斤砝碼(三顆 0.5 公斤砝碼)，控制固定質量負荷　b：以手平推震動台至定位擋板(PP)，控制震動台振幅長度 1、2、3 公分

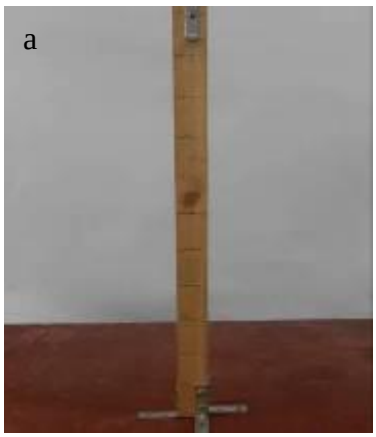
【實驗二】評估質量效應對振動模式參數的影響

實驗組震動台上分別靜置 0.5、1.0、1.5、10、20 公斤的砝碼，平推震動台振幅 1 公分，對照組則不放置砝碼(0.0 公斤)。每組實驗三次，經影像錄製、測量及分析，繪製時間-位置曲線(研究結果：圖十四 a 至 f)，比較質量效應對振動模式參數(T_V、m/ R^2 值、D60)的影響(研究結果：表六)。

【實驗三-1】評估擺長效應對單擺週期的影響/ 單擺支架固定於桌面

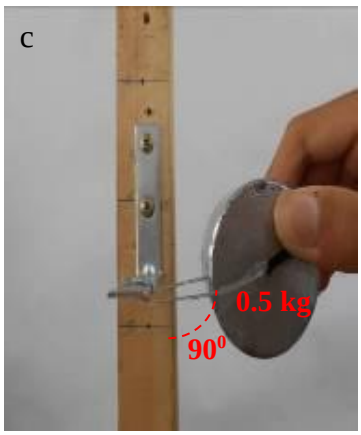
為了模擬 101 大樓調諧質量阻尼器的單擺效應減振效果，本實驗中意即評估單擺擺動週期(T_P)與震動台振動週期(T_V)的相關性對震動台振動模式參數的影響？故先測量單擺擺長長度(L)對單擺擺動週期(T_P)的影響！

將單擺支架固定於桌面(圖十 a)，使用 4 條細鐵線(圖十 b)吊掛 0.5 公斤的砝碼於單擺支架 50 公分高處，並控制擺長(L)為 1.5、3、4.5、6 公分，將砝碼置於鐵線與支架呈 90 度垂直位置(圖十 c)，自由施放，每組實驗三次，分別測量週期(T_P)平均值、平均差、差值比(研究結果：表七)來驗證單擺週期測量結果的信賴度。實驗結果將與下述【實驗三-2】將單擺固定於震動台上部，比較單擺擺長效應對震動台振動模式參數(T_V、m/ R^2 值、D60)的影響。



圖十 a：單擺支架固定於桌面

圖十 b：吊掛砝碼之鐵線

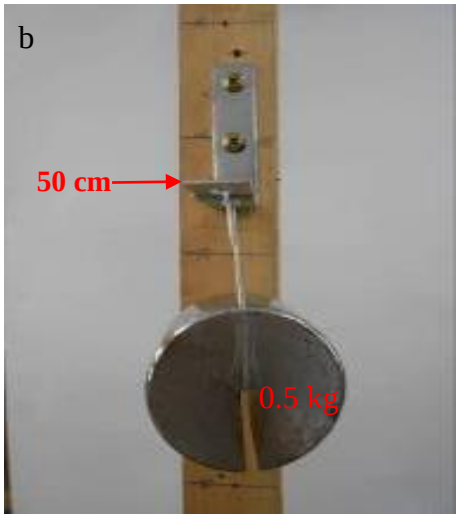


圖十 c：以鐵線吊掛 0.5 公斤砝碼，於支架 90 度垂直位置施放；擺長分別為 1.5、3、4.5、6 公分

【實驗三-2】評估擺長效應對振動模式參數的影響/ 單擺支架固定於震動台

將單擺支架(0.6 公斤)與砝碼(0.5 公斤) (砝碼未吊掛單擺支架)，皆靜置震動台上部(圖十一 a)當對照組，控制固定質量效應。實驗組將 0.5 公斤砝碼吊掛於單擺支架 50 公分高處(圖十一 b)，並分別改變擺長長度(L)為 1.5、3、4.5、6 公分。平推震動台振幅 3 公分，每組實驗三次，經影像錄製、測量及分析，繪製時間-位置曲線(研究結果：圖十五 a 至 e)，於固定砝碼質量條件下比較擺長長度(L)對振動模式參數(T_v、m/R^2值、D60)的影響(研究結果：表八)。並繪製各組瞬間加速度(影像擷取預設值 $\Delta t = 0.06/0.07$ 秒，請參閱 P. 4)(研究結果：圖十六、表九)，評估振動力量大小。

圖十一 a：單擺支架與 0.5 公斤砝碼靜置於震動台當對照組(砝碼未掛上支架)，控制固定質量效應



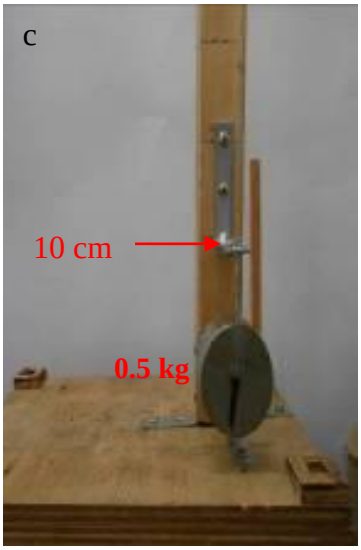
圖十一 b：0.5 公斤砝碼使用鐵線吊掛於單擺支架；擺長分別為 1.5、3、4.5、6 公分

【實驗三-3】以慣性定律(保特空瓶裝水)驗證單擺效應對振動模式參數的影響

為了進一步確認單擺週期(T_P)與震動台振動週期(T_V)相符時，是否可產生最佳的減振效應？故我們橫置 1 公升保特空瓶(26 公克)，內裝 500 毫升自來水(組 b)，控制與 0.5 公斤砝碼等同的質量效應，再與單擺支架一起固定於震動台上方(圖十二 b)。震動台平推 3 公分振幅產生週期運動，空瓶中的水亦因慣性定律的影響，產生與震動台振動週期(T_V)相同且即時性的反向運動！對照組(組 a)為空瓶外置 0.5 公斤砝碼(圖十二 a)。組 c(圖十二 c)則選擇 3 公分擺長，其單擺動週期(T_P)約等同震動台振動週期(T_V)(參考研究結果：表七、表八中＊標示)，再將 0.5 公斤砝碼擺垂吊掛於單擺支架 10 公分高處，約與寶特瓶等高，控制位置效應的影響。每組實驗三次，經過影像錄製、測量及分析，繪製時間-位置曲線(研究結果：圖十七 a、b、c)，並比較上述三組振動模式參數(T_V、m/ R^2 值、D60)的差異(研究結果：表十)。為了進一步比較空瓶裝水與 3 公分單擺的振幅衰減效應，故各自延伸 30 個週期(研究結果：圖十八 a、b)，同時比較最大振幅衰減百分之 90(D90)所需時間(研究結果：表十一)，並繪製各組瞬間加速度(影像擷取預設值 $\Delta t = 0.06/0.07$ 秒，請參閱 P. 4) (研究結果：圖十九、表十二)，評估振動力量大小。

圖十二 a：單擺支架、橫置 1 公升寶特空瓶外置 0.5 公斤砝碼於震動台，控制固定質量效應(對照組/ 組 a)

圖十二 b：橫置 1 公升寶特瓶，內裝 500 毫升自來水，與單擺支架共同置於震動台上(組 b)



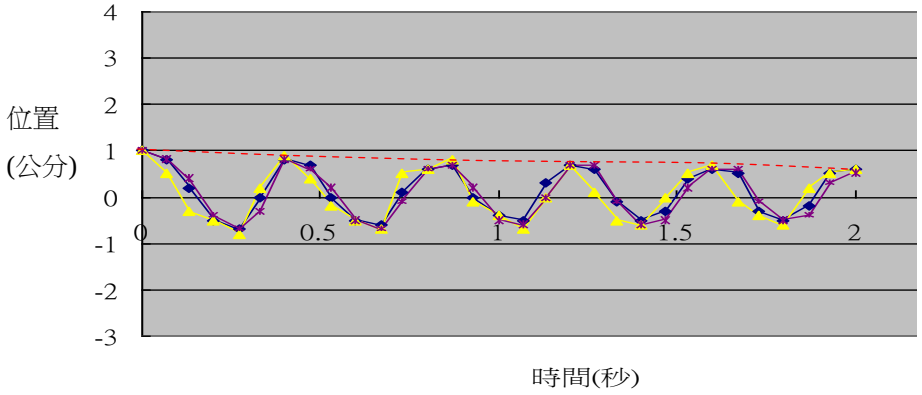
圖十二 c：單擺支架 10 公分高處(約與寶特瓶等高)吊掛 0.5 公斤砝碼，擺長 3 公分(組 c)

伍：研究結果

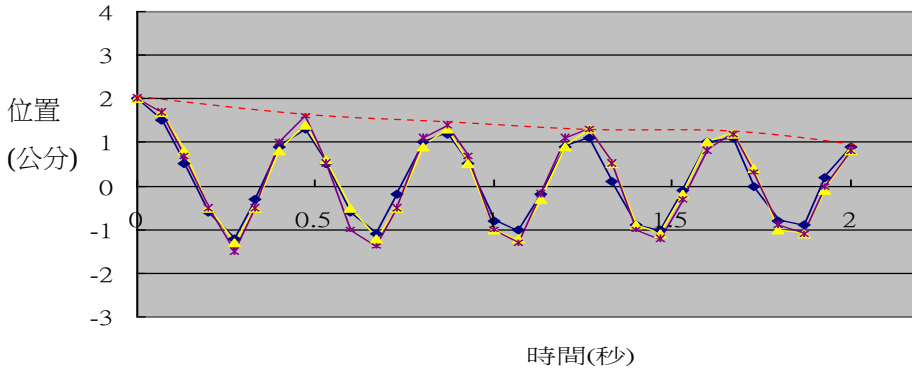
【實驗一】評估震動台平推振幅大小對振動模式參數的影響

震動台分別平推 1、2、3 公分振幅(A)，每組實驗三次，繪製時間-位置曲線(圖十三 a、b、c)，表五中顯示各組不論振幅大小，T_v、m 皆相近，表示三組皆為週期相近之穩定週期運動，且振幅衰減效應亦相似，R^2值亦皆大於 0.9，表示趨勢線模擬振幅規則性逐步遞減效應的信賴度甚高。唯一差別為 D60 (D90)，平推振幅越大，振幅衰減所需時間越長。

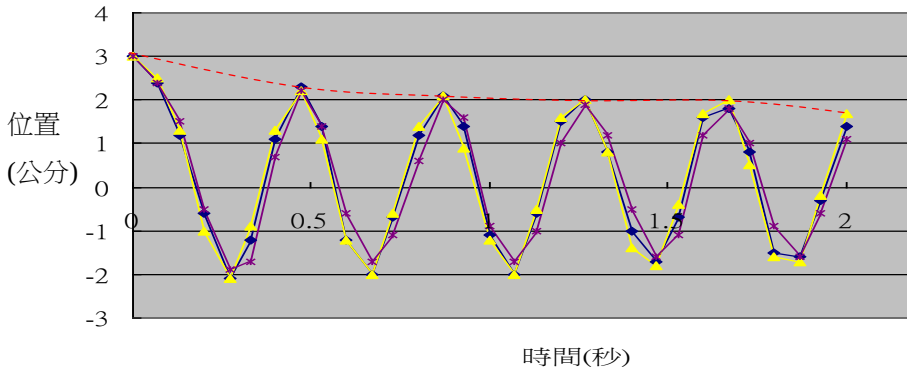
圖十三 a：振幅長度 1 公分之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



圖十三 b：振幅長度 2 公分之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



圖十三 c：振幅長度 3 公分之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



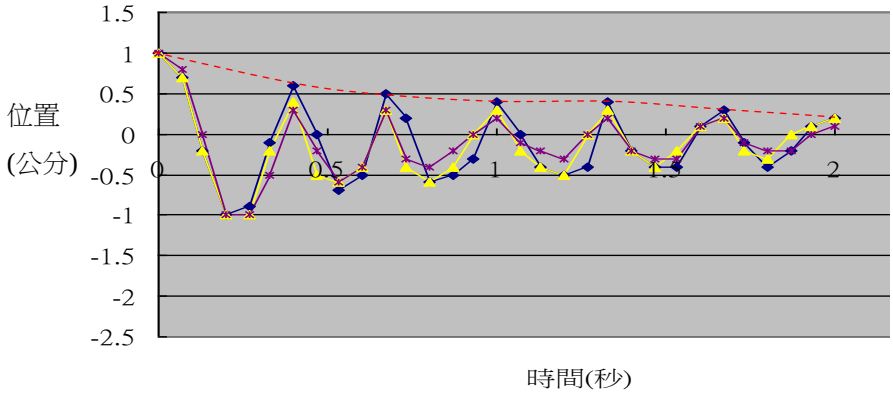
表五：比較平推振幅大小對振動模式參數的影響					
A(公分)	Tv(秒)	m	R^2值	D60(秒)	D90(秒)
1.0	0.390	0.097	0.929	5.07	139.47
2.0	0.400	0.095	0.946	6.40	159.53
3.0	0.400	0.096	0.958	6.47	186.93

註　A：平推振幅　Tv：震動台平均振動週期　m：衰減係數　D60 (D90)：最大振幅衰減百分之60 (90)所需時間　R^2值：決定係數

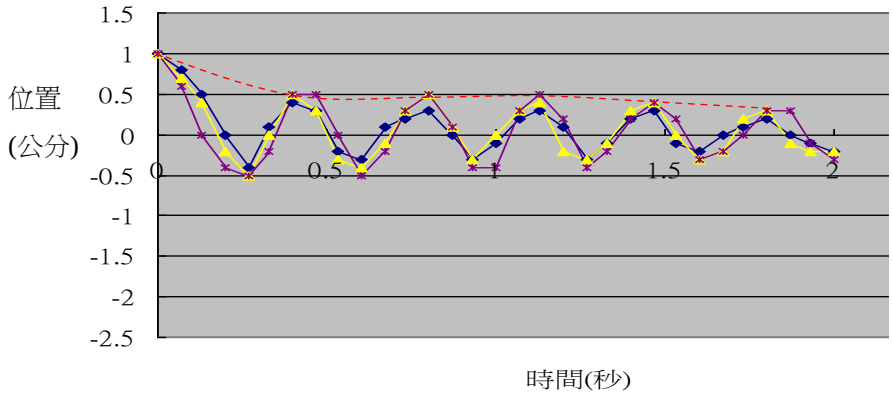
【實驗二】評估質量效應對振動模式參數的影響

震動台上分別靜置 0.0 (對照組)、0.5、1.0、1.5、10、20 公斤砝碼，控制相同振幅 1 公分，繪製時間-位置曲線(圖十四 a 至 f)，表六中顯示，當質量效應越大，則 Tv 隨之增加，m 值隨之越小，代表週期越長且振幅衰減效應變差，故可說明 D60 亦隨之增加。各組 m 值之 R^2值亦皆 0.9 以上，表示趨勢線模擬振幅規則性逐步遞減的信賴度甚高。

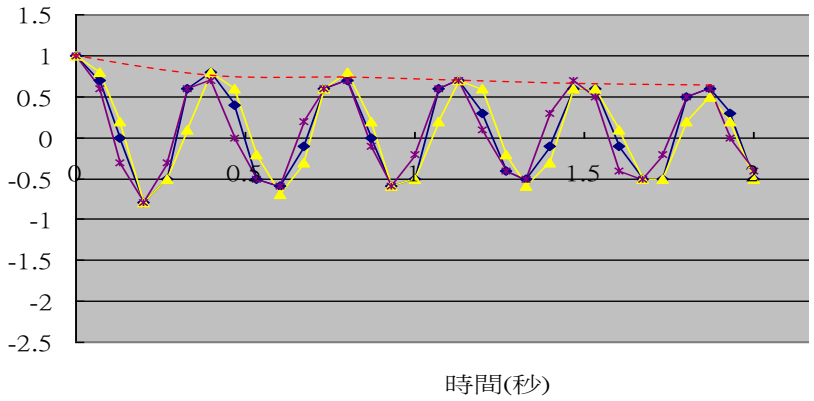
圖十四 a：對照組震動台(無砝碼)之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



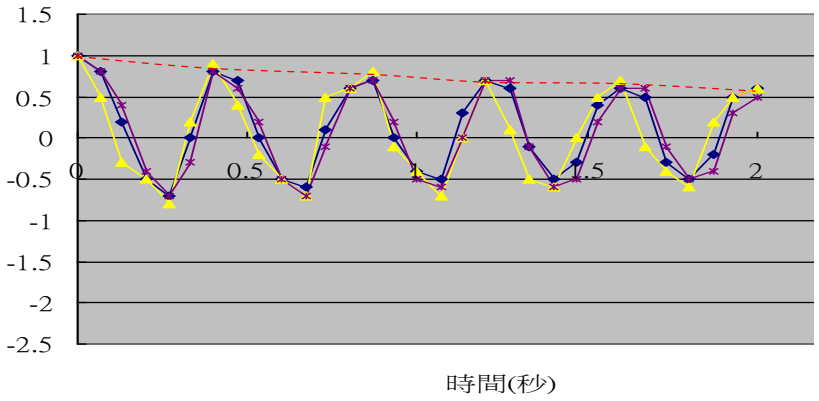
圖十四 b：震動台上靜置 0.5 公斤砝碼之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



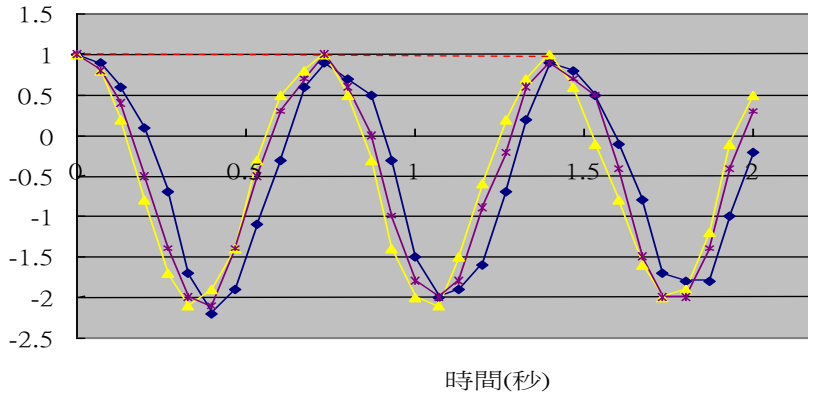
圖十四 c：震動台上靜置 1 公斤砝碼之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



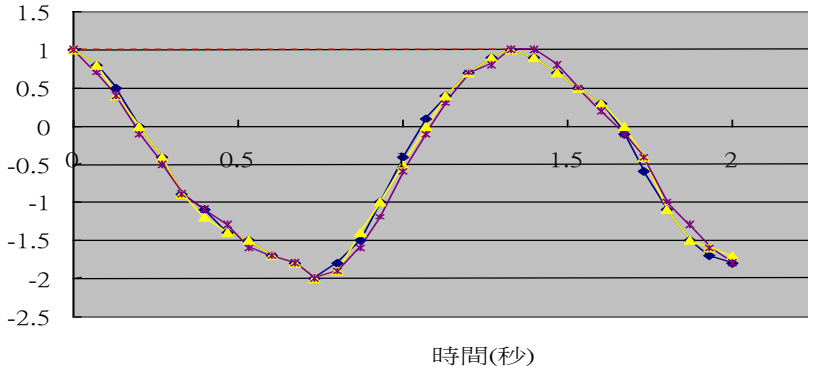
圖十四 d：震動台上靜置 1.5 公斤砝碼之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



圖十四 e：震動台上靜置 10 公斤砝碼之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



圖十四 f：震動台上靜置 20 公斤砝碼之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



表六：比較質量效應對振動模式參數的影響				
砝碼(公斤)	T_V(秒)	m	R^2值	D60(秒)
0.0 (對照組)	0.317	0.301	0.910	0.670
0.5	0.350	0.295	0.955	1.130
1.0	0.370	0.149	0.982	4.330
1.5	0.390	0.097	0.929	5.070
10.0	0.710	0.047	0.950	17.800
20.0	1.320	0.024	0.934	33.130

註　T_V：震動台平均振動週期　m：衰減係數　D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間
R^2值：決定係數

【實驗三-1】評估擺長效應對單擺週期的影響/ 單擺支架固定於桌面

單擺支架固定桌面，吊掛 0.5 公斤砝碼，分別改變擺長長度 1.5、3.0、4.5、6.0 公分，表七中顯示擺長越長，T_P則相對越長；且各組之差值比皆小於 5 %，代表測量結果的信賴度皆在可接受的範圍內。

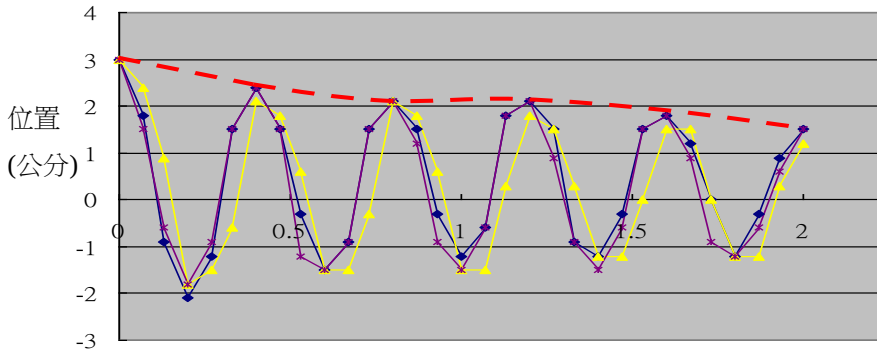
表七：比較單擺擺長(L)與擺動週期(T_P)的相關性/ 單擺固定於桌面						
L(公分)	第一次(秒)	第二次(秒)	第三次(秒)	T_P(秒)	T_P平均差	T_P差值比
1.5	0.357	0.333	0.333	0.341	0.010	3.04 %
3.0 ＊	0.400	0.400	0.418	0.406＊	0.008	1.92 %
4.5	0.530	0.530	0.540	0.533	0.004	0.83 %
6.0	0.600	0.600	0.600	0.600	0.000	0.00 %

註　L：單擺擺長　T_P：單擺平均擺動週期　＊：擺長 3.0 公分之單擺週期(T_P)約等同表八之對照組震動台週期 T_V (＊)　　平均差：測量值減平均值之絕對值總和，再除以其樣本數
差值比：平均差/平均值

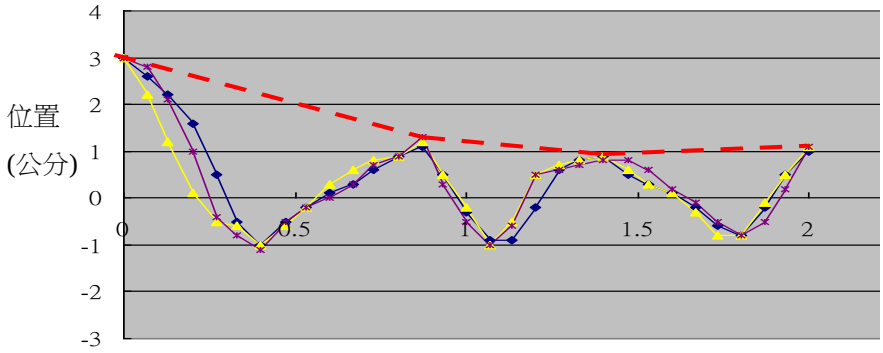
【實驗三-2】評估擺長效應對振動模式參數的影響/ 單擺支架固定於震動台

以控制質量效應，砝碼未吊掛為對照組，砝碼吊掛後分別改變擺長 1.5、3、4.5、6 公分，繪製時間-位置曲線(圖十五 a 至 e)，實驗組之波峰連線，前 2 秒內僅 1.5、3 公分兩組約呈緩步遞減(圖十五 b、c)，其餘兩組 4.5、6 公分(圖十五 d、e)呈波浪狀高低起伏。表八中對照組(＊標示)震動台振動週期(T_V = 0.400 秒)，約接近上述【實驗三-1】表七中三公分擺長(＊標示)單擺週期(T_P = 0.406 秒)。當 T_V約等同 T_P時即表八中擺長三公分(＃標示)這組之 T_V(0.650 秒)最長，表示振動最慢；D60 亦是最小，表示振幅衰減所需時間最短。R^2值僅對照組、擺長三公分兩組大於 0.9，表示趨勢線模擬振幅規則性遞減信賴度較佳，且擺長三公分這組之 m 值(0.160)較對照組大，表示振幅衰減效應較對照組佳；其餘各組 R^2值皆小於 0.9，可解釋波峰連線呈不規則**波浪狀**高低起伏，非逐步遞減。另繪製各組之瞬間加速度(Δt = 0.06/ 0.07 秒)(圖十六)，其中擺長 3 公分(表九中＃標示)這組之最大瞬間加速度最小，表示振動力量較小；反之，其餘各組之最大瞬間加速度皆較大，表示振動力量較大，但實驗組整體而言，還是皆比對照組低。

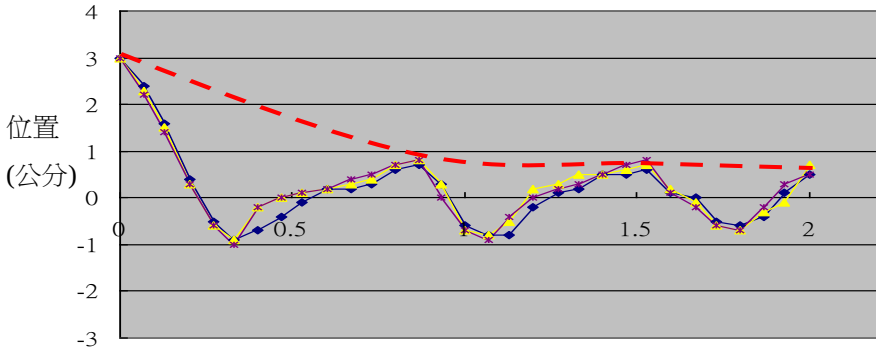
圖十五 a：對照組震動台靜置單擺支架與 0.5 公斤砝碼(未吊掛)之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



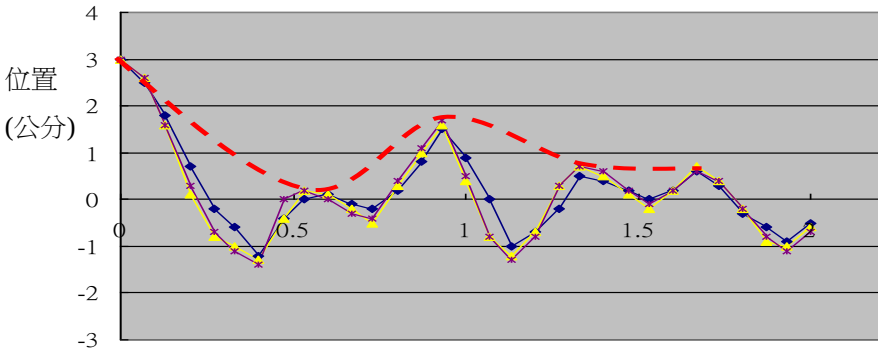
圖十五 b：0.5 公斤砝碼吊掛擺長 1.5 公分單擺之震動台時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



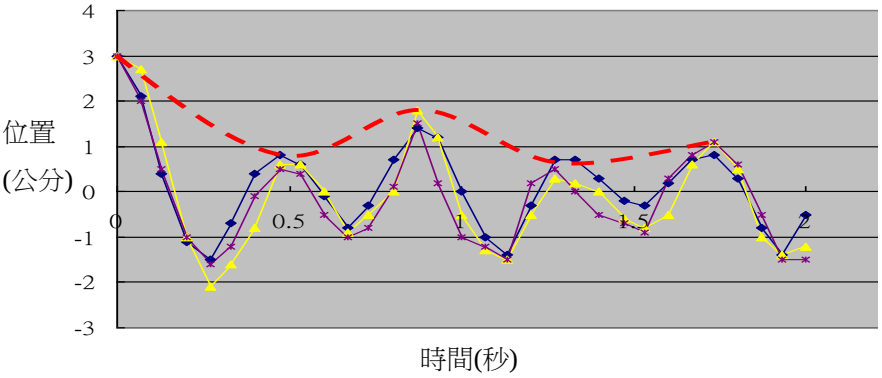
圖十五 c：0.5 公斤砝碼吊掛擺長 3.0 公分單擺之震動台時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



圖十五 d：0.5 公斤砝碼吊掛擺長 4.5 公分單擺之震動台時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)呈波浪狀



圖十五 e：0.5 公斤砝碼吊掛擺長 6.0 公分單擺之震動台時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)呈波浪狀



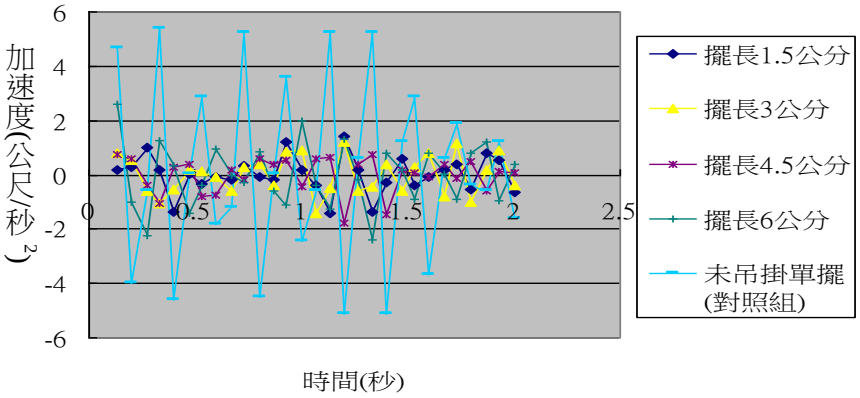
表八：比較擺長長度(L)對振動模式參數的影響/ 單擺固定於震動台					
L(公分)	Tv(秒)	m	R^2值	D60(秒)	D60 排序(由小到大)
0.0 ＊(對照組)	0.400 ＊	0.108	0.908	3.20	5
1.5	0.565	0.554	0.734	0.87	2
3.0 #	0.650	0.160	0.944	0.70	1
4.5	0.429	0.457	0.065	1.33	3
6.0	0.419	0.578	0.294	1.73	4

註　對照組：砝碼未吊掛於支架上，靜置於震動台上控制相同質量效應　L：單擺擺長　Tv：震動台平均振動週期　m：衰減係數　D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間　R^2值：決定係數

＊：對照組(砝碼未吊掛)之震動台週期(Tv)約等同表七中擺長 3.0 公分單擺週期 Tp (＊)

#：單擺週期(Tp)約等同震動台週期(Tv)時對振動模式參數的影響，與其他組相較，有最佳化的減振效應

圖十六：比較震動台吊掛不同擺長單擺之瞬間加速度(Δt = 0.06/ 0.07 秒)曲線(前 2 秒)



表九：比較擺長長度(L)對震動台最大瞬間加速度(Δt = 0.06/ 0.07 秒)的影響		
L(公分)	最大瞬間加速度(公尺/秒 2)	排序(由小到大)
0.0 (對照組)	5.357	5
1.5	1.429	2
3.0 #	1.224 #	1
4.5	1.769	3
6.0	2.579	4

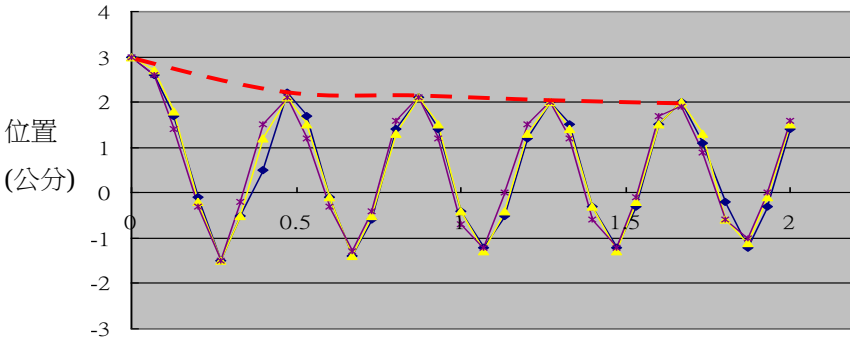
註　對照組：砝碼未吊掛於支架上，靜置於震動台上控制相同質量效應　L：單擺擺長

#：單擺週期(Tp)約等同震動台週期(Tv)時，最大瞬間加速度(Δt = 0.06/ 0.07 秒)則是各組中最低

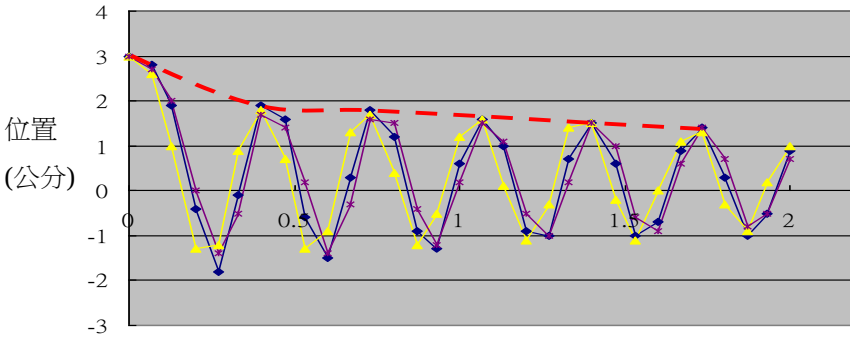
【實驗三-3】以慣性定律(保特空瓶裝水)驗證單擺效應對振動模式參數的影響

將 1 公升保特空瓶內裝 500 毫升自來水(組 b)，取代單擺置於震動台上，對照組(組 a)則為 1 公升空瓶與 0.5 公斤砝碼，控制質量效應。另選擇擺長三公分，擺垂 0.5 公斤單擺位置與保特空瓶等高，控制位置效應，繪製時間-位置曲線(圖十七 a、b、c)。表十中顯示將砝碼質量改變成保特空瓶裝水(組 b)與三公分擺長單擺(組 c)，則振動週期(T_V)僅稍縮短，但差異不大，而 m 值皆變大(R^2值皆大於 0.9)，但以空瓶裝水(組 b)這組 m 值(m = 0.251)最大，表示其振幅衰減效應更明顯優於單擺效應(m = 0.170)。但 D60 則以單擺效應這組最短(組 c：1.53 秒)，略低於空瓶裝水(組 b：2.07 秒)，兩者相差僅 0.54 秒。若將兩組各自再延伸 30 週期(圖十八 a、b)，表十一中則反而空瓶裝水 D90 (組 b：7.60 秒/ 縮短 92.2 %)優於單擺效應(組 c：10.33 秒/ 縮短 89.4 %)，兩者相差擴大為 2.73 秒。同時繪製上述三組之瞬間加速度(Δt = 0.06/ 0.07 秒)(圖十九)，表十二中空瓶裝水(組 b)與 3 公分單擺(組 c)之最大瞬間加速度皆大於對照組(組 a)，且空瓶裝水(組 b)之最大瞬間加速度(5.397 公尺/秒 ^{2})亦大於單擺效應(組 c)(4.603 公尺/秒 ^{2})，故振動力量組 b 大於組 c。

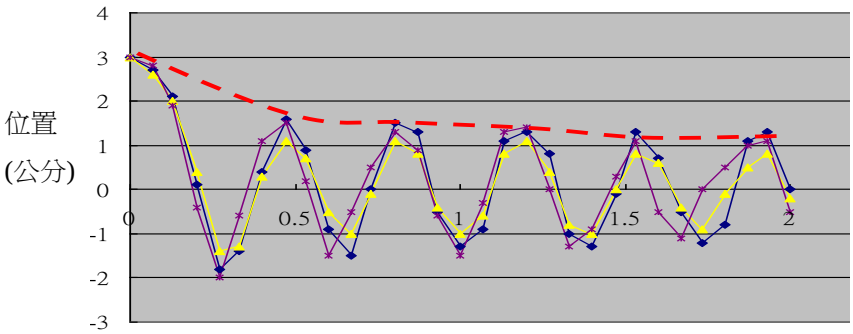
圖十七 a：對照組中震動台上固定單擺支架與空寶特瓶外置 **0.5 公斤砝碼(組 a)**之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



圖十七 b：震動台上固定單擺支架與寶特瓶內裝**0.5 公升水(組 b)**之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)



圖十七 c：震動台上固定**擺長三公分單擺**(位置與寶特瓶等高)**(組 c)**之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)

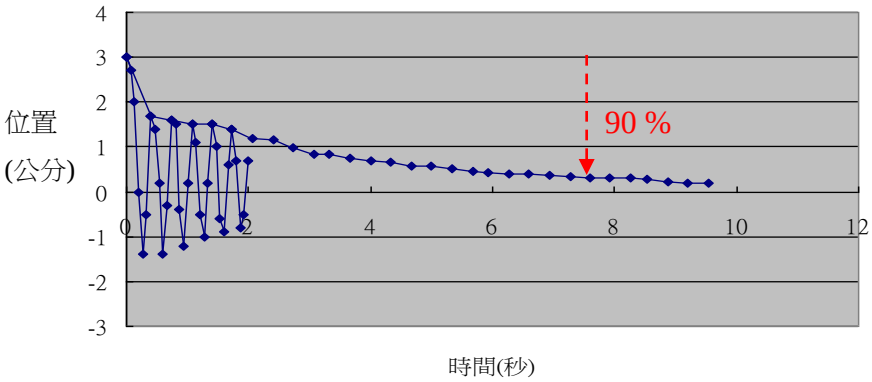


時間(秒)

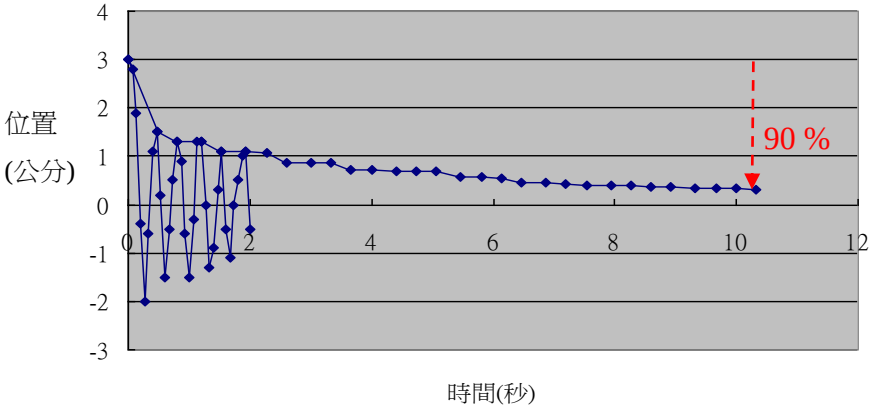
表十：比較空瓶裝水(組 b)與單擺(組 c)對振動模式參數的影響					
組別	Tv(秒)	m	R^2值	D60(秒)	D60 排序(由小到大)
a(對照組)	0.400	0.116	0.962	2.87	3
b	0.340	0.251	0.983	2.07	2
c	0.360	0.170	0.932	1.53	1

註　組 a：單擺支架與空寶特瓶外置 0.5 公斤砝碼　組 b：單擺支架與寶特瓶內裝 0.5 公升水
組 c：擺垂 0.5 公斤砝碼擺長三公分單擺(位置與寶特瓶等高)　Tv：震動台平均振動週期
m：衰減係數　D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間　R^2值：決定係數

圖十八 a：震動台上固定單擺支架與寶特瓶內裝 0.5 公升水(組 b)之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紀錄 30 週期)



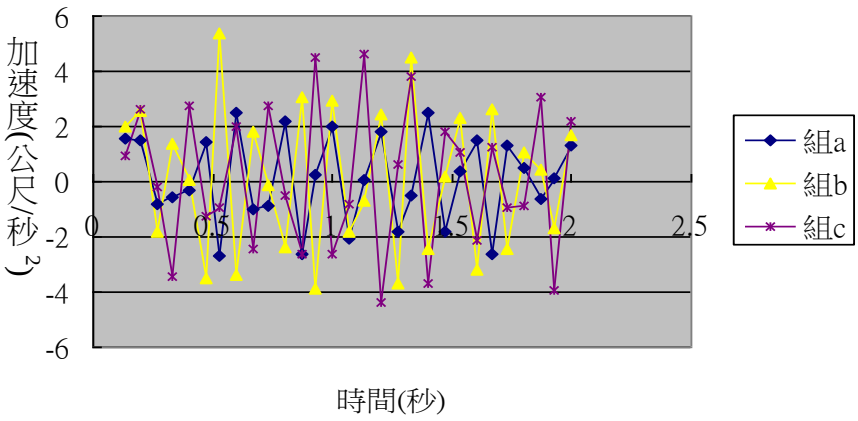
圖十八 b：震動台上固定擺長三公分單擺(組 c)(位置與寶特瓶等高)之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紀錄 30 週期)



表十一：震動台振動振幅衰減百分之 90 (D90)所需時間			
組別	D90(秒)	D90 排序(由小到大)	D90 縮短百分比(%)
a(對照組)	97.73	3	---
b	7.60	1	92.2 %
c	10.33	2	89.4 %

註　組 a：單擺支架與空寶特瓶外置 0.5 公斤砝碼　組 b：單擺支架與寶特瓶內裝 0.5 公升水
組 c：擺垂 0.5 公斤砝碼擺長三公分單擺(置與寶特瓶等高)
D90 縮短百分比：(｜實驗組(b/ c)－對照組(a)｜/ 對照組(a)) ×100 %

圖十九：比較空瓶裝水(組 b)與單擺(組 c)對震動台之瞬間加速度(Δt = 0.06/ 0.07 秒)曲線(前 2 秒)的影響



註　組 a：單擺支架與空寶特瓶外置 0.5 公斤砝碼　組 b：單擺支架與寶特瓶內裝 0.5 公升水
組 c：擺垂 0.5 公斤砝碼擺長三公分單擺(置與寶特瓶等高)

表十二：比較空瓶裝水與單擺對震動台最大瞬間加速度(Δt = 0.06/ 0.07 秒)的影響		
組別	最大瞬間加速度(公尺/秒 ^{2})	排序(由小到大)
a(對照組)	2.483	1
b	5.397	3
c	4.603	2

註　組 a：單擺支架與空寶特瓶外置 0.5 公斤砝碼　組 b：單擺支架與寶特瓶內裝 0.5 公升水
組 c：擺垂 0.5 公斤砝碼擺長三公分單擺(置與寶特瓶等高)

陸：討論

【實驗一】評估震動台平推振幅大小對振動模式參數的影響

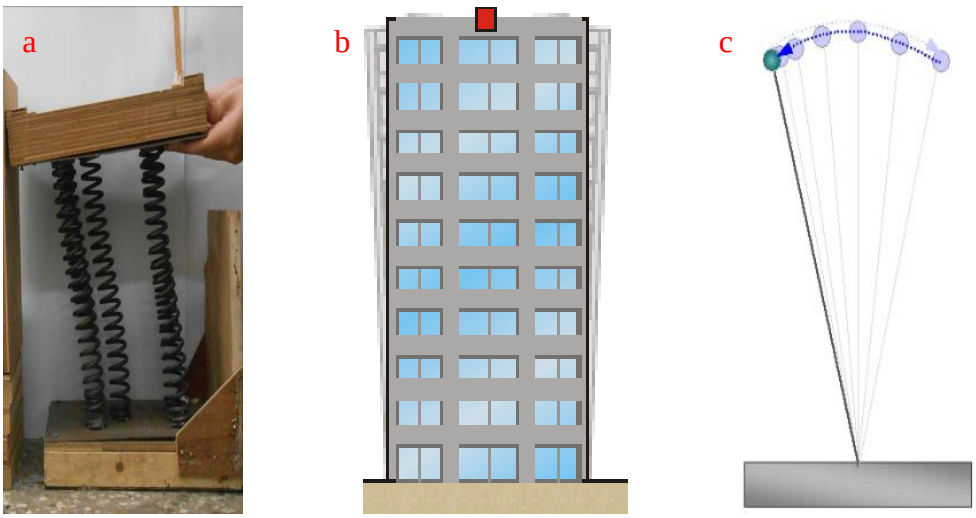
由於平推振幅 1、2、3 公分對震動台之週期(T_v)、衰減係數(m)與 R^2 值並不產生影響，但振幅越大，衰減百分之 60 (90)所需時間相對增加(表五)，測量資料量亦相對越多，故實驗可視需要選擇，若 1 公分即可比較出差異(如實驗二)，則可不選擇 3 公分；反之，則可選擇 3 公分振幅，進一步比較差異(如實驗三-2、三-3)；D60 與 D90 之選擇概念亦同前述。但 D90 信賴度優於 D60 (【前置實驗】表四)；而平推振幅 1、2、3 公分各組間之 T_v、m/ R^2 值之差值比(表十三)分別為 1.12%、0.69%、1.08%，皆小於 5%，故信賴度則無明顯差異。

表十三：比較振幅(1、2、3 公分)各組間之 T_v、m/ R^2 值的平均值/平均差/差值比

	1 公分	2 公分	3 公分	平均值	平均差	差值比
T_v(秒)	0.390	0.400	0.400	0.397	0.004	1.12 %
m	0.097	0.095	0.096	0.096	0.001	0.69 %
R^2 值	0.929	0.946	0.958	0.944	0.010	1.08 %

註　T_v：震動台平均振動週期　m：衰減係數　R^2值：決定係數　平均差：測量值減平均值之絕對值總和，再除以其樣本數　差值比：平均差/平均值

表十三中振幅增加對震動台週期(T_v 平均值 0.397 秒/ 差值比 1.12%)並無影響，仍為穩定之週期運動，此特性與單擺相似，故震動台模擬建築物的振動可假想為倒置的單擺[5](圖二十)；此特性也可應用於解釋下述【實驗三-2】中的討論。



圖二十：震動台(a)模擬建築物(b)的振動可假想為倒置的單擺(c)

【實驗二】評估質量效應對振動模式參數的影響

震動台上靜置 0.0 (對照組)、0.5、1.0、1.5、10、20 公斤砝碼，平推 1 公分振幅，每組之 T_V、D60 皆隨質量效應增加而變大，m 值隨之變小(表六)，代表振動變慢，衰減效應變差且總振動時間更長，但 0.0 (對照組)、0.5、1.0、1.5 公斤前四組之第一波谷皆小於平推振幅 1 公分(圖十四 a 至 d)；唯獨後兩組 10、20 公斤之第一波谷(圖十四 e、f)卻接近 2 公分(大於平推振幅 1 公分)，代表後兩組之振動振幅變大，搖得更不穩定。因震動台總重約 4.26 公斤，後兩組明顯負荷過重，可能因重心不穩、頭重腳輕的力矩效應，故搖的範圍增大。故推論介於 1.5 公斤與 10 公斤之間可能存在一臨界值？使得震動台振動之第一波谷皆小於平推振幅 1 公分，而此一臨界值約可推測為震動台之安全負重範圍。此結果亦可應用解釋當建築物頂樓違建加蓋負重大於臨界值時，於地震時可能會增加建築物的振幅與延長振動時間，對建築物的安全性影響甚大。

【實驗三-1】評估擺長效應對單擺週期的影響/ 單擺支架固定於桌面

(一)、由於擺長的長度與彈性係數皆可能影響單擺的週期，故本實驗採用 4 條平行鐵線作為吊掛擺垂的材料，吊掛 0.5 公斤砝碼時，長度並未增加，藉此控制彈性係數的變因，僅探討長度與週期的相關性。

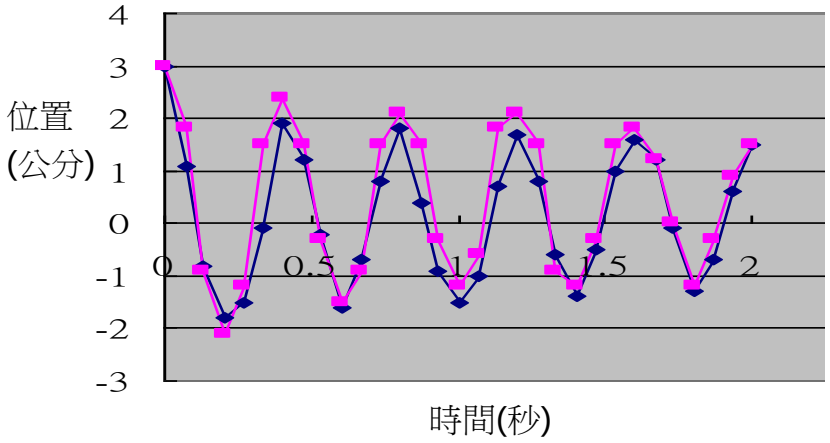
(二)、表七中各組之擺動週期(T_P)的差值比(0.00 % - 3.04 %)皆小於 5 %，故各組皆是穩定之週期運動；也驗證了自製單擺裝置的信賴度！並同時比較表七與表二(【前置實驗】)，震動台週期(T_V)的差值比(0.00 %)明顯優於單擺週期(T_P)的差值比(0.00 % - 3.04 %)，故推論自製震動台測量結果的信賴度優於自製單擺！

【實驗三-2】評估擺長效應對振動模式參數的影響/ 單擺支架固定於震動台

(一)、以控制固定質量效應(砝碼未吊掛)為對照組，砝碼吊掛後分別改變擺長 1.5、3.0、4.5、6.0 公分，平推振幅 3 公分，表八中對照組(＊標示)震動台振動週期(T_V = 0.400 秒)約接近【實驗三-1】表七中單擺(支架固定於桌面)擺長 3 公分(＊標示)之週期(T_P = 0.406 秒)，若分別將兩者(T_V、T_P)之時間-位置曲線一起繪圖比較(圖二十一)，結果亦發現兩者週期幾乎一致！故當擺長 3 公分之單擺固定於震動台上時，應用上述【實驗一】(圖二十)之討論，震動台可視同倒置之單擺，當兩者同時一起置放，若週期相同，可能會產生即時性的反向共振，故由擺垂產生的即時性反向拉力可使震動台的振幅減少並使週期增長，故可解釋表八中擺長 3 公分(＃標示)這組之 T_V (0.650 秒)最大，表示振得較慢；m 值 (0.160)較對照組大，衰減效應較佳；且 R^2 值為 0.944，表示振幅規則性衰減信賴度甚高，振動穩定減緩，可合

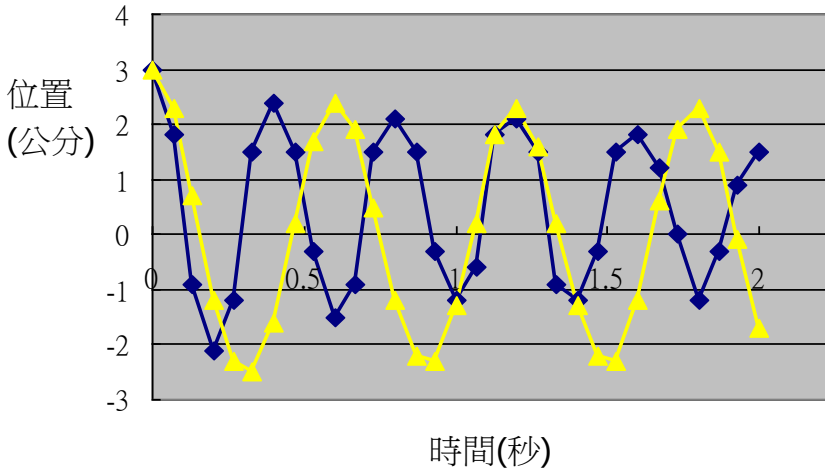
理解釋 D60 (0.7 秒)最小，振動時間最短；亦可解釋表九中(＃標示)最大瞬間加速度[6] (1.224 公尺/秒[2]， Δt = 0.06/ 0.07 秒)亦最小，振動力量最小。如此可印證 101 大樓調諧質量阻尼器的擺長 11.5 公尺、週期(T_P)約 6.8 秒，剛好等同 101 大樓建物的自然振動週期[1,2](T_V = 6.8 秒)！意即本實驗之震動台週期(T_V)與單擺週期(T_P)相等時可以模擬出上述減振效應。

圖二十一：對照組震動台(紫線)與 3 公分擺長單擺(藍線)前 2 秒時間-位置曲線，兩者週期幾乎一致



(二)、表八中擺長為 1.5、4.5、6 公分三組之 R^2 值皆小於 0.9，表示振幅規則性衰減的信賴度較低，如此可解釋圖十五 d、e 波峰連線為不規則高低起伏波浪狀。若分別將 6 公分擺長單擺與震動台之時間-位置曲線一起繪圖比較(圖二十二)，結果發現兩者(T_V、T_P)週期互不相符！故可說明單擺週期(T_P)不等於震動台週期(T_V)時，振幅波峰連線亦較不規則。

圖二十二：對照組震動台(藍線)與 6 公分擺長單擺(黃線)前 2 秒時間-位置曲線，兩者週期不相符合



【實驗三-3】以慣性定律(保特空瓶裝水)驗證單擺效應對振動模式參數的影響

(一)、為了進一步驗證上述即時性的反向共振力學行為是否因慣性定律所造成，故以容量 1 公升保特空瓶內裝 500 毫升自來水(組 b)，固定於震動台上部平推 3 公分振幅，瓶內的水即因慣性定律的影響會產生即時性反向運動，且水來回反向運動週期剛好等同震動台週期(T_v)，以此方式再與擺長 3 公分單擺(組 c)固定於支架 10 公分高處(約與寶特瓶等高)互相比較，表十中兩組與對照組(組 a)相較 T_v 僅稍變小，但差異不大；m 值則變大，且組 b 大於組 c，表示空瓶裝水振幅衰減效應更佳，兩組 R^2 值皆大於 0.9，表示振幅規則性衰減效應信賴度皆高，振動穩定減緩；D60 兩組皆變短，表示振動時間皆變短，但兩組僅相差 0.54 秒；若以 D90 評估，則組 b 較組 c 短，兩組相差 2.73 秒，意即空瓶裝水之振動時間較短，故推測當震動台振幅逐漸變小時(時間介於 D60 與 D90 之間)，水(液體)因慣性所產生的反向拉力仍較單擺(固體)顯著；但若以最大瞬間加速度[6](Δt = 0.06/ 0.07 秒)評估，則組 b(5.397 公尺/秒^2)明顯較組 c(4.603 公尺/秒^2)大，振動力量亦較大。比較表十與表八中兩對照組(參考圖十二 a、十一 a)，T_v(0.040)約相等，m 值差異不大(分別為 0.116、0.108)，故若忽略空瓶質量(26 克)與振動時空瓶產生空氣阻力的影響，水因受慣性定律影響，振動時產生來回反向的即時性拉力，可減弱震動台振幅，可輔助說明【實驗三-2】中，單擺擺垂與震動台的反向共振行為可能與慣性定律有關。

(二)、另比較表八與表十(參考圖十一 b、十二 c)，擺長皆為 3 公分之振動模式參數，兩組之單擺週期(T_P)皆等同震動台週期(T_v)，但以單擺置於支架 50 公分(表八)之振動模式參數明顯優於置於支架 10 公分(表十)，故猜測擺垂置放之位置可能因力矩效應[6]而影響減振效果。兩者振動模式參數比較如表十四，其中 m、R^2 值影響不顯著；而 T_v、D60、D90 與最大瞬間加速度(Δt = 0.06/ 0.07 秒)則因擺垂高度位置之差異，可能因力矩效應而產生影響？故推論擺垂高度較高，減振效應(T_v、D60、D90、最大瞬間加速度)亦相對較佳，如此可部份解釋 101 大樓阻尼器置放位置接近頂樓的原因。

表十四：比較擺垂高度對振動模式參數的影響(0.5 公斤砝碼，擺長 3 公分)

擺垂高度	T_v(秒)	m	R^2 值	D60(秒)	D90(秒)	最大瞬間加速度(公尺/秒^2)
50 公分【實驗三-2】	0.650	0.160	0.944	0.70	8.60	1.224
10 公分【實驗三-3】	0.360	0.170	0.932	1.53	10.33	4.603

柒：結論

本實驗以自製震動台模擬建物受力時產生穩定之週期運動，由於平推振幅大小並不影響週期，此特性可假想為倒置之單擺；再以自製單擺模擬調諧質量阻尼器之單擺效應，實驗結果驗證當單擺週期與震動台振動週期接近時，即可產生最佳的減振效應。若進一步以空瓶裝水取代單擺，亦可產生類似且更佳的減振效果，而空瓶中的水於振動時因慣性定律的影響，產生即時性的反向拉力進而減弱振幅，可輔助說明上述單擺效應減振的力學原理。

綜合【實驗三-2】(單擺)、【實驗三-3】(空瓶裝水)的結果，我們在腦海中構思一些有趣的應用！想像建物天花板的吊燈猶如單擺，振動時產生反向共振的力學行為，則吊燈除照明功能外，亦可能產生附加的減振效應？或是將頂樓的水塔由直置改為橫置，是否如同空瓶裝水振動時的慣性效應，也可能產生減振效果？當然這些假想的應用價值日後都有賴工程師們的進一步證實才可！

捌：附錄

一、Excel 2003 中 R^2 值(決定係數)之**迴歸分析**定義如下：

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{\sum (Yj - \overline{Y})^2}{(\sum Yj^2) - \frac{(\sum Yj)^2}{n}}$$

Yj 測量值

$\overline{Y}$ 趨勢線 (迴歸線)

$$\text{If } Yj = \overline{Y}, \text{ then } SSE = 0 \text{ and } R^2 = 1$$

玖：參考文獻

1、王秋文(2009)。如何幫大樓抗風防震？淺談台北 101 大樓阻尼器。台灣大學土木工程學系電子報 Vol.21 (http://epaper.ce.ntu.edu.tw/vol.21/101damper-1.html)

2、台北 101 官方網站 (www.taipei-101.com.tw)。

3、謝秀麗(2010)。閃亮 50 科研路。行政院國家科學委員會。

4、楊志良(1982)。生物統計學新論。台北市：巨流圖書公司。

5、李政寬、張惠玲、邱世彬(2009)。安全耐震的家-認識地震工程。國家地震研究中心(brochure-eq-disaster-prev)。

6、盧怡利、楊秀珊(2007)。普通高級中學二上物理參考書。台南市：南一書局。

【評語】030110

1. 以學過的原理出發解釋現象與解決問題，十分可喜。

2. 合作傳達可以再加強。

3. 有完固性，且可以對比101大樓的應用，實驗也能跟教材結合。