中華民國第54屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組　物理科

030102

「視」界大不同

學校名稱：南投縣立旭光高級中學(國中部)

作者：	指導老師：
國二 溫育仁 國二 陳柏誠 國一 陳韋慈	陳英田 李佩樺

關鍵詞：透鏡成像、近視、散光

「視」界大不同

摘要

在限定之測量範圍內平行光源的照度跟距離幾乎沒有關係，而發散光源的照度確實會隨著距離的平方呈反比關係。自製平行光源可將一燈泡放置於一已知焦距之凸透鏡的焦點上，光源透過透鏡後即可充當平行光源使用。理論計算與實驗結果皆證明矯正後之視力因為透鏡組合已重新調整焦距，故近視眼戴眼鏡，其眼觀世界會變亮、變小；而遠視眼戴眼鏡，其眼觀世界會變大、變暗。散光眼戴眼鏡後，其眼觀世界還是會比正常眼模糊。我們可以成功製作出一簡易教具模型當作課堂上之教材教具來說明近視、遠視與散光其成像位置的關係與其亮度及成像大小的不同，尤其利用廷得耳效應、平凸透鏡組、雷射筆以及壓克力改裝之散光眼矯正操作模型更可完整充作課堂之教材教具。

壹、　研究動機

在國中理化「光」的單元中曾學過光線的折射與透鏡成像原理，瞭解到凸透鏡可以會聚光線，使光的能量集中，我們常在大太陽底下拿放大鏡使紙張自動燃燒起來的遊戲就是利用這原理；而相對的凹透鏡卻會使光線發散，使得光的能量發散不能集中。而在透鏡應用的介紹中，除了介紹眼球的構造之外，還說明近視的人因為影像落在視網膜前，所以需要戴凹透鏡來讓光線發散達到矯正效果；而患有遠視的人則是影像落在視網膜後，所以需要戴凸透鏡來會聚光線，使影像落在視網膜上，而得到清晰的影像。在這裡我們感到相當疑惑，一般眼睛正常者從外透過近視眼鏡看戴近視眼鏡者的眼睛時，觀察到其眼睛確實會變小，但是近視者透過本身所載的眼鏡從內往外看世界時，世界真的會變小嗎（圖 1）？而且我們也發現透過近視眼鏡來看事物，影像好像會變清晰，老師說應該是凹透鏡成立的像為縮小的像所以能量會集中而使得像變清晰，可是這又跟之前所學凹透鏡使折射光線發散的性質似是有所矛盾；而近視戴眼鏡矯正者是如此，遠視戴眼鏡矯正者又會如何呢？另外不常討論的散光呢？似乎很少可以找到散光的相關資料，最多只知道散光需要配戴柱狀鏡片來矯正，而柱狀鏡片之矯正原理又是怎麼一回事呢？因有一連串的疑惑與不解，因此，我們決定以自己動手做以實驗來瞭解配戴近視眼鏡、遠視眼鏡及散光鏡片的人其眼觀世界的真相到底為何。

圖 1、我們的疑惑與動機。

貳、　研究目的

一、以實驗證明戴眼鏡的人的眼觀世界大小有何不同。

二、以實驗證明戴眼鏡的人的眼觀世界亮度有何不一樣。

三、瞭解眼睛正常的人透過鏡片來看戴近視眼鏡者的眼睛與戴近視眼鏡者來看眼睛正常者的眼睛有何不同。

四、瞭解配戴遠視眼鏡、近視眼鏡及散光鏡片者的眼觀世界是否相同。

五、製作教材教具來說明戴眼鏡者（近視、遠視及散光）的眼觀世界。

參、　研究設備器材

一、　透鏡組：凸透鏡組（f=10、15、25、30、50cm）、凹透鏡組（f=15cm）、散光鏡片（a 軸=15 cm、b 軸=0 cm 及 a 軸=10 cm、b 軸=0 cm）。

二、　實驗儀器材料組：平行光源產生器、幻燈片(機)、燈泡組(8W、20W)、保麗龍、螺絲起子、熱熔膠、手電筒、直流電電源供應器、壓克力、二氧化錳、雙氧水、實驗平台滑軌及雷射筆。

三、　測量工具儀器：尺、數位式照度計。

肆、　研究方法

根據課堂上所學與想要解決的問題，我們首先分析發散光源與平行光源之不同，再分析光透過透鏡後其距離與光亮度之關係，然後依據所得到的資料以及實際近視眼睛、遠視眼睛、散光與正常眼睛的構造原理，以實驗來證明近視、遠視及散光與正常眼的不同，最後依據實驗結果製作一個模型來充當作教材教具來說明三者的不同。實驗步驟與流程圖如下圖 2。

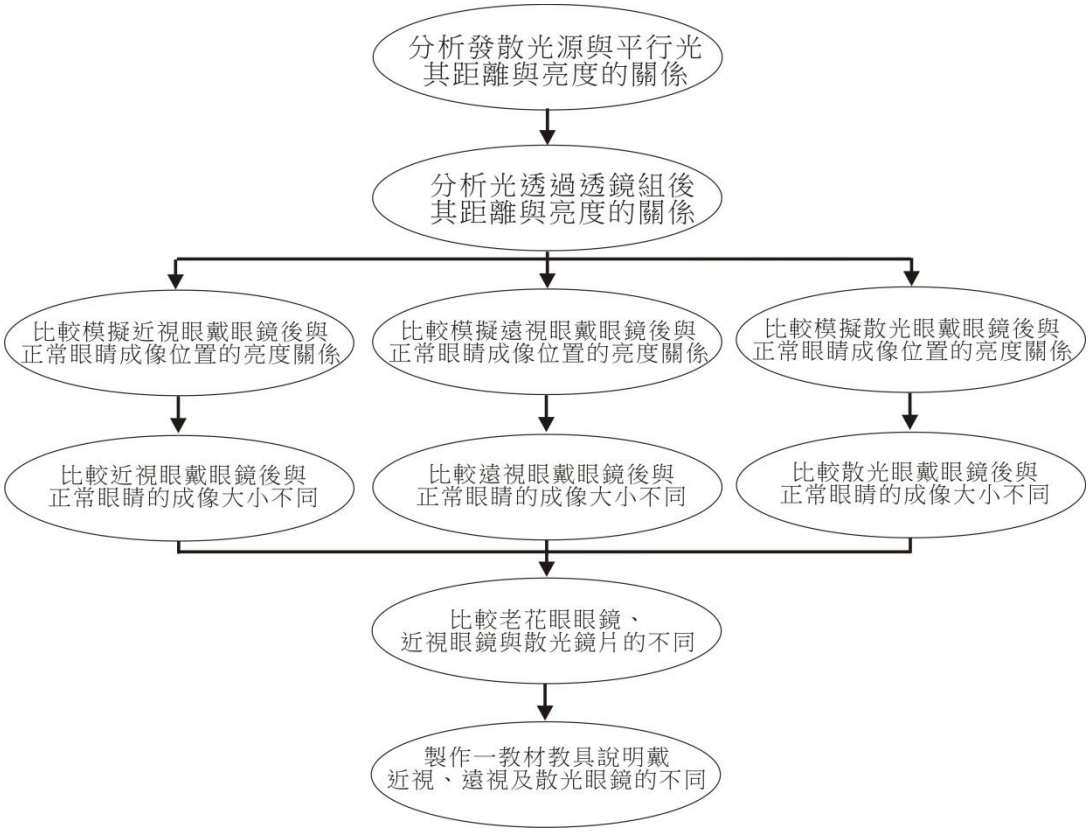


圖 2、實驗流程圖。

一、　比較發散光源與平行光源之不同。

(一)　以 110Ｖ、20W 燈泡當發散光源，隨距離的不同以照度計測量照度大小作記錄分析。

(二)　點光源的發光強度假設為Ｉ，被照射面積 ΔS 所對應立體角為 ΔΩ 如圖 3 所示，則點光源在 ΔS 的光通量為 ΔA(式 1)，且照度（強度）為 E (式 2)，由此可見離開光源愈遠，光源產生的強度愈弱。

$$\Delta A = I\Delta\Omega = (I\,\Delta S\cos\theta)/r^2 \qquad (式\ 1)$$

$$E = \Delta A/\Delta S = (I\cos\theta)/r^2 \qquad (式\ 2)$$

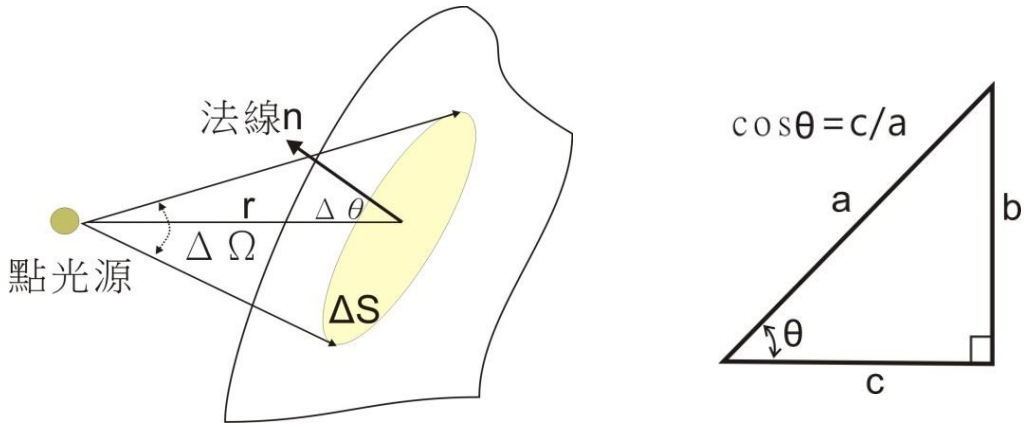


圖 3、點光源強度計算示意圖。

(三) 在一已知焦距之凸透鏡焦點上，置放燈泡(6V、8W)充當平行光源產生器，隨距離的不同以照度計測量照度大小作記錄並分析(如圖 4)。

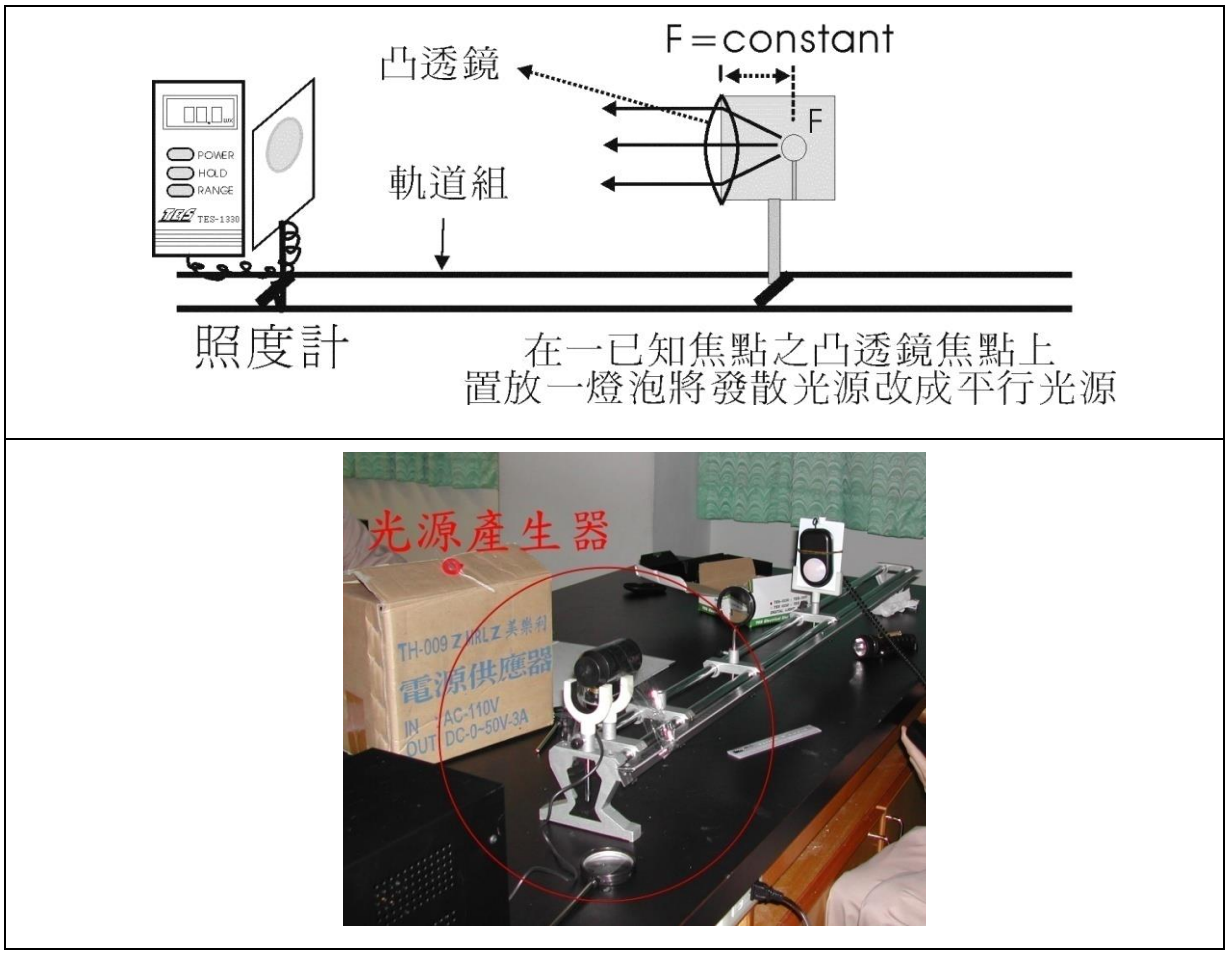


圖 4、自行改裝製造平行光源產生器。

二、 分析發散光源與平行光源透過凸透鏡（眼睛晶狀體）後其距離與亮度的關係（如圖 5）。

(一) 發散光源透過凸透鏡後，其距離與其照度大小之關係作記錄並分析。

(二)　平行光源透過凸透鏡後，其距離與其照度大小作記錄並分析。

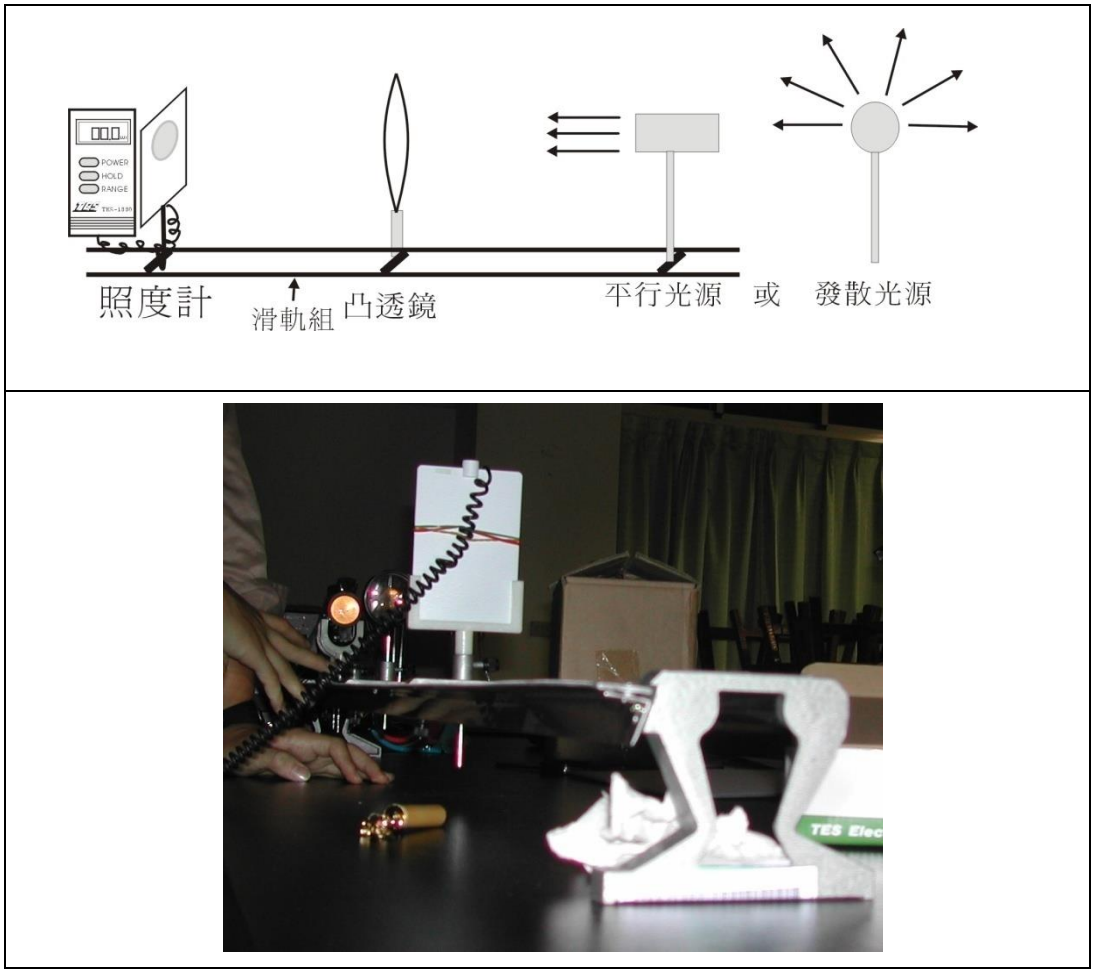


圖 5、以不同之光源量測透過透鏡後其距離與亮度之關係。

三、　模擬近視眼戴眼鏡、遠視戴眼鏡與散光矯正三者之眼觀世界亮度的不同。

(一)　近視：

一般患有近視者無論是角膜的曲折度過大、睫狀肌的過度收縮、水晶體的曲度過大或眼球曲度過長等原因所造成的近視，其影像皆會落在視網膜前，而造成看不清楚的模糊影像，而成近視，戴近視眼鏡的目的就是加一凹透鏡使光線先發散再經晶狀體會聚光線，使影像正確落在視網膜上來矯正視力。

(二)　遠視：

角膜或水晶體的『睫狀肌』調節力弱，無法調節到看近物時的厚薄程度，使光線折射不夠彎曲，影像投射聚焦在『視網膜後方』，稱為遠視，戴遠視眼鏡的矯正就是加一凸透鏡使光線先會聚再經晶狀體聚光，使影像正確落在視網膜上來矯正視力。（如圖 6）

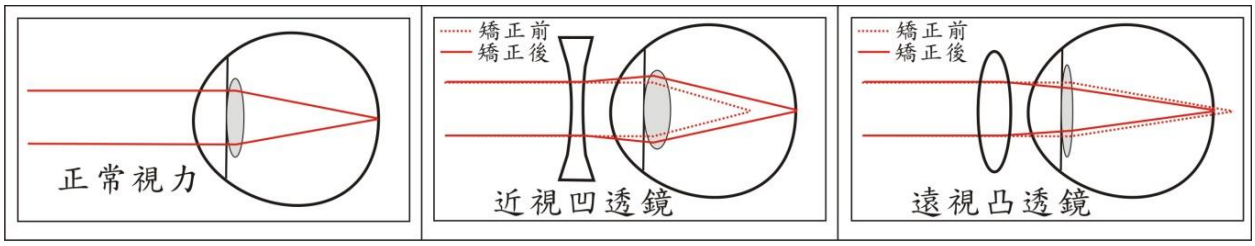


圖 6、近視及遠視矯正說明圖示。

(三) 散光：

醫學用語上稱為「亂視」。意即遠方平行的光線，進入眼球屈光系統後（主要是角膜與水晶體），原本應聚焦為一點，落在視網膜上。若某些原因，無法完全聚焦，反而「散」成不同的影像，則所看的東西將變得很「亂」，而稱為亂視。散光又可進一步區分為規則散光和不規則散光。

1. 規則散光：

主要是角膜本身，原本各角度曲率半徑應一致（a 軸=b 軸），長得圓圓的像籃球，但若長得像橄欖球，垂直軸(a 軸)和水平軸(b 軸)的曲率半徑不一，則其屈光度數表現在垂直軸和水平軸也會一致，這兩者度數的差距便是散光的度數。這類散光大都出生即有，隨著年紀可能略有增減，但變化不大。此類散光改善方式可用柱狀鏡片來達到矯正效果。

2. 不規則散光：

主要是角膜表面不規則，無法像規則散光一樣，清楚找到兩個主軸的，稱為不規則散光。這類患者通常是因為角膜受傷或潰瘍後，留下傷痕，使角膜表面凹凸不平而造成。使用一般柱狀鏡片並無法矯正，常須要靠隱形眼鏡才能克服。（圖 7）

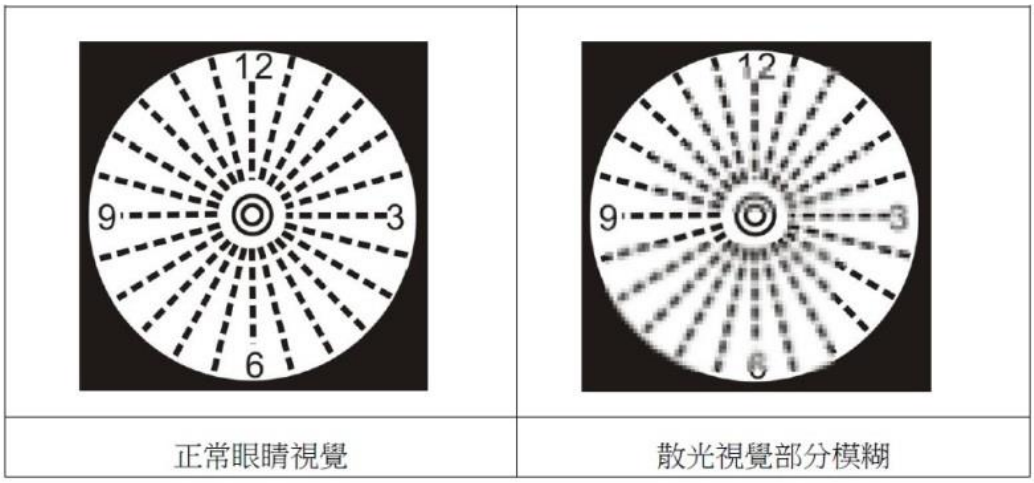


圖 7、散光視覺狀況說明圖。

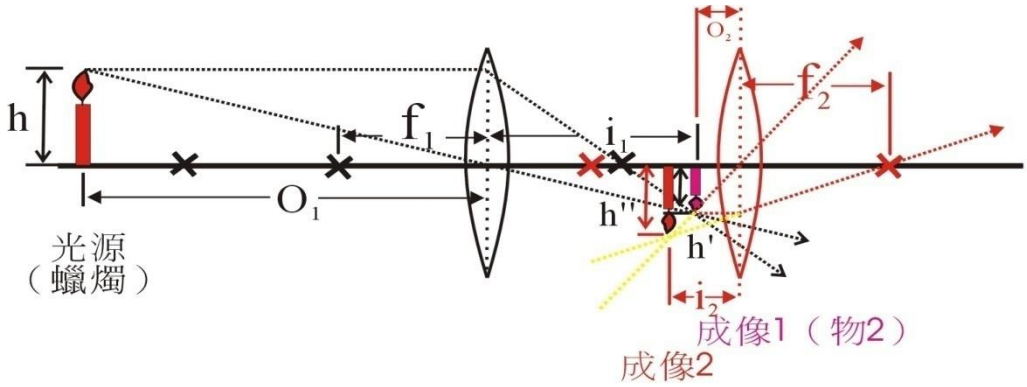
(四)　瞭解了近視、遠視及散光之成因之後，先以較熟悉之近視及遠視進行實驗比較。

1. 為了比較近視眼、遠視眼與正常眼他們的眼觀世界亮度的比較，我們以成像公式(式 3)及倍率公式(式 4)為依據(圖 8)，設計了如下步驟之實驗來互相比較。

$1/o+1/i=1/f$ （成像公式）　　(式 3)

$M=h'/h=i/o$ （倍率公式）　　(式 4)

o：物距，i：像距，f：透鏡焦距，若物為虛物則 o 為負值，像為虛像則 i 為負值，凹透鏡則 f 取負值；M:放大倍率，h':像高，h:物高。



成像公式: $\frac{1}{o}+\frac{1}{i}=\frac{1}{f}$　放大倍率：$M=\frac{h'}{h}=\frac{i}{o}$

1. o ：爲物距、i ：爲像距、f ：爲焦距（凸透鏡爲正、凹透鏡爲負）。
2. M ：放大倍率、h' ：像高、h ：物高。
3. 若爲透鏡組，則先將另一透鏡當成不存在，以第一透鏡成立之像爲第二透鏡之物，若爲虛像、虛物則o 、i 取負值，若o 、i 不同號則M 取負值。

圖 8、成像公式與放大倍率理論說明圖。

2. 近視眼與正常眼：[以下皆依成像公式(式 3)計算]

(1) 正常眼：以第一凸透鏡（焦距＝15cm）當作正常眼睛之晶狀體，將物置放在 2 倍焦距(30cm)上，則像會成像在透鏡另一端 2 倍焦距（充當視網膜）上。

(2) 近視眼：另將一焦距為 10cm 之凸透鏡為近視眼之晶狀體，將物放在 30cm 上，則像會落在透鏡另一端 15～30cm 之內。

(3) 近視眼帶鏡片矯正：根據成像公式在距透鏡 5 公分之處加掛一焦距為 15cm 之凹透鏡，使其成像矯正落一樣在透鏡另一端 30 公分處（視網膜）上，再分別測量其 30cm 成像處之亮度（照度）作一比較。

(4) 條件假設整理如下表一所示。其實驗裝置如圖 9 所示。

表一、近視眼與正常眼亮度比較其物距與像距實驗假設條件。

眼睛	第 1 凸透鏡（晶狀體）	加掛凹透鏡（矯正視力）	物距	成像位置（視網膜）	備註
正常眼	焦距 15cm	╳	30cm	30cm	╳
近視眼矯正	焦距 10cm	焦距 15cm	30cm	30cm	二透鏡距 5cm

※說明：物距與成像位置皆依成像公式(式 3)計算所得。

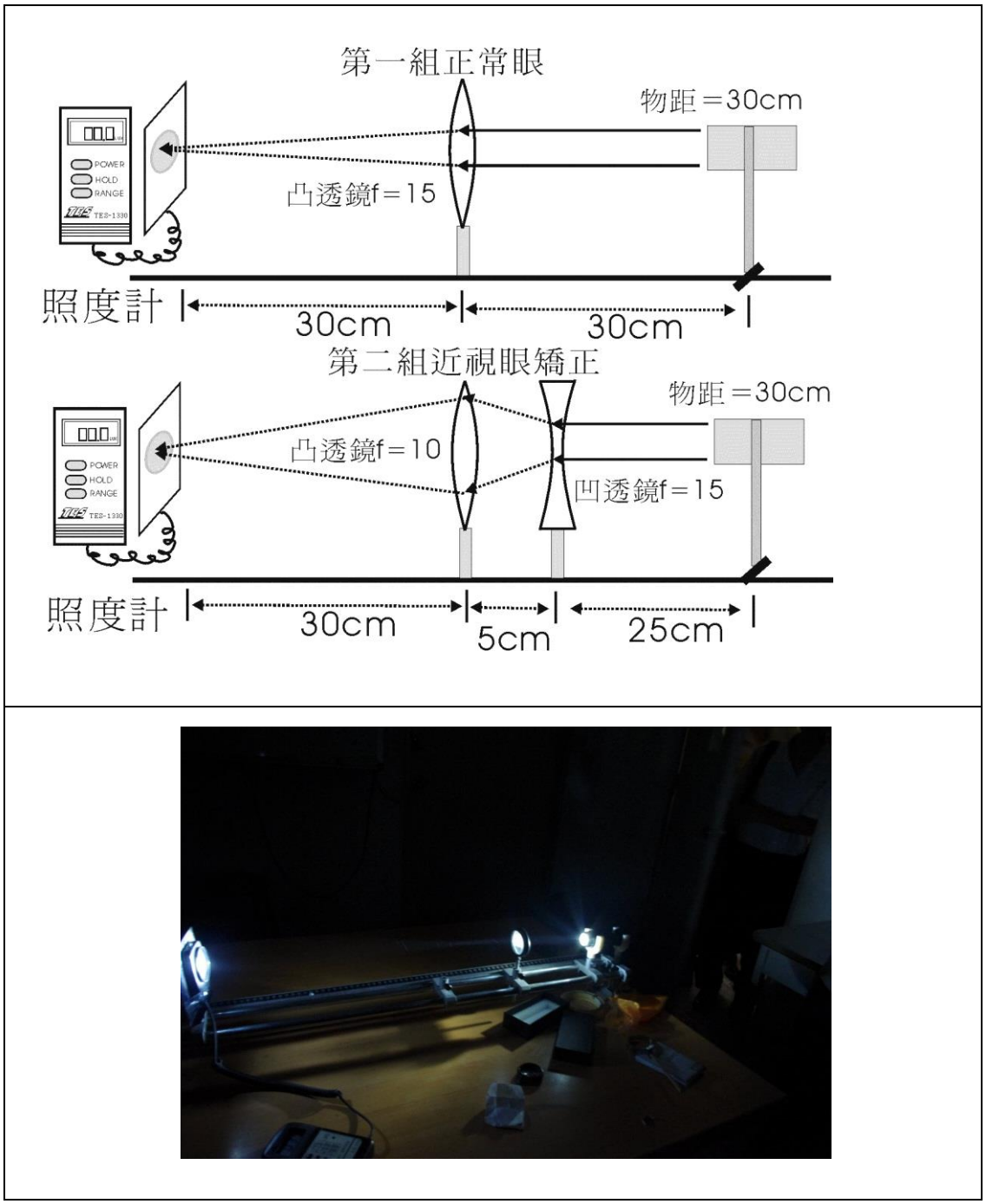


圖 9、近視眼與正常眼成像實驗裝置圖。

3. 遠視眼與正常眼：[以下皆依成像公式(式 3)計算]

(1) 正常眼：與上步驟 2 方法類似，以焦距＝10cm 之凸透鏡為正常眼之晶狀體，物距 65cm 則成像在透鏡另一端 11.8cm 處。

(2) 遠視眼矯正：以焦距為 50cm 凸透鏡為晶狀體，另在距 4cm 處加一焦距為 15cm 之矯正凸透鏡，則成像一樣為透鏡另一端 11.8cm。

(3) 條件整理如表二，分別測試其亮度比較。

表二、遠視眼與正常眼亮度比較其物距與像距實驗假設條件。

眼睛	第 1 凸透鏡（晶狀體）	加掛凸透鏡（矯正視力）	物距	成像位置（視網膜）	備註
正常眼	焦距 10cm	╳	65cm	11.8cm	╳
遠視眼矯正	焦距 50cm	焦距 15cm	65cm	11.8cm	二透鏡距 4cm

※說明：物距與成像位置皆依成像公式(式 3)計算所得。

(五) 模擬近視眼戴眼鏡與遠視戴眼鏡二者眼觀世界大小之不同。

1. 依據以前所學之作圖與數學相似形的比較(圖 10 所示)，以及我們所參考薄透鏡的放大率（$M = h'/h = -i/o$，M 放大率，h’：像高，h：物高）資料，我們確實可以計算以及作圖方式找出近視眼、遠視眼與正常眼其成像大小之比較。

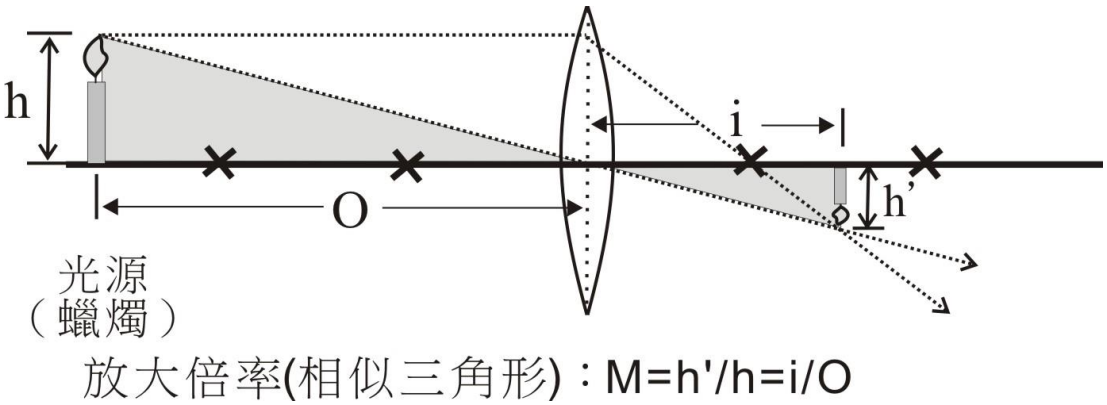


圖 10、成像公式與放大倍率理論說明圖。

2. 我們根據上一步驟實際的成像位置，以幻燈片為物來實際測量證明其相對成像位置的高度大小是否與理論值相同。(圖 11)

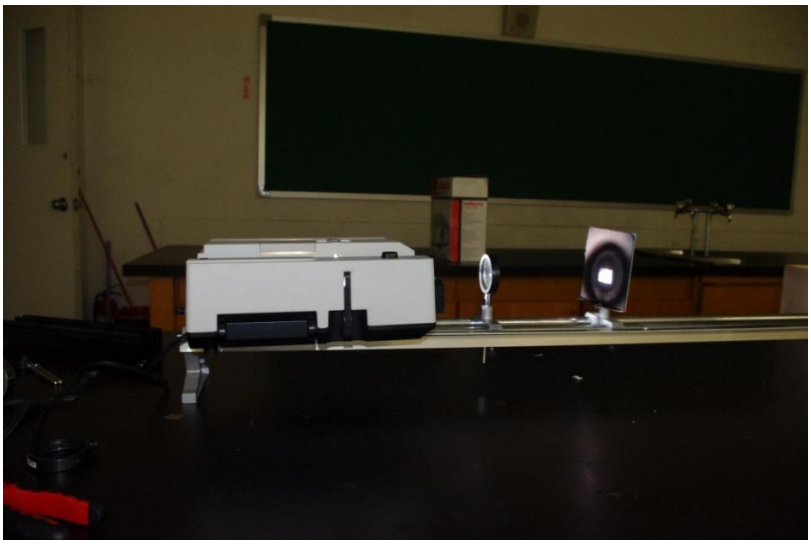
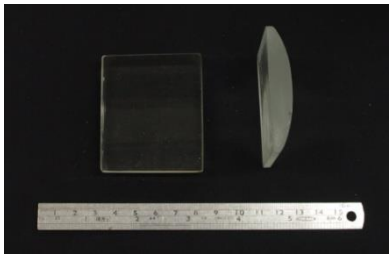
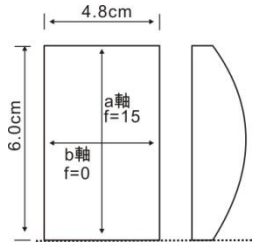
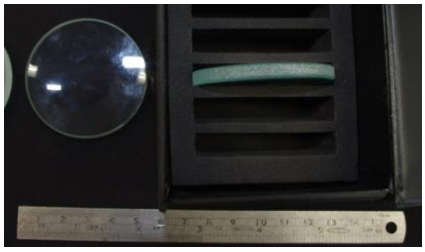
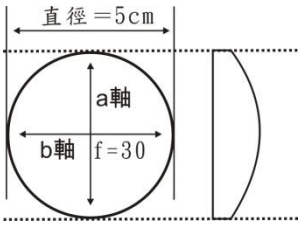


圖 11、以幻燈片為物來實際測量證明成像的高度及大小。

(六) 散光的嘗試。

1. 因散光的資料確實較少接觸到，經拜訪眼科醫師、眼鏡行配鏡技師及搜尋網路資訊後，知道不規則散光偏重醫療及傷病問題，因此我們將以規則散光為題材。
2. 依據規則散光之成因，我們自行設計一垂直軸（a 軸）與水平軸（b 軸）焦點曲率不同之鏡片，是以一片 a 軸 f=15、b 軸 f=0 之平凸柱狀鏡片(A 透鏡)及另一片 a 軸＝b 軸(f=30)之平凸透鏡(B 透鏡)組合而成一兩軸曲率不同之雙凸薄透鏡組當成散光之眼睛（圖 12）。

 (平凸柱狀 A 透鏡)	
 (平凸 B 透鏡)	

(A 透鏡＋B 透鏡)=散光透鏡

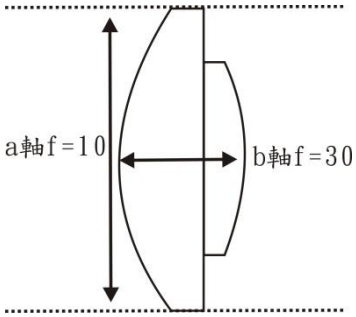
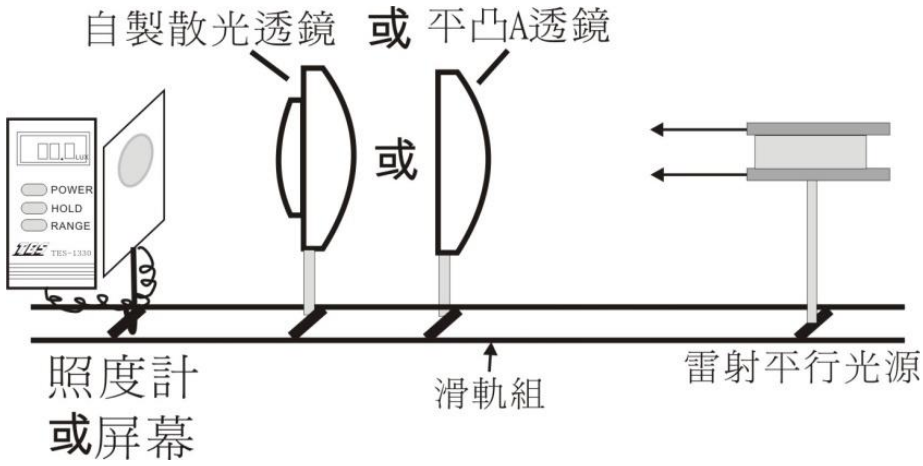


圖 12、平凸柱狀 A 透鏡與平凸 B 透鏡及組合雙凸散光鏡。

3. 因分析散光鏡片較為複雜，故散光鏡片之分析改選雷射光為平行光源，首先以兩支雷射筆當作平行光源，來分析垂直軸(a 軸)f=15、水平軸(b 軸)f=0 之平凸柱狀鏡片(A 透鏡)之鏡片焦點區及透鏡另一邊的亮度及成像問題，實驗裝置如圖 13。



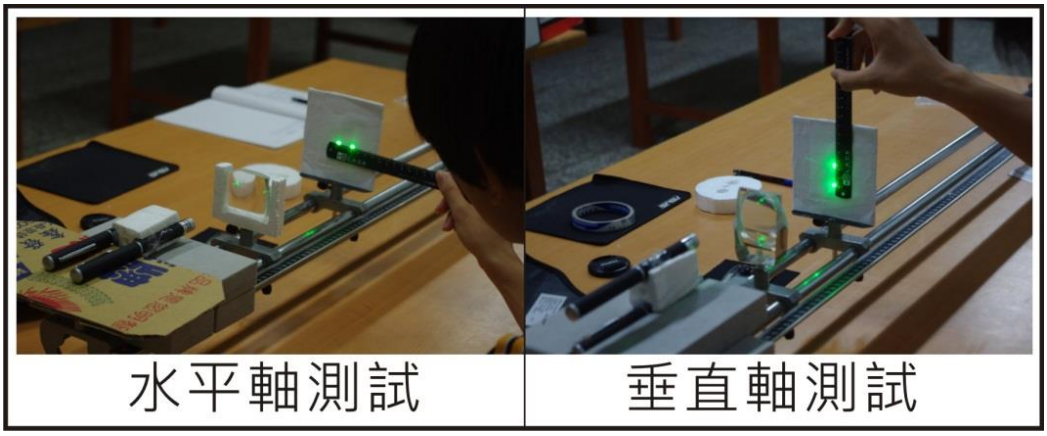


圖 13、分析 A 透鏡之亮度及成像實驗裝置圖。

4. 接著依據造鏡者公式(式 5~7 及圖 14)自製一散光鏡片(A 透鏡＋B 透鏡)，並分析其焦點及焦距。

$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right)$ (式 5) (一般造鏡者公式)

$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right)$ (式 6) (雙凸透鏡公式)

$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r''}\right)$ (式 7) (平凸透鏡公式) 因為 r’＝∞，故$\frac{1}{r'} = 0$

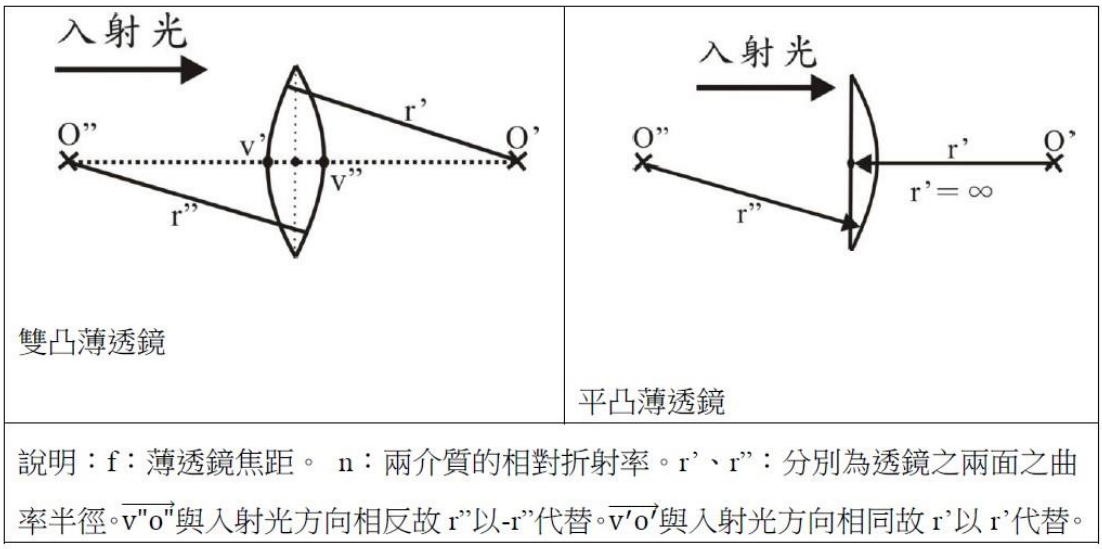


圖 14、造鏡者公式說明圖示。

5. 以雷射實驗證明所自製之散光透鏡之焦點焦距是否與理論值相同(實驗裝置亦如圖 13)，並證明是否此透鏡可模擬為一規則散光，圖 15 中即說明規則散光在垂直軸與水平軸之光線無法會聚一焦點，而為一 A 至 E 的模糊焦點區，且有一最少混亂圓圈焦點 C 區。

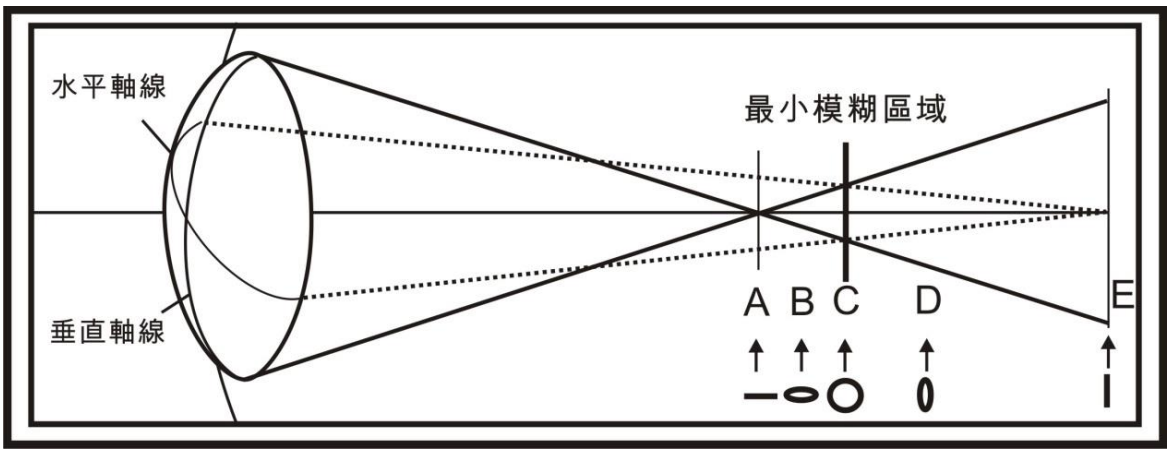


圖 15、規則散光之 a 軸與 b 軸之焦點關係圖。

6. 散光眼帶鏡片矯正：根據成像公式可知如要比較散光眼與正常眼睛之視網膜區的亮度與像大小之關係，則可以選定物距在第 1 平凸透鏡 60 公分處，而且矯正則是緊貼第 1 平凸透鏡前加橫掛一焦距為 15cm 之柱狀透鏡(類似隱形眼鏡之配戴)，

使其成像矯正一樣落在透鏡另一端 12 公分處（視網膜）上，再分別測量其成像處之亮度（照度）作一比較。

7. 條件整理如表三，分別測試其亮度比較。

表三、散光眼與正常眼亮度比較其物距與像距實驗假設條件。

眼睛	第 1 平凸透鏡（晶狀體）	加柱狀透鏡（矯正視力）	物距	成像位置（視網膜）	備註
正常眼	焦距 10cm	╳	60cm	12cm	╳
散光眼矯正	焦距 a=10cm	焦距 a=0cm	60cm	a 軸=12cm	二透鏡貼近
	焦距 b=30cm	焦距 b=15cm		b 軸=12cm	相距 0cm

※說明：物距與成像位置皆依成像公式(式 3)計算所得。

8. 散光矯正則仿效近視眼戴眼鏡矯正之測量影像大小之方法，以幻燈片為物來實際測量其相對成像位置的高度大小，並驗證是否大小倍率公式是否依然適用。

四、 製作近視眼、遠視與散光戴眼鏡之模型教材教具。

(一) 依據實驗結果，我們嘗試製作一近視眼模型來充當教具說明患有近視眼者不戴眼鏡與戴眼鏡時其成像位置的差異與大小關係比較，同時可觀察其亮度的差異關係。

(二) 同上步驟(一)，製作一遠視眼模型充當教材來說明遠視眼戴眼鏡與其矯正原理。

(三) 仿上步驟(一)，製作一散光模型充當教材來說明規則散光與其柱狀鏡片之矯正原理。

伍、　結果與討論

一、比較發散光源與平行光源之不同。

依據所得結果如圖 16 所示，我們可以發現在我們的測量範圍內平行光源的強度跟距離幾乎沒有關係（I=定值，I：光的強度），而發散光源的亮度會隨著距離的平方($I \propto 1/r^2$，r：距離)呈反比關係。

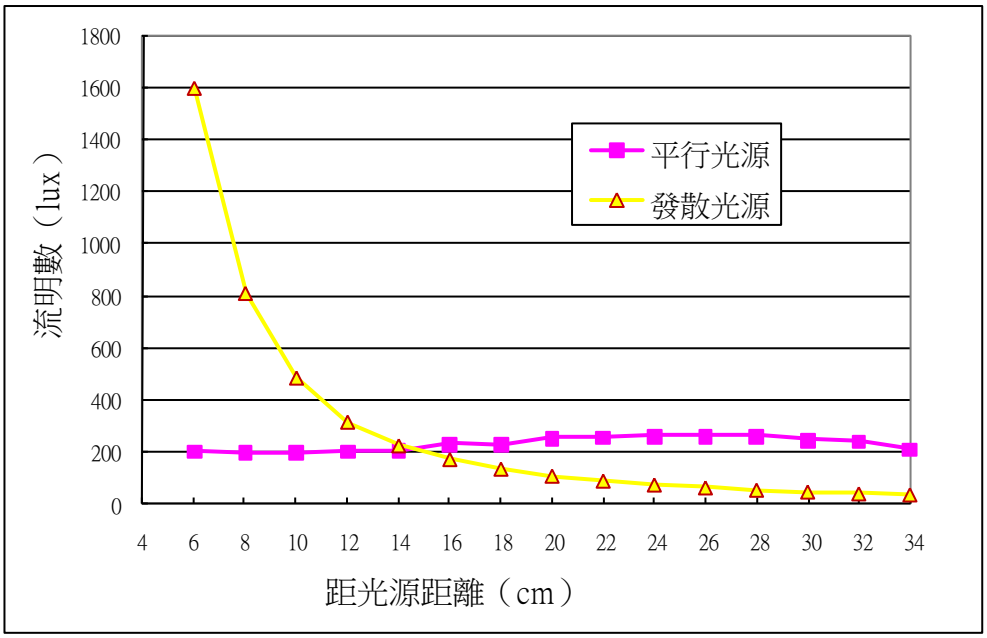


圖 16、平行光源與發散光源其距離與亮度之關係比較。

二、 分析發散光源與平行光源透過凸透鏡（晶狀體）後距離與亮度的關係。

(一) 分散光源離透鏡不同位置透過凸透鏡（f=15cm）後其亮度分佈如圖 17 所示，由圖中可知以下幾點結論。

1. 當光源（物）在二倍焦距（30cm）以外時，其異側（成像處）亮度以一倍焦距到二倍焦距之間為最亮。
2. 當光源（物）在二倍焦距（30cm）上時，其異側亮度以二倍焦距（30cm 處）上為最亮。
3. 當光源（物）在一倍焦距與二倍焦距之間時，其異側亮度以一倍焦距到二倍焦距之間最亮，同時亮度大致皆比光源在二倍焦距以外更大。
4. 當光源（物）在一倍焦距（15cm）時，其異側亮度在一倍焦距時亮度可以維持不變，一倍焦距以後隨著距離的增加亮度慢慢減小。
5. 當光源（物）在一倍焦距（15cm）以內時，其異側亮度在約隨著距離的增加而亮度減小，尤其隨著光源越靠近透鏡，其亮度與透鏡異側距離平方更呈現反比關係。

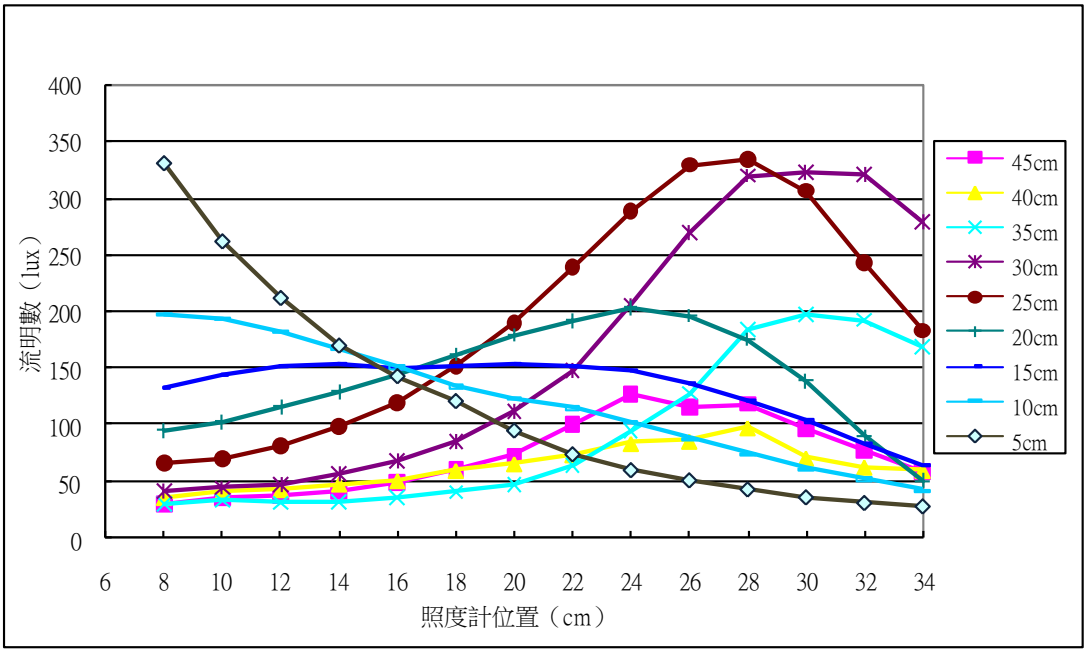


圖 17、發散光源在凸透鏡前方不同位置，透過凸透鏡後其亮度隨距離不同之分佈圖。

(二) 平行光源離透鏡不同位置透過凸透鏡（f=15cm）後其亮度分佈如圖 18 所示，由圖中可知平行光源呈現一致性，其最亮處皆大致在異側一倍焦距（15cm）上。

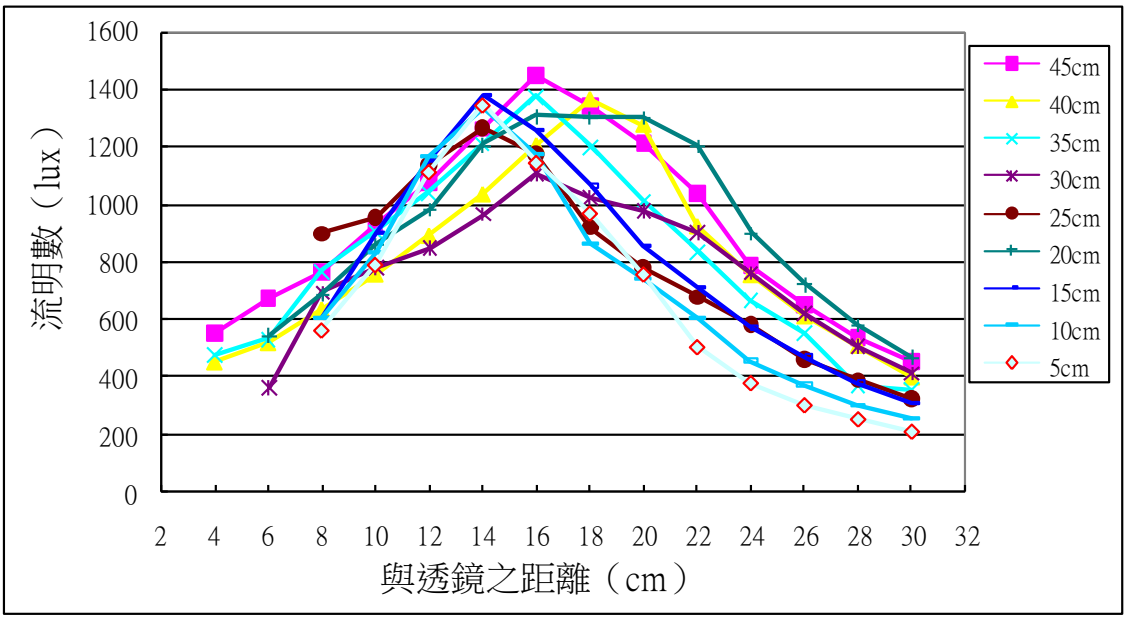


圖 18、平行光源在凸透鏡前方不同位置，透過凸透鏡後其亮度隨距離不同之分佈圖。

三、模擬近視眼戴眼鏡與遠視戴眼鏡二者眼觀世界亮度之不同。

(一) 近視眼：依據上述實驗結果可知為了控制實驗的變數與減少實驗條件的影響所造成的誤差，可選擇平行光為實驗光源，依據成像公式（$1/o+1/i=1/f$），假設近視眼焦距較小，正常眼焦距較大，以假設之數據，算出正常眼與近視矯正後其成像位置皆為 30 公分處。一般來說，戴上鏡片之後因為鏡片應會吸收或反射光之能量而造成能量的降低。但圖 19 之實驗數據顯示戴上眼鏡（凹透鏡後）後，因為整體透鏡組焦距往後，所以在成像處（30cm 假設為視網膜處）確實會比正常眼為亮。

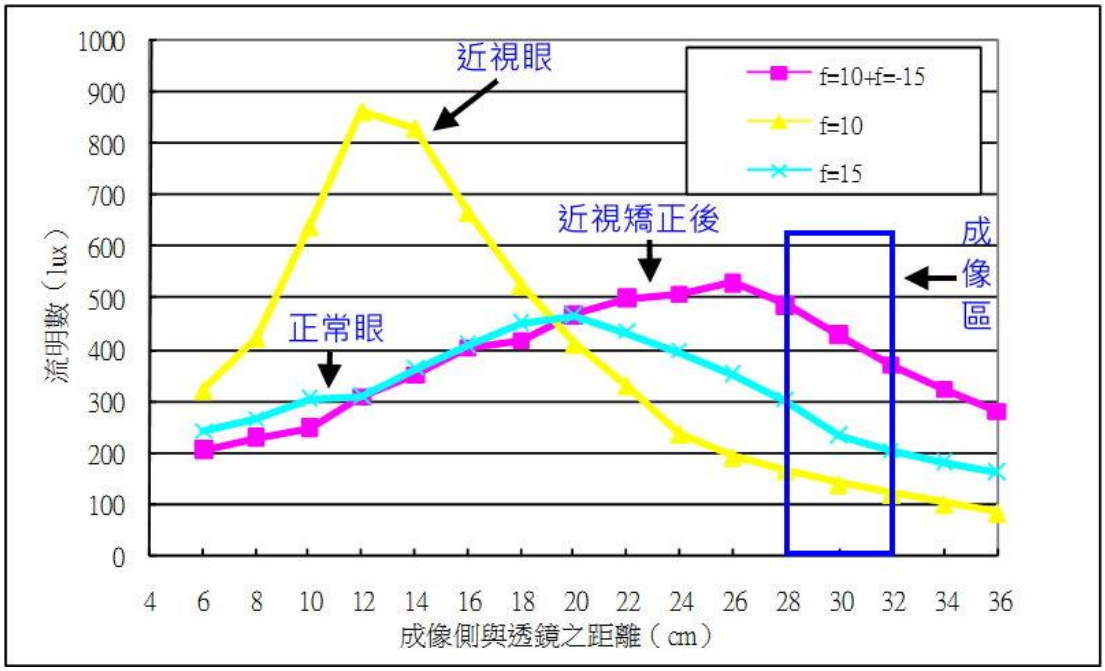


圖 19、正常眼、近視眼與矯正後之亮度關係。

(二) 遠視眼：假設遠視眼焦距較大，正常眼焦距較小，計算出正常眼與遠視矯正後其成像位置為 11.8 公分處。量測其亮度關係如圖 20 所示。可發現戴上眼鏡（凸透鏡後）後，因為整體透鏡組焦距往前，所以在成像處（11.8cm 假設為視網膜處）所測的亮度確實比正常眼為暗。

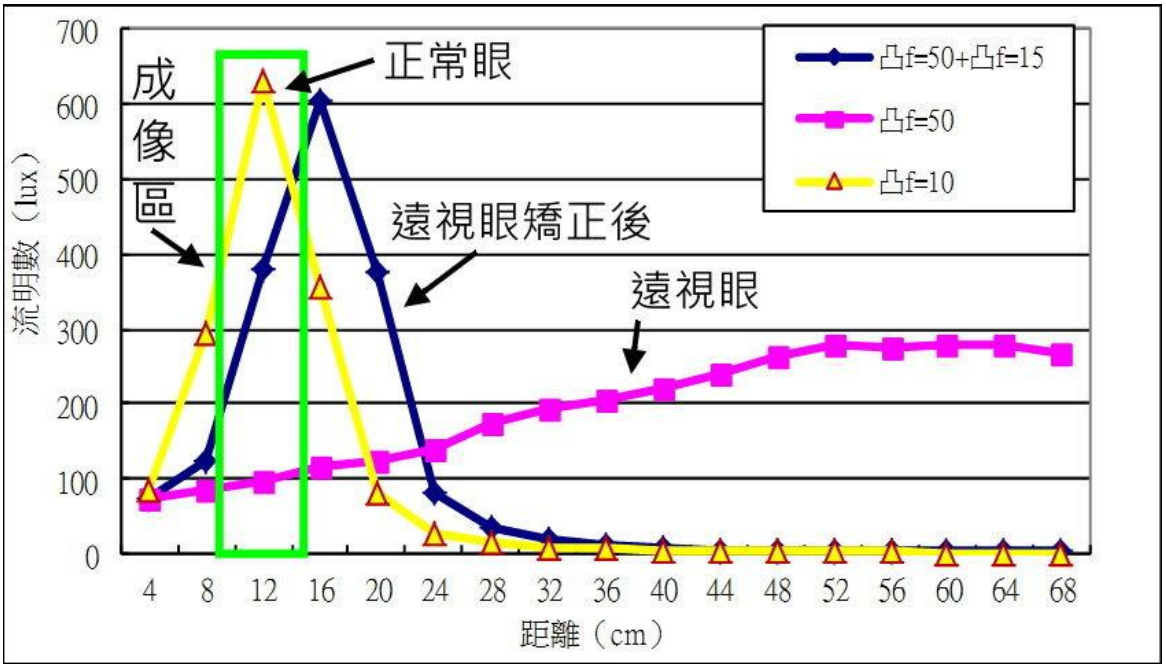


圖 20、遠視眼、正常眼與矯正後之亮度關係圖。

四、模擬近視眼戴眼鏡與遠視戴眼鏡二者眼觀世界大小之不同。

(一) 依據成像公式（$1/o+1/i=1/f$）及放大率（$M=h'/h=-i/o$）與相似形算法，可算出近視眼的成像處之像確實是變小了，而遠視眼的成像處之像卻是變大了。

(二) 而且實際測量值與計算值亦相符（表四）。

表四、正常眼與近視眼、遠視眼成像大小的比較。

<table>
<tr><td rowspan="5">近視眼</td><td colspan="7">條件：像原大小長 3.5cm、寬 2.5cm。（實際幻燈片大小）</td></tr>
<tr><td colspan="2">凹 f=15 加凸 f=10 像大小
(二透鏡相距 5cm)</td><td colspan="2">凸 f=10 像大小
（拿掉眼鏡後，物距 35cm，成像 14cm 處，在視網膜前）</td><td colspan="2">凸 f=15 像大小</td><td>備註</td></tr>
<tr><td colspan="2">（近視矯正後）</td><td colspan="2">（近視眼）</td><td colspan="2">（正常眼）</td><td rowspan="4">物距 30cm，成像位置 30cm</td></tr>
<tr><td>長(cm)</td><td>寬(cm)</td><td>長(cm)</td><td>寬(cm)</td><td>長(cm)</td><td>寬(cm)</td></tr>
<tr><td>實驗值</td><td>2.4</td><td>1.7</td><td>1.5</td><td>1.0</td><td>3.4</td><td>2.5</td></tr>
<tr><td>理論值</td><td>2.33</td><td>1.66</td><td>1.4</td><td>1</td><td>3.5</td><td>2.5</td></tr>
<tr><td>說　明</td><td colspan="2">成像視網膜處</td><td colspan="2">成像在視網膜前面</td><td colspan="2">成像視網膜處</td><td>視網膜為 30cm 處</td></tr>
<tr><td rowspan="5">遠視眼</td><td colspan="2">凸 f=50 加凸 f=15 像大小
(二透鏡相距 4cm)</td><td colspan="2">凸 50 像大小
(拿掉眼鏡物距 65cm，成像 216cm 視網膜後)</td><td colspan="2">凸 10 像大小</td><td>備註</td></tr>
<tr><td colspan="2">（遠視矯正後）</td><td colspan="2">（遠視眼）</td><td colspan="2">（正常眼）</td><td rowspan="4">物距 65cm，成像位置 11.8cm</td></tr>
<tr><td>長(cm)</td><td>寬(cm)</td><td>長(cm)</td><td>寬(cm)</td><td>長(cm)</td><td>寬(cm)</td></tr>
<tr><td>實驗值</td><td>0.9</td><td>0.6</td><td>9.5</td><td>6.5</td><td>0.7</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>理論值</td><td>0.801</td><td>0.572</td><td>9.2</td><td>6.57</td><td>0.636</td><td>0.454</td></tr>
<tr><td>說　明</td><td colspan="2">成像視網膜處</td><td colspan="2">成像在視網膜後面</td><td colspan="2">成像視網膜處</td><td>視網膜為 11.8cm 處</td></tr>
</table>

五、散光的嘗試結果。

(一) A 透鏡（平凸柱狀鏡）的分析。

1. 以兩支雷射筆當作平行光源，測量雷射點透過鏡片後在屏幕上兩點間之距離，來分析 a 軸(f=15)、b 軸(f=0)之平凸柱狀鏡片(A 透鏡)之焦點，測量結果如圖 21，我們可以清楚知道此 A 透鏡之 a 軸焦點確實為 15cm 處且 b 軸無曲率亦即無焦點。

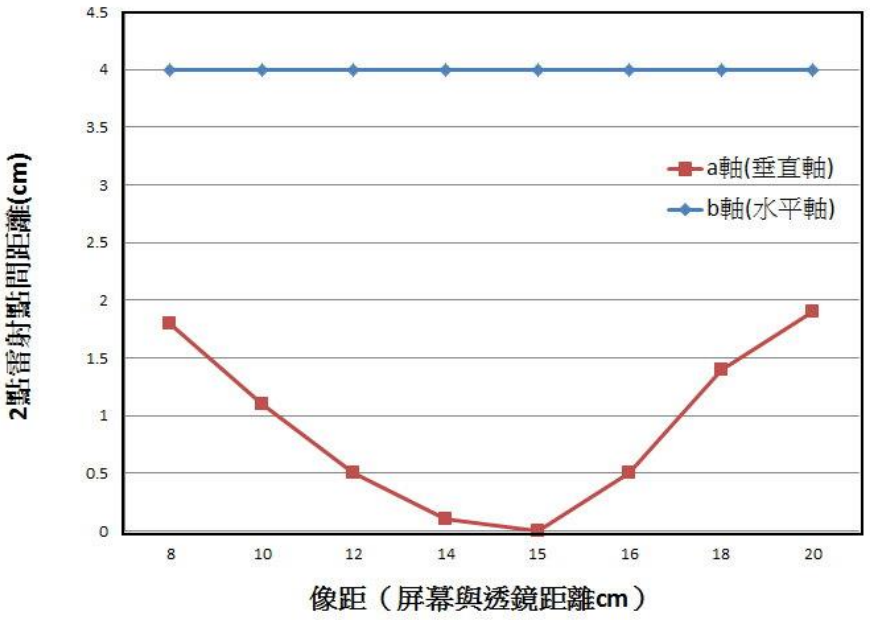


圖 21、A 透鏡的曲率與軸焦點的測試結果。

2. 而 A 透鏡另一邊(成像區)的亮度分析結果如圖 22，發現在 15 公分處亮度較強，明顯是因 a 軸焦距＝15cm 而 b 軸無曲率之故。

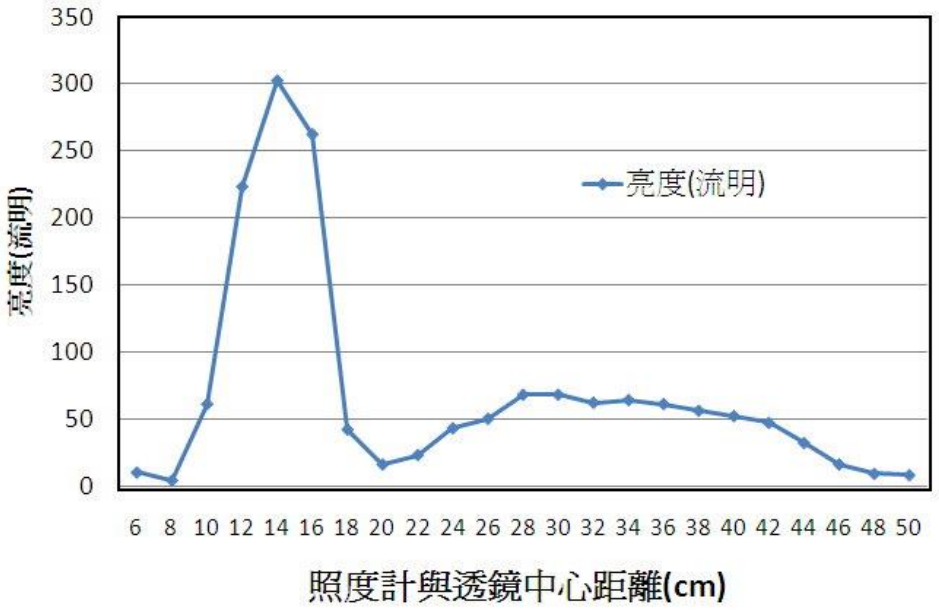


圖 22、A 透鏡的成像區的亮度分析結果。

(二) 自製<u>散光透鏡（**A 透鏡加 B 透鏡的組合**）</u>的分析結果。

1. 自製散光透鏡的焦點區分析。

(1) 依據造鏡者公式。

<u>對垂直軸方向而言：</u>

A 透鏡 f=15 而 B 透鏡 f=30，故代入造鏡者公式可得

$\frac{1}{15} = (n-1)\left(\frac{1}{r''}\right)$ (式 8) 及 $\frac{1}{30} = (n-1)\left(\frac{1}{r'}\right)$ (式 9)

→由(式 8)＋(式 9)得

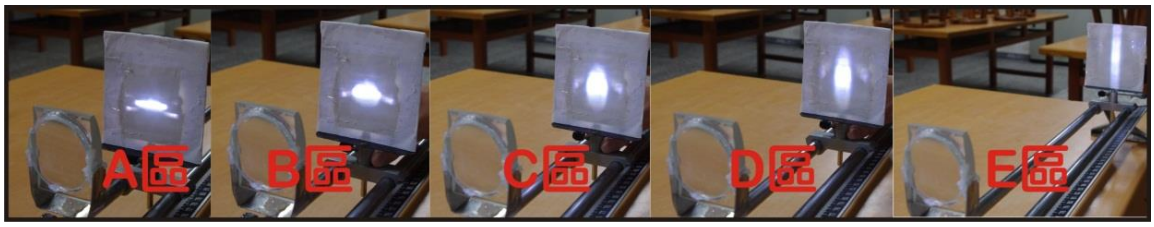
$\frac{1}{10} = \frac{1}{15} + \frac{1}{30} = (n-1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right)$ (式 10)

因此垂直軸之**焦點區為 10 公分處**。

對水平軸方向而言：

A 透鏡無曲率而 B 透鏡 f=30，故**焦點區一樣為 30 公分處**。

(2) 以平行光源當作光源分析，來實驗證明此自製散光透鏡組之焦點區結果如圖 23，可清楚知道**結果與造鏡者公式完全相同**。



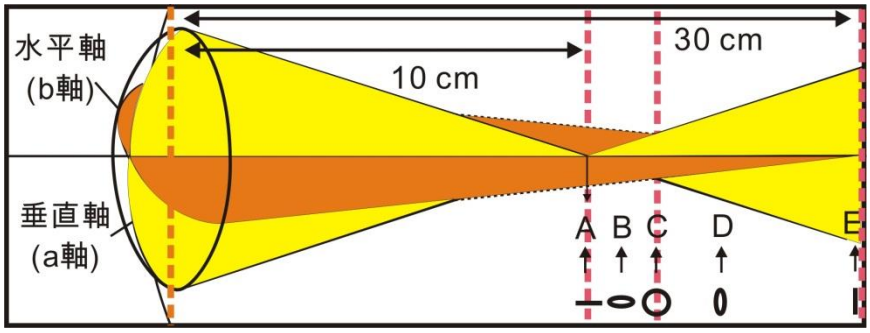


圖 23、自製的散光鏡片組之焦點區分析結果。

(3) 比較圖 23 實驗結果與圖 15 規則散光之 a 軸與 b 軸之焦點關係理論亦相當吻合。

(4) 利用 4 支雷射筆當作平行光源，測量雷射經 A 透鏡後 a 軸及 b 軸在屏幕上各兩點間的距離，結果如圖 24 所示，與圖 23 比較亦可清楚知道我們自製之散光鏡片組之焦點區 A 點區為 10cm 處、最不模糊區 C 點區約為 15cm 處且 E 點區為 30cm 處。更可證明我們所自製之散光鏡片組完全可當作規則散光之眼睛晶狀體。

(5) 經由理論計算及實驗值確實可驗證我們所製備之散光透鏡組合完全**可用為散光眼之實驗組**。

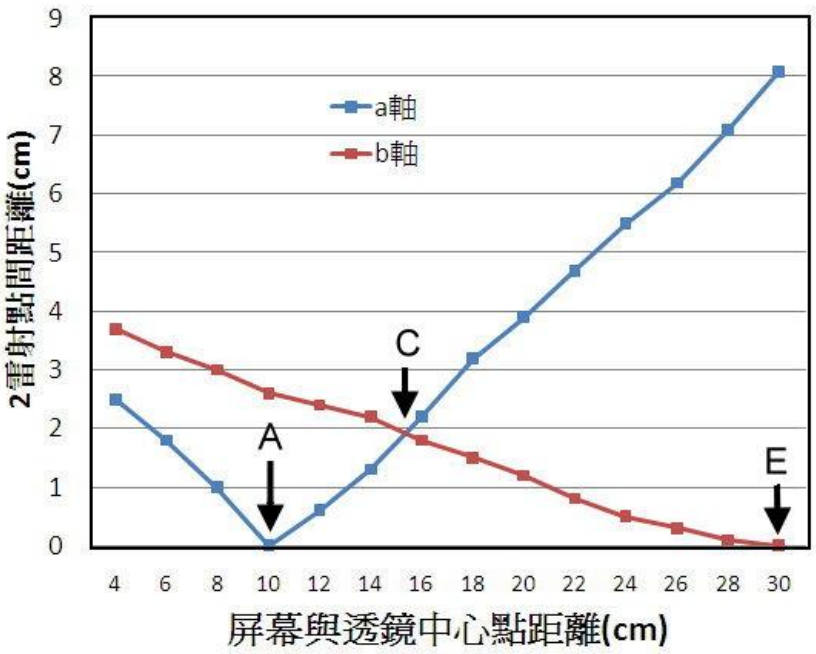


圖 24、雷射經自製的散光鏡片組後(a 軸與 b 軸)兩點間距離之結果。

2. 比較散光眼戴矯正眼鏡與正常眼二者眼觀世界亮度是否相同。

依據上述實驗結果以 A 焦點區與 E 焦點區為計算焦點參考依據，選擇幻燈機為物（光）來源，依據成像公式（$1/o+1/i=1/f$），以假設物距為 60 cm 之數據，算出正常眼與散光矯正後其成像位置皆為 12 公分處。測量亮度結果如圖 25 之實驗數據顯示戴上眼鏡（柱狀透鏡後）後，在成像處（12cm 假設為視網膜處）確實會比正常眼為暗一些，而未配戴眼鏡之散光眼亮度最暗。

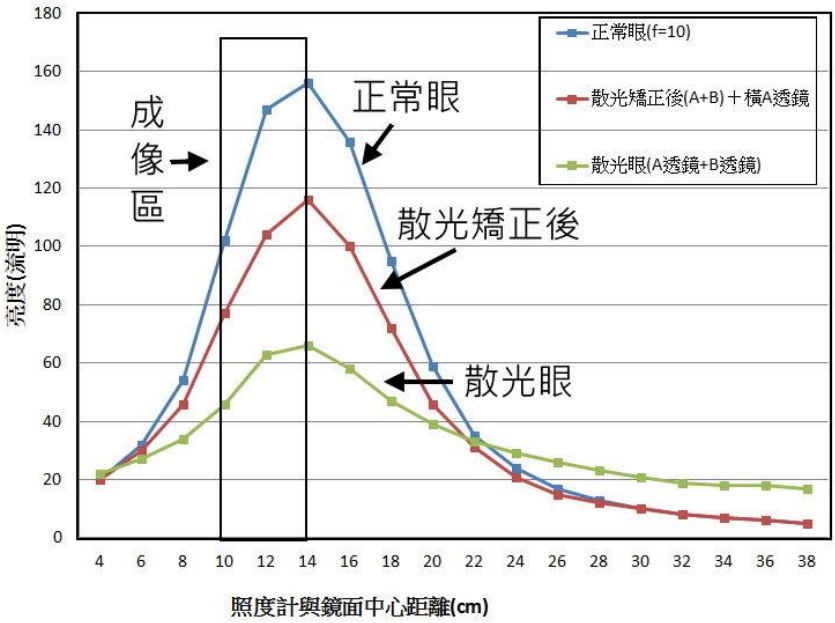


圖 25、正常眼與戴散光鏡片組之亮度分析結果。

3. 比較散光眼戴矯正眼鏡與正常眼二者眼觀世界大小是否相同。

(1) 依據上述之結果，成像公式（$1/o+1/i=1/f$）及放大率（$M=h'/h=-i/o$）與相似形算法結果如表五，可算出散光眼的成像處之像大小實驗值與理論值稍有誤差，應該是鏡片緊貼誤差之問題，這也可以說明雖然配載鏡片可以矯正散光問題，但是還是無法完全恢復到與正常眼一樣，像還是會略大一些且較為模糊。

表五、正常眼與散光成像大小的比較。

散光眼	條件：像原大小長 3.5cm、寬 2.5cm。（實際幻燈片大小）						
	平凸 a 軸 f=15、b 軸 f=0 cm 加 平凸 a 軸 f=10、b 軸 f=30 cm(二透鏡貼近)		平凸 a 軸 f=10、b 軸 f=30 cm 之像大小（以 A、E 焦點區分別計算長、寬，物距 60cm）		凸 f=10 像大小		備註
	（散視矯正後）		（散光）		（正常眼）		物距 60cm，成像位置 12cm
	a 軸高(cm)	b 軸寬(cm)	a 軸高(cm)	b 軸寬(cm)	高(cm)	寬(cm)	
實驗值	0.6	0.6	6.8	0.8	0.5	0.6	
理論值	0.5	0.7	6.25	0.583	0.5	0.7	
說　明	成像視網膜處(略模糊)		以成像在 35cm 處計算		成像視網膜處		視網膜為 12cm 處

(2) 在成像實驗時，我們散光尚未矯正前，以我們的物距條件理論上是無法清楚成像的，因為成像區域是 1 倍焦距與 2 倍焦距之間，故 a 軸是 10～20cm 之間，而 b 軸是 30～60 之間，故無法成像，實際實驗結果亦發現確實無法成像，因此我們以一假設焦點條件，嘗試算出理論值（假設成像處 35cm 為例）。

(3) 為了確定能使散光矯正後成像，我們再假設透鏡實驗條件，重新計算平凸透鏡組合焦距並以成像公式算出可以成像之散光條件（如圖 26），找到 a 軸焦距為 8 公分，b 軸焦距為 10 公分之最新散光透鏡組合。

(4) 以新散光透鏡組為實驗條件與成像大小測量結果（如表六），亮度大小測試結果如圖 27。由實驗結果顯示配載鏡片可以矯正散光問題，但還是無法完全恢復到與正常眼一樣，像還是會略大一些且較為模糊。

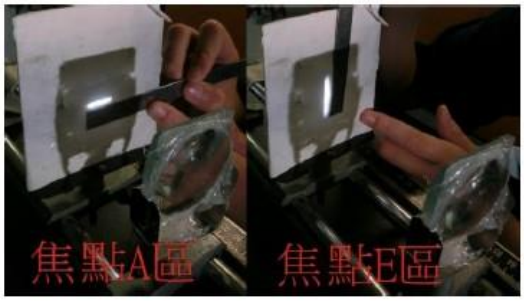
(5) 從實驗結果及計算理論值亦可以得知如果眼睛散光曲率太大，則戴鏡片無法完全矯正到清楚成像因為垂直軸成像區與水平軸成像區未重疊，因此除非是戴完全貼合之隱形

眼鏡或動手術才可將垂直軸與水平軸之曲率修正到成像區皆有重疊處才可順利成像並矯正。

表六、正常眼與散光可成成像條件結果之比較。

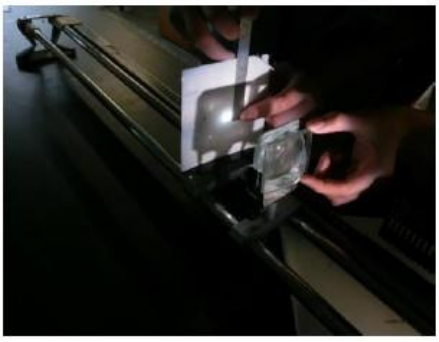
散光眼	條件：像原大小長 3.5cm、寬 2.5cm。（實際幻燈片大小）						
	平凸 a 軸 f=8、b 軸 f=10 cm 加 平凸 a 軸 f=0、b 軸 f=10 cm(二透鏡貼近)		平凸 a 軸 f=8、b 軸 f=10 cm 之像大小 （以 A、E 焦點區分別計算長、寬，物距 24cm）		凸 f=8 像大小		備註
	（散視矯正後）		（散光）		（正常眼）		物距 24cm，成像位置 12cm
	a 軸高(cm)	b 軸寬(cm)	a 軸高(cm)	b 軸寬(cm)	高(cm)	寬(cm)	
實驗值	1.30	1.70	1.50	1.90	1.20	1.70	
理論值	1.25	1.75	1.25	1.75	1.25	1.75	
說　明	成像視網膜處(略模糊)		以成像在 12cm 處計算		成像視網膜處		視網膜為 12cm 處

A.實際成像大小測量。



B.散光焦點區測量。

C.散光未矯正前成像區無法成像。



D.矯正後成像大小測量。

圖 27、成像大小量測實際情形。

六、模型之製作。

(一) 依據實驗數據與計算之結果，我們製作出說明近視眼戴眼鏡後它的亮度與大小改變的不同之模型教材教具如圖 28 所示。

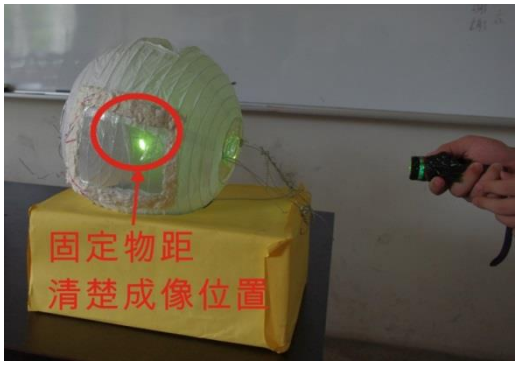
	
未矯正前像落於視網膜前	矯正後像往後移落在視網膜上

圖 28、近視眼操作模型。

(二) 依據實驗數據與計算之結果，我們製作出說明遠視眼戴眼鏡後它的亮度與大小改變的不同之模型教材教具如圖 29 所示

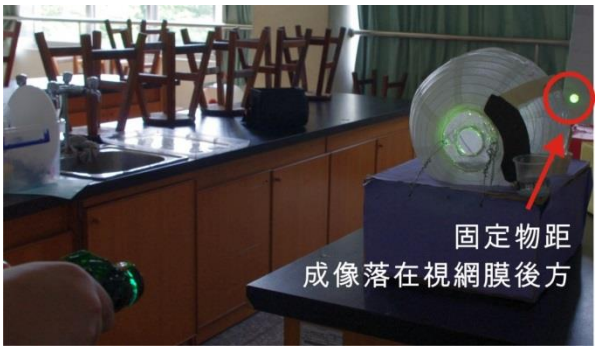
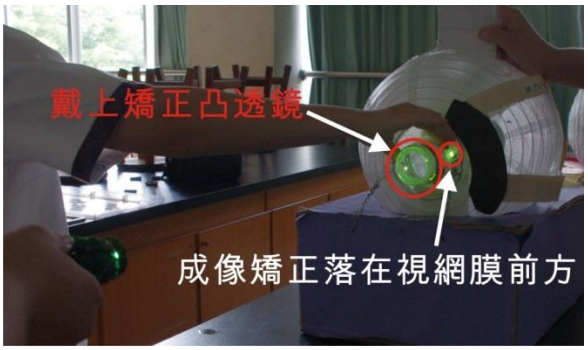
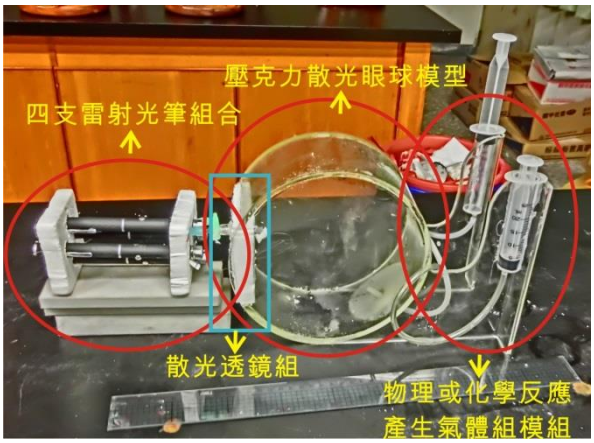
	
未矯正前像落於視網膜後方	矯正後像前後移落在視網膜上

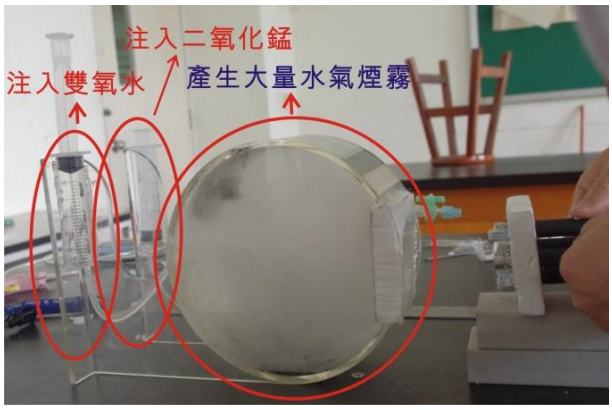
圖 29、遠視眼操作模型。

(三) 為了更便利解釋散光及矯正原理，我們另外利用壓克力材料製作眼球模型，加上四支綠光雷射指引筆改裝成平行光源之來源，再以經過計算自製可以在有限距離矯正成像之散光透鏡組合充當散光晶狀體，如此即具備散光眼矯正操作之教具雛形。

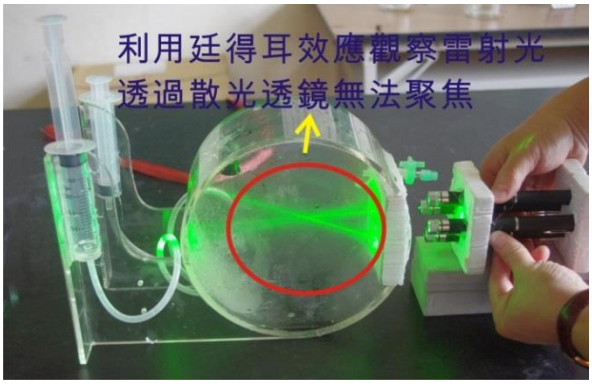
(四) 最後利用針筒裝有雙氧水及二氧化錳，當四支綠光雷射發光時，注入雙氧水及二氧化錳當催化劑，即化學反應式 $2H_2O_{2(aq)} \xrightarrow{MnO_2} O_{2(g)} + 2H_2O_{(g)}$ +熱量。如此在散光眼球模型內產生大量濃煙，利用廷得耳效應容易觀察到平行雷射光之行進路線，意即可以簡單觀察散光是如何利用柱狀凸透鏡來達到矯正之效果，如圖 30 即為成功之散光操作模型教具。



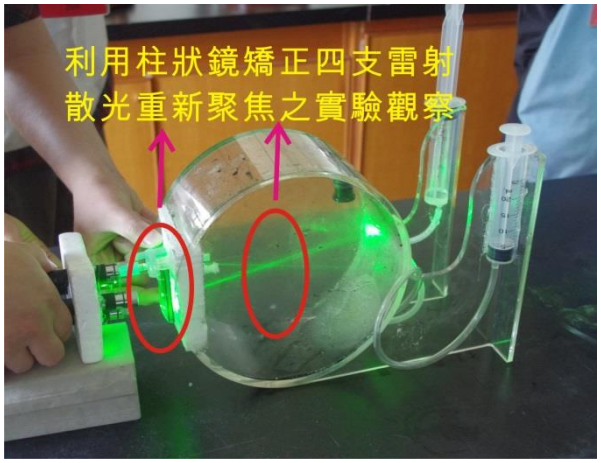
A.利用壓克力製作散光操作模型



B.利用化學反應產生煙霧裝置



C.觀察雷射透過散光透鏡無法聚焦

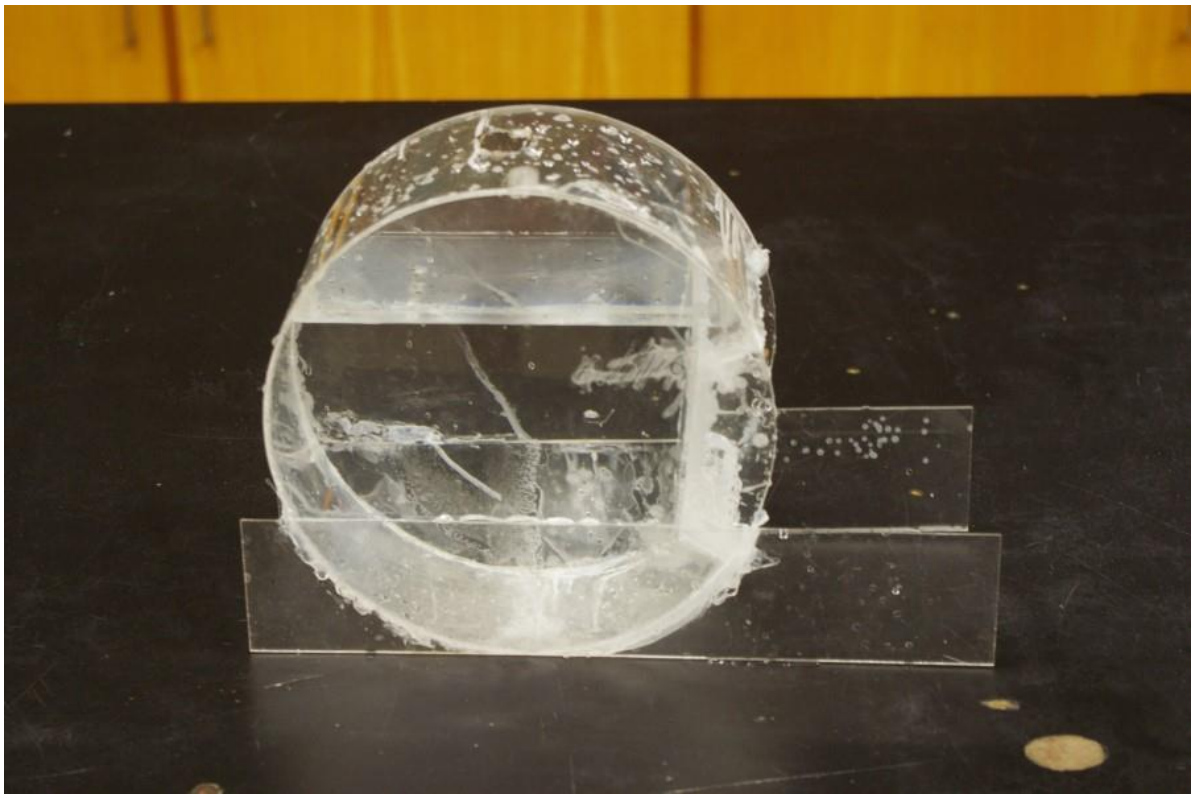


D.利用柱狀鏡矯正散光重新聚焦

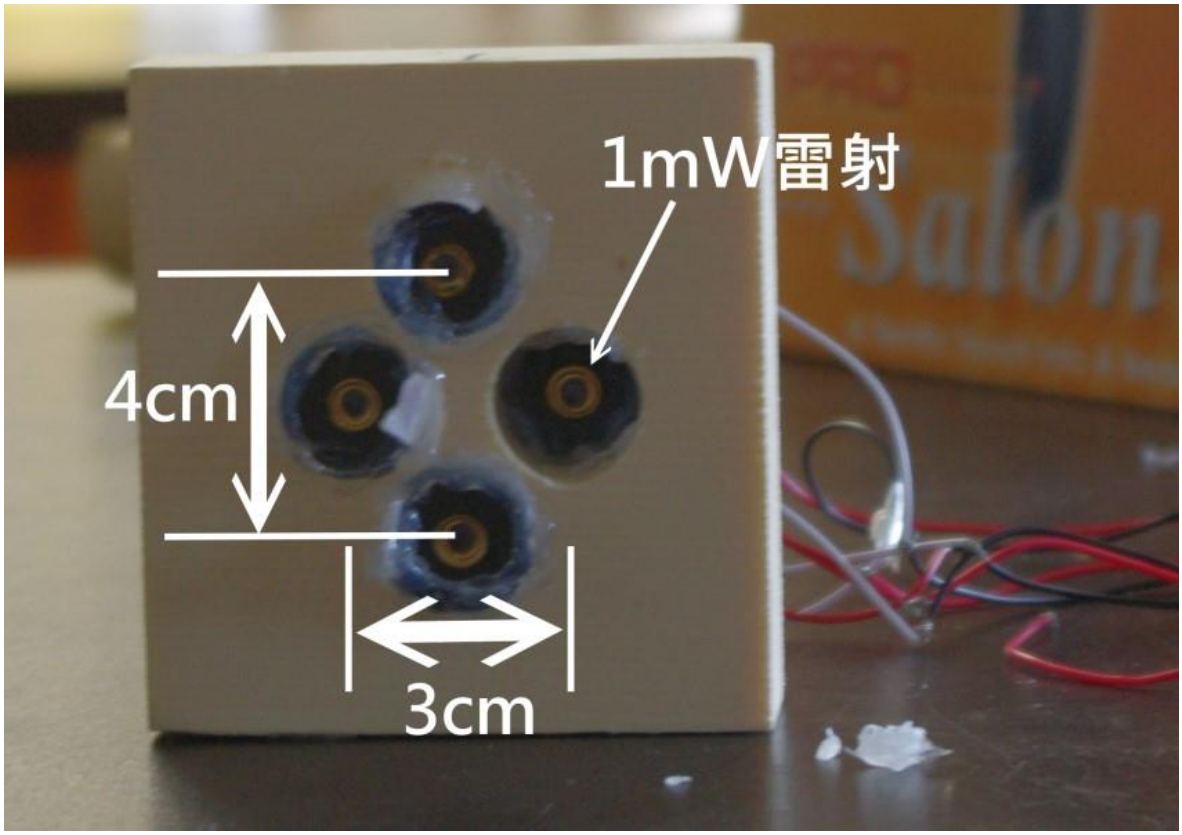
圖 30、散光及矯正操作教具模型圖。

(五) 利用化學反應產生煙霧氣體後產生廷得耳效應之觀察有煙霧易散去之缺點，故進一步將氣體改成膠體溶液，首先以壓克力再製作不漏液之散光眼矯正操作模型，利用氫氧化鐵加上氫氧化鈉製備膠體溶液注入模型中取代氣體位置，成功改良散光及矯正操作模型（如圖 31），或許爾後可以再考慮改為洋菜及果凍等材質取代膠體溶液而有更佳之效果呈現。膠體溶液製備方式為取約 25ml 的蒸餾水置於 50ml 燒杯中，加熱至沸騰，當水沸騰時，先加入 3 滴 10%的氫氧化鈉溶液，再加入約 10 滴 10%氯化鐵 $FeCl_3$ 溶液後放冷，即可得膠體溶液（如式 11）。

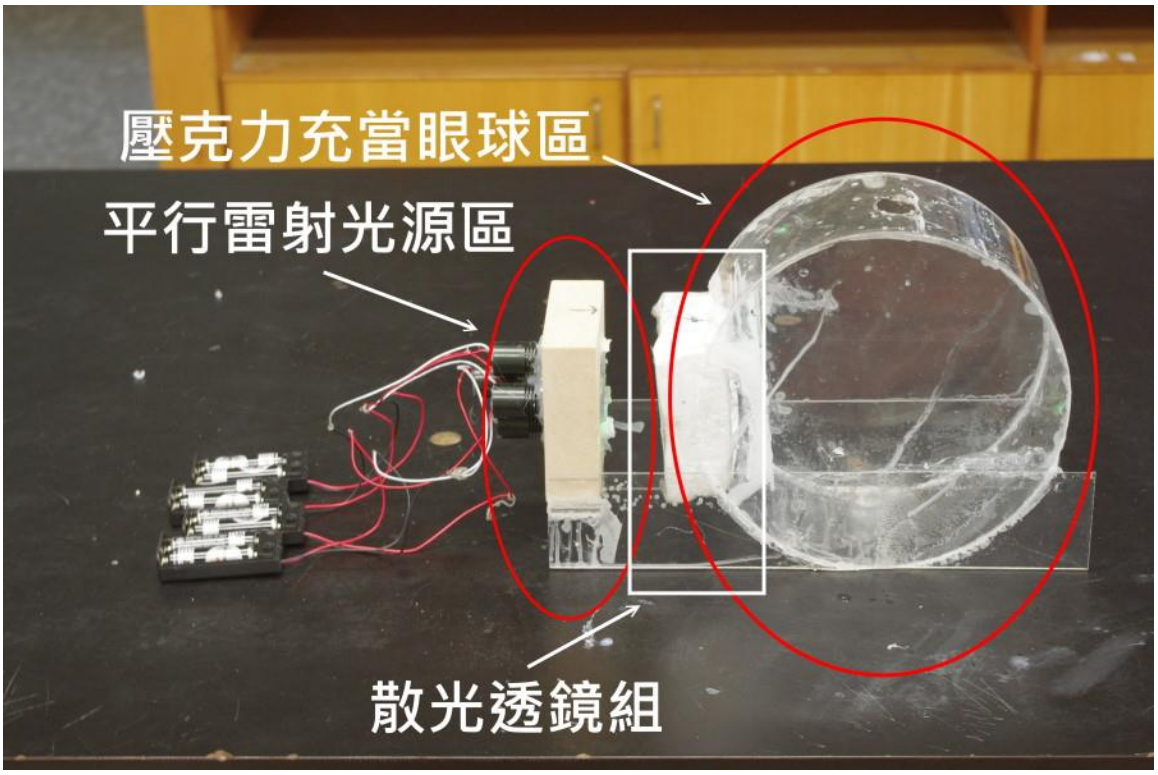
$$3NaOH_{(aq)} + FeCl_{3(s)} \rightarrow Fe(OH)_{3(aq)} + 3NaCl_{(aq)} \qquad (11)$$



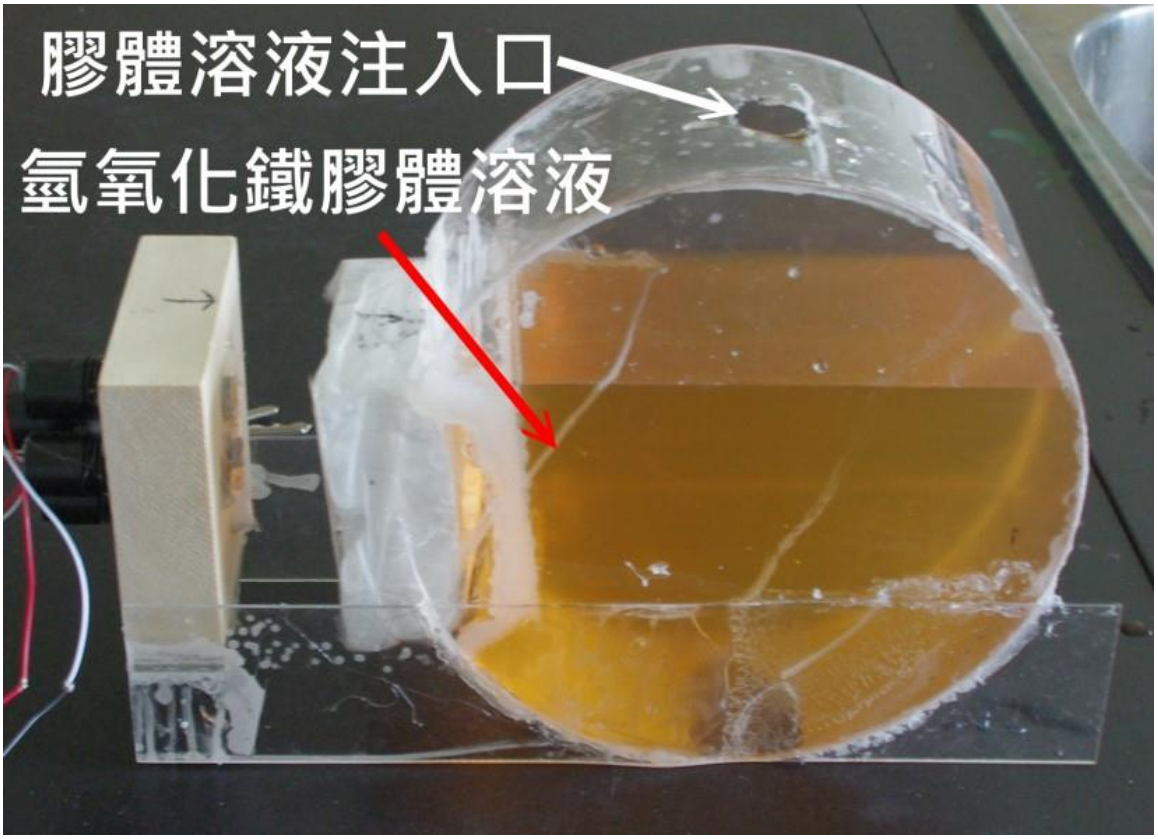
A.壓克力材料之準備、裁切與黏貼



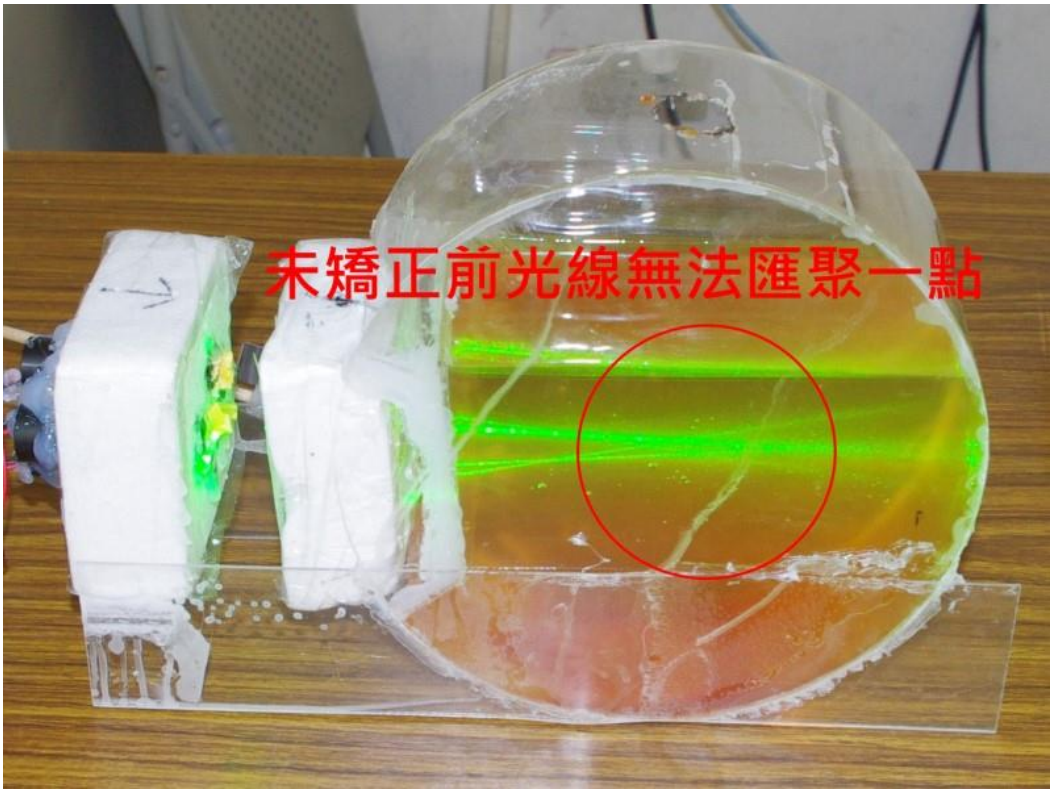
B.四支 1 mW 雷射筆精準度調整



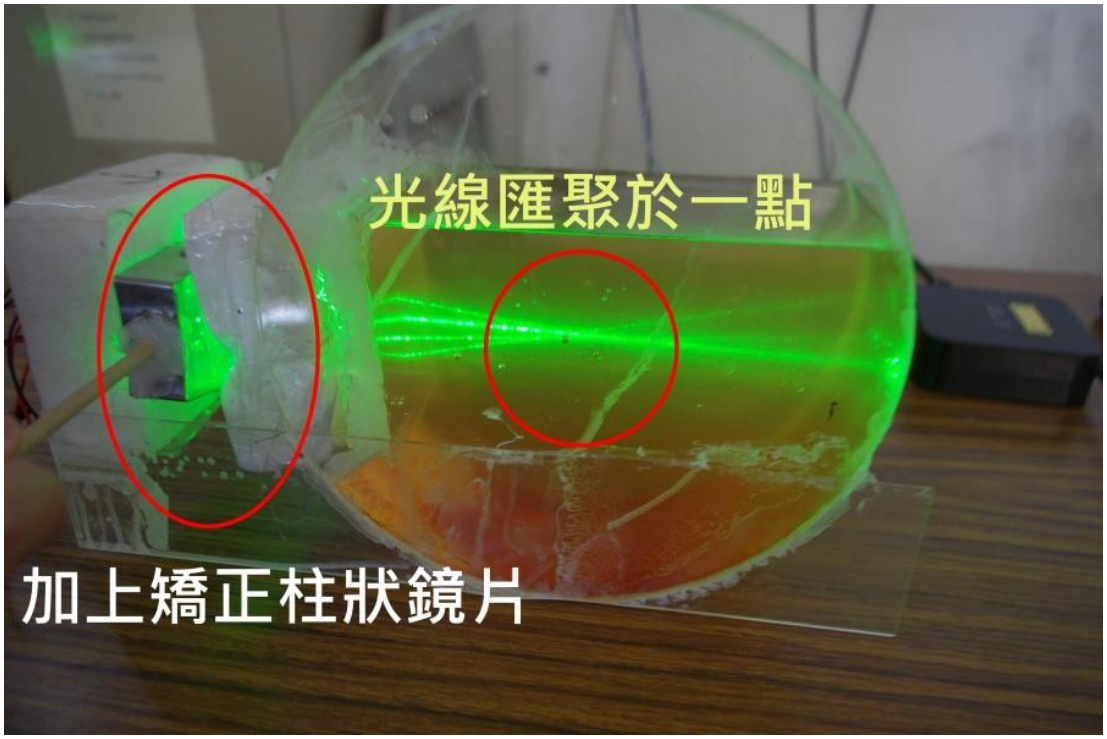
C.壓克力散光操作模型組裝



D.壓克力眼球區內裝膠體溶液



E.觀察雷射透過散光透鏡無法聚焦



F.利用柱狀鏡矯正散光重新聚焦

圖 31、以充入膠體溶液來改良散光及矯正操作教具模型圖。

陸、 結論

一、 在我們的測量範圍內平行光源的照度跟距離幾乎沒有關係（E=常數，E：光的照度），而發散光源的照度確實會隨著距離的平方呈反比關係($E \propto 1/r^2$，r：距離)。

二、 選擇平行光為實驗光源可以減少因實驗條件的影響所造成的誤差，自製平行光源可以將一燈泡放置於一已知焦距之凸透鏡的焦點上，當燈泡光源透過透鏡後即可充當平行光源使用。

三、 矯正後之視力因為透鏡組已重新調整焦距，故重新成像在視網膜上時，亮度與成像大小是不同的。例如：近視眼戴眼鏡後，其眼觀世界會變亮、變小；而遠視眼戴眼鏡後，其眼觀世界會變大、變暗。

四、 經由理論計算與實驗皆證明眼睛正常的人看戴近視眼鏡者的眼睛明顯變小，戴近視眼鏡者來看眼睛正常者的眼睛時，實際也是變小的，後者不易觀察其變化只是因為矯正前後成像高度差異比較小所以不容易察覺感受到有所改變。

五、 在散光部分可依造鏡者公式與成像原理將兩個曲率不同的平凸透鏡組合成一散光透鏡組來充當散光眼睛模型，且經過定性與定量分析皆證明此散光模型在說明規則散光的部分是完全成功可行的。

六、 針對散光而言經實驗證明當眼睛正常時最亮，依次為配戴矯正眼鏡，最暗為散光眼。而成像大小方面正常眼與散光矯正後的大小差異不大，只是矯正後無法恢復與正常眼相同，而未矯正之散光眼則在網膜區是為模糊之像且像略比正常眼大些。

七、 散光的部分在教科書極少提到甚至幾乎連老師都不講這一部份，無論網路上及圖書館亦少有資料可以參考，我們連續問了很多鄰近眼鏡行與眼科醫生都沒有獲得正面而直接的答案，在極缺乏可用資料參考與資源之下，我們還是獨立完成複雜的散光眼模型製作及實驗與原理的驗證更是令我們覺得最有成就感。

八、 依據實驗之結果與數據的參考，可以成功製作出一系列簡易眼球模型當作課堂上之教材教具來說明近視、遠視及散光戴眼鏡與不戴眼鏡之差異，以及其成像位置的關係與其亮度及成像大小的不同。當然我們覺得最難能可貴的是散光眼矯正操作教具模型，此模型以安全又簡單之化學反應製造水氣煙霧或膠體溶液，讓光行進路線之實驗觀察變得簡單又有趣。

柒、　參考資料

1. 大學物理，台中市會計學會，中華民國 76 年二月，p521-p590。
2. 高中基礎物理，第 5 章〝光〞，翰林出版社，中華民國 93 年。
3. 國中自然與生活科技上，第 4 章「光」，康軒出版社，民 102 年 9 月。
4. 臺灣師大物理系，物理教學/示範實驗室，黃福坤。民國 102 年 12 月查詢。
   http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/phpBB/viewforum.php?forum=2
5. 眼睛屈光異常，102 年 12 月查詢。
   http://www.dreyes.com.tw/blog/?page_id=247
6. 高度散光與弱視，102 年 11 月查詢。
   http://www.eyedrlin.com.tw/front/bin/ptlist.phtml?Category=111547

【評語】030102

1. 可以進一步討論光源的大小是否有影響。整體而言是很好的作品。可考慮有何應用。

2. 模型構造之科展設計頗佳。

3. 有教育性的視力校正模型，提供學生了解視力改善的原理。

4. 可根據實際情況，多考慮可行性。