中華民國第53屆中小學科學展覽會

作品說明書

國小組　數學科

080410

二元數獨累加器

學校名稱：台南市北區文元國民小學

作者：	指導老師：
小六　林緯筠 小六　張聘宜 小五　賴依依 小五　汪柏辰 小五　鄭立暘	許隨耀

關鍵詞：二元數獨、集合、二進位表示法化

摘要

數獨，是一種有趣的推理遊戲，能讓我們排遣時間之外，也能活化我們的頭腦；這遊戲的玩法很多，網路上衍伸出多種變形數獨，研究開始我們就坊間目前流行的數獨原型來做探討；一般數獨的玩法基本上就是利用眼睛觀察，將每一個空格不符合的數字一一刪除，留下空格可能可以填寫的數字，再進行第二階段的推理，而第一階段的觀察、推理、刪除如果出錯，會造成第二階段推理的困難。而我們的研究團隊也找出在幾年前有人曾提出利用質數與值因數分解的方法來過濾可能性，所以我們這次就針對之前方法進行探討與改良，找出更加便捷的流程來輔助推理數獨。

壹、研究動機

數獨是一種邏輯思考的推理數字遊戲，平常在解題時，有時很容易能夠將數字推出來，有時卻覺得非常困難，也常常因為在推裡的過程中不小心刪除掉不該刪除的部份而造成前功盡棄，回頭過來找尋錯誤時又百般困難，重新推理還比較快，針對這類的情形我們提出來跟老師討論，老師說，一般人在做數獨的時候比較不會做過程的記錄，所以一旦出錯就不太能輕易地找出自己哪一個步驟錯誤；基於以上這些原因，我們探討了之前團隊找出的流程，進行適當的改良，找出解決的工具，輔助我們更容易玩數獨，並且不會失去玩數獨的樂趣。

貳、研究目的

我們的目的是在遊戲中學會怎麼將一個問題數學化，利用所學過的數學知識找出解決方法，若是方法效果不佳，如何進行改良? 讓找出的方法能夠更加簡潔快速方便運算，解除掉所遇到的障礙，得到我們所要的結果，輔助我們在解數獨題目時，避開一些失誤，減少失落感而增加解題樂趣。

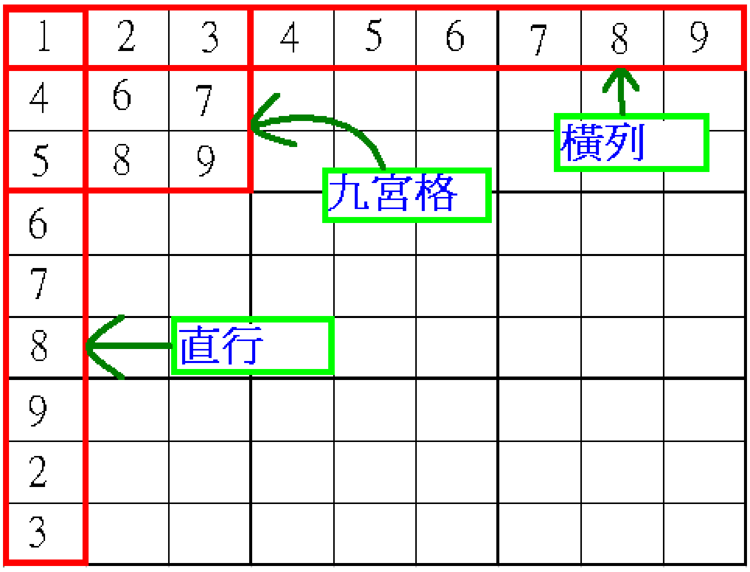
參、研究設備及器材

我們用筆、紙來做研究；為了輔助我們快速判斷結果，所以我們建立邏輯模組，開發了一個簡易累加器方便我們討論與解釋。

肆、研究過程或方法

因為我們的研究對象是一般傳統數獨，所以首先我們先介紹一下數獨的架構與規則，如圖所示，數獨的整體是在平面上 9 × 9 的方格圖上，整體可分割成直行、橫列、九宮格三種規格，完成數獨的規則有：

1. 直行、橫列、九宮格三個區域中，各自填入 1~9 且數字不可重複出現在同一個區域。
2. 題目給的數字以 30 個為限。



圖一、數獨的架構

一開始我們參考了有人在第 49 屆國小數學科展提出的方法，他是將問題化成數學模式，藉由老師補充的集合論的觀念配合數獨的架構，將整個數獨格子規劃出三個主要集合，分別是九宮格、

直行、橫列，這三個集合別包含了題目所給的數字元素，並配合質數化與集合的運算來建立演算過程。

一、質數化數獨篩選探討

這方法我們稱舊方法，它是從將“考慮數獨題目所給的數字”的 “動作”給簡化掉為出發點，將所有的題目給的相關條件數字元素都一起考慮進來，可以很快地分析出可能的結果，避免掉觀察刪去法的疏漏，數學裡面可以透過量化對應去轉換某些事物，那我們也可以利用對應的方式將 1~9 全部轉換成質數；他就將數獨的原型改成了質數數獨，如下表所示，以對應的方式將 1~9 分別對映成最小的 9 個質數，也就是 2~23，

表一、質數化

原始數字	1	2	3	4	5	6	7	8	9
對應之後	2	3	5	7	11	13	17	19	23

舉例子來說，1、5、6、8 質數化對應成 2、11、13、19，

這時以乘法來結合就變成 $2 \times 11 \times 13 \times 19 = 5434$

而對每一行、列、九宮格填滿後所得到的結合的數字應該是

$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 \times 23 = 223092870$

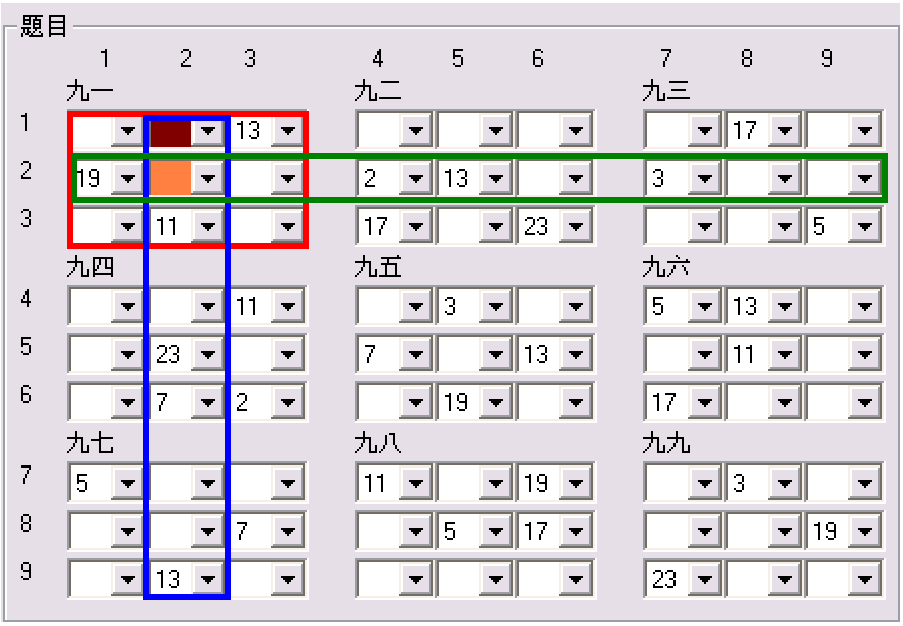
將完整的數字，除去題目給的數字，所剩下的數字就是九宮格裡的空格能夠填充的數字，

$223092870 \div 5434 = 41055$

此時就可以利用質因數分解(短除法)將 41055 分解出 $3 \times 5 \times 7 \times 17 \times 23$ 來，這樣便達到結合與分解集合內元素的目標。

二、舊方法的演算流程

九宮格的編號以左上為始，從一號開始往右編，第一列依次為九一至九三，第二列依次為九四至九六，第三列依次為九七至九九；而圖二中上面與左邊的編號分別代表直行與橫列。



圖二、行、列與九宮格的編碼

(一) 他是以“直行 2”與“九宮格一”兩個集合來說明，題目如圖二所示，依照前面的“規則”與“乘法與質數化”的說明來看就是必須將九一(紅色框)與直行 2(藍色框)的已知數字

化成$11\times13\times19=2717$與$7\times11\times13\times23=23023$。

(二) 接著求出 2717 與 23023 的最大公因數得到 143，這代表的是九宮格與直行的重複數字(交集的部份)。

(三) 將九宮格的數字與最大公因數的集合做差集，可以得到$2717\div143=19$。

(四) 將直行 2 的數字與最大公因數的集合做差集，可以得到$23023\div143=161$。

(五) 再將(三)、(四)與最大公因數的數字結合可以得到$19\times161=3059, 3059\times143=437437$。

如此我們可得到九一(九 1)與直行 2 的聯集為 437437，而$437437=7\times11\times13\times19\times23$。

此即為圖二中棕色與橘色格子對於九一與直行 2 兩個集合來說不能夠放而需要排除的數字。

(六) 將橫列 2 與(五)算出的 437437 帶入(一)至(五)的流程，便可以得出九宮格 1、直行 2、橫列 2 等三個集合的聯集 $2\times3\times7\times11\times13\times19\times23=2624622$。

(七) 再以全混和的數 223092870 利用除法可得$223092870\div2624622=85$，而 85 做質因數分解可以得到 5,17 這二個數字，此即為圖二中橘色格子對於九一與直行二與橫列二這三個集合來說所能夠放的數字，反質數化回來可得 3,7。

三、舊方法的解析

(一) 舊方法經由質數化之後，必須經過程法將數字混合，而質數在 11 之後跳躍很大，造成乘出來的數字通常都會很大，這會造成計算上的困難。

(二) 舊方法流程的步驟有十幾個步驟以上，過程繁瑣，這也會造成使用上的困難。

四、尋求新方法

針對上述第一個問題，我們想到，他會設定質數化是因為質數利用乘法運算的合併與唯一分解的特性，這可真的讓我們傷透腦筋，因為除了質數之外，其他的數不論奇數或偶數等等我們所認識的數，都如他所說的缺乏合併後的唯一分解特性。我們想一想有什麼可以改善。

在他的文章中，是用正數(自然數)去思考，所有的數都質數化，乘起來是 223092870，因為數字太大，很難算，所以就想說既然 0 以上的數字太大，那算 0 以下呢?所以只好用 0 以下的數“負數”，這樣可以將使用的質數數量縮成一半。

表二、換算表

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	-2	3	-3	5	-5	7	-7	11

我們以上題九 1、行 2、列 2 為例 :

列 2 :1×2×6×8 → (2)×(-2)×(-5)×(-7)

九 1 :5×6×8 → (5)×(-5)×(-7)

行 2 :4×5×6×9 → (-3)×(5)×(-5)×(11)

混色後，成了

列 2 :(2)×(-2)×(-5)×(-7)=(-140)

九 1 :(5)×(-5)×(-7)=(175)

行 2 :(-3)×(5)×(-5)×(11)=825

表面上看起來數字-140、175 和 825 變得很小，但反向質因數分解出來後，會造成原有的負數符號不見了，此例中的列 2 反向分解出的結果為 -(2×2×5×7)，我們知道不會有兩個一樣的數，所以其中一個 2 一定為負數(-2)，但其他原本為負的 5 與 7 便無法還原回(-5)與(-7)，所以這種方法並不管用。

老師提醒說，如果這一條路線鑽不下去了，可以嘗試另一條路線，也就是另一個面向，而另一面向就是跟他相反，不合併了，因為不合併就不須再分解。有人提到，之前在上進階課程講到進位時，老師有提到一種只有 0 與 1 的表示方法，這可以將 1~9 的數字簡化到只剩 0 和 1，因此，我們就將每一個集合原本應該合併的數以統計的劃記方法，將題目給的數字所對應的位置(如圖三)劃 1，而沒劃到的空格填 0，以上例來說，九宮格 1 的數列是{5,6,8}可轉化成 010110000，直行 2 為{4,5,6,9}可轉化成 100111000，橫列 2 為{1,2,6,8}可轉化成 010100011。於是我們稱這種轉換為二進位表示法化(後面簡稱為二元化)。

9	8	7	6	5	4	3	2	1
0或1	0或1	0或1	0或1	0或1	0或1	0或1	0或1	0或1

圖三、二進位表示法化

而計算的部分，我們發現使用加法、減法與乘法可以有不一樣的效果。

(1) 加法:

因為此二進位化表示法是對應位置所記成的，一個位置只能記錄一個一位數，所以對於進位我們給予定義， 因為原本二進位 1+1=10，所以當有 1+1 的情形出現時 10 要記成 1。如此我們便可以運用加法做兩個集合二進位化之後聯合的動作，

例如: 九宮格 1->010110000，直行 2->100111000

 010110000
+100111000
 110111000

(2) 減法:

這個運算的目的是為了要 “減掉在我有的物品裡面跟你的相同者”，但因為與加法情形一樣，遇到 0-1 時，無法借位，所以針對這點，我們定義，相減之後，結果小於 0 者，以 0 記錄。

例如: 九宮格 1->010110000，直行 2->100111000

  010110000
- 100111000
  010000000

(3) 乘法:

這個運算是要找出 “彼此都有的物品”，因為最大的數為 1，所以不會有進位與借位的情形發生，所以不須另外定義算法。

例如: 九宮格 1->010110000，直行 2->100111000

 010110000
x100111000
 000110000

接著我們就將新找到的方法，帶入舊的流程去驗證是否同樣可以找出我們需要的結果:

(1) 舊方法在第一步驟需要質數化與混合(乘起來)，新的方法裡，我們要做二元化。所以這個階段我們得到，九宮格 1->010110000，直行 2->100111000，橫列 2->010100011。

(2) 舊方法在這個步驟是先將其中兩個集合各自混合後的數求出最大公因數，對照新方法的運算我們發現乘法可以達到這個要求，依照舊方法的例子，可得

九宮格 1 -> 010110000

直行 2 -> 100111000

乘法結果 -> 000110000 ->此即對應最大公因數 GCD143。

(3) 舊方法在這步驟是將九宮格的數字與最大公因數的集合做差集；在這裡我們對應做出底下的運算，

九宮格 1 -> 010110000

GCD -> 000110000

減法結果 -> 010000000 ->此即對應到舊法算出來的 19…(a)。

(4) 舊方法在這步驟是將直行 2 的數字與最大公因數的集合做差集；在這裡我們對應做出底下的運算，

直行 2 -> 100111000

GCD -> 000110000

減法結果 -> 100001000 ->此即對應到舊法算出來的 161…(b)。

(5) 這步驟舊方法是將 19 x 161 x 143 = 437437，算出九宮格 1 與直行 2 和 GCD 的聯集；在這裡我們對應做出底下的運算，

a -> 010000000

b -> 100001000

GCD -> 000110000

加法結果 -> 110111000 ->此即對應到舊法算出來的 437437…(c)。

(6) 舊方法將橫列 2 與(5)算出的 437437 帶入(1)至(5)的流程，便可以得出 2624622；在這裡新的方法將橫列 2 的 010100011 與(c)對應帶入(1)至(5)的流程，找出 110111011->此即對應到舊方法算出來的 2624622…(d)

(7) 舊方法是以全混和的數 223092870 利用除法得到 $223092870 \div 2624622 = 85$，而 85 做質因數分解可以得到 5,17 這二個顏色(數字)，此即為圖二中橘色格子對於九一與直行二與橫列二這三個集合來說所能夠放的數字；我們也對應使用全混和的二進位化 111111111 去和(d)做減法，

全混和 -> 111111111

d -> 110111011

減法結果 -> 001000100 …(e)

(8) 由(e)對照二元化的位置表，即可得出圖二的橘格可能的數字有 3,7。

到此我們發現新的二元化配合新定義的加減乘法，完全可以取代舊方法的運算，而且計算上更加簡潔好算。如此便可解決第一個問題。

(一) 接著我們還有過程繁瑣的問題要解決，所以我們再進一步回來觀察按照舊方法流程運行的新方法運算過程，我們發現

(1)舊方法的第一到第五個步驟最終目的是要將兩個集合作聯集，而過程中必須要將兩個集合共同的部分除去一次，因為會重複一次，但回過頭來觀察我們新方法的運算中，加法的定義:「原本二進位 1+1=10，所以當有 1+1 的情形出現時 10 要記成 1」。

這不正是將重複的部分排除掉而聯集起來了，所以舊方法流程的(1)~(5)便可簡化成一個步驟，以上例來看也就是

九宮格 1 -> 010110000
直行 2 -> 100111000
加法結果 -> 110111000
與(c)算出來的結果相同。

所以舊方法的第(6)步驟，是將最後一個集合橫列 2 與(c)再帶入(1)~(5)去運算，所以同理可以在簡化成另一次加法運算，也就是

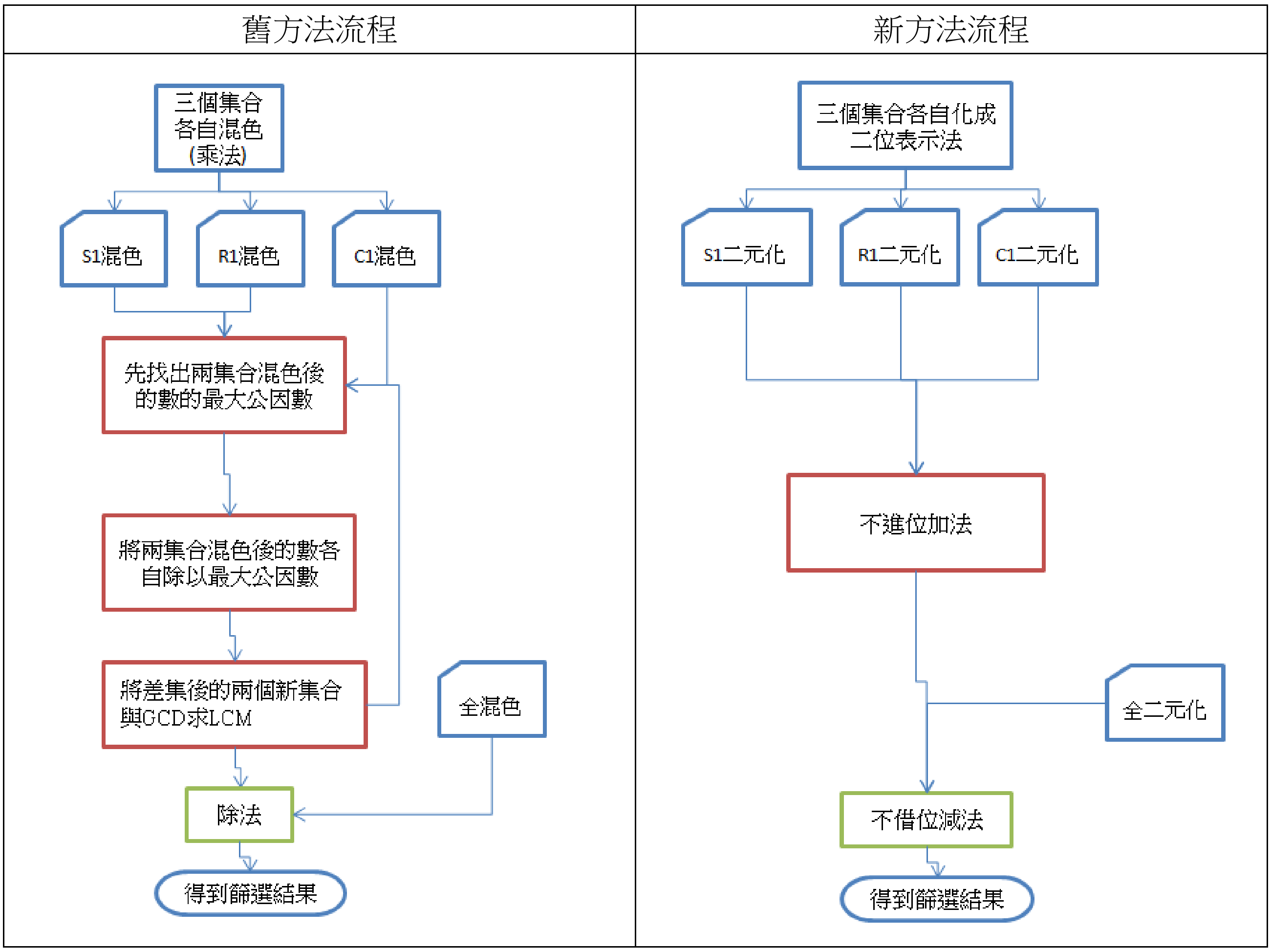
橫列 2 -> 010100011
C -> 110111000
加法結果 -> 110111011
與上例的(d)結果相同。
目前我們就足足簡化了 10 個步驟，這真是太美妙了。

(2) 但我們並不滿足，所以又回頭看了幾遍，發現整體的流程目的就是要將圖二橘格有相關的集合全部聯集起來，事實上也就是可以利用加法運算，一次將三個集合加總得到結果，
九宮格 1 -> 010110000
直行 2 -> 100111000
橫列 2 -> 010100011
加法結果 -> 110111011
這結果與上例的(d)結果完全相同。
如此一來，我們竟將整體步驟簡化成兩個，完全解決了前面所解析出來的問題，也得到了一個更有效率的運算流程。

伍、研究結果

在舊方法的流程中，我們必須經過十幾次的演算流程，而新的方法只需要兩個步驟，即兩次加法，即可找出某一空格的不可能放的數字，再加上一次的減法的篩選即可找出這一空格能夠擺放的數字，效能實在提升許多。

‘



圖四、流程圖的比較

所以我們再次觀察數獨的結構與二進位表示法的結構，發現當每一空格的可能數字被挖掘出來之後，一樣可以呈現成二進位表示法(圖六)，如此一來，針對其他人找出來的特殊情形的解法，也一樣能夠轉化成我們的演算法使用，例如常用的技巧有，卡二位與卡三位，卡二位與卡三位本質上一樣，我們先看卡二位，再套用到卡三位，

一、　卡二位

1　定義: 在九宮格或直行或橫列中，當空格的可能已經列舉完，發現有兩格中的數字個數為 2，並且數字一樣，這裡稱做 a、b，則相關的九宮格或直行或橫列中的其他空格的數字，就可以排除掉 a、b 這兩個數字。如圖五第 1 橫列所示。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		3,5	3,5		3,7			3,5,9	
2	4,6	6,7,8		4,6,8		6,8			6,9
3		九宮格1			九宮格2			九宮格3	

圖五、卡二位與卡三位數獨分布圖

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		000010100	000010100		001000100			100010100	
2	000101000	011100000		010101000		010100000			100100000
3									

圖六、卡二位與卡三位二進位表示法數獨分布圖

2　意義: 因為在九宮格或直行或橫列中，當空格的可能已經列舉完之後，發現有兩格中的數字個數為 2，並且數字一樣時，代表這兩個空格的結果其中一個是 a 另一個是 b，不會有第三種可能，所以當其他空格有 a 或 b 的列舉時，已經失去存在的意義，所以可以就此排除。

3　做法:

(1)將集合內的空格可能性全部以二進位表示法列出。

以圖六看來九宮格 1 所列舉出的可能有

000010100、000101000 與 011100000

橫列 1 所列舉出的可能有

000010100、001000100 與 100010100

(2)先找出有卡二位的集合(九宮格或直行或橫列)。卡二位只針對剩下兩個數的組合，所以先挑出一組，再以這組組合對其他的剩餘兩數的組合做加法後再減去原來本身的這組組合，若是結果為 000000000，則這兩組數為卡二位。

從圖六來看，橫列 1 的組合中，有三組是剩餘兩個數的組合，分別是

(2,1)=000010100、(3,1)=000010100、(5,1)=001000100，

以(2,1)去和(3,1)做加法，得到:

　000010100
＋000010100
 =000010100

再將結果減去(2,1)得到:

　000010100
－000010100
 =000000000

所以這兩組為卡二位。

以同樣的過程去驗證出(5,1)的組合不存在卡二位。

(3)將其他空格與卡二位的空格二進位表示法做減法。

所以在此一步驟只需要作底下演算，即可得到九宮格 1 的卡二位篩選結果為：

　000101000
－000010100
 =000101000

與

　011100000
－000010100

=011100000

由於九宮格 1 的其他列舉可能沒有與卡二位的列舉可能的數字相同，所以減出的結果與原本的相同。

而橫列 1 的卡二位篩選結果為：

001000100

－000010100

=001000000 →7

與

100010100

－000010100

=100000000 →9

而橫列 1 的其他列舉可能與卡二位的列舉可能的數字有共同的部分，所以會在減法中刪除掉。因而圖六的(1,5)得到演算結果只剩 7 這個可能的數字，而(1,8)得到演算結果只剩 9 這個可能的數字。

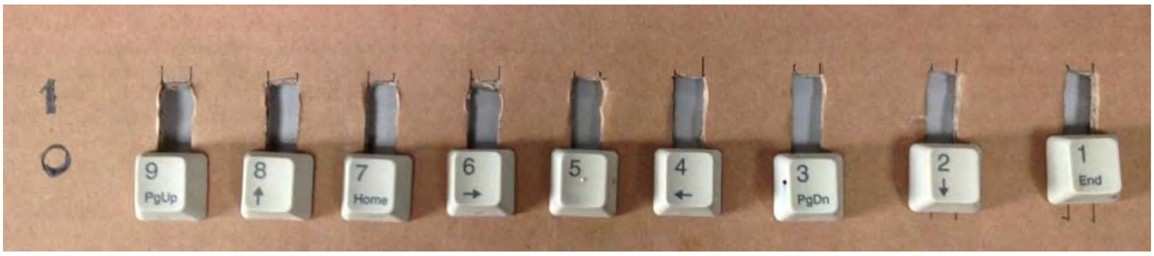
二、　卡三位

卡三位是卡二位的延伸，所以只需要將上述的方法擴大到三個不同的數字，占據三個空格即可。而發現卡三位的運算需從三個可能數的組合為主，需往下驗證到兩個可能數的組合。也就是將三個數的格子找出來，利用累加器先加上去，再找出其他兩個擁有三個或兩個數字的格子進行累加，之後將原本的三個數字扣除，若有剩下其他的數字，則可以知道這三個格子並不存在卡三位，也可以由剩下的那個數字找到無法形成卡三位的格子。

陸、討論

在這研究中，但我們利用了文獻的流程將一般數獨的判定規則數學化，為了利用所學過的數學來幫助我們解決難題，而且在使用文獻的流程時，我們也逐步地將流程簡化，讓使用上更加方便快速，也不需要其他我們小學生沒學過的艱深理論支持，所以更可以讓大家在玩數獨的時候更能上手。

此外，我們也做了實作，在利用我們方法手算底下題目時，我們發現的方法雖然簡易，但實際操作手寫時並不是那麼方便，因為我們得書寫很多 0 很多 1，並且對齊它們，最後在判別位置的時候還得花一些功夫，因此我們討論如何解決這個問題，由於我們的新方法已經簡化到做不進位加法，所以問題在於記錄代表數字的位置的累加部分，所以我們利用瓦楞紙板，製作了一個累加器(圖七)，目的在於在使用新方法時，能快速加入並記錄題目所給的數字。



圖七、二元數獨累加器

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		1				3			
2		3			8			4	6
3			7				2		
4	6			8		1			
5		8			3			5	
6				4		7			9
7			6				5		
8	5	7			2			9	
9				1				7	

圖八、試驗的問題

討論一、

我們利用上面圖八的題目來試驗，以座標(1,8)的紅色格字來看，

一、　首先它位於第三個九宮格，而第三個九宮格所給的數字有 2、4、6，所以先將 2、4、6 撥上去“1”的位置。(圖九)

圖九、過程 1

二、　接著再看直行 8，直行 8 所給的數字有 4、5、7、9，所以將這些數字再撥上去。

圖十、過程 2

三、　最後看橫列 1，橫列 1 所給的數字有 1、3，這兩個數字撥完之後，“0”的位置只剩下 8。

圖十一、過程 3

所以代表(1,8)這一格的結果就是 8。同理其他格子一樣可以這樣撥算，得到圖十一的結果。

而對於卡二位與卡三位等等的推演過程一樣可以使用這個累加器來實作，大大提升我們使用新方法的便利性。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2489	1	24589	2597	45679	3	789	8	578
2	29	3	259	2579	8	259	179	4	6
3	489	4569	7	569	14569	4569	2	138	1358
4	6	2459	23459	8	59	1	347	23	2374
5	12479	8	249	269	3	269	1467	5	274
6	1235	25	235	4	56	7	1368	1236	9
7	123489	249	6	379	479	489	5	123	12348
8	5	7	1348	63	2	468	13468	9	1348
9	23489	249	2348	1	4569	45689	13468	7	2348

圖十二、運算結果

而利用運算完的結果，我們找到(1,8)為 8，便可以由此出發利用刪除法配合卡二位與卡三位的檢驗，產生一連串的刪減反應，得到下圖十三與圖十四。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2489	1	24589	2597	45679	3	789	8	578
2	29	3	259	2579	8	259	179	4	6
3	489	4569	7	569	14569	4569	2	138	1358
4	6	2459	23459	8	59	1	347	23	2374
5	12479	8	249	269	3	269	1467	5	274
6	1235	25	235	4	56	7	1368	1236	9
7	123489	249	6	379	479	489	5	123	12348
8	5	7	1348	63	2	468	13468	9	1348
9	23489	249	2348	1	4569	45689	13468	7	2348

圖十三、發現新的出發點

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	249	1	2459	2597	45679	3	79	8	57
2	29	3	259	2579	8	259	179	4	6
3	489	4569	7	569	14569	4569	2	13	1358
4	6	2459	23459	8	59	1	347	23	2374
5	12479	8	249	269	3	269	1467	5	274
6	1235	25	235	4	56	7	1368	1236	9
7	123489	249	6	379	479	489	5	123	12348
8	5	7	1348	63	2	468	13468	9	1348
9	23489	249	2348	1	4569	45689	13468	7	2348

圖十四、刪除法配合卡二、卡三的連鎖效應

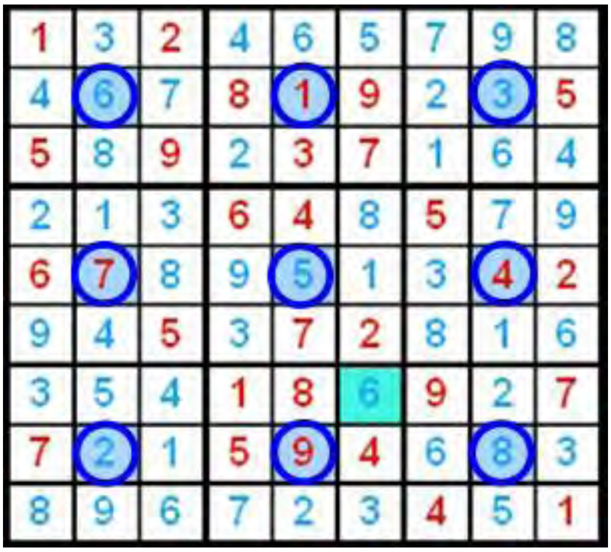
最後我們也發現，橫列 2 存在有一組卡四位，我們也可以累加器去檢驗出來，但是我們也發現，若是先檢驗卡四位，必須要連三個可能數與兩個可能數的空格都要檢驗，若是無法累積卡位到四個空格，卡四位便不存在，就得往卡三位檢驗，這樣反而會多花了許多時間，所以我們檢驗的順序是從卡二位撥算檢驗完畢，進行刪除，若是沒有卡二位，再進行檢查卡三位，真的可以減少許多煩人時間的浪費。

討論二、

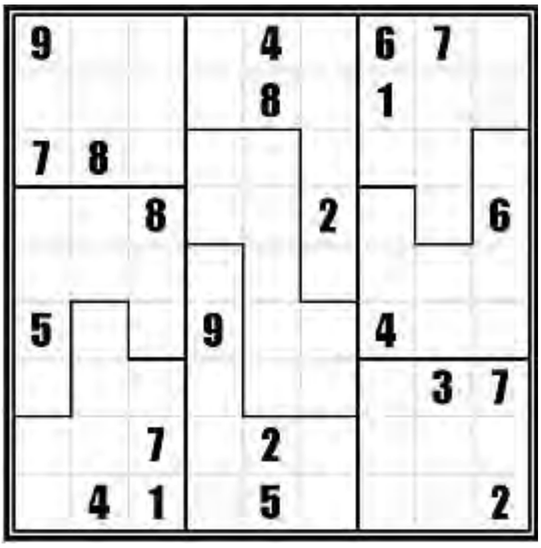
除了經典數獨之外，我們又上網搜尋了幾種數獨變形實驗，例如：彩色數獨、中央數獨、鋸齒數獨等等，經過我們使用累加器去撥算，發現都可以使用累加器，經過討論之後我們歸納出，由於我們的演算模式屬於忽略位置分佈的過程，所以只要是在形狀、位置做改變的變形數獨，都能使用

累加器去輔助解題。

圖十五、彩色數獨



圖十六、中央數獨



圖十七、鋸齒數獨

柒、結論

數獨是種可以培養推理能力的遊戲，我們也利用了集合論與二元化將數獨推理的一般原則數學模式化，在每一次找出某些格子的答案後，可以自行推理檢驗，當無法前進時再將狀況利用我們的累加器中再重新運算檢驗，可以得到其他格子更確定的答案，這是因為我們並不想失去玩數獨的樂趣，所以只將我們的研究定義在輔助工具上使用進行改良，不求一次將數獨答案求出，只希望對於初探數獨或對較困難的題目無法著手的情況下，我們的研究能提供一點幫忙，所以我們不是數獨的終結者，也請使用者能先依照一般原則去做推理，遇到除錯時可對照我們的方法所找出來的情況去除錯，這樣更能提高做數獨的樂趣。

捌、參考資料及其他

1. 楊喚凱。台南市第 49 屆中小學科學展覽會數學科國小組數獨過濾器。台南市。 民 97。
2. 羅賓威爾森，張琰。如何解數獨。台北市。格林文化出版。民 94。
3. Mind Works Limited 威震 4 方。數獨。台北市。格林文化出版。民 94。
4. Mind Works Limited 威震 4 方。人氣數獨 100 嚴選一百則精華版。台北市。格林文化出版。民 97。
5. 康軒國小數學教科書。第 2 單元 因數與倍數。台北市。康軒出版社。民 96。
6. 中央數獨。http://oddest.nc.hcc.edu.tw/wusu89.htm。尤怪之家。
7. 彩色數獨。http://www.sudoku.org.tw/cgi-bin/wusu.cgi?play=354。彩色數獨挑戰館。
8. 鋸齒數獨。http://tw.myblog.yahoo.com/kiwy-sudoku/。Kiwy 的部落格。

【評語】080410

透過與舊有方法的對照與比較，並藉由”二元數獨累加器”的巧妙創作，提出了數獨的新解法，值得肯定。