

中華民國第 53 屆中小學科學展覽會
作品說明書

國小組 數學科

最佳團隊合作獎

080402

翻滾吧！方塊～推方塊遊戲之探究

學校名稱：高雄市左營區新光國民小學

作者： 小六 塗季芸 小六 陳沛綸 小六 吳翊琪	指導老師： 王奎婷
-----------------------------------	--------------

關鍵詞：正方體展開圖、翻轉

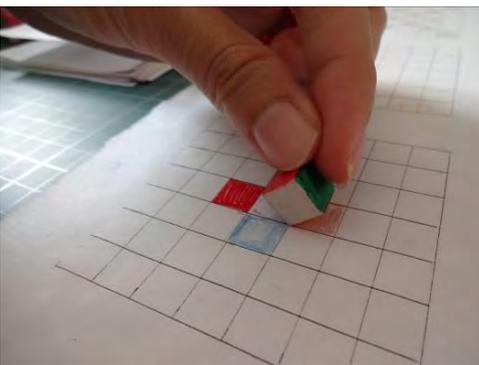
翻滾吧！方塊~推方塊遊戲之探究

摘要

我們發現推方塊遊戲中，將方塊推到定點的方法有一字型、階梯型、階梯與口字複合型、9字型，歸納後可發先只需以口字型、二排法或兩者之複合就可達到想要的目標。要找到最佳的行走法時需考慮塗色方格行走的先後順序，選擇離起點所需的步數最少的塗色方格，若所需步數相同，則考慮下一步所需的步數，接下來都以所需步數較少的塗色格先走即可。因方塊的翻轉出六個面的圖形恰為正方體展開圖，所以此遊戲可利用正方體展開圖設計關卡。

壹、研究動機：

有一次，當我們在網路上遊玩數學遊戲時，無意間發現了這個名為「推方塊」的遊戲，在試玩了一下後，便對它燃起濃厚的興趣，想要研究出破解關卡的訣竅。遊戲中的方塊總共有六個面，每個面上有顏色，分別為：上白、下白、右紅、左黃、前綠、後藍，方塊放在一個7x7方陣的正中央，方陣中的方格塗上不同的顏色，因為方塊在翻滾中會使不同顏色的面蓋到方陣的方格上，所以遊戲規則訂為只要把方塊上相對應的顏色蓋到方格上(如方塊的紅色面蓋到方陣中紅色的塗色方格上)，且把表格上所有的塗色方格全數蓋完，即算過關。因為方塊在翻滾過程中，往往是「牽一髮而動全身」，只要動錯一步，就能影響後面的發展，因而激起了我們的好奇心，進而研究這個遊戲。

	
網路上的推方塊遊戲	我們的操作方式

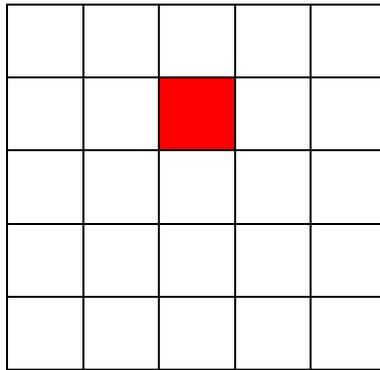
貳、研究目的：

- 一、找出將方塊推到定點的走法。
- 二、探究推方塊關卡的最佳走法。
- 三、推方塊遊戲與正方體展開圖的連結。

參、名詞解釋

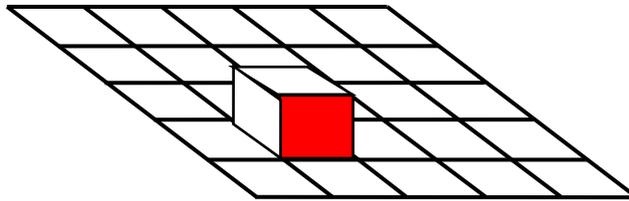
- 一、方陣的格子座標(a,b)

我們將塗色格子的位置用座標的方式來表示，座標(a,b)表示為方陣中的第 a 列，第 b 行。如下圖塗色格子的座標為(2,3)



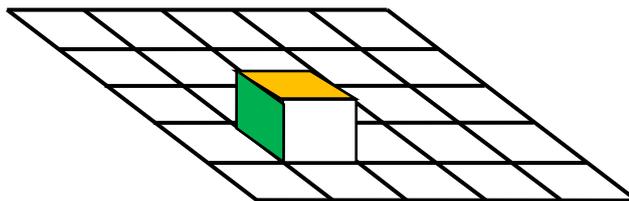
二、方塊(只有一面是紅色，其餘皆為白色)所在的位置座標： $(R, \text{方位})(a, b)$

為清楚方塊所在位置與方塊當時的狀態，我們以 $(R, \text{方位})(a, b)$ 來表示，R 是紅色面，方位是紅色面所在的方位，分別為上、下、前、後、左、右，前為面向操作者的那一面，右則是操作者的右手邊那一面， (a, b) 表示方塊位於方陣中的第 a 列，第 b 行。如下圖方塊所在的位置座標為 $(R, \text{前})(4, 2)$



三、方塊(兩面以上有顏色，其餘為白色)所在的位置座標： $(C1, C2)(a, b)$

當方塊有兩面以上有顏色時，方塊所在位置與方塊當時的狀態的表示法需要進行修正才會更清楚，我們以 $(C1, C2)(a, b)$ 進行表示。因為只要確定方塊的其中兩個面，就可以知道方塊狀態，因此我們分別用方塊的下、右兩面顏色來代表，寫作 $(C1, C2)$ ，顏色的代號是每個顏色英文的第一個字母，R 是紅色、B 是藍色、G 是綠色、Y 是黃色，W 是白色，若有兩個以上的白色面，則分別以 W1、W2、W3……區分之。 (a, b) 表示方塊位於方陣中的第 a 列，第 b 行。如下圖方塊所在的位置座標為 $(R, B)(4, 2)$ 。



從圖中可以發現我們並無法看到下面的顏色，那為何要以下面來表示呢?是因為遊戲規則中需將方塊下面的顏色對應到表格的顏色，才算過關，因此為了確認方格顏色是否和蓋到表格上的格子顏色相符，而選擇這樣的表示法。

肆、研究設備及器材

方格紙、紙、筆、電腦

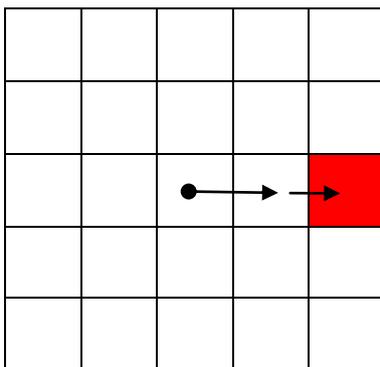
伍、研究歷程

歷程一：找出將方塊推到定點的走法。

【過程 1-1】在 5×5 的方陣中，找出將方塊推到定點的走法，並進行歸納。

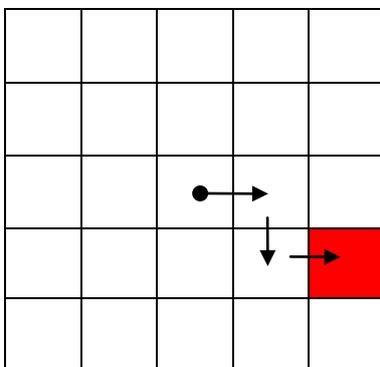
我們一開始進行研究時，發現我們把這個遊戲想的太簡單了，其實要順利以較少的步數推方塊到定點，是需要多嘗試的。為了了解如何將方塊的塗色面順利的推到定點，我們在 5×5 的方陣中，將方塊的紅色面朝上，起點設在表格的中間，座標(3,3)的位置，除了起點外，每個格子都設成終點，座標(1,2)、(1,3)、(1,4)、(1,5)、(2,1)……窮舉所有的位置，再一一找出走法，並歸納將方塊推到定點的方法。以下為我們所歸納的方法：

1.一字型：終點與起點在同一排或同一列，且與起點相距兩格，只要直直走一個一字就可以到終點。如：從座標(3,3)走到(3,5)。



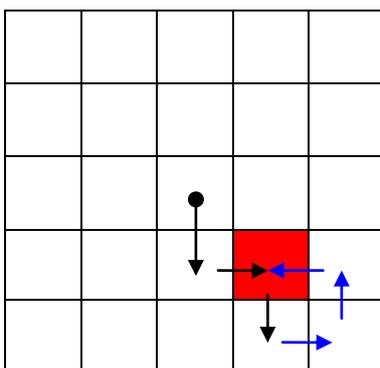
方塊行走的路徑為(R,上)(3,3)→(R,右)(3,4)→(R,下)(3,5)

2.階梯型：終點與起點相距兩排(列)，但不在同一列(排)，可以用像階梯狀一樣的走法走到終點。如：從座標(3,3)走到(4,5)。



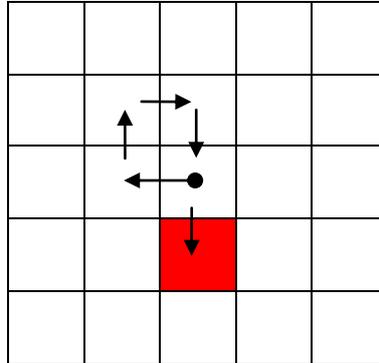
方塊行走的路徑為(R,上)(3,3)→(R,右)(3,4)→(R,右)(4,4)→(R,下)(4,5)

3.階梯與ㄇ字複合型：終點在起點的斜上、下、左、右方，可以先用階梯形走到終點的旁邊一格，再用ㄇ字型走到終點。如：從座標(3,3)走到(4,4)。



方塊行走的路徑為(R,上)(3,3)→(R,前)(4,3)→(R,前)(4,4)→(R,下)(5,4)→(R,左)(5,5)→(R,左)(4,5)→(R,下)(4,4)

4.9 字型：終點會在起點的上、下、左、右方，9 字型是先將方塊走到距離終點兩排的位置且紅色面朝上，接下來只要直走就可以到達終點，這個方法因為走法形狀像數字 9，所以稱為 9 字型。如：從座標(3,3)走到(4,3)。



方塊行走的路徑為(R,上)(3,3)→(R,左)(3,2)→(R,左)(2,2)→(R,上)(2,3)→(R,前)(3,3)→(R,下)(4,3)

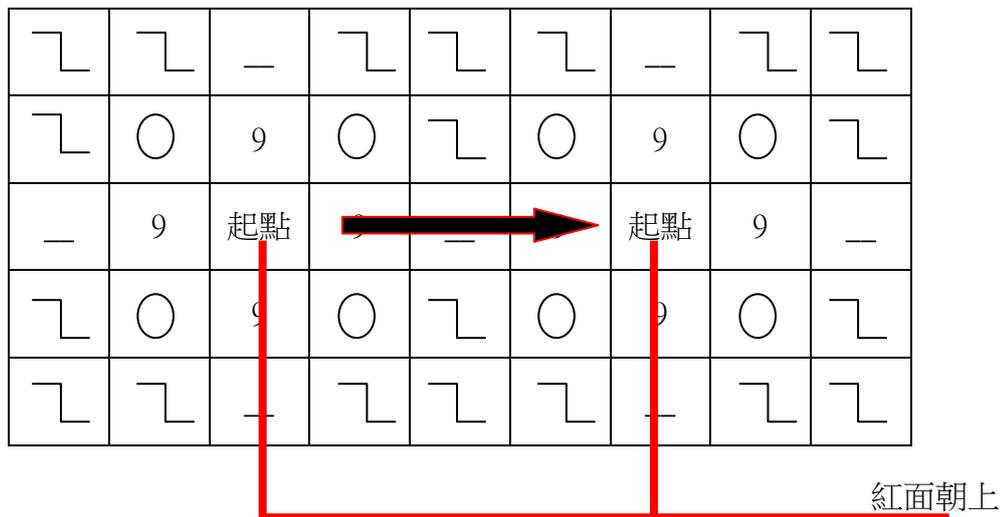
找出各種走法後，我們將圖形與走法合併，總結出如何快速判別走法的方法。並歸納出以下規律:

└	└	—	└	└
└	○	9	○	└
—	9	起點	9	—
└	○	9	○	└
└	└	—	└	└

1. —(一字型)：終點與起點在同一排或同一列，且與起點相距兩格。
2. └(階梯形)：終點與起點相距兩排(列)，但不在同一列(排)。
3. ○(階梯與口字複合型)：終點會在起點的上、下、左、右方。
- 4.9 字型：終點會在起點的上、下、左、右方

【過程 1-2】 將方陣擴大後，推演出將方塊推到定點的走法並進行歸納。

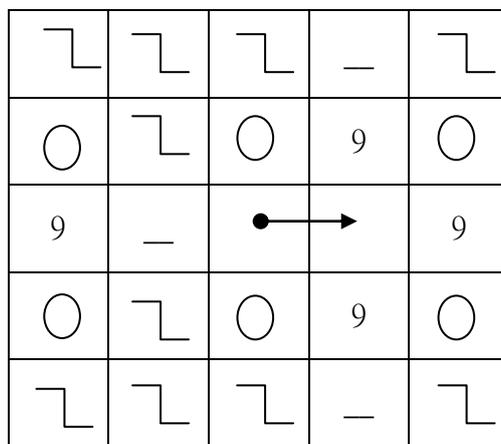
在找出方塊在 5x5 正方形表格上的規律後，我們試著擴大表格的面積，然後我們發現在擴大了表格的面積後，我們還是可以用原來的規律去推測走到終點的方式，舉個例子：當我們紅色朝上放置方塊的時候，方塊只要再翻滾四步就可以恢復紅面朝上，假如我們是往右的方向擴大四排，使其變成一個 9x5 的表格，那麼就只要讓位在中間的方塊往右翻轉 4 格，使其恢復成紅面朝上，就可以再繪製出一份規律圖，進而找出行走的方式了。(如下圖)



如此一來不管要擴大幾格，都可以輕易的走到各個終點了。

【過程 1-3】當方塊的面不同時，推演出將方塊推到定點的走法並進行歸納。

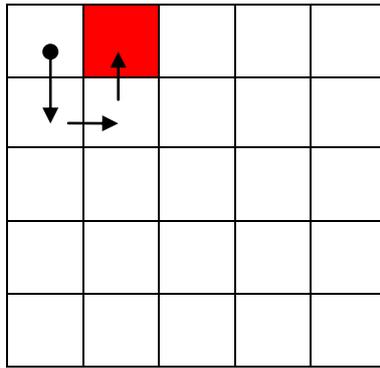
如果方塊的紅色面剛好面向其他地方(沒有面朝上)，那該怎麼辦呢？很簡單，我們只要讓它恢復面朝上就可以了。假設方塊的紅色面在左邊，那麼我們只要把它往右移一格，就可以讓它恢復面朝上，如果方塊的紅色面在下面，我們就可以按照圖形的需要，往上、下、左、右任一方向移兩格，其他方向也依此類推。只要能讓方塊恢復紅色面朝上，再畫出規律圖，就可以很順利地讓方塊到達每個終點。以下圖為例，假如方塊的面朝左，則規律圖如下：



【過程 1-4】將走法再次歸納，找出走法的準則。

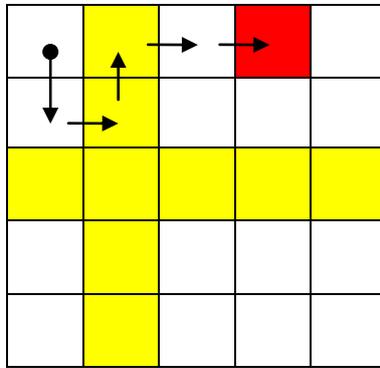
我們進一步分析上述的走法，發現其實這些走法可歸納為下列兩種準則，也就是上述的走法其實就是下列兩種準則變化而來，所以只要掌握以下兩種走法的準則就可達到想要的目標。

1. ㄇ字型：這樣的走法可以使方塊移到起點同一排(列)的所有格子，且方塊的上、下面的顏色不會改變。我們可以利用此方法，先將塗色面蓋到終點同一排(列)的格子，再用ㄇ字型到達終點。方法是走上、右(左)、下，類似ㄇ字型，且ㄇ字型可以旋轉，都可達到相同的效果。如：方塊的塗色面朝下，用ㄇ字型將方塊從座標(1,1)走到(1,2)時，方塊的塗色面仍然朝下。



方塊行走的路徑為(R,下)(1,1)→(R,後)(2,1)→(R,後)(2,2)→(R,下)(1,2)

2.二排法：此法是在行走時將方塊走到與終點距離兩排(列)的位置，且紅色的面又向上，接下來就可以一字型或階梯形走到終點。舉例如下：當方塊的紅色面朝上，起點在(1,1)，要走到終點(1,4)，我們先走一個口字型，讓紅色面仍然朝上，且方塊位置在(1,2)，與終點相距兩排，接下來以一字型就可到達終點。



歷程二：探究推方塊關卡的最佳走法

【過程 2-1】研究兩個塗色方格行走的先後順序。

網路上的關卡共有 15 關，皆是 7x7 的方陣，方塊塗色面分別為前綠、後藍、左黃、右紅四個，其餘上、下兩面皆為白色(上為 W1，下為 W2)，過關時並未用到，方陣上的塗色方格需全部蓋到才算過關。

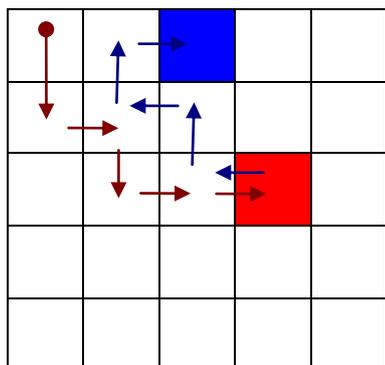
我們雖然已經先對走法小有研究，但網路上高手雲集，我們走的步數仍比最少步數的保持者多好幾十步，到底怎樣才能減少每個關卡的步數呢?我們覺得必須先研究看看如何判斷哪一個塗色方格要先走，再走下一個，也就是塗色方格行走的順序應該會影響所需的步數，因此我們先就兩個塗色方格行走的先後順序進行探究。

The screenshot shows a game interface with two leaderboards. On the left is a form for '關關者資料' (Player Information) with fields for name and ID, and a '開始' (Start) button. On the right are two leaderboards for 15 levels.

時間排行榜 (15關)			次數排行榜 (15關)		
名次	姓名	時間	名次	姓名	次數
1	洪廷維8	244	1	洪廷維15	669
2	卓峻宏	297	2	游柏融28	671
3	游柏融23	324	3	卓峻宏	690
4	太陽神	356	4	詹六帥	726
5	戲谷光速	367	5	黑輪	732
6	薛孟強	371	6	詹四帥	743
7	楊宜蓁17	377	7	新光1	744
8	翼神龍	379	8	新光	749

我們在 5x5 的方陣中，選擇格子先固定紅色，其餘格子輪流塗藍色，方塊的面為下紅、

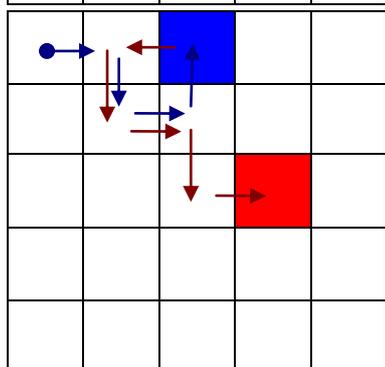
右藍，從座標(1,1)出發。舉例來說：我們先將座標(3,4)固定為紅色，接下來改變藍色的位置，分別為座標(1,2)、(1,3)、(1,4)……再把先走紅，再走藍的路徑和步數，及先走藍，再走紅的路徑和步數分別記錄下來。舉例如下：



先走紅，再走藍的路徑為：

(R,B)(1,1)→(W1,B)(2,1)→(B,W2)(2,2)→(Y,W2)(3,2)→(W2,R)(3,3)→
(R,W1)(3,4)→(W2,R)(3,3)→(B,R)(2,3)→(Y,B)(2,2)→(W1,B)(1,2)→
(B,W2)(1,3)

共 10 步



先走藍，再走紅的路徑為：

(R,B)(1,1)→(B,Y)(1,2)→(W1,Y)(2,2)→(Y,W2)(2,3)→**(B,W2)(1,3)**→
 (W1,B)(1,2)→(Y,B)(2,2)→(B,R)(2,3)→(W2,R)(3,3)→**(R,W1)(3,4)**

共 9 步

接下來就行走結果進行紀錄，如果先走紅，再走藍比較少步，則藍色格子中紀錄為 R，反之紀錄為 B，所需步數相同則紀錄為 =，如上例我們在座標(1,3)的格子內記錄為 B。紅色固定在座標(3,4)的完整紀錄如下表：

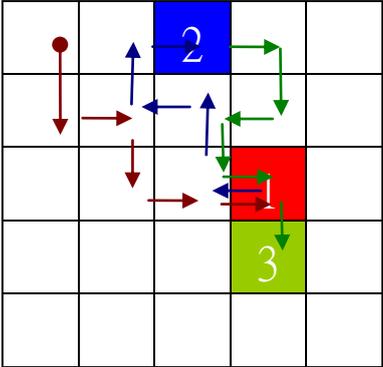
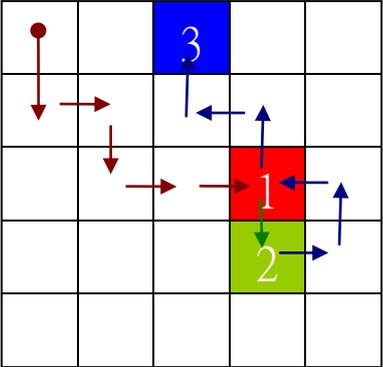
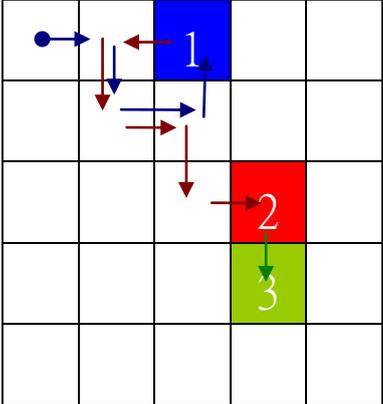
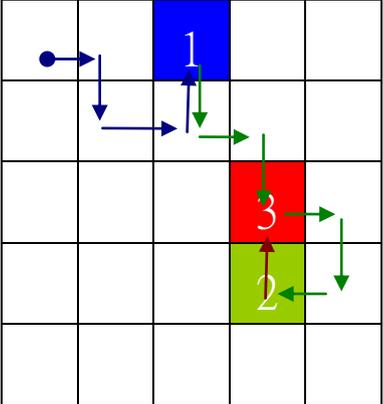
起點	B	B	B	R
=	B	=	B	R
R	B	R	 	R
R	B	R	R	R
R	B	R	R	R

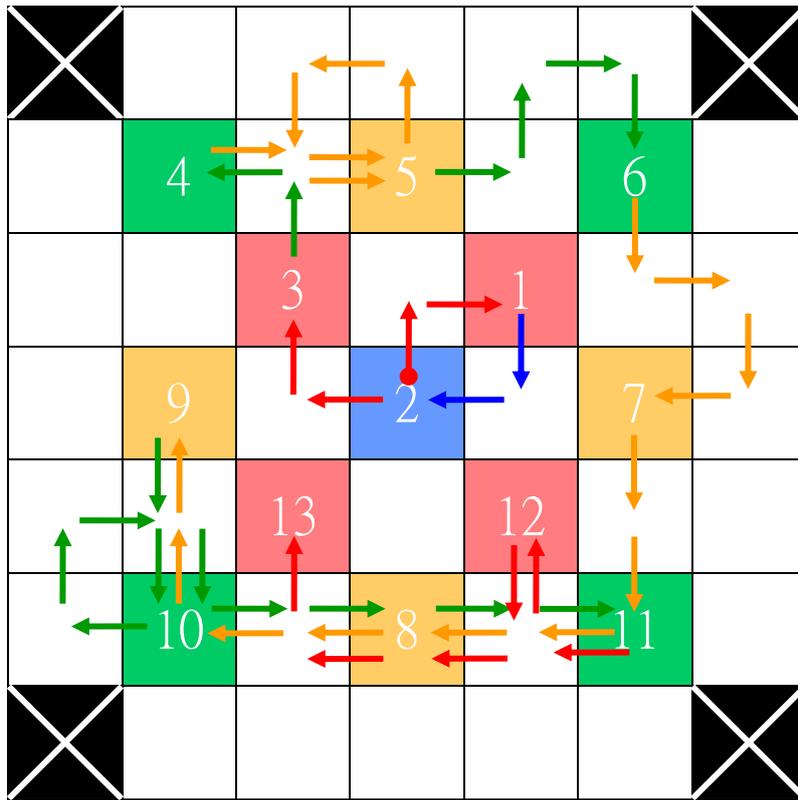
從紀錄的結果我們觀察到距離起點的遠近與行走的先後順序有很大的關係。進一步分析兩種不同順序的走法(先紅後藍和先藍後紅)時，我們驚訝的發現，原來從紅走到藍和從藍走到紅兩者的走法是相同的，只是方向相反而已，所以我們認為要判斷先後順序，其實只要考慮起點到紅色格子和起點到藍色格子兩者間哪一個所需的步數較少，就選擇先走那一個就好了。

【過程 2-2】研究三個塗色方格行走的先後順序。

為了驗證這個發現是否能推展至兩個以上的方格，我們進一步就三個塗色方格行走的先後順序進行探究。我們一樣在 5x5 的方陣中，選擇格子先固定紅色和藍色，剩下的格子輪流塗綠色，方塊的面為下紅、右藍，從座標(1,1)出發。舉例來說：我們先將座標(3,4)固定為紅色，座標(1,3)固定為藍色，接下來改變綠色的位置，分別為座標(1,2)、(1,4)、(1,5)……再把六種不同路徑和步數分別記錄下來。舉例如下：

三個顏色的走法依其塗色方格行走先後順序可分成六種，路徑如下：

<p>(1)起點→紅色→藍色→綠色(共 16 步)</p>	<p>(2)起點→紅色→綠色→藍色(共 12 步)</p>
	
<p>(R,B)(1,1) → (W1,B)(2,1) → (B,W2)(2,2) → (Y,W2)(3,2) → (W2,R)(3,3) → (R,W1)(3,4) → (W2,R)(3,3) → (B,R)(2,3) → (Y,B)(2,2) → (W1,B)(1,2) → (B,W2)(1,3) → (W2,G)(1,4) → (Y,G)(2,4) → (B,Y)(2,3) → (W1,Y)(3,3) → (Y,W2)(3,4) → (G,W2)(4,4)</p>	<p>(R,B)(1,1) → (W1,B)(2,1) → (B,W2)(2,2) → (Y,W2)(3,2) → (W2,R)(3,3) → (R,W1)(3,4) → (G,W1)(4,4) → (W1,B)(4,5) → (R,B)(3,5) → (G,R)(3,4) → (W2,R)(2,4) → (Y,W2)(2,3) → (B,W2)(1,3)</p>
<p>(3)起點→藍色→紅色→綠色(共 10 步)</p>	<p>(4)起點→藍色→綠色→紅色(共 11 步)</p>
	
<p>(R,B)(1,1) → (B,Y)(1,2) → (W1,Y)(2,2) → (Y,W2)(2,3) → (B,W2)(1,3) → (W1,B)(1,2) → (Y,B)(2,2) → (B,R)(2,3) → (W2,R)(3,3) → (R,W1)(3,4) → (G,W1)(4,4)</p>	<p>(R,B)(1,1) → (B,Y)(1,2) → (W1,Y)(2,2) → (Y,W2)(2,3) → (B,W2)(1,3) → (Y,W2)(2,3) → (W2,R)(2,4) → (G,R)(3,4) → (R,B)(3,5) → (W1,B)(4,5) → (G,W1)(4,4) → (R,W1)(3,4)</p>



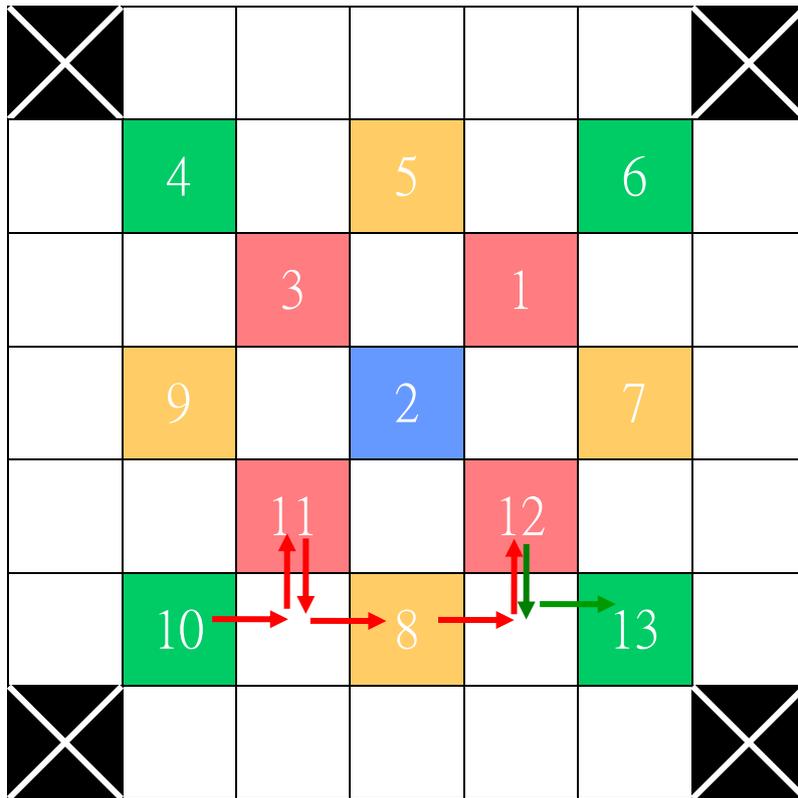
行走的路徑為：

(W2,R)(4,4) → (B,R)(3,4) → (R,G)(3,5) → (W2,G)(4,5) → (B,W2)(4,4) → (W1,B)(4,3) → (R,B)(3,3) → (W2,B)(2,3) → (G,W2)(2,2) → (W2,B)(2,3) → (B,W1)(2,4) → (Y,W1)(1,4) → (W2,Y)(1,3) → (B,Y)(2,3) → (Y,G)(2,4) → (G,R)(2,5) → (W2,R)(1,5) → (R,W1)(1,6) → (G,W1)(2,6) → (Y,W1)(3,6) → (W1,R)(3,7) → (B,R)(4,7) → (Y,B)(4,6) → (W2,B)(5,6) → (R,B)(6,6) → (G,R)(6,5) → (Y,G)(6,4) → (B,Y)(6,3) → (R,B)(6,2) → (W2,B)(5,2) → (Y,B)(4,2) → (W2,B)(5,2) → (R,B)(6,2) → (G,R)(6,1) → (W2,R)(5,1) → (R,W1)(5,2) → (G,W1)(6,2) → (W1,B)(6,3) → (B,W2)(6,4) → (W2,G)(6,5) → (G,W1)(6,6) → (W2,G)(6,5) → (R,G)(5,5) → (W2,G)(6,5) → (B,W2)(6,4) → (W1,B)(6,3) → (R,B)(5,3)

共 46 步

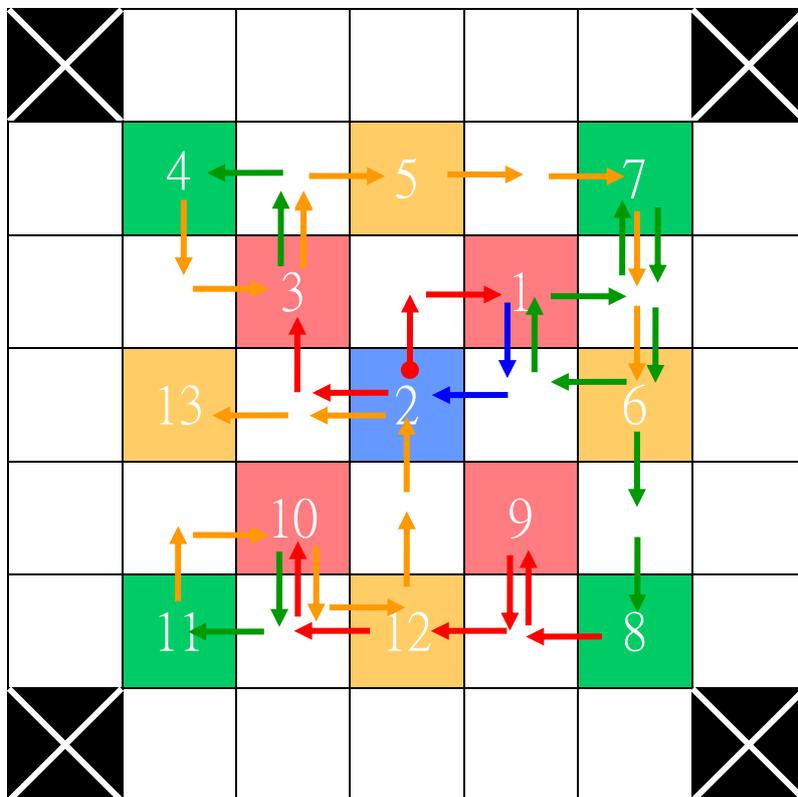
在判斷要先走哪一格時，其實到紅色(3,5)和(5,5)所需都是兩步，但到紅色(3,5)後方塊的藍色面恰好面向藍色(4,4)，只需兩步就可走到，而紅色(5,5)枝後則皆需花超過兩步才能到下一個顏色格，所以選擇紅色(3,5)為第一個目標。

在一開始，我們先選擇容易行走的方法來決定先後順序，如綠色格子(5,2)、(5,6)，因為恰好可以用一字法來行走，所以我們以 10、11 的順序先將綠色走完，再走紅色(5,3)和(5,5)，共花了 10 步。但我們考慮兩點間何者所需步數較少時，發現這條行走的路線可以先將紅色(5,3)和(5,5)走完，再走綠色(5,6)，又可縮減了 2 步。如下圖：



(G,W1)(6,2)→(W1,B)(6,3)→(R,B)(5,3)→(W1,B)(6,3)→(B,W2)(6,4)→(W2,G)(6,5)→(R,G)(5,5)→
(W2,G)(6,5)→(G,W1)(6,6)

最後，我們將整個行走的順序作了調整，找到我們能達到的最佳路線如下圖，需要 40 步。



(W2,R)(4,4)→(B,R)(3,4)→(R,G)(3,5)→(W2,G)(4,5)→(B,W2)(4,4)→(W1,B)(4,3)→(R,B)(3,3)→
(W2,B)(2,3)→(G,W2)(2,2)→(R,W2)(3,2)→(W2,Y)(3,3)→(G,Y)(2,3)→(Y,B)(2,4)→(B,R)(2,5)→

(R,G)(2,6) → (W2,G)(3,6) → (Y,G)(4,6) → (B,Y)(4,5) → (W2,Y)(3,5) → (Y,W1)(3,6) → (G,W1)(2,6) → (Y,W1)(3,6) → (B,W1)(4,6) → (R,W1)(5,6) → (G,W1)(6,6) → (W2,G)(6,5) → (R,G)(5,5) → (W2,G)(6,5) → (B,W2)(6,4) → (W1,B)(6,3) → (R,B)(5,3) → (W1,B)(6,3) → (G,W1)(6,2) → (R,W1)(5,2) → (W1,Y)(5,3) → (G,Y)(6,3) → (Y,B)(6,4) → (W1,B)(5,4) → (R,B)(4,4) → (G,R)(4,3) → (Y,B)(4,2)

共 40 步

藉著這樣的方法，我們再次檢查我們每個關卡的行走的順序，將步數整整縮減了 83 步，並站上排行榜的榜首。

The screenshot shows a game interface for '推方塊' (Push Blocks). On the left, there's a '闖關者資料' (Player Information) section with fields for '姓名' (Name) and '闖關代號' (Level Code), and a '開始' (Start) button. In the center, there's a '時間排行榜 (15關)' (Time Leaderboard) table. On the right, there's a '次數排行榜 (15關)' (Count Leaderboard) table. The first entry in the count leaderboard is circled in red.

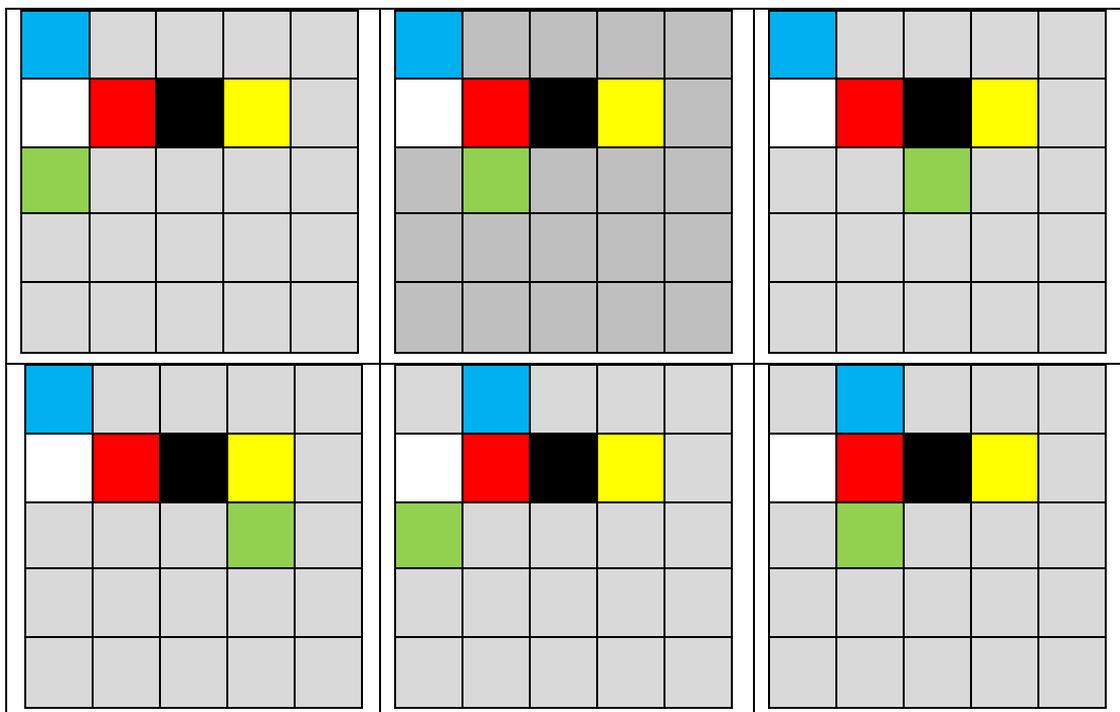
名次	姓名	時間
1	洪廷維8	244
2	卓峻宏	297
3	游柏融23	324
4	太陽神	356
5	戲谷光速	367
6	薛孟強	371
7	楊宜夔17	377
8	翼神龍	379

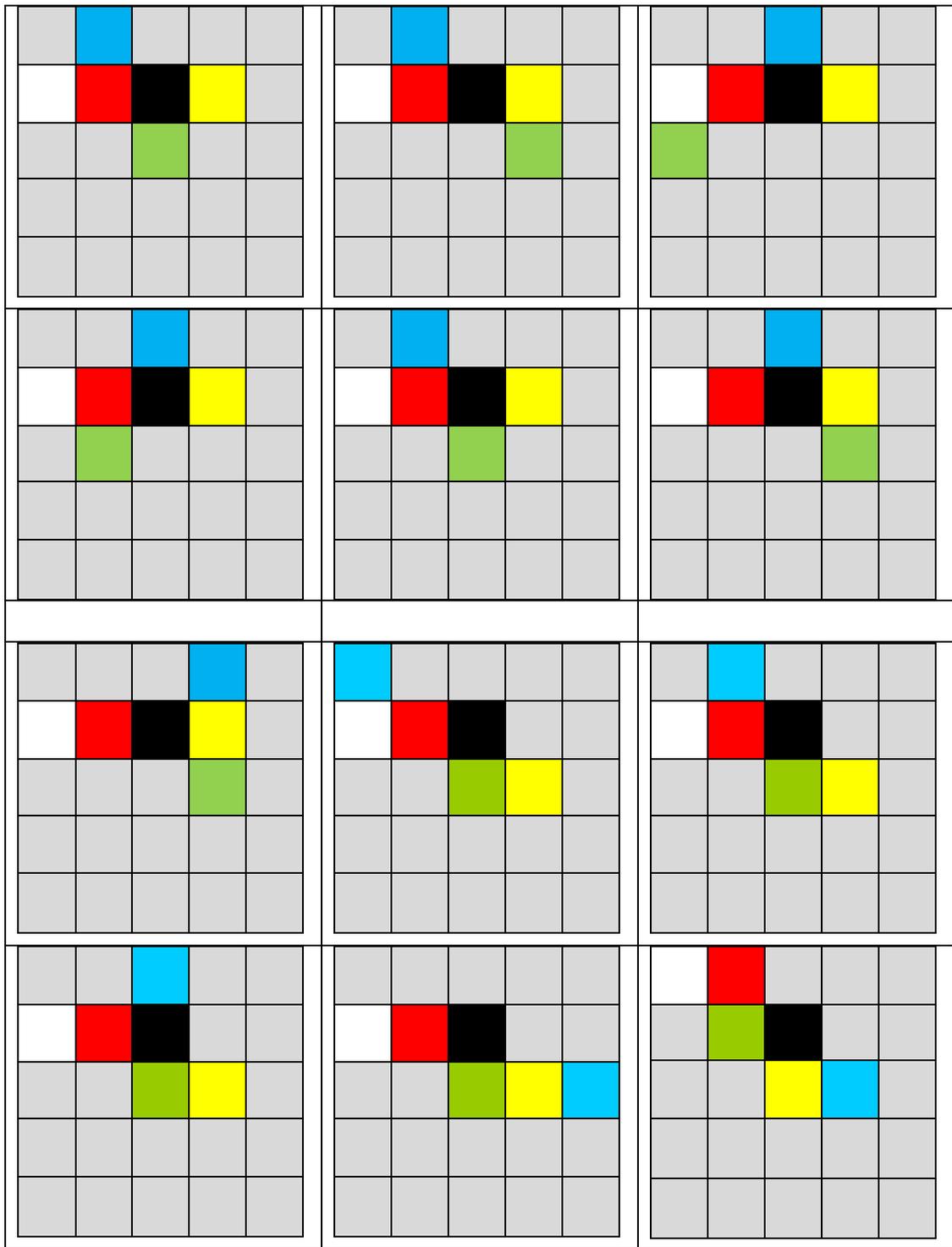
名次	姓名	次數
1	新光2	661
2	洪廷維15	669
3	游柏融28	671
4	卓峻宏	690
5	詹六帥	726
6	黑輪	732
7	詹四帥	743
8	新光1	744

歷程三：推方塊遊戲與正方體展開圖的連結。

【過程 3-1】確認方塊翻轉出來的圖形皆為正方體展開圖。

在研究行走方式的同時，我們猜測方塊翻轉的時候，如果每一面都蓋到，應該都是正方體的展開圖。為了印證我們的猜測，我們首先訂一個起點，在起點上的方塊是白色朝下，紅朝右，由起點進行延伸，從連續蓋四個面在一直線上(無法蓋第五個面在一直線，因為顏色會重複)，再將剩下的兩個面的可能情形排列出來。接下來三個面在一直線、兩個面在一直線，把排列的情形列出來，看看是不是正方體展開圖。以下為我們排列的圖形：

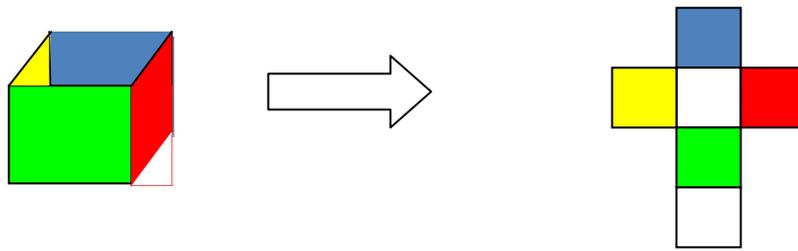




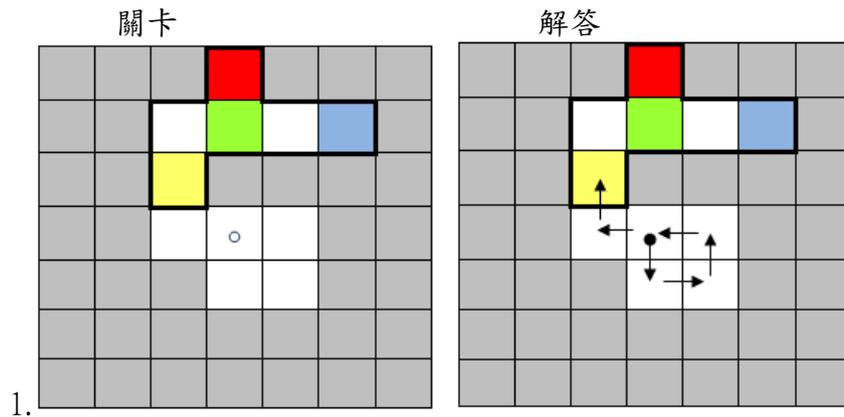
從上表可以發現，若忽略圖形的顏色，蓋出來的圖形恰好就是十一種不同的正方體展開圖。

【過程 3-1】利用正方體展開圖設計關卡。

我們運用正方體展開圖去設計關卡，把方塊的顏色對到正方體展開圖的相對位置上，如此一來只要到達其中一個點就可以順利的走完全部，不僅簡單且應用到了正方體展開圖的原理，是輕易製作關卡的祕訣。(見下圖)

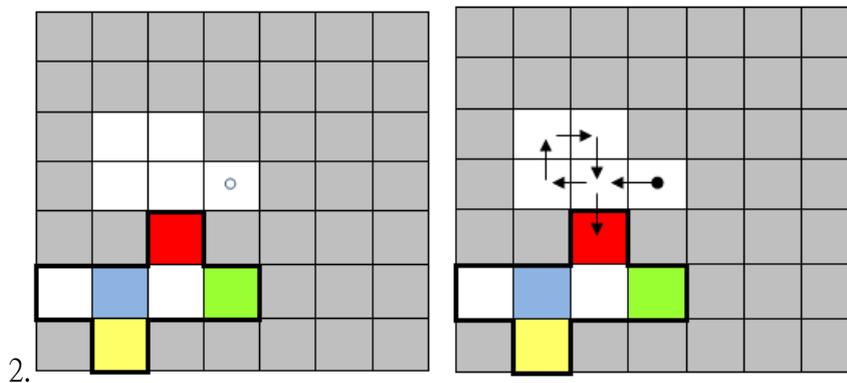


正方體展開圖共有十一種，所以我們設計了十一種應用不同正方體展開圖所製作的關卡，(以下關卡中●代表起點，黑色框框內的是正方形展開圖，灰色的部分是不能走的，另外，方塊在起點的面為:右紅【R】、前綠【G】、左黃【Y】、後藍【B】、上白【W1】、下白【W2】):



解法：骰子在起點時，應用9字方法，當黃色面朝上距離終點兩格(G.W)(4.4)時，只要前進一格黃色面就會剛好朝向目標(黃色方塊)，如此一來就可以走到了。

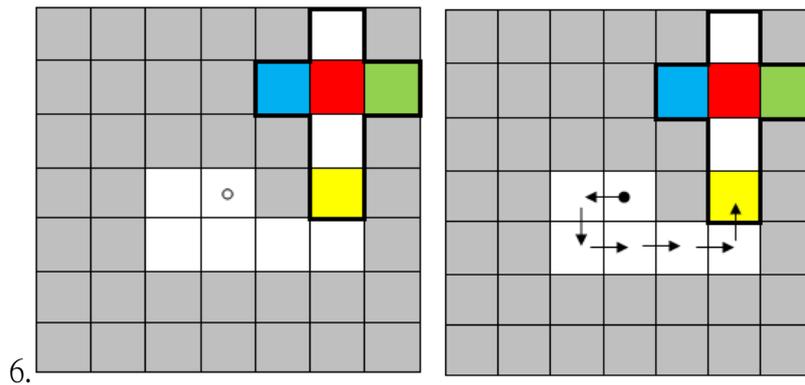
$(W2,R)(4,4) \rightarrow (G,R)(5,4) \rightarrow (R,B)(5,5) \rightarrow (W2,B)(4,5) \rightarrow (G,W2)(4,4) \rightarrow (W1,G)(4,3) \rightarrow (Y,G)(3,3)$



解法：先用二排法將正方體移到紅色方塊的前兩格(Y,G)(3,3)，紅色面向上，在往紅色格子移動兩步，就能到了。

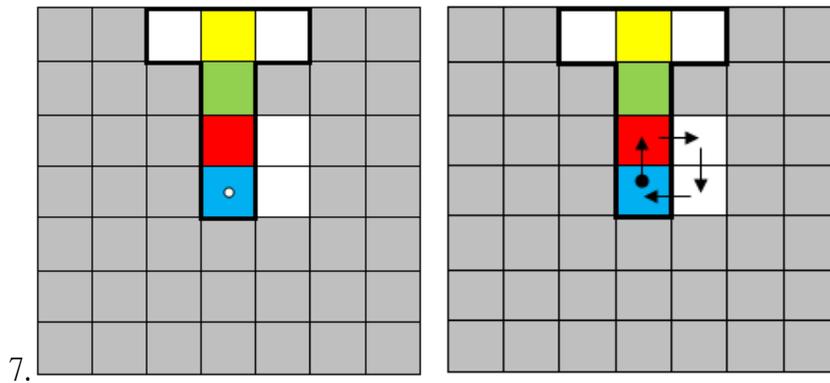
$(W2,R)(4,4) \rightarrow (Y,W2)(4,3) \rightarrow (W1,Y)(4,2) \rightarrow (B,Y)(3,2) \rightarrow (Y,G)(3,3) \rightarrow (W1,G)(4,3) \rightarrow (R,G)(5,3)$

(W2,R)(4,4)→(G,R)(5,4)→(Y,G)(5,3)→(W2,G)(4,3)→(B,W2)(4,2)→(W1,B)(4,1)→(R,B)(3,1)



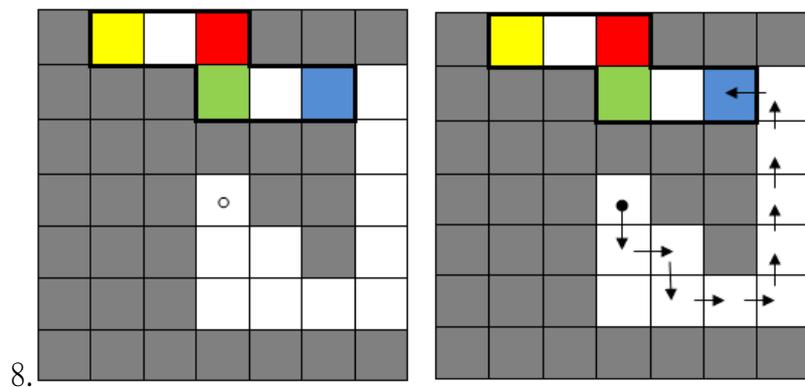
解法：此解法和上題相同，方塊走冂字型，黃色面由左轉到後方，再往右走三步，往前走一步就能蓋到黃色格子。

(W2,R)(4,4)→(Y,W2)(4,3)→(G,W2)(5,3)→(W2,B)(5,4)→(B,W1)(5,5)→(W1,G)(5,6)→(Y,G)(4,6)

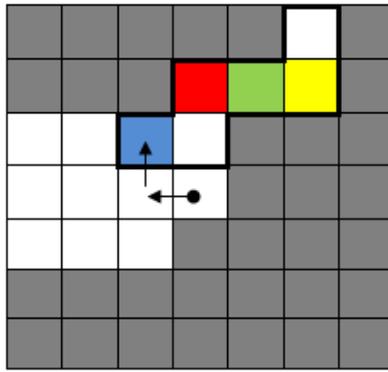


解法：過這個關卡，要先將方塊的藍色面蓋到表格紅色的位置，接下來只要用冂字法，就可以蓋到藍色格子。

(W2,R)(4,4)→(B,R)(3,4)→(R,G)(3,5)→(W2,G)(4,5)→(B,W2)(4,4)→(R,W2)(3,4)



解法：先從藍色回推 6 步，藍色面要向下，所以用階梯法，走到(B,W)(6,6)，之後順著路走即可。



(W2,R)(4,4)→(Y,W2)(4,3)→(B,W2)(3,3)

陸、研究結果

一、我們找出將方塊(方塊的塗色面朝上)推到定點的走法有一字型、階梯型、階梯與口字複合型、9字型。在方陣中的走法為：

階梯	階梯	一字	階梯	階梯
階梯	複合	9字	複合	階梯
一字	9字	起點	9字	一字
階梯	複合	9字	複合	階梯
階梯	階梯	一字	階梯	階梯

當方陣擴大或是方塊的塗色面沒有朝上，只要將方塊推到塗色面朝上，即可運用此規律圖。最後這些走法可歸納為口字型和二排法。

二、推方塊關卡的最佳走法要先判斷方陣中塗色方格行走的先後順序，先考慮起點到最近的兩定點何者所需步數較少，若所需步數相同，在考慮方塊翻轉後的塗色面位置所影響的下一步，接下來都以所需步數較少的塗色格先走即可。

三、將方塊六個面皆翻出來的圖形為正方體展開圖，可用來設計推翻塊遊戲的關卡。

柒、結論

這次的科展讓我們明白，我們不僅要學會耐心做研究的重要和尋找參考資料的要訣，更要懂得善用「團結力量大」，適時的發表意見固然重要，但也不能忽略了同伴的想法。在我們研究的題目中，有不少需要討論的部份，更需要以具體的案例去進行歸納。我們發現，在找尋規律時，可以把目前所知的方法仔細的審查，找出他們類似或相同的地方，藉此進一步的了解走法的規則，並詳實的紀錄，才能獲得結果，這個過程，使我們受益不少。

捌、參考資料

- 一、博愛國小數學園地推方塊遊戲，取自 <http://www.paps.kh.edu.tw/asp/math/moveCube/null.html>
- 二、「柏拉圖的天空——正多面體展開圖之研究」。台北市私立復興國民小學。第四十六屆國小組數學科展第三名作品。

【評語】 080402

1. 問題具有一定的趣味性，探討也有一定的完整性，但可以再深入點使整件作品更完整，更豐富。
2. 主題本身也侷限本件科展作品的深度及廣度，應再加入更多的創意。