

中華民國第 53 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國小組 物理科

第三名

080107

桿與輪的華爾滋－桿擺運動的探討

學校名稱：臺南市永康區崑山國民小學

作者：	指導老師：
小六 李蕎恩	沈聰男
小六 董柏寬	陳伶伶
小六 康百榮	
小六 孫可杰	

關鍵詞：桿擺、摩擦力、阻尼

摘要

「桿擺」是我們這學期才接觸到的一種新奇的、充滿挑戰的「擺」。也是一種結構看似簡單，但其實機制頗為複雜的裝置。它不同於自由運動的單擺以及彈簧振子，但卻有一些和它們共通的特質。在實驗中我們確認了桿擺運動的本質——是一種藉由摩擦力能量所引發的受迫振動，而其週期運動的形成則由接觸面摩擦力所產生的「振源—阻尼」間的轉換、平衡機制所控制。我們也試圖進一步探究它的物理特性，發現它的擺動週期和滾輪轉速、滾輪距離、接觸面摩擦力、橫桿重量之間有著密切關聯。而影響其擺動幅度的變因則有：橫桿的釋放位置、接觸面摩擦力、橫桿長度、橫桿重量以及橫桿重心的分布情形。此外，我們也發現：利用重阻尼桿擺能迅速回復到平衡位置的特性，它也可以成為一種「重心探測裝置」，廣泛應用在球棒、球桿、釣竿等製造流程上。

壹、研究動機

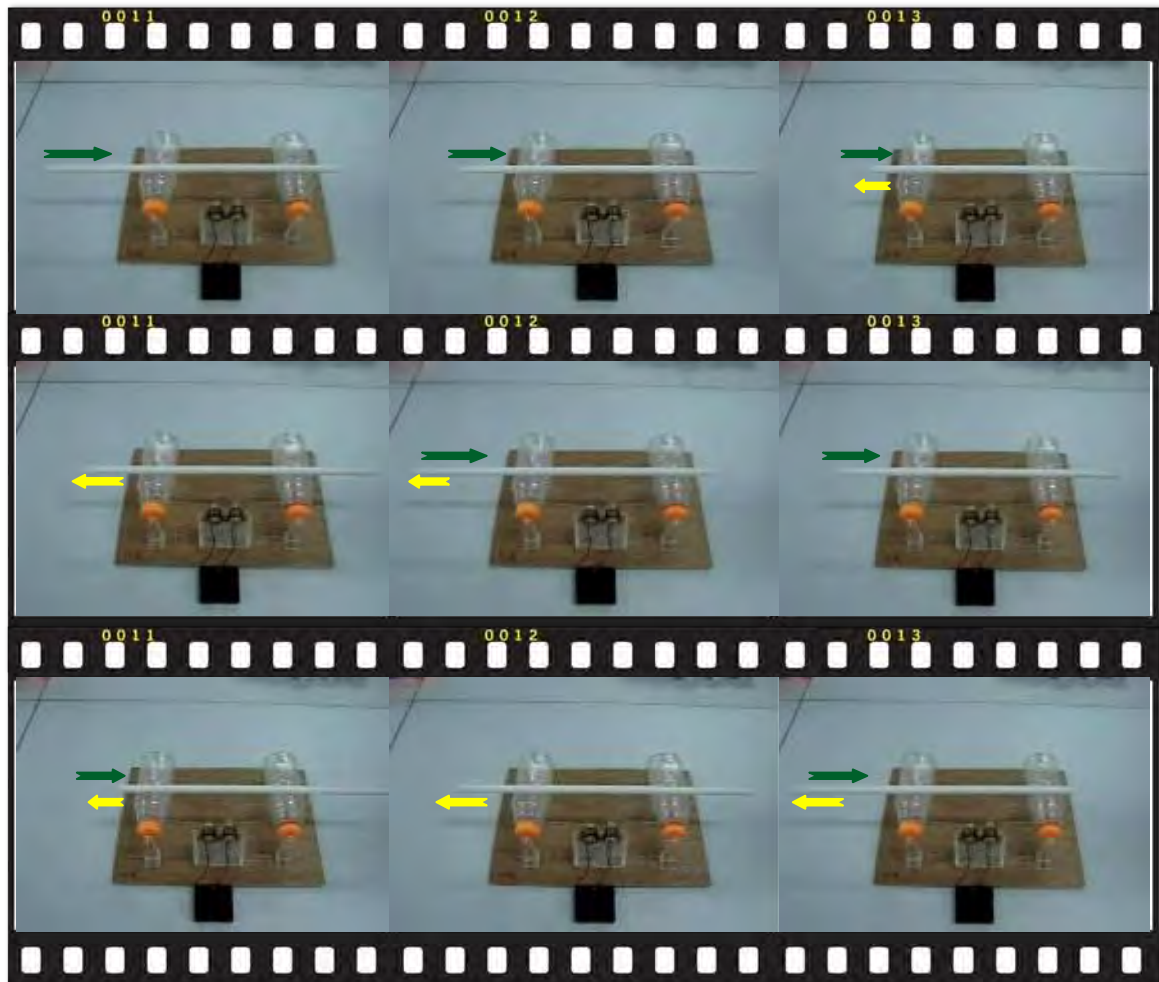
「擺」是日常生活中非常常見的物理現象；歷年來以「擺」為主題的科展作品也相當的多。但是，在這麼多種「擺」當中，你可曾聽說過「桿擺」？這一種前所未見的「擺」，是大家為了蒐尋科展題材，無意中在一個科學教育網站上發現的（如下圖一）。



圖一、桿擺的網站簡介（來源：http://se.risechina.org/tjhd/tjzy/jcx/200612/433_2.html）

網站中出現了這樣一道情境題：「想像我們利用小馬達驅動兩個相同的礦泉水瓶做為滾輪，讓它們對向並向內等速轉動，再任取一枝橫桿放置於兩滾輪的任一偏側上，猜猜看橫桿會怎樣運動…？」網站給的答案，既不是我們所猜測的橫桿會「馬上停住」，也不是「飛了出去」，而是令人猜不透的「會規律性的來回擺動」。網站除了公布了一段短片（如下圖二）方便大家觀察這樣的物理現象，探索其中奧祕之外，還進一步提到，這種「桿擺」的擺幅大小可以任由操作者操控，甚至還可以讓橫桿停駐在某一個定點上。這，是不是很有趣呢？

本研究希望能透過實驗來揭開「桿擺」的神秘面紗，探討「桿擺」究竟是藉由什麼機制來達成規律性的往復運動？它的運動模式和哪些變因有關？它還具備哪些奇妙的物理特性？



圖二、桿擺運動的連續畫面

貳、研究目的

- 一、自行製作功能正常的桿擺裝置，並進行系統穩定性的測試及改良
- 二、探討「滾輪轉速」對於桿擺運動的影響
- 三、探討「橫桿初始擺放位置」對於桿擺運動的影響
- 四、探討「滑軌接觸面表面性質」對於桿擺運動的影響
- 五、探討「摩擦受力」對於桿擺運動的影響
- 六、探討「橫桿長度」對於桿擺運動的影響
- 七、探討「滾輪距離」對於桿擺運動的影響
- 八、探討「橫桿重量」對於桿擺運動的影響
- 九、探討「橫桿重心位置」對於桿擺運動的影響
- 十、能藉由各種輔助軟體及工具進行變因及數據的分析，歸納出桿擺運動的原理及其物理特性

參、研究設備及器材

- 一、自製桿擺系統：包含 HDPE 材質滾輪組、滾輪支架、透明 PVC 管組、直流電源供應器、直流馬達×2、馬達控制電路盒、轉速控制器、水平儀、橡皮筋、木板基座、布尺、實驗支架等
- 二、其它輔助設備：手提電腦、相機、相機支架、轉速測定儀、10g 及 20g 砝碼數顆、磅秤、計時器
- 三、應用程式及軟體：Microsoft Excel 試算表、DataPoint 運動軌跡分析軟體

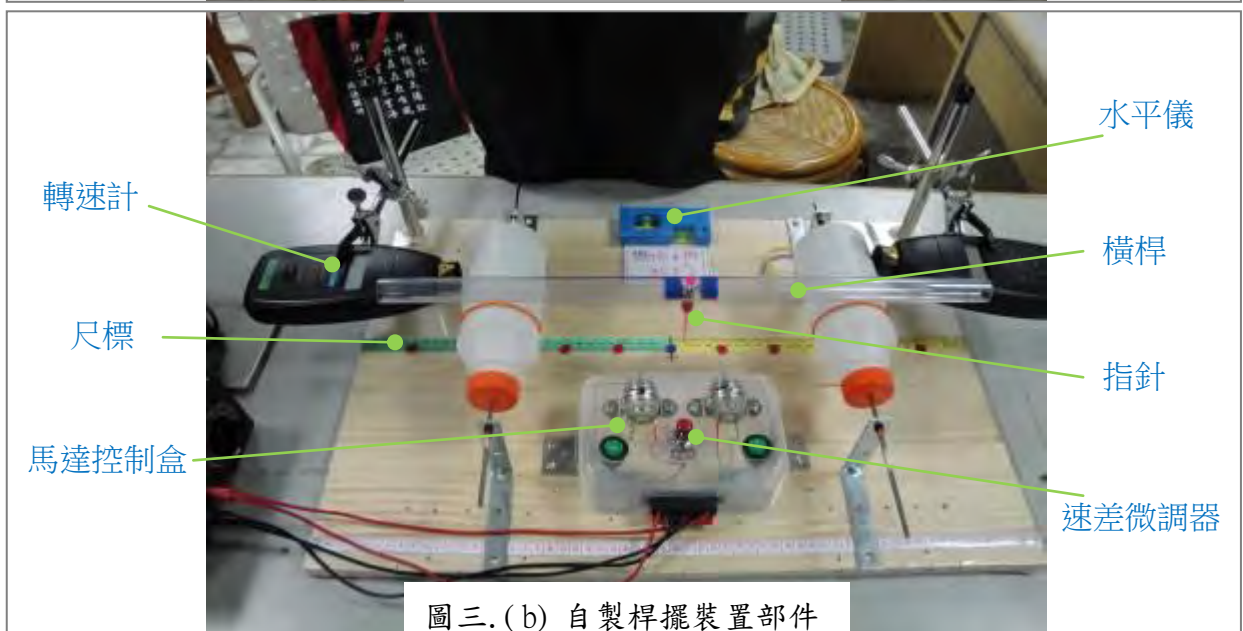
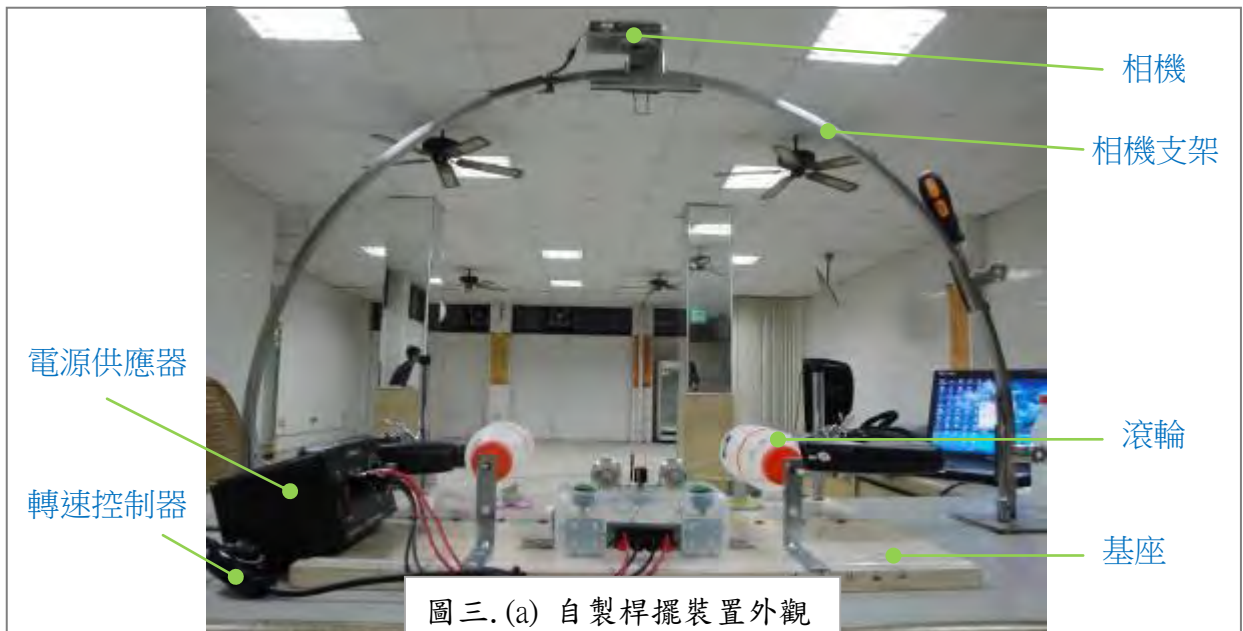
肆、研究過程或方法

一、桿擺裝置的製作及改良

我們依據網站資料的短片，複製了一具桿擺裝置，並進行初步的觀察和測試。發現初製的桿擺實際在重複實驗時，再現性並不如想像中的穩定，偶爾會出現不可預期的落差。歸納這種不穩定的原因可能是來自滾輪的真圓度、平滑度及兩滾輪間的轉速差。為了符合實驗的要求及精確性，我們針對裝置的缺點進行了以下的改良：

- (一)滾輪改用高密度聚乙烯(HDPE)材質：因 PET 材質的瓶身受重後較易變形，且位於瓶底的中心點有一顆凸起，鑽孔時難以掌握，造成滾輪的偏心現象，以致兩滾輪轉動時會有高低起伏，影響桿身的運動。改採 HDPE 材質滾輪並稍加平整處理後，情況大有改善。
- (二)加裝速差微調器：用來微調兩直流馬達正、逆轉之間的轉速差，儘量使兩馬達轉速一致。
- (三)加裝轉速測定儀及轉速控制器：能快速掌握滾輪的轉速，並進行轉速的調控。
- (四)加裝定位指針及尺標：方便觀察桿身的移動情形，並抑制桿身的翻滾現象。
- (五)加裝水平儀：檢查傾斜，確保桿擺在水平方向運動。

改良後的桿擺裝置如下圖三(a)、三(b)



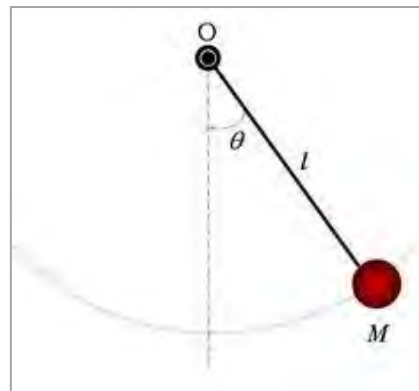
二、相關資料蒐整及研討

很遺憾，也很慶幸，「桿擺」這個課題顯然還沒有人曾做過系統性的深入研究。我們遍尋網路資源，根本找不到任何相關的資料、論文或書籍可供參考。我們只能從頭摸索，希望藉由反覆的觀察來尋找一些蛛絲馬跡。從桿擺的往復運動中，我們發現，它的擺動規律和我們四年級學過的「單擺」以及常見的「拉伸彈簧」有些類似。於是，我們決定以「單擺」、「彈簧振子」的規律性和物理特徵量(週期、振幅、衰減率)做為實驗設計的參考基礎，希望能透過實驗、分析，進一步歸納出「桿擺」運動的特性、原理。至於「單擺」、「彈簧振子」的基本特性，我們從網路上蒐整了一些資料，簡述如下以供參考：

(一) 單擺：

單擺是一種懸掛於定點且在重力影響下往復擺動的物體。是由一條繩和一個擺錘所組成，繩的一端掛錘，另一端固定。由於單擺週期是恆定的，具有等時性，所以可做為計時器之用。單擺週期 T 只受擺線長度 L 及重力加速度 g 影響，擺長愈長週期愈長，而與擺錘質量 M 或釋放時擺線的角度 θ 無關。週期可由下列公式求得：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



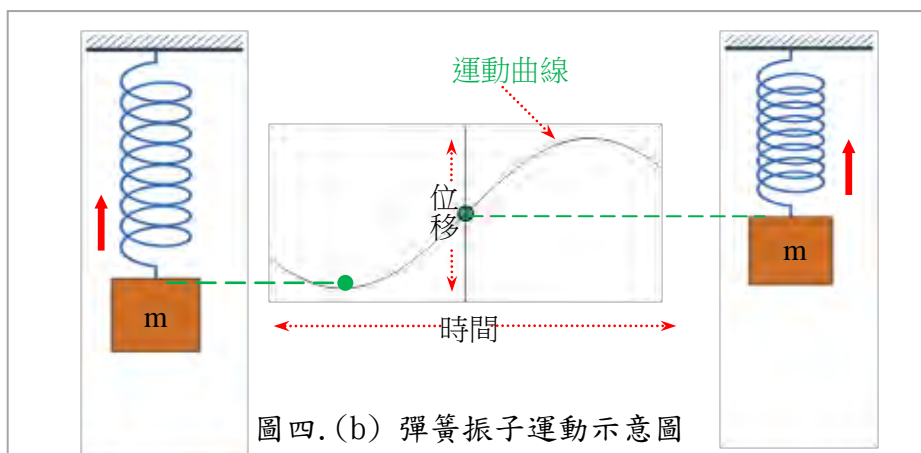
圖四. (a)單擺運動示意圖

(圖片來源：<http://xlwangnu.blog.163.com/blog/static/190719270201251822249106/>)

(二) 彈簧振子：

如圖(a)所示的彈簧振子系統。若將彈簧拉伸變形，並使振子由某一初始能量的狀態釋放，則質量為 m 的振子將在彈簧力作用下作週期性的往復運動。彈簧振子的週期 T 取決於振子質量 m 以及彈簧本身的勁度係數 k ，振子質量愈大，週期愈長。週期公式為：

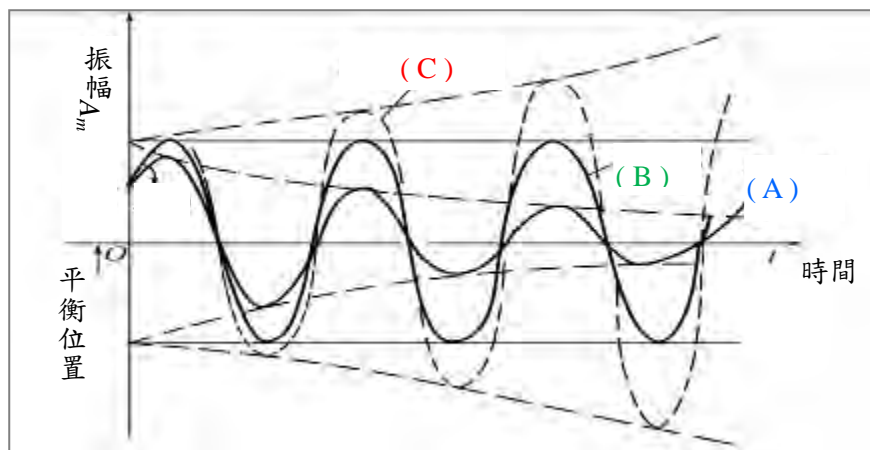
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$



圖四. (b)彈簧振子運動示意圖

(三) 單擺、彈簧振子的運動都是一種週期性的往復運動。而週期運動依其擺動幅度的收斂與發散情形還可概分為以下幾種型態：

1. 阻尼運動(減幅運動):有輕、重阻尼之分,振動體為了克服摩擦力或黏滯阻力而作了功,它的能量因而逐漸減小,振幅也隨之衰減,直到停止振動。不倒翁及避震器都是屬於這種運動型態的典型(如下圖五.中的(A)曲線所示)。
2. 無阻尼運動(等幅運動):振動體沒有能量方面的損耗(真實世界中並不存在)或是振動體從外界獲得激振能量,且剛好彌補了它的能量損耗,這時它的振幅將會保持恆定,力學中常探討的簡諧運動就是一種無阻尼運動(如下圖五.中的(B)曲線所示)。
3. 負阻尼運動(增幅運動):振動體從外界獲得激振能量,且此能量持續大於它的能量損耗,這時它的振幅將會隨時間而不減反增;橋梁、機翼的破壞性共振都是屬於這種週期振動,也稱為發散振動(如下圖五.中的(C)曲線所示)。



圖五. 週期運動的曲線型態

(圖片來源：<http://wenku.baidu.com/view/4fd2e07f1711cc7931b716ce>)

- (四) 單擺、彈簧振子的運動取決於自身的重力以及回復力,兩者都可視為無阻尼自由振動的理想化模型;而桿擺的運動能量則取決於滾輪的持續轉動,一旦滾輪停止,桿擺便不再持續擺動,這是受迫振動的特徵,也是桿擺與單擺、彈簧振子最大的不同之處。
- (五) 從慢速影像可以觀察到桿擺的往復運動在擺動的兩端點處速度為0,而在平衡位置(運動軌跡中點)速度達到最大,此物理特性與單擺、彈簧振子相同。

三、確立各項實驗變項

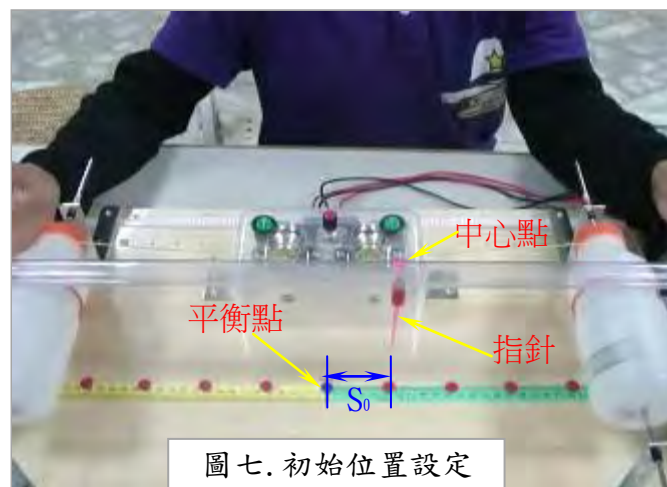
實驗主題	操作變項	控制變項	反應變項
轉速因素(V)實驗	改變滾輪轉速	60cm(60gw)橫桿,初始位置5cm,輪距30cm,未處理滑軌	週期 T、擺幅 X
初始位置(S ₀)實驗	橫桿初始位置	60cm 橫桿,輪速 200rpm,輪距 30cm,未處理滑軌	T、X
接觸面性質(C)實驗	滑軌接觸面性質	" " " " , 初始位置 5cm	T、X
摩擦受力(A)實驗	摩擦力作用面積	" " " " , 初始位置 5cm	T、X
桿長因素(L)實驗	改變橫桿長度	初始位置 5cm,輪速 200rpm,輪距 30cm 桿重均 90gw, A4 橡皮圈滑軌	T、X
輪距因素(D)實驗	改變滾輪輪距	60cm 橫桿, 初始位置 5cm, 輪速 200rpm, A4 橡皮圈滑軌	T、X
桿重因素(W)實驗	改變橫桿重量	" " " " , 輪距 30cm	T、X
重心因素(G)實驗	橫桿重心位置	90cm(90gw)橫桿加重 60gw, 其餘同上	T、X、衰減率

四、實驗設計及方法

- (一) **滾輪轉速實驗**：利用轉速控制器及轉速計將小馬達轉速分別調整為 150rpm、200rpm、250rpm、300rpm、350rpm、400rpm、450rpm、500rpm。為了讓桿擺具有初始能量，初始擺放位置(S_0)都設定為 5cm，起動桿擺後，觀察不同滾輪轉速對於桿擺運動的影響。



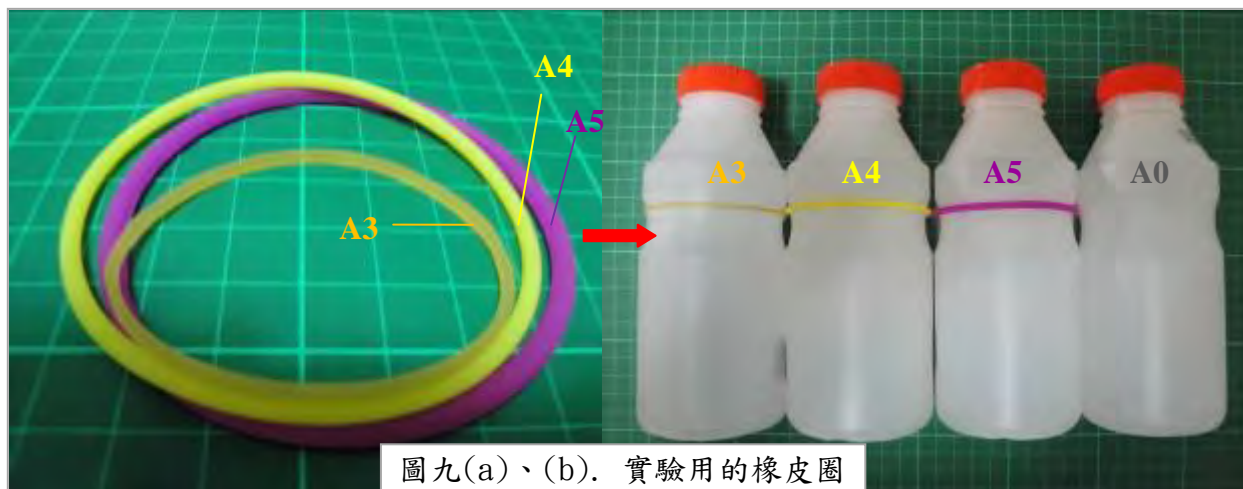
- (二) **初始位置實驗**：改變橫桿初始位置，以橫桿的中(重)心點為基準點，把中心點指針對準尺標，讓此點與平衡點的初始距離(S_0)分別為 0cm、2cm、4cm、6cm、8cm、10cm、12cm、14cm，起動桿擺後，觀察並分析不同初始位置對於桿擺運動的影響。



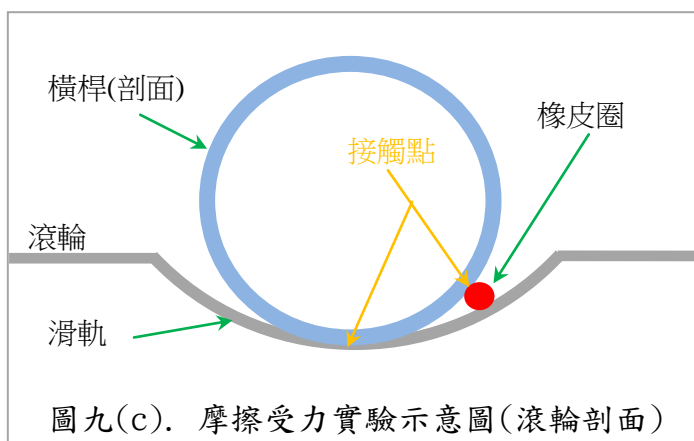
- (三) **接觸面表面性質實驗**：把滾輪滑軌接觸面分別加以打磨、上油(針車油)、上蠟、封膜處理，並和未處理組進行實驗結果的比對，觀察不同接觸面質性對於桿擺運動的影響。



- (四) **摩擦受力實驗**：如下圖九. (a)、(b)把三組粗細不同的橡皮圈分別套在打磨過的滾輪滑軌上(其中 A3 代號為一般市售橡皮筋，A4、A5 橡皮圈為圓形手環)，讓它與橫桿桿身側面接觸，使桿擺形成兩點接觸，如下圖九.(c)。再與未套橡皮圈，而僅有單點接觸的 A0 組進行實驗結果的比對，來分析不同接觸摩擦力對於桿擺運動的影響。

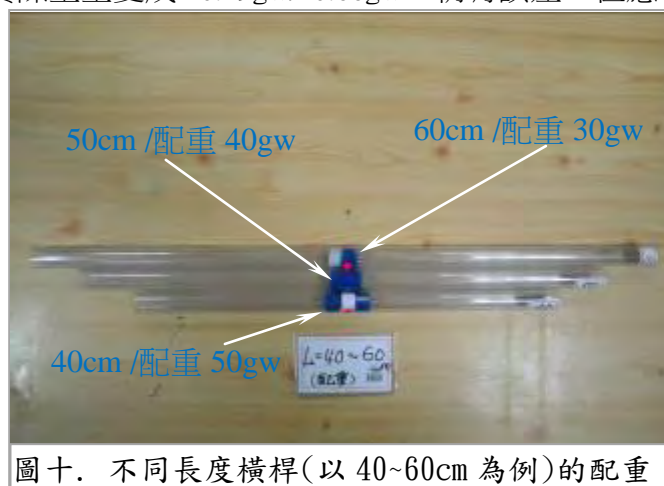


圖九(a)、(b). 實驗用的橡皮圈



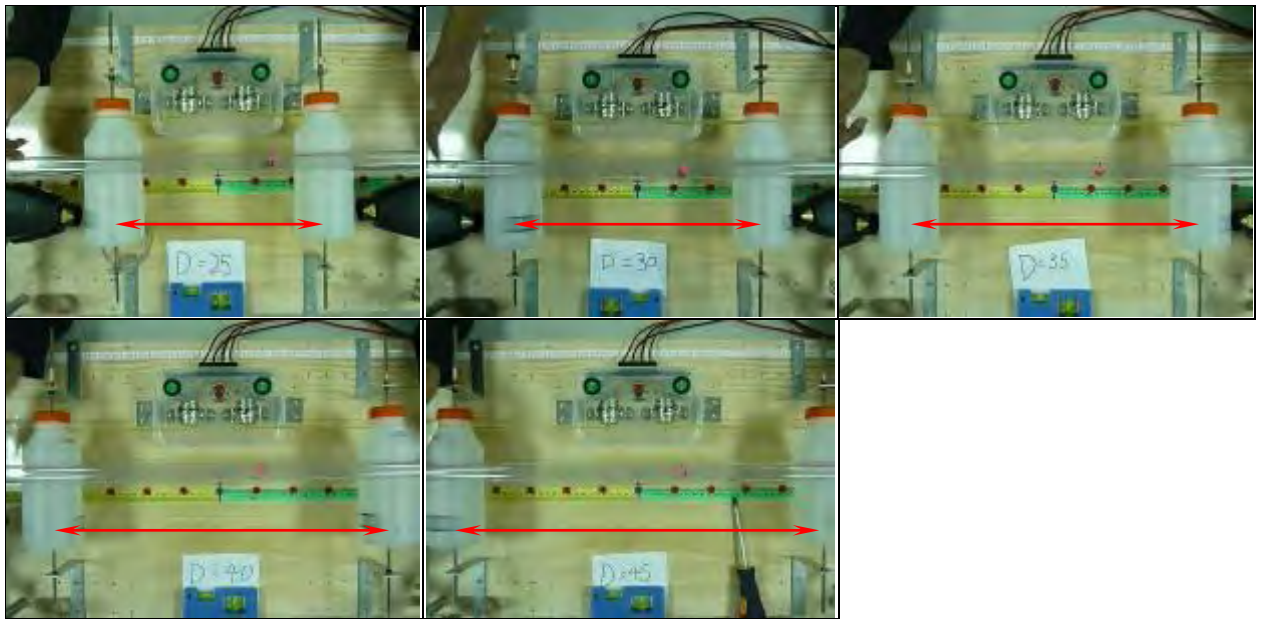
圖九(c). 摩擦受力實驗示意圖(滾輪剖面)

- (五) **桿長因素實驗**：不等長的同材質橫桿，重量必然有所不同。為了排除重量的變因，而單純考量長度的變因，我們先在各組橫桿上進行配重，將砝碼推入管內的中心點，讓所有的橫桿都成為等重的 90 gw。例如：40 cm 長的橫桿(恰為 40gw)，配重 50gw 的砝碼後，就變成 90 gw(其餘依此類推)，而 90 cm 長的空管恰為 90gw，所以無須配重。利用此法，我們將橫桿長度分為 40cm~90cm 六組進行實驗，並分析長度變因對於桿擺運動的影響。(※註：因 10gw、20gw 砝碼直徑太小，無法固定在管內，貼上一圈魔鬼氈可以解決這個問題，但砝碼實際重量變成 10.29gw/20.66gw，稍有誤差，但應不致影響實驗結果。)



圖十. 不同長度橫桿(以 40~60cm 為例)的配重

(六) **輪距因素實驗**：如下圖十一，調整滾輪間距，分 25cm、30cm、35cm、40cm、45cm 五組進行實驗，並分析輪距變因是否對桿擺運動造成影響。



圖十一. 輪距之調整情形

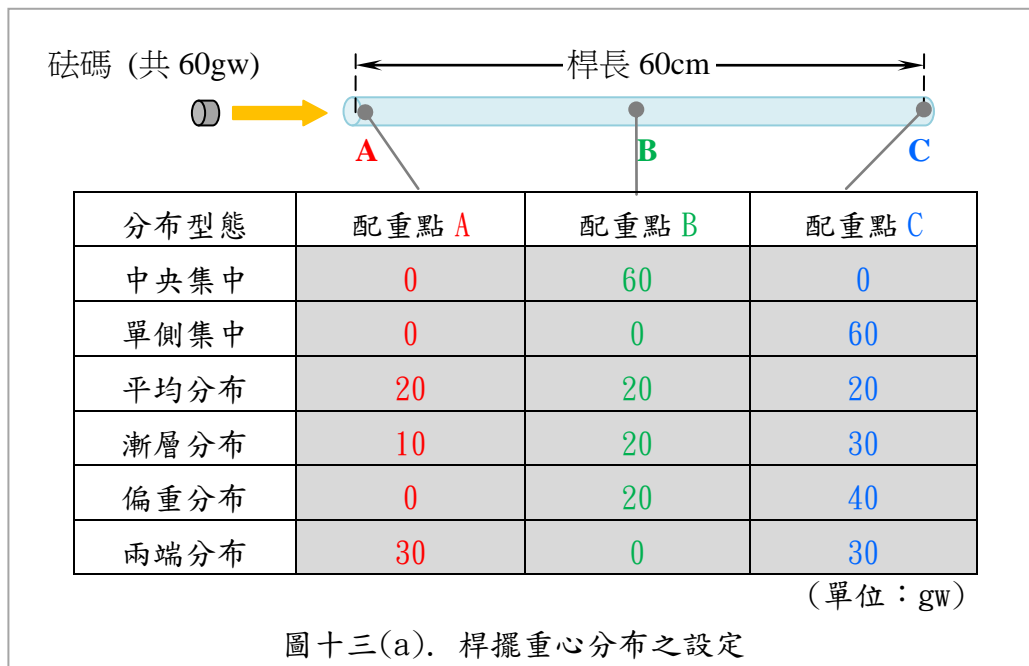
(七) **桿重因素實驗**：如下圖十二，在 60 cm 橫桿(60 gw)中心處分別進行砝碼配重(配重方法請參閱上列(五)長度因素實驗)，使橫桿重量由 60gw、90gw、120gw 逐次加重到 240gw(即一~六倍重)，觀察並分析重量變因對於桿擺運動的影響。



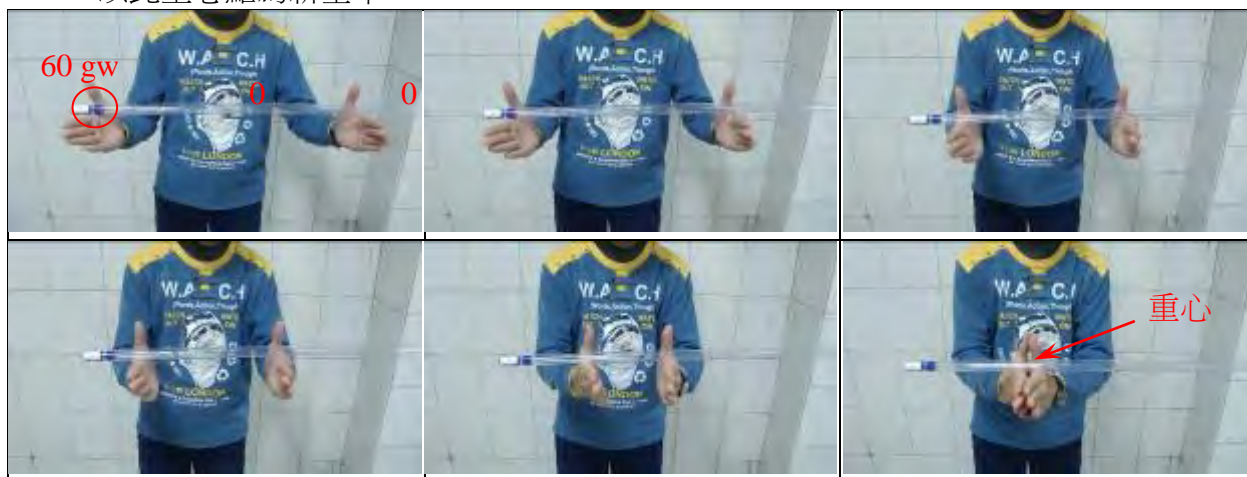
圖十二. 重量因素實驗及砝碼配重情形

(八) **重心分布因素實驗**：

1. 如下圖十三(a)，先將 90 cm 橫桿區分為「端點(A)—中心點(B)—端點(C)」三個位置進行配重，改變橫桿之重心分布。將總配重量 60gw 的砝碼分別依「中央集中」、「單側集中」、「平均分布」、「漸層分布」、「偏重分布」、「兩端分布」等六種分布型態推入管中



2. 如下圖十三(b)，利用「兩支點平移法」找出各組重心點，並用小標籤加以標示，操作時以此重心點為新基準

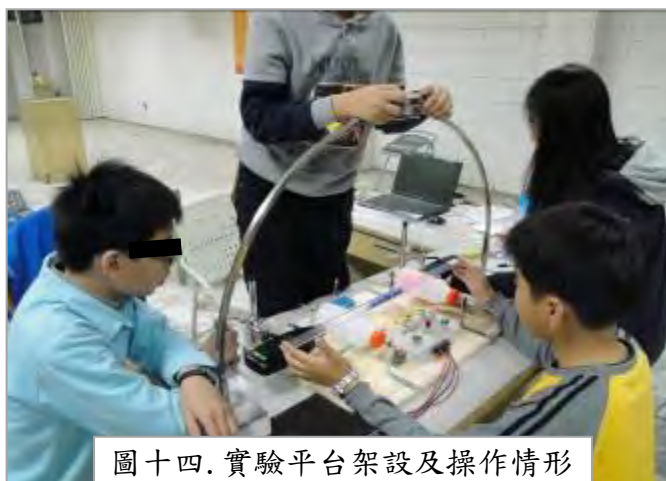


圖十三.(b) 兩支點平移法找出重心的連續畫面

3. 起動桿擺，記錄並分析重心變因對於桿擺運動的影響
4. 觀察桿擺運動的最終平衡點和重心之間的相對距離，探討兩者是否具有關聯性

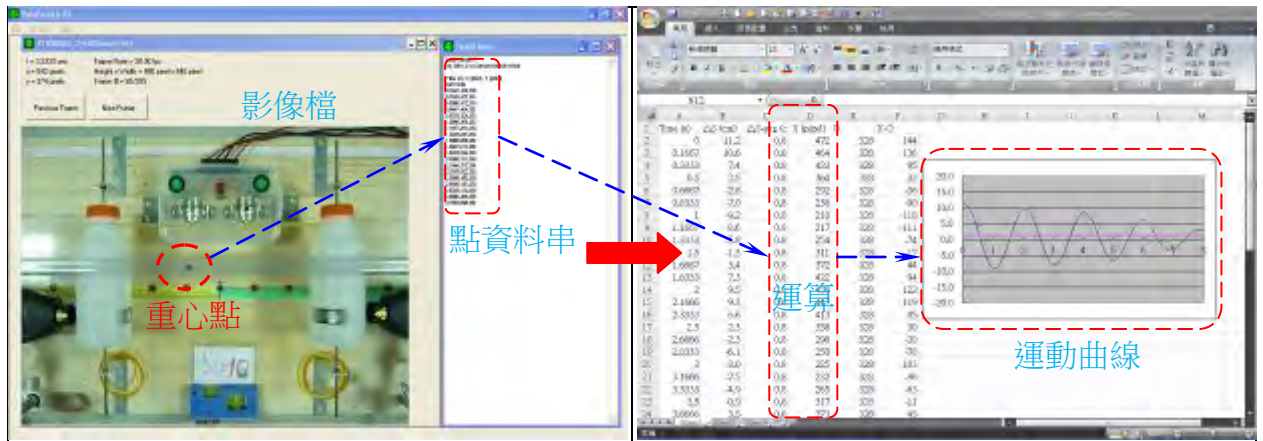
五、實驗流程

- (一) 架好實驗平台及攝影、分析輔助設備



圖十四. 實驗平台架設及操作情形

- (二) 依實驗變項的設計及實驗方法，準備好不同規格的待測橫桿，並放置指針
- (三) 起動滾輪，先在平衡點處放下橫桿，調校滾輪轉速，使滾輪負載後的轉速固定在 200rpm，拿起橫桿
- (四) 重新將橫桿在距離平衡點 5 cm 處釋放，桿擺開始擺動，同時用相機拍攝往復運動的情形，長度約八秒(我們使用的分析軟體沒有自動尋跡功能，它先將每一秒鐘的影像檔細切成 30 張畫格，再一張張以手動滑鼠點取軌跡，所以並不適合長時間拍攝)。
- (五) 利用運動軌跡分析軟體求得各組桿擺的擺動週期、擺幅大小、衰減率，步驟如下：



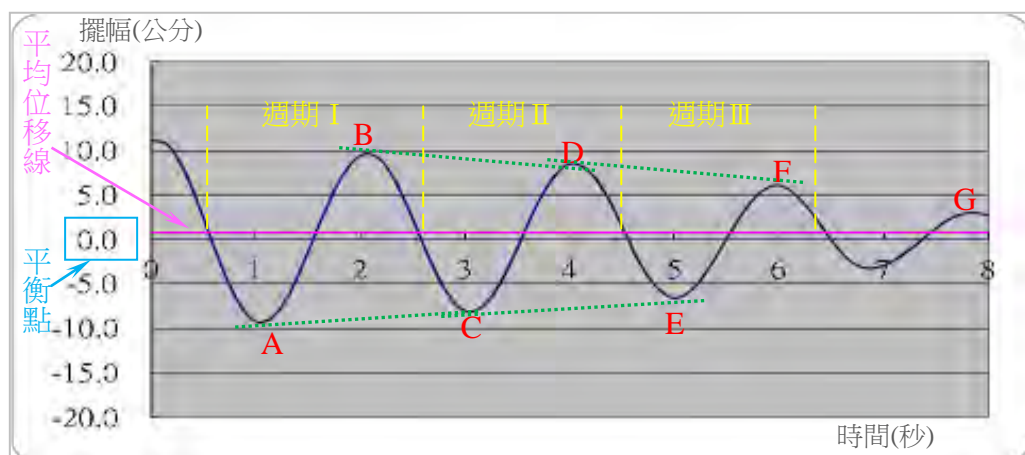
圖十五.(a) 開啟影像檔並點取運動軌跡

圖十五.(b) 以 EXCEL 進行資料統計及繪圖

※註：因相機拍攝時是對準基座中心點，所以桿擺軌跡的兩個端點值在讀取時會有視角上的誤差(讀取值會較實際值大些)

- (六) 資料整理及分析實驗結果，針對週期、擺幅、衰減率等特徵值進行統計或直接將各組曲線疊合比對，方法如下：

1. 平均位移線的計算(粉紅線)：點資料全數列求平均值，代表曲線對平衡點的總偏移量
2. 平均週期的測量法(黃線)：取前三個全週期(I ~ III)或 B、D、F、G 點時距的平均值
3. 平均擺幅的測量法(藍線)：以平均位移線為基準，取前三個全週期峰/谷值(A~F)絕對值的平均，即： $(|A|+B+|C|+D+|E|+F)/6$
4. 平均衰減率的測量法(綠線)：以公式： $[|A-C|/A+(B-D)/B+|C-E|/C+(D-F)/D]/4$ 求得
5. 整合資料比對法：直接疊合各組修正資料曲線，進行比對

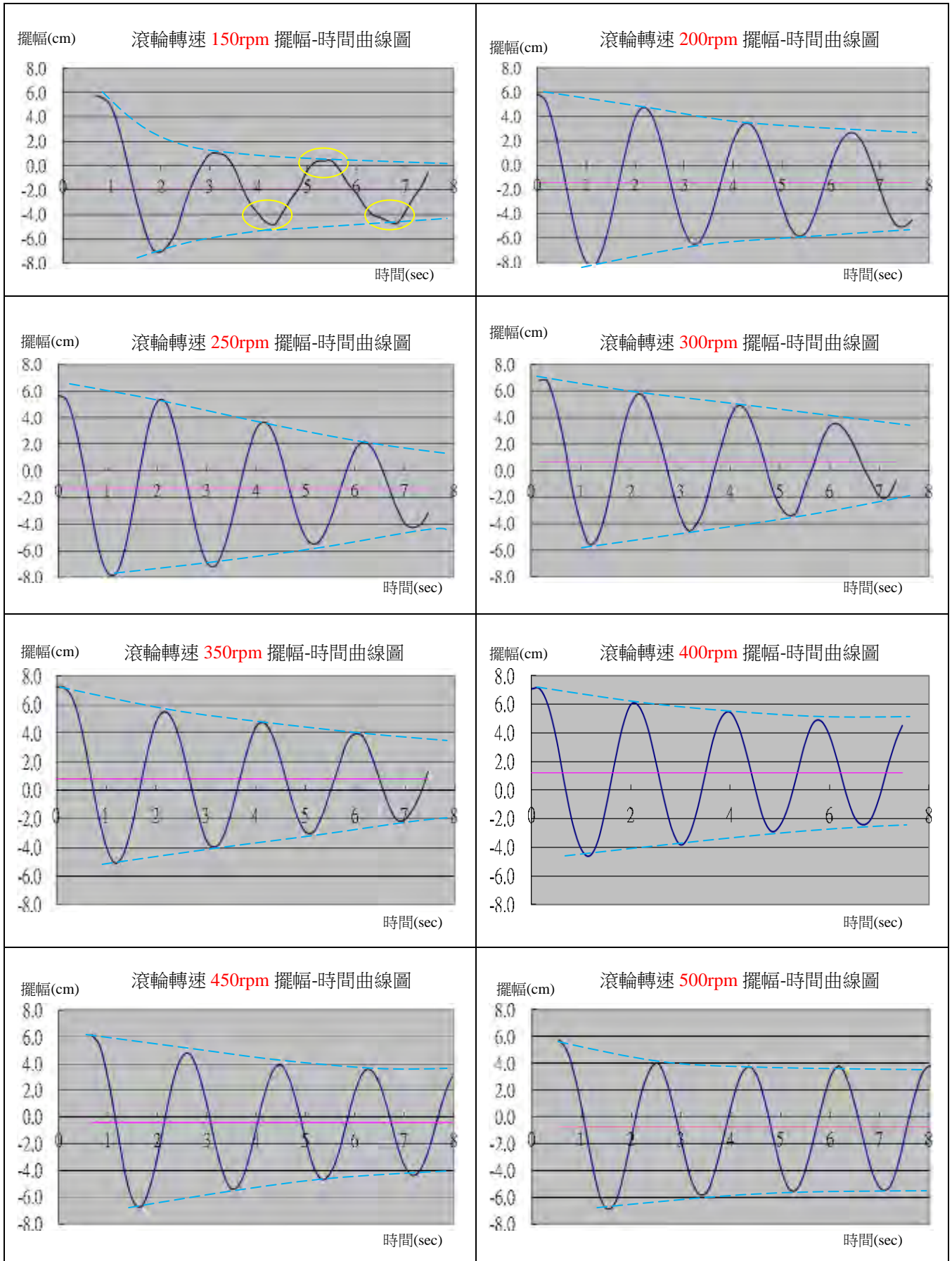


圖十六. 擺動曲線特徵值的測量、統計方法示例

伍、研究結果

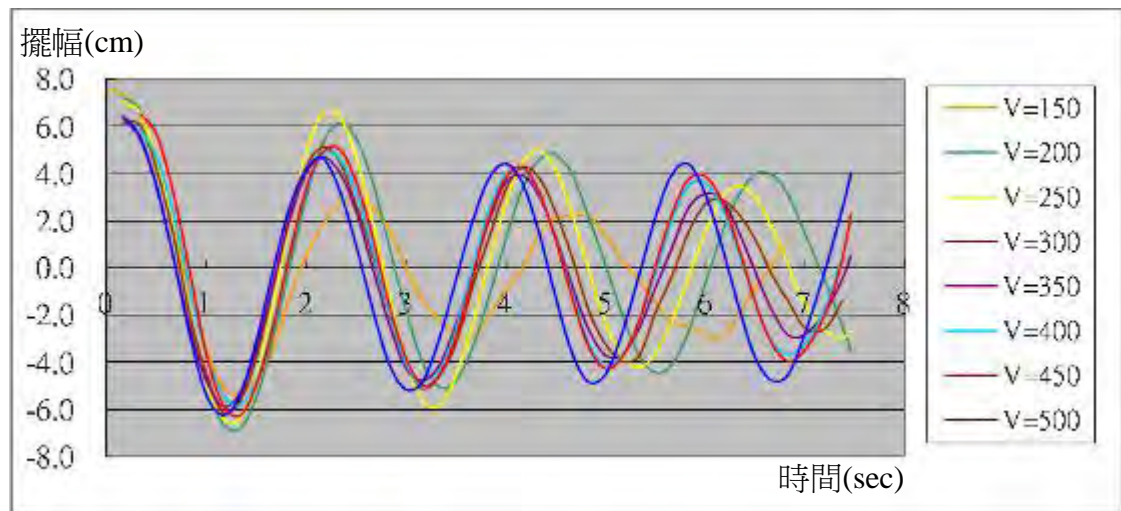
實驗一、不同的滾輪轉速對於桿擺運動之影響

(一) 實驗結果：

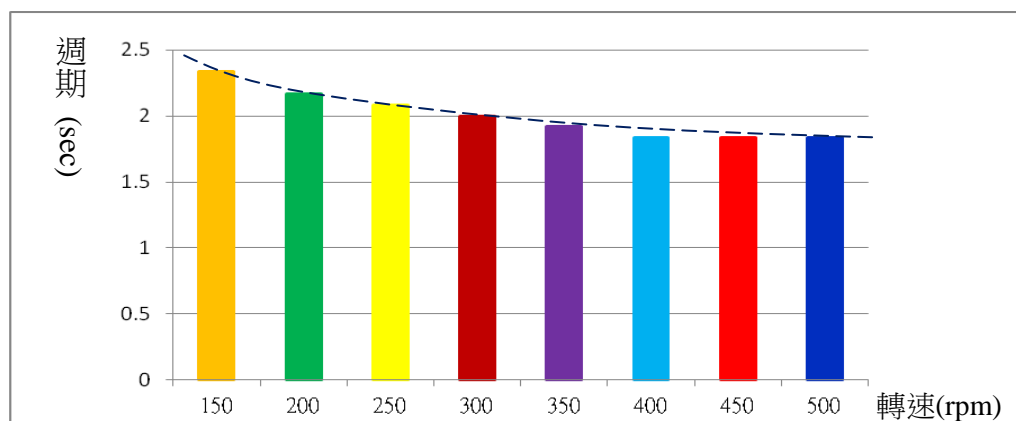


圖十七(a). 不同滾輪轉速下之擺幅-時間(X-T)曲線

為了直接進行組內比較，我們先把上列的圖表適度修正(因手部延遲釋放橫桿造成的時間差)，再進行疊合，如下圖所示：



圖十七(b). 不同滾輪轉速之擺幅-時間曲線疊合圖



圖十七(c). 滾輪轉速—週期關係圖

1. 由整合圖十七(b).及輪速—週期(V_T)關係圖十七(c).可看出滾輪轉速的快慢對於擺動週期的直接影響—轉速越快，週期越短；轉速越慢，週期越長，擺動曲線越落後。
2. 平均擺幅方面，除 150rpm 組的平均擺幅明顯較小外，其餘各組的平均擺幅差異並不大，且未與轉速呈線性的對應關係。
3. 從圖十七(a). 的各組 X-T 曲線谷點/峰點連線的斜率變化則可以看出各組擺幅的衰減程度略有不同。低轉速組衰減較快(連線斜率大)，而高轉速組衰減較慢(連線斜率小)，500rpm 組甚至呈現類似無阻尼運動的模式。

(二) 實驗探討：

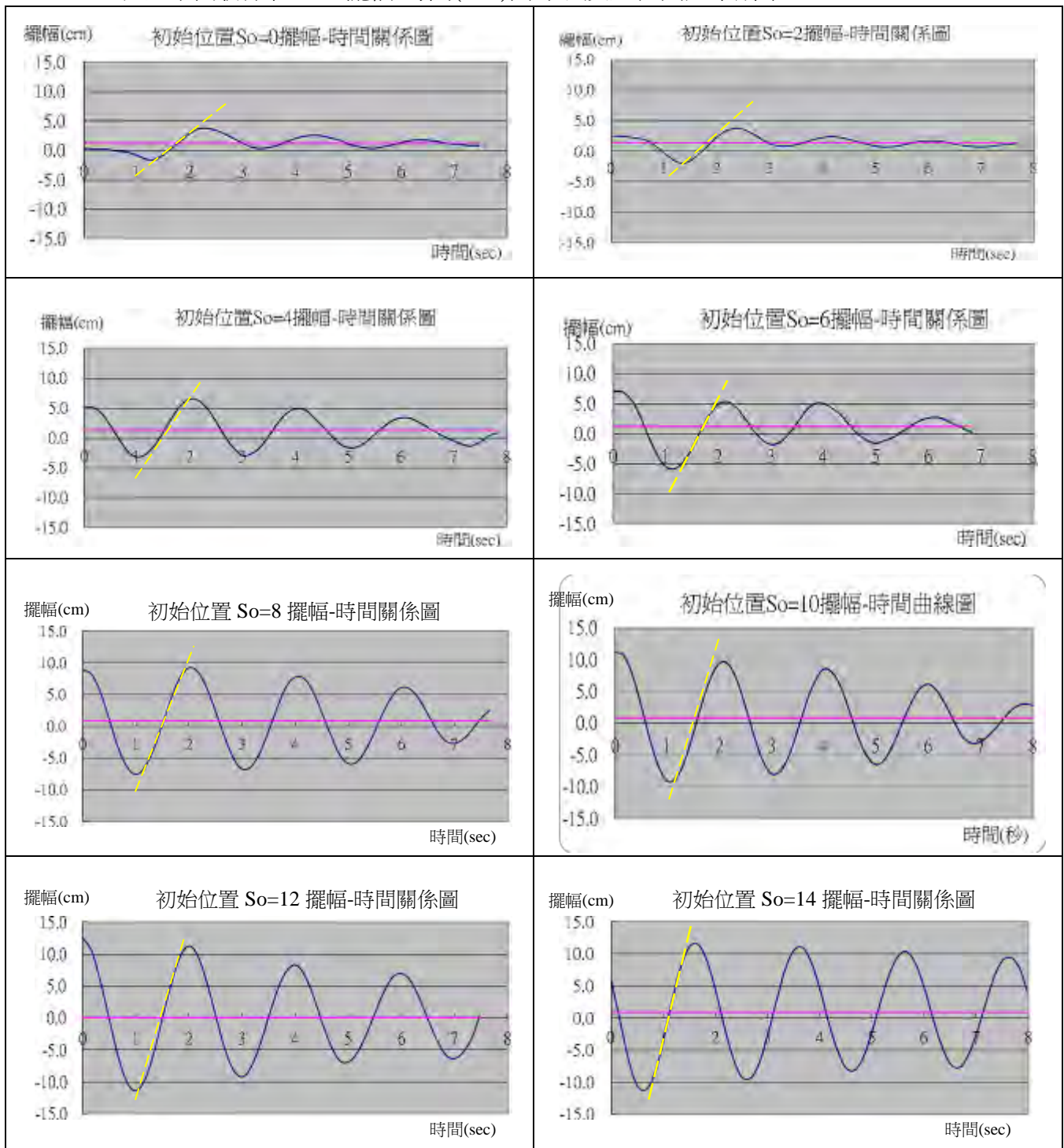
1. 桿擺擺動的頻率隨滾輪轉速提升而微幅增加，此特點與受迫振動的特徵相吻合。
2. 由 150rpm 組運動曲線的不平滑點可以觀察到桿擺明顯的遲滯現象(黃圈處)，推測是因為馬達轉速過低，扭力不足以驅動橫桿所造成。
3. 從能量觀點來探討，由於轉動能量與轉速成正比，所以我們原本預期滾輪轉速加快之後，擺幅應該會有大幅度的增加，但事實並非如此，滾輪轉速對於平均擺幅的影響有限。這顯示滾輪動能的增加並沒有完全轉移給桿擺，而是被其它「某種因素」給損耗掉了。這個因素和對向滾輪摩擦力的同步增加有沒有關聯？則有待進一步驗證。

4. 再則，運動曲線的衰減程度代表著系統抑制擺動過程中的能量損耗，高轉速組雖然能量損耗快(由其是熱能損耗)，但能量的補充也相對較快，這應是高轉速組的擺動能維持較小衰減量的主因。
5. 後續實驗若採用 150rpm 的滾輪轉速會有扭力不足的情形，500rpm 的滾輪又無法讓桿擺在短時間內回復到平衡位置。為了方便測量和記錄，後續決定採用 200rpm 轉速。

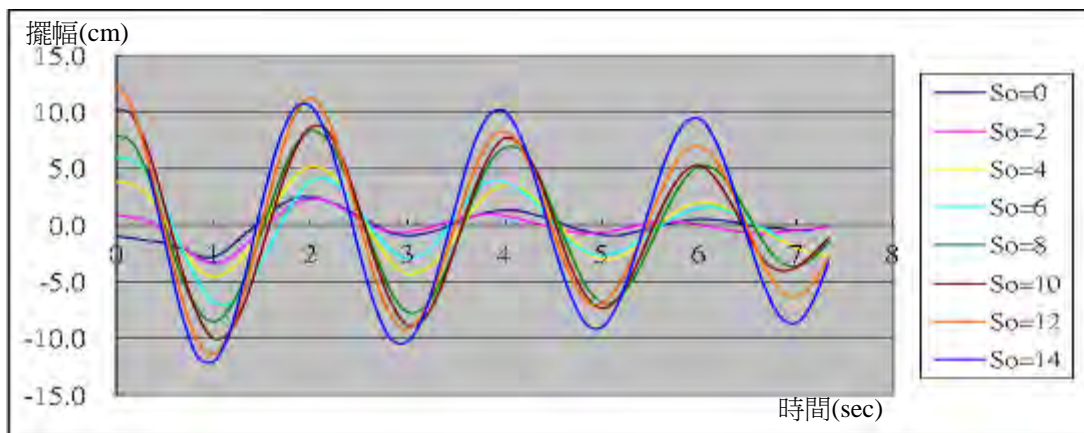
實驗二、不同的初始位置對於桿擺運動之影響

(一) 實驗結果：

各組不同初始位置之擺幅-時間(X-T)曲線以及整合圖如下所示：



圖十八(a). 桿擺置於不同初始位置之擺幅-時間曲線



圖十八(b). 不同初始位置之擺幅-時間曲線疊合圖

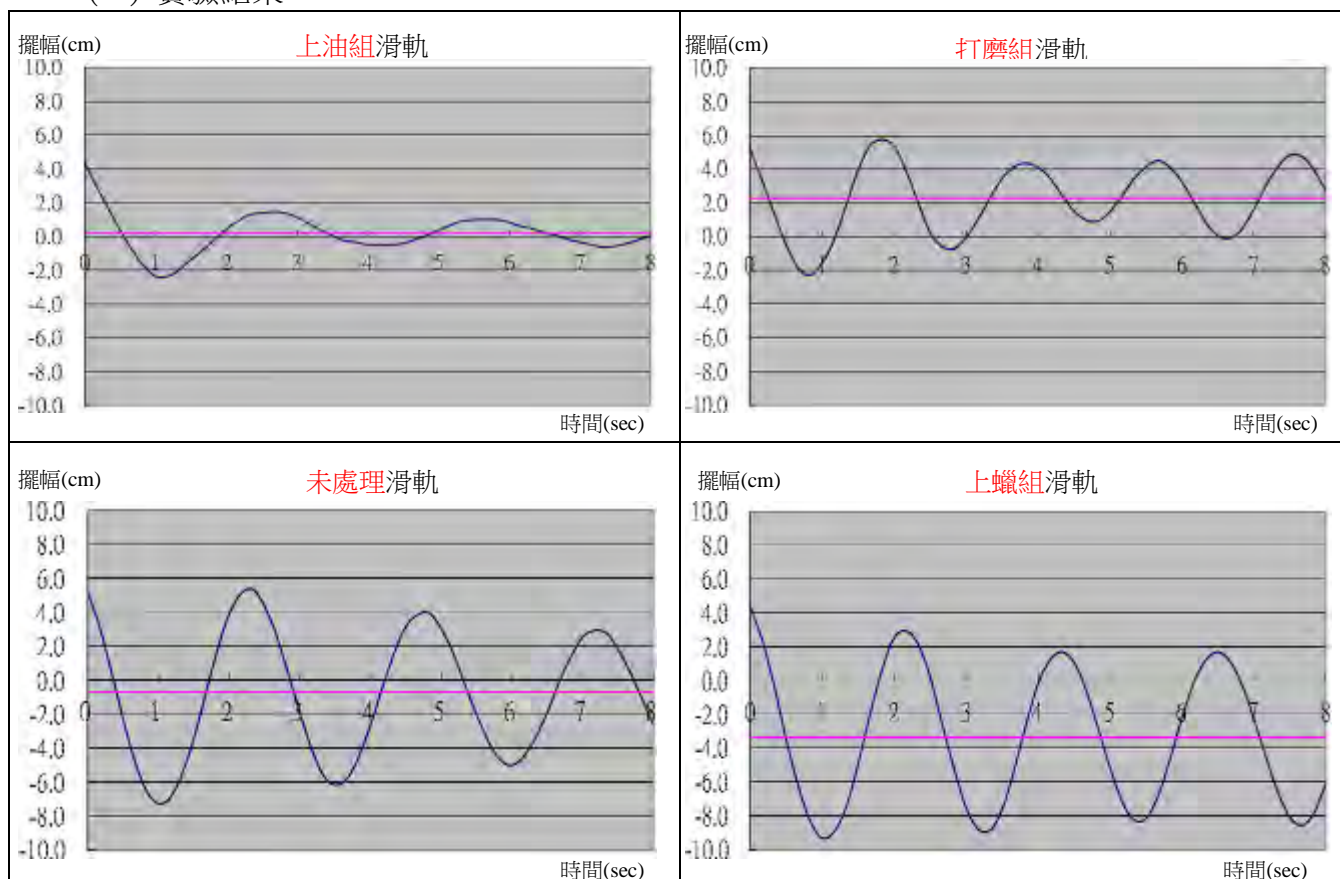
1. 平均週期： $S(0) \doteq S(2) \doteq S(4) \doteq S(6) \doteq S(8) \doteq S(10) \doteq S(12) \doteq S(14)$ ，大致同步(均為 2 秒)
2. 平均擺幅： $S(0) < S(2) < S(4) < S(6) < S(8) < S(10) < S(12) < S(14)$ ，隨初始距離遞增

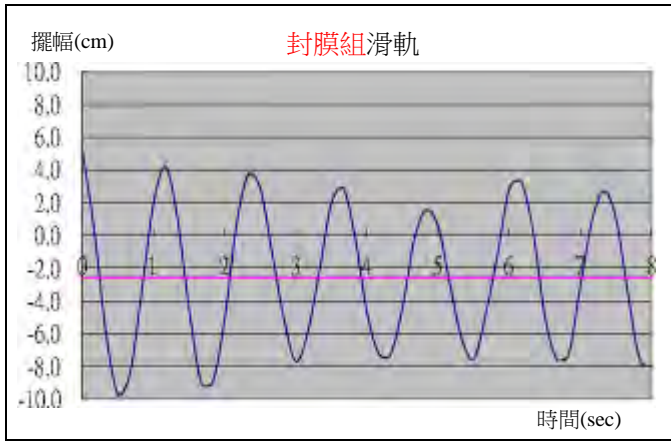
(二) 實驗探討：

1. 本結果說明：對於同一組桿擺而言，無論其初始位置如何，平均週期都是恆定的。換句話說，在大幅衰減前，隨處釋放的桿擺也可以像單擺一樣維持等週期性。
2. 比較各組運動曲線的切線斜率(黃色虛線)即可得知，初始位置愈偏離平衡位置，桿擺的振幅愈大，移動速度愈快，此運動特性和單擺、彈簧振子等自由振動模型是相同的。
3. 觀察 $S_0=0$ 組的擺動非常微小，我們懷疑這是桿擺接觸面處於「二力平衡」的結果——即兩邊作用力相等且相互抵消；而作用在桿擺與滾輪接觸面上的力，一是橫桿本身重量形成的「壓力」，二是接觸面上的「摩擦力」，這是我們後續探究非常重要的線索！

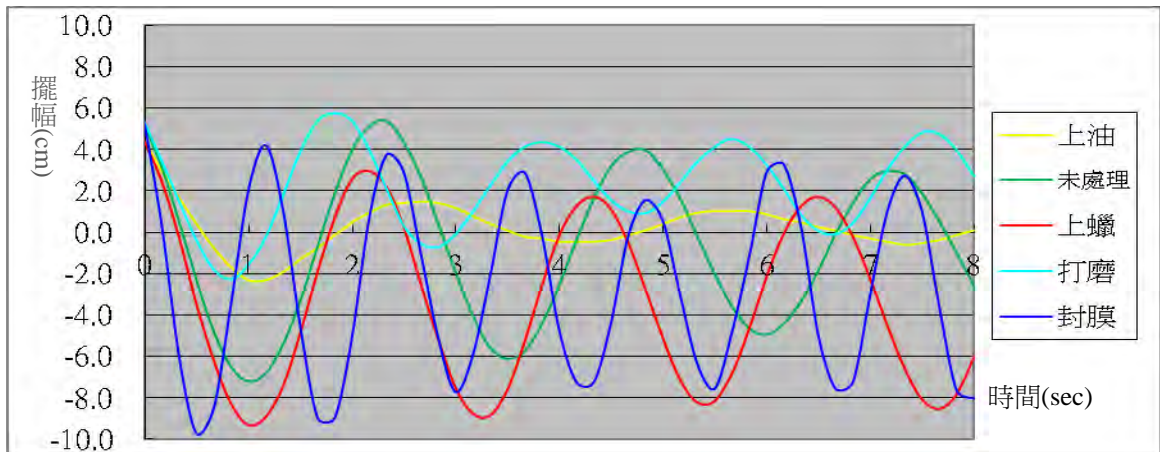
實驗三、不同接觸面表面性質對於桿擺運動之影響

(一) 實驗結果：

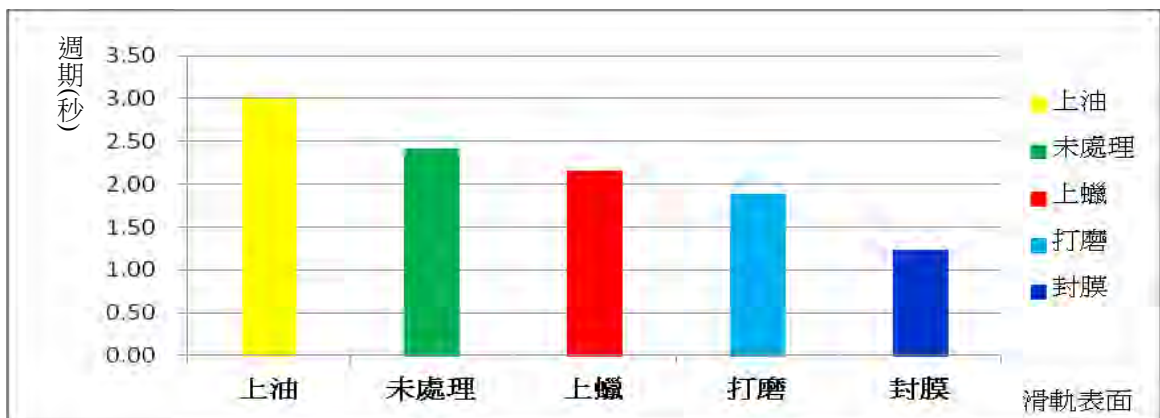




圖十九(a). 滑軌在不同表面處理後之擺幅-時間曲線



圖十九(b). 不同表面處理之擺幅-時間曲線疊合圖



圖十九(c). 不同表面處理之擺動週期

1. 各組的擺幅、週期均不一致。上油組週期長、擺幅微小；封膜組週期最短、擺幅較不穩定；上蠟組週期、擺幅則相對穩定。
2. 以平均週期而言：上油組 > 未處理組 > 上蠟組 > 打磨組 > 封膜組
3. 以平均擺幅而言：封膜組 \approx 上蠟組 \approx 未處理組 > 打磨組 > 上油組

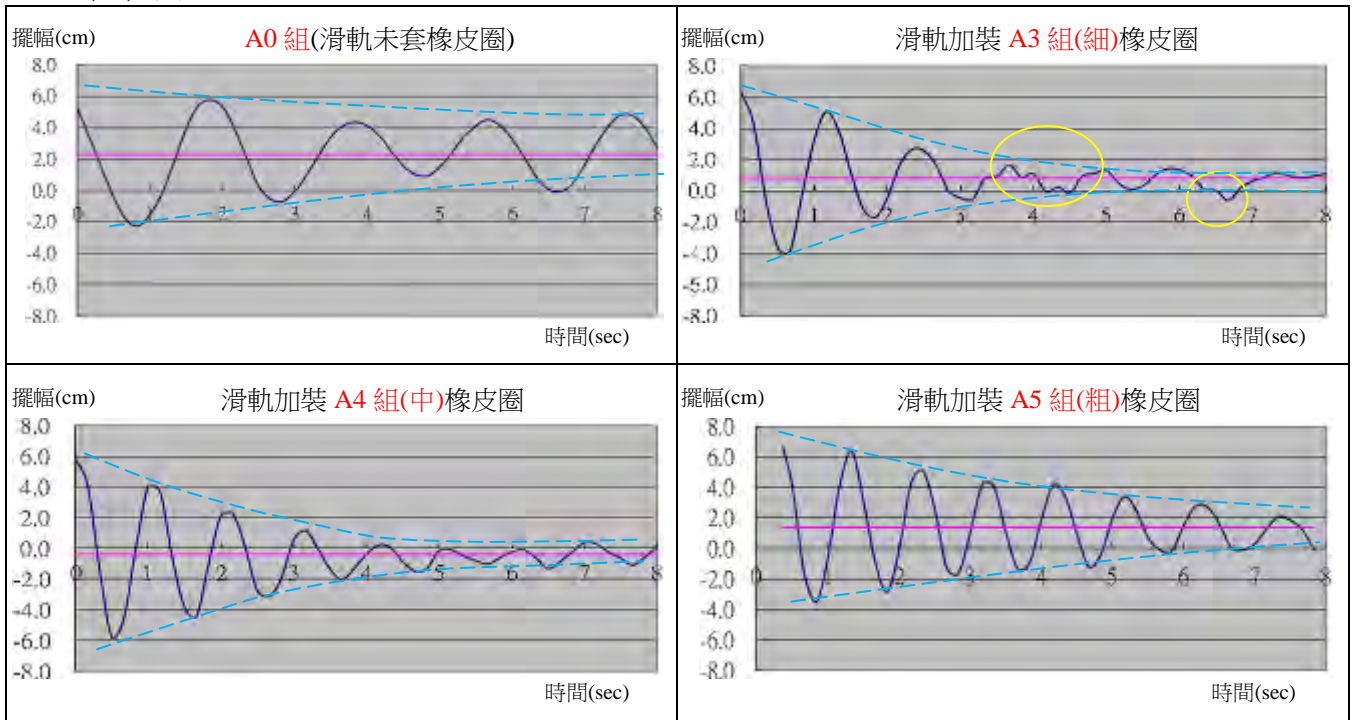
(二) 實驗探討：

1. 實驗發現：原本未做處理的滑軌在經過打磨、封膜、上油、上蠟處理之後，桿擺的運動模式就會呈現極大差異，證明桿擺的擺動與其接觸面的表面性質有直接關聯。
2. 觀察上油滾輪組週期明顯較長、且擺幅非常小，此點讓我們懷疑桿擺的運動模式很有可能取決於「摩擦力」的因素，必須進一步實驗確認。

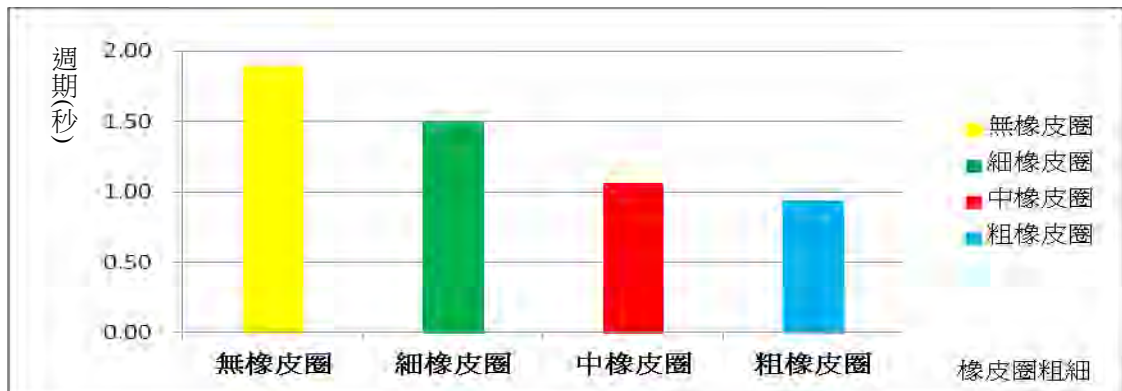
3. 封膜組的運動曲線讓我們感到有些訝異，膠膜同樣是光滑表面，週期卻異常的短，我們猜測這個現象可能和同類材質(例如：玻璃 - 玻璃、塑膠 - 塑膠)之間的黏滯因素有關。
4. 上蠟組、封膜組的平均位移和平衡點(0.0cm)有較大差距，這也可能是黏滯因素造成。

實驗四、摩擦受力面積對於桿擺運動之影響

(一) 實驗結果：



圖二十(a). 滑軌加裝不同粗細橡皮圈之擺幅-時間曲線



圖二十(b). 滑軌加裝不同粗細橡皮圈之擺動週期

1. 平均週期：A0 組(無橡皮圈) > A3 組(細橡皮圈) > A4 組(中橡皮圈) > A5 組(粗橡皮圈)
2. 平均擺幅：A0 組(無橡皮圈) > A5 組 > A4 組 > A3 組
3. 滑軌加裝了 A3 橡皮圈的桿擺在曲線中段有明顯的來回顫振現象；而加裝 A4、A5 橡皮圈的桿擺運動曲線則較為穩定，此與 A3 橡皮圈組的方型剖面、接觸面不夠平整有關。

(二) 實驗探討：

1. 在相同條件的滾輪滑軌上，加裝橡皮圈組的擺動頻率明顯高於無橡皮圈組；衰減速度也明顯比無橡皮圈組快。此點能證明：摩擦力隨接觸面積的增大而加速了桿擺的擺動頻率，但也同時增加了阻尼效果。
2. 阻尼效應會加速擺動能量的損耗(因摩擦產生熱能損失)而使得運動曲線快速收斂，這

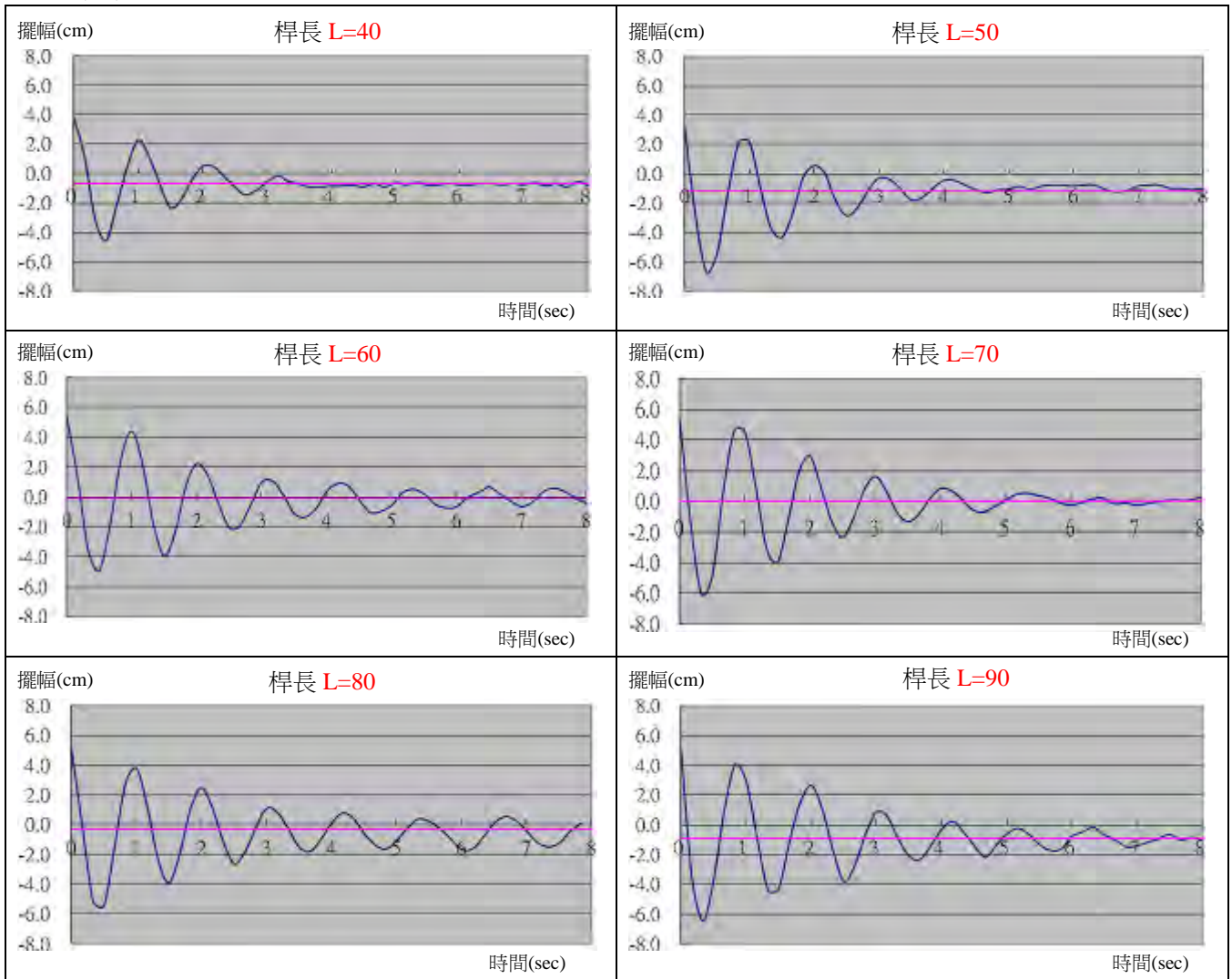
是加裝橡皮圈(重阻尼)組的平均振幅會小於無橡皮圈(輕阻尼)組的主要原因。

3. 既然加大阻尼會造成能量損耗，那麼，橡皮圈組的振幅為何會呈現 $A_5 > A_4 > A_3$ 的矛盾結果？唯一的合理解釋是--滑軌摩擦力在桿擺系統中既扮演激振者(供應能量)、又扮演阻尼器(損耗能量)的雙重角色；而兩角色之間的切換決定了頻率、振幅的大小。

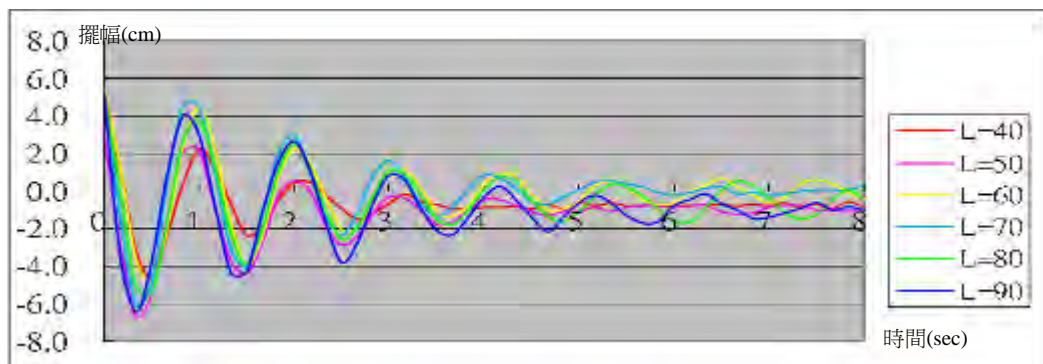
4. 後續實驗改採 A4 橡皮圈滑軌，可避免長時間拍攝，也有利於桿擺回復情形的觀察。

實驗五、不同的橫桿長度對於桿擺運動之影響

(一) 實驗結果：



圖二十一(a). 不同長度橫桿之擺幅-時間曲線圖



圖二十一(b). 不同長度橫桿之擺幅-時間曲線疊合圖

1. 平均週期： $L_{40} \doteq L_{50} \doteq L_{60} \doteq L_{70} \doteq L_{80} \doteq L_{90}$ (同步，均為 1.1 秒)
2. 平均擺幅： $L_{40} < L_{50} < L_{60} < L_{70} \doteq L_{80} \doteq L_{90}$

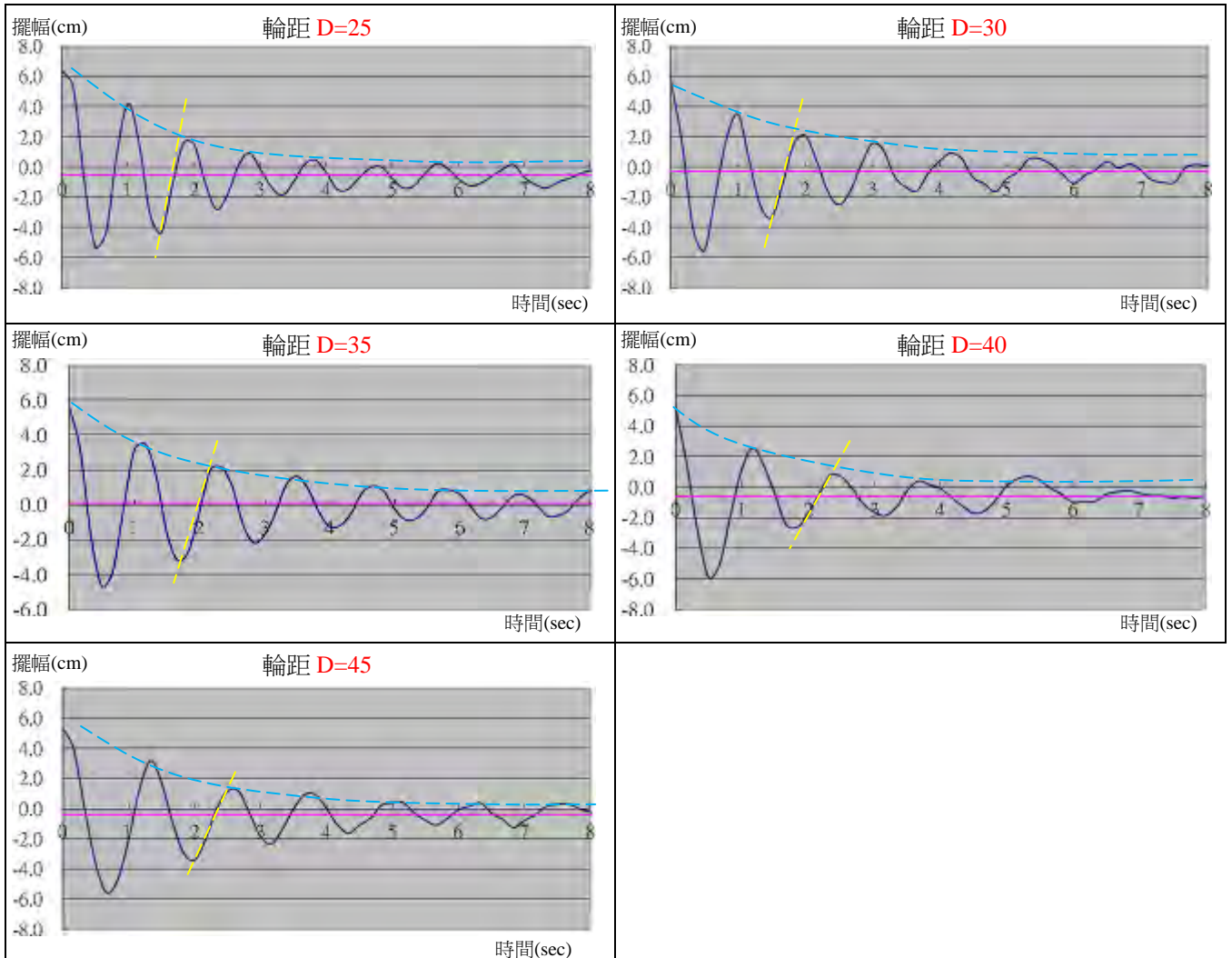
3. 衰減情形：桿長愈短，衰減愈快，尤其是 L40、L50 兩組最明顯

(二) 實驗探討：

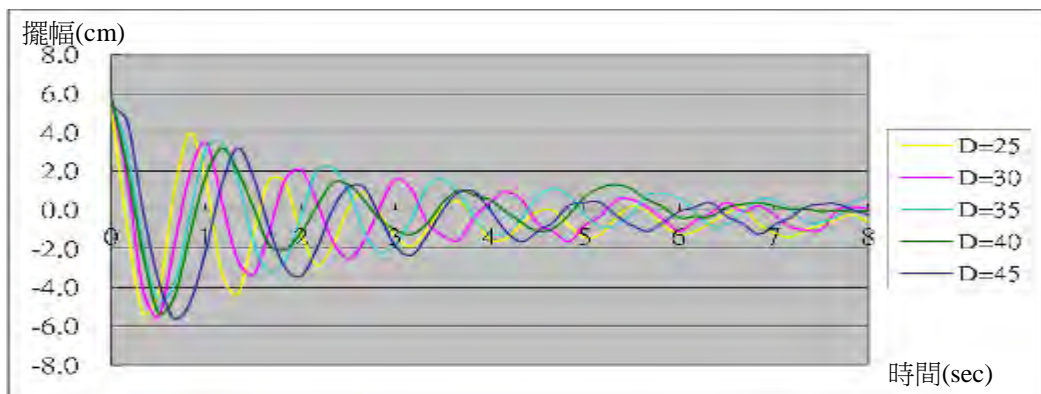
1. 不等長的橫桿在同樣配重到 90gw 的情況下，平均週期是一樣的，可推論：在大幅衰減前，等重的桿擺也具有等週期性，而且此週期與其長度無關（此特性恰與單擺相反）。
2. 桿擺的平均擺幅和橫桿長度是呈正相關的。桿長愈長，擺幅愈大。
3. 短桿組(L=40~50)擺幅衰減較大，顯示短桿有較快的回歸趨勢（趨中現象）。

實驗六、不同的滾輪距離對於桿擺運動之影響

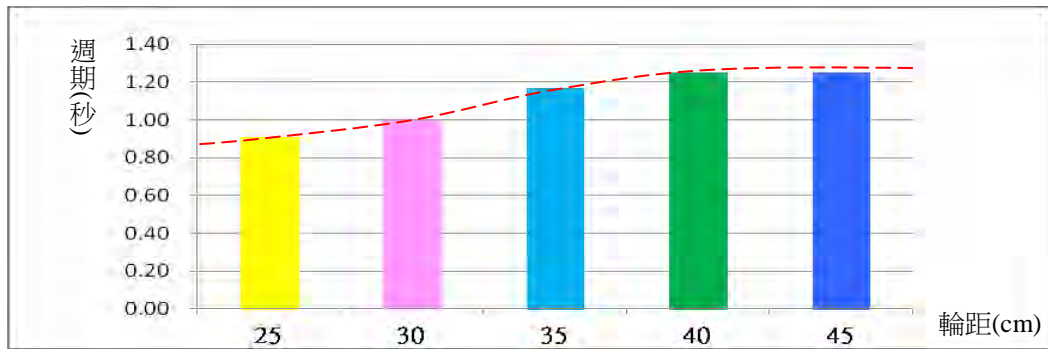
(一) 實驗結果：



圖二十二(a). 不同滾輪距離之擺幅-時間曲線



圖二十二(b). 不同滾輪距離之擺幅-時間曲線疊合圖



圖二十二(c). 滾輪距離—週期關係圖

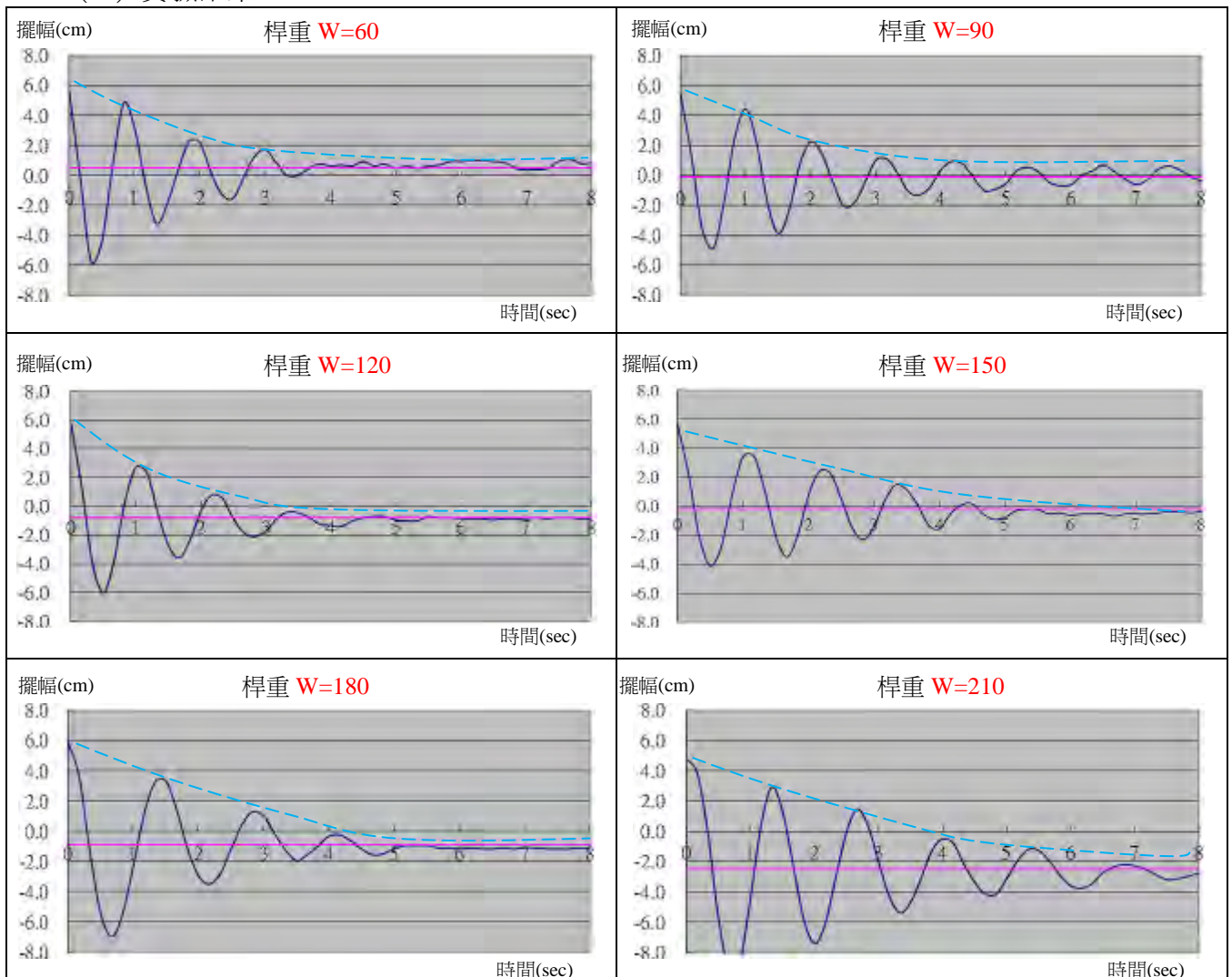
1. 平均週期： $D_{25}(0.91 \text{ 秒}) < D_{30}(1.00 \text{ 秒}) < D_{35}(1.17 \text{ 秒}) < D_{40}(1.25 \text{ 秒}) \approx D_{45}(1.25 \text{ 秒})$
2. 各組的平均擺幅並沒有明顯差異
3. 衰減情況也沒有明顯差異

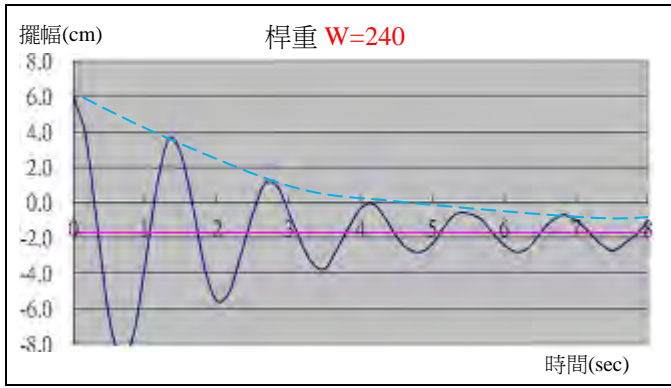
(二) 實驗探討：

1. 由實驗結果可得知：**輪距與平均週期呈正相關**；輪距愈大，週期愈長，擺動頻率越低。
但對於平均擺幅則沒有顯著的影響。
2. 關於各組桿擺動頻率之差異，我們猜測應與橫桿重心之移轉時程有關，如果是較長的輪距，自然要較久的時間才能完成一次移轉，而這也是造成長輪距組擺動週期落後的原因。

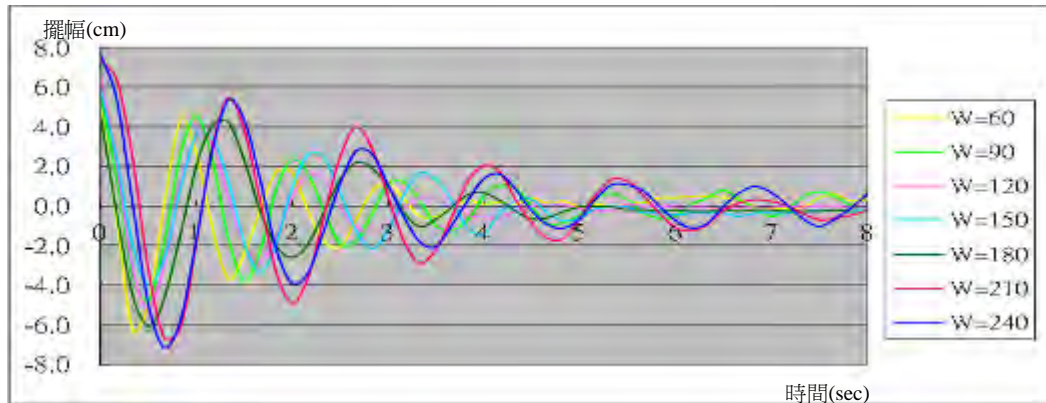
實驗七、不同的橫桿重量對於桿擺運動之影響

(一) 實驗結果：

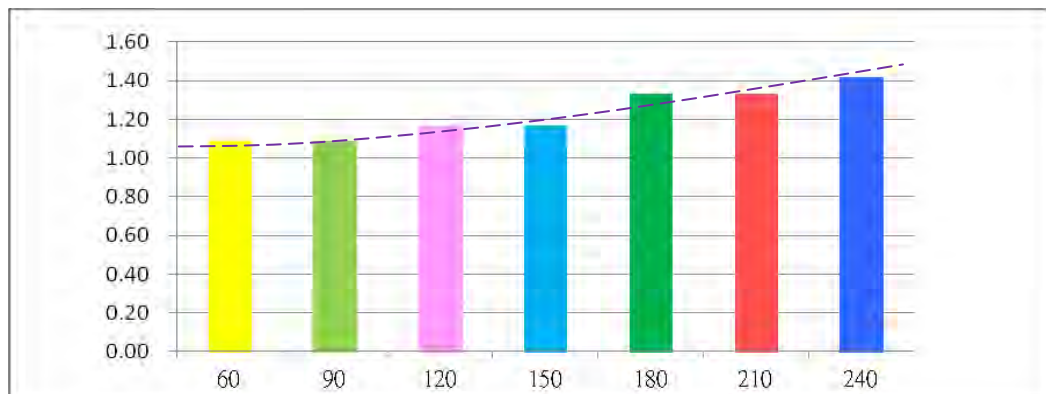




圖二十三(a). 不同重量橫桿之擺幅-時間曲線圖



圖二十三(b). 不同重量橫桿之擺幅-時間曲線疊合圖



圖二十三(c). 橫桿重量—擺動週期關係圖

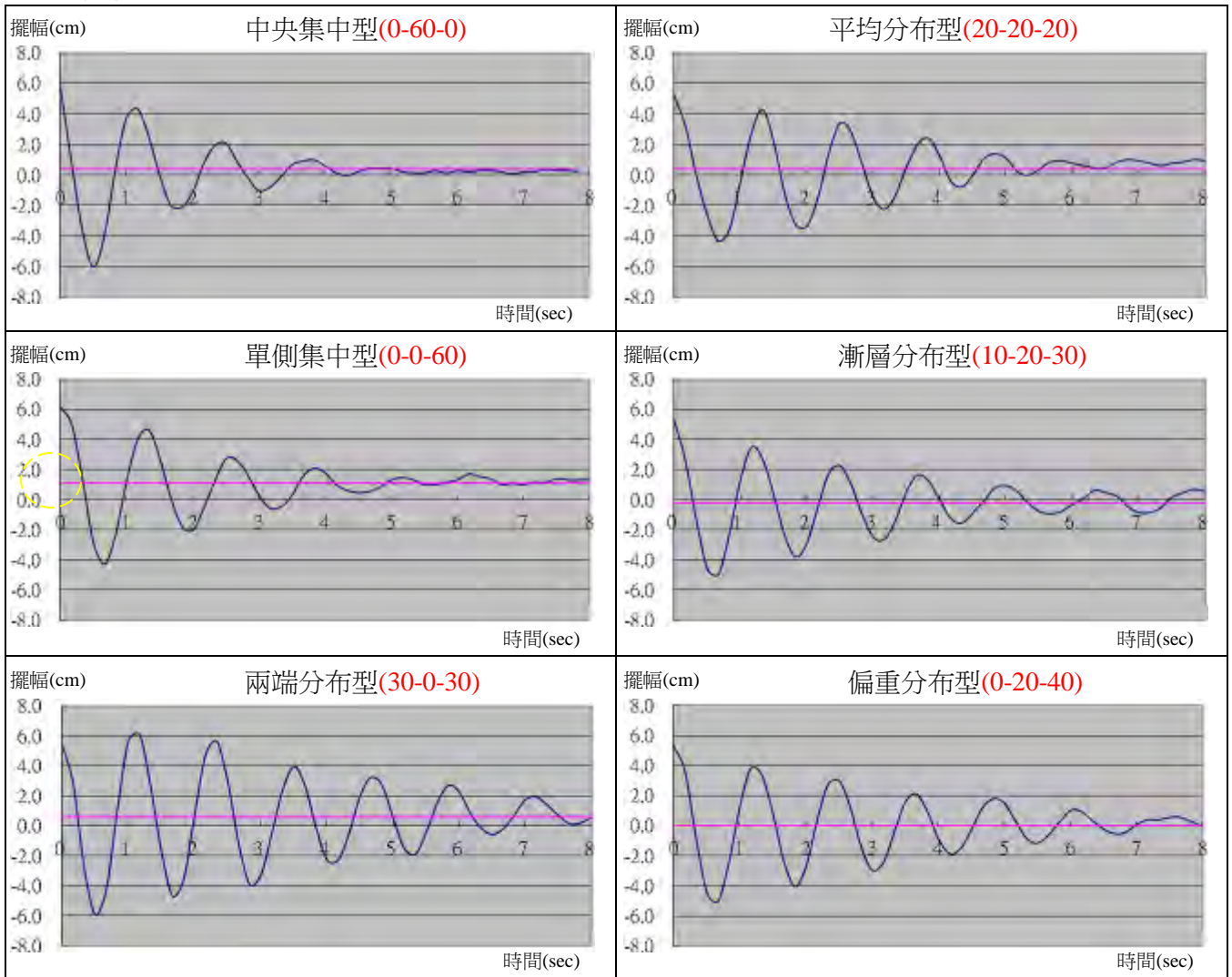
1. 綜合上列圖表可看出：**平均週期、平均擺幅都與桿重呈正相關**。桿重加重，平均週期及平均擺幅都有增大趨勢。
2. **輕桿組的衰減幅度較大；重桿組的衰減幅度較小**。

(二) 實驗探討：

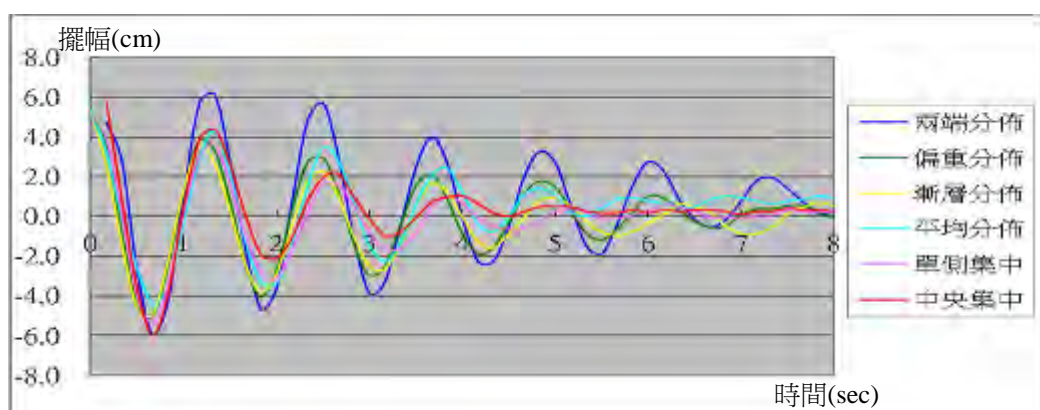
1. 從摩擦力的觀點來看，桿擺摩擦受力的大小正比於桿擺的重量，由於桿擺接收的激振能量來自摩擦力，因此，重桿組的擺幅會略大於輕桿組。
2. 從擺幅的衰減情形也可看出：重桿組須要較長的時間才能回復到平衡位置。推論其原因，重桿組除了磨擦力的相對增加之外，較大的慣性力也是造成擺動週期延滯的重要因素。而慣性力也與桿身的質量成正比例的關係。
3. 雖然桿重以倍數方式加重，但是平均週期的增率並沒有隨著倍數成長；也就是說，**平均週期與桿重雖有關聯，但並不是單純的直線比例關係**。

實驗八、不同的橫桿重心分布對於桿擺運動之影響

(一) 實驗結果：



圖二十四(a). 不同重心分布之橫桿擺幅-時間曲線圖



圖二十四(b). 不同重心分布之橫桿擺幅-時間曲線疊合圖

1. 若從圖二十四.(a)的曲線圖來進行比對，會發現圖表右側欄位這三種分布型的曲線幾乎雷同，而這三種分布型式都是把 20gw 的砝碼置中。左側欄位的曲線以兩種集中型最為相似，兩端分布型則自成一格。
2. 平均週期：各組平均週期均維持在 1.25 秒左右，並沒有明顯差異。
3. 平均擺幅分析：兩端分布型(5.1 cm) > 偏重分布型 (3.5cm) > 平均分布型 (3.4cm) > 漸層

分布型 (3.1cm) > 中央集中型(2.8cm) > 單側集中型(2.7cm)。其中以兩端分布型、中央集中型、單側集中型三者差異最大

4. 平均衰減率分析: 中央集中(0.56) > 單側集中(0.46) > 漸層分布(0.3) > 平均分布(0.26) > 偏重分布(0.24) > 兩端分布(0.18)。其中同樣以兩端分布型、中央集中型、單側集中型三者差異最大

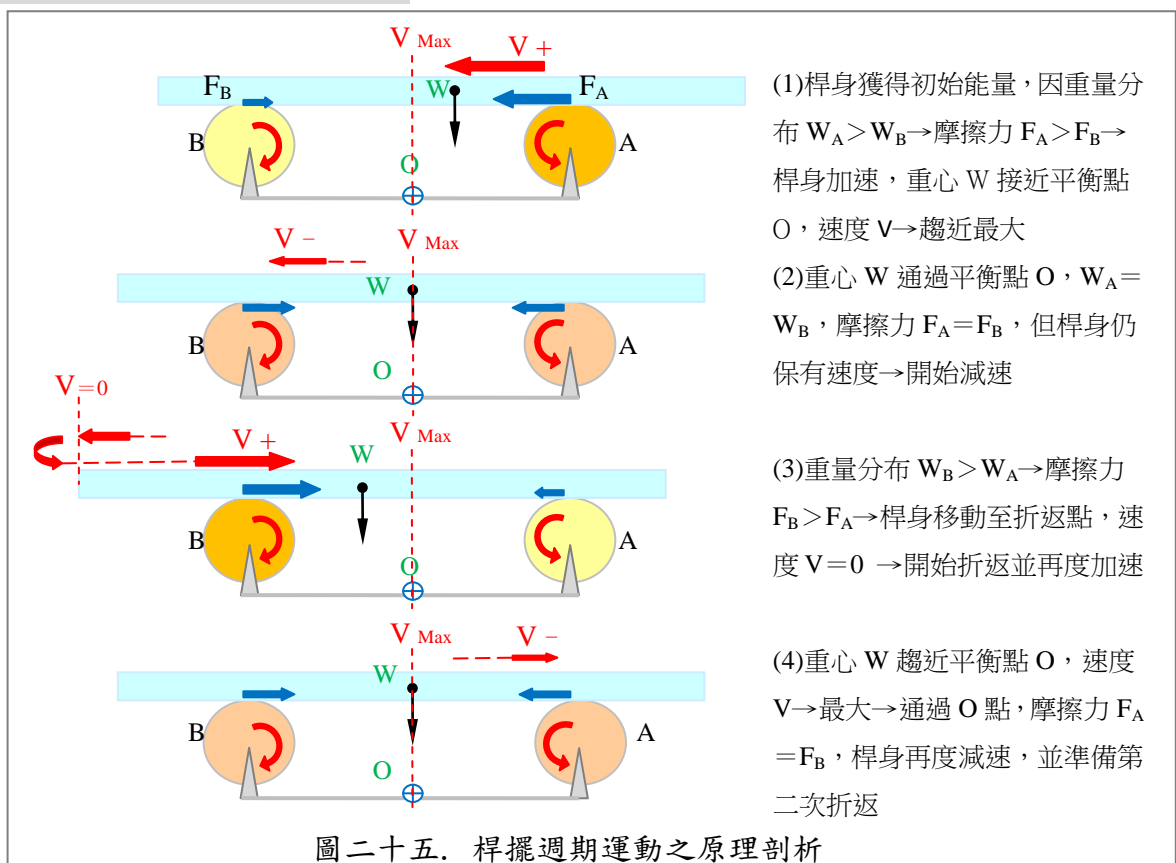
5. 觀察圖二十四.(a)的各組曲線收斂情形可發現: 六種分布型態都有明顯的「趨中特性」。也就是無論橫桿如何擺盪, 它的重心點最終都會回歸到平衡點(零點)附近 (見圖示各組粉紅色基準線; 單側集中型偏移量稍大, 黃圈處所示誤差約 1cm, 誤差率為 1/90)。

(二) 實驗探討:

1. 由平均週期來看, 即使橫桿的重心分布型態不同, 但因總重量不變, 各組平均週期都沒有顯著差異, 此結果與我們在實驗五的推論—「在大幅衰減前, 等重的桿擺具有等週期性」是吻合的。
2. 綜合平均擺幅與平均衰減率兩項數據來看, 兩端分布型、中央集中型、單側集中型三種型態都是極端值, 證明: 桿擺的擺幅、衰減率和橫桿的重心配置具有高度關聯性。
3. 在適度阻尼的情形下, 無論桿擺重心如何分布, 均有自動回復到平衡位置的趨中特性, 且其重心點最終恰與平衡點吻合。此點也可證明: 桿擺是一種能夠自動尋找不均勻桿狀物體重心的裝置。

陸、討論

- 一. 綜合各項實驗的結果, 我們可以推論: 桿擺的初始能量是來自於兩滾輪接觸面上的「摩擦力差」。而由「摩擦力=摩擦係數×正向力」的定義可知: 此「摩擦力差」是橫桿本身重量施加在兩滾輪上的「壓力差」所造成。因此, 我們可將桿擺的運作方式歸納如下圖:



- 二. 桿擺維持週期運動的機制，在於兩滾輪摩擦力之間的「動態平衡」。就好比彈簧振子是藉由自身的回復力和振子重力來維持它的往復運動一樣，桿擺是藉著接觸面之間的摩擦力以及摩擦所產生的阻尼力來維持它的往復運動。
- 三. 桿擺運動的「動能一位能」轉換過程和單擺、彈簧振子是一樣的。
- 四. 分析桿擺運動的基本原理，不難發現它和「兩支點平移法」之間的關聯性。桿擺運動其實就是「動態版支點平移法」的延伸應用。而我們也可以利用它的「重心點趨中特性」，將它應用在不均勻桿狀物體(例如：釣具、球棒、撞球桿、高爾夫球桿)的重心檢測。
- 五. 總結我們的實驗結果，將影響桿擺運動模式的各項變因表列如下：

實驗變因	輪速	初始位置	接觸表面	摩擦受力	桿長	輪距	桿重	重心分布
平均週期	✓		✓	✓		✓	✓	
平均擺幅		✓	✓	✓	✓		✓	✓
衰減率	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓

- 六. 由於桿擺是一種受迫振動系統，從以上的變因分析表就可看出，桿擺運動涉及的變因比自由振動系統的單擺、彈簧振子複雜許多。
- 七. 由於桿擺的擺動週期與其自身重量有關，而與桿長無關，所以桿擺在變因屬性上比較接近彈簧振子，而非單擺。
- 八. 由實驗二可知：若一開始便將橫桿擺放在平衡點上，使得初始偏移為 0，要讓桿擺乖乖的「定」在平衡點上並非是不可能的，但要達到這樣完美的「二力平衡」狀態，除了擺放位置要夠精準外，還必須滿足兩滾輪之間的平衡因素，包括滾輪的同步、真圓度、平整度…等條件。
- 九. 實驗中我們所面臨的限制來自兩方面：一是桿擺的變因控制範圍小，不像單擺的擺繩長度或是彈簧的振子重量那樣可以隨心所欲的大幅度調整；它必須考量到小馬達的驅動力、轉速精確度、滾輪的荷重能力、以及材料取得…等諸多因素，以致反應變項(由其是擺幅)的應變量微小，資料分析會較為困難；。二是受限於應用軟體的性能，無法維持長時間的軌跡點取樣。以上兩點或多或少都會影響實驗的客觀性，而這也是我們必須加以克服、改進之處。

柒、結論

- 一. 桿擺形式上是一種阻尼受迫運動，它可以藉由實驗的適當操弄來呈現無擺動、輕阻尼擺動、重阻尼擺動、甚至類似無阻尼擺動等多種運動模式。
- 二. 桿擺本質上就是一種「摩擦擺」，摩擦力對於桿擺而言，即是激振源，又是阻尼。其往復運動就是藉由摩擦力的「激振—阻尼」轉換機制來達成。
- 三. 桿擺的初始能量是來自於兩滾輪接觸面上的「摩擦力差」。而此「摩擦力差」則是橫桿本身重量施加在滾輪上的「壓力差」所引起。
- 四. 桿擺的往復運動在擺動軌跡的兩端點處速度為 0，而在平衡位置(運動軌跡中點)速度達到最大，「位能—動能」的轉換過程和與單擺、彈簧振子是相同的。
- 五. 提升滾輪轉速可使桿擺擺動的頻率微幅增加，但與平均擺幅大小無直接關聯。
- 六. 和單擺一樣，桿擺的平均擺幅正比於其釋放位置與平衡點之間的初始距離。且對於同一組桿

擺而言，無論其初始位置如何，平均週期都是維持恆定的。

- 七. 桿擺的擺動週期、振幅都與其接觸面的表面性質 (尤其是摩擦作用力) 有直接關聯。
- 八. 摩擦力的增大會提升桿擺的擺動頻率，但也會同時增加桿擺的阻尼效果，造成能量損失。
- 九. 桿擺的平均擺幅和橫桿長度呈正相關。
- 十. 等重的桿擺平均週期是固定的，而且此週期與其長度無關。
- 十一. 滾輪距離與平均週期呈正相關，但對平均擺幅影響不大。
- 十二. 平均週期、平均擺幅都與桿重呈正相關，且輕桿組的衰減比重桿組快。
- 十三. 重心的分布型態與桿擺的平均週期無關，但與平均擺幅和平均衰減率有關。
- 十四. 桿擺是一種能夠自動尋找不均勻桿狀物體重心的裝置，可廣泛應用在球棒、球桿、釣竿等製造流程上。

捌、參考資料及其他

- 一、王美芬 (民 98、2)。第一單元：時間的測量。國小自然與生活科技(四下)。康軒文教事業。
- 二、後藤道夫 (民 91) 77 個不可思議的科學魔術。方智叢書。
- 三、朗道·羅茨基 (民 80)。白話物理學。凡異出版社。
- 四、李為模 (2006. 12.)。桿擺。興華科學教育網。2012 年 9 月 5 日，取自：
http://se.risechina.org/tjhd/tjzy/jcx/200612/433_2.html
- 五、振動 (2013 年 2 月 19 日)。維基百科。2012 年 12 月 14 日，取自：
<http://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=振動&oldid=25075157>
- 六、簡諧運動 (2013 年 3 月 10 日)。維基百科。2012 年 12 月 14 日，取自：
<http://zh.wikipedia.org/zh-tw/簡諧運動>
- 七、尋找重心 (2011 年 8 月 2 日) 科學玩具柑仔店(Darling の優)，取自：
<http://tw.myblog.yahoo.com/jw!IEuTLXWFERs3eYDAO7jiVVmubQ--/article?mid=6103>

二. 初始位置實驗

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A. Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.0000 324.260
0.1667 324.279
0.3333 324.281
0.5000 324.280
0.6667 324.280
0.8333 324.279
1.0000 324.269
1.1667 321.270
1.3333 311.270
1.5000 311.270
1.6667 311.270
1.8333 311.270
2.0000 311.270
2.1667 311.270
2.3333 311.270
2.5000 311.270
2.6667 311.270
2.8333 311.270
3.0000 311.270
3.1667 311.270
3.3333 311.270
3.5000 311.270
3.6667 311.270
3.8333 311.270
4.0000 311.270
4.1667 311.270
4.3333 311.270
4.5000 311.270
4.6667 311.270
4.8333 311.270
5.0000 311.270
5.1667 311.270
5.3333 311.270
5.5000 311.270
5.6667 311.270
5.8333 311.270
6.0000 311.270
6.1667 311.270
6.3333 311.270
6.5000 311.270
6.6667 311.270
6.8333 311.270
7.0000 311.270
7.1667 311.270
7.3333 311.270
7.5000 311.270
7.6667 311.270
7.8333 311.270
8.0000 311.270

```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A. Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.0000 362.276
0.1667 363.276
0.3333 367.276
0.5000 363.275
0.6667 363.275
0.8333 363.275
1.0000 361.274
1.1667 360.266
1.3333 354.266
1.5000 342.266
1.6667 327.264
1.8333 313.266
2.0000 306.266
2.1667 313.267
2.3333 313.267
2.5000 344.269
2.6667 347.274
2.8333 374.274
3.0000 379.272
3.1667 377.274
3.3333 368.276
3.5000 357.276
3.6667 347.275
3.8333 342.275
4.0000 342.273
4.1667 342.273
4.3333 350.273
4.5000 355.274
4.6667 362.275
4.8333 369.275
5.0000 370.275
5.1667 356.273
5.3333 351.273
5.5000 346.273
5.6667 342.273
5.8333 340.273
5.9999 341.273
6.0000 344.270
6.1667 344.270
6.3333 343.270
6.5000 353.274
6.6667 353.274
6.8333 350.274
6.9999 350.274
7.0000 346.273
7.1667 346.273
7.3333 343.271
7.5000 341.271
7.6667 341.271

```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A. Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.297269
0.1667 395.289
0.3333 394.289
0.5000 395.288
0.6667 392.287
0.8333 376.289
1.0000 352.282
1.1667 323.282
1.3333 297.281
1.5000 287.282
1.6667 294.282
1.8333 314.281
2.0000 343.282
2.1667 373.282
2.3333 400.282
2.5000 412.283
2.6667 384.282
2.8333 389.284
3.0000 360.284
3.1667 343.282
3.3333 304.282
3.5000 290.282
3.6667 407.284
3.8333 310.283
4.0000 325.284
4.1667 352.282
4.3333 391.281
4.5000 386.283
4.6667 373.284
4.8333 373.284
5.0000 335.284
5.1667 333.284
5.3333 315.283
5.5000 300.281
5.6667 320.281
5.8333 341.281
5.9999 341.281
6.0000 353.281
6.1667 353.281
6.3333 366.284
6.5000 366.284
6.6667 370.283
6.8333 390.284
6.9999 390.284
7.0000 338.283
7.1667 338.283
7.3333 321.283
7.5000 311.283
7.6667 311.283
7.8333 311.283

```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A. Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.443264
0.1667 421.263
0.3333 421.263
0.5000 421.264
0.6667 421.264
0.8333 421.264
1.0000 419.263
1.1667 402.263
1.3333 387.263
1.5000 382.263
1.6667 382.263
1.8333 382.263
2.0000 382.263
2.1667 382.263
2.3333 382.263
2.5000 382.263
2.6667 382.263
2.8333 382.263
3.0000 382.263
3.1667 382.263
3.3333 382.263
3.5000 382.263
3.6667 382.263
3.8333 382.263
4.0000 382.263
4.1667 382.263
4.3333 382.263
4.5000 382.263
4.6667 382.263
4.8333 382.263
4.9999 382.263
5.0000 382.263
5.1667 382.263
5.3333 382.263
5.5000 382.263
5.6667 382.263
5.8333 382.263
5.9999 382.263
6.0000 382.263
6.1667 382.263
6.3333 382.263
6.5000 382.263
6.6667 382.263
6.8333 382.263
6.9999 382.263
7.0000 382.263
7.1667 382.263
7.3333 382.263
7.5000 382.263
7.6667 382.263
7.8333 382.263
8.0000 382.263

```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A. Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.443264
0.1667 443.251
0.3333 443.251
0.5000 433.244
0.6667 396.250
0.8333 340.263
1.0000 283.253
1.1667 234.263
1.3333 234.263
1.5000 245.254
1.6667 250.254
1.8333 250.254
2.0000 286.253
2.1667 309.253
2.3333 447.257
2.5000 438.257
2.6667 409.256
2.8333 357.256
3.0000 357.256
3.1667 363.254
3.3333 324.255
3.5000 324.255
3.6667 324.255
3.8333 324.255
4.0000 324.255
4.1667 324.255
4.3333 324.255
4.5000 324.255
4.6667 324.255
4.8333 324.255
4.9999 311.266
5.0000 311.266
5.1667 327.264
5.3333 327.264
5.5000 356.265
5.6667 381.264
5.8333 381.264
5.9999 358.265
6.0000 358.265
6.1667 407.264
6.3333 407.264
6.5000 403.265
6.6667 403.265
6.8333 350.265
6.9999 350.265
7.0000 350.265
7.1667 350.265
7.3333 350.265
7.5000 350.265
7.6667 350.265
7.8333 350.265
8.0000 350.265

```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A. Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.472249
0.1667 472.280
0.3333 472.280
0.5000 472.280
0.6667 464.281
0.8333 371.281
1.0000 360.280
1.1667 366.280
1.3333 371.281
1.5000 370.280
1.6667 371.281
1.8333 371.281
2.0000 371.281
2.1667 371.281
2.3333 423.283
2.5000 450.283
2.6667 447.283
2.8333 413.283
3.0000 366.283
3.1667 366.283
3.3333 366.283
3.5000 366.283
3.6667 366.283
3.8333 366.283
4.0000 371.283
4.1667 373.283
4.3333 446.283
4.5000 446.283
4.6667 429.283
4.8333 397.283
4.9999 347.283
5.0000 347.283
5.1667 395.283
5.3333 395.283
5.5000 395.283
5.6667 395.283
5.8333 395.283
5.9999 395.283
6.0000 395.283
6.1667 395.283
6.3333 395.283
6.5000 395.283
6.6667 395.283
6.8333 395.283
6.9999 395.283
7.0000 395.283
7.1667 395.283
7.3333 395.283
7.5000 395.283
7.6667 395.283
7.8333 395.283
8.0000 395.283

```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A. Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.489245
0.1667 462.247
0.3333 400.244
0.5000 324.247
0.6667 243.244
0.8333 199.246
1.0000 199.246
1.1667 200.250
1.3333 200.250
1.5000 200.250
1.6667 200.250
1.8333 200.250
2.0000 200.250
2.1667 200.250
2.3333 200.250
2.5000 200.250
2.6667 200.250
2.8333 200.250
3.0000 200.250
3.1667 200.250
3.3333 200.250
3.5000 200.250
3.6667 200.250
3.8333 200.250
4.0000 200.250
4.1667 200.250
4.3333 200.250
4.5000 200.250
4.6667 200.250
4.8333 200.250
4.9999 200.250
5.0000 200.250
5.1667 200.250
5.3333 200.250
5.5000 200.250
5.6667 200.250
5.8333 200.250
5.9999 200.250
6.0000 200.250
6.1667 200.250
6.3333 200.250
6.5000 200.250
6.6667 200.250
6.8333 200.250
6.9999 200.250
7.0000 200.250
7.1667 200.250
7.3333 200.250
7.5000 200.250
7.6667 200.250
7.8333 200.250
8.0000 200.250

```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A. Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.402254
0.1667 321.253
0.3333 342.254
0.5000 191.254
0.6667 181.254
0.8333 201.250
1.0000 201.250
1.1667 201.250
1.3333 443.254
1.5000 473.254
1.6667 473.254
1.8333 443.254
2.0000 382.253
2.1667 310.253
2.3333 247.253
2.5000 210.253
2.6667 208.256
2.8333 348.256
3.0000 348.256
3.1667 364.256
3.3333 447.257
3.5000 447.257
3.6667 469.258
3.8333 447.257
4.0000 469.258
4.1667 447.257
4.3333 447.257
4.5000 447.257
4.6667 447.257
4.8333 447.257
4.9999 447.257
5.0000 447.257
5.1667 447.257
5.3333 447.257
5.5000 447.257
5.6667 447.257
5.8333 447.257
5.9999 447.257
6.0000 447.257
6.1667 447.257
6.3333 447.257
6.5000 447.257
6.6667 447.257
6.8333 447.257
6.9999 447.257
7.0000 447.257
7.1667 447.257
7.3333 447.257
7.5000 447.257
7.6667 447.257
7.8333 447.257
8.0000 447.257

```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A. Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.402254
0.1667 321.253
0.3333 342.254
0.5000 191.254
0.6667 181.254
0.8333 201.250
1.0000 201.250
1.1667 201.250
1.3333 443.254
1.5000 473.254
1.6667 473.254
1.8333 443.254
2.0000 382.253
2.1667 310.253
2.3333 247.253
2.5000 210.253
2.6667 208.256
2.8333 348.256
3.0000 348.256
3.1667 364.256
3.3333 447.257
3.5000 447.257
3.6667 469.258
3.8333 447.257
4.0000 469.258
4.1667 447.257
4.3333 447.257
4.5000 447.257
4.6667 447.257
4.8333 447.257
4.9999 447.257
5.0000 447.257
5.1667 447.257
5.3333 447.257
5.5000 447.257
5.6667 447.257
5.8333 447.257
5.9999 447.257
6.0000 447.257
6.1667 447.257
6.3333 447.257
6.5000 447.257
6.6667 447.257
6.8333 447.257
6.9999 447.257
7.0000 447.257
7.1667 447.257
7.3333 447.257
7.5000 447.257
7.6667 447.257
7.8333 447.257
8.0000 447.257

```

三. 接觸面表面性質實驗

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s), X (pixel), Y (pixel)
0.377 240
0.1667 359 258
0.3333 340 249
0.5000 326 237
0.6667 311 225
0.8333 299 213
1.0000 291 204
1.1667 291 204
1.3333 296 214
1.5000 304 227
1.6667 311 236
1.8333 310 244
2.0000 327 257
2.1666 334 266
2.3333 338 275
2.5000 339 285
2.6666 340 294
2.8333 340 304
3.0000 340 314
3.1666 340 324
3.3333 340 334
3.5000 340 344
3.6666 340 354
3.8333 340 364
4.0000 340 374
4.1666 340 384
4.3333 340 394
4.5000 340 404
4.6666 340 414
4.8333 340 424
5.0000 340 434
5.1666 340 444
5.3333 340 454
5.5000 340 464
5.6666 340 474
5.8333 340 484
6.0000 340 494
6.1666 340 504
6.3333 340 514
6.5000 340 524
6.6666 340 534
6.8333 340 544
7.0000 340 554
    
```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s), X (pixel), Y (pixel)
0.377 249
0.1667 354 249
0.3333 319 249
0.5000 278 252
0.6667 243 251
0.8333 216 251
1.0000 200 250
1.1667 209 248
1.3333 207 250
1.5000 260 249
1.6667 298 252
1.8333 332 252
2.0000 356 252
2.1666 361 254
2.3333 351 253
2.5000 326 254
2.6666 290 254
2.8333 256 254
3.0000 226 254
3.1666 210 254
3.3333 209 254
3.5000 205 254
3.6666 205 254
3.8333 200 253
4.0000 221 253
4.1666 239 253
4.3333 245 253
4.5000 237 254
4.6666 216 256
4.8333 197 254
5.0000 180 254
5.1666 165 252
5.3333 171 251
5.5000 186 251
5.6666 205 251
5.8333 221 251
6.0000 234 251
6.1666 245 251
6.3333 251 251
6.5000 255 251
6.6666 255 251
6.8333 255 251
7.0000 245 253
    
```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s), X (pixel), Y (pixel)
0.377 246
0.1667 373 241
0.3333 346 237
0.5000 324 231
0.6667 306 225
0.8333 300 225
1.0000 305 227
1.1667 326 228
1.3333 349 227
1.5000 379 227
1.6667 399 228
1.8333 413 227
2.0000 398 228
2.1666 380 228
2.3333 366 227
2.5000 333 226
2.6666 322 227
2.8333 317 227
3.0000 328 226
3.1666 349 226
3.3333 366 226
3.5000 373 226
3.6666 385 226
3.8333 395 226
4.0000 382 227
4.1666 374 226
4.3333 361 226
4.5000 349 226
4.6666 342 226
4.8333 341 226
5.0000 348 226
5.1666 348 226
5.3333 343 226
5.5000 337 226
5.6666 337 226
5.8333 332 226
6.0000 326 226
6.1666 326 226
6.3333 326 226
6.5000 326 226
6.6666 326 226
6.8333 326 226
7.0000 326 226
    
```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s), X (pixel), Y (pixel)
0.377 246
0.1667 369 257
0.3333 330 253
0.5000 290 253
0.6667 250 253
0.8333 215 253
1.0000 180 253
1.1667 141 253
1.3333 100 253
1.5000 60 253
1.6667 20 253
1.8333 20 253
2.0000 20 253
2.1666 20 253
2.3333 20 253
2.5000 20 253
2.6666 20 253
2.8333 20 253
3.0000 20 253
3.1666 20 253
3.3333 20 253
3.5000 20 253
3.6666 20 253
3.8333 20 253
4.0000 20 253
4.1666 20 253
4.3333 20 253
4.5000 20 253
4.6666 20 253
4.8333 20 253
5.0000 20 253
5.1666 20 253
5.3333 20 253
5.5000 20 253
5.6666 20 253
5.8333 20 253
6.0000 20 253
6.1666 20 253
6.3333 20 253
6.5000 20 253
6.6666 20 253
6.8333 20 253
7.0000 20 253
    
```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s), X (pixel), Y (pixel)
0.408 257
0.1667 344 261
0.3333 263 258
0.5000 215 253
0.6666 200 258
0.8333 207 259
1.0000 217 261
1.1667 225 260
1.3333 233 260
1.5000 233 260
1.6667 236 260
1.8333 236 260
2.0000 276 260
2.1666 350 261
2.3333 378 262
2.5000 378 262
2.6666 375 261
2.8333 342 261
3.0000 342 261
3.1666 365 262
3.3333 314 258
3.5000 287 260
3.6666 278 260
3.8333 239 260
4.0000 248 260
4.1666 248 260
4.3333 248 260
4.5000 239 260
4.6666 239 260
4.8333 248 261
5.0000 248 261
5.1666 248 261
5.3333 248 261
5.5000 248 261
5.6666 248 261
5.8333 248 261
6.0000 248 261
6.1666 248 261
6.3333 248 261
6.5000 248 261
6.6666 248 261
6.8333 248 261
7.0000 248 261
    
```

四. 摩擦受力實驗

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s), X (pixel), Y (pixel)
0.401 255
0.1667 375 258
0.3333 347 253
0.5000 323 245
0.6667 300 237
0.8333 277 229
1.0000 262 225
1.1667 262 225
1.3333 265 225
1.5000 265 225
1.6667 265 225
1.8333 265 225
2.0000 265 225
2.1666 265 225
2.3333 265 225
2.5000 265 225
2.6666 265 225
2.8333 265 225
3.0000 265 225
3.1666 265 225
3.3333 265 225
3.5000 265 225
3.6666 265 225
3.8333 265 225
4.0000 265 225
4.1666 265 225
4.3333 265 225
4.5000 265 225
4.6666 265 225
4.8333 265 225
5.0000 265 225
5.1666 265 225
5.3333 265 225
5.5000 265 225
5.6666 265 225
5.8333 265 225
6.0000 265 225
6.1666 265 225
6.3333 265 225
6.5000 265 225
6.6666 265 225
6.8333 265 225
7.0000 265 225
    
```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s), X (pixel), Y (pixel)
0.415 247
0.1667 294 247
0.3333 223 245
0.5000 166 246
0.6667 121 245
0.8333 80 245
1.0000 41 245
1.1667 37 245
1.3333 33 245
1.5000 291 244
1.6667 283 245
1.8333 277 244
2.0000 267 245
2.1666 269 244
2.3333 249 244
2.5000 205 244
2.6666 200 244
2.8333 215 245
3.0000 247 245
3.1666 284 245
3.3333 340 245
3.5000 384 244
3.6666 414 246
3.8333 433 244
4.0000 433 244
4.1666 343 244
4.3333 341 244
4.5000 329 244
4.6666 321 244
4.8333 329 244
5.0000 328 243
5.1666 339 244
5.3333 350 244
5.5000 362 244
5.6666 366 244
5.8333 366 244
6.0000 366 244
6.1666 366 244
6.3333 366 244
6.5000 366 244
6.6666 366 244
6.8333 366 244
7.0000 341 245
    
```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s), X (pixel), Y (pixel)
0.267 406 249
0.5000 376 249
0.6667 366 249
0.8333 375 244
1.0000 313 246
1.1667 312 244
1.3333 304 244
1.5000 260 244
1.6667 266 244
1.8333 284 244
2.0000 319 246
2.1666 375 247
2.3333 336 246
2.5000 364 241
2.6666 396 246
2.8333 390 244
3.0000 390 244
3.1666 374 246
3.3333 372 244
3.5000 363 244
3.6666 363 244
3.8333 363 244
4.0000 345 244
4.1666 374 244
4.3333 374 244
4.5000 332 244
4.6666 305 244
4.8333 305 244
5.0000 345 244
5.1666 345 244
5.3333 345 244
5.5000 345 244
5.6666 345 244
5.8333 345 244
6.0000 345 244
6.1666 345 244
6.3333 345 244
6.5000 345 244
6.6666 345 244
6.8333 345 244
7.0000 345 244
    
```

五.長度實驗

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.278 337
0.1667 344 237
0.2333 388 248
0.5000 370 248
0.6667 300 248
0.8333 325 243
1.0000 356 244
1.1667 344 243
1.3333 330 243
1.5000 299 243
1.6667 306 244
1.8333 317 243
2.0000 335 243
2.1667 326 243
2.3333 310 243
2.5000 319 241
2.6667 314 242
2.8333 317 241
3.0000 320 241
3.1667 327 242
3.3333 319 241
3.5000 320 241
3.6667 317 241
3.8333 319 241
4.0000 318 240
4.1667 319 241
4.3333 319 241
4.5000 31 241
4.6667 317 241
4.8333 317 241
4.9999 319 241
5.1667 319 241
5.3333 319 241
5.5000 319 241
5.6667 319 241
5.8333 319 241
6.0000 319 241
6.1667 319 241
6.3333 319 241
6.5000 319 241
6.6667 317 240
6.8333 318 240
7.0000 318 240
7.1667 318 240
7.3333 318 240
7.5000 318 240
7.6667 318 240
7.8333 318 240
7.9999 318 240
    
```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.270 336
0.1667 344 238
0.2333 345 230
0.5000 341 238
0.6667 341 239
0.8333 356 239
1.0000 356 239
1.1667 319 239
1.3333 319 239
1.5000 325 230
1.6667 326 239
1.8333 318 239
2.0000 338 239
2.1667 331 239
2.3333 307 239
2.5000 325 239
2.6667 301 239
2.8333 316 230
3.0000 327 231
3.1667 316 230
3.3333 318 230
3.5000 325 239
3.6667 310 231
3.8333 318 230
4.0000 325 231
4.1667 321 230
4.3333 321 230
4.5000 31 230
4.6667 314 230
4.8333 317 230
4.9999 317 230
5.1667 320 231
5.3333 321 231
5.5000 321 231
5.6667 321 231
5.8333 316 230
6.0000 321 231
6.1667 321 231
6.3333 316 230
6.5000 318 230
6.6667 318 230
6.8333 318 230
7.0000 318 230
7.1667 318 230
7.3333 318 230
7.5000 318 230
7.6667 318 230
7.8333 318 230
7.9999 318 230
    
```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.297 340
0.1667 400 245
0.2333 346 245
0.5000 333 245
0.6667 344 244
0.8333 307 244
1.0000 363 244
1.1667 307 245
1.3333 306 244
1.5000 307 242
1.6667 300 243
1.8333 340 243
2.0000 340 243
2.1667 339 244
2.3333 345 243
2.5000 344 243
2.6667 304 243
2.8333 306 243
3.0000 324 243
3.1667 343 243
3.3333 313 243
3.5000 343 243
3.6667 316 243
3.8333 315 243
4.0000 320 243
4.1667 320 243
4.3333 342 243
4.5000 340 243
4.6667 340 243
4.8333 317 243
4.9999 344 243
5.1667 323 243
5.3333 344 243
5.5000 343 243
5.6667 344 243
5.8333 344 243
6.0000 344 243
6.1667 344 243
6.3333 344 243
6.5000 344 243
6.6667 344 243
6.8333 344 243
7.0000 344 243
7.1667 344 243
7.3333 344 243
7.5000 344 243
7.6667 344 243
7.8333 344 243
7.9999 344 243
8.0000 344 243
8.1667 344 243
8.3333 344 243
8.5000 344 243
8.6667 344 243
8.8333 344 243
8.9999 344 243
    
```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.298 339
0.1667 312 237
0.2333 253 234
0.5000 269 235
0.6667 339 235
0.8333 300 238
1.0000 369 241
1.1667 343 237
1.3333 291 236
1.5000 300 237
1.6667 316 237
1.8333 357 238
2.0000 367 241
2.1667 343 237
2.3333 314 236
2.5000 301 236
2.6667 317 236
2.8333 341 236
3.0000 352 236
3.1667 340 236
3.3333 322 236
3.5000 314 236
3.6667 320 237
3.8333 341 236
4.0000 342 237
4.1667 340 237
4.3333 333 237
4.5000 324 237
4.6667 322 235
4.8333 327 237
4.9999 332 236
5.1667 332 236
5.3333 338 236
5.5000 336 236
5.6667 336 236
5.8333 337 236
6.0000 337 236
6.1667 337 236
6.3333 337 236
6.5000 337 236
6.6667 337 236
6.8333 337 236
7.0000 337 236
7.1667 337 236
7.3333 337 236
7.5000 337 236
7.6667 337 236
7.8333 337 236
7.9999 337 236
    
```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.412 336
0.1667 397 240
0.2333 320 239
0.5000 285 237
0.6667 261 239
0.8333 313 239
1.0000 367 241
1.1667 380 240
1.3333 347 239
1.5000 301 238
1.6667 281 239
1.8333 306 239
2.0000 345 241
2.1667 363 240
2.3333 346 240
2.5000 317 239
2.6667 298 239
2.8333 307 240
3.0000 328 240
3.1667 345 239
3.3333 342 241
3.5000 328 241
3.6667 319 240
3.8333 308 241
4.0000 318 242
4.1667 332 241
4.3333 341 241
4.5000 337 241
4.6667 324 240
4.8333 314 241
4.9999 310 240
5.1667 321 240
5.3333 328 240
5.5000 326 240
5.6667 324 240
5.8333 328 241
6.0000 324 240
6.1667 310 240
6.3333 310 239
6.5000 332 240
6.6667 332 240
6.8333 338 240
7.0000 345 240
7.1667 326 240
7.3333 315 238
7.5000 315 240
7.6667 315 240
7.8333 320 240
7.9999 320 240
    
```

```

DataPoint v0.6
(c) 2001, G.A.Carlson/Kannah AS&E
Time (s) * (pixel), Y (pixel)
0.296 341
0.1667 396 241
0.2333 246 238
0.5000 283 241
0.6667 344 241
0.8333 333 241
1.0000 369 241
1.1667 320 239
1.3333 372 238
1.5000 276 239
1.6667 317 240
1.8333 351 240
2.0000 365 242
2.1667 345 240
2.3333 305 240
2.5000 292 238
2.6667 296 240
2.8333 323 240
3.0000 342 240
3.1667 338 241
3.3333 315 238
3.5000 304 239
3.6667 301 239
3.8333 313 239
4.0000 327 238
4.1667 324 240
4.3333 325 239
4.5000 313 239
4.6667 305 238
4.8333 313 239
4.9999 323 238
5.1667 323 238
5.3333 323 238
5.5000 314 238
5.6667 314 238
5.8333 310 238
6.0000 321 238
6.1667 321 238
6.3333 322 238
6.5000 318 238
6.6667 316 238
6.8333 316 238
7.0000 316 238
7.1667 316 238
7.3333 316 238
7.5000 316 238
7.6667 316 238
7.8333 316 238
7.9999 316 238
8.0000 316 238
8.1667 316 238
8.3333 316 238
8.5000 316 238
8.6667 316 238
8.8333 316 238
8.9999 316 238
    
```


【評語】 080107

利用簡單的物理平衡概念，探究簡諧運動在兩端不同施力調變下，尋找待測物件平衡中心點的方法，主題明確，方法適切，有系統性的分析結果。