

中華民國第 53 屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組 物理科

最佳團隊合作獎

040117

紙捲壓縮形成摺痕之探討

學校名稱：國立臺中第一高級中學

作者： 高二 蘇 堯 高二 賴岳群	指導老師： 凌美瓊
-------------------------	--------------

關鍵詞：皺褶力學、摺痕

摘要

我們已知如果將一張紙捲成捲筒狀將能承受來自紙捲兩端極大的力，有趣的是當兩端的力超過紙捲所能承受的最大限度後，它會沿著紙捲方向壓縮並在其上形成規律的菱形摺痕，使紙捲形成一種在縱向有彈性、橫向不易變形的結構，於是我們利用重物從高處落下撞擊紙捲來進行測試，發現所產生的菱形摺痕與紙捲的周長、厚度等等的相關性。

壹、研究動機

有一次在上專題課時，想起曾在網路上看過類似「用紙搭成的橋，能使人行走」之類的新聞，當中說到若將一張普通的紙張捲成筒狀，只要在兩端脆弱的部分做一些保護便可以承受住驚人的重量，便想自己來試試看，於是我將一張紙捲成紙捲，將書本小心地一一疊上去，等到紙捲終於承受不住後便從中間折彎而彈開，但仔細觀察會發現在紙捲的兩端會有一種規律的摺痕出現，經過多次嘗試後發現如果實驗過程夠嚴謹、紙捲本身夠均勻的話，紙捲在承受不住時會以一種模式鉛直地壓縮而不會彈開，並在整個紙捲上出現規律的菱形摺痕，於是我們便展了關於壓縮產生摺痕的研究。

貳、研究目的

- 一、觀察與量化受壓紙捲形成菱形摺痕的規則
- 二、找出紙捲周長與形成摺痕間的關係
- 三、找出紙捲厚度與形成摺痕間的關係
- 四、找出重物落下高度與形成摺痕間的關係
- 五、壓縮紙捲內外壓力差與形成摺痕間的關係
- 六、摺痕形成的原理與應用

參、研究設備及器材

方格紙、A4 紙、膠帶、尺

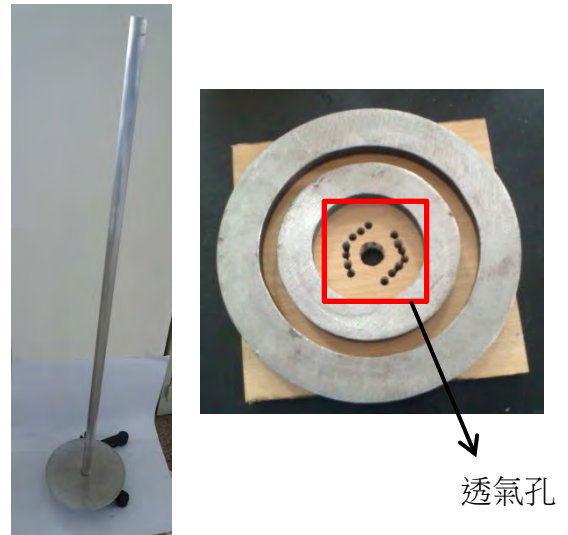
裝置 A(圖一)：透明塑膠管、鋼杯、砝碼

裝置 B(圖二)：鐵管和底座、有孔木板、環狀重物

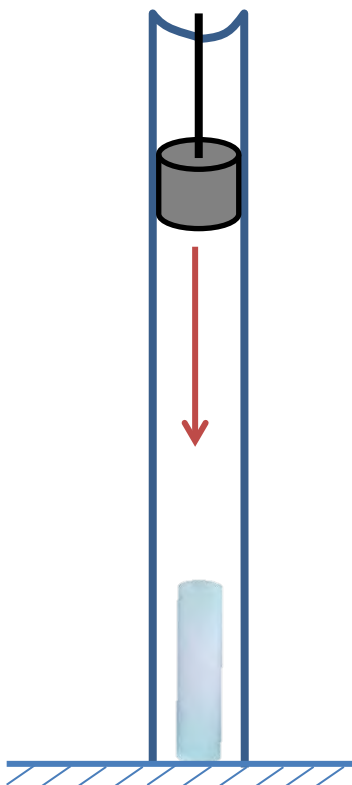
圖一：實驗裝置 A



圖二：實驗裝置 B



圖三：實驗裝置 A 示意圖



圖四：實驗裝置 B 示意圖



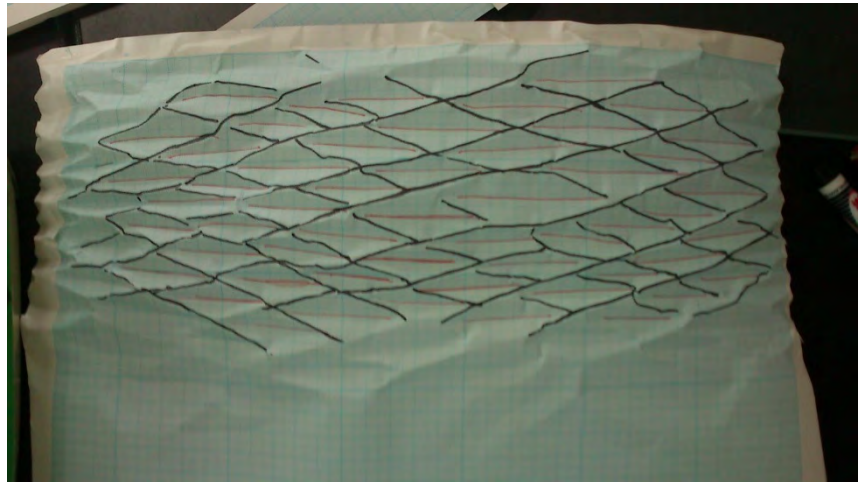
肆、研究過程

一、規則菱形摺痕與量化方法

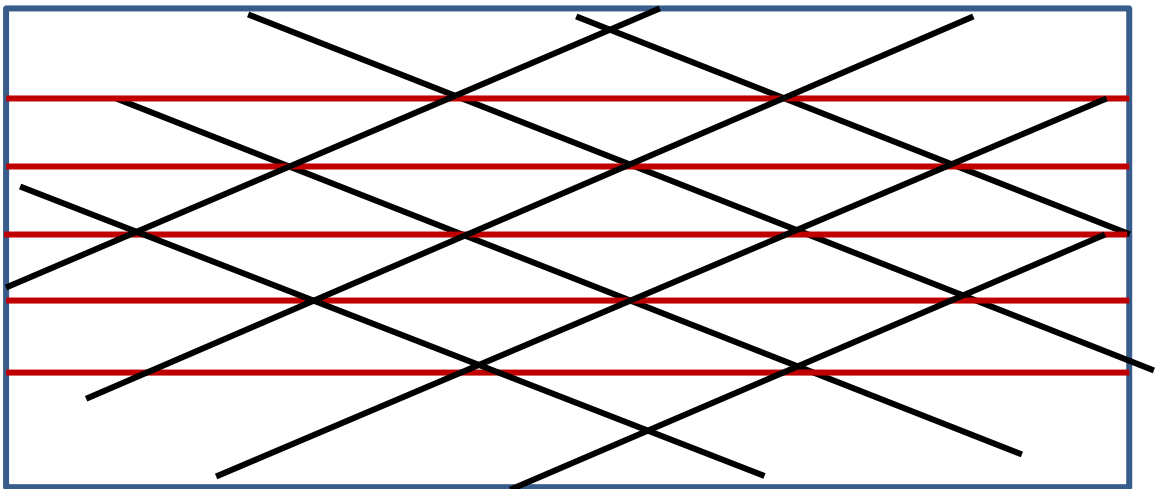
(一)根據觀察我們發現摺痕的形式如圖(五)、圖(六)所示，受壓紙捲側牆形成許多相同的菱形摺痕，每一個菱形中央有一條水平對角線。圖中標記的黑線為向外突起的摺線、紅線為向內凹下的摺線，將其展開圖摺痕簡化後大略如圖(七)。



圖五



圖六：展開圖



圖七：模擬簡化圖

(二)我們利用方格紙上的線條來計算摺痕的數目，以下是我們定義的幾個數字：

- 1.取一條方格紙上 10 公分的縱向線，計算其通過的橫向內凹摺線(圖中的紅線)數目「M」，將 10cm 除此數得到菱形的平均半高度再乘以 2 即是菱形的平均高度，我們定義其為「H」。

- 2.取一條方格紙上的水平線，計算其通過斜向(圖中的黑線)的突出摺線數目(「右上-左下」與「左上-右下」分開計算)並加以平均得到一圈的摺痕個數「N」，將周長除此數得到的即是菱形的平均寬度，我們定義其為「L」。
- 3.每一個紙捲會取兩條縱向線、兩條水平線來計算，再與其他紙捲求平均。
- 4.同一個條件下的紙捲測試我們會做五次，在其中取三次摺痕來較為規律且清晰的紙捲進行量化的動作。

二、所有實驗步驟大致如下：

(一)製作紙捲

- 1.將裁切方格紙至所需長度，以膠帶相黏兩對邊使其成圓筒狀紙捲
- 2.將另一張方格紙與步驟一所做的紙捲貼合以增加其層數

(二)壓縮紙捲

- 1.將紙捲置入壓縮紙捲的裝置中
- 2.將指定質量的重物從指定高度落下來壓縮紙捲

(三)測量與紀錄

- 1.量化所得到的菱形摺痕
- 2.輸入電腦並分析其結果

前置實驗一：觀察重物質量對紙捲摺痕的影響

(一)製作紙捲

控制變因：周長 37.5cm 厚度兩層之方格紙

(二)壓縮紙捲

操縱變因：以不同質量的重物來壓縮紙捲

使用裝置：B

(三)測量與紀錄

前置實驗二：觀察重物落下高度對紙捲摺痕的影響

(一)製作紙捲

控制變因：周長 14.8cm 厚度兩層之 A4 紙

(二)壓縮紙捲

操縱變因：將重物從不同的高度落下

使用裝置：A

(三)測量與紀錄

實驗一：改變紙捲周長，觀察其摺痕變化

(一)製作紙捲

操縱變因：裁切方格紙的長度來做成不同周長的紙捲

控制變因：厚度兩層之方格紙

(二)壓縮紙捲

控制變因：落下高度 95cm

使用裝置：B

(三)測量與紀錄

實驗二：改變紙捲厚度，觀察其摺痕變化

(一)製作紙捲

操縱變因：用不同層數的紙來做成紙捲

控制變因：周長 37.5cm 之方格紙

(二)壓縮紙捲

控制變因：落下高度 95cm

使用裝置：B

(三)測量與紀錄

實驗三：改變被壓物的材質

(一)利用不同的材質做成筒狀

(二)壓縮步驟一所製作的物品

(三)測量與紀錄

實驗四：探討紙捲內部是否累積氣壓對摺痕的影響

(一)製作紙捲

控制變因：周長 14.8cm 厚度兩層之 A4 紙及方格紙

(二)壓縮紙捲

操縱變因：將紙捲置入不同的壓縮紙捲的裝置中，裝置 A 會使紙捲內部與外部的空氣相通，裝置 B 則否

控制變因：落下高度 80cm

(三)測量與紀錄

伍、研究結果與討論

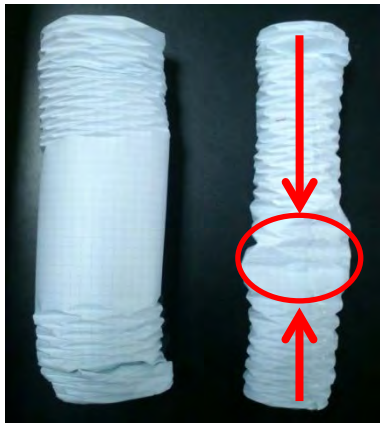
一、實驗設計探討

(一)觀察幾次的測試結果後我們發現膠帶是目前最適合的黏接材料，對實驗的影響較小，因為它有在橫向的受力抵抗能力非常薄弱(折彎膠帶不須施太大的力)、方便快捷、黏性強...等的優點，如果是用膠水會在乾掉後影響紙捲本身的強度與形狀。

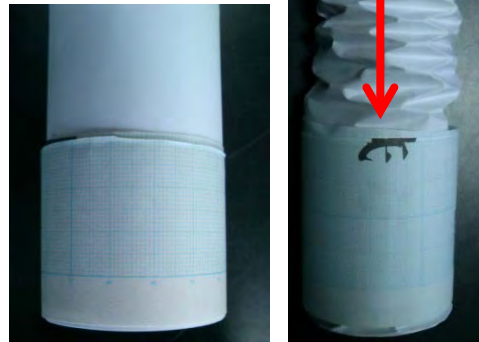
(二)在黏貼紙張使其成捲筒時，我們會將紙的兩端重疊約 1~2 公分，試著保持接縫處對於橫向的受力能力與其他部分相近，並且至少以兩層紙捲來做實驗，如此便能

夠藉著將不同層的紙捲的接縫處分散在不同的方向來降低接縫處造成的影響，另外，接縫處必須整條貼合否則會在紙捲變形時影響結果。

(三)根據實驗的觀察發現紙捲在受壓的時候在兩端都會有摺痕出現(圖八)，並且向中央擴展，在兩端的摺痕交會處會形成不規則的摺痕使得實驗結果無法量化，因此我們以紙條加強紙捲的底端，如此一來摺痕便會僅由一端擴展到整個紙捲，方便記錄與量化(圖九)。



圖八：摺痕交會



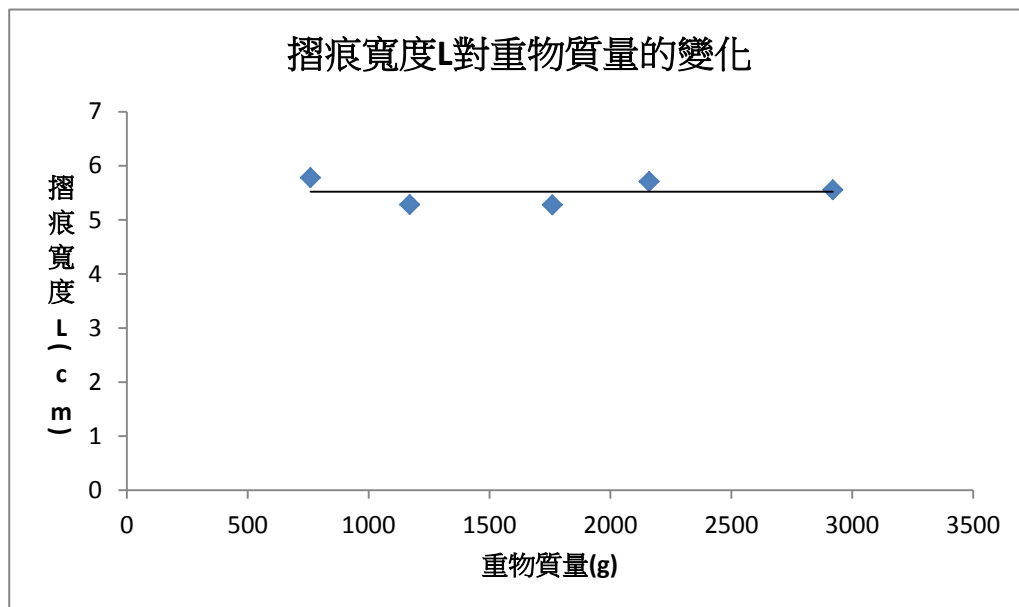
圖九：加強底部以控制摺痕

(四)為了解決摺過的紙難以攤平測量的問題，我們使用方格紙來測量紙捲在縱向與橫向的摺痕數目。

(五)我們在取數據時只取紙捲上半部的均勻摺痕，因為紙捲的下半部的重物壓縮速度有可能因為紙捲而減慢，便會影響實驗的控制變因。

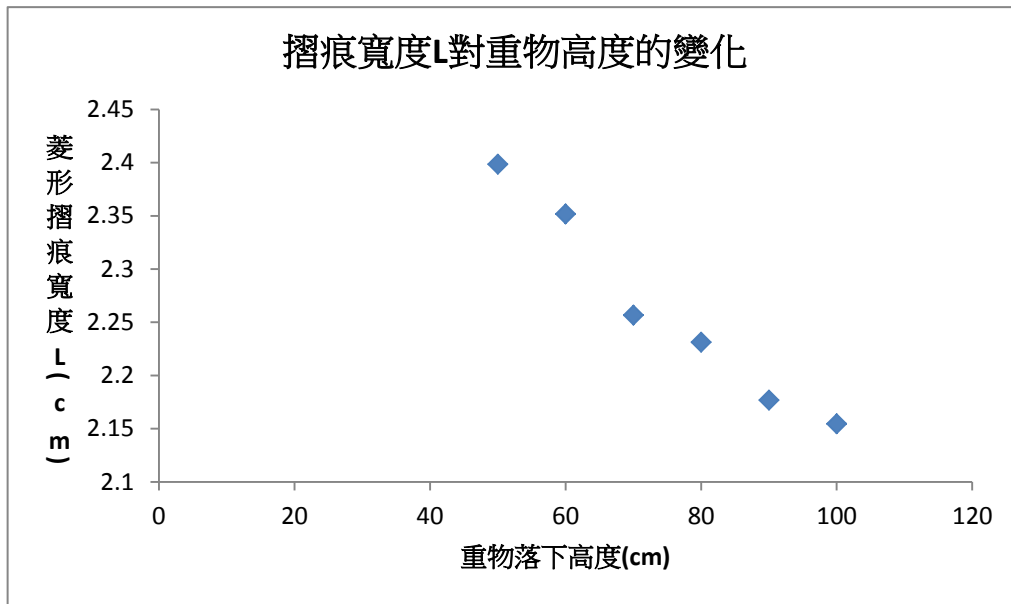
二、實驗數據與討論

前置實驗一：觀察重物質量對紙捲摺痕的影響



結論：摺痕大小在一定範圍內不受重物質量影響，因此在之後的實驗中不考慮此變因

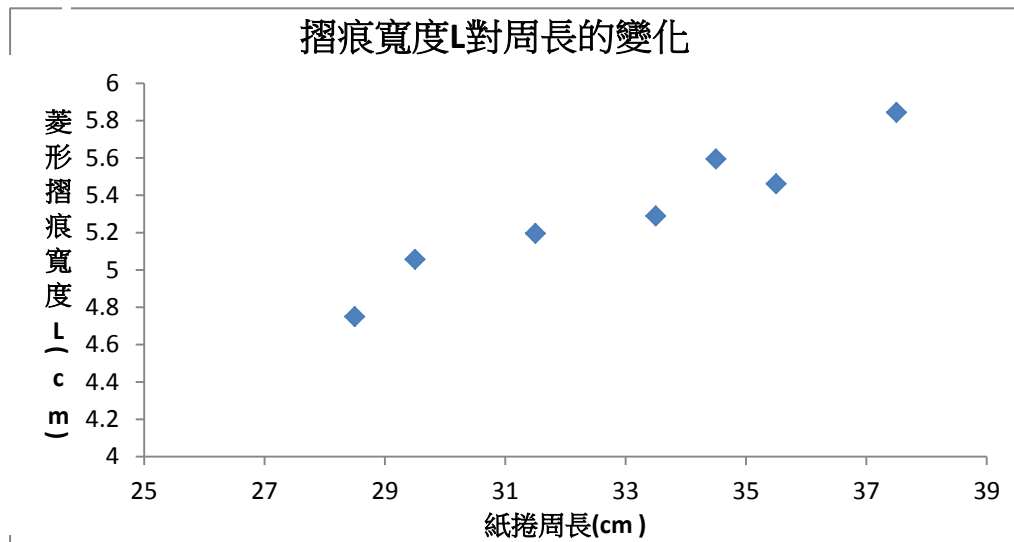
前置實驗二：觀察重物落下高度對紙捲摺痕的影響

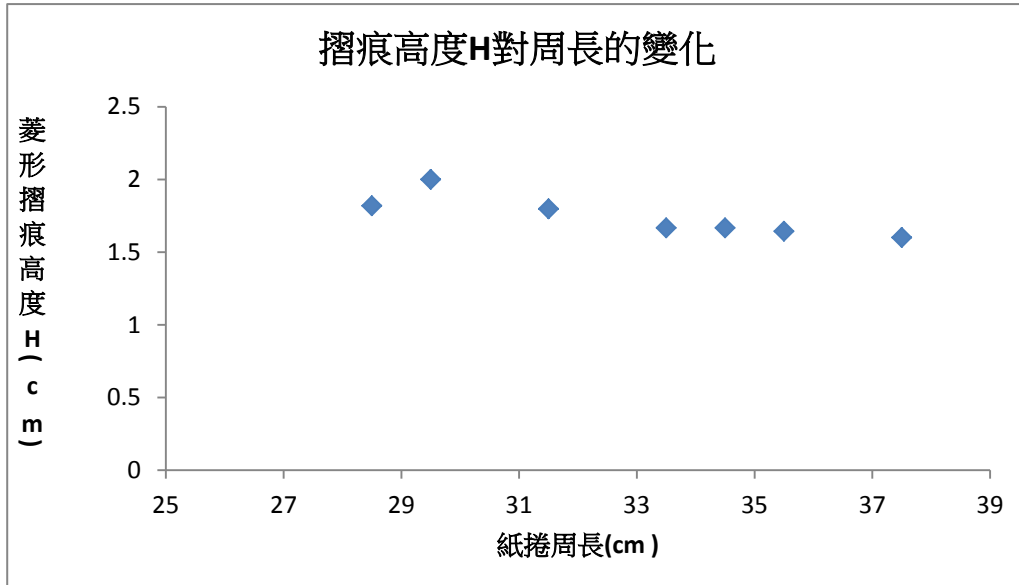


結論：落下高度越高摺痕越小

實驗一：改變紙捲周長，觀察其摺痕變化

控制變因：層數 2 層，重物落下高度 95cm

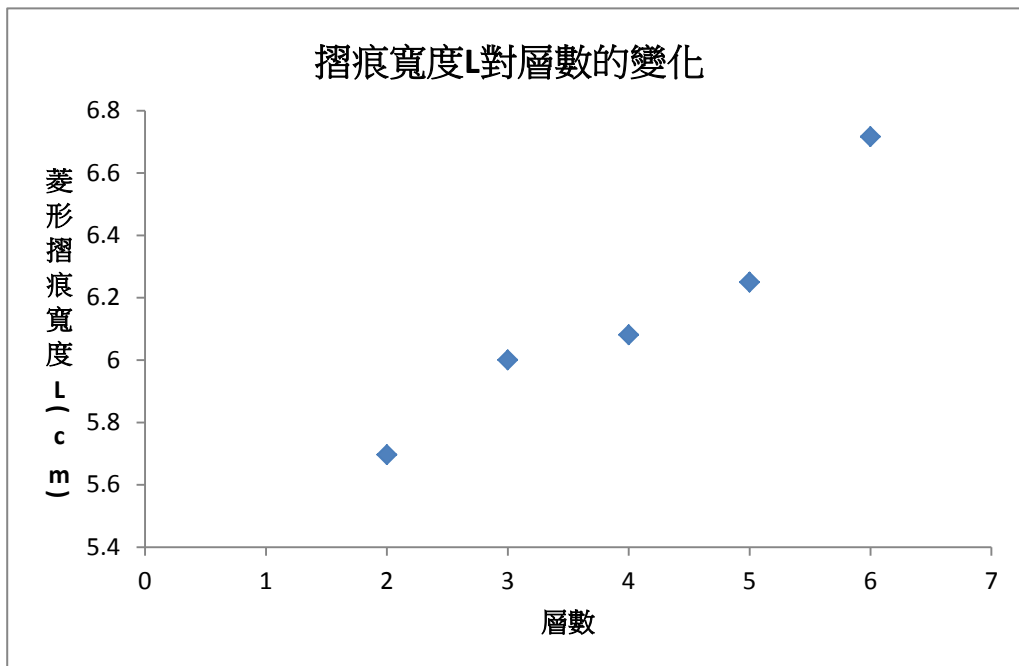


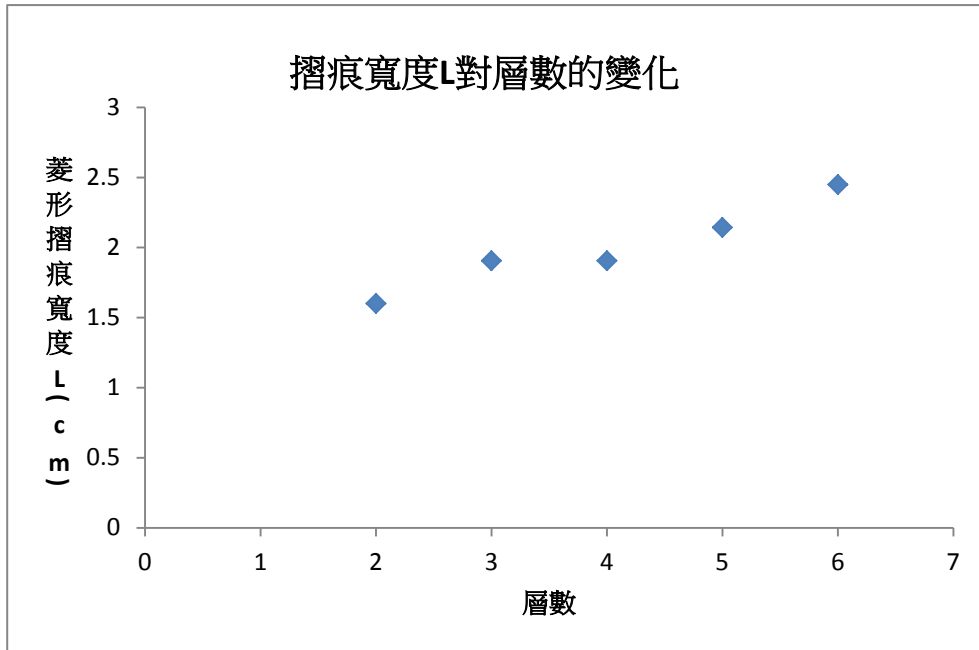


結論：周長越長摺痕越寬，高度則是隨著周長增加而變矮

實驗二-1：改變紙捲厚度，觀察其摺痕變化

控制變因：周長 37.5cm，重物落下高度 95cm

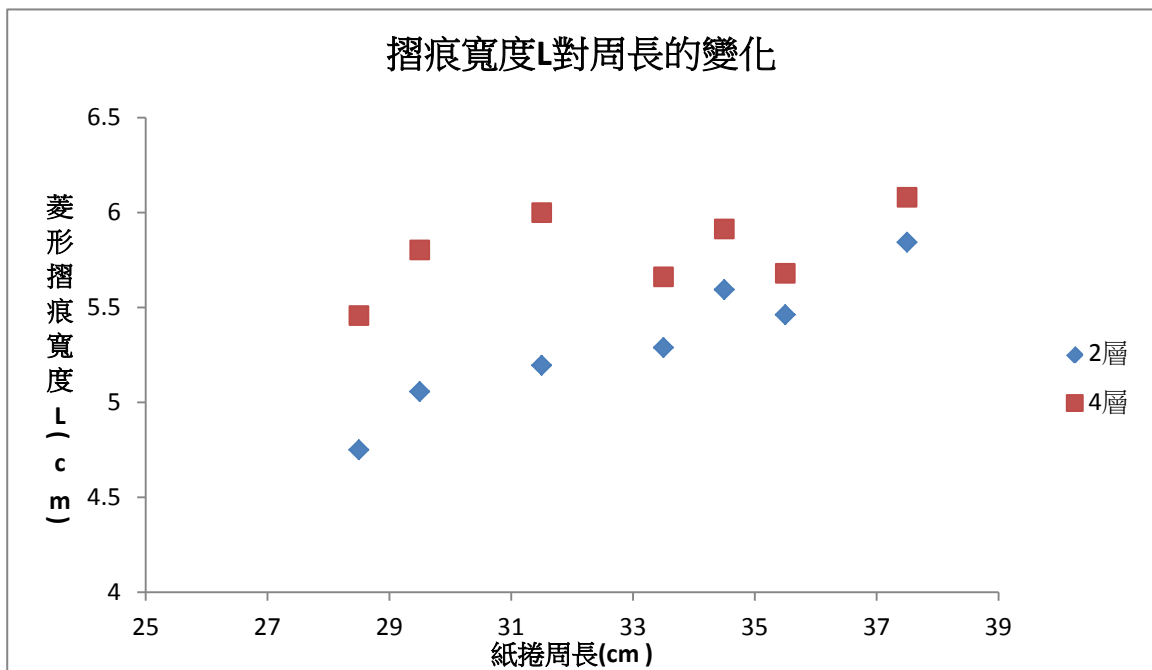


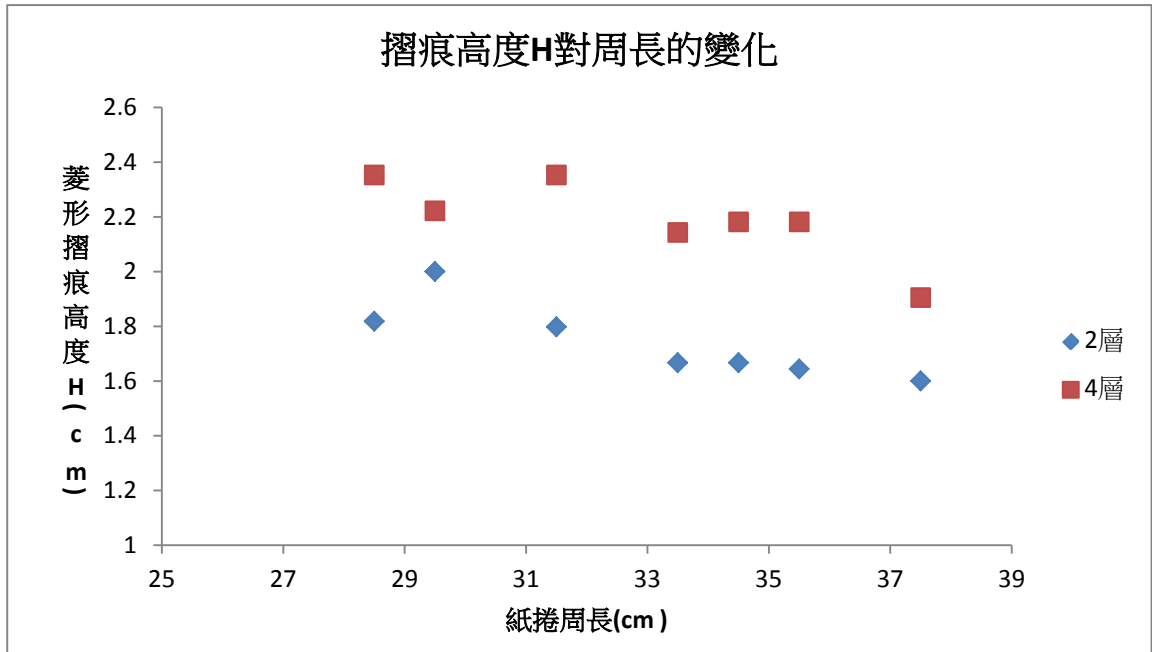


結論：當紙捲層數增加、紙捲較為堅固時，菱形摺痕寬度變寬、高度增加

實驗二-2：比較不同層數與周長對摺痕的變化，我們以四層的紙捲重複實驗一的步驟並與實驗一中兩層的紙捲做比較

控制變因：層數 2 層和 4 層，重物落下高度 95cm



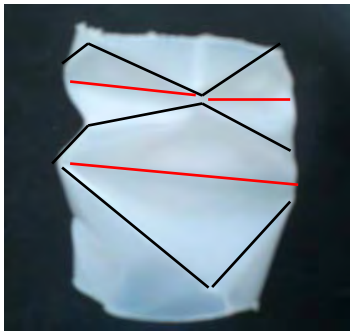


由圖表可以發現在 4 層時，周長對摺痕的影響趨勢和 2 層的是差不多的，4 層與 2 層的摺痕寬度存在著某種相關性，因此猜測數據點的分布位置並不是線性趨勢所呈現的隨機情形，而是有其他的關係

結論：不同層數的紙捲所形成的摺痕對於周長變化仍會有相似的對應關係

實驗三：改變被壓物的材質

我們試著利用不同的材質的筒狀結構來試驗壓縮後是否會有類似的摺痕產生



圖十：PE 塑膠瓶



圖十一：厚紙板



圖十二：鋁箔




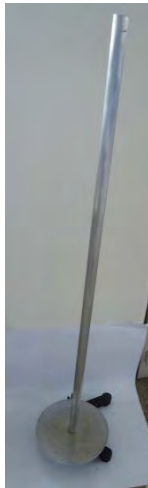
圖十三：小鋁管

PE 塑膠瓶與厚紙板被壓出的摺痕比同半徑的方格紙紙捲所形成的摺痕要來的大，鋁箔紙的摺痕則是非常細小甚至難以觀察

結論：不同的材質受到垂直方向的壓縮之後也會產生菱形的摺痕，較為堅硬的材質形成的菱形通常較相同周長紙捲所形成的要寬且高，可以對應到我們在實驗二所發現的現象(層數越多材質越堅硬)

實驗四：探討紙捲內部是否累積氣壓對摺痕的影響

在壓扁紙捲時，如果紙捲內外的空氣不相通會使得被壓縮的空氣在其內部形成高氣壓，於是我們使用裝置 A(紙捲內外不相通)與裝置 B(內外相通)來進行比較
控制變因：周長 14.8cm 厚度兩層，重物落下高度 95cm

摺痕寬度 L 與氣壓影響的變化(單位：cm)		
	裝置 A	裝置 B
		
方格紙	2.35	3.24
A4 紙	2.05	2.86

結論：當紙捲內部氣壓較外部高時會使得壓出來的菱形摺痕寬度明顯變小，不過所形成摺痕的規律性相對也較高

三、紙捲模型與其比較

(一)對紙捲摺痕進行觀察並歸納後，我們試著以手摺出完全符合圖七中摺痕的紙捲，成品就如圖十四中所示。

我們發現這樣的紙捲會有下列幾項性質：

- 1.畫在紙上的摺痕不能在紙張攤平的狀態下摺起來，每一種摺痕都只對應到一種半徑的紙捲，但是一種半徑的紙捲可以對應到多種摺痕。

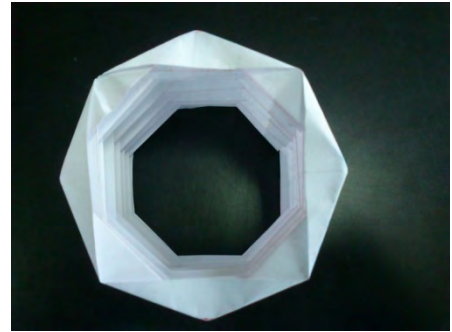


圖十四：紙捲模型

2. 摺痕必須符合方程式 $\frac{H}{L} = \tan\left(\frac{90^\circ}{N}\right)$ ，

「H」是一個菱形摺痕的高，「L」是一個菱形摺痕的寬，「N」為水平圓周上的平均摺痕數。

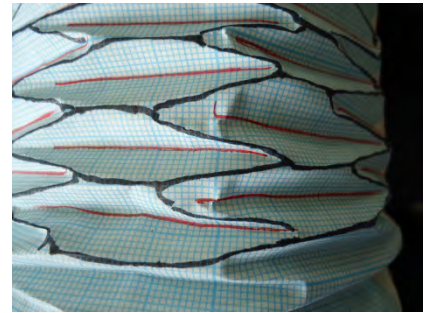
3. 其內側會形成正 $2N$ 邊形的樣子(圖十五)



圖十五：N=4
底面為正八邊形

(二) 真實情形與手摺出的模型有一些不同之處，在真實情形中並非所有的摺痕都是菱形，在半徑較大的紙捲所壓出的摺痕中常會有六邊形的出現，也就是菱形的上下端變成水平的線段

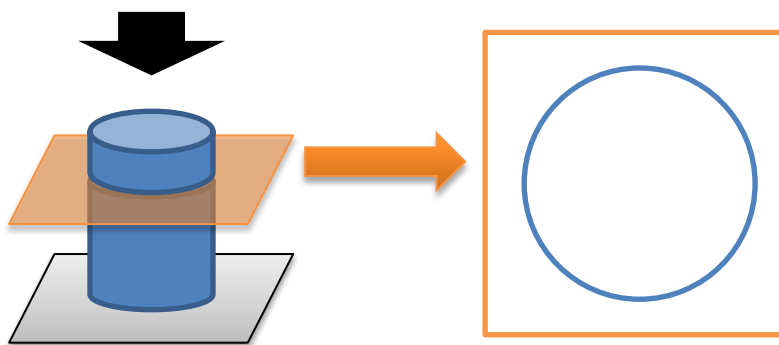
(圖十六)，這樣會造成 $\frac{H}{L} < \tan\left(\frac{90^\circ}{N}\right)$ 因此此式僅能預估趨勢而不能完全符合實驗結果。



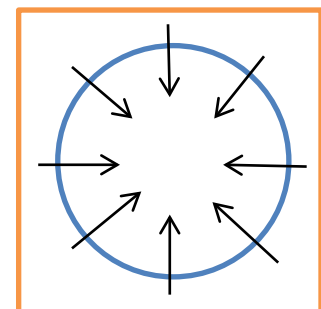
圖十六：六邊形摺痕

四、預測理論

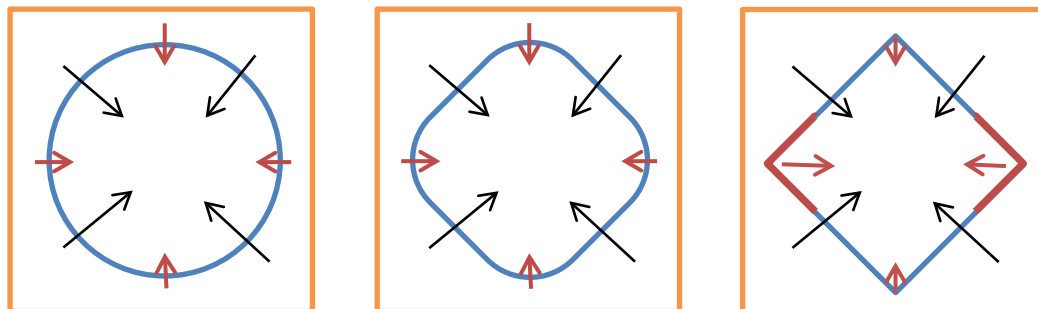
(一) 紙捲在受到開口方向的力超過負荷時，形變造成高度變矮是必然發生的結果，也就是力對紙捲做功，由於紙捲本身材質不能伸展，紙捲任意水平截面的長度不能被改變



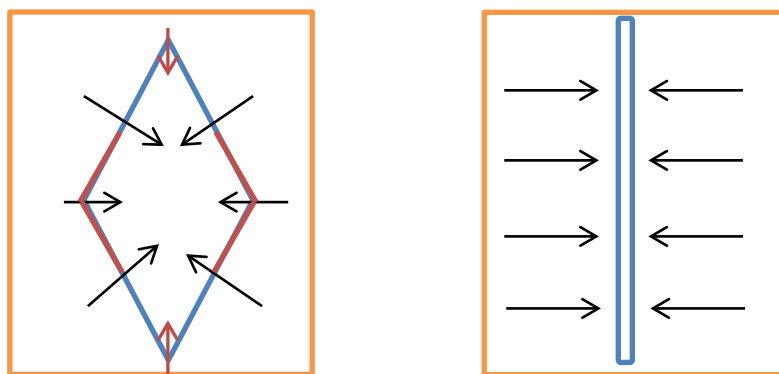
(二) 由於紙捲本身的均勻性，各方向的紙應該會同時向內形成無限多個細小摺痕而不會以某個方向直接被折彎，但是基於紙張不能被壓縮及伸張的性質，這是不可能的



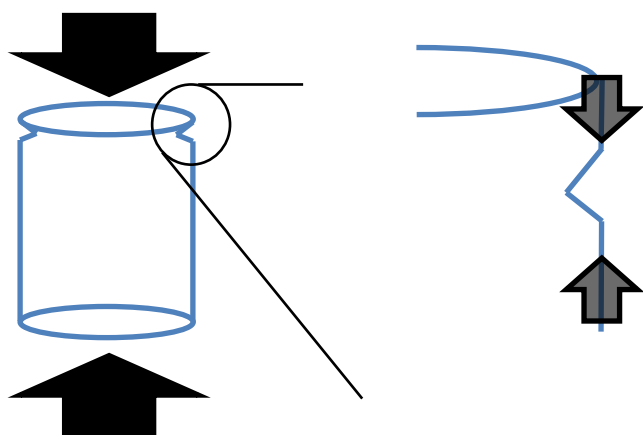
(三)因此有些部分的紙會被擠到外側，而內凹的部分則會因此成一條條的直線段



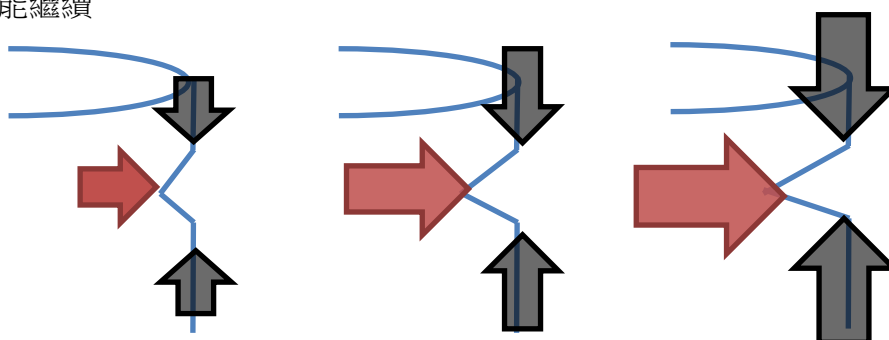
(四)當壓縮持續進行時，直線段會彼此合併、造成紙張更大的形變



(五)決定一個水平截面形變到甚麼程度是以兩種力互相影響造成的，當某個水平截面向內凹折時，是由上下的紙捲來提供凹折所需的力



(六)隨著形變越來越大，抵抗的力也會變大，也就是說摺痕上下需要更大的力來擠壓才能繼續



- (七)當所需的力超出下方紙捲所能承受的極限時，下方便開始形成另一排的摺痕，便決定了菱形摺痕在水平截面的寬度，由於上層結構的影響，下層便會產生與上層交錯的菱形摺痕
- (八)菱形的摺痕高度由手折模型可以發現是與摺痕寬度有相關性的，因此當(七)決定了菱形摺痕的寬度時，便也決定了菱形摺痕的高度
- (九)以此來解釋先前的實驗結果

1.前置實驗一：

結論：摺痕大小在一定範圍內不受重物質量影響

原因：撞擊力只要超過紙捲在縱向的承受極限便不會影響結果

2.前置實驗二：

結論：落下高度越高摺痕越小

原因：在此實驗中所使用的是裝置 A，也就是說壓縮紙捲時會在內部累積氣壓，若重物下高度較高、速度較快，會使得內部累積的氣壓較大，導致紙捲抵抗內凹的能力增強，形成較小的摺痕

3.實驗一：

結論：紙捲周長越長摺痕越寬，高度則是隨著周長增加而變矮

原因：當周長增加時，紙捲抵抗內凹的能力減弱，形成較寬的摺痕，但是因為整個紙捲比例放大的關係，水平周長的摺痕個數(N)是變多的，由手折模型

得到的關係式 $\frac{H}{L} = \tan\left(\frac{90^\circ}{N}\right)$ 可以發現摺痕高度(H)是有可能變小的

4.實驗二-1：

結論：當紙捲層數增加、紙捲較為堅固時，菱形摺痕寬度變寬、高度增加

原因：當厚度增加時，紙捲抵抗內凹的能力雖然增強，但是在縱向的承受極限卻增加的更多，因此會有較大的形變

5.實驗三：

結論：不同的材質受到垂直方向的壓縮之後也會產生菱形的摺痕，較為堅硬的材質形成的菱形通常較相同周長紙捲所形成的要寬且高

原因：影響摺痕寬度的兩個因素是「抵抗內凹的能力」和「縱向承受的極限」，通常較堅固的材料在「縱向承受的極限」會明顯較大，但是「抵抗內凹的能力」卻沒有增強那麼多，因此會有較大的摺痕

6.實驗四：

結論：當紙捲內部氣壓較外部高時會使得壓出來的菱形摺痕寬度明顯變小，不過所形成摺痕的規律性相對也較高

原因：同前置實驗二，另外，規律性較高應是因為氣壓可以降低紙捲本身不均勻所造成的影響

7.補充：由「四-(四)」猜測我們在實驗中所發現某些非線性的數據點分布是由於合併兩個凹下摺痕時，會有所需的力突然上升的狀況造成的

陸、結論

- 一、紙捲具有抵抗垂直壓縮力的能力。當壓縮力超過其負荷時，紙捲會被壓縮形成菱形摺痕，且摺痕具有規律性。
- 二、紙捲周長越長形成的菱形摺痕越寬，高度則是隨著周長增加而變矮
- 三、當紙捲層數增加、紙捲較為堅固時，菱形摺痕寬度變寬、高度增加
- 四、當紙捲內部壓力較大時會形成較小的菱形摺痕
- 五、形成原理如「伍-四」

柒、參考資料及其他

- 1.林彥誌、王永利、劉瑩、洪在明(2008,08)。<The physics of crumpling 淺談皺褶力學>。物理雙月刊，卅卷四期，頁 457-458。
- 2.Y. C. Lin, Y. W. Lin, and T. M. Hong (2008): *Crumpling wires in two dimensions* Department of Physics, National Tsing Hua University, Taiwan, Republic of China.

【評語】 040117

作者利用簡易裝置找到紙捲受力規則摺痕，方法創新，若能探討材質受力的規律性，提出各種材質的預測模型，則作品會更完善。