

中華民國第 53 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高中組 物理科

佳作

040108

讓變頻現形吧！—四極馬達實驗看變頻意義

學校名稱：桃園縣私立新興高級中學

作者： 高三 蕭閔駿 高三 黃宣輔 高三 吳承樺	指導老師： 劉亞浚 郭達敬
---	-----------------------------

關鍵詞：變頻、互感、電磁力

摘要

本實驗主要探討變頻的意義，利用廢棄風扇設計轉子和線圈互感實驗中發現轉子上渦電流存在的事實。台灣交流電的頻率為60Hz，故四極馬達極速為30rps在實驗中觀察到，本實驗觀察到轉速越大則線圈和轉子上渦電流互感值越大並導致線圈電流變小，進而降低線圈電流熱效應佔輸入電能比例。

在分析轉子處消耗能量實驗中發現如果轉速越接近極速則磁力在轉子切線方向分力做功比例會減少，且大部分輸入電能轉變成渦電流熱能，線圈與轉子間的平均磁力和轉子切平面的方向夾角(θ 值)會決定線圈熱效應及渦電流熱效應佔輸入電能比例，實驗中發現最佳轉速(最佳 θ 值)下運轉馬達會達到最佳能源效益比，實驗結果顯示本次實驗採用馬達在轉速約25(rps)時能源效益比最佳。

壹、研究動機

在某日我們在電視上不經意的聽到變頻冷氣的廣告，但我發現我們的課程卻完全沒有提及有關變頻的意義，變頻冷氣的價位卻可以高出無變頻冷氣一倍，於是我們去查了變頻的一些相關資料後，發現與去年我們做的科展內容似乎有所關聯，於是我們將去年科展的數據再次整理並設計實驗去探討線圈與轉子間的交互作用是如何進行的，試圖在去年實驗的基礎之下設計實驗並討論出變頻的意義。

貳、研究目的

- 主題（一）：四極馬達轉子處線圈與轉子互感實驗。
- 主題（二）：討論四極馬達於轉子處消耗能量與轉速關係。
- 主題（三）：討論四極馬達於不同轉速下線圈電流熱效應產生的消耗。

參、研究設備及器材

一、研究設備器材：

名稱	數量	名稱	數量
自製風管	1個	架子	1組
電風扇	2臺	鋼架	2支
自製扇葉轉頭	1個	墊片	數個
7種自製扇葉(如表3-1)	各4片	鏡子	1片
原扇葉	1個	電子秤	1臺
螺絲	數個	銅線	1捲
插栓	4個	風扇四極馬達	1顆
自耦變壓器	1臺	美工刀	1把
三用電錶	2臺	扳手	1把
鱷魚夾	數條	六角扳手	1把
風速計	1臺	螺絲起子	1把
光電計時器	1臺	量角器	1個

表 3-1 研究設備器材表



圖 3-1 實驗設備及器材圖

二、獨立設計「可調整扇葉偏轉角度之轉頭」

(一)、目的：藉由改變扇葉角度，探討不同扇葉偏轉角度對輸出能量功率大小的影響。

(二)、使用材料：

自製扇葉轉頭	1個
扇葉插栓	4支
六角螺絲	6個
7種自製扇葉(如圖3-1)	各4片

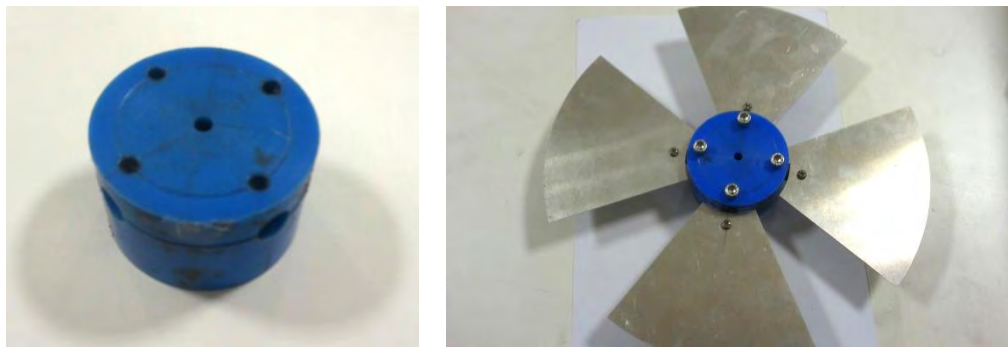


圖 3-2 自製扇葉轉頭裝置

(三)、功能：

可調整扇葉偏轉角度，藉此改變轉速。

(四)、使用方法：

將自製扇葉鎖在插栓上，再把插栓插入扇葉轉頭上，就可調整扇葉偏轉角度，調整完成後，使用六角扳手旋入插栓上的六角螺絲，即調整完成。

肆、研究過程或方法

一、研究原理：

(一)四極馬達之工作原理簡介：

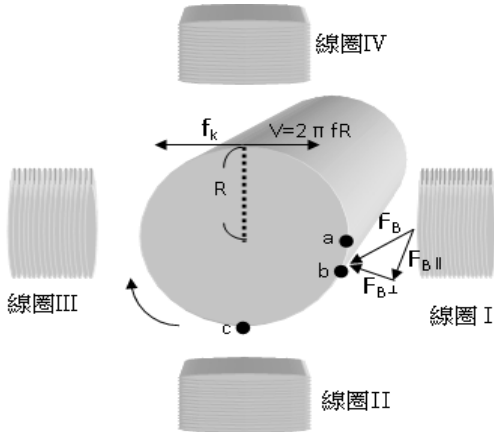


圖 4-1-1 四極馬達示意圖

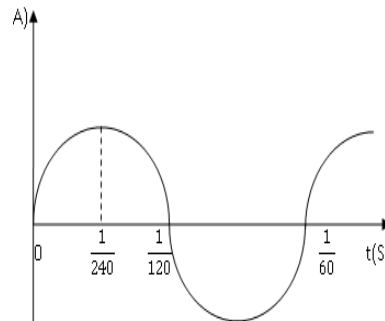


圖 4-1-2 台灣交流電電流隨時間變化圖



圖 4-1-3 四極馬達實體圖

圖 4-1-1 為四極馬達示意圖，圖 4-1-2 為交流電電流隨時間變化圖，以台灣的交流電 60Hz 為例，當時間由 0 至 1/240 秒時線圈 I 及線圈 III 接近轉子處造成磁場變化為 N 極漸強；線圈 II 及線圈 IV 接近轉子處造成磁場變化為 S 極漸強，a 點因電磁感應而與線圈 I 相斥且與線圈 II 相吸，a 點在稍後被推向 b 點。當時間由 1/240 至 1/120 秒時線圈 I 及線圈 III 接近轉子處造成磁場變化為 N 極漸弱；線圈 II 及線圈 IV 接近轉子處造成磁場變化為 S 極漸弱，此時將方才 b 點感應之 N 極向 c 點方向吸引，但最多在 1/120 秒時到達 c 點，故轉子在 1/120 秒內最多轉 1/4 圈，故風扇測得最大頻率為 30Hz。

故馬達極數為 P，輸入交流電的頻率為 f(Hz)則馬達最大極速為 $\omega(\text{rps})$ ，故由上述例子可以推知馬達最快在 $\frac{1}{2f}$ 秒轉 $\frac{1}{P}$ 圈，因此馬達極速可以表示為下式：

$$\omega = \frac{2f}{P} \quad (\text{式 4-1})$$

(二)轉子處能量轉換說明

通入交流電後，線圈對在轉子處感應出渦電流，此一渦電流建立的磁場和線圈間產生磁力(F_B)，導致兩者間時而相吸時而相斥，轉子藉此機制不斷轉動。故電能可以轉變成線圈迴路的電流熱效應、轉子處磁力做功及轉子渦電流產生之熱效應，如圖 4-1-1 所示，四極馬達在轉子處有受動摩擦力(f_k)及磁力(F_B)，其中磁力切線分力做功屬於有效電能輸出，磁力作用於轉子各點的方向有所不同，如圖 4-2 所示將每一點受到磁力切線分力疊加後即本實驗中所定義的 $F_{B\parallel}$ ；每一點受到磁力的法線分力疊加後即本實驗中所定義的 $F_{B\perp}$ ，而本實驗中定義的平均磁力為圖 4-2 等效右邊圖形中的 F_B 向量，切線力可以對轉子做正功，若未加裝扇葉轉子加速轉動的情況下，此時電能轉變成摩擦熱能及轉子的動能；磁力的法線力做功只會造成轉子微幅的形變但稍後此一形變位能又變成了渦電流的熱能，從電能有效使用的角度而言，線圈電流及轉子處渦電流產生的電流熱效應均屬於能量的浪費。

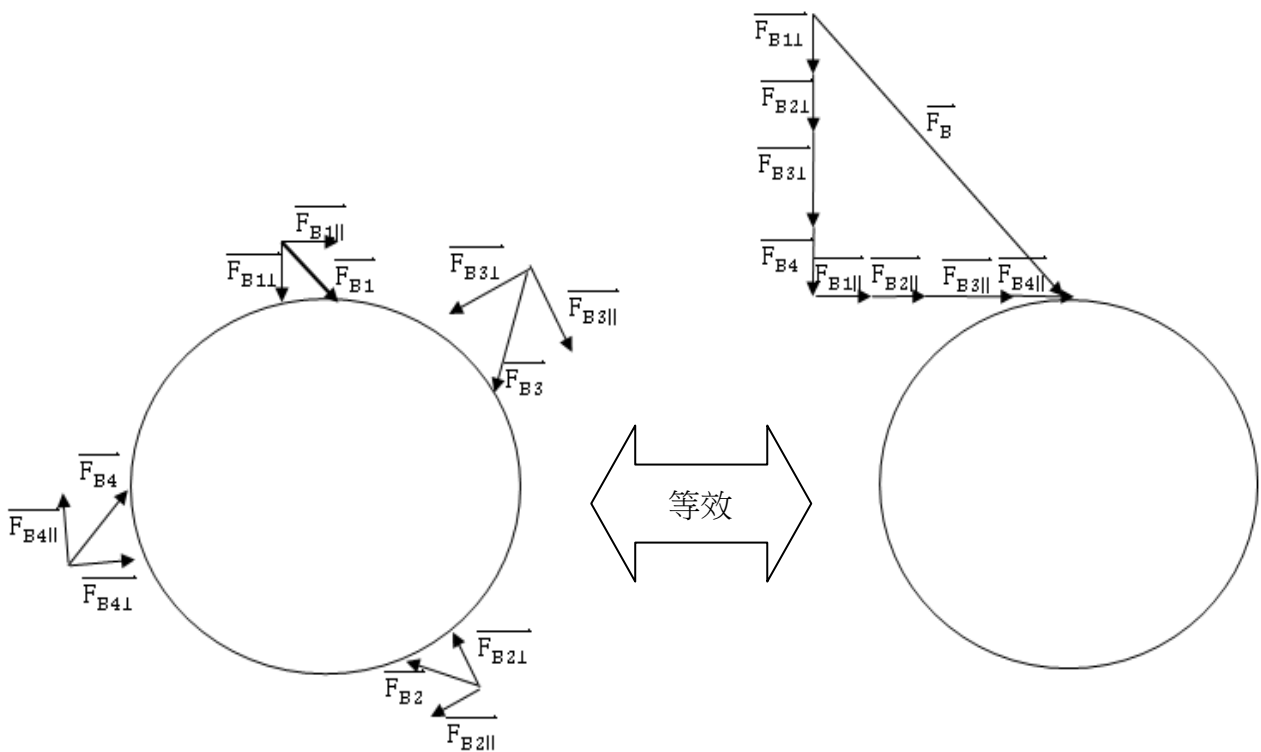


圖 4-2 本實驗中平均磁力(F_B)、平均磁力切線分力($F_{B\parallel}$)及平均磁力的法線分力($F_{B\perp}$)示意圖

(三)變頻意義說明

由式子 4-1 可以得知如果改變交流電的頻率則馬達的極速會有所改變，然而我們亦在文獻中查到變頻可以改變轉子當下的轉速，因此透過設計實驗以觀察下列問題：

- (1) 為何變頻可以改變當下轉速及其中的物理意義。
- (2) 轉速改變後轉子處消耗能量將如何改變。
- (3) 轉速改變後電流熱效應消耗電能的比例。

(四)自感電動勢

若一個線圈上的電流改變，則線圈本身也會出現自感電動勢 ϵ_L ，且感應電動勢造成的電流與電源造成電流的方向相反。

以圖 4-3 為例，如果交流電源瞬間的電流方向為 i 且為順時鐘漸增的趨勢，則線圈產生的磁力線為向下增加，此時鄰近的線圈會有自感的現象，即產生向上的磁力線抵抗，此一抵抗的反向電壓與電源瞬間的電壓相反，如同迴路中在電感的兩端有一自感電動勢 ϵ_L ，並導致迴路的電流下降。

由於電感產生的磁通量和電流成正比，根據電感的定義自感電動勢可以表示為下式：

$$\epsilon_L = -L \frac{di}{dt} \quad (\text{式 4-2})$$

根據克希荷夫定律，總迴路電壓變化必須為零，以下式表示此一概念：

$$\epsilon - iR - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (\text{式 4-3})$$

其中 ϵ 及 i 為電源的電壓及迴路中的電流，兩者均隨時間變化。

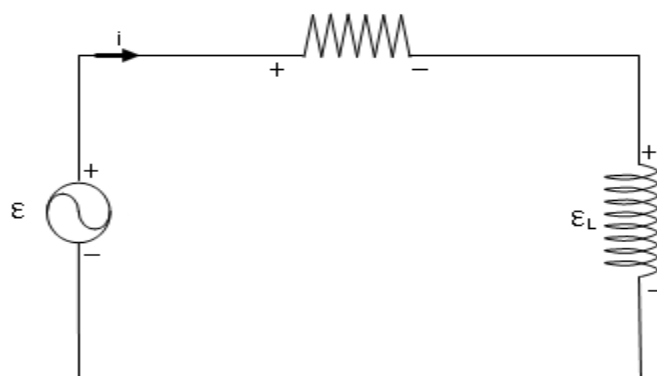


圖 4-3 自感電路圖

(五)互感電動勢

如果有兩組線圈並排且距離很近，若線圈1接上一交流電源則產生變化的磁場會在線圈2造成磁通量變化，故線圈2會產生一感應電動勢 \mathcal{E}_2 ；在線圈2因電動勢造成的感應電流也會隨時間變化而對線圈1產生變化的磁場，因此在線圈1造成一感應電動勢 \mathcal{E}_1 ，即線圈1本來就有一自感電感量 L ，如下圖4-4所示線圈1因互感產生的磁場會加強本身自感電感值，若線圈間的互電感值為 M ，則線圈1的電感值會增加為 $L+M$ ，由式子4-3可知線圈1的電流值會下降。注意此種情況不論線圈2的接法如何改變，線圈1產生的自感值均會增加，因從能量守恆的觀點而言線圈2因互感產生電流進而有電流熱效應現象，則線圈1迴路的電流必須下降方能符合部分能量轉移到線圈2的事實。

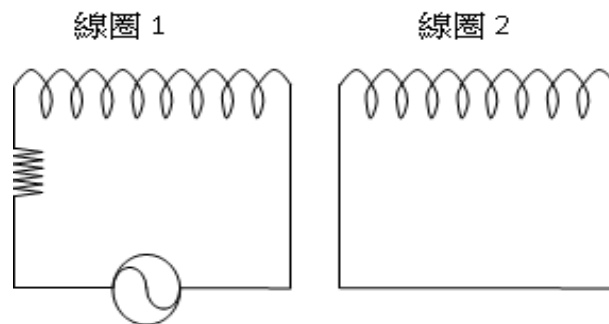


圖4-4 互感電路圖

(註：若為兩個電感接於同一迴路上有互助互感和相消互感，此情況與本實驗無關則在此不做討論，本實驗僅作定性探討自感及互感之現象，且不涉及電路學微分方程求解。)

三、實驗操作步驟

主題（一）：四極馬達轉子處線圈與轉子互感實驗

實驗1-1：觀察線圈與轉子間的互感現象

目的：探討轉子與線圈間互感的現象

實驗步驟：

- (1) 本實驗電路圖如圖 4-5(圖中電感為四極馬達線圈)
- (2) 先將馬達轉子拆除(如圖 4-6-1)。
- (3) 使用變壓器將電壓調至 60 伏特。
- (4) 開啟安培器測量其電流並紀錄之。
- (5) 將轉子裝上並固定轉子 (如圖 4-6-2) ，並重複步驟(2)~(3) 。
- (6) 最後使轉子旋轉 (圖 4-6-3) ，並重複步驟(2)~(3) 。

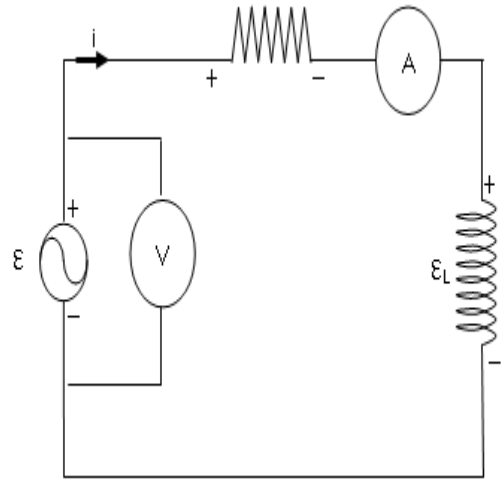


圖4-5 實驗電路圖

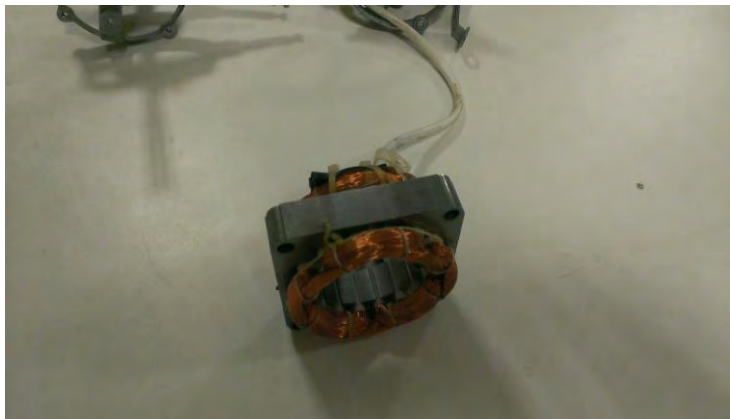


圖4-6-1 馬達轉子拆除圖

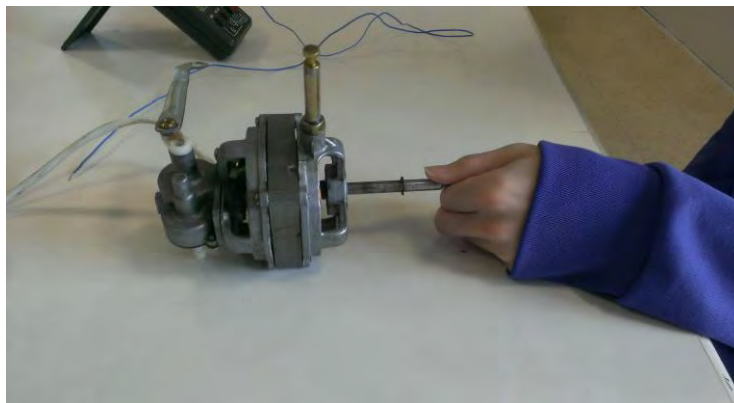


圖4-6-2 握住轉子使轉子不動

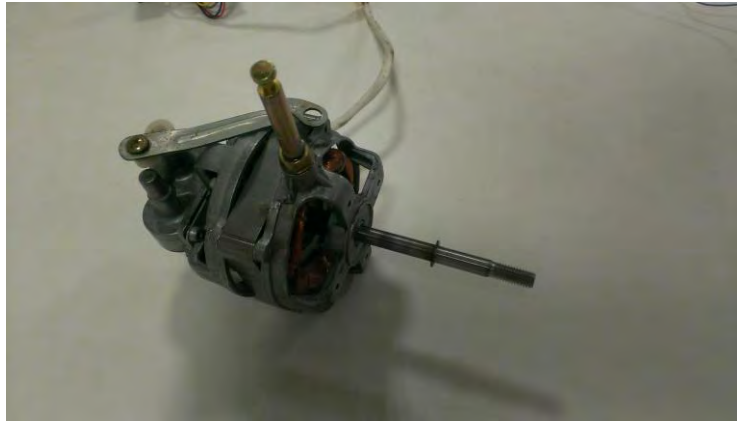


圖4-6-3 轉子等速率轉動

實驗 1-2：分析互感造成轉子表面之溫度變化

目的：藉由測量轉子處溫度差異推測轉子表面是否有渦電流現象

實驗步驟：

- (1) 本實驗電路圖如圖4-5(圖中電感為四極馬達線圈)。
- (2) 使用變壓器將輸入交流電壓調至60伏特。
- (3) 使轉子轉動五分鐘後關閉電源並迅速測量當時轉子之溫度。
- (4) 重複步驟(2)~(3)測量接上60V交流電後轉子轉動時間改為五分鐘、十分鐘、……六十分鐘後再測量轉子溫度。
- (5) 握住轉子使轉子速度為零並接上60V交流電後，測量轉子在不轉動情況下與線圈互感不同時間後轉子的溫度。

主題（二）：討論四極馬達於轉子處消耗能量與轉速關係

目的：探討於轉子處消耗能量與轉速之關係。

實驗步驟：

- (1) 本實驗裝置圖如圖 4-7；電路圖如圖 4-5(圖中電感為四極馬達線圈)。
- (2) 在自製扇葉轉頭上，以少許膠帶貼上兩片小鏡子，其中一片為正面，另一片則為反面，以平衡轉頭重量。
- (3) 使用架子將光電計時器的「發射極」與「接收極」分別固定，以鏡面反射。
- (4) 確實調整後，指示燈亮起，即表示兩極對應完成。
- (5) 將光電計時器設定為「設次計時」，調整次數為 99 次，即扇葉轉頭之旋轉次數，記錄 5 組數據取其平均數值。
- (6) 使用變壓器先調整電壓為 58V，之後電壓由 60V 調高至 110V，每 5V 測量一次(低轉速時每變化 1V 測量一次)，同時記錄安培計及伏特計之讀數，並切斷電源迅速量取電阻值。



圖 4-7 利用鏡面反射發射極來測量轉速

主題（三）：討論四極馬達於不同轉速下線圈電流熱效應產生的消耗。

目的：藉由調整扇葉偏轉角度及電壓，取得關於輸出電流熱效應最低之電壓，往後的實驗即可先固定一項變因，以免實驗過於繁複。

實驗步驟：

- (1) 實驗裝置圖如圖 4-8-1；本實驗電路圖如圖 4-5(圖中電感為四極馬達線圈)。
- (2) 將扇葉鎖在插栓上，並把插栓插入扇葉轉頭上，再將扇葉角度調整為 0° (如圖 4-8-2)，最後以六角螺絲鎖緊固定。
- (3) 光電計時器設定為「設次計時」，每次計時以 96 次為準，即扇葉轉頭旋轉 24 次，記錄 5 組數據並取其平均值。
- (4) 將電壓從 60V 開始測量，每次間隔 5V，直至電壓為 110V，同時記錄安培計及伏特計之讀數，並切斷電源迅速量取電阻值。
- (5) 將步驟電流平方乘上電壓得該次電流熱效應值。
- (6) 調整角度至 2、4、6、……、80 度，重複實驗步驟(1)~(4)。

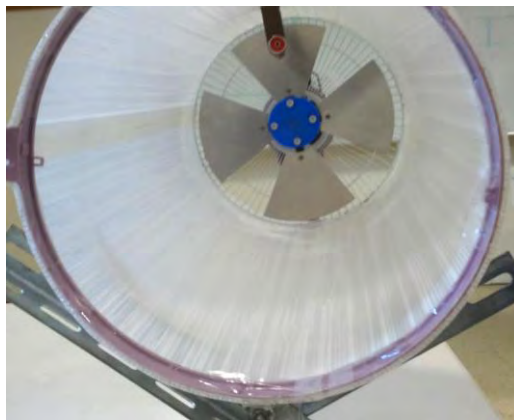


圖4-8-1 使用光電計時器測量轉速

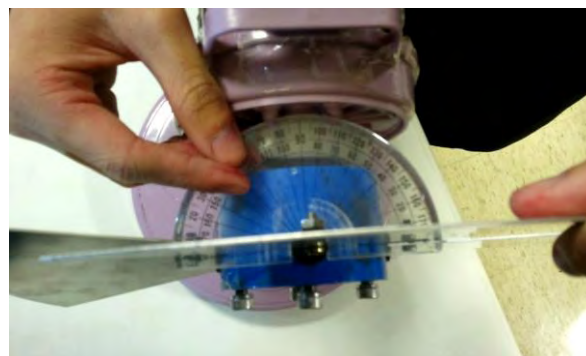


圖 4-8-2 以量角器調整扇葉角度

伍、研究結果

主題（一）：四極馬達轉子處線圈與轉子互感實驗

在此實驗中我們測量下列三種情況下馬達線圈迴路之電流：

情況一：將轉子取出，線圈迴路接上交流電並將電壓緩緩調至約60V，測量迴路電流值 i_0 。

情況二：將轉子裝回，電壓調至約60V此時以手固定轉子使之無法轉動，測量迴路電流值 i_1 。

情況三：將轉子釋放，此時電壓值仍約為60V，使其固定轉速轉動，測量迴路電流值 i_2 。

將三種情況之電流值記錄於表5-1中，可以發現 $i_0 > i_1 > i_2$ ，此為線圈與轉子產生互感的現象，此一現象將在討論一分析。

	情況一	情況二	情況三
線圈迴路總電壓值(V)	60.2	60.0	60.3
線圈迴路總電流值(A)	$i_0 = 0.413$	$i_1 = 0.265$	$i_2 = 0.162$

表 5-1 在不同情況下線圈迴路電壓及電流值

實驗1-2：分析互感造成轉子表面之溫度變化

測量情況二在經過不同時間下轉子溫度隨時間變化關係圖：

時間(min)	溫度(°c)	電流(安培)	電阻(歐姆)
5	38	0.272	0.127
10	45	0.267	0.13
15	51	0.263	0.132
20	54	0.263	0.134
25	56	0.26	0.135
30	59	0.259	0.136
35	61	0.258	0.137
40	64	0.258	0.137
45	65	0.258	0.138
50	66	0.258	0.138

表 5-2 輸入電壓均為60V握住轉子不轉動情況下，經過不同時間後轉子溫度隨時間變化圖

測量情況三在經過不同時間下轉子溫度隨時間變化關係圖

時間(min)	溫度(°c)	電流(安培)	電阻(歐姆)
5	35	0.152	0.124
10	38	0.156	0.126
15	41	0.153	0.127
20	43	0.148	0.128
25	44	0.149	0.129
30	45	0.152	0.13
35	46	0.15	0.13
40	47	0.146	0.131
45	48	0.15	0.131
50	48	0.149	0.131

表 5-3 輸入電壓均為60V轉子持續轉動情況下，經過不同時間後轉子溫度隨時間變化圖

以上室溫皆為27°C，由表中可以發現轉子在維持情況二或是情況三不同的時間下其溫度均持續的上升，且握住轉子不動的情況下溫度較轉子持續轉動較高，此點原因我們將在分析一討論。

主題（二）：討論四極馬達於轉子處消耗能量與轉速關係

在本次實驗中轉子將風扇卸下並剩下轉子，此時變壓器輸入迴路功率為 P_{in} 可轉變為

1. 線圈迴路中電流熱效應為 P_H 。
2. 磁力對轉子做功及轉子表面渦電流產生之熱效應其總和定義為轉子處消耗能量功率 P_L 。

根據能量守恆可以寫成下式：

$$P_{in} = P_H + P_L \quad (\text{式5-1})$$

如果將輸入電功率扣除線圈電流熱效應所得到的功率即為轉子處消耗電能之功率(P_L)，故上式加上電功率的公式後可以寫成下式：

$$P_L = P_{in} - P_H = iV - i^2R \quad (\text{式5-2})$$

本實驗主要分析不同轉速下，轉子處消耗能量將如何改變。下表為轉子在不同轉速下轉子處消耗能量分析，可以從表5-4中發現轉速越快的情況下轉子處消耗能量將會變大，此一結果將在討論二分析。

無扇葉									
電壓值(v)	電流值 (A)	光電計時器測量轉頭 99 轉所需要的時間(s)						轉頭轉速 (rps)	轉子處消耗的能量(w)
		第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均值		
110.4	0.238	3.3731	3.3866	3.3746	3.39	3.3714	3.3791	29.2	12.51
105.1	0.229	3.3956	3.3939	3.4009	3.3804	3.3856	3.3912	29.1	11.48
100.5	0.225	3.3941	3.4084	3.4172	3.4026	3.3988	3.4042	29.0	10.96
95.5	0.219	3.3999	3.4171	3.4118	3.397	3.4197	3.4091	29.0	9.59
90.3	0.201	3.4175	3.4319	3.4087	3.4375	3.416	3.4223	28.9	8.69
85.2	0.192	3.446	3.4637	3.4546	3.4506	3.4538	3.4537	28.6	7.84
80.5	0.181	3.4594	3.4567	3.4792	3.463	3.4622	3.4641	28.5	6.93
75	0.169	3.5107	3.4937	3.4952	3.4982	3.4987	3.4993	28.2	6.04
70.2	0.16	3.5255	3.5067	3.5086	3.5207	3.5109	3.5144	28.1	5.34
65.3	0.152	3.6491	3.6424	3.6269	3.648	3.6293	3.6391	27.2	4.61
60.7	0.148	3.8299	3.8284	3.8079	3.8136	3.8295	3.8218	25.9	3.96
58.4	0.146	3.9953	3.9861	3.9876	4.0021	3.9585	3.9859	24.8	3.66
55	0.154	5.031	4.1952	4.8739	4.8700	4.8841	4.7708	20.7	3.34
52.4	0.153	6.1952	6.4017	6.5835	6.6168	6.6706	6.4935	15.2	2.89
50.2	0.146	9.8232	9.8871	9.8756	9.9981	9.9872	9.9142	9.9	2.63
49	0.145	9.1710	8.81628	8.6991	8.7740	8.7030	8.8327	11.2	2.58
48.2	0.144	12.5406	12.3687	12.5037	12.3354	12.1301	12.3757	7.9	2.50
47.2	0.139	15.8340	15.8340	16.0020	15.7604	15.8898	15.8641	6.2	2.44
46	0.139	20.3412	20.5491	20.0059	20.5269	20.4296	20.3705	4.8	2.33
45	0.137	29.5868	29.2343	29.0175	28.7245	28.3631	28.9852	3.4	2.27

表 5-4 無扇葉時不同輸入電壓下量得電流、轉速及 P_L 數據值

主題（三）：討論四極馬達於不同轉速下線圈電流熱效應產生的消耗。

本次實驗主要將自製風扇裝上並將電壓調整至110V，若將扇葉的角度改變則扇葉的轉速也會改變，在本次實驗為輸入電壓均為110V的情況下觀察扇葉轉速改變其線圈電流熱效應佔輸入電能比例，今將實驗數據整理如表5-5並發現轉速越大則電流熱效應佔的比例越小。

扇葉偏轉角度	電壓 (V)	電流(A)	輸出功率 (P_{in})	電流熱效應 (P_H)	轉速(rps) (五次平均值)	線圈熱效應比例 (P_H/P_{in})
0	110.0	0.254	27.94	14.51	28.1	51.95%
5	110.3	0.255	28.12	14.69	28.2	52.25%
10	110.3	0.260	28.67	15.27	27.4	53.27%
15	110.0	0.264	29.04	15.96	26.6	54.96%
17	110.2	0.269	29.64	16.49	26.0	55.66%
19	110.3	0.270	29.78	16.76	25.9	56.30%
20	110.3	0.278	30.66	17.69	24.9	57.72%
22	110.2	0.302	33.28	20.97	20.7	63.03%
24	110.2	0.306	33.72	21.91	19.9	64.98%
25	110.1	0.306	33.69	21.81	19.6	64.76%
30	110.1	0.322	35.45	24.36	15.2	68.73%
35	110.3	0.326	35.95	25.39	11.4	70.64%
40	110.0	0.335	36.85	26.26	10.2	71.26%

表 5-5 改變扇葉偏轉角度測量轉速、電流及線圈熱效應佔輸入電功率比例之數據

陸、 討論

討論一：固定輸入電壓為 110V，為何轉速越快則迴路電流越小？

在主題三中發現固定輸入電壓為 110V 的情況下，轉速越大則測到的電流越小，此一機制與原理中所提到的互感效應有關，分析主題一中的三種情況如下：

1. 圖 6-1-(a)中一交流電源連接電感，此時自感值為 L 。圖 6-1-(b)中為迴路下方置一處於靜止狀態的金屬片，想像金屬片上一面積 A ，當上方迴路的電流 i_1 漸強時，此一想像面積會產生一感應電流 i_1' (此為渦電流)，此渦電流會與上方迴路互感且互感值為 M ，則下方加入金屬片時上方迴路的電感值變為 $L+M$ 。
2. 圖 6-1-(c)中表示此一金屬片以等速 v 向右移動，則此一想像面積在向右移動的情況下，每秒接收磁力線的數目將會變大，故根據法拉第定律可知此時渦電流 i_2' 會變大，此時渦電流和上方線圈間的互感值 M' 會大於 M 。式子 4-3 中可以推知迴路中電感值越大則測到交流電的電流值會越小，所以根據此一理論可推知三種情況中線圈電流 $i_0 > i_1 > i_2$ ，如果將金屬片改為本實驗中的轉子，則設計實驗情況如下表且進一步測量迴路中電流值，並與圖 6-1 三種理論情況比較如下表 6-1，表中顯示實驗中量到的電流值，此一實驗結果與互感後迴路電流變小的理論結果相符。
3. 觀察圖 6-1-(c)中可以推知如果金屬片速度 v 越快則 A' 越大，即互感值會變更大，因此可以解釋為何在主題三中轉速越快情況下迴路電流值會變小的原因。

設計實驗情況	將中間轉子抽離 (主題一之情況一)	加入靜止金屬轉子 (主題一之情況二)	加入轉子並使之穩定轉動 (主題一之情況三)
實驗中量測到交流電之電流值(A)	$i_0 = 0.413$	$i_1 = 0.265$	$i_2 = 0.162$

表 6-1 自感與互感下電流值的變化

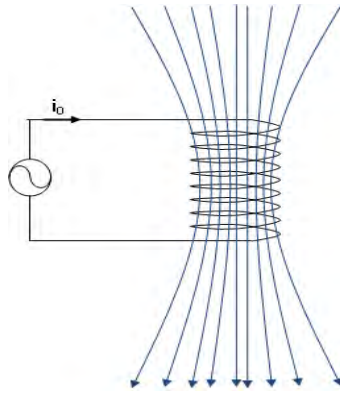


圖6-1-(a) 交流電源連接電感圖

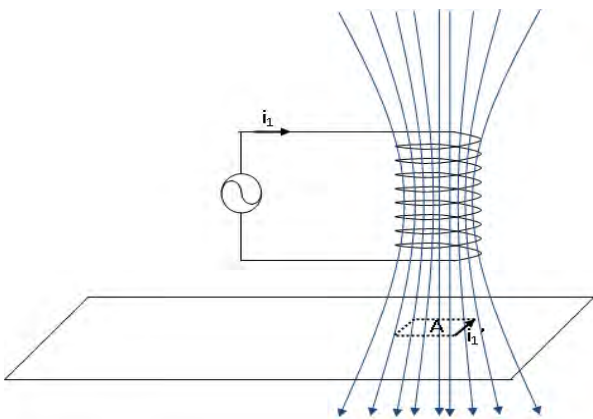


圖6-1-(b) 迴路下方置一處於靜止狀態的金屬片

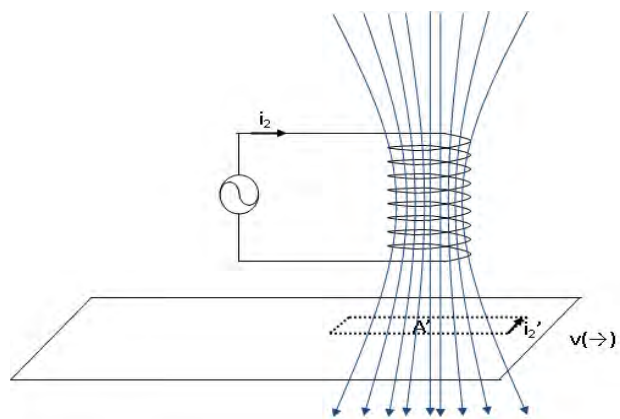


圖6-1-(c) 金屬片以等速 v 向右移動

討論二、轉子處消耗的能量意義為何？

觀察四極馬達的示意圖(圖 4-1-1)可以發現轉子會轉動是因為在轉子上產生渦電流後形成磁矩，線圈和磁矩間互斥或互吸以帶動轉子轉動，故轉子處消耗的能量為線圈和渦電流間形成的磁力對轉子做功及渦電流產生之熱效應，想像在轉子上處處都有渦電流，所以磁力做功的方向是分布很多方向，故我們在討論這個問題的時要明確定義平均磁力(見圖 4-2)。

因此在實驗中將輸入電功率扣除線圈的電流熱效應後得到的功率為轉子處消耗能量的功率，此一功率轉分為下列三種能量並說明其能量轉換的意義：

1. $F_{B\parallel}$ 做功的功率($P_{B\parallel}$)： $F_{B\parallel}$ 做功主要增加轉子的動能，若等速轉動的時候則此一做正功的結果會和動摩擦力做負功完全抵銷，若轉子加上扇葉等速轉動則 $F_{B\parallel}$ 做正功會與動摩擦力及空氣阻力做的負功抵消，此時扇葉不再增加動能，但是 $F_{B\parallel}$ 做正功會轉換成其他能量形式，例如沒裝扇葉時會變成摩擦後之熱能，有裝扇葉時會變成轉子摩擦的熱能及空氣分

子的動能。這種情況與在一粗糙平面上施一水平力使物體等速運動，而施力做功沒有增加物體的動能卻變成地面摩擦熱能之意義相同。

2. $F_{B\perp}$ 做功的功率($P_{B\perp}$)： $F_{B\perp}$ 是指向轉子的圓心的力，此一力並不會使轉子動能增加，只是造成轉子微幅形變，就如同施力壓一皮球而施力做功變成皮球的彈力位能，且皮球在手離開後位能又變成熱能逸散到外界。
3. 渦電流產生的電流熱效應：此作用與電磁力作用有關，如圖 6-2 所示想像轉子處一小面積 A 某一瞬間受到交流電之變化磁場感應，而產生磁通量 $M_2(\text{web})$ 與線圈互感後之磁通量 $M_1(\text{web})$ 相斥，此磁力做功轉換的形式可以分為 $P_{B\parallel}$ 及 $P_{B\perp}$ ，而在磁力抵抗的下一瞬間磁力平行力做功轉換成轉動能，磁力垂直力做功轉換成渦電流產生的電流熱效應。實驗 1-2 的結果顯示轉子置入且使轉子靜止的情況下，做完實驗將轉子取出發現轉子溫度相當高，因此我們理解到因轉子靜止所以磁力做功並未變成動能，此時轉子處消耗的能量全部變成渦電流產生的熱效應，此一機制與電磁爐會發熱的原理相同。
4. 實驗 1-1 為驗證線圈因互感而造成線圈電流增加，在實驗 1-2 中則驗證轉子處有渦電流的存在，如圖 6-3 中黑點為輸入電壓 60V 並將轉子握住不動，經過不同時間後轉子溫度隨時間的變化圖，而圖 6-3 中紅點為輸入電壓 60V 並讓轉子轉動不同的時間後轉子溫度隨時間的變化圖，從圖中發現互感的時間越長轉子溫度上升越多，此實驗證明轉子處確實有渦電流產生之電流熱效應。

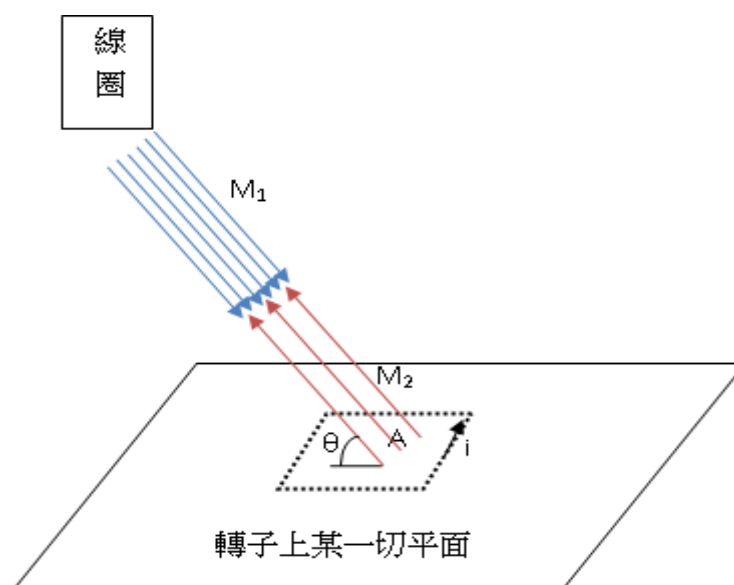


圖6-2 轉子處磁力做功示意圖

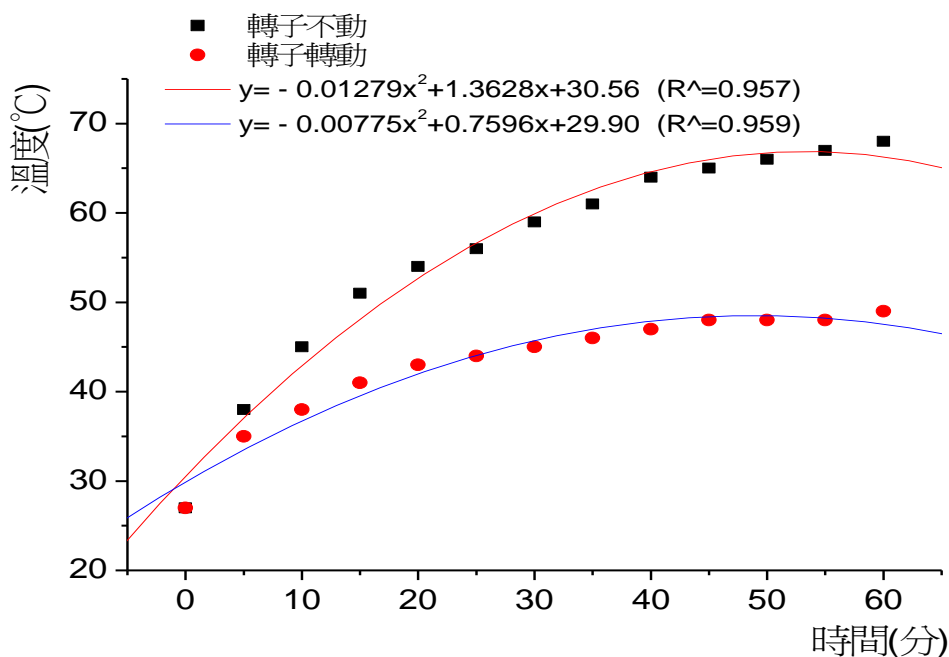


圖 6-3 測量轉子在不同情況下溫度隨互感時間變化關係圖

討論三：轉子處消耗的能量與轉速的關係為何？

將表 5-4 中電壓和轉速的實驗數據做成圖 6-4，可以驗證轉速接近極速(30rps)時若再加輸入更高的電壓也不會增加轉速，此一實驗結果也呼應式子 4-1 的正確性，如圖 6-4 可以發現如圖 4-1-1 所示因線圈 I 及線圈 II 的磁極總是反向，線圈 I 斥力推動轉子時線圈 II 就是扮演吸力拉動轉子，如果轉速接近極速則意味平均磁力法線分力之比例較大，這樣才不會再增加線圈的動能。磁力做功的方向分佈是會隨轉速改變，因轉子上處處都有渦電流所以和線圈間產生吸力和斥力的方向也無法由理論推得，所以將主題二之數據分析後得到轉子處消耗的能量和轉速的關係圖如圖 6-5-(a)，此圖為一非線性的關係圖。

已知線圈產生磁場的公式如下：

$$B = \mu_0 ni \quad \text{式(6-1)}$$

若線圈電流變大則線圈磁場變大，觀察圖 6-2 可知上方線圈的電流變成 n 倍且下方金屬片速率 v 變成 m 倍，根據法拉第定律則下方感應電流會變成 mn 倍，線圈和渦電流間的磁力會變成 mn^2 倍。

磁力對轉子的做可以寫成下式：

$$P_B = \vec{F}_B \cdot \vec{v} = Fv \cos \theta \quad \text{式(6-2)}$$

(上式中的 θ 為平均磁力方向和轉子切線方向的夾角)

我們利用反證法去證明磁力做功的方向會隨轉速改變，方式如下：

1. 假設磁力作用於轉子的方向 θ 不會改變。
2. 已知線圈電流變 n 倍，轉子速率變 m 倍。
3. 故磁力變 mn^2 且 θ 不變及速率變 m 倍，根據式子 6-2 則磁力做功變成 m^2n^2 倍。
4. 若感應電流變成 mn 倍則轉子上感應電流之熱效應功率變成 m^2n^2 倍。
5. 根據轉子處消耗能量功率為磁力做功及渦電流之電流熱效應之相加，且根據 3.及 4.兩點可知如果線圈電流變 n 倍且轉子速率變 m 倍後轉子處消耗的能量功率會變成 m^2n^2 倍。
6. 我們取實驗中兩組數據情況一不是極速狀態，情況二是接近極速狀態，將此兩種情況數據整理如下表 6-2，如果情況一變成情況二則電流變 1.556 倍，轉速變 1.914 倍，根據 5.可知轉子處消耗能量功率在 θ 不變的情況下轉子處消耗的功率應變為 8.87 倍，即情況二在 θ 不變的假設下應為 25.63(w)，但實際上測量到情況二轉子處消耗的功率為 11.48(w)，也就是說假設 θ 不變是錯誤的假設。
7. 觀察圖 6-2 可以理解到如果 θ 值變大則線圈和渦電流間的互感值加大，則線圈處的電流值變小，此時交流電輸入電功率也會變小，故 θ 角變大導致輸入電功率比 θ 角不變的情況下小很多，所以理論上 θ 角不變情況下轉軸處消耗能量可由輸入功率分得 25.63(w)，實際上卻因 θ 角變大導致輸入功率變小使得分得轉軸處消耗能量分得功率僅為 11.48(w)。

	線圈電流(A)	轉速(rps)	轉子處消耗能量功率(w)
情況一	0.153	15.2	2.89
情況二	0.238	29.1	11.48

表 6-2 比較表 5-4 中兩組實驗數據，其中一組接近極速狀態，另一組為不是接近極速狀態

圖 6-5-(a)中的每一個數據點線圈電流值都不相同，今嘗試用前段討論中的 1~5 點將數據點的電流歸一化，即圖 6-5-(b)中每一點的線圈電流值均 1(A)，當實驗測得線圈某一電流及轉速值時，可以利用圖 6-5-(b)之回歸曲線方程式放大或縮小後再內插轉速以求得此時轉軸處消耗能量的功率。

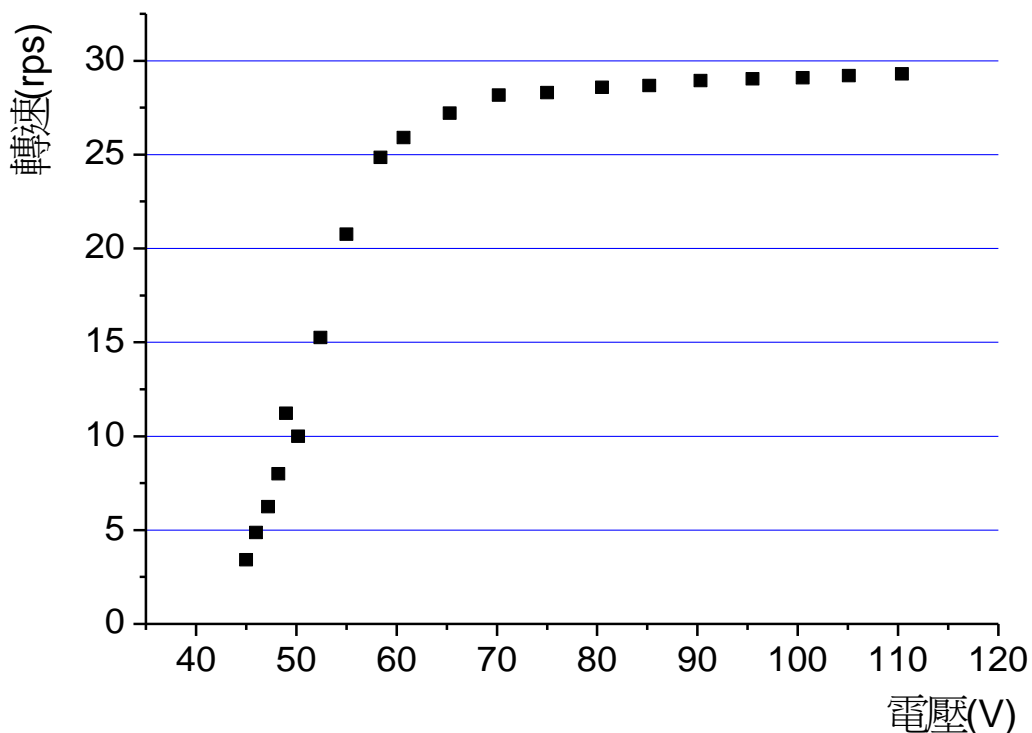


圖 6-4 未接扇葉時轉子之轉速隨電壓變化圖

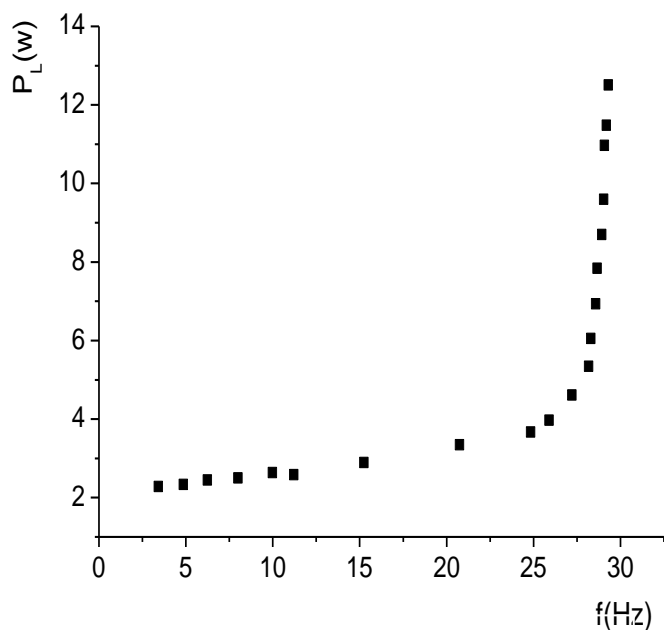


圖 6-5-(a) 線圈電流不同情況下，轉子處消耗的能量和轉速的關係圖

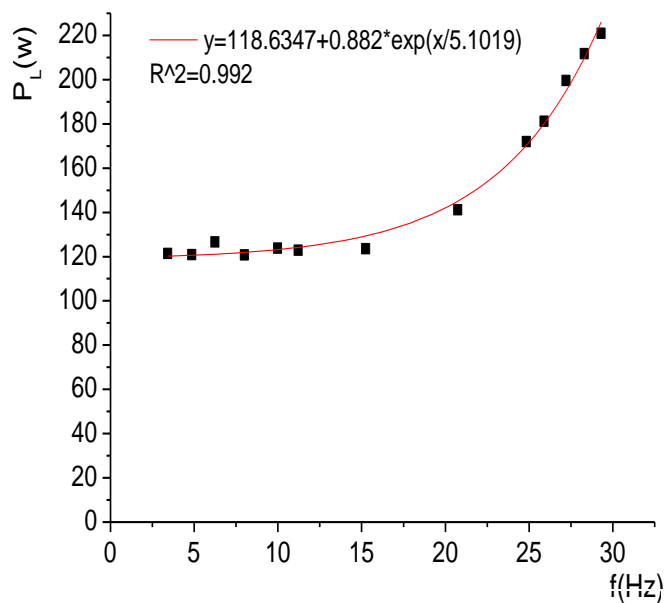


圖 6-5-(b) 線圈電流均為 1(A)情況下轉子處消耗能量和轉速的關係圖

討論四：線圈電流熱效應與轉速的關係為何？

從討論一的結論可得知如果風扇的轉速越快則迴路的電流越小，主題三中將電壓值固定為 110V，並改變自製扇葉偏轉角以改變轉子的轉速，將轉速與迴路電流的關係圖做圖如 6-6-(a)，圖中可以發現轉速越快則迴路的電流值將會下降，如果分析線圈電流熱效應佔輸入電功率百分比與轉速的關係圖可以得到圖 6-6-(b)，可以發現轉速越快則線圈電流熱效應佔輸入電能的比例將會下降。

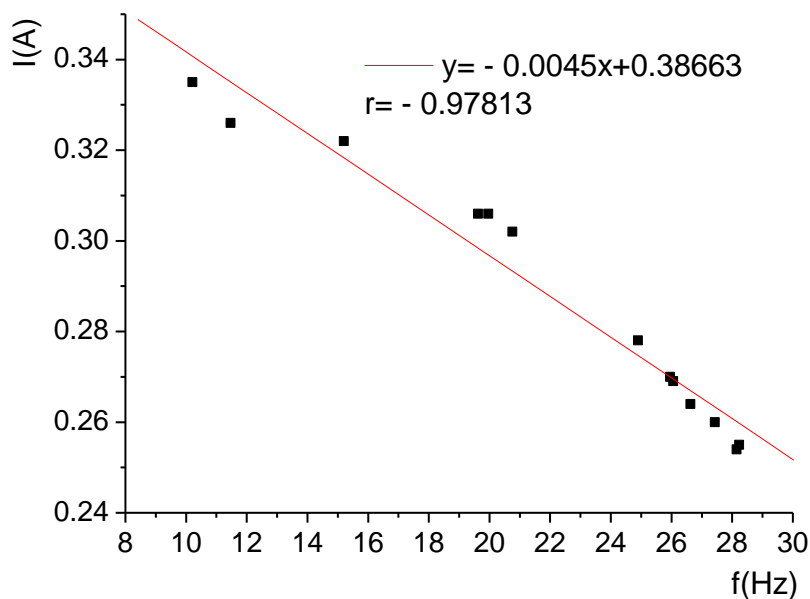


圖 6-6-(a) 輸入電壓均為 110V 情況下，轉速與迴路電流的關係圖

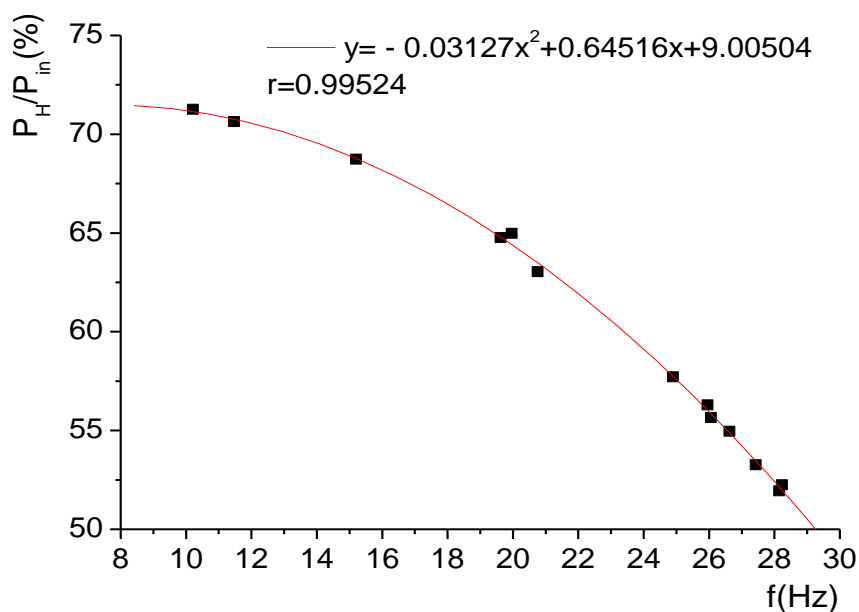


圖 6-6-(b) 輸入電壓均為 110V 情況下，不同扇葉轉速時 $\frac{P_H}{P_{IN}}$ 值比較圖

討論五：本實驗中誤差的原因為何？

在本實驗中所使用的三用電表會有些許的誤差，當測量電壓時可以準確三位，測量電流時可以準確三位，故本實驗測得的功率數據均採用電壓及電流之準確位相乘，由於電流、電壓及電功率的誤差比例均小於百分之一，故作圖分析時忽略誤差棒分析。

在轉速測量部分主要誤差來源為光電計時器，本實驗採用之光電計時器可以準確五位，以光電計時器測量五次的轉速後取平均值為數據，因數據誤差小於百分之一，故作圖時忽略誤差棒分析。在分析電流熱效應時需要測量線圈迴路的電阻值，因線圈的溫度會有所改變造成電阻不是常溫下測量的結果，因此我們的作法為每測量完一次轉速就將插頭拔掉並馬上測量電阻，使測得的電阻值的誤差降到最小。

討論六：本實驗結果如何解釋變頻的意義？

根據式子 4-1 中可知利用變頻器改變頻率去改變四極馬達的極速，在我們查到資料中有關變頻冷氣的說法為變頻器與溫控系统結合，透過改變頻率去調整馬達轉速，而傳統冷氣必須透過開或關兩個動作來控制室內溫度。

我們在主題一的實驗結果顯示如果在轉速為零時只需60V的電壓迴路之電流就高達0.265A，在主題三電壓為110V及轉速為28.1(rps)的情況下電流值為0.254(A)，可見如果在轉速為零時電壓調至110V則電流大到會把線圈燒掉，故馬達在啟動時電流是相當的大的，此點呼應查得資料中顯示舊型的傳統冷氣啟動時甚至會有跳電的情況的說法。觀察圖6-6-(b)可以發現如果轉速越快則電流熱效應佔輸入功率越小，因此變頻可以改變轉速即可以將電流熱效應消耗的比例降低已達到高能源效益比。

利用圖 6-7-(A)演變成圖 6-7-(D)並搭配本實驗的結果來說明變頻的意義：

1. 圖 6-7-(A)及圖 6-7-(B)之電流、電壓及轉速為擷取本實驗的數據，可以由主題二的實驗結果推知電壓變大瞬間線圈對轉子的平均磁力($\overline{F_B}$)變大，根據主題二實驗結果顯示若轉速變大則 $\overline{F_{B\parallel}}$ 佔 $\overline{F_B}$ 的分量會變小，所以電壓變大瞬間 $\overline{F_B}$ 變大接著轉子的轉速增加的過程中圖中 $\overline{F_B}$ 和水平的夾角 θ 也跟著變大，故在加速過程中切線方向的合力越來越小，直到 $\overline{F_{B\parallel}}$ 和

外界阻力 \vec{f} 再度達到平衡狀態(即圖 B 的狀態)，利用終端速度的概念可知達到平衡時轉速變的比提升電壓前還要快。

2. 若輸入電壓不變的情況下假想將交流電頻率由 60Hz 變成 120Hz，此時轉子的極速由 30rps 變成 60rps，圖 6-5-(C)表示為變頻瞬間的概念圖，根據主題二的實驗結果可知變頻瞬間轉速比較不接近極速所以 $\vec{F}_{B\perp}$ 佔 \vec{F}_B 之比例變小即 θ 值變小，變頻瞬間後 $\vec{F}_{B\parallel}$ 大於 \vec{f} 則轉子開始加速。
3. 圖 6-5-(C)演變至圖 6-5-(D)的過程中我們假想變頻加速後轉子再度到達一個終端速度並等速轉動的示意圖，根據主題二的結果推論變頻瞬間 θ 變小，但隨著轉速變快 θ 又漸漸變大，故變頻瞬間 θ 變小後 $\vec{F}_{B\parallel}$ 變大開始加速，速度越大 $\vec{F}_{B\parallel}$ 也跟著變小，加速過程中切線方向的合力越來越小，直到 $\vec{F}_{B\parallel}$ 和 \vec{f} 平衡時即停止加速，並到達一個更高轉速的終端速度狀態。
4. 由實驗結果推知變頻後(圖 6-7-D)的 θ 值會較變頻前(圖 6-7-B)有所不同，最後我們體會到 θ 值是關鍵問題，從圖 6-2 可以推知 θ 值越大則線圈電流越小但轉子處之渦電流會變大，這是一個兩難的問題，到底要減少線圈電流還是要減少轉子處的渦電流？

根據前述討論可推知四極馬達輸入交流電頻率為 60Hz 時，若線圈和轉子相對位置不變且考慮轉子轉速和交流電頻率的相位角差，則某一個轉速必定對應一個固定的 θ 值，再進一步推想輸入某一個交流電的頻率下會有一個特定 θ 值以達到最佳能效比，此一特定 θ 值所對應的轉速定義為最佳轉速。根據我們查到的文獻資料中可以找到變頻系統中亦包含散熱系統和變壓系統，在此我們假想一個情況說明散熱和變壓系統的意義。

假定我們需要的工作轉速為 30rps，假想有一數據庫的資料顯示四極馬達在輸入交流電頻率為 75Hz 的情況下，當轉速為 30rps 時具有最佳的能效比，當我們設計好扇葉形狀裝上馬達後發現轉速並非 30rps 而是比較低的 25rps，此時變壓系統就可適時提高電壓，則平均磁力向量變大，轉速亦到達指定轉速 30rps，以達到高能效比轉速。如果馬達需要輸出高功率則線圈和轉子的溫度必將升高，此時散熱系統即可發揮降溫的功能。

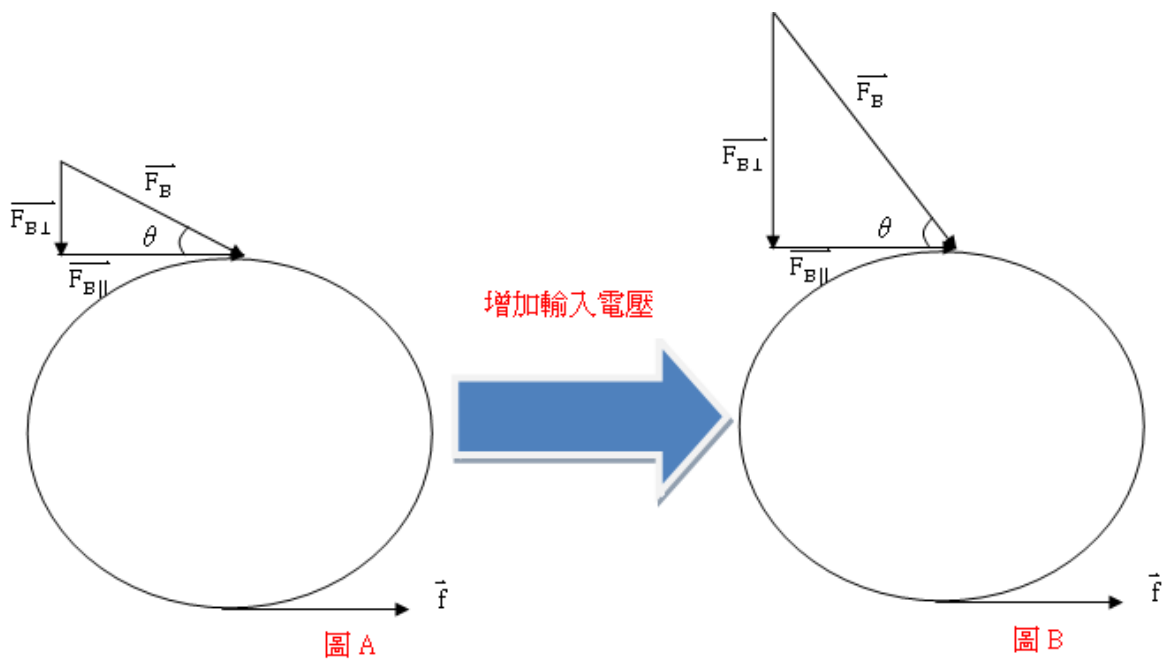


圖 A
輸入電壓 52.4V，線圈電流 0.153A
轉速 15.24rps，交流電頻率 60Hz

圖 B
輸入電壓 90.3V，線圈電流 0.201A
轉速 28.93rps，交流電頻率 60Hz

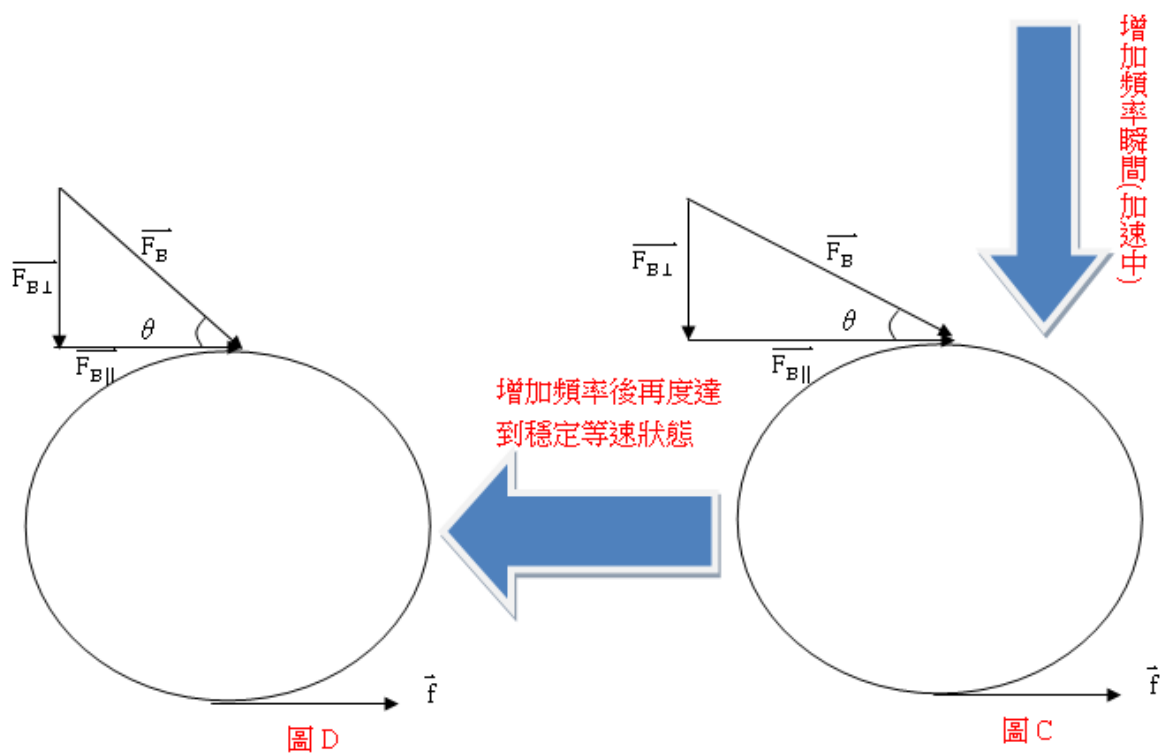


圖 D
變頻後磁力水平分力和外界阻力再度平衡，線圈電流停止變小，轉速停止變大。

圖 C
交流電頻率調為 120Hz，磁力水平分力在變頻瞬間大過外界阻力，轉子開始加速。

圖 6-7 變壓及變頻後轉子受到磁力方向、轉子速度及線圈電流之變化示意圖

討論七：本實驗數據中是否可以找到最佳 θ 值？

根據主題二的實驗設計為沒有裝上風扇的情況，而切線力做功可視為轉變成轉子細桿與固定裝置間的摩擦熱能，觀察圖4-1-1可以發現若轉子做等速率轉動，則動摩擦力(f_k)做功必和平均磁力切線力做功($P_{B\parallel}$)大小相同，而 $P_{B\parallel}$ 是真正有效能量，所以本實驗採用的四極馬達之能效比可以表示為下式：

$$\eta = \frac{P_{B\parallel}}{P_{in}} = \frac{f_k(2\pi fR)}{iV} \propto \frac{f}{iV} \quad (\text{式 6-3})$$

根據上式將表5-4中的數據繪製如圖6-8，根據上式可知此圖代表本次實驗馬達在不同轉速下四極馬達之能效比，注意到在轉速接近25(Hz)時能效比為最佳，最後我們將原來的電風扇扇葉裝上後測量轉速發現轉速為25.54(Hz)，可見扇葉的設計很可能是搭配此四極馬達在轉速約25(Hz)時有最佳能效比的物理意義。

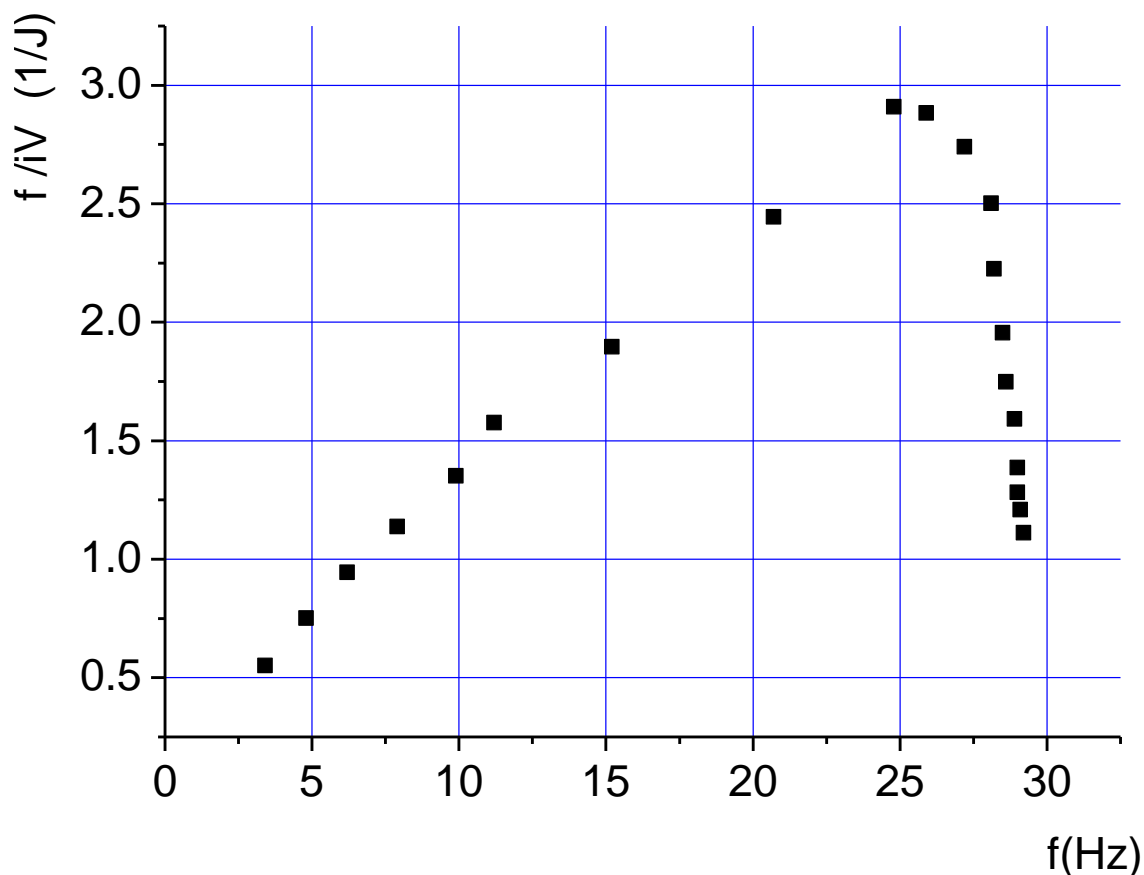


圖6-8 本實驗採用馬達之能效比與轉速的關係圖

柒、結論

1. 本實驗中可以驗證四極馬達的極速為 30rps，實驗中發現轉速越快則線圈和轉子的互感值越大，導致線圈迴路電流變小，且透過轉子處溫度分析可驗證渦電流存在的事實。
2. 主題三的實驗結果可知相同輸入電壓下及相同頻率之交流電的情況下，轉速越大則線圈電流值變小且線圈電流熱效應佔輸入功率越小。
3. 分析主題二的實驗數據後發現，轉子越接近極速的狀態則轉子處磁力之切線力做功比例變小，大部分電能轉變成渦電流之熱效應並造成能源的浪費。
4. 本實驗結果可以間接說明變頻不只改變轉子的極速亦改變轉子當下的速度。
5. 由本實驗說明之變頻意義可以推知在同一馬達輸入某一交流電頻率下，會存在一最佳 θ 值，使線圈和轉子處的電流熱效應總和佔輸入電能比例達到最低，由主題二實驗結果顯示改變轉速可以決定 θ 值之大小，故變頻系統必須要搭配變壓系統方可達使馬達在最佳轉速下運轉，以達到節能的效果。
6. 本實驗數據可推得此次採用之四極馬達的最佳轉速約為 25(Hz)，與裝上原風扇後測得的轉速相當接近，可以推測扇葉的設計可能有配合最佳轉速的物理意義。

捌、未來展望

本次實驗的方法可應用在提升馬達能源效益比，未來希望取得變頻器後再進一步驗證：

『同一個馬達在輸入不同交流電頻率下有不同之最佳轉速的存在』，藉以建立正確的資料庫以提供未來馬達設計者使用。

玖、參考資料及其他

- 一、傅昭銘、陳義裕（民 100）。**基礎物理[[二 B]上冊**（48- 54 頁、109- 146 頁、）。臺南市：南一。
- 二、傅昭銘、陳義裕（民 100）。**基礎物理[[二 B]下冊**（7- 39 頁、81- 138 頁、）。臺南市：南一。
- 三、傅昭銘、陳義裕（民 101）。**高中選修物理上冊**（268- 294 頁、）。臺南市：南一。
- 四、傅昭銘、陳義裕（民 101）。**高中選修物理下冊**（8- 134 頁、）。臺南市：南一。
- 五、David Halliday、Rober Resnick、Jearl Walker（民 98）。**Fundamentals of Physics Extended 8/E**（30-21 至 30-37、）。臺北市：全華。
- 六、余承勳、何弘達、彭士軒(民 97)。**中華民國第四十八屆中小學科學展覽會全國賽作品**：『電風扇葉扇角度的秘密』。
- 七、蕭閔駿、陳凱威、沈仕煊(民 101)。**中華民國第五十二屆中小學科學展覽會北二區作品**：『瘋扇葉』。
- 八、顏吉永、張國財（民 84）。**電機學**（29- 31 頁、234- 239）。臺北市：全華。
- 九、許允傑（民 83）。**馬達控制**（234- 239 頁）。臺北市：全華。
- 十、變頻器原理、基本知識(2011-05-07 17:37:46)。”**自動化在線**”取自：
<http://www.autooo.net/utf8-classid36-id19019.html>
- 十一、變頻器（無日期）。”**維基百科，自由的百科全書**”取自：
<http://zh.wikipedia.org/zh-hk/%E5%8F%98%E9%A2%91%E5%99%A8>
- 十二、張永宗、陳清良（無日期）。”**變頻器於空調之節約能源應用**”取自：
http://www.ecct.org.tw/print/53_1.htm

【評語】 040108

作品用心投入實驗器具製作與分析，若能改善量測方式與擴大研究主題，則更能呈現本作品的主題性。