

# 中華民國第 53 屆中小學科學展覽會

## 作品說明書

---

國中組 化學科

**最佳創意獎**

030212

**迷霧森林-銅樹銀枝的微觀探討及初步碎形分析**

學校名稱：臺北市立敦化國民中學

作者： 國二 彭 璿	指導老師： 劉睿荷
---------------	--------------

關鍵詞：金屬樹、氧化還原、顯微觀察

## 摘要

本研究以生物學研究器材(立體顯微鏡)一窺氧化還原反應析出銅樹、銀樹的微觀世界；又以數學分析(碎形理論)計算金屬樹維度；再以藝術與美學角度翔實記錄金屬樹的特異性形態與變化。

銀樹在不同介質(濾紙、洋菜凍)的生長速度均快於銀樹。濾紙上銅樹似蕨類，碎形維度  $1.77\pm 0.17$ ；銀樹似枯枝狀，維度  $1.65\pm 0.04$ 。顯微鏡下，紅褐色銅樹如珊瑚，銀灰色銀樹如雪樹。硫酸銅溶液及洋菜濃度會影響銅樹生長速度、鋅片/鋅粒氧化程度、氣泡產生量多寡及大小。銀樹生長速度及形狀，則因鋅片/鋅粒在洋菜/培養皿的放置方式(平放、斜插、直插)而有差異。

本研究以顯微放大之金屬樹圖形進行碎形維度計算，誤差很小，值得日後應用於不同條件下所形成金屬樹資料庫的建立。

## 壹、 研究動機

- 一、 在國中理化課程的內容中，「氧化還原」是最令我著迷的單元。利用氧化還原反應可析出不同金屬樹，其美麗形態令人著迷！
- 二、 先前有關金屬樹的研究，主要是針對不同因素對金屬樹析出的影響，偏重於巨觀的探究。
- 三、 我想嘗試從不同的面向去探索「金屬樹」這種化學反應產物，於是以生物學常用的工具立體顯微鏡進入銅樹、銀樹的微觀世界；以數學方式（碎形分析）計算出濾紙上金屬樹的維度（dimension）；最後以美學的角度記載了不同金屬樹的特異性形態及變化。

## 貳、 研究目的

- 一、 以立體顯微鏡觀察不同活性金屬（銀、銅）形成金屬樹形態的差異。
- 二、 比較金屬樹在不同介質（濾紙、洋菜凍）、不同空間（濾紙、培養皿、燒杯）中的發育及生長情形。
- 三、 以碎形理論初步分析濾紙上銅樹、銀樹之維度。

## 參、 研究設備及器材

### 一、 藥品

硫酸銅、硝酸銀、鋅粒、鋅片、銅片、鋁片、鐵片、鹽酸、硝酸、丙酮、洋菜粉、酚酞、蒸餾水

### 二、 器材

濾紙、培養皿、燒杯、量筒

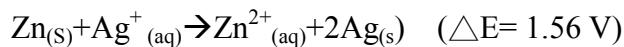
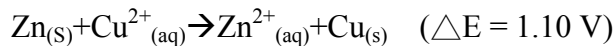
### 三、 設備

電子天平、磁力加熱攪拌器、立體顯微鏡、冷光照射燈（蛇燈）、燈箱、微波爐、數位相機、電腦

## 肆、 研究過程或方法

### 一、 研究過程

- (一) 在氧化還原反應中，活性(氧化電位)大的金屬會將活性小的金屬離子還原成金屬固體，自己氧化成為離子狀態而溶解。析出金屬時會呈現放射狀美麗的圖案，也就是金屬樹名稱之由來。
- (二) 本研究的重點在於以顯微觀察的角度探索不同金屬樹形狀，並以碎形理論計算其維度。
- (三) 研究進行分成兩個部分，第一部分為前置試驗，以 4 種不同濃度的硫酸銅及硝酸銀溶液與 4 種金屬片（鋅、鐵、鋁、銅）作用，選出一種金屬及一個金屬溶液濃度進行後續實驗。第二部分則探討不同介質（濾紙、洋菜凍）、不同空間（濾紙、培養皿、燒杯）對金屬樹析出速度，並以顯微觀察記錄其變化、以碎形理論計算其維度。
- (四) 實驗原理：利用鋅粒、鋅片和硫酸銅溶液、硝酸銀溶液反應，活性小的銅離子、銀離子會被還原析出暗紅色金屬銅、銀灰色金屬銀，而活性大的鋅粒/鋅片，則會被氧化而溶解。



### (五) 碎形簡介

1. 碎形(fractal)一詞是由曼德耳布洛特(Mandelbrot.B.B)於 1970 年代所創，指破碎、不規則的集合所形成的狀態，也就是一種粗糙、零碎、不規律的幾何形狀。「碎形」的特徵主要有兩點，第一是自我相似形(similarity)，第二強調其維度(dimension, D) 不一定是整數。
2. 碎形理論可應用於圖像壓縮、輪廓和紋理分析的圖像分割。本研究嘗試以碎形分析來計算氧化還原反應析出銅樹、銀樹的維度 (dimension)，所得結果可供未來建構不同金屬樹維度資料庫之參考。



碎形理論示意圖

## 二、研究方法

### (一) 前置試驗

1. 以 4 種不同濃度(0.05M、0.1M、0.15M、0.2M)的硫酸銅及硝酸銀溶液，分別與鋅片、銅片、鋁片、鐵片反應，測量金屬樹形成之快慢、形狀、大小。
2. 將鋅片、鋁片、鐵片先用稀鹽酸稍清洗，銅片則先用稀硝酸稍清洗，再以蒸餾水洗淨，經丙酮沖洗後，以吹風機吹乾。
3. 實驗共分成 28 組，準備直徑 9cm 的培養皿 280 個，每組 10 個。
4. 取直徑 7cm 之濾紙放入培養皿中，以不同濃度之金屬溶液浸潤，使濾紙濕潤與培養皿緊密接觸，除去氣泡。
5. 在濾紙中央放置不同金屬片，定時記錄金屬樹生長之大小、形狀。

### (二) 銅樹/銀樹在濾紙上的沉積

1. 準備直徑 9mm 的濾紙，以 0.1M 硫酸銅溶液/0.1M 硝酸銀溶液浸潤後，放入培養皿中，勿讓濾紙與培養皿之間有氣泡產生。
2. 於濾紙正中央放置一顆鋅粒。
3. 銅樹組做 20 個培養皿，銀樹組做 10 個培養皿。
4. 靜置、觀察銅樹/銀樹變化，拍照、進行分析。

### (三) 銅樹/銀樹在洋菜凍內的沉積

1. 洋菜凍/燒杯
  - (1) 配製 1%洋菜凍（含 0.1M 硫酸銅或 0.1M 硝酸銀）  
取 10g Agar（USB，USA）於燒杯中，加蒸餾水至 1000ml，置微波爐加熱使 Agar 完全溶化。取出燒杯，加入 15.96g  $\text{CuSO}_4$ （MERCCK，Germany）或 17g  $\text{AgNO}_3$ （SIGMA，USA），置加熱磁力攪拌器上，勿讓 Agar 凝固。
  - (2) 燒杯先加入 50ml 上述熱洋菜液，待凝結成凍後，銅樹組 20 個在中央放置一顆鋅粒，銀樹組 5 個（3 個在中央放置一鋅粒、2 個放置一鋅片），最後再加入 50ml 熱洋菜液。
  - (3) 靜置、觀察銅樹變化，拍照、進行分析。
2. 洋菜凍/培養皿（9mm 直徑）
  - (1) 銅樹組：
    - a. 分成 4 組，分別加入不同濃度的洋菜凍（0.5%、1%）或硫酸銅溶液（0.05M、0.1M），每組 6 個培養皿。
    - b. 探討鋅片插入硫酸銅洋菜凍中產生氣體是否為氫氣之實驗，可於製備實驗組洋菜凍時直接加入指示劑酚酞。

- (2) 銀樹組：
  - a. 加入含 0.1M 硝酸銀的熱洋菜液，共 7 個培養皿。
- (3) 待洋菜結凍後，分別以平放、斜插、直插等方式將鋅粒或鋅片置入。
- (4) 靜置、觀察銀樹變化，拍照、進行分析。

(四) 金屬樹之碎形維度計算

1. 採電擊穿法計算

- (1) 以中心點作圓（半徑為  $r$ ），測量圓中所有分支的總長度  $n(r)$ ，則  $n(r)$  正比於  $R^d$
- (2) 分支總數目  $N(r)$  正比於  $r^{D-1}$
- (3) 電擊穿計算公式： $\log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{D-1} = \log\frac{N(r_2)}{N(r_1)}$







$r_1$	小圓半徑
$r_2$	大圓半徑
$N(r_1)$	小圓半徑內分支數
$N(r_2)$	大圓半徑內分支數
$D$	維度

實驗步驟簡表 1：-比較金屬樹在不同介質、不同空間之生長情形

	圓形濾紙 (直徑 9cm)	洋菜培養皿 (1%W/V、直徑 9cm)	洋菜燒杯 (1%W/V、直徑 6cm)
鋅片/鋅粒放置方式	鋅粒放置濾紙中央	鋅片/鋅粒以平放、斜插、直放方式放置	在先後分別加入的洋菜凍中央放置鋅粒
銅樹	以 0.1M $\text{CuSO}_4$ 浸潤	注入 1cm 高、含 0.1M $\text{CuSO}_4$ 之洋菜	分二次加入 50ml 含 0.1M $\text{CuSO}_4$ 之洋菜
實驗示意圖			
銀樹	以 0.1M $\text{AgNO}_3$ 浸潤	注入 1cm 高、含 0.1M $\text{AgNO}_3$ 之洋菜	分二次加入 50ml 含 0.1M $\text{AgNO}_3$ 之洋菜
實驗示意圖			

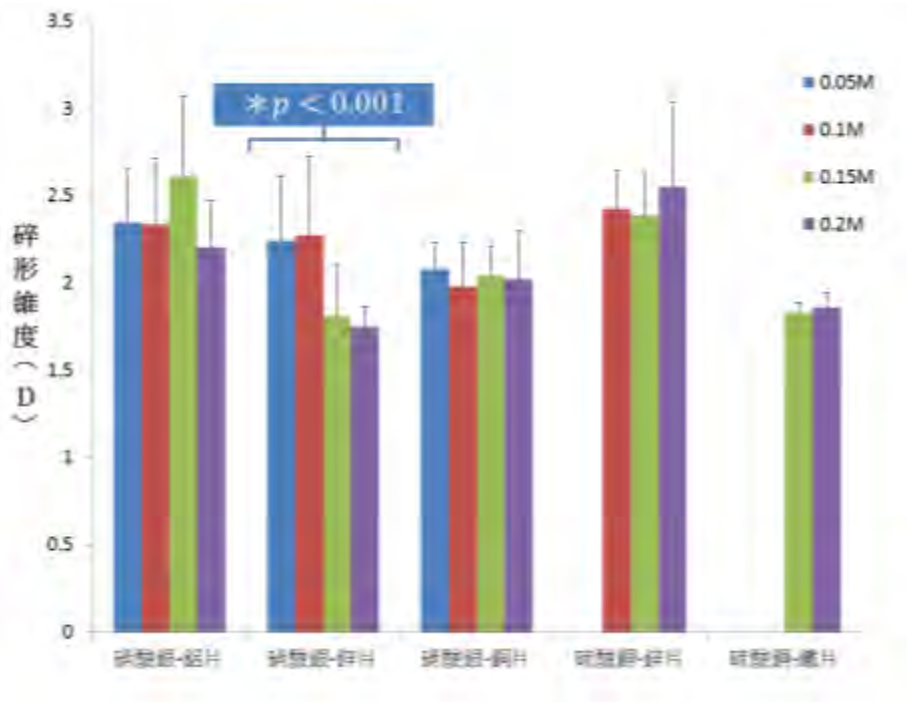
實驗步驟簡表 2：比較不同硫酸銅溶液、洋菜濃度對銅樹生長之影響

	A 組	B 組	C 組	D 組
洋菜及硫酸銅濃度	1%洋菜凍/0.1M 硫酸銅	1%洋菜凍/0.05M 硫酸銅	0.5%洋菜凍/0.1M 硫酸銅	0.5%洋菜凍 /0.05M 硫酸銅
鋅片/鋅粒放置方式	平放、斜插、直放	平放、斜插、直放	平放、斜插、直放	平放、斜插、直放
實驗示意圖				

## 伍、 研究結果

### 一、 前置試驗










- (一) 28 組的實驗結果顯示,硝酸銀溶液與鐵片不反應;硫酸銅溶液與鋁片反應極差;其他各組金屬樹的維度測量如圖一所示。
- (二) 經由 one-way ANOVA 統計分析金屬液濃度對維度的影響,發現除了硝酸銀-鋅片組中高濃度二組(0.15M、0.2M)的維度顯著小於低濃度二組(0.05M、0.1M)外,另外幾組(硝酸銀-鋁片、硝酸銀-銅片、硫酸銅-鋅片、硫酸銅-鐵片)中不同濃度的硫酸銅或硝酸銀溶液,其銅樹/銀樹的維度沒有顯著性差異。
- (三) 硝酸銀溶液濃度愈高、反應速率愈快。但鋅片在 0.2M 及 0.15M 硝酸銀溶液中的反應太快,前者二小時、後者四小時就長到濾紙頂端,故較不適合後續的研究。
- (四) 硝酸銀溶液與不同金屬片反應,析出銀樹的形狀及維度亦有所不同(圖二)。
- (五) 硫酸銅-鋅片組的生長極為緩慢,導致形成銅樹粗短、維度過大,後續濾紙上析出銅樹的實驗改以鋅粒取代。
- (六) 硫酸銅-鐵片組的銅樹形狀漂亮。雖然其寬闊、不透明的特性並不適合顯微觀察,但未來探討濃度對反應速率影響的相關實驗,本結果可提供一個很好的參考模式(圖三、表 B)。
- (七) 在考慮金屬樹析出速度、可否計算碎形維度及是否適合顯微觀察等條件下,本研究決定以 0.1M 的硫酸銅/硝酸銀溶液與金屬鋅作用,探討銅樹/銀樹在不同介質、不同空間的析出情形(表二)。



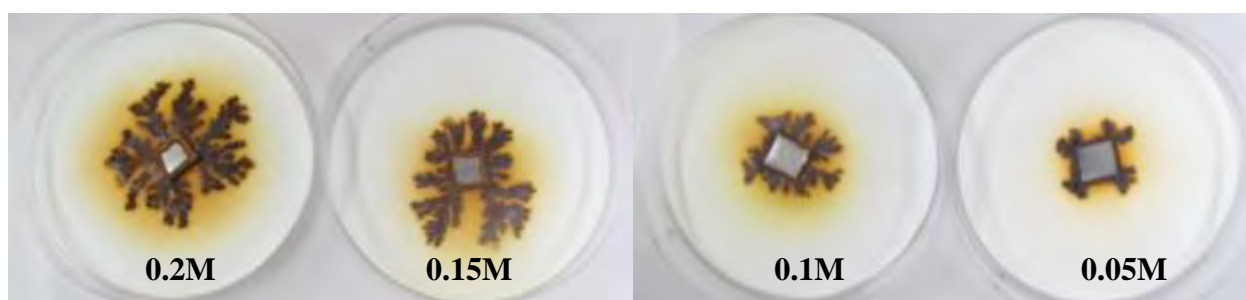
圖一、4 種不同濃度(0.05M、0.1M、0.15M、0.2M)的硫酸銅及硝酸銀溶液,分別與鋅片、



銅片、鋁片、鐵片反應後測得之碎形維度。經由 one-way ANOVA 統計分析，僅硝酸銀-鋅片組中高濃度二組的維度顯著小於低濃度二組。

	硝酸銀-鋅片	硝酸銀-銅片	硝酸銀-鋁片
生長速度			
大小形狀			
美麗的銀樹			
碎形維度	$2.27 \pm 0.45$	$1.981 \pm 0.253$	$2.334 \pm 0.378$

圖二、以 0.1M 硝酸銀溶液與鋅片、銅片、鋁片反應，析出銀樹大小、形狀及碎形維度之比較。



圖三、不同濃度硫酸銅溶液與鐵片反應，析出銅樹大小及形狀之比較。

表一、比較不同濃度對硫酸銅-鐵片組析出銅樹大小、形狀及碎形維度之影響。

金屬樹生長	析出速度	4 天時均長 cm (平均值±SD)	碎形維度
0.2M 硫酸銅/鐵片	++++	$1.41 \pm 0.33$	$1.86 \pm 0.09$
0.15M 硫酸銅/鐵片	+++	$1.13 \pm 0.33$	$1.83 \pm 0.06$
0.1M 硫酸銅/鐵片	++	$1.68 \pm 0.25$	
0.05M 硫酸銅/鐵片	+	$0.39 \pm 0.20$	

表二、以硝酸銀溶液/硫酸銅溶液與鋁片、鋅片、鐵片、銅片反應，銀樹/銅樹析出速度、可否計算碎形維度及顯微觀察適合性之比較

銀樹/銅樹析出				
	氧化還原電位差	析出速度	可計算碎形維度	適合顯微觀察
硝酸銀+鋅片	$\Delta E = 1.56 \text{ V}$	+++++	是	是
硝酸銀+銅片	$\Delta E = 0.46 \text{ V}$	++++	是	是
硝酸銀+鋁片	$\Delta E = 2.46 \text{ V}$	+++	是	是
硝酸銀+鐵片	$\Delta E = 1.24 \text{ V}$	-	否	否
硫酸銅+鋅片	$\Delta E = 1.10 \text{ V}$	++	是	是
硫酸銅+鐵片	$\Delta E = 2.00 \text{ V}$	+++	是	否
硫酸銅+鋁片	$\Delta E = 0.78 \text{ V}$	±	否	否

## 二、銅樹與銀樹在濾紙上沉積之比較（圖四）

### （一）銅樹：

1. 生長速度：慢，在第 3-4 天濾紙稍呈乾涸後停止生長
2. 外觀：似蕨類植物，樹枝粗短、呈紅褐色（A）。
3. 微觀：樹枝枝幹較粗，分支處弧度大，看起來枝葉茂密、柔軟（B），以顯微照相、放大後列印供碎形維度計算。

### （二）銀樹：

1. 生長速度：很快，第 2 天樹枝就長到濾紙邊緣。
2. 外觀：樹枝極細長、呈銀灰色（C）。
3. 微觀：樹枝枝幹很細，分支處角度剛硬，似枯枝（D），以顯微照相、放大後列印供碎形維度計算。



圖四、銅樹與銀樹在濾紙上沉積之比較濾紙上析出的銅樹（A）、銀樹（圖一 C）；顯微鏡下的銅樹（B）、銀樹（D）。

## 三、銅樹與銀樹在洋菜/培養皿上沉積之比較（圖五）

- （一）剛配製好含硫酸銅的洋菜凍呈淺藍色、半透明；含硝酸銀的洋菜凍則呈深褐色、不透明。

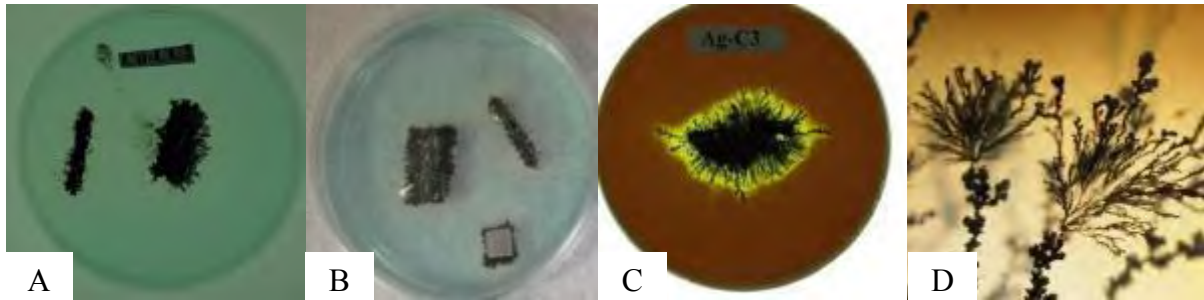
### （二）銅樹：

1. 生長：緩慢。

- 外觀：只在鋅片/鋅粒周圍有短小銅樹產生 (A)。
- 微觀：生長慢，各組在鋅片或鋅粒放入處，產生許多氣泡；銅樹析出周圍洋菜凍的顏色，由淺藍轉為透明 (B)。

(三) 銀樹：

- 生長：快，但較在燒杯中緩慢。
- 外觀：沿鋅片/鋅粒長出細長樹枝，但較在濾紙中粗短很多。原本硝酸銀/洋菜凍為深褐色、不透明；但銀樹析出周圍則呈淺黃、透明 (C)。
- 微觀：顯微鏡下，樹枝呈細長枯枝狀 (D)。



圖五、銅樹與銀樹在洋菜/培養皿上沉積之比較。A：銅樹短小，B：銅樹周圍洋菜凍變色；在培養皿上 (C)、顯微鏡下 (D) 的銀樹。

四、銅樹與銀樹在洋菜/燒杯上沉積之比較 (圖六)

(一) 銅樹：

- 生長：極慢。
- 外觀：第 6 天時，外觀幾乎無反應 (A)。
- 微觀：因洋菜凍太厚，無法以顯微鏡觀察。

(二) 銀樹：

- 生長：很快。
- 外觀：第 6 天時已長滿燒杯，洋菜凍表面沿著鋅粒周圍長出又粗又長的樹枝 (B)，樹枝甚至延伸到燒杯底部 (C)。
- 微觀：因洋菜凍太厚，無法以顯微鏡觀察。

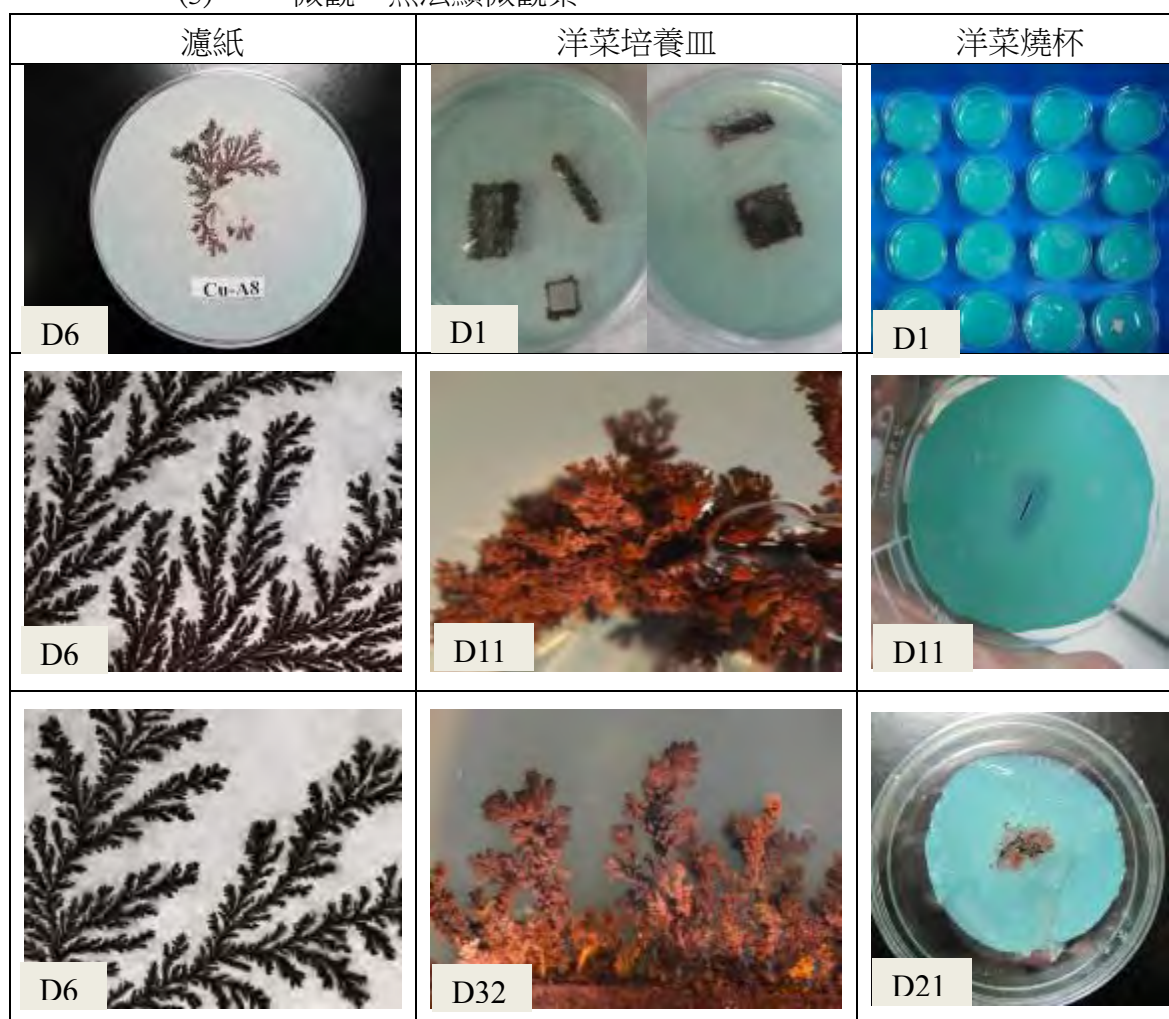


圖六、銅樹與銀樹在洋菜/燒杯上沉積之比較

## 五、介質、生長空間對金屬樹之影響

### (一) 銅樹 (表三、圖七)

1. 濾紙：
  - (1) 銅樹沿著鋅粒放置方向生長，成長速度快。
  - (2) 外觀：紅褐色、似蕨類。
  - (3) 微觀：樹枝茂密粗短、分岔處呈圓滑弧狀，紅褐色。
2. 洋菜/培養皿
  - (1) 生長：緩慢。
  - (2) 外觀：當鋅片/鋅粒以不同方式放入/插入洋菜凍時，第一天即於接觸面產生大量氣泡。
  - (3) 微觀：樹枝粗短，似紅褐色珊瑚樹，於蛇燈下反射出金屬銅光澤。
3. 洋菜/燒杯
  - (1) 生長：緩慢。
  - (2) 外觀：不易觀察變化，在第 21 天切開洋菜凍才能看到極短紅褐色銅樹。
  - (3) 微觀：無法顯微觀察。



圖七、銅樹在不同介質、不同空間生長情形之比較 (D：天數)



表三、銅樹在不同介質、不同空間生長情形之比較

不同介質/生長空間	生長速度	形狀	
濾紙 <sup>1</sup>	3-4 天濾紙稍呈乾涸後停止生長	似蕨類植物葉片，樹枝粗短，分支處呈圓滑弧形狀	銅樹呈紅褐色
洋菜/培養皿 <sup>2</sup>	生長緩慢，鋅片/鋅粒與洋菜接觸處產生大量氣泡	粗短、紅褐色、似珊瑚樹	顯微鏡下可見銅的金屬光澤
洋菜/燒杯 <sup>3</sup>	生長極緩慢，21 天時才長出短小銅樹	需切開洋菜凍才能看到極短紅褐銅樹	不易觀察銅樹的成長及變化

1. 直徑 9cm 圓形濾紙以 0.1MCuSO<sub>4</sub> 浸潤
2. 直徑 9cm 圓形培養皿中注入 1cm 高、含 0.1MCuSO<sub>4</sub> 之洋菜
3. 燒杯（直徑 6cm）中注入 100ml 含 0.1MCuSO<sub>4</sub> 之洋菜

(二) 銀樹（表四、圖八）

1. 濾紙

- (1) 生長：很快，不到 2 天即長到濾紙邊緣。
- (2) 外觀：銀灰色樹枝極細長，似枯枝。
- (3) 微觀：銀灰色樹枝稀疏、分岔處形成剛硬角度。

2. 洋菜/培養皿

- (1) 生長：快速。
- (2) 外觀：洋菜凍內，銀樹沿著鋅片/鋅粒向四面八方生長。銀樹周圍洋菜凍由深褐色不透明變成淺黃、透明。
- (3) 樹枝較濾紙上者粗壯，看似覆蓋銀色雪花的樹，於蛇燈下反射出金屬銀光澤。

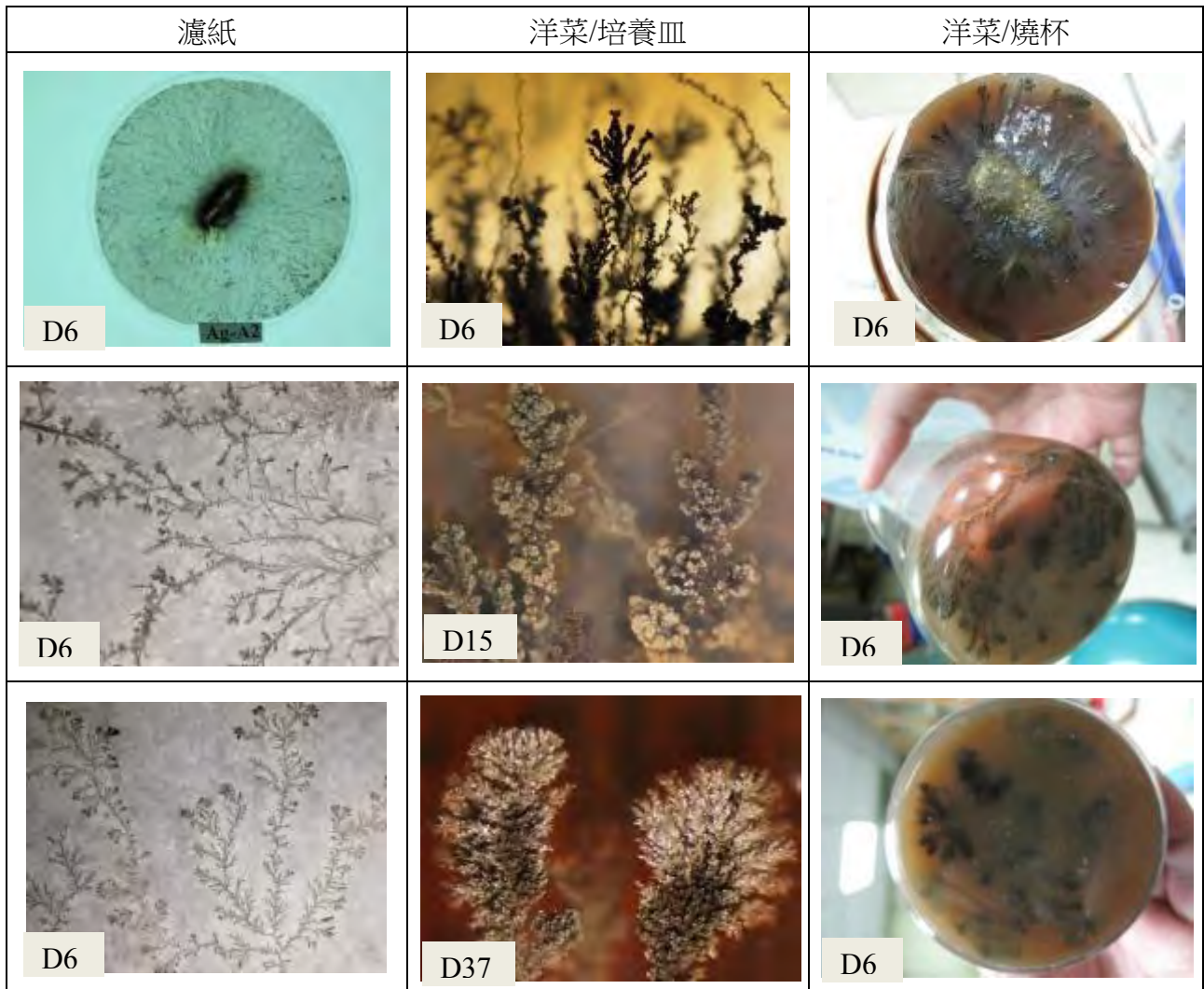
3. 洋菜/燒杯

- (1) 生長：極快速。
- (2) 外觀：樹枝既長又粗大，第 5 天時已長滿燒杯。因洋菜凍太厚，無法測量銀樹大小及長短。
- (3) 微觀：無法顯微觀察。

表四、介質、生長空間對銀樹之影響

不同介質/ 生長空間	生長速度	形狀	可計算 碎形維度	適合 顯微觀察
濾紙 <sup>1</sup>	很快	枝極細長、似枯枝、銀灰色， 分支處有角度	是	是
洋菜/培養 皿 <sup>2</sup>	快速	樹枝細長，銀樹周圍洋菜凍由 褐色不透明變成透明、淺黃色	否	是
洋菜/燒杯 <sup>3</sup>	極快速	樹枝長、粗、大，無法測量大 小	否	否

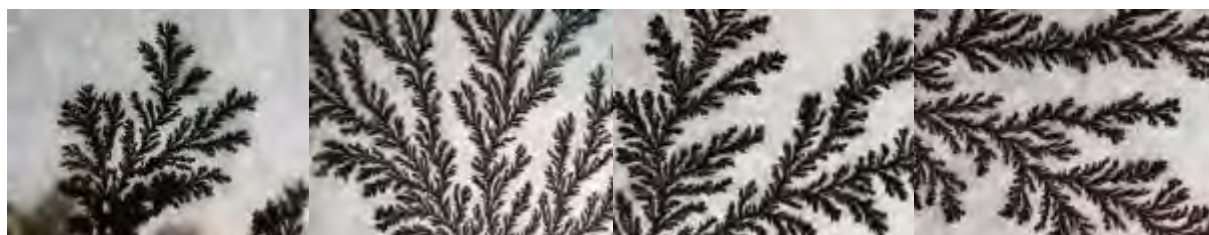
1. 直徑 9cm 圓形濾紙以 0.1M $\text{AgNO}_3$  浸潤
2. 直徑 9cm 圓形培養皿中注入 1cm 高、含 0.1M $\text{AgNO}_3$  之洋菜
3. 燒杯（直徑 6cm）中注入 100ml 含 0.1M $\text{AgNO}_3$  之洋菜



圖八、銀樹在不同介質、不同空間生長情形之比較（D：天數）

## 六、濾紙上金屬樹碎形維度之計算

(一) 自沉積的銅樹取 38 個樣品，以電擊穿法計算碎形維度為  $1.77\pm 0.17$  (圖九)。



圖九、銅樹在濾紙上之沉積及碎形維度 ( $D=1.77\pm 0.17$ )

(二) 自沉積的銀樹取 20 個樣品，以電擊穿法計算碎形維度為  $1.65\pm 0.04$  (圖十)。



圖十、銀樹在濾紙上之沉積及碎形維度 ( $D=1.65\pm 0.04$ )

## 七、不同時間點觀察比較金屬樹在洋菜/培養皿內的沉積

### (一) 銀樹

1. 燈箱觀察：鋅片/鋅粒不同放置方式(平放、斜插、直插)、不同時間點，銀樹生長有不同的變化(圖十一)。

(1) 第 6 天：

- a. 銀樹在鋅粒平放組(Ag-C3)的均長 0.68cm，樹枝最長 1.36cm；鋅粒直插組(Ag-C4)的均長 0.27cm，樹枝最長 0.87cm；鋅片平放組(Ag-C5)的均長 1.00cm，樹枝最長 1.67cm；鋅片平放加鋅片直插組(Ag-C7)的均長 1.00cm，樹枝最長 2.84cm。
- b. 銀樹在鋅片組的生長速度快於鋅粒組；平放組速度快於直插組。

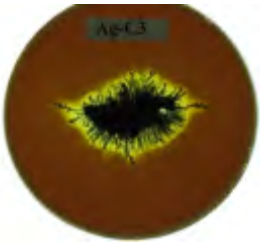
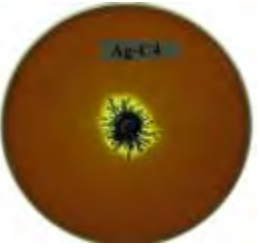
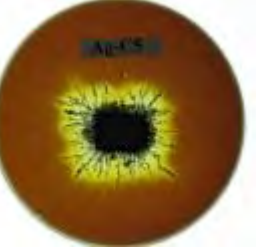
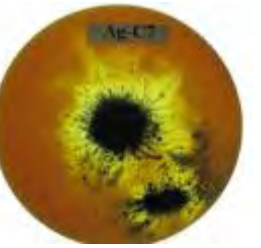

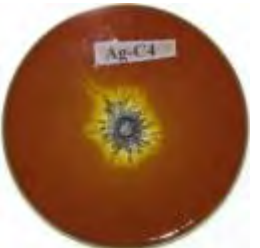


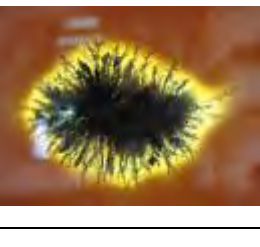











(2) 第 11 天：

- a. 鋅片組銀樹(Ag-C5、Ag-C7)的生長速度很快，不少樹枝長到培養皿邊緣，尤其以 Ag-C7 組的生長最快速。
- b. 鋅粒組銀樹生長速度緩慢，平放組(Ag-C3)幾乎沒有成長，直插組(Ag-C4)則平均成長了 3 倍。

(3) 第 15 天：

- a. 銀樹生長變化與第 11 天差異不大。



天數	鋅粒平放	鋅粒直插	鋅片平放	鋅片平放+直插
第 6 天				
第 11 天				
第 15 天				
第 31 天				
第 47 天				

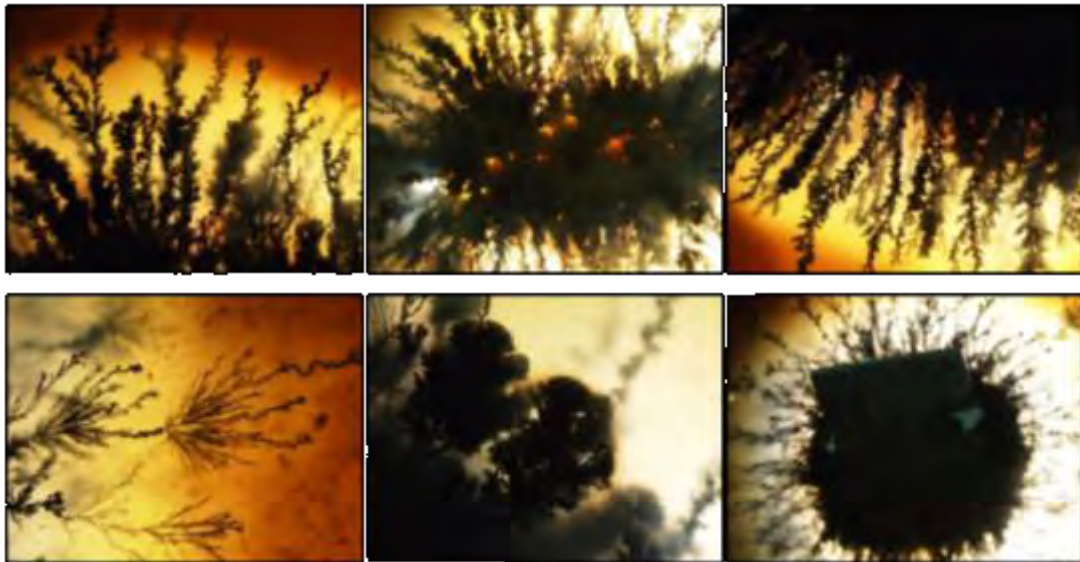
圖十一、鋅片/鋅粒放置方式對銀樹生長之影響，比較實驗在不同進行時間點之變化。

(4) 第 31 天：

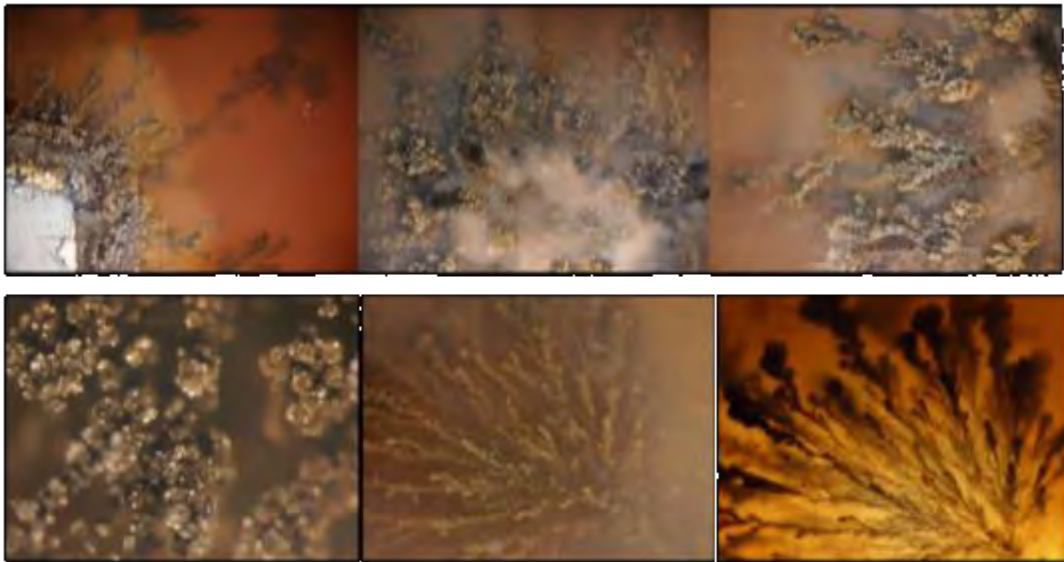
- a. 各組除了銀樹樹枝所及的週邊部分洋菜凍顏色由淺黃變成白色透明外，其他區域的洋菜凍顏色均變深。鋅粒組銀樹幾乎沒有成長，鋅片組的樹枝則又長又多，特別是 Ag-C7 組銀樹幾乎長滿整個培養皿。



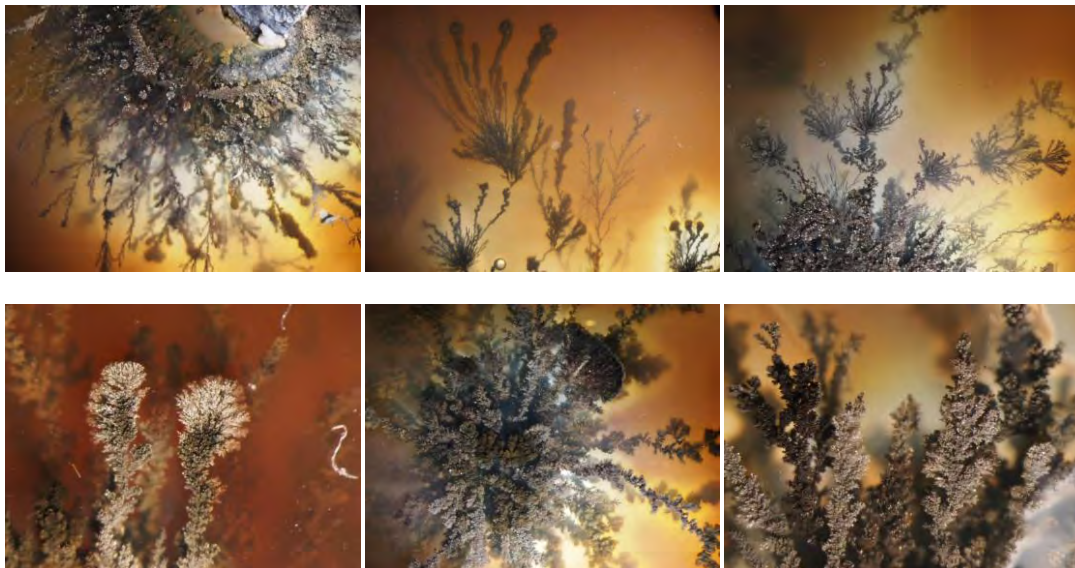
- b. 因鋅粒平放組(Ag-C3)的銀樹自第6天後一直未有明顯變化，故在此時間點將鋅粒移除。
- (5) 第47天：
- a. 在鋅片組(Ag-C7)，大小的銀樹幾乎已塞滿了培養皿，整體看起來黑(無銀樹區域)、白(銀樹到達區域)分明。
- b. 銀樹周圍以外區域，洋菜凍顏色變得更深；在鋅粒平放組(Ag-C3)得顏色則由淺黃變為橘色。
2. 顯微觀察
- (1) 第6天：
- a. 鋅片/鋅粒與洋菜凍接觸處均有銀樹長出。除了未插入洋菜凍的部分沒有變化外，銀樹向前後左右的生長速度遠大於向下生長者。
- b. 銀樹生長速度很快，形狀有多種變化，樹枝較濾紙上者粗、較燒杯中者細短(圖十二)。
- (2) 第15天：
- a. 銀灰色金屬樹日漸加粗，呈細長枯枝、雪中聖誕樹、銀色花朵狀，可見銀粉反光(圖十三)。
- (3) 第37天：
- a. 因洋菜凍未添加任何抗生素，各組已有不同程度的黴菌感染，無法繼續觀察(圖十四)。



圖十二、實驗進行第6天，顯微觀察銀樹在洋菜/培養皿內的沉積。



圖十三、實驗進行第 15 天，顯微觀察銀樹在洋菜/培養皿內的沉積。



圖十四、實驗進行第 37 天，顯微觀察銀樹在洋菜/培養皿內的沉積。

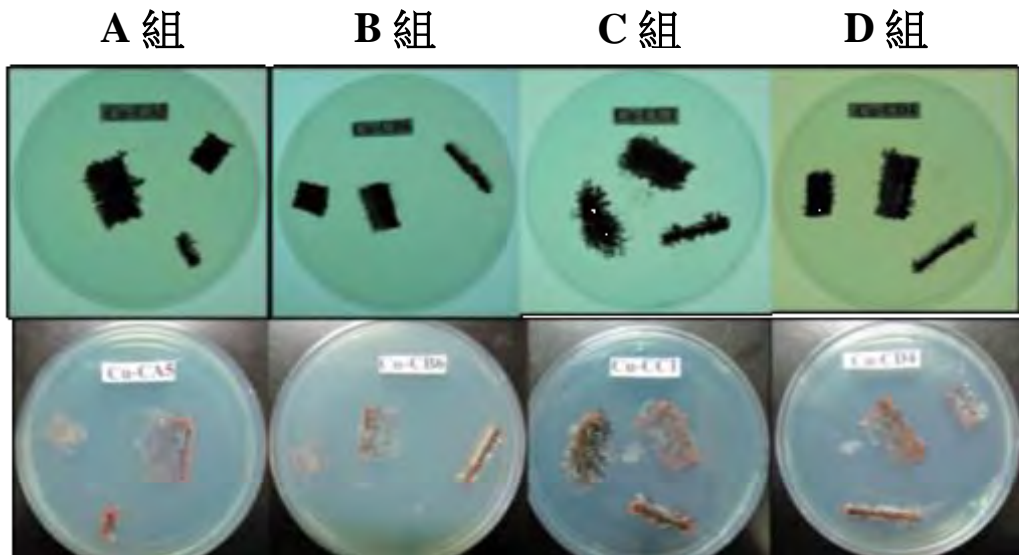
## (二) 銅樹

### 1. 第一天：

- (1) 四組培養皿在鋅片/鋅粒與洋菜凍接觸處皆有氣泡產生。不同硫酸銅/洋菜濃度對鋅片氧化、銅樹生長速度、氣泡大小與數量，都有不同程度的影響（表五、圖十四）。
- (2) 銅樹在低濃度洋菜（0.5%W/V）及高硫酸銅濃度（0.1M）環境下（C組），生長速度最快、樹枝最長、最茂密。
- (3) 在低濃度洋菜（0.5%W/V）及低硫酸銅濃度（0.05M）環境下（D組），鋅片/鋅粒與洋菜凍接觸面產生的氣泡最小、但量最多。

表五、不同硫酸銅溶液/洋菜濃度對銅樹生長之影響

不同組別	鋅片氧化程度	銅樹生長速度	氣泡大小	氣泡量
A (1%洋菜凍 /0.1M 硫酸銅)	++	居次	中~大	+
B (1%洋菜凍 /0.05M 硫酸銅)	+	最慢、最短	小	+++
C (0.5%洋菜凍 /0.1M 硫酸銅)	+++	樹枝長得最快、最長、最茂密	中~大	++
D (0.5%洋菜凍 /0.05M 硫酸銅)	++	居次	小	++++



圖十四、實驗進行第 5 天，4 組不同的洋菜/培養皿銅樹生長及氣泡形成之比較。

## 2. 顯微觀察

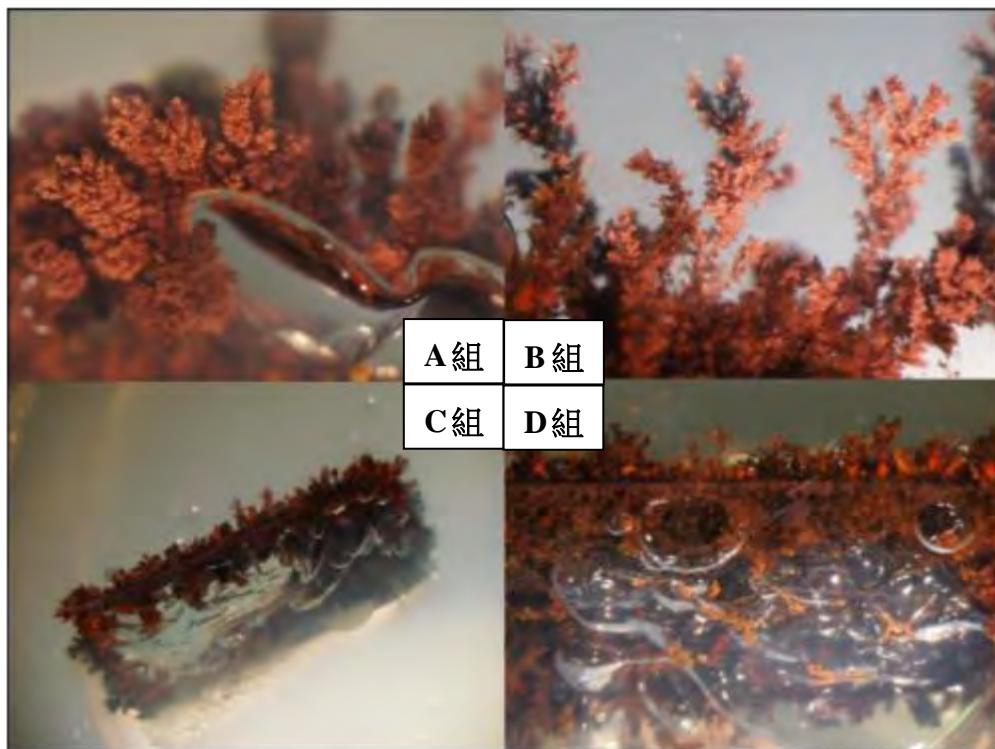
### (1) 第 15 天：

- a. 銅樹緩慢成長，像珊瑚樹，蛇燈下反射金屬銅光澤(圖十五)。
- b. 起初產生的大小氣泡，此時仍持續存在。

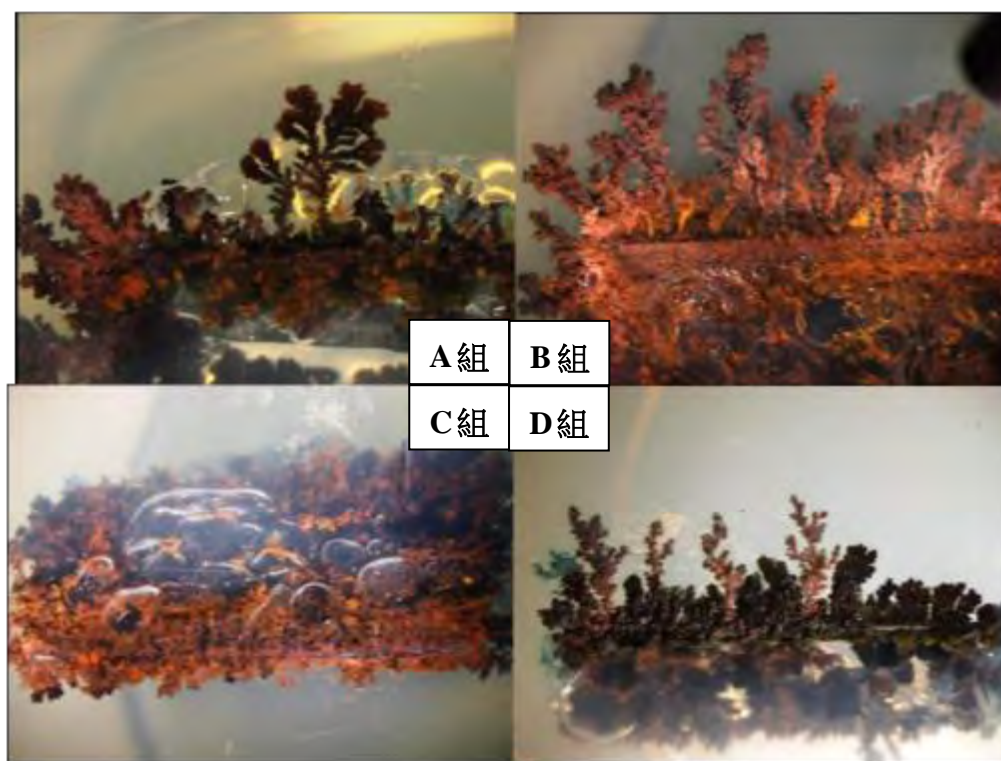
### (2) 第 32 天：

- a. 銅樹幾乎不再增長，樹枝加粗呈葉狀。各組已有不同程度的黴菌感染，無法繼續觀察(圖十六)。
- b. 葉狀銅樹顏色五彩繽紛；氣泡表面有銅粉黏附其上(圖十七)。

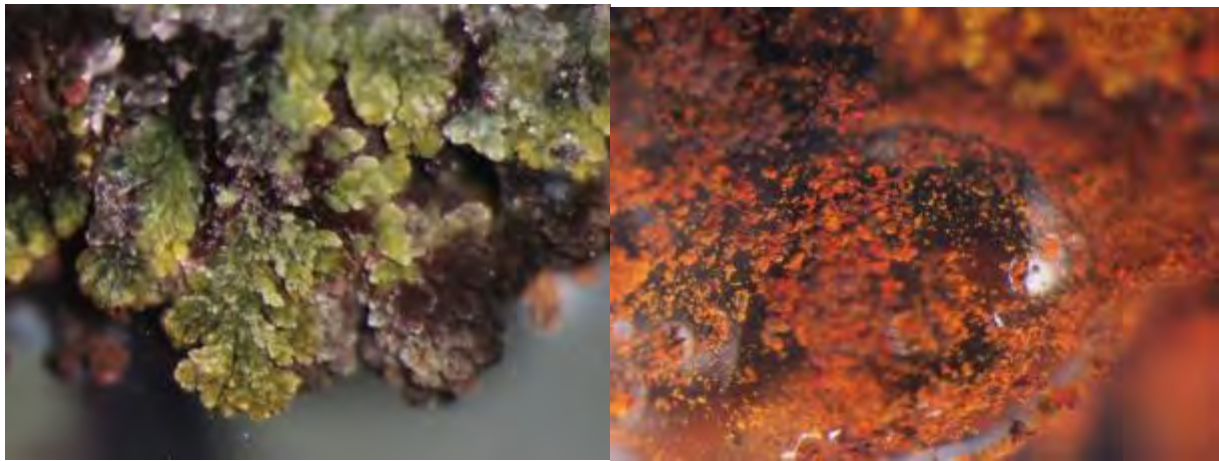




圖十五、實驗進行第 11 天，顯微觀察比較銅樹在 4 組不同洋菜/培養皿內的沉積。



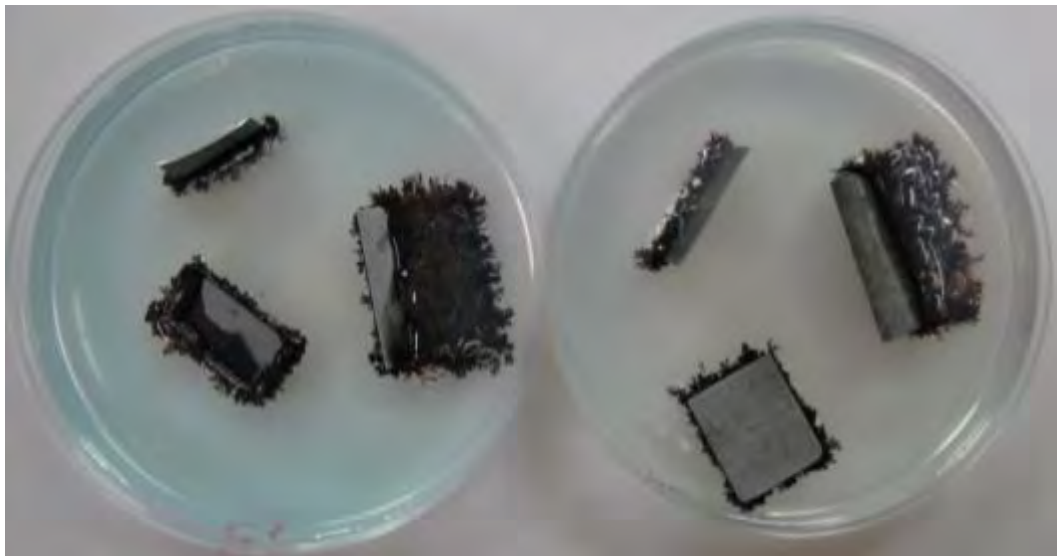
圖十六、實驗進行第 32 天，顯微觀察比較銅樹在 4 組不同洋菜/培養皿內的沉積。



圖十七、實驗進行第 32 天，顯微觀察比較銅樹在 4 組不同洋菜/培養皿內的沉積。左：五顏六色的銅樹；右：氣泡上有銅粉黏著。

3. 鋅片插入洋菜凍時所產生的是何種氣體？

- (1) 加了酚酞的實驗組，金屬樹周圍的洋菜凍呈淡粉紅色（圖十八）。



圖十八、探討鋅片插入硫酸銅/洋菜凍產生之氣體是否為氫氣。左：對照組，右：實驗組（洋菜凍中有添加酚酞）。

## 陸、 討論

### 一、 前置試驗

- (一) 表一顯示，金屬樹生長速度與不同金屬間的氧化還原電位大小沒有絕對關係。
1. 硝酸銀-鋅片組的氧化還原電位差只有 1.56V (居中)，但其銀樹的生長速度最快。
  2. 硝酸銀/鐵片組的氧化還原電位差 1.24 V 大於硝酸銀-銅片組的 0.46 V，但前者完全沒有金屬樹的析出。
  3. 可見還有其他因素影響金屬樹析出的速度，值得繼續探討。
- (二) 金屬溶液的濃度可影響金屬樹之維度，但只有在硝酸銀-鋅片組的銀樹維度有顯著性差異，高濃度二組 (0.15M、0.2M) 的維度均較小。
1. 本研究對於銅樹/銀樹碎形維度的計算是採用電擊穿法，濾紙上析出的金屬樹必須先用立體顯微鏡照相，再經放大列印後，以人工一個個計算。顯微鏡下看到的金屬樹是 3D，而照片只能以 2D 呈現。
  2. 當金屬樹的生長速度愈慢、分支愈多、維度愈大，此時以肉眼計算分支點時，除了困難度增加，誤差也會變大。
- (三) 在高濃度的硝酸銀-鋅片組，太快的反應速率反而不利本研究後續之觀察。鋅片幾乎在一放到濾紙上就發生反應，這樣在計算維度時，與別組 (別種金屬溶液/金屬片) 的反應時間點差異太大。
- (四) 銅樹在硫酸銅-鐵片組的生長速度適中，不同硫酸銅濃度的 4 組，銅樹析出速度及長度有著明顯差異，可供探討反應速率之用。只可惜銅樹析出形狀太寬闊，不適合進行顯微觀察。
- (五) 基於本研究的重點在於以顯微觀察角度探索不同金屬樹形狀，並以碎形理論計算其維度的前題下，最後決定以 0.1M 的硫酸銅/硝酸銀溶液與金屬鋅作用，探討銅樹/銀樹在不同介質/空間的析出情形。

### 二、 銅樹、銀樹在不同介質 (濾紙、洋菜凍)、不同空間 (濾紙、培養皿、燒杯) 的發育及伸展情形有很大差異。

- (一) 銀樹在各種介質的生長速度遠快於銅樹，其大小、形狀差異很大。
- (二) 銅樹：在濾紙上成長速度最快，洋菜/培養皿則緩慢很多，洋菜/燒杯中幾乎不成長。
- (三) 銀樹：在各種介質的成長均很快速。在洋菜/培養皿中受空間所限，生長速度及樹枝大小粗細均遠慢於在洋菜/燒杯中者。

三、濾紙上銅樹/銀樹有不同維度，此模式日後可應用於其他金屬，並建立不同金屬樹維度之參考資料庫。

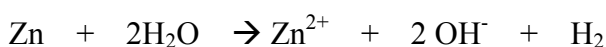
- (一) 利用立體顯微鏡拍攝銅樹、銀樹在濾紙上呈現的形態，結果可供碎形維度的計算。銅樹維度 ( $D=1.77\pm 0.17$ ) 與銀樹維度 ( $D=1.65\pm 0.04$ ) 有所不同，且二者的標準差都很低。表示本研究以顯微放大所得之金屬樹圖形進行維度計算，誤差很小，值得在其他金屬之應用。
- (二) 顯微觀察下，洋菜/培養皿中銅樹、銀樹的變化及特色都一目了然，但在三度空間下無法以目測來計算維度，一時也找不到可做立體測量的合適軟體。
- (三) 顯微觀察下，洋菜/培養皿中銅樹、銀樹的變化及特色都一目了然，但在三度空間下無法以目測來計算維度，一時也找不到可做立體測量的合適軟體。

四、不同硫酸銅溶液/洋菜濃度對銅樹生長之影響

- (一) 硫酸銅的濃度愈高，銀樹生長速度愈快。在高硫酸銅濃度、低洋菜凍濃度時，銅樹的生長情形最好。
- (二) 硫酸銅的濃度愈低，形成氣泡愈多、大小愈小。在低硫酸銅濃度、低洋菜凍濃度時，氣泡產生量最多、最小。
- (三) 探討鋅片/鋅粒在銅樹洋菜凍/培養皿置入處導致氣泡產生的原因

1. 是否因為洋菜凍係弱酸性 ( $\text{pH}6.4$ )，影響了氧化還原的形成。
2. 氣泡內是何種氣體，空氣？氫氣？氧氣？

假設是氫氣，其反應式應為



實驗組的硫酸銅洋菜凍因加入酚酞，在含有鹼性  $\text{OH}^-$  基狀況下應呈現粉紅色。實際結果只呈現了很淡的粉紅色，可能是原本  $\text{H}_2$  的產量就很少、加上酚酞的添加量不足所致。

五、銀樹在洋菜/培養皿中讓周圍褐色不透明的洋菜凍變成淺黃、透明，可能是未被析出的金屬離子與洋菜中的  $\text{H}^+$  反應，破壞洋菜凝固所需的氫鍵，導致洋菜凍有水化現象。此現象也在銅樹的洋菜凍中發現，但因其洋菜凍的變色不很明顯(由淡藍轉為透明)，故後續就未再深入討論。

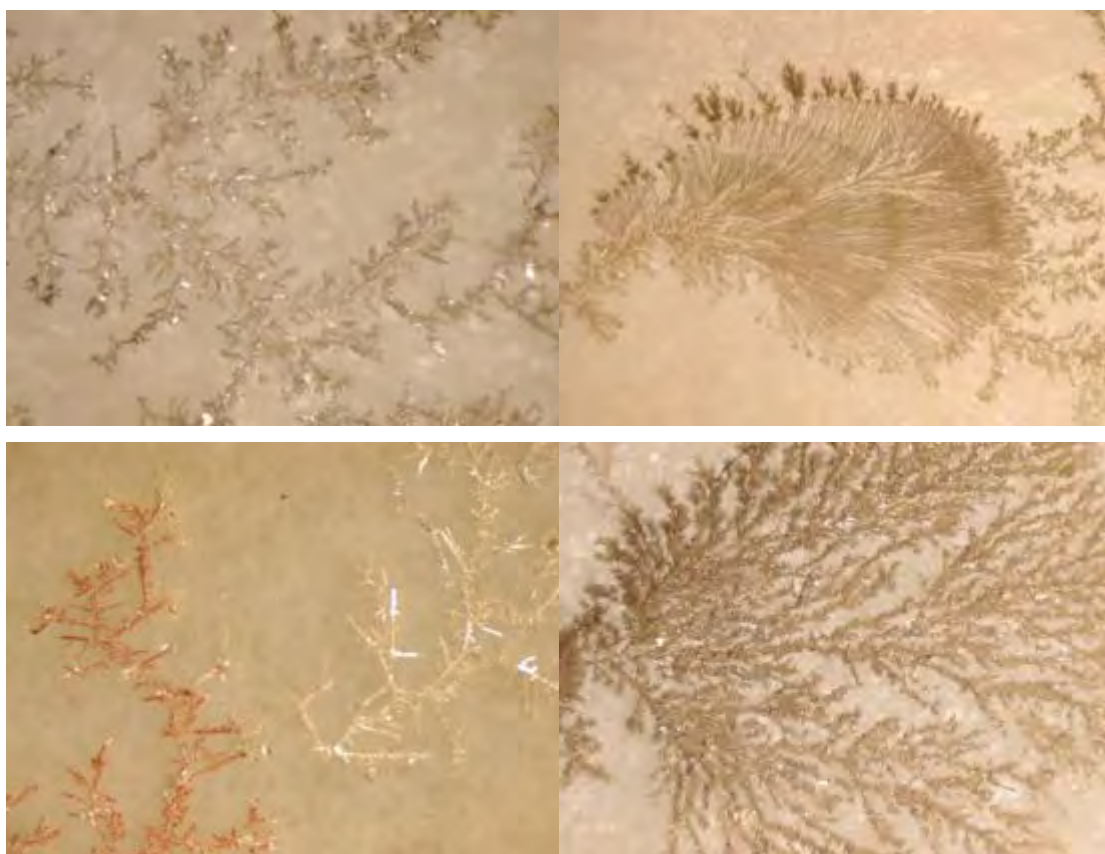
六、鋅片/鋅粒在洋菜/培養皿的放置方式(平放、斜插、直插)影響銀樹的生長速度及形狀。

- (一) 鋅片與含硝酸銀的洋菜凍接觸面積大，故銀樹生長速度快。
- (二) 鋅粒直插入洋菜凍，接觸面積較鋅粒平放者大，故銀樹生長速度快。



## 柒、 結論

- 一、 本研究以立體顯微鏡觀察不同活性金屬（銀、銅）經氧化還原反應後形成金屬樹形態的差異。
- 二、 銀樹在不同介質的生長速度均快於銅樹
  - (一) 銀樹（枯枝狀）在濾紙上成長的速度遠快於銅樹（蕨類狀）。利用顯微鏡拍攝影像，以電擊穿法進行碎形維度計算，算出銅樹、銀樹各自的維度。
  - (二) 銀樹在洋菜凍中的成長速度亦遠快於銅樹（非常緩慢）。顯微觀察下，兩種金屬樹在洋菜/培養皿中均有特異性的形態變化。
- 三、 硫酸銅及洋菜濃度會影響銅樹之生長速度、鋅片/鋅粒的氧化程度、產生氣泡量的多寡及大小。
- 四、 銀樹的生長速度及形狀，受到鋅片/鋅粒在洋菜/培養皿放置方式（平放、斜插、直插）的影響。
- 五、 本研究以顯微放大所得之金屬樹圖形進行維度計算，誤差很小，值得在其他金屬之應用。





## 捌、 參考資料及其他

### 一、 參考資料

- (一) 王柏山 (2009)。以碎形維度分析定量多系統萎縮症 (MSA-C) 的小腦形態改變。國立陽明大學腦科學研究所碩士論文，未出版，台北市。
- (二) 王崇任 (1999)。利用碎形維度計算對連續影像進行壓縮。中山大學應用數學系資訊組碩士論文，未出版，台北市。
- (三) 李孟融、余友軒、王亘黼 & 吳威震 (2005)。化學繪畫。中華民國第四十五屆中小學科學展覽會--國立科學工業園區實驗高級中學。
- (四) 張志三 (1996)。漫談碎形。台北：牛頓出版股份有限公司。
- (五) 蘇致遠 (2004)。音樂及 DNA 序列之多重碎形分析。國立台灣大學機械工程學研究博士論文，未出版，台北市。
- (六) George Gamow (暴永寧譯) (1998)。從一到無窮大。中國北京：科學出版社。
- (七) Jitendra Malik, Serge Belongie, Thomas Leung & Jilanbo Shi (2001) Contour and Texture Analysis for Image Segmentation. *International Journal of Computer Vision*, 43, 7-27.

### (網路資料)

- (八) 李旺籠 (2008)。Fractal 碎形。2008 年 7 月 29 日，取自：  
[http://www.google.com.tw/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&frm=1&source=web&cd=1&cad=rja&ved=0CDMQFjAA&url=http%3A%2F%2Fscience.nchc.org.tw%2Fold\\_s%2Fscience\\_people%2Fpresent%2F0729%2FG20080729.doc&ei=RiRIUfTuFqudmQW4y4CwDA&usg=AFQjCNHW1alKfshRtS0wvQyHaK4l3VpPew&sig2=KPzJ2w87D5eRWKUqwIjtxQ](http://www.google.com.tw/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&frm=1&source=web&cd=1&cad=rja&ved=0CDMQFjAA&url=http%3A%2F%2Fscience.nchc.org.tw%2Fold_s%2Fscience_people%2Fpresent%2F0729%2FG20080729.doc&ei=RiRIUfTuFqudmQW4y4CwDA&usg=AFQjCNHW1alKfshRtS0wvQyHaK4l3VpPew&sig2=KPzJ2w87D5eRWKUqwIjtxQ)
- (九) 吳文成。個人網頁。2012 年 10 月 5 日，取自：<http://www.fractal-wu.com/>
- (十) 吳文成。系列演講影片。2012 年 10 月 5 日，取自：  
<http://www.youtube.com/user/sinner66s>
- (十一) 洪萬生 (2011)。碎形維度怎麼算。科學發展。2011 年 3 月，取自：  
[http://ejournal.stpi.narl.org.tw/NSC\\_INDEX/Journal/EJ0001/10003/10003-01.pdf](http://ejournal.stpi.narl.org.tw/NSC_INDEX/Journal/EJ0001/10003/10003-01.pdf)
- (十二) 維基百科。碎形分頁。2012 年 9 月 9 日，取自：  
<http://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%A2%8E%E5%BD%A2>
- (十三) 維基百科。赫斯多夫維度分頁。2012 年 9 月 9 日，取自：  
<http://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E8%B1%AA%E6%96%AF%E5%A4%9A%E5%A4%AB%E7%BB%B4%E6%95%B0>
- (十四) 黃博惠。Fractal Analysis and Applications。2012 年 10 月 11 日，取自：  
[http://163.17.20.188/IAE/manager/intraspeech/file/file\\_5.pdf](http://163.17.20.188/IAE/manager/intraspeech/file/file_5.pdf)

## 二、 延伸問題

- (一) 為何銅樹在洋菜/燒杯中的成長速度如此緩慢？形成之銅樹如此粗短？
- (二) 為何在第 32 天洋菜/培養皿中的銅樹由原先的紅褐色變成五彩繽紛？黴菌感染？錯化物的形成？為何氣泡表面附著了似銅粉的物質？
- (三) 金屬銅樹、銀樹在洋菜中為立體結構，無法以目測計算維度，後續將找尋碎形計算軟體，並比較各種不同形狀金屬樹之維度。

## 三、 後續應用

- (一) 本研究使用的碎形分析模式，之後可應用於其他金屬，建立不同金屬樹維度之參考資料庫。
- (二) 相同金屬離子在被不同金屬氧化還原後析出的金屬晶形，會有差異，值得繼續探討及研究。目前生活中許多產品的製造需要觸媒來催化，使化學反應發生得更快、更多。觸媒中通常含有許多金屬，這些金屬的構型對反應效率影響重大。已知金屬的晶形及其排列方式可有效提高產能、節省成本、增加反應效率。
- (三) 透過立體顯微鏡觀察、記錄了不同金屬樹的美麗外形，未來可用於時尚設計、服飾業等圖像來源的參考。
- (四) 成果生活化、商品化
  1. 自製手做禮物  
依需要製作含不同金屬離子的洋菜果凍，搭配不同金屬（鋅、鐵、鋁、鎂……），送給親友，讓收禮者自己來種金屬樹。
  2. 製成商品  
顧客可自由選購含不同金屬離子的洋菜果凍，搭配不同金屬（鋅、鐵、鋁、鎂……），以自己喜愛的方式（直插、斜插、平放）將金屬置入洋菜果凍，種出各式各樣的金屬樹。
  3. 將美麗的金屬樹圖案印在 T 恤、茶杯、桌墊……上，製成獨一無二的個人化產品。



## 【評語】 030212

本作品結合化學技術與數學知識來探討金屬樹之形態變化，為極有創意的作品，然數據之取得與分析不夠精緻，仍可依其應用性加以加強改善。