中華民國第53屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組　物理科

030109

「渦」藏玄機
—磁鐵在金屬管中掉落時間的因素探討與應用

學校名稱：臺南市立新興國民中學

作者：	指導老師：
國二 陳昱翰	陳文財
國二 涂育寬	陳昶翰
國二 陳泓銘	

關鍵詞：渦電流、腳踏車減速器、分幣機

「渦」藏玄機
—磁鐵在金屬管中掉落時間的因素探討及應用

摘要

本研究探討磁鐵在金屬管中落下時，掉落時間（渦電流效應大小）與各項變因間關係。我們發現金屬種類、管徑、管壁厚度、及是否有缺口等因素均會影響鐵掉落時間。接著進行磁鐵在金屬管中的運動理論分析，並建立 Z 軸運動方程式，再與實驗數據進行比較分析，發現理論與實驗數據可相互驗證。我們又自製「簡易分幣機」，並探討影響「分幣效果」的各項因素。發現分幣效果是依照硬幣成分排列。最後自製製作「腳踏車下坡安全強制減速器原理模型」，並設計「腳踏車下坡強制安全減速器雛形」。並以自製轉速計此測試減速效果。減速器正進行第三代測試中，希望利用簡單器材，製作出環保又實用的「腳踏車下坡強制安全減速器」以減少下坡時產生的意外事故。

壹、 研究動機

在自然課上到地球上的各種常見金屬元素單元時，老師告訴我們，地球上的資源是有限的，因此我們要珍惜資源、愛護地球。教材中提到，「我們常利用的金屬元素有 Cu、Al、Fe‥等。有時將金屬混合成合金，例如：我們的硬幣就是一種合金。而這些金屬元素都可以回收再利用。教室後面的回收桶裡，就有各位同學回收分類的各種金屬罐。」這時擔任環保股長的我立刻舉起手來問：「老師，回收的金屬罐不是都踩扁混在一起了嗎？而且有的是合金，那要怎麼去分類呢？資源回收場是如何分類的？」。老師告訴我們，資源回收場除了用人工分類之外，其實還有用「渦電流分選機」來分類回收的金屬。它的原理是利用金屬在變動磁場中產生渦電流所產生的磁（阻）力來分類的。

我們滿臉疑惑的問老師？什麼叫做「渦電流」？什麼叫做變動的磁場？老師說這是三年級的教材內容。但是在我們一直追問之下，老師拿出了一支鋁管和一塊磁鐵，他問我們：「你覺得磁鐵由鋁管中掉下去時，會變快、慢還是沒有影響？」。我想：「如果是鐵管，因為相吸，所以會變慢；但是鋁管不會被磁鐵吸引，應該是沒有影響」。但是就在老師將磁鐵由鋁管中落下時，我被這個景象吸引住了。磁鐵不但變慢了，甚至比起自由落體，磁鐵還可以說是「很慢地掉下來」。這時我腦中出現了一大堆的問號：「磁鐵在鋁管中掉下時，為什麼會變慢呢？」、「如果換成其它的金屬管，磁鐵也會變慢嗎？」、「金屬管的口徑大小會不會影響磁鐵掉落的時間呢？」、「金屬管的厚度會不會影響磁鐵掉落的時間呢？」、「一定要金屬管嗎？如果是被切開的金屬管呢？」。

就這樣，我們把這些腦中奇奇怪怪的問題提出來問老師。聽到我們一連串的奇怪問題後，老師若有所思的放下手中的粉筆說：「我想想看？」……在經過了一段時間的沈默後，老師說：「其實我也只能推論，我也沒實際實驗證明過，這樣吧，我們來研究看看，好不好？」。就這樣，我們開始了一連串的研究。

貳、研究目的

在經過相關的文獻探討後，我們發現歷屆的科展題目或類似的研究中，大多是以線圈通電後產生磁場，然後探討金屬或磁鐵在裡面運動時，會受到阻力。但是卻沒有人去探討磁鐵在金屬管中掉落時，影響磁鐵掉落時間的各種因素。也就是說除了磁鐵的運動速率之外，金屬管的種類、口徑、厚度等因素，是否會影響渦電流效應的大小？而且也沒有人試著去進行磁鐵在金屬管中的運動模式以及運動方程式的理論探究。

因此本實驗就是在探討磁鐵在金屬管中落下時，磁鐵掉落時間（渦電流效應大小）與各項變因之間關係的研究，並且進行理論探究，試著建立磁鐵在金屬管中的運動方程式。接著我們製作出了一個「腳踏車下坡安全強制減速器」的「應用原理模型」，並且設計出了一個「腳踏車下坡強制安全減速器」的雛形。

本實驗的主要目的有：

一、探討磁鐵在不同材質的金屬管，掉落時間的長短（渦電流效應大小）。

二、探討磁鐵在不同管徑的金屬管，掉落時間的長短（渦電流效應大小）。

三、進行磁鐵在金屬管中的運動模式理論分析，嘗試建立磁鐵在金屬管中的運動方程式，並與本實驗所測得的數據進行比較分析。

四、探討磁鐵在不同厚度的金屬管，掉落時間的長短（渦電流效應大小）

五、探討磁鐵在縱切成非環狀的金屬管中掉落時，是否會產生渦電流效應？

六、探討磁鐵在不完整銅管中掉落時，銅管面積與掉落時間的影響。

七、利用渦電流原理，研製具有分類功能的「簡易分幣機」，並探討影響分幣效果的各項變因。

八、設計「腳踏車下坡強制安全減速器」的「應用原理模型」，並測試減速效果。

九、利用「原理模型」製作「腳踏車下坡強制安全減速器」雛形，並測試減速效果。

參、研究設備及器材

一、設備與器材

1	玻璃管	口徑 0.785,1.460,1.765,1.965cm,長度 60cm 各 2 支	8 支
2	鋁管（A-E）	鋁 A：口徑 1.050cm、厚度 0.110cm、長度 60cm 鋁 B：口徑 1.360cm、厚度 0.120cm、長度 60cm 鋁 C：口徑 1.690cm、厚度 0.108cm、長度 60cm 鋁 D：口徑 2.015cm、厚度 0.110cm、長度 60cm 鋁 E：口徑 2.320cm、厚度 0.110cm、長度 60cm	5 支
3	銅管（A-E）	銅 A：口徑 1.060cm、厚度 0.105cm、長度 60cm 銅 B：口徑 1.370cm、厚度 0.115cm、長度 60cm 銅 C：口徑 1.700cm、厚度 0.105cm、長度 60cm 銅 D：口徑 2.020cm、厚度 0.110cm、長度 60cm 銅 E：口徑 2.315cm、厚度 0.110cm、長度 60cm	5 支
4	大銅管	口徑 2.59cm、厚度 0.080cm、長度 89.5cm	1 支

5	縱切缺口大銅管	口徑 2.59cm、厚度 0.080cm、長度 89.5cm，縱切缺口寬 0.10cm	1 支
6	強力磁鐵	小磁鐵：直徑 0.96 cm＊長 1.0 cm＊18 顆 大磁鐵：直徑 1.95 cm＊長 1.0 cm＊4 顆 其他磁鐵若干顆	26 顆
7	光電計時器		1 組
8	金屬管固定架（木製）	自製	1 組
9	鋁箔	厚度 15um×30cm×2280cm	2 捲
10	銅箔	厚度 36um、18um、12um×寬 100cm×長 1000cm	各 1 捲
11	安全減速器原理模型	自行研發	1 組
12	壓克力製—簡易分幣機	自行研發	1 組
13	腳踏車下坡安全減速器	自行研發	1 個
14	微安培計及接線		1 組

二、裝置

（一）金屬管固定架（自製）

（二）光電計時器測量情形

（三）感謝 Co-Tech 金居銅箔免費提供銅箔

（四）自製安全減速測試器

第一代測試器

第二代測試器

肆、研究過程及方法

一、一般性方法

1.根據研究目的共區分為九個實驗主題，分別以、【實驗一】、～【實驗九】表示。

2.實驗過程中，有關渦電流效應大小，係採磁鐵在金屬管中掉落的時間長短來進行探討。掉落時間越短，渦電流效應越小；反之，掉落時間越長，渦電流效應越大。

3.有關利用光電計時器測量強力磁鐵掉落時間，都採用測量 10 次，求平均值。
4.相同管徑、不同厚度金屬管，因取得不易，故本實驗以相同玻璃管，包覆不同層數的鋁箔與銅箔來取代。

【實驗一】：探討磁鐵在不同材質的金屬管，掉落時間的長短（渦電流大小）

控制變因：金屬管厚度、管內徑、磁鐵強度

操縱變因： 金屬種類

不同材質金屬管

1.將磁鐵由玻璃管上方置入，利用光電計時器測量磁鐵在玻璃管中掉落的時間（測 10 次，求平均值）。
2.重複步驟 1，將玻璃管改成鋁管，利用光電計時器測量磁鐵在鋁管中掉落的時間。
3.將鋁管改成銅管，重複步驟 2

【實驗二】：探討磁鐵在不同管徑（口徑）的金屬管，掉落時間的長短（渦電流大小）

控制變因：金屬管厚度、金屬種類、磁鐵強度

操縱變因：管內徑

1.取五種不同管內徑但相同厚度的鋁管，用游標尺分別測量管內徑、鋁厚度、長度。並分別編號為鋁 A~鋁 E。
2.將磁鐵由編號鋁 A 之鋁管上方置入，利用光電計時器測量磁鐵在鋁管中掉落的時間。
3.分別改用編號鋁 B～鋁 E 之鋁管，重複步驟 2。
4.另取一支內徑與最大鋁管相同的玻璃管,重複步驟 2。
5.改用銅 A～銅 E 之銅管，重複步驟 2。

【實驗三】：進行磁鐵在金屬管中的運動模式理論分析，嘗試建立磁鐵在金屬管中的運動方程式，並與本實驗所測得的數據進行比較分析。

1.以電磁學與牛頓力學的理論為基礎，分析磁鐵在金屬管中的所受的磁阻力。
2.嘗試以簡化的 Z 軸運動，建立磁鐵在金屬管中的運動方程式。
3.找出此理論推導所得的關係式中較佳的常數值，並依序與本實驗（實驗二、四、六）的數據進行分析比較。

【實驗四】：探討磁鐵在不同厚度的金屬管，掉落時間的長短（渦電流效應大小）

控制變因：管內徑、金屬種類、磁鐵強度

操縱變因：金屬管厚度（用鋁箔、銅箔包覆玻璃管來代替不同厚度的銅管）

1.取管外徑 1.765cm 的玻璃管，將磁鐵由玻璃管上方置入，利用光電計時器測量磁鐵在玻璃管中掉落的時間（測 10 次，求平均值）。
2.將玻璃管包覆 1 層鋁箔，測量磁鐵在玻璃管中掉落的時間
3.改將玻璃管包覆 2 層鋁箔（用鋁箔包覆玻璃管來代替不同厚度鋁管），重複步驟 2
4.分別包覆不同層數的鋁箔，重複步驟 2，測量磁鐵在玻璃管中掉落的時間。

注意：包覆的過程中，盡量保持鋁箔每一層都緊密結合，且鋁箔盡量保持平整，不要有凹凸不平等折痕。包覆時，每一次重量外徑，並計算圓周，包覆層數＝鋁箔長度÷圓周長

5.將鋁箔改成銅箔，重複步驟 2～步驟 4

銅箔裁切狀況

包覆銅箔時測量情形

【實驗五】：探討磁鐵在縱切成非環狀的金屬管中掉落時，是否會產生渦電流效應

控制變因：管內徑、金屬種類、磁鐵強度、金屬管厚度

操縱變因：經切開成非環狀的金屬管

縱切銅管與完整銅管

1.取相同的銅管 2 支，其中之一縱切一個 0.1cm 的缺口，另一個保持完整，分別測量磁鐵在金屬管中掉落的時間（測 10 次，求平均值）。

【實驗六】：探討磁鐵在不完整銅管中掉落時，銅箔包覆面積與磁鐵掉落時間的影響

控制變因：管內徑、金屬種類、磁鐵強度、銅管厚度

操縱變因：銅箔包覆玻璃管的面積（用不同面積銅箔包覆玻璃管，代替切開成非環狀的銅管）

1.取管徑 1.765cm 的玻璃管，將玻璃管包覆 10 層的銅箔，將磁鐵由玻璃管上方置入，利用光電計時器測量磁鐵在玻璃管中掉落的時間（測 10 次，求平均值）。

2.取相同玻璃管（管外徑＝1.765cm）用不同面積銅箔包覆玻璃管。銅箔厚度每次都固定為包覆 10 層，包覆的方式為算出圓周長及所需銅箔長寬，再折疊成 10 層後包覆於玻璃管外，為了維持圓筒狀，包覆後以膠帶固定。測量磁鐵在玻璃管中掉落的時間。

3.將包覆銅箔的面積訂為玻璃管環狀的 360°（8/8 圓，但是有缺口，缺口用膠帶絕緣）、315°（7/8 圓）、270°（6/8 圓）、225°（5/8 圓）、180°（4/8 圓）、135°（3/8 圓）、90°（2/8 圓）、45°（1/8 圓）測量磁鐵在玻璃管中掉落的時間。

銅箔面積：8/8 圓，但是有缺口

銅箔面積：6/8 圓

【實驗七】：利用渦電流原理，研製具有分類功能的「簡易分幣機」，並探討影響分幣效果的各項變因

簡易分幣機

1.取長 75cm×寬 45cm×厚 0.3cm 壓克力板 2 塊，彎曲成「L」形狀。再取厚 0.2cm 長方形壓克力尺當作軌道，夾於兩塊「L」形壓克力片上。將磁鐵相吸於上述「簡易分幣機」的兩側，製成「簡易分幣機」的雛形（如右照片）。

2. 探討的變因：磁鐵數目對分幣效果的影響

(1)控制變因：軌道角度 10°、磁鐵平均分散、磁場同一方向

(2)操縱變因：磁鐵數目（0-9 對），分別分散於軌道。

3.探討的變因：磁場的方向對分幣效果的影響

(1)控制變因：磁鐵數目 9 對、磁鐵平均分散、軌道角度 5°

(2)操縱變因：黏貼磁場方向為(a)磁場方向全部一致(b)磁場方向間隔相反

4.探討的變因：磁鐵「平均分散」或「集中於出口」對分幣效果的影響

(1)控制變因：軌道角度 5°、磁鐵數目 9 對、磁場同一方向

(2)操縱變因：黏貼磁場方向為(a)磁鐵平均分散於軌道(b)磁鐵集中於出口

5.探討的變因：軌道角度對分幣效果的影響

(1)控制變因：磁鐵數目 9 對、磁鐵平均分散、磁場同一方向

(2)操縱變因：軌道傾斜角度，分別改變軌道傾斜角度

【實驗八】：設計「腳踏車下坡強制安全減速器」之「應用原理模型」，並測試減速效果

1.利用圓形鋁板、馬達、壓克力、鐵片及磁鐵等材料，製作「腳踏車下坡強制安全減速器」之「應用原理模型」，並利用自製的轉速計，測試其減速效果。

【實驗九】：利用實驗八的「應用原理模型」製作「腳踏車下坡強制安全減速器」雛形

測試器照片

1.研究如何將上述「強制安全減速應用原理模型」應用於腳踏車下坡強制減速。

2.取腳踏車輪等材料，製作測試器如右圖照片，並利用此測試器來測試「腳踏車下坡強制安全減速器」的減速效果。

伍、研究結果

本研究主題進行時間相當長，實驗數據非常多，因篇幅限制，無法完整列出，在此僅列出整理後之數據以供實驗結果或推論之佐證。

一、【實驗一】：探討磁鐵在不同材質的金屬管，掉落時間的長短（渦電流效應大小）

（一）實驗結果

1. 實驗的結果磁鐵在相同長度、相同內徑、相同厚度之玻璃管、鋁管及銅管中掉落時間如下表 1。

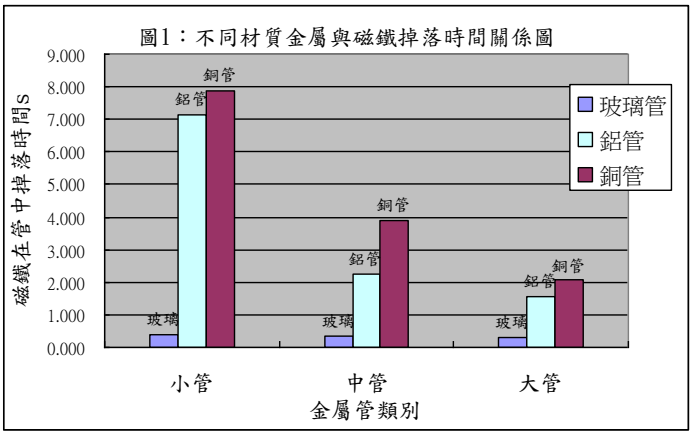
表 1：磁鐵在不同金屬管掉落時間

材質	外徑(cm)	內徑(cm)	管壁厚度(cm)	時間(s)
玻璃小	1.305	0.785	0.260	0.405
鋁管小	1.270	1.050	0.110	7.131
銅管小	1.270	1.060	0.105	7.873
玻璃中	1.880	1.460	0.210	0.334
鋁管中	1.600	1.330	0.135	2.839
銅管中	1.600	1.370	0.115	3.915
玻璃大	2.300	1.765	0.168	0.315
鋁管大	1.905	1.690	0.108	1.561
銅管大	1.910	1.700	0.105	2.092

2. 在金屬管中，磁鐵掉落時間明顯變長很多。
3. 不論是小管、中管、大管，磁鐵在管中掉落時間都是：銅管＞鋁管＞玻璃。

（二）實驗結果分析與討論：

1. 由表 1 的結果中發現，磁鐵在玻璃管中因為受到摩擦力、空氣阻力等影響，或是因與碰撞管壁，使掉落時間略有不同。其中，在小玻璃管中時間較長；反之，磁鐵在大玻璃管中因撞擊管壁機會小，空氣阻力也比較小，因此掉落時間較短。
2. 由表 1 的結果中發現，在金屬管中，磁鐵掉落時間明顯變長很多，此乃受到金屬管產生的渦電流效應所產生的阻力有關，此與理論探討相符合。
3. 若將表 1 數據繪製成圖 1，我們發現：不管是小管、中管、大管，磁鐵在管中掉落時間都是：銅管＞鋁管＞玻璃。換句話說，在相同管徑、厚度的金屬管中，渦電流效應是銅管＞鋁管＞玻璃管（玻璃管沒有渦電流）。



4. 我們發現相同條件之下，銅管的掉落時間較鋁管長，也就是說銅管的渦電流效應較大。因為渦電流的產生乃因磁場的變化（磁通量變化）而產生感應電動勢。如果磁場隨時間變化率相同，感應電動勢就相同，而銅的電阻較小，因此感應電流較大，我們的實驗符合這樣的結果。

二、【實驗二】：探討磁鐵在不同管徑的金屬管，掉落時間的長短（渦電流效應大小）

（一）實驗結果

1. 使用相同厚度、長度的金屬管，並使用同一個磁鐵，只改變金屬管內徑，實驗結果磁鐵在鋁管及銅管中掉落時間如下表 2。

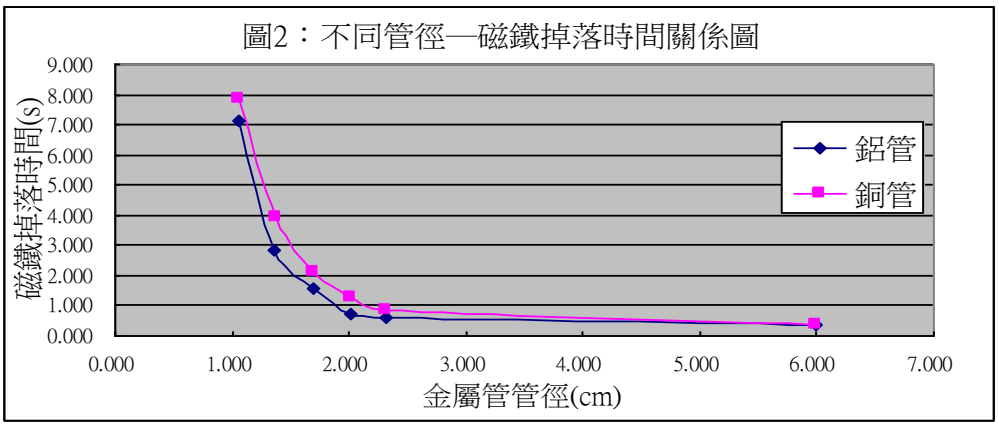
表 2：磁鐵在不同管徑金屬管掉落時間

材質	金屬管編號	鋁 A	鋁 B	鋁 C	鋁 D	鋁 E	玻璃管
鋁管	鋁管管徑 cm	1.050	1.360	1.690	2.015	2.320	6.000
	磁鐵掉落時間 s	7.131	2.839	1.561	0.740	0.574	0.334
材質	金屬管編號	銅 A	銅 B	銅 C	銅 D	銅 E	玻璃管
銅管	銅管管徑 cm	1.050	1.360	1.690	2.020	2.315	6.000
	磁鐵掉落時間 s	7.873	3.915	2.092	1.258	0.852	0.334

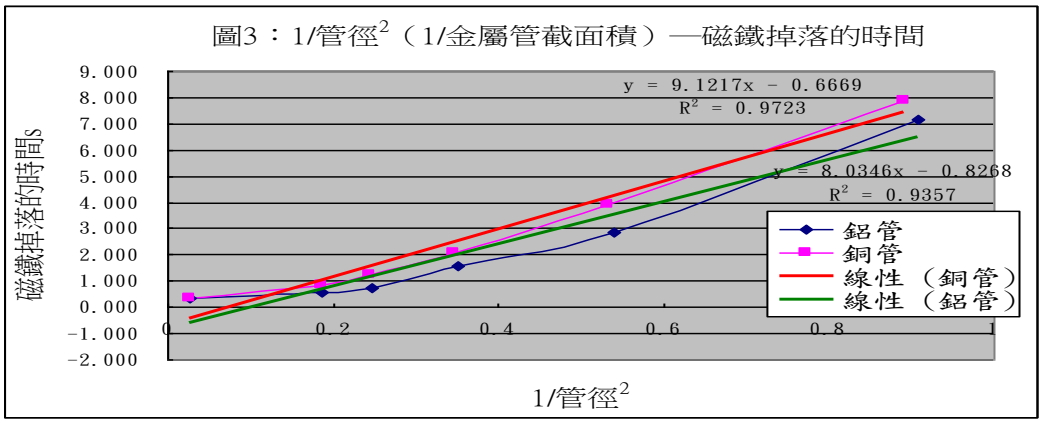
2. 磁鐵在管內徑較小的金屬管中掉落的時間較長，隨著管內徑變大，磁鐵掉落的時間明顯變短。
3. 此現象在鋁管與銅管中皆有一致性。

（二）實驗結果分析與討論：

1. 由表 2 的結果中發現，磁鐵在管內徑較小的金屬管中掉落的時間較長，隨著管內徑變大，磁鐵掉落的時間明顯變短。此現象在鋁管與銅管中皆有一致性。所以，磁鐵在金屬管中掉落時，內徑（口徑）較小的金屬管所產生的渦電流效應較大；反之，在內徑（口徑）較大的金屬管所產生的渦電流效應較小。
2. 在表 2 的數據中，我們以內徑 6cm 的玻璃管代表內徑極大的金屬管，也就是說代表沒有渦電流的情況。
3. 將表 2 數據繪製成下圖 2，我們發現圖形似乎有反比或平方反比的趨勢。



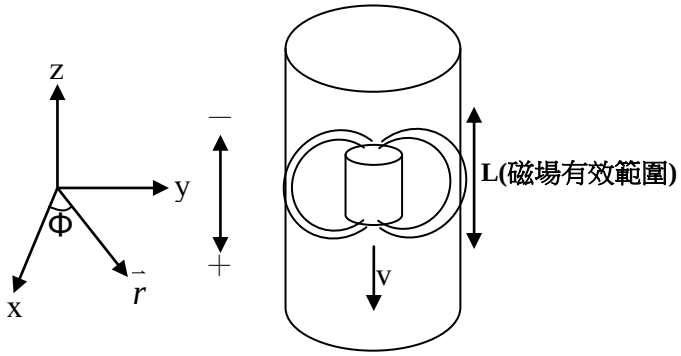
4.我們又繪製：1/管徑—磁鐵掉落時間關係圖及「1/管徑 ^{2}」-磁鐵掉落時間關係圖（如圖 3）。結果我們發現了一個線性關係，從圖 3 中我們發現掉落的時間與金屬管的「1/管徑 ^{2}」竟然呈現一個線性關係。



5. 在銅管與鋁管中，磁鐵的掉落受到重力及渦電流產生之磁阻力的影響（忽略摩擦力及空氣阻力），且渦電流產生的大小與磁場變化率（磁鐵的速度、加速度）有關。因此，當磁鐵掉落時，在金屬管中的運動應該是一個變加速度運動。但是如此複雜的運動，竟然會呈現掉落時間與 1/金屬管內徑^2（金屬管截面積）呈線性關係的現象，令我們非常驚訝，也百思不解。
6. 於是我們將此分析結果與老師討論，老師告訴我們這是一個複雜的運動，且需牽涉到較深的數學能力，**圖形應該不是單純的線性迴歸關係**。因此在老師的協助之下，進行了接下來的理論探究。

三、【實驗三】：進行磁鐵在金屬管中的運動模式理論分析，嘗試建立磁鐵在金屬管中的運動方程式，並與本實驗所測得的數據進行比較分析。

（一）運動模式理論分析與運動方程式的建立



1、基本原理推導

(1).磁場分析 $\vec{B}=B(r,z)$

定義: $\langle B\rangle_z=\frac{1}{L}\int B\cdot dz=B(r)$ (因為縱向平均，可視為 B 只是 r 的函數)

(2).磁通量計算 $\Phi_B=\int\vec{B}\cdot d\vec{A}=B(r)\cdot V\cdot\Delta t\cdot 2\pi r\cdot\alpha$ (設 α 為修正係數)

(3).感應電動勢與渦電流 $\varepsilon=\frac{d\Phi_B}{dt}=B\cdot V\cdot r\cdot\alpha$ (設 $\alpha=2\pi\alpha$)

管壁上產生的渦電流 $I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{B\cdot V\cdot r\cdot\alpha}{R}$

(4).磁鐵在金屬管中掉落所受之磁阻力 $\vec{F_B}=-(NI\vec{l}\times\vec{B})=-N\cdot\frac{\varepsilon}{R}(br)\cdot B$

(N 為層數,l=br，因假設 l 與 r 有常數關係)

故 $\vec{F_B}=-N\cdot\frac{B\alpha Vr}{R}\cdot(br)\cdot B=N\cdot r^2\cdot B^2\cdot V\cdot\frac{\alpha b}{R}=\sigma\cdot N\cdot r^2\cdot B^2\cdot V$

(其中 $\sigma=\frac{\alpha b}{R}$,為跟材料有關之常數)

2、運動方程式之推導(只考慮簡化之 Z 軸方向)

(1). $ma=mg-F_B$

$$m\frac{dv}{dt}=mg-F_B\quad\Rightarrow\quad\frac{dv}{dt}=g-\frac{\sigma N(rB)^2}{m}V$$

求得 $V(t)=\frac{mg}{\sigma N(rB)^2}(1-e^{-\frac{\sigma N(rB)^2}{m}t})$

(2). $\because V=\frac{dx}{dt}=\frac{dz}{dt}$

$$\boxed{\therefore Z(t)=\int\frac{dz}{dt}=\frac{m^2g}{\left[\sigma N(rB)^2\right]^2}\left[e^{-\frac{\sigma N(rB)^2}{m}T}-\left(1-\frac{\sigma N(rB)^2}{m}T\right)\right]}$$ ……運動方程式

(3).本實驗金屬管長為 L，T 為磁鐵掉落時間(當 t=T 時，Z=L)

則 L= $\frac{m^2g}{\left[\sigma N(rB)^2\right]^2}\left[e^{-\frac{\sigma N(rB)^2}{m}T}-\left(1-\frac{\sigma N(rB)^2}{m}T\right)\right]$

整理可得 $\boxed{T=\sqrt{\frac{L}{g}}\frac{\frac{\sigma N(rB)^2}{m}T}{\sqrt{e^{-\frac{\sigma N(rB)^2}{m}T}-\left(1-\frac{\sigma N(rB)^2}{m}T\right)}}}$ …公式 1

此方程式可討論本實驗之結果

3、磁場 $\langle B(r)\rangle \doteq \frac{1}{r(r-D)}$ (D 為平均維度之磁場)

(1). $B(z,r,\theta)\sim\frac{1}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$ (因在磁鐵遠處，B 與 r^3 有關)

當 $\left|\vec{Z}+\vec{r}\right|\gg 1$ 時， $B(z,r,\theta)\sim\frac{1}{r^2}$

(2).當磁鐵大小不可忽略時 $B(z,r,\theta)=\frac{1}{r(r-D)}$ with finite size correction

4、將 $B(r)\doteq\frac{1}{r(r-D)}$ 帶入公式 1

得 $\boxed{T=\sqrt{\frac{L}{g}}\frac{C_1\frac{NT}{(r-D)^2}f^a}{\sqrt{e^{-C_1\frac{NT}{(r-D)^2}f^a}-\left(1-C_1\frac{NT}{(r-D)^2}f^a\right)}}}$ ……公式 2

(其中 $C_1=\frac{\sigma}{m}$ ； f^a 為包覆比率的係數)

（二）與本實驗所測得的數據進行比較分析：

1.設 $\Upsilon=C_1Nf^a$ ， $x=\frac{T}{(r-D)^2}$

得 $T=\sqrt{\frac{L}{g}}\frac{\Upsilon x}{\sqrt{e^{-\Upsilon x}-(1-\Upsilon x)}}$ …公式 3 (又 $e^{-\Upsilon x}=1-\Upsilon x+\frac{1}{2}\Upsilon^2x^2-\frac{1}{6}\Upsilon^3x^3+\cdots$)

(1).若 $\Upsilon\to\infty, x\to 0$ ，此時 $e^{-\Upsilon x}=1-\Upsilon x$ 代入公式 3

得 $T=\sqrt{\frac{L}{g}}\frac{\Upsilon x}{\sqrt{\frac{1}{2}\Upsilon^2x^2}}=\sqrt{\frac{2L}{g}}$ ……此為自由落體時間

(2).若γ 相對於磁鐵很大，但 x 不會太小

此時 $e^{-\Upsilon x} = 1 - \Upsilon x + \frac{1}{2}\Upsilon^2 x^2 - \frac{1}{6}\Upsilon^3 x^3$ 代入公式 3

得 $T = \sqrt{\frac{2L}{g}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{3}\Upsilon x}}$

又 $(1\text{-}x)^{-\frac{1}{2}} \doteq 1 + \frac{1}{2}x$

所以 $T = \sqrt{\frac{2L}{g}}(1 + \frac{1}{6}\gamma x) = \sqrt{\frac{2L}{g}} + \sqrt{\frac{2L}{g}}\frac{1}{6}\gamma x$ …公式 4

2.其中γ 是與銅管材料（R）、磁鐵質量（m）、金屬管層數（N）、渦電流路徑長（b）及銅管包覆面積比率 f^{α} 等有關之常數或修正係數之性質常數。

3.在實驗二中，我們找出在**鋁管**中若**γ =35、D=0.5**；在**銅管**中若**γ =41、D=0.5** 時，由推導的 4 式計算其理論數據與實驗數據相當吻合。

4.承 3，理論數據與實驗數據的比較如下表 3、表 4。

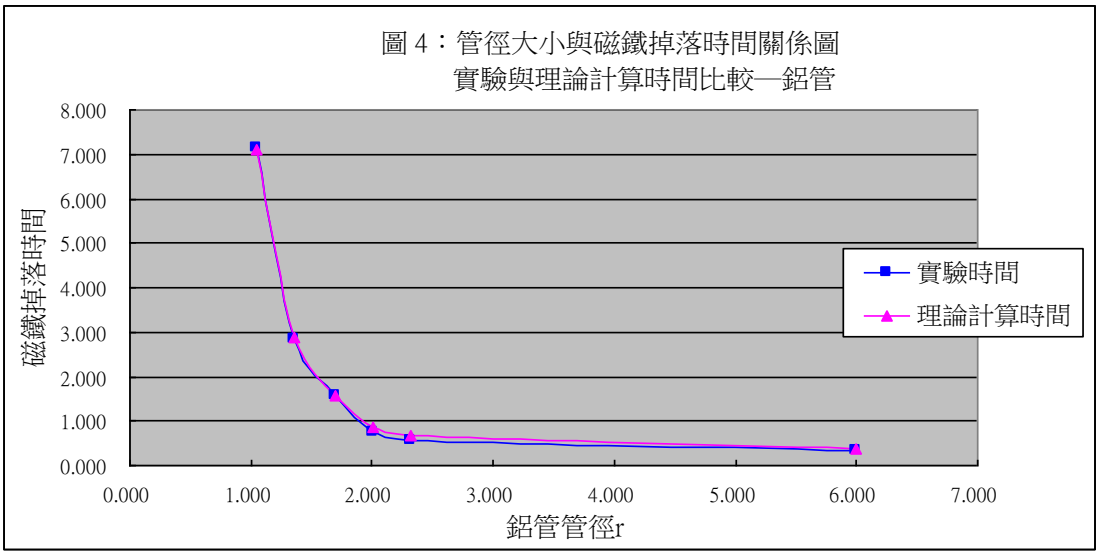
表 3：管徑大小與磁鐵掉落時間關係
實驗與理論計算時間之比較—Al 管

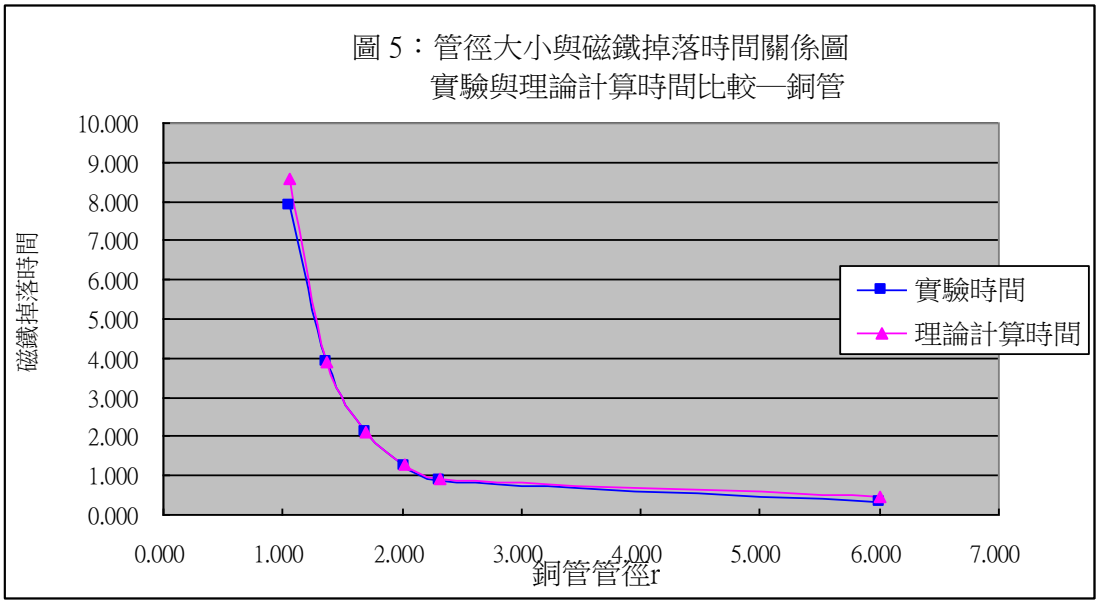
鋁管	實驗時間 s	理論計算時間 s	理論-實驗 s	r(cm)	$x=T/(R-D)^2$
γ =35	7.131	7.112	-0.019	1.050	23.575
D=0.5	2.839	2.879	0.040	1.360	3.839
	1.561	1.557	-0.004	1.690	1.102
	0.740	0.871	0.131	2.015	0.322
	0.574	0.667	0.093	2.320	0.173
	0.334	0.372	0.039	6.000	0.011

表 4：管徑大小與磁鐵掉落時間關係
實驗與理論計算時間之比較—Cu 管

銅管	實驗時間 s	理論計算時間 s	理論-實驗 s	R(cm)	$x=T/(R-D)^2$
γ =41	7.873	7.339	-0.534	1.060	25.104
D=0.5	3.915	3.339	-0.577	1.370	5.173
	2.092	1.782	-0.310	1.700	1.453
	1.258	1.110	-0.148	2.020	0.544
	0.852	0.789	-0.063	2.315	0.259
	0.334	0.372	0.039	6.000	0.011

5.承上，分別將理論計算的時間與實驗所的時間與管徑大小繪製關係圖，結果如圖 4、圖 5 從此圖中我們發現**兩曲線幾乎重合**。





四、【實驗四】：探討磁鐵在不同厚度的金屬管，掉落時間的長短（以鋁箔、銅箔包覆玻璃管來改變厚度）

（一）實驗結果

1. 實驗結果磁鐵在不同厚度金屬管中掉落時間如下表 5 及表 6。
2. 在相同的條件之下，於不同厚度金屬管（鋁、銅管）中，金屬（鋁、銅）的厚度愈厚，磁鐵掉落時間愈長（渦電流效應愈大）。

表 5：磁鐵在不同厚度鋁管（不同厚度鋁箔）掉落時間

鋁箔層數	0	1	2	3	7.4	12.7	18.2
鋁箔厚度 cm		0.0015	0.0030	0.0045	0.0111	0.0191	0.0273
磁鐵掉落時間 s	0.315	0.340	0.355	0.376	0.385	0.438	0.471
鋁箔層數	23.3	28.6	33.9	39.2	44.6	49.9	55.2
鋁箔厚度 cm	0.0350	0.0429	0.0509	0.0588	0.0669	0.0749	0.0828
磁鐵掉落時間 s	0.509	0.536	0.581	0.618	0.678	0.697	0.722

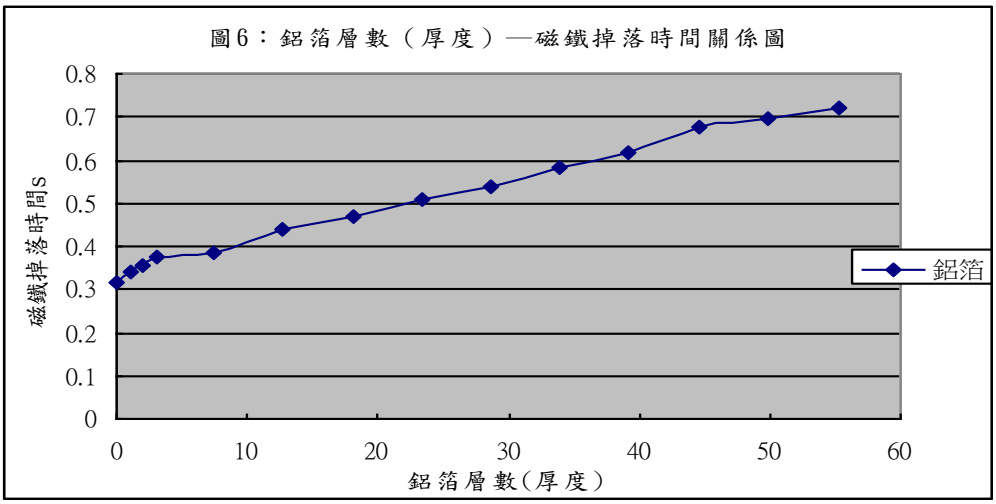
表 6：磁鐵在不同厚度銅管（不同厚度銅箔）掉落時間

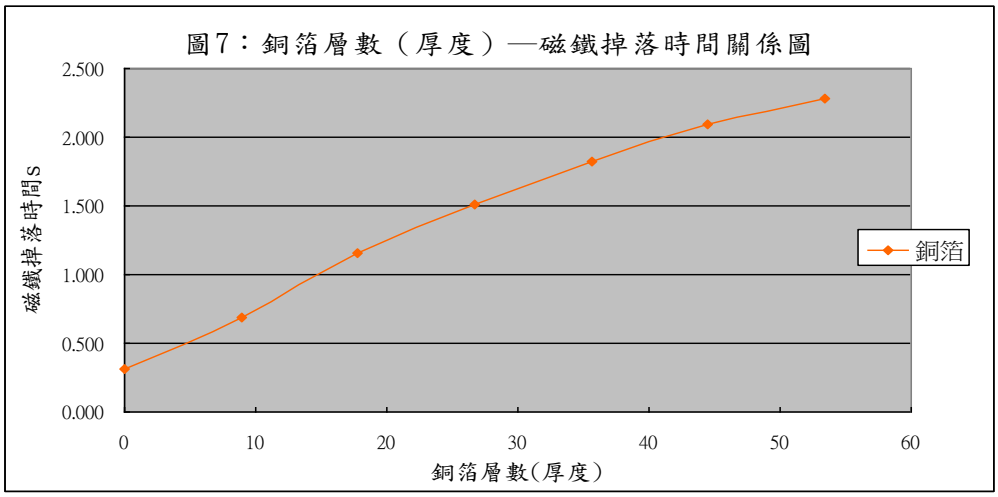
銅箔層數	0	8.9	17.8	26.7	35.6	44.5	53.4
銅箔厚度 cm	0	0.03204	0.06408	0.10146	0.12816	0.16020	0.19224
磁鐵掉落時間 s	0.315	0.694	1.154	1.512	1.821	2.091	2.286

（二）實驗結果分析與討論：

1.我們選擇外徑為 1.765cm 之玻璃管，用鋁箔、銅箔包覆玻璃管來代替不同厚度的金屬管，包覆的過程中，我們盡量保持鋁（銅）箔每一層都緊密結合，且鋁（銅）箔盡量保持平整，不要有凹凸不平等折痕。(包覆時，每一次重量外徑，並計算圓周，包覆層數＝鋁箔長度÷圓周長)。

2.將表 5 及表 6 數據繪製成下圖 6、圖 7，我們發現：在相同管內徑（口徑）時，鋁箔厚度愈厚，磁鐵的掉落時間也愈長，也就是說渦電流效應愈大。而銅箔也有相同現象。





3. 原本我們覺得這是一個接近線性的關係，也畫出線性趨勢圖。而且 y 截距=0.3368 與理論值 0.3499 也相當接近。在圖 7 中，銅箔的厚度與磁鐵掉落時間也呈現相同的現象。但在老師的指導下，我們以實驗三的理論推導結果，與本實驗的數據進行分析比較。

4. 本實驗所測得的數據與實驗三理論推導結果進行比較分析：

(1)設 $\alpha = \dfrac{C_1 f^a}{(r-D)^2}$, $y = NT$ 代入公式 2

得 $T = \sqrt{\dfrac{L}{g}} \dfrac{\alpha y}{\sqrt{e^{-\alpha y} - (1-\alpha y)}}$ …公式 5

(2)α 是與銅管材料（R）、磁鐵質量（m）、磁鐵平均大小 D（average dimension of magnet）、渦電流路徑長（b）及銅管包覆面積比率 f^a 等有關之常數或修正係數之性質常數。

(3)在實驗四中，我們找出在**鋁箔中若α =0.19**；在**銅箔中若α =0.75** 時，由推導的 5 式計算其理論數據與實驗數據相當吻合。

(4)承(3)，理論數據與實驗數據的比較如下表 7、表 8。

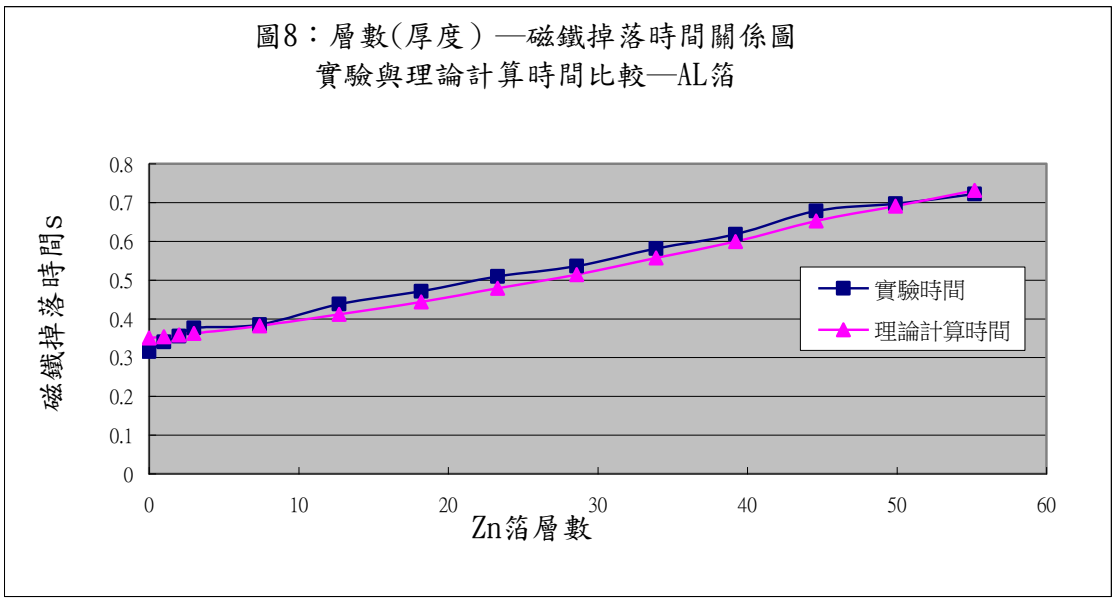
表 7：鋁箔層數與磁鐵掉落時間關係
實驗與理論計算時間之比較—Al 箔

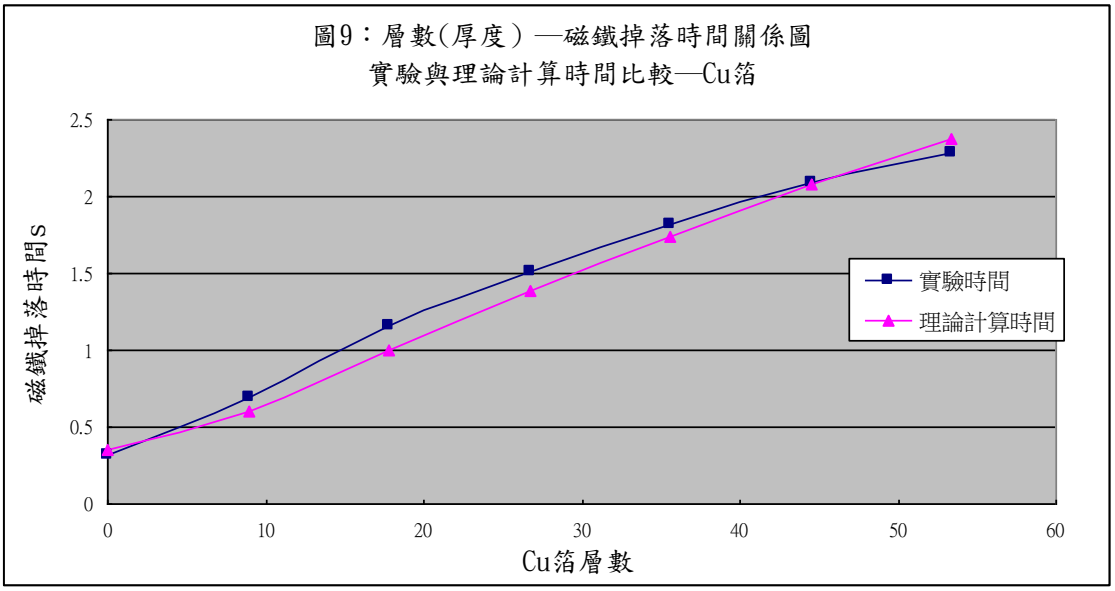
鋁箔	實驗時間 s	理論計算時間 s	理論-實驗 s	層數 N	y=N*T
α =0.19	0.315	0.350	0.035	0.010	0.003
	0.340	0.354	0.014	1.000	0.340
	0.355	0.358	0.003	2.000	0.710
	0.376	0.362	-0.014	3.000	1.128
	0.385	0.381	-0.004	7.400	2.849
	0.438	0.411	-0.027	12.700	5.563
	0.471	0.444	-0.027	18.200	8.572
	0.509	0.478	-0.031	23.300	11.860
	0.536	0.514	-0.022	28.600	15.330
	0.581	0.557	-0.024	33.900	19.696
	0.618	0.599	-0.019	39.200	24.226
	0.678	0.652	-0.026	44.600	30.239
	0.697	0.690	-0.007	49.900	34.780
	0.722	0.731	0.009	55.200	39.854

表 8：銅箔層數與磁鐵掉落時間關係
實驗與理論計算時間之比較—Cu 箔

銅箔	實驗時間 s	理論計算時間 s	理論-實驗 s	層數 N	y=N*T
α =0.75	0.315	0.350	0.035	0.010	0.003
	0.694	0.601	-0.093	8.900	6.177
	1.154	1.004	-0.150	17.800	20.541
	1.512	1.385	-0.127	26.700	40.370
	1.821	1.743	-0.078	35.600	64.828
	2.091	2.082	-0.009	44.500	93.050
	2.286	2.381	0.095	53.400	122.072

(5)承上，分別將理論計算的時間與實驗所的時間與鋁、銅箔層數繪製關係圖，結果如圖 8、圖 9。從此圖中我們發現兩曲線幾乎重合。





五、【實驗五】：探討磁鐵在縱切成非環狀的金屬管中掉落時，是否會產生渦電流效應

（一）實驗結果

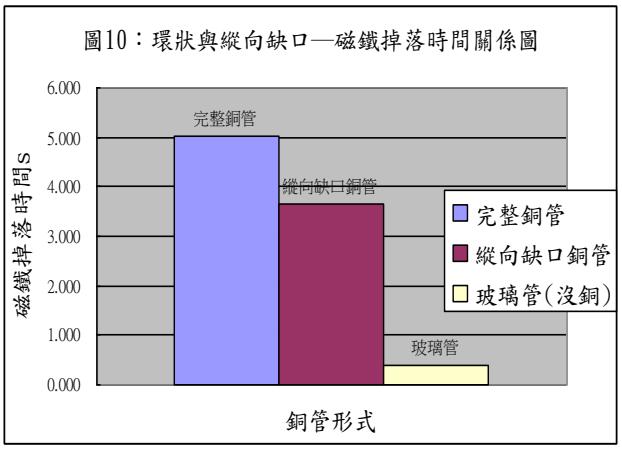
1. 本實驗將取相同銅管 2 支，其中之一縱切一個 0.1cm 缺口，另一個保持完整，分別測量磁鐵與銅管中掉落的時間。實驗結果如下表 9。
2. 磁鐵在相同條件下，於銅管中掉落時間為：完整銅管＞縱切成非環狀銅管＞沒有銅管；也就是說縱切成非環狀銅管仍有渦電流效應，但渦電流效應為：完整銅管＞縱切成非環狀銅管。

表 9：磁鐵在完整、縱向缺口銅管中掉落時間	
銅管形式	時間(s)
完整銅管	5.029
縱向切口銅管	3.668
玻璃管（沒銅）	0.406

（二）實驗結果分與討論：：

1.實驗的結果表 9，可以畫成圖 10。

2.由圖 10 中可以明顯看出完整銅管的渦電流效應較大；而有縱向缺口的銅管仍有渦電流效應，但效應明顯較小。



六、【實驗六】：探討磁鐵在不完整銅管中掉落時，銅箔包覆面積與掉落時間的影響

（一）實驗結果

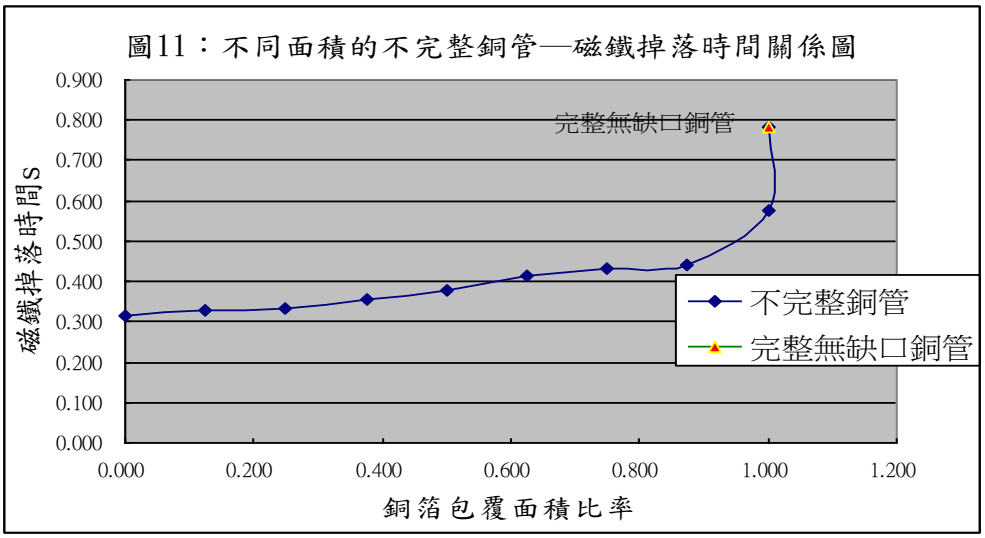
1.磁鐵在不完整銅管中掉落時間為：完整銅管＞面積一樣而有縱向缺口的銅管＞7/8 銅管＞6/8 銅管＞5/8 銅管＞4/8 銅管＞3/8 銅管＞2/8 銅管＞1/8 銅管＞0 銅管；

2.縱切銅管缺口愈大，渦電流效應愈小。

（二）實驗結果分析：

1.本實驗取相同玻璃管（管外徑＝1.765cm；長度 60cm）用不同面積銅箔包覆玻璃管。銅箔厚度每次都固定為包覆 10 層，包覆的方式為算出圓周長及所需銅箔長寬，再折疊成 10 層後包覆於玻璃管外，為了維持圓筒狀，包覆後以膠帶固定。分別測量磁鐵在銅管中掉落的時間。實驗的結果如表 10，可以畫成下圖 11：

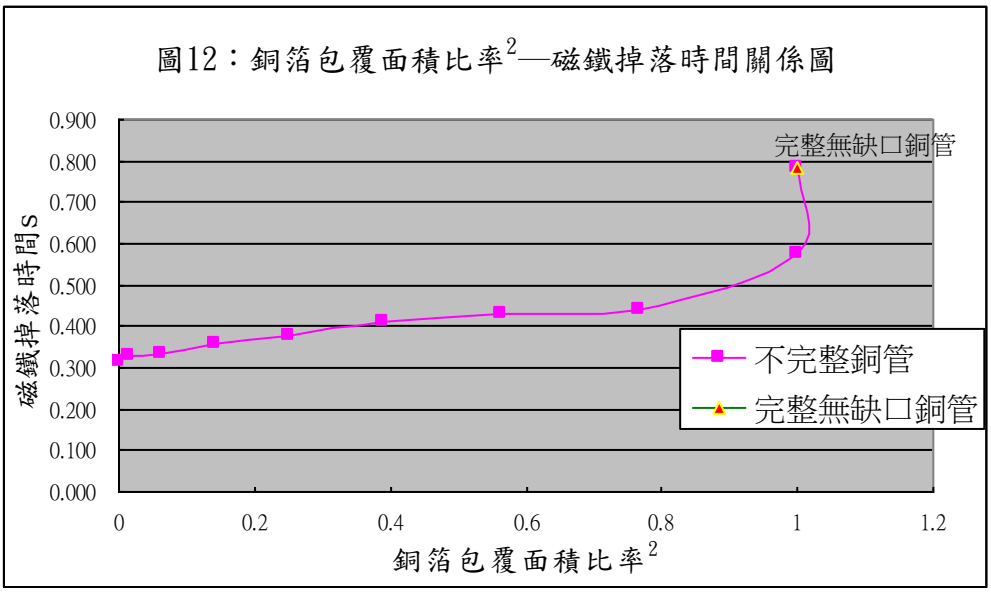
表 10：磁鐵在不完整銅管中掉落時，銅管面積與掉落時間			
銅箔包覆面積 (圓面積為 1)	包覆面積比率	磁鐵掉落時間(s)	包覆面積比率平方
1	1.000	0.782	1.000
1（有缺口）	1.000	0.576	1.000
7/8	0.875	0.442	0.766
6/8	0.750	0.432	0.566
5/8	0.625	0.412	0.391
4/8	0.500	0.379	0.250
3/8	0.375	0.356	0.141
2/8	0.250	0.332	0.063
1/8	0.125	0.328	0.016
0/8	0	0.315	0.000



2.由圖 11 中可以明顯看出完整無缺口銅管的掉落時間最長（渦電流效應最大）；但面積一樣而有縱向缺口的銅管（缺口以膠帶絕緣），磁鐵掉落時間明顯變小（渦電流效應變小），此與實驗五結果相符。

3.當銅管縱向缺口愈來愈大時，磁鐵掉落時間也愈來愈短（渦電流效應變小）。

4.為了瞭解數據的意義，我們取銅箔包覆面積比率的平方，繪製關係圖，如圖 12。



5.本實驗所測得的數據與實驗三理論推導結果進行比較分析：

(1) 設 $\beta=\dfrac{C_1 N}{(r-D)^2}$ ， $\mathbb{Z}_i = Tf^{a_i}$ 代入公式 2

其中 a_i 為 f 的函數(與電阻有關的比例常數,且為 f 的函數)

得 $T=\sqrt{\dfrac{L}{g}}\dfrac{\beta\mathbb{Z}_i}{\sqrt{e^{-\beta\mathbb{Z}_i}-(1-\beta\mathbb{Z}_i)}}$ …公式 6

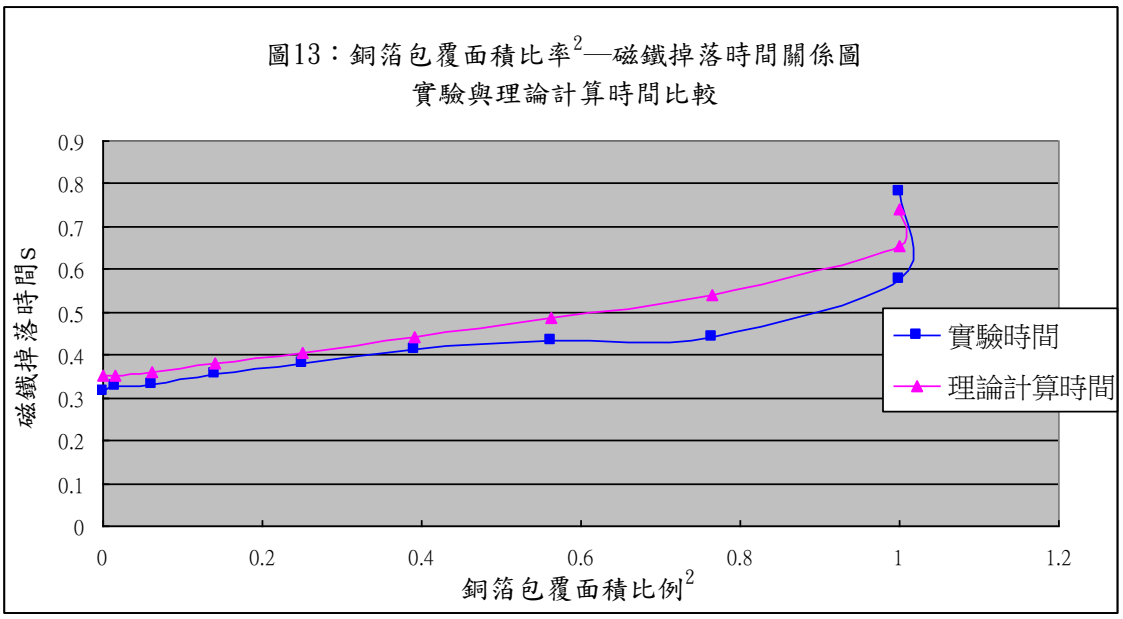
(2) β 是與銅管材料（R）、磁鐵質量（m）、磁鐵平均大小 D（average dimension of magnet）、渦電流路徑長（b）及包覆層數 N 等常數或修正係數之性質常數

(3)在實驗六中，我們找出在若**β =10** 時，由推導的 6 式計算其理論數據與實驗數據相當吻合。

(4)承(3)，理論數據與實驗數據的比較如下表 11。

表 11：銅管包覆面積比率與磁鐵掉落時間關係 實驗與理論計算時間之比較—Cu					
銅箔	實驗時間 s	理論計算時間 s	理論-實驗 s	包覆面積比率平方	$Z(T*f^2)$
β =10	0.782	0.741	-0.041	1.000	0.782
	0.576	0.653	0.077	0.999	0.575
	0.442	0.538	0.097	0.766	0.338
	0.432	0.488	0.056	0.563	0.243
	0.412	0.443	0.031	0.391	0.161
	0.379	0.405	0.026	0.250	0.095
	0.356	0.379	0.023	0.141	0.050
	0.332	0.362	0.030	0.063	0.021
	0.328	0.353	0.025	0.016	0.005
	0.315	0.350	0.035	0.001	0.000

(5)承上，分別將理論計算的時間與實驗所的時間與銅管包覆面積比率 ^{2} 繪製關係圖，結果如圖 13。

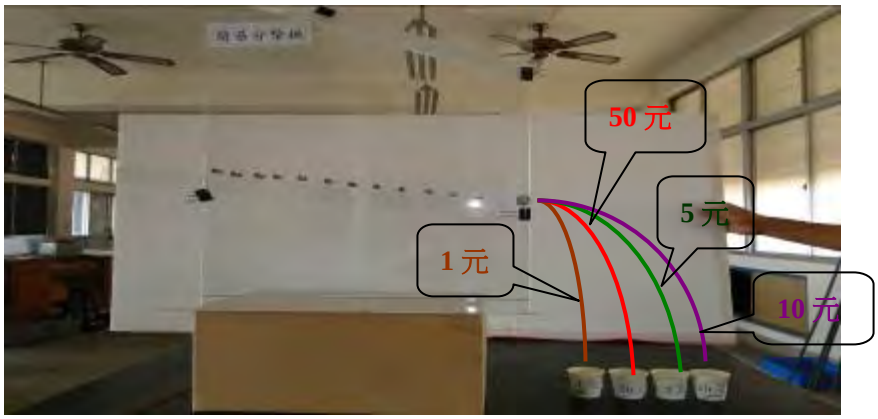


七、【實驗七】：利用渦電流原理，研製具有分類功能的「簡易分幣機」，並探討影響分幣效果的各項變因

（一）實驗結果

1.本研究自製的「簡易分幣機」及分幣的軌跡圖如下：

圖 14：分幣機照片及分幣軌跡圖



2.實驗結果發現，不管改變哪一項變因，硬幣的軌跡(分幣效果)由近而遠依序為：

(1) 1 元最近 → 50 元第二 → 5 元第三 → 10 元最遠

(2) 5 元硬幣的軌跡與 10 元的硬幣的軌跡相近，有時會混在一起

3. 探討的變因：磁鐵數目對分幣效果的影響

(1)控制變因：軌道角度 10°、磁鐵平均分散、磁場同一方向

(2)實驗結果：磁鐵數目越多（0-9 對）分幣效果越好，而且硬幣最遠與最近的軌跡最分散，硬幣掉落的結果如表 10。

表 10：磁鐵數目對分幣效果的影響

磁鐵數目	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Δ X1(cm) 1 元→50 元	0.65	0.71	0.83	1.01	1.20	1.63	2.01	2.17	2.29	2.37
Δ X2(cm) 50 元→5 元	-0.26	0.16	1.28	2.13	3.38	5.05	5.82	6.08	6.15	6.30
Δ X3(cm) 5 元→10 元	0.67	0.75	0.78	0.82	0.90	0.92	0.92	0.94	1.03	1.09
Δ xmax(cm) 最大差距	1.06	1.62	2.89	3.96	5.48	7.60	8.75	9.19	9.47	9.76

註：Δ X 為與前一硬幣之間隔距離

Δ Xmax 為最近與最遠之硬幣間隔距離

4. 探討的變因：磁場的方向對分幣效果的影響

(1)控制變因：磁鐵數目 9 對、磁鐵平均分散、軌道角度 5°

(2)實驗結果：「磁場方向全部一致」分幣效果優於「磁場方向間隔相反」，硬幣掉落的結果如表 12。

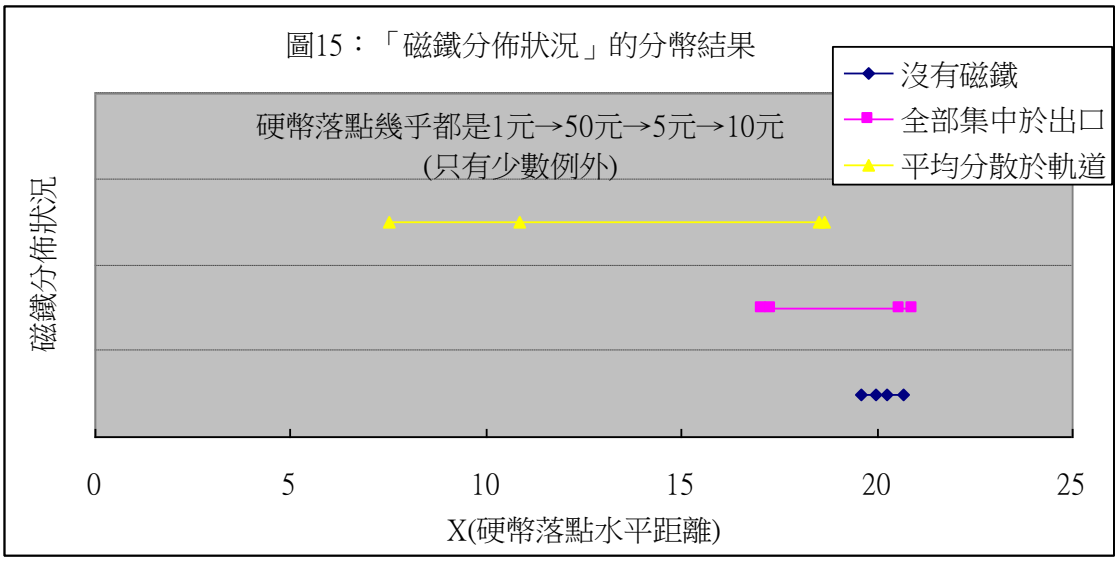
表 12：磁場方向對分幣效果的影響		
磁鐵數目	磁鐵方向 間隔相反	磁場方向 全部一致
Δ X1(cm)：1 元→50 元	1.67	2.37
Δ X2(cm)：50 元→5 元	4.42	6.30
Δ X3(cm)：5 元→10 元	0.77	1.09
Δ Xmax(cm)：最大差距	6.86	9.76

5. 探討的變因：磁鐵「平均分散」或「集中於出口」對分幣效果的影響

(1)控制變因：軌道角度 5°、磁鐵數目 9 對、磁場同一方向

(2)實驗結果：「磁鐵平均分散於軌道」優於「磁鐵集中於出口」。硬幣掉落的結果如表 13 及圖 15。

表 13：磁鐵分佈狀況對分幣效果的影響					
沒有磁鐵	1 元	50 元	5 元	10 元	最大差距
	19.60	20.25	19.99	20.66	
ΔX（與前一硬幣差距）		0.65	-0.26	0.67	1.06
全部集中於出口	1 元	50 元	5 元	10 元	最大差距
	17.28	17.08	20.58	20.93	
ΔX（與前一硬幣差距）		-0.20	3.50	0.35	3.65
平均分散於軌道	1 元	50 元	5 元	10 元	最大差距
	7.54	10.87	18.5	18.67	
ΔX（與前一硬幣差距）		3.33	7.63	0.17	11.13



6. 探討的變因：軌道角度對分幣效果的影響

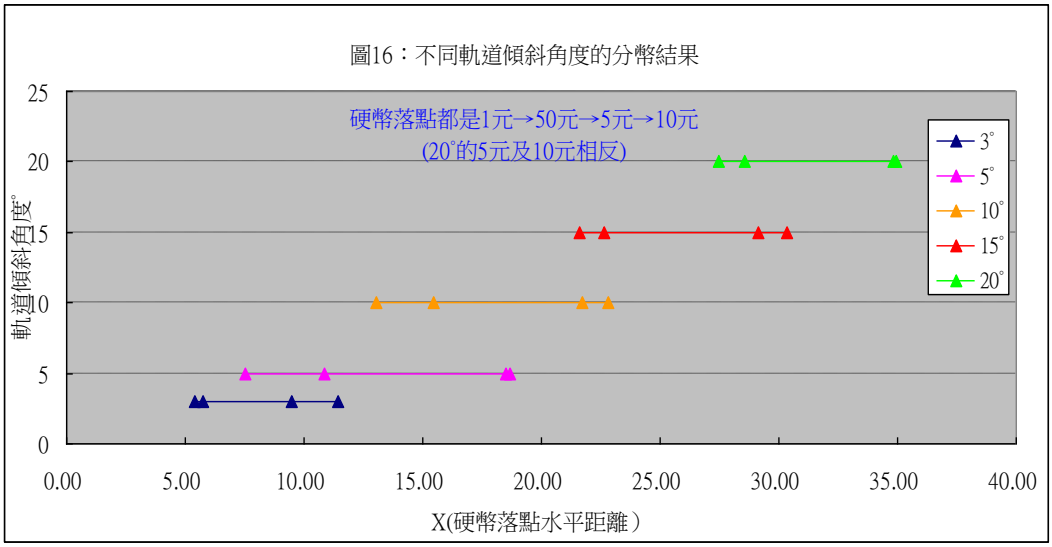
(1)控制變因：磁鐵數目 9 對、磁鐵平均分散、磁場同一方向

(2)實驗結果：軌道傾斜角度為 5°及 10°時，分幣效果最好。實驗結果如表 14。

表 14：不同軌道角度的分幣效果

軌道傾斜角度	1 元	Δ X_1	50 元	Δ X_2	5 元	Δ X_3	10 元	Δ Xmax
3°	5.43	0.3	5.73	3.77	9.5	1.92	11.42	5.99
5°	7.54	3.33	10.87	7.63	18.5	0.17	18.67	11.13
10°	13.07	2.37	15.44	6.3	21.74	1.09	22.83	9.76
15°	21.61	1.02	22.64	6.5	29.14	1.23	30.36	8.75
20°	27.47	1.1	28.56	6.38	34.94	-0.1	34.84	7.37

(3)硬幣掉落的落點分佈如下圖 16。



(4).由上表 14 可看出軌道傾斜角度為 10°及 5°時，分幣效果最好。其中 5°時Δ Xmax=11.13 最大，但 5 元與 10 緣分不出來；而 10°時，Δ xmax=9.76 雖然不是最大，但分幣效果最好。

（二）實驗結果分析與討論：

1.影響分幣效果的各項變因的實驗結果整理如下表 15：

表 15：影響分幣效果的各項變因實驗結果彙整表

探討的變因	研究結果分幣效果
(1)不同數目的磁鐵（0-9 對，平均分散於軌道）	磁鐵數目愈多，分幣效果愈好，而且硬幣最遠與最近的軌跡最分散
(2)黏貼磁場方向	「磁場方向一致」優於「磁場方向間隔相反」
(3)磁鐵集中於出口 VS 磁鐵平均分散於軌道	「磁鐵平均分散於軌道」優於「磁鐵集中於出口」
(4)「軌道角度」對分幣效果的影響	軌道傾斜角度為 10°及 5°時，分幣效果最好。

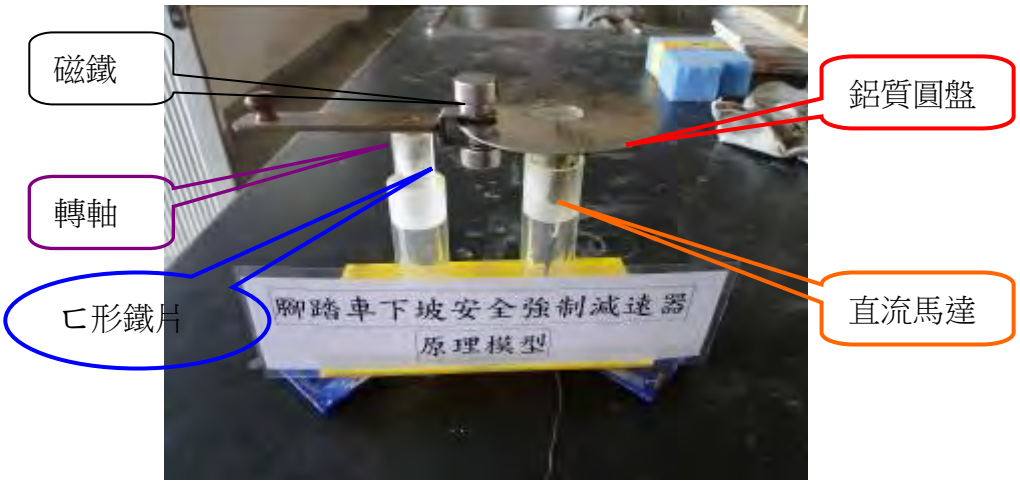
八、【實驗八】：設計「腳踏車下坡強制安全減速器原理模型」並測試減速效果

（一）實驗結果

1.本研究自製的「腳踏車下坡強制安全減速器原理模型」如圖 17 照片。

2.測試結果：減速效果非常好。

圖 17：腳踏車下坡強制安全減速器原理模型



（二）實驗結果分析與討論：

1.在測試的過程中，我們發現磁鐵進入鋁盤的位置不同時，鋁盤減速後的最後速度也不同，這引起我們的興趣，於是我們又設計了一個實驗，來測量磁鐵位置與鋁盤減速後終端速度的關係。

2.我們自製了一個轉速計來測量鋁盤的轉速。設計的原理與成品如下：

(1)設計原理：

a.取一個電腦用小麥克風，將前端打開改接上光敏電阻。

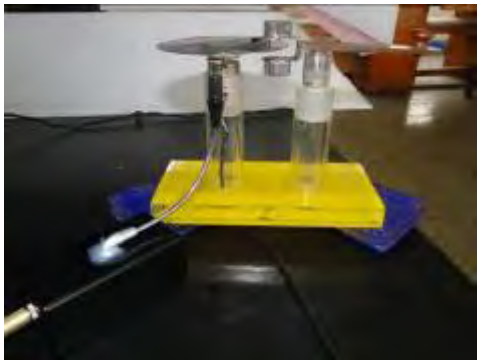
b.在鋁盤底面貼上一半黑紙，鋁盤轉動時，光敏電阻會接收到明暗程度不同的訊號，透過電腦錄音程式，轉換成音源訊號。

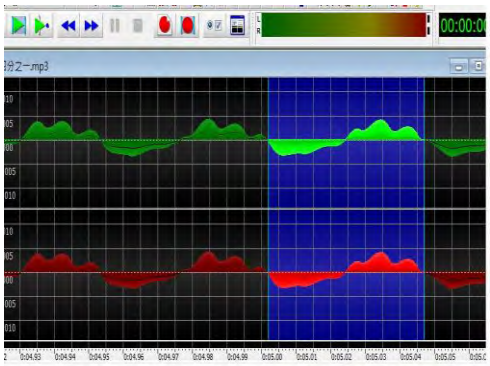
c.將此麥克風接上電腦，利用錄音程式即可錄製音源訊號。

d.利用聲音剪輯程式分析此音源檔的音訊，進而讀出鋁盤轉動之轉速(rpm)。

(2)成品照片：

圖 18：自製轉速計





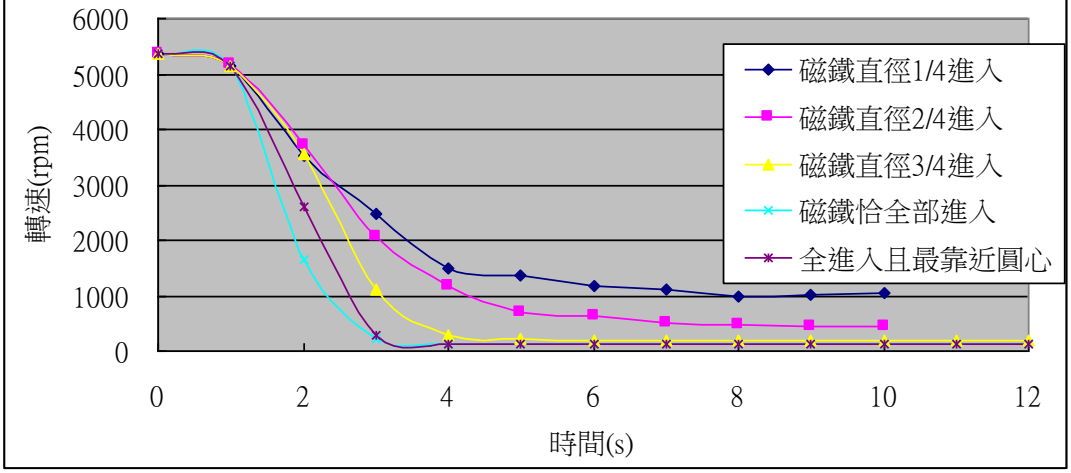
轉檔後讀取週期的情形

3.實驗的結果如下表 16 及圖 19：

表 16：磁鐵進入鋁盤不同位置後，時間與轉數(rpm)的關係

時間(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
遠離鋁盤	5357.1	5357.1	5357.1	5357.1	5357.1	5357.1	5357.1	5357.1	5357.1	5357.1	5357.1	5357.1	5357.1
直徑 1/4 進入	5357.1	5128.2	3508.8	2489.6	1477.8	1354.4	1188.1	1102.9	996.7	1029.2	1036.3	1032.2	1031.8
直徑 2/4 進入	5357.1	5172.4	3703.7	2061.9	1174.2	700.1	645.9	500.4	478.5	449.1	442.8	443.2	442.8
直徑 3/4 進入	5357.1	5128.2	3550.3	1115.2	289.9	223.8	204.6	190.1	197.2	199.1	198.8	198.7	198.8
恰全部進入	5357.1	5128.2	1652.9	210.1	142.7	140.9	140.8	137.6	141.1	141.0	141.3	140.8	140.6
最接近圓心	5357.1	5128.2	2608.7	279.1	124.2	124.0	126.6	126.3	126.6	124.3	124.0	122.0	122.0

圖 19：磁鐵圓心進入鋁盤不同位置之時間—轉速關係圖



4. 我們發現磁鐵位置與鋁盤減速後終端速度有關，終端速度大小為：磁鐵遠離鋁盤 1/4 進入＞2/4 進入＞3/4 進入＞恰全部進入＞全部進入且最近圓心。

九、【實驗九】：利用實驗八的「原理模型」製作「腳踏車下坡強制安全減速器」雛形

（一）實驗結果

1.本研究研製的「腳踏車下坡強制安全減速器」測試照片如下：

測試結果：減速效果明顯，但須製作轉軸以固定ㄈ形磁鐵

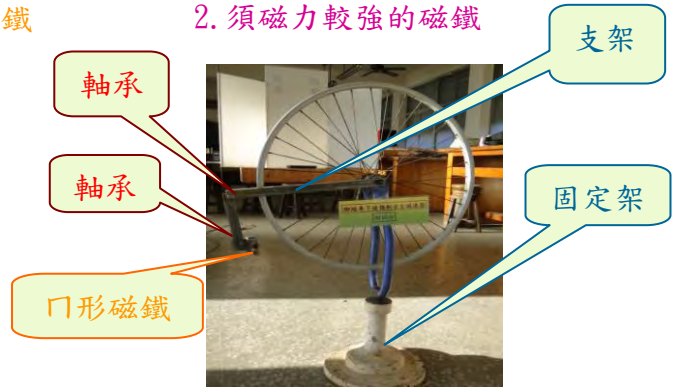
圖 20：腳踏車下坡強制安全減速器

第一代測試器：

1. 減速效果明顯
2. 須製作轉軸以固定ㄇ形磁鐵

第二代測試器：

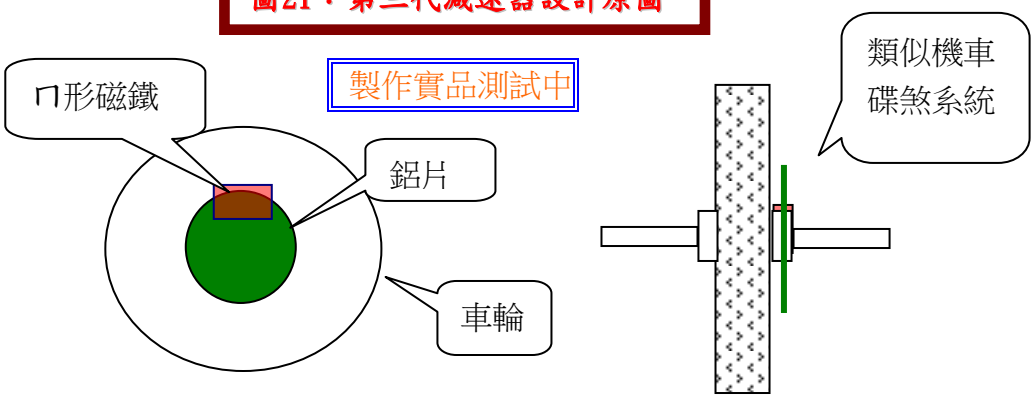
1. 減速效果明顯
2. 須磁力較強的磁鐵



3.由於本研究於後期才開始設計與製作安全強制減速器，故仍持續改良並測試中。

4.本研究研製的「腳踏車下坡強制安全減速器雛形」方法二之示意圖如下圖，因科展交件時間的壓力，先以示意圖表示，希望能於複審時再展現成果。。

圖21：第三代減速器設計原圖



陸、綜合討論

一、為了要精確測量磁鐵掉落時間，我們使用光電計時器，為了要讓磁鐵由金屬管頂端自由落下，而且順利進入金屬管。我們在金屬管口年上一個透明的薄塑膠片（如照片），以利磁鐵能順利掉落至金屬管中。雖然只是一個小細節，但研究的過程中，讓我們學到了解決問題的能力。

二、在實驗二探討不同管徑與磁鐵掉落時間的關係時，我們曾將磁鐵在金屬管中的運動簡化成等加速度運動，算出平均磁阻力，但後來經老師協助進行運動模式理論分析，建立磁鐵在金屬管中的運動方程式後，我們才發現原來科學的天空是那麼的寬廣。

三、在實驗四的結果發現：「金屬管厚度愈厚，渦電流效應就愈大」。我們推測：這與金屬的電阻有關。

$$R = k \times \frac{L}{A} \quad \text{或是} \quad R^{-1} = k^{-1} \times \frac{A}{L}$$

其中 R^{-1} 為金屬電導。而 k^{-1} 則為金屬的電導係數。如果想像金屬管

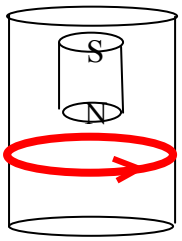


圖 22

在水平方向有一個圓形導線（如圖 22），而金屬管厚度的平方就是截面積。在相同的條件下，當截面積愈大（A）時，電阻就愈小，此時水平方向上渦電流就愈大，磁鐵掉落的時間就愈長了。而這也與老師協助進行的理論分析吻合。

四、由實驗五表 7 的數據以及圖 10，我們可以發現「完整銅管」與「縱向缺口銅管」兩者銅管相同，但磁鐵掉落時間確有明顯不同，因此我們推論完整銅管應有產生水平方向的渦電流（圖 22）；而縱向缺口銅管無法產生水平渦電流（圖 23），因此才會產生掉落時間的不同。

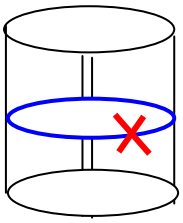


圖 23

五、由表 7 數據，我們發現磁鐵在「縱向缺口銅管」的掉落時間雖然比「完整銅管」快，但仍比無銅管時明顯慢很多，我們推論磁鐵於銅管中掉落時，除了有水平方向渦電流之外，應該還有縱向渦電流以及在金屬內部（厚度）的小渦電流（如右圖 24）。

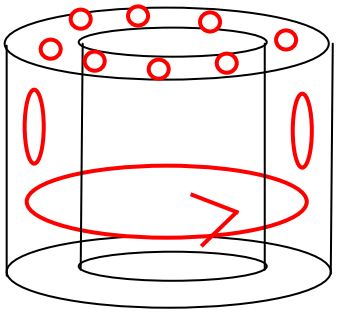


圖 24

六、承四、五為了證明水平方向的電流，我們設計了一個小實驗。我們在有缺口銅管的中間，於缺口接上兩個漆包銅線接點，然後接上微安培計（如照片）。結果當磁鐵在管中掉落時，微安培計確實左右擺動了一下，此證明了我們的推論是正確的。

水平方向渦電流測試照片

七、在探討磁鐵掉落的過程中，我們發現許多好玩的現象：

（一）磁鐵在金屬管中掉落時，若金屬管管徑夠大，磁鐵會從縱向變成橫向掉落。我們推測應該是磁鐵掉落時沒有完全鉛直，而渦電流產生的阻力沒有通過磁鐵重心使得磁鐵打橫（如圖 25）。

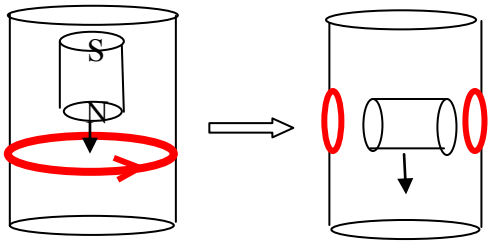


圖 25 磁鐵在金屬管中運動示意圖

（二）磁鐵在掉落時會有順時針旋轉的現象，此應是與磁鐵受到磁阻力時產生的力矩方向有關。

（三）而且根據觀察的結果發現，磁鐵發生旋轉時，掉落時間亦較長。這個現象相當有趣，希望下次能進一步探討。

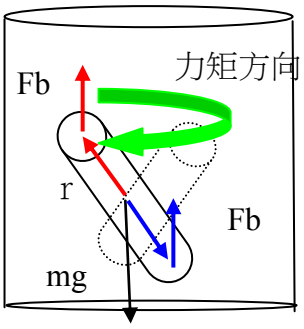


圖 18：磁鐵在金屬管中旋轉示意圖

八、在實驗結果中，我們發現管徑、厚度大約相同的銅管與用銅箔包成的銅管，磁鐵掉落的時間有很明顯的差異，我們把這兩個數據擷取出來如下表 17：

表 17：相同厚度「銅管」及「以銅箔包成的銅管」比較

	銅管	以銅箔包覆的銅管
管內徑	1.700	1.765
管厚度	0.105	0.101
磁鐵掉落時間	2.092	1.512
渦電流效應	大	小

由表可以看出，大約相同厚度的銅管渦電流效應大，而以銅箔包覆的渦電流效應小，此與變壓器為了減少渦電流產生的熱，所以將內部鐵芯切成多片且每片之間予以絕緣的道理是相同的。

九、為了證明八的結論，我們想做二個的小實驗來加以驗證：

（一）用厚度相同，一整片銅片及銅箔放在燒杯中用電磁爐加熱燒杯內的水，探討渦電流熱效應的差異

（二）同厚度，不同層數的銅箔，每一層中間以薄宣紙進行絕緣，探討其渦電流效應與不絕緣時進行比較。

十、在「簡易分幣機」的探討中，我們發現硬幣不同年份的硬幣其分幣效果略有差異，此乃因不同年份的硬幣其成分略有不同所致。而且硬幣的新舊也會影響分幣效果，這可能與氧化程度或硬幣摩擦力也有關係。

十一、「簡易分幣機」發現硬幣的軌跡（分幣效果）由近而遠為：「1 元最近 → 50 元第二 → 5 元第三 → 10 元最遠」。這樣的結果對照硬幣的成分（如下表 18），我們發現這是因為「1 元」與「50 元」硬幣的銅含量最高。因此於軌道滾落時，硬幣產生的渦電流效應較大，所以軌跡最近。此與本研究的實驗結果相符合。

表 18：硬幣成分

硬幣	銅 Cu	鎳 Ni	鋁 Al
50 元	92%	2%	6%
10 元	75%	25%	
5 元	75%	25%	
1 元	92%	6%	2%

註：硬幣成分因出版年份略有不同，但大同小異

十二、本研究自製的「腳踏車下坡強制安全減速器原理模型」測試結果減速效果非常良好，因此我們思考如何將此原理實際應用在腳踏車下坡時減速。經過我們的腦力激盪，我們討論出了兩個辦法：

方法一：將傳統腳踏車煞車器的摩擦用橡皮內層加上強力磁鐵，利用強力磁鐵使鋁合金輪圈產生渦電流，進而產生阻力，強制腳踏車下坡減速。而且此方法如果成功，當遇緊急煞車時，仍可用原來之煞車橡皮摩擦的方式緊急煞車。

方法二：在腳踏車輪邊加裝一個類似碟煞的圓鋁片，利用ㄇ形磁鐵使鋁片產生渦電流阻力，來進行減速。而且可以設計一個類似變速器的機制，分段將磁鐵推入鋁片範圍內（參考原理模型），即可因應下坡坡度不同，產生分段式的減速效果。

十三、因為我們利用課餘時間進行研究，研究主題與方法於過程中慢慢修正。當我們想到將研究的結果應用在「腳踏車下坡強制安全減速器」時，時間已經很緊迫。而且我們事先製作「腳踏車下坡強制安全減速器原理模型」測試我們的想法可行後，再思考如何實際應用於腳踏車。在【方法一】的測試中，結果並不如我們想的完美。因此我們又想出了【方法二】，我們評估此方法可行性相當高。但是迫於時間壓力，雖

柒、結論

本實驗探討磁鐵在金屬管中落下時，磁鐵掉落時間（渦電流效應大小）與各項變因之間的關係。並且利用這個研究的結果，嘗試設計出了一個「腳踏車下坡安全強制減速器」的雛形，並且製作出一個「腳踏車下坡安全強制減速器」的「應用原理模型」。經數據分析後，我們依照實驗目的將結果整理如下：

一、磁鐵在不同材質的金屬管，掉落時間的長短（渦電流效應大小）。

（一）在金屬管中，磁鐵掉落時因受到渦電流產生的「磁阻力」明顯變慢。

（二）磁鐵掉落時間：銅管＞鋁管＞玻璃。也就是說，在相同管徑、厚度的金屬管中，渦電流效應大小是銅管＞鋁管＞玻璃管（玻璃管沒有渦電流）

二、磁鐵在不同管徑的金屬管，掉落時間的長短（渦電流效應大小）。

（一）磁鐵在管內徑較小的金屬管（鋁、銅）中掉落的時間較長（渦電流效應較大）。隨著管內徑變大，磁鐵掉落的時間明顯變短（渦電流效應變小）。

（二）原本我們以為磁鐵「掉落時間」與金屬管的「1/管徑^2」呈線性關係。但後來在老師的指導之下，才發現圖形不是單純的線性關係，而是一個複雜的函數關係。

三、進行磁鐵在金屬管中的運動模式理論分析，嘗試建立磁鐵在金屬管中的運動方程式，並將所建立的運動方程式與本實驗所測得的數據進行比較分析。

（一）運動模式理論分析與運動方程式的建立。

1.在實驗三中，我們在老師的指導下建立了磁鐵在金屬管中的 Z 軸運動方程式

$$\therefore Z(t)=\int\frac{dz}{dt}=\frac{m^2g}{\left[\sigma N(rB)^2\right]^2}\left[e^{-\frac{\sigma N(rB)^2}{m}T}-\left(1-\frac{\sigma N(rB)^2}{m}T\right)\right]$$

2.在本實驗中，磁鐵掉落時間為 T ，金屬管長 L，可得

$$T=\sqrt{\frac{L}{g}}\frac{\frac{\sigma N(rB)^2}{m}T}{\sqrt{e^{-\frac{\sigma N(rB)^2}{m}T}-\left(1-\frac{\sigma N(rB)^2}{m}T\right)}}\cdots\cdots\cdots\boxed{\text{公式 1}}$$

將 $B(r)\doteq\frac{1}{r(r-D)}$ 代入$\boxed{\text{公式 1}}$

$$\Rightarrow T=\sqrt{\frac{L}{g}}\frac{C_1\frac{NT}{(r-D)^2}f^a}{\sqrt{e^{-C_1\frac{NT}{(r-D)^2}f^a}-\left(1-C_1\frac{NT}{(r-\mathrm{D})^2}f^a\right)}}\cdots\cdots\cdots\boxed{\text{公式 2}}$$

(其中 $C_1=\frac{\sigma}{m}$ ； f^a 為包覆比率的係數)

（二）不同管徑金屬管（改變內徑），運動方程式（理論計算時間）與實驗數據比較：

1.設 $\Upsilon=C_1Nf^a$ ， $x=\frac{T}{(r-D)^2}$

得 $T=\sqrt{\frac{L}{g}}\frac{\Upsilon x}{\sqrt{e^{-\Upsilon x}-(1-\Upsilon x)}}\cdots\cdots\boxed{\text{公式 3}}$

(1)當 r→∞,x→0 時，$\boxed{\text{公式 3}}$ $\Rightarrow$ $T=\sqrt{\frac{2L}{g}}$ $\Rightarrow$ 此符合自由落體的結果

(2).若γ 相對於磁鐵很大，但 x 又不會太小時

$$\Rightarrow\quad T=\sqrt{\frac{2L}{g}}(1+\frac{1}{6}\gamma x)=\sqrt{\frac{2L}{g}}+\sqrt{\frac{2L}{g}}\frac{1}{6}\gamma x\cdots\cdots\boxed{\text{公式 4}}$$

(3).其中γ 是與銅管材料（R）、磁鐵質量（m）、金屬管層數（N）、渦電流路徑長（b）及銅管包覆面積比率 f^a 等有關之常數或修正係數之性質常數。

2.我們找出在**鋁管**中若**γ =35、D=0.5**；在**銅管**中若**γ =41、D=0.5** 時，由公式 4 計算其理論數據與實驗數據相當吻合，時間與管徑關係圖也幾乎重合，顯示本實驗與理論可相互驗證。

四、磁鐵在不同厚度的金屬管，掉落時間的長短（渦電流效應大小）

（一）相同管內徑時，鋁、銅箔層數愈多（愈厚），磁鐵掉落時間愈長（渦電流效應愈大）。

（二）不同層數鋁、銅箔之金屬管（改變厚度），運動方程式（理論計算時間）與實驗數據比較：

1.設 $\alpha=\frac{C_1f^a}{(r-D)^2}$, $y=NT$ 代入$\boxed{\text{公式 2}}$

得 $T=\sqrt{\frac{L}{g}}\frac{\alpha y}{\sqrt{e^{-\alpha y}-(1-\alpha y)}}\cdots\boxed{\text{公式 5}}$

2.α 是與銅管材料（R）、磁鐵質量（m）、磁鐵平均大小 D（average dimension of magnet）、渦電流路徑長（b）及銅管包覆面積比率 f^{α} 等有關之常數或修正係數之性質常數。

3.在實驗四中，我們找出在**鋁箔中若α =0.19**；在**銅箔中若α =0.75** 時，由推導的公式 5 計算其理論數據與實驗數據相當吻合，時間與鋁、銅箔層數關係圖也幾乎重合。

五、磁鐵在縱切成非環狀的金屬管中掉落時，是否會產生渦電流效應？

（一）磁鐵在銅管中掉落時間為：完整銅管＞縱切成非環狀銅管＞沒有銅管。

（二）縱切成非環狀銅管仍有渦電流效應，渦電流效應為：完整銅管＞縱切成非環狀管。

六、磁鐵在不完整銅管中掉落時，銅箔包覆面積與掉落時間的影響。

（一）磁鐵在不完整銅管中掉落時間為：完整銅管＞面積一樣而有縱向缺口的銅管＞7/8 銅管＞6/8 銅管＞5/8 銅管＞4/8 銅管＞3/8 銅管＞2/8 銅管＞1/8 銅管＞0 銅管磁鐵在銅管中掉落時間為：完整銅管＞縱切成非環狀銅管＞沒有銅管。

（二）縱切銅管缺口愈大，渦電流效應愈小（掉落時間愈短）。

（三）銅箔包覆面積之銅管（改變包覆比率），運動方程式（理論計算時間）與實驗數據比較：

1.設 $\beta=\dfrac{C_1N}{(r-D)^2}$ ， $\mathbb{Z}_i=Tf^{a_i}$ 代入 $\boxed{\text{公式 2}}$ 其中 a_i 為 f 的函數(與電阻有關的比例常數)

得 $T=\sqrt{\dfrac{L}{g}}\dfrac{\beta\mathbb{Z}_i}{\sqrt{e^{-\beta\mathbb{Z}_i}-(1-\beta\mathbb{Z}_i)}}\ldots\boxed{\text{公式 6}}$

2.β 是與銅管材料（R）、磁鐵質量（m）、磁鐵平均大小 D（average dimension of magnet）、渦電流路徑長（b）及包覆層數 N 等有關之常數或修正係數之性質常數。

3.在實驗六中，我們找出在若**β =10** 時，由推導的公式 6 計算其理論數據與實驗數據相當吻合，時間與銅箔包覆面積關係圖也很接近，再一次證明本實驗與理論可相互驗證。

七、我們利用渦電流的原理，成功自行研製出具有分類功能的「簡易分幣機」。

（一）影響分幣效果的因素探討結果如下：

1.磁鐵數目愈多（0～9 對），分幣效果愈好。

2.磁場方向：「磁場方向全部一致」的分幣效果優於「磁場方向間隔相反」。

3.磁鐵「平均分散於軌道」的分幣效果優於磁鐵「集中於出口處」。

4.軌道傾斜角度為 10°及 5°時，分幣效果最好。其中 5°時Δ xmax=11.13 最大，但 5 元與 10 緣分不出來；而 10°時，Δ xmax=9.76 雖然不是最大，但分幣效果最好。

（二）硬幣的軌跡（分幣效果）由近而遠依序為：

1 元最近 → 50 元第二 → 5 元第三 → 10 元最遠

八、設計「腳踏車下坡強制安全減速器原理模型」，並測試減速效果。

（一）自製的「腳踏車下坡強制安全減速器原理模型」測試結果減速效果非常良好，初始速度約 5357rpm，經減速器減速後，最後速度可達 122rpm。

（二）自製的「轉速計」雖未經實驗校準，但因製作簡單，分析數據容易，未來可應用於其他實驗中。

（三）我們發現磁鐵位置與鋁盤減速後終端速度有關，終端速度大小為：磁鐵遠離鋁盤 1/4 進入＞2/4 進入＞3/4 進入＞恰全部進入＞全部進入且最近圓心。

九、利用「原理模型」製作「腳踏車下坡強制安全減速器」雛形，並測試減速效果。

（一）研究自製的「腳踏車下坡強制安全減速器雛形」減速效果不錯（但第一、二代仍不如我們預期完美），測試結果如下：

1.第一代：因測試器較簡單，容易使ㄇ形磁鐵摩擦輪圈，影響結果。

2.第二代：製作輪軸、槓桿等簡單機械輔具，解決了摩擦的問題。

3.第三代：因製作費時，目前仍持續進行製作測試中。

（二）因迫於時間壓力，本研究範圍又很廣泛，因此有關減速器的量化測試未能於期限內完成，無法於現在呈現。希望能趕在下一階段進行發表測試結果。

十、本研究所自製的各項器材，都具有良好的教材性，可作為渦電流等單元的演示教具。尤其是減速器「原理模型」，其減速效果非常良好，製作簡單，可考慮申請作為教具的新式樣專利。

捌、參考資料

一、姚珩等（2011）。普通高級中學選修物理（下）。台南市：翰林。

二、Paul G. Hewitt ，觀念物理 V-電磁學！核物理。臺北市：天下文化。

三、黃詩淵、黃詩翔，高中選修物理下冊。台南市：南一書局

四、丁相安（2012）。尼「煞」得住我－利用阻尼擺及渦電流來探討電磁煞車的效能。中華民國第 52 屆中小學科學展覽物理科作品。

五、高至煒等（2004）。磁體與渦電流的交會。中華民國第 44 屆中小學科學展覽物理科作品。

【評語】030109

1. 以物理原理考慮生活實用性，發明精神可嘉。

2. 如能選定較少實驗課題，應能有更深入結果。