# 中華民國第52屆中小學科學展覽會
# 作品說明書

---

國小組　數學科

## 最佳(鄉土)教材獎

080416

**大地主分土地**

**—將正方形切割為四個全等的圖形之方法**


學校名稱：臺中市中區光復國民小學

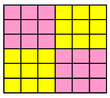
| 作者： | 指導老師： |
|---|---|
| 小四　梁予芊 | 朱雅瑋 |
| 小四　方紀惟 | 賴明男 |
| 小四　林盈甄 | |
| 小四　吉思翰 | |
| 小四　楊明峰 | |
| 小四　魏楨誠 | |



關鍵詞：切割圖、全等、四等分

# 大地主分土地─將正方形切割為四個全等的圖形之方法

## 摘要

要將正方形切割成四個全等圖形，一般最直接的方式為「全是橫向切割」，或「全為縱向切割」，或「中間十字形的切割」，如：。

本研究以小學三、四年級所學「面積」概念為基礎，再積極找出將正方形切割為四個全等圖形的其他切割方法，進而求出規律。

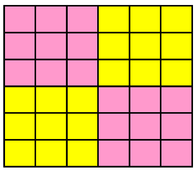
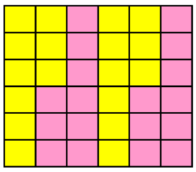
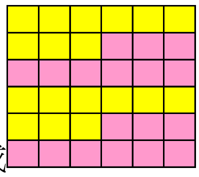
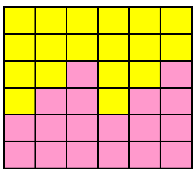
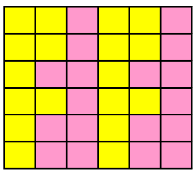
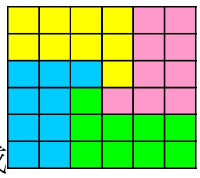
首先，我們用「切半法」將原正方形分為左右兩半，將左半邊分割成全等的二個圖形後，再複製到右半邊，如此可得到四個等分且全等的圖形。

其次，我們發現「回字形分割法」，由中心向外切割成數層，做排列組合，扣除同構的圖形後，和「切半法」做比對，再扣除相同圖形，可得窮盡的結果。

此外，我們更簡化出「火車法」，找出部分規律，可推算將邊長為 n 單位的正方形做四等份切割的方法數。

# 壹、研究動機

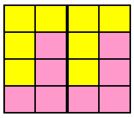
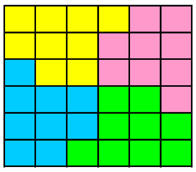
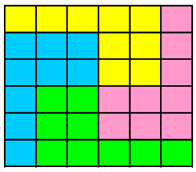
某一次，同學帶了一道坊間奧林匹克數學競賽的試題來問老師，老師將這道題目用故事口吻改編，公布如下，並徵求同學們的答案：「有位大地主請三個兒子來，要將一塊邊長為 6 公里的正方形土地，平均分為四個全等的區塊，若誰能想得出最多種分割方法來，將可得到其中的二份土地，其餘二人則各得一份。你能幫他們找出幾種方法呢？」

剛開始，老師先解釋「全等」的意思，要同學在正方形中切割出四個一模一樣的圖形，大家找出的圖形不外是  、 或 ，後來，漸漸有了比較複雜的切割方式，如：、、或  ……等。很明顯的，如果用不規則方式來切割，必定還有許多待求的方法。

這時，我們不禁思索：到底全部的答案有幾種？能不能找出所有的切割方法呢？

隨著同學們一個一個新方法的出現，老師也覺得很有意思，索性印給每個人幾張不同邊長（2x2、4x4、6x6⋯）的正方形方格紙，讓大家嘗試去畫，看能不能從已經找出的圖形裡，發現一些蛛絲馬跡，並從中歸納出可以依循的規則來。

摸索一段長時間後，大家發現可以將正方形先分成兩半，先做半個正方形的二等份切割，

再複製成二份，即可得到四等份切割圖如：；而有些同學則不停的從中心點出發，進而找出更多不規則、但形狀一模一樣的四等份圖形，如：、……。

由於大家興致高昂，於是我們決定本著三、四年級所學的面積概念，著手做進一步的延伸探討，希望能發現規律性，繼而窮盡所有的切割方法。

# 貳、研究目的

一、由不同邊長的正方形，探討將其全等四等分切割的方法。
二、探討 2×2、4×4、6×6、8×8 正方形在研究目的一所得之切割方法下，各種切割法的方法數。
三、推算出將 n×n 正方形全等四等分切割的方法數。

# 參、　研究工具

透明膠片、博士膜、尺、美工刀、點對稱習單、立體方塊。

# 肆、名詞解釋及研究限制

一、解釋

（一）同構

切割的區塊，經旋轉、翻轉後，所得到的圖形若相同，在本實驗稱之為同構。

（二）線對稱

將一個圖形沿一條直線摺疊，直線兩旁的部分都能夠互相重合，這種對稱方式稱為線對稱。

（三）點對稱

若一個圖形可以找到一點 P，滿足對此圖形上的任意點 A 都存在著圖形上的另一點 B，使 P 點介於 A、B 兩點之間，且$\overline{AP}=\overline{BP}$，這種圖形稱為以 P 為中心的點對稱圖形。

（四）全等

若兩個幾何圖形的形狀、大小完全相同，則稱這兩個圖形是**全等**的圖形。

（五）方法數

本實驗所言方法數，指的是將組合後的區塊圖形數，再扣掉同構圖數量而言，不會重複計算。

二、限制

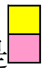
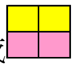
本研究在切割時，基本單位必須是正方形方格，不作對角線或斜線切割；且因為要做四等份切割的關係，本實驗的正方形邊長必需為偶數。

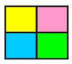
# 伍、實驗過程

剛開始，我們提出了「**先將正方形切成兩半來看**」的想法。只要能在正方形的其中一半，找出二個全等的圖形，再複製到另一半，就可以得到四個全等圖形了！另外，我們也從許多草圖發現，有些同學直接從 6x6 正方形最中心那一點出發，以十字形做區隔，大至可分成上、下、左、右四個區域，同樣也找出了許多四等份的圖形來。

我們先簡化從 2x2 的正方形開始，依序擴大，並分別基於這兩種方法加以延伸探討。

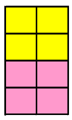
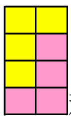
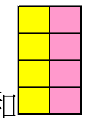
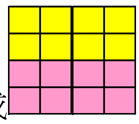
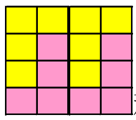
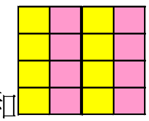
一、　探討將 2x2 的正方形做全等四等分切割的規律性

（一）試驗一：將 2x2 正方形先切半再二等分，所得結果只有 1 種方法—是；複製後成。

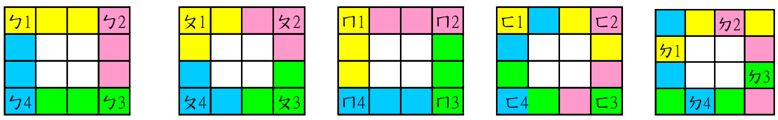
（二）試驗二：從中心點切割，僅有 1 種情形，如圖：。

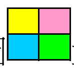
**發現：試驗一和試驗二均屬於同一種方法。故將邊長 2x2 正方形做四等份切割，只有 1 種方法。**

二、探討將 4x4 的正方形做全等四等分切割的規律性

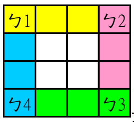
（一）試驗一：將 4x4 正方形切半再二等分，在此我們命名為「**切半二等分法**」。找出的方法共 3 種：、和；複製成、和。

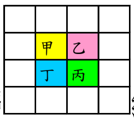
（二）試驗二：從中心點向外切割。在此我們稱之為「**回字形四分法**」。為了操作上的方便，我們還製作了內、外層所有區塊排列方式的透明膠片。外層 3 格位置的排列，可以有如下五種情形（其中圖ㄈ和ㄉ是不連續的方格，其產生方式請參考附錄一）：

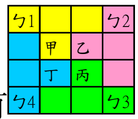
外層：

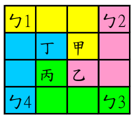

再利用 2x2 正方形的 4 等份圖置於中間空白處，加以旋轉、組合，且以左上方文字命名，所得結果如下，有 5 種方法：

1.ㄅ1甲　　2.ㄅ1丁

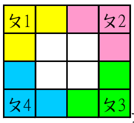


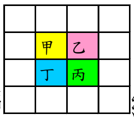
與內層

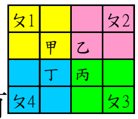
組合→結果有

、

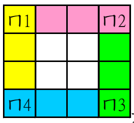

3.ㄆ1甲

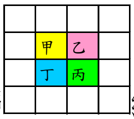


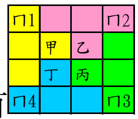
與內層

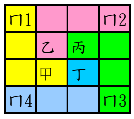
組合→結果有


4.ㄇ1甲　　5.ㄇ1乙



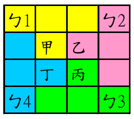
與內層

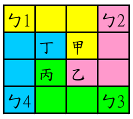
組合→結果有

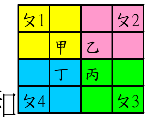
、


圖ㄈ和ㄉ與內層組合後產生中斷，無法搭配成立，由此也可知：最外層方格要連續。

然而經比對可知其中產生「同構」的區塊圖有 <u>2 種</u>：圖ㄅ1甲和圖ㄇ1甲；圖ㄅ1丁和圖ㄇ1乙。所以扣除相同的區塊圖，**最後要將 2x2 正方形以「回字形四分法」切割，所得圖形共有 5-2＝3 種：**



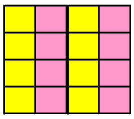
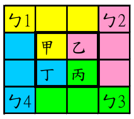
、

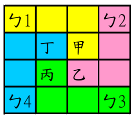
、和

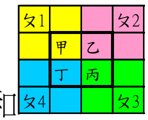
。

**發現：將 2x2 正方形用「切半二等分法」所得的 3 個圖，與用「回字形四分法」所得的 3 個圖相加，再扣除「口」字形和「L」形 2 種同構圖，可知<u>將 4x4 正方形做全等四等份切割，最後共有 3+3-2＝4 種方法，如下圖：</u>**

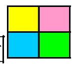
ㄅ1甲　　ㄅ1丁　　ㄆ1甲

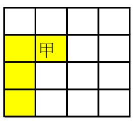

、

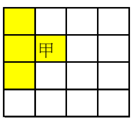
、

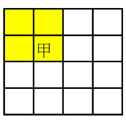
、和

。

（三）試驗三：我們發現也可以利用 2x2 正方形的 4 等份圖，置於 4x4 正方形中間，而外層會有 3 格像火車一樣以順時針方向沿外層移動，並與內層四等分那 1 格接觸，形成完整切割圖，**在此稱之「火車法」**。為求簡單明瞭，我們只取其中一等份的切割圖示（圖中黃色方格），如此也可以得到 3 種切割圖：

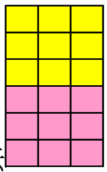
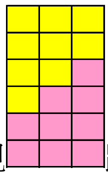
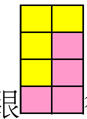
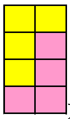
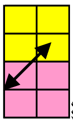
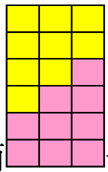
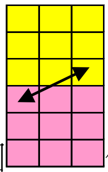
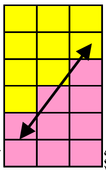
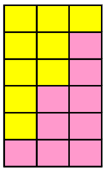
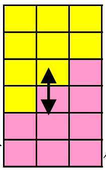
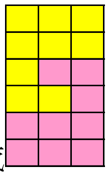
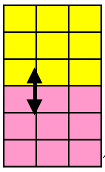
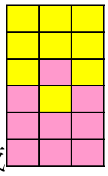




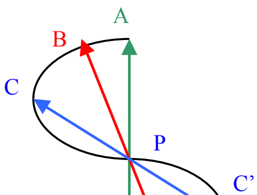


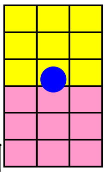

註：「**火車法**」外層那 3 格<u>要連續</u>。

三、 探討將 6x6 的正方形做全等四等分切割的規律性

（一）試驗一～1：用「切半法」將 6x6 正方形做切半二等分。除了最簡單的分割法外，我們找了初始瞎子摸象時的草圖做比對，發現跟很像。是從圖經箭頭方向互相交換一個方格得來；而也是由圖依箭頭方向互相交換一個方格得來。 由繼續依箭頭再交換一格，也可做成全等圖。然而依箭頭可做成，依箭頭卻不能做成，因為產生中斷不連貫的圖形，不能稱為同一區塊。

（二）媒介觀念的建立：老師得知這些結果後，沈思了一下，告訴我們，這很像「點對稱」的對應。由於老師認為我們是學校資優方案班的學生，應可以試著理解，便切入「點對稱」的概念當我們進一步演繹的媒介。我們很容易就可以從任一點 A，通過對稱中心 P，找到對稱點 A’，使$\overline{PA} = \overline{PA'}$。觀念建立過程的習單如下：




（三）試驗一～2：果然，利用「點對稱」的方法，只要將半個正方形上面的方格，以圖上的藍色點作為對稱中心，每次一至數格做規律性交換位置，又可以做出一組點對稱全等圖，而且從已找出的全等圖再繼續用點對稱的方式交換方格，只要圖形不產生中斷，還可以做出更多全等圖來。這真是個迷人的收穫！

方法：

用「切半法」將 6x3 方格做二等份切割的規律如下：

1.先做出正方形一半 6x3 的上、下二等份切割圖，並在其第一欄和第三欄方格加入編號 a,b,c,a’,b’,c’（如圖 1），圖的中心即為「對稱中心」。

2.由圖 1 之方格 a 和方格 a’互調形成圖 2，由圖 1 之方格 a,b 和方格 a’,b’互調形成圖 3，由圖 1 的方格 a,b,c 和方格 a’,b’,c’互調形成圖 4。

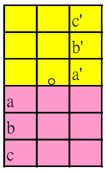
圖 1


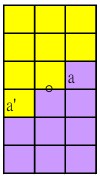

圖 2


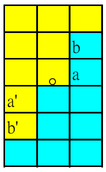
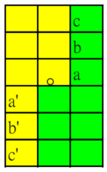

圖 3



圖 4



3. 將圖 2、圖 3、圖 4 的第 2 欄均加入編號 1,2,3,及 1’,2’,3’，

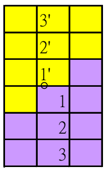
圖 2


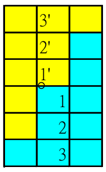

圖 3


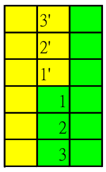

圖 4



圖 2 規律做變換得圖 2~1、2~2，圖 3 規律做變換得圖 3~1、3~2、3~3，圖 4 規律做變換得圖 4~1、4~2、4~3，

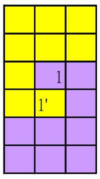
圖 2~1
(1,1'互換)


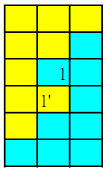

圖 3~1
(1,1'互換)


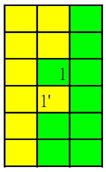

圖 4~1
(1,1'互換)


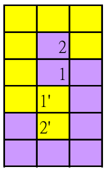

圖 2~2
(12, 1'2’互換)


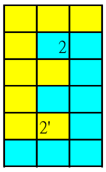
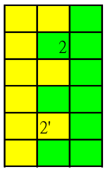

圖 3~2
(2,2'互換)



圖 4~2
(2,2'互換)


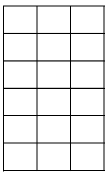



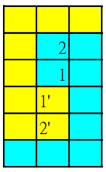
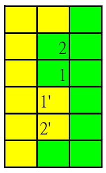
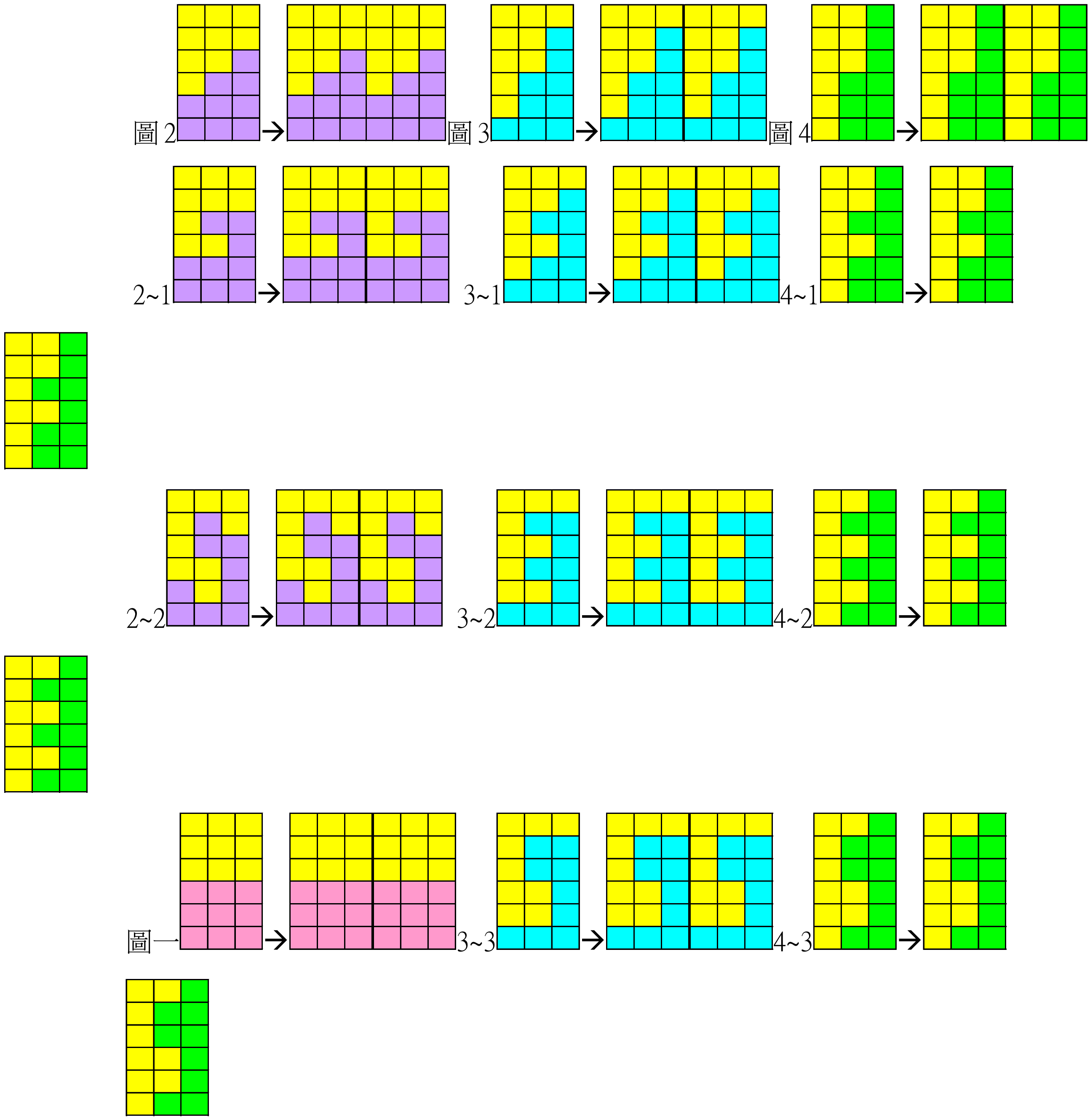
圖 3~3
(12,1'2’互換)



圖 4~3
(12,1'2’互換)



4.將「點對稱」後所得以上這 12 個切割法複製，可以得到 6x6 正方形以「切半二等分法」求得的 12 種切割圖。列於下表一：

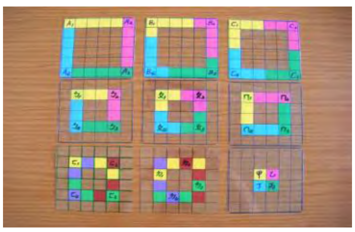
**表一**

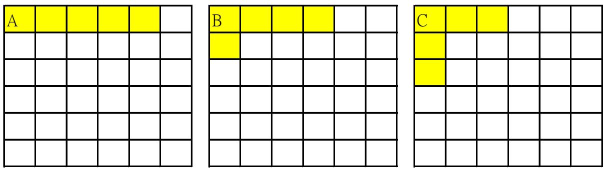


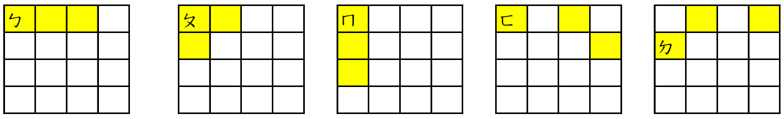

（四）試驗二：用「**回字形四分法**」做 6x6 的正方形的全等四等分切割。由 4x4 的四等份切割所得到的靈感，我們在做 6x6 正方形的四等份切割時，也將它分為內層（1 格）、中層（3 格）、外層（5 格）來分別考慮（6x6 正方形各層的四分之一）。且此 9 格須互相連接才能形成完整切割圖；同時由 4x4 正方形的切割發現，**最外層的方格必須連續不中斷，才能產生所需的切割圖。**

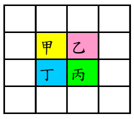
由於加上了外層連接的關係，可知中層即使有中斷，也可以與內、外層連接，因此中層便多了**ㄈ**、**ㄉ**這兩種組合。我們將外層 5 格的位置加以排列，可以有如下 A、B、C 三種組合方式。為求操作簡單明瞭，先各取其中 1 等份視之（圖中黃色方格）。

以下列出外、中、內層所有可能的情形，並命名在左上角：



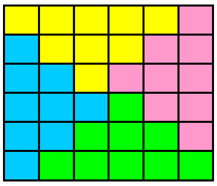
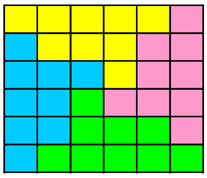
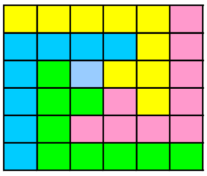
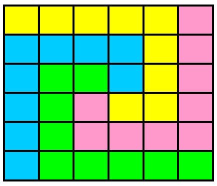
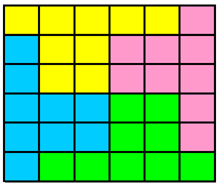
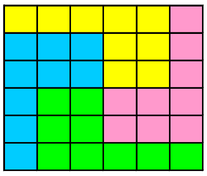
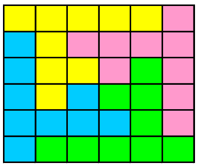
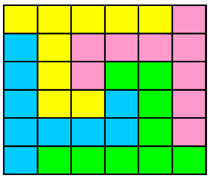
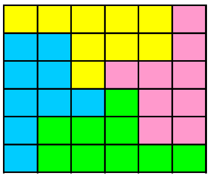
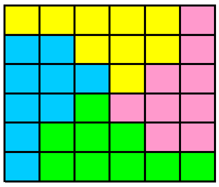
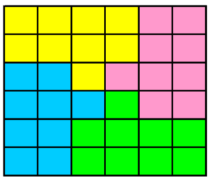
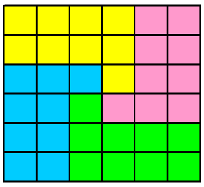
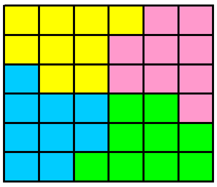
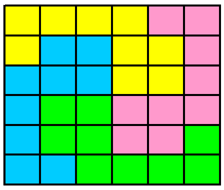
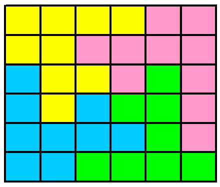
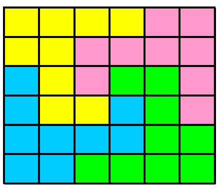
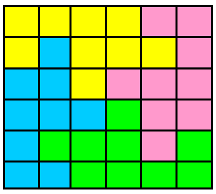
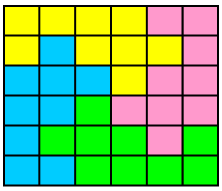
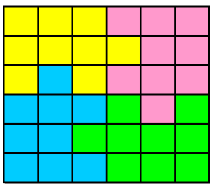
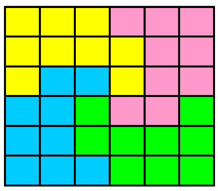
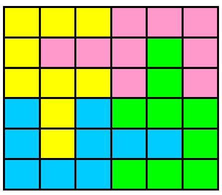
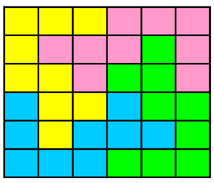
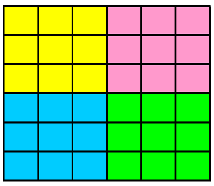
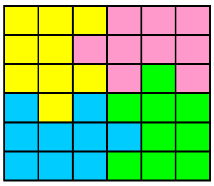
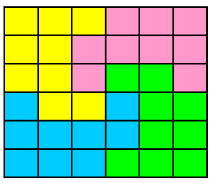
外層：



中層：


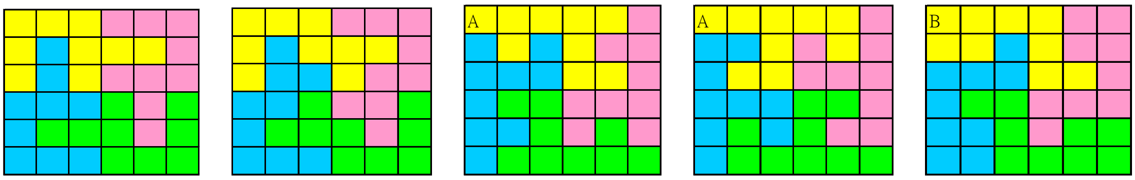

內層：



接著，經由各層組合、旋轉，一一找出所有的組合，結果可得到以「回字形法」切割 6x6 正方形有 30 種四等分圖形，再以各層左上角名稱命名，如表二。

**表二**

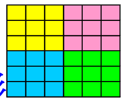
1.A1 ㄅ 1 甲

2.A1 ㄅ 1 丁

3. A1 ㄅ 4 丁

4.A1 ㄅ 4 丙

5. A1 ㄆ 1 甲

6. A1 ㄆ 4 丁

7. A1 ㄇ 1 甲

8.A1 ㄇ 1 乙

9. A1 ㄇ 4 甲

10. A1 ㄇ 4 丁

11. B1 ㄅ 1 甲

12.B1 ㄅ 1 丁

13.B1 ㄆ 1 甲

14. B1 ㄆ 4 丁

15 B1 ㄇ 1 甲

16.B1 ㄇ 1 乙

17. B1 ㄇ 4 甲

18.B1 ㄇ 4 丁

19. C1 ㄅ 1 甲

20.C1 ㄅ 1 丁

21. C1 ㄅ 2 甲

22.C1 ㄅ 2 乙

23. C1 ㄆ 1 甲

24.C1 ㄇ 1 甲

25.C1 ㄇ 1 乙


26. C1 ㄇ 4 甲　　27. C1 ㄇ 4 丁　　28.A1 ㄈ 1 丁　　29.A1 ㄉ 1 甲　　30.B1 ㄈ 1 丁



其中視為同構者有:編號 19 和編號 24; 編號 20 和編號 25;編號 21 和編號 26;編號 22 和編號 27。(切割區塊經翻轉、旋轉後為相同的圖形,我們將之視為同一種方法)。

故 6x6 的正方形以「回字形四分法」切割,可得 30-4=26 種方法。

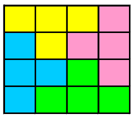
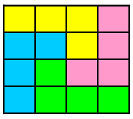
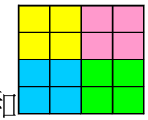
**發現:在 6x6 的正方形裡,「切半法」中表二的圖二,與「回字形四分法」的編號 23 圖,又為相同圖形****;所以將 6x6 的正方形做四等分切割時,總共有 12+26-1=37 種分方法。**

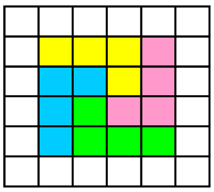
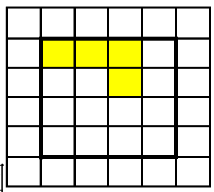
**註:圖ㄈ、ㄉ雖然看似不同,事實上是翻轉的結果,組合出來的區塊,互為同構,故圖ㄈ、ㄉ屬於同構圖。**

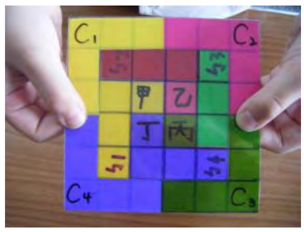
(四)試驗三~1:**用「火車法」推算切割圖,可以很快算出有幾種方法**;若再加上「切半法」及內層不連續情形,再扣除同構圖,一樣可以窮盡切割法。

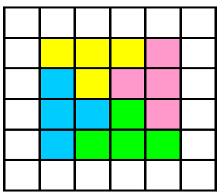
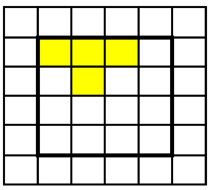
方法:

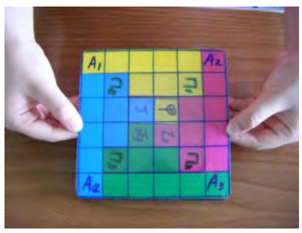
1. 將 4x4 方格的正方形利用「**回字形四分法**」所得的 3 種四等份圖

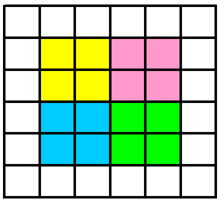
、、和,分別置於 6x6 正方形中間;為求操作簡單明瞭,只取其中一等分的切割圖(L 圖,T 圖,口圖)來操作。

 →取 L 圖 ,

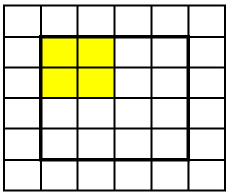


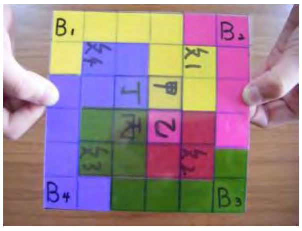
 →取 T 圖 





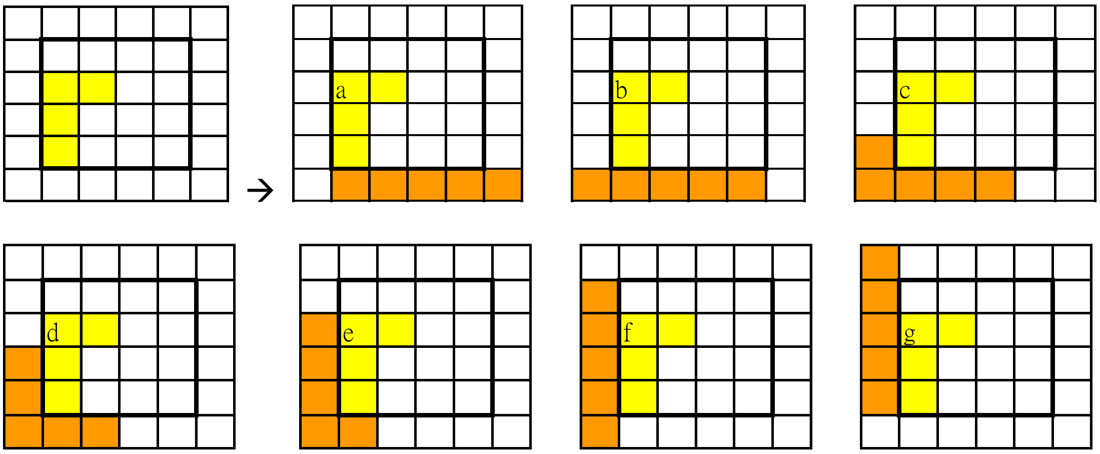
→取口圖

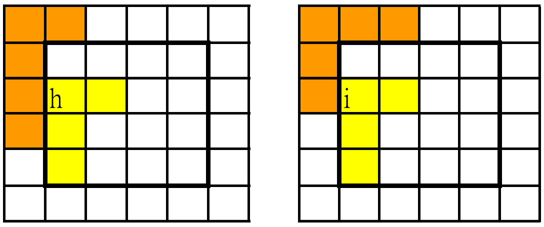




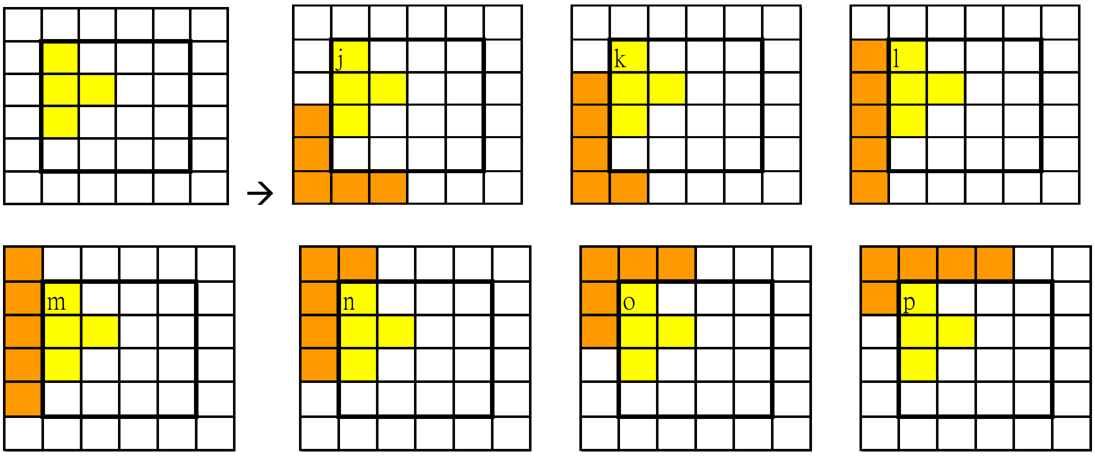

2. 外層 5 格像開火車般沿順時針方向移動，至少要有一格與內層方格接觸，即形成完整切割圖，如下圖 a 到圖 w，整理如下表三：

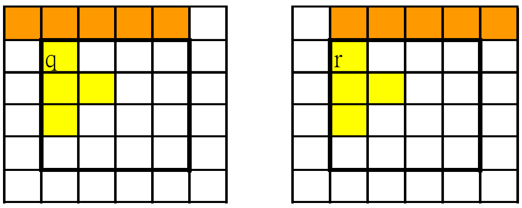
**表三**



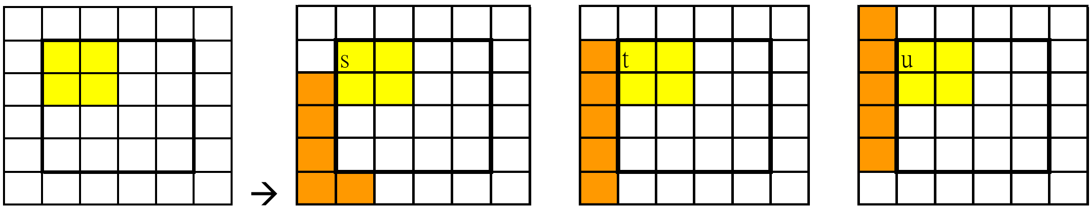



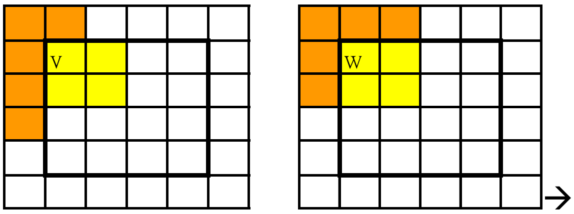

∴由 L 圖延伸出 a 圖到 i 圖共 9 種




∴由 T 圖延伸出 j 圖到 r 圖共 9 種

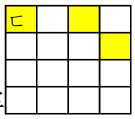


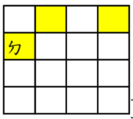



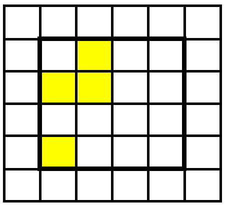
→ 由口圖延伸出 s 圖到 w 圖共 5 種

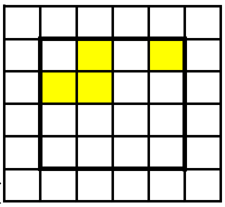
由表三，總計從圖 a 到圖 w，總共有 9+9+5＝23 種方法

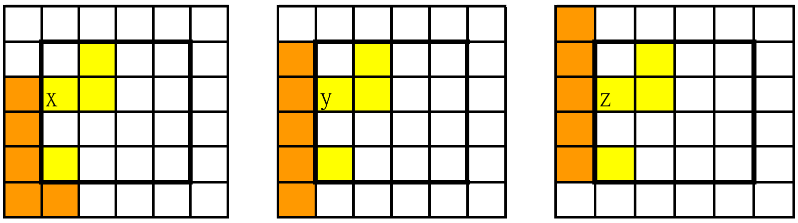
（六）試驗三～2：再將 4x4 正方形之「不連續圖形」納入：

將



置於 6x6 正方形中央，形成

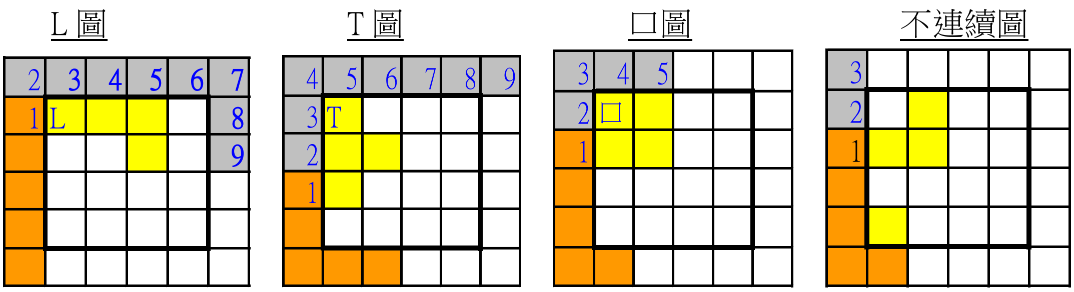
和，**（ㄈ、ㄉ實為同構圖）**再利用「**火車法」，扣除同構圖**，可得圖 x、圖 y、圖 z 三種切割圖：




**發現：<u>利用「火車法」，只要加上「下一層有不連續方格組合出來的方法數」，得到的結果和「回字形四分法」一樣，共有 23+3＝26 種方法。如此得到印證。</u>**

**「火車法」速算分析：**

1. 外層 5 個方格如火車般沿順時針方向移動，與內層切割圖（L 圖及 T 圖）接觸的方格，就像火車與月台的關係一樣，從「火車頭」接觸到「第一個月台」時開始數，直到「火車尾」接觸到「最後一個月台」為止，數出其總數即可知目前切割圖的方法數。
2. 特殊情形（1）：當內層切割圖為如下「口圖」時，「火車頭」一駛離「最後一個月台」就會開始產生「同構圖」，故「口圖」只衍生出 5 種方法。
3. 特殊情形（2）：當內層切割圖為**不連續圖時，火車**必須同時連接到第一月台和第二月台，才能形成分割圖。




將這四個圖納入，即可清楚理解到 **26 種切割圖的算法來自：9+9+5+3＝26。**

## 四、探討 8x8 的正方形做全等四等分切割的規律性

至此仍不易看出數字間的關連性，於是我們又大膽的挑戰了 8x8 正方形的全等四等分法。

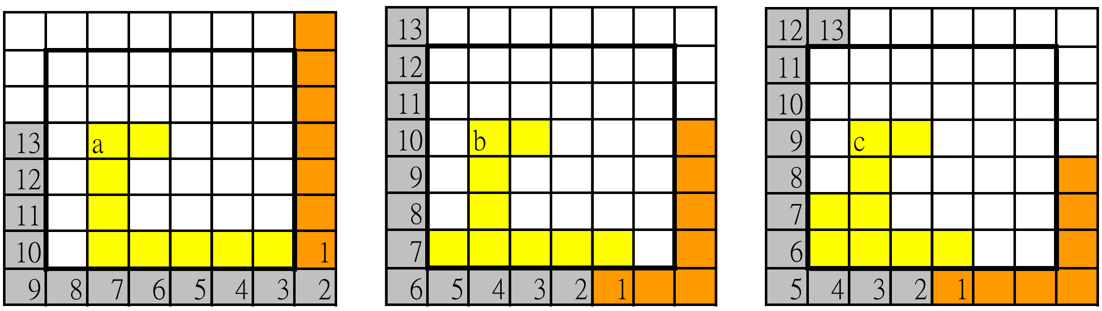
（一）試驗一：用「切半法」將 8x8 正方形先切半再做二等分。以「點對稱」法找出的切半分割法如附錄二，**共 218 種。**

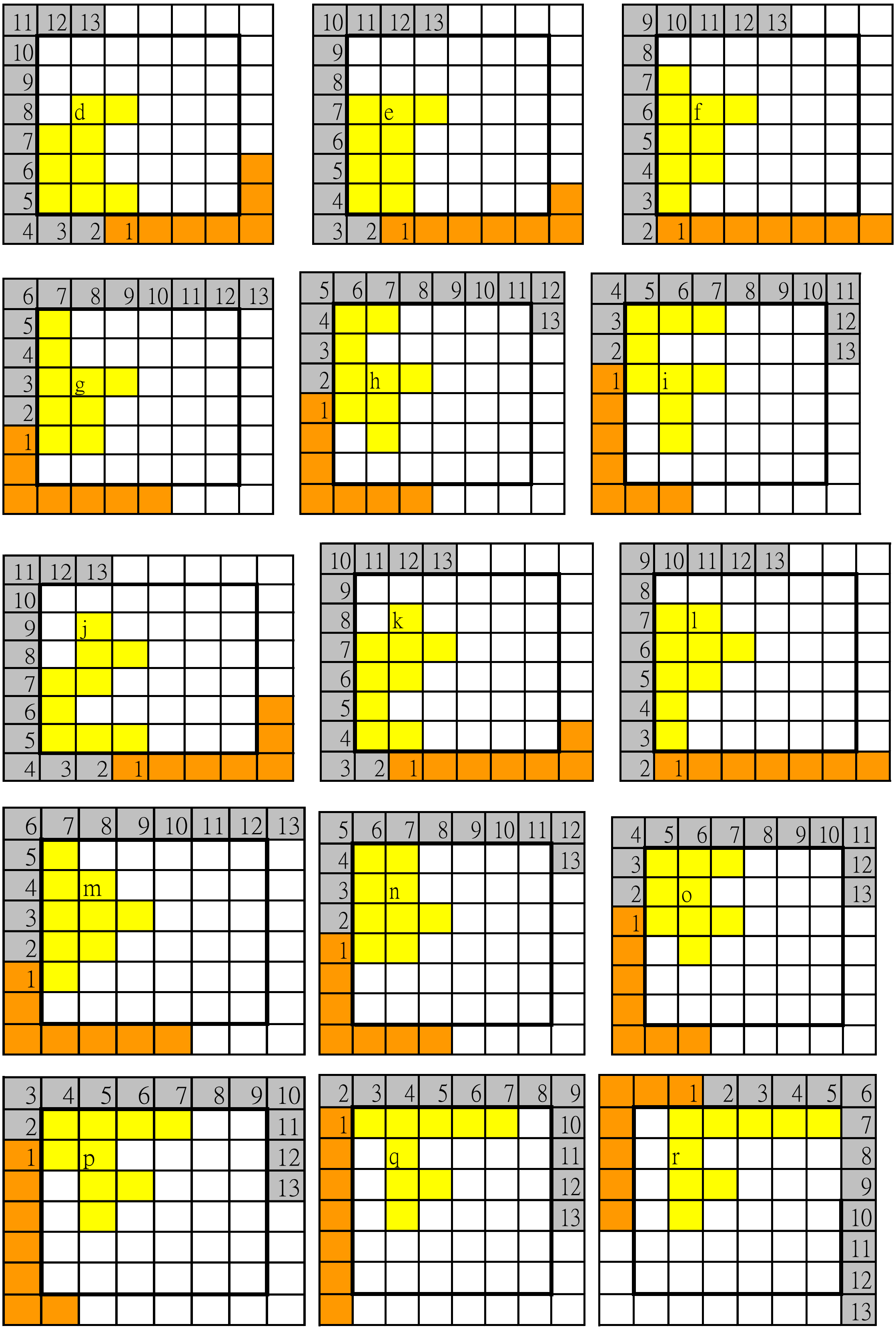
（二）試驗二：**利用「火車法」計算。**先將 6x6 正方形利用「火車法」所得之 26 種等份切割圖，置於 8x8 正方形的正中間，配合最外層 7 小格形成四等分切割圖。

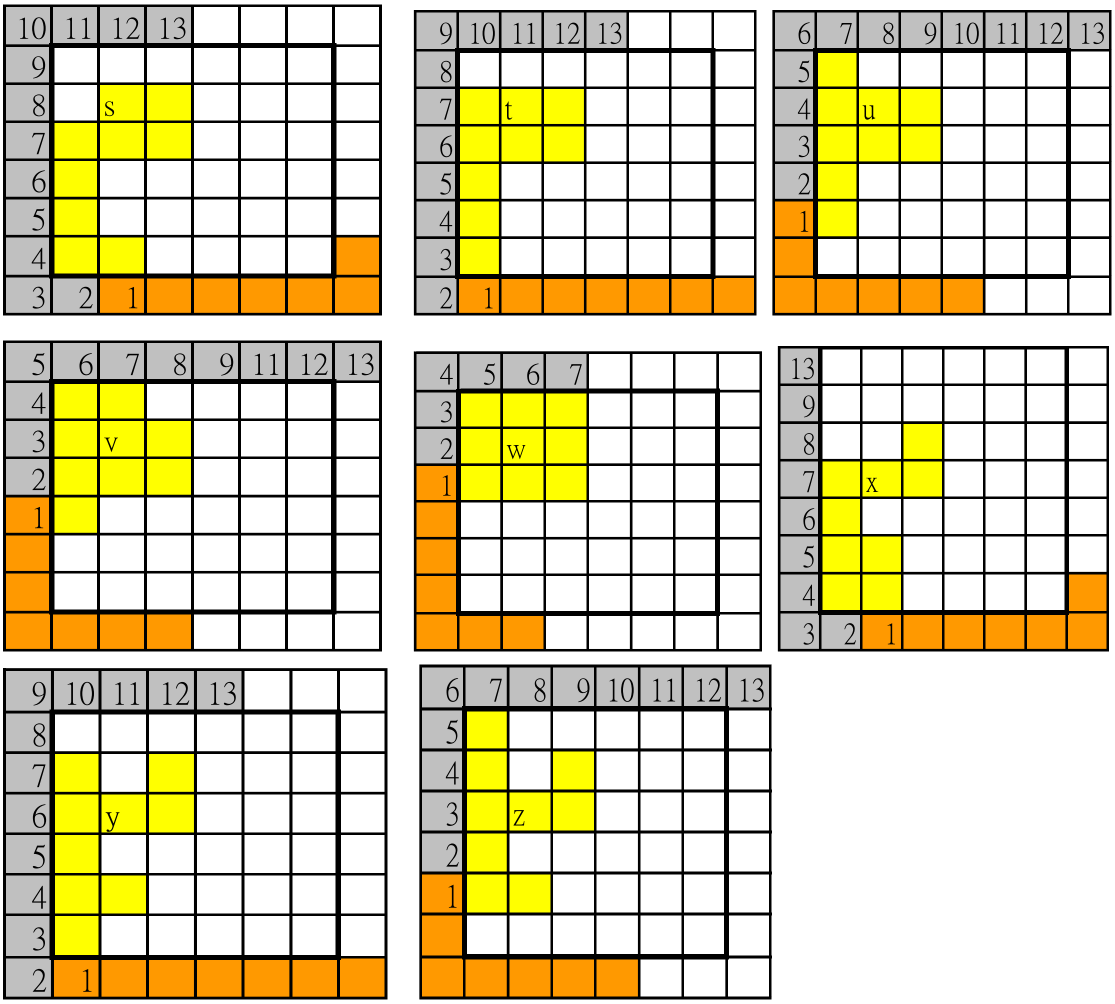
方法：

1. 將 6x6 方格的正方形用**「火車法」**所得的 a～z26 種四等分圖， 置於 8x8 方格的正方形中間。為求操作簡單明瞭，只取一等分的切割圖來操作。
2. 8x8 正方形外層部分，有 8-1＝7 小格
3. 再利用**「火車法」**，將外層 7 方格如火車般以順時針方向移動，從「火車頭」接觸到「第一個月台」時開始數，一直數到「火車尾」接觸到「最後一個月台」止，數出的總數即為切割方法數目。
4. 以下計算出「火車」開在 6x6 正方形之 a～z 分割圖裡，共可產生多少分割圖。並列為表四：

**表四**




d
e
f
g
h
i
j
k
l
m
n
o
p
q
r



4.特殊情形：「圖 W」內層為 3x3 正方形區塊，只能數到「火車頭」接觸到「最後一個月台」止，只有 7 種方法。在圖 a 到圖 z 這 26 個分割圖中，均各有 13 種分割法，唯圖 w 只有 7 種分割法。**所以利用「火車法」做 8x8 正方形之全等四等分切割，總共有 13 × 25 + 7 = 332 種方法。**

註： 關於 **8x8 正方形之「下一層」**（邊長為 6 那一層），其不連貫圖形方法數為 57，本實驗將在附錄中詳加探討，不在此篇幅贅述，欲知詳細情況，**請參閱附錄一**。

**發現： 8x8 正方形以「切半法」分割，有 218 種方法；另用「火車法」分割有 332 種方法；此時需再加上「下一層有不連續方格組合出來的方法數」（在 8x8 正方形時，其方法數為 57 種），再扣除「1」個同構圖（「切半法」和「火車法」總會有一個「田」字形同構圖），即為總數。故將 8x8 正方形做全等四等份切割，總方法數為：218+332+57-1＝606 種。**

**五、歸納出公式—由(2x2)，(4x4)，(6x6)…各正方形，來推出「火車法」的切割方法數：**

先定義如下：$S_{n,火}$ —以「火車法」操作，所得之(n×n)正方形全等四等分切割的方法數。

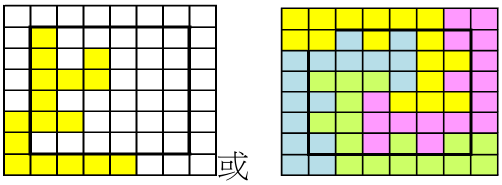
$S_{n-2,火}$—以「火車法」操作，所得之(n-2)×（n-2)正方形全等四等分切割的

方法數。

$S_{n,半}$—以「切半法」操作，所得之(n×n)正方形全等四等分切割的方法數。

$S_{n,不}$—用「回字形法」組合「下一層(n-2 層)有不連續方格」，組出的方法數。

例如： 8×8 正方形中，邊長為 6 之內層，其不連續方格組合出來的方法



$S_{n,同}$—用「切半二等分法」和用「火車法」所得的同構圖。由實驗知，當

n≧6 時，$S_{n,同}=1$。n 為偶數 2,4,6,8,10,……

$S_n$ — 將(n×n)正方形做全等四等分切割的總方法數。

**討論：**

（一）我們知道，因為操作時內層會放置(n -2) ×( n -2) **正方形**的切割圖，所以$S_{n,火}$與(n -2)×(n -2)正方形的切割方法數$S_{n-2,火}$有關。

（二）內層(n -2)×(n -2)正方形的切割圖（就是月台）中，只有「口字形」那一個會產生同構，我們獨立討論之：「口字形」外層會有(n -1)個方格如火車般以順時針方向移動，從「**火車頭**」接觸到「**第一個月台**」開始數，到「**最後一個月台**」止，共有 (n -1) 格，此時火車若再繼續移動只會產生同構圖形，所以其方法數為（n - 1）。(如表四中圖 w)

（三）除了上述「口字形」切割圖外，剩餘內層切割區塊圖，就剩下（$S_{n-2,火}$ − 1）個（減掉的" 1"是「口字圖」)。當外圍(n -1)個方格如**火車**般順時針移動時，從「**火車頭**」接觸到「**第一個月台**」開始，數到「**最後一個月台**」止，共有 (n -1) 格，火車繼續移動到「**火車尾**」接觸到「**最後一個月台**」止，又增加［(n -1) -1］格，故每一切割圖可產生的方法數為(n -1)+［(n -1) - 1］=[2（n -1）- 1]種，而這些（$S_{n-2,火}$ − 1）個切割圖，就有[2 (n − 1) − 1] ×($S_{n-2,火}$ − 1 )種方法。

（四）將上述 2.3.相加，故以「火車法」求得的切割方法數為：

$$S_{n,火} = [2(n-1)-1] \times (S_{n-2,火}-1) + (n-1)$$

（五）而 n×n 正方形之全等四等分切割的方法數就是

$$S_n = S_{n,半} + S_{n,火} + S_{n,不} - S_{n,同}$$ 意即

$$S_n = S_{n,半} + [2(n-1)-1] \times (S_{n-2,火} - 1) + (n-1) + S_{n,不} - S_{n,同}$$

其中 $S_{n,半}$ **與** $S_{n,不}$ **均需另計。**

# 陸、研究結果

一、我們在嘗試的過程中，發現可先將正方形切一半，用點對稱的方式，找出其中兩個等分區塊，再複製到正方形的另一半，於是產生了**「切半二等分法」**；另外，不斷的從「田」字形的四個區塊去延伸，也發現可藉由**「回字形四分法」**找出另一組完全不同的切割圖來；最後經由 2x2 正方形擴展到 4x4 正方形、6x6 正方形、再擴展為 8x8 正方形的繪圖過程中，我們還想出以火車靠月台的**「火車法」**，加以邏輯式計算方法數；同時我們還發現了當內層有不連續方格時，也能產生一些不同的切割圖，所以要將**「內層有不連續方格的組合法」**所產生的方法數一起考慮，才是最後的總方法數。

二、經由輾轉反覆的探討，我們可以求出 2x2、4x4、6x6、8x8 等不同大小正方形，在各種切割方法下所得的方法數，如下表：

| | 「切半二等分法」方法數 $S_{n,半}$ | 「火車法」方法數 $S_{n,火}$ | 「內層有不連續方格」的組合法 $S_{n,不}$ | 「切半二等分法」和「火車法」的同構數 $S_{n,同}$ | 正方形做全等四等份切割方法的總數 $S_n$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 2x2 正方形 | 1 | 0 | 0 | 0 | $S_2=1$ |
| 4x4 正方形 | 3 | 3 | 0 | 2 | $S_4=3+3+0-2=4$ |
| 6x6 正方形 | 12 | 23 | 3 | 1 | $S_6=12+23+3-1=37$ |
| 8x8 正方形 | 218 | 13×25+7 =332 | 57 | 1 | $S_8=218+332+57-1=606$ |

三、根據觀察歸納整理，可知 nxn 正方形在「切半二等分法」、「火車法」、及「內層有不連續方格的組合法」之下所產生的方法數，可以用**遞迴方式**，得到求總方法數的公式如下：

$$S_n = S_{n,半} + S_{n,火} + S_{n,不} - S_{n,同}$$

$$= S_{n,半} + [2(n-1)-1] \times (S_{n-2,火} - 1) + (n-1) + S_{n,不} - S_{n,同}$$

其中 n 為偶數，且 n＝2 時，$S_{n,同}$＝0；n＝4 時，$S_{n,同}$＝2； n≧6 時, $S_{n,同}$＝1

# 柒、討論

一、為什麼要從「回字法」進階到「火車法」？

利用「回字形四分法」和利用「火車法」所找出的方法數是一樣的，只是使利「火車法」很容易發現同構圖，但是用「回字法」產生的同構圖多、且當邊長大時又難以發現，故簡化為「火車法」，可避免困擾；要注意的是「內層有不連續方格」的情況，其組合方法要納入另計。

二、任一正方形用「切半二等分法」和「火車法」所產生的同構數，都一樣多嗎？又「內層有不連續方格的組合法」的方法數，是如何產生的？

在 2×2 正方形中，此二法的同構圖$S_{n,同}$＝0；在 4×4 正方形中，$S_{n,同}$＝2；而在 6×6 正方形或更大時, $S_{n,同}$＝1，n 必為偶數。本實驗所考慮到「內層有不連續方格的組合法」，其方法數將在附錄一中詳加分析說明。

三、研究結果的公式之推論。

在本研究中，**「火車法」**公式之推論，只適用在每一層的分割圖形均為連續方格的情況，如果要窮盡所有的分割圖，將必須再進一步研究「內層有不連續方格的組合法」，並將所得方法數和「切半法」方法數同時納入考慮即可。

本來以為可以在網路上找到相關解法，沒想到遍尋不著，讓人直覺解題是要碰運氣的。然而大家發揮創意的結果，竟發現解法可以有規律、而且就隱藏在每個同學試畫出來的許多圖形中！

這次的實驗只是個開始，未來，我們期待能繼續探討 8×8 以上的正方形在「回字形」切割下，每一層的不連續圖形切割方法數，也想知道本實驗的方法是否也能適用在「長方形在不同長、寬比例之下的 N 等分切割方法數」，希望也能發現一些數字上的關聯性。

# 捌、結論

一、要將正方形做全等四等分切割，本研究找出的方法有:「切半二等分法」、「回字形四分法」、「火車法」、以及「內層有不連續方格的組合法」。

二、將 2×2 正方形做全等四等分切割，總方法數為「1」；將 4×4 正方形做全等四等分切割，總方法數為「4」；將 6×6 正方形做全等四等分切割，總方法數為「37」；將 8×8 正方形做

全等四等分切割，總方法數為「606」。

三、要將 n×n 正方形做全等四等分切割，其總方法數可用**遞迴方式**求得，公式如下：

先以「火車法」求得切割方法數為：

$$S_{n,火}=[2(n-1)-1]\times(S_{n-2,火}-1)+(n-1)$$

再求總方法數為：

$$S_{n}=S_{n,半}+S_{n,火}+S_{n,不}-S_{n,同}$$

其中 n 為偶數，且 n=2 時，$S_{n,同}=0$；n=4 時，$S_{n,同}=2$； n≧6 時, $S_{n,同}=1$

# 玖、參考書目


一、黃金鐘（民 100 年）。國小數學學習領域課本第六冊。南一書局。

二、黃金鐘（民 100 年）。國小數學學習領域課本第七冊。南一書局。

三、第九屆全國奧林匹克數學競賽試題，國小三年級。

四、第十一屆全國奧林匹克數學競賽試題，國小三年級。

# 附錄一

## 內層為不連續方格情況之探討

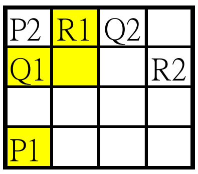
### 壹、6x6 正方形的內層—4x4 正方形—是不連續情況之探討

一、作法

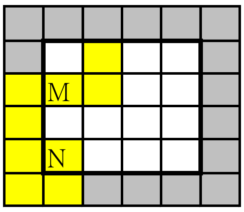
首先，四個角的方格必為四個不同顏色，需注意：內層每一顏色的方格，不可佔用到其他顏色的相對應位置。例如下圖中，黃色若在 P1，則其相對位置 P2 就不應為黃色；此時再設 Q1 為黃色，其相對位置 Q2 就不應為黃色；最後一個黃色就只能在 R1 的位置上。於是圖一就形成 4x4 正方形外層的不連續圖。**此架構也是往下推論的藍本**。

接著將此 4x4 不連續圖置於 6x6 正方形中央，利用「**火車法」**，將外層 3 格以順時針方向沿外層移動，火車只要能與內層的月台 M、N 接觸，就可形成完整切割圖。最後得到如下圖一-1～圖一-3 三種結果：

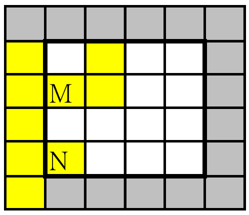
圖一



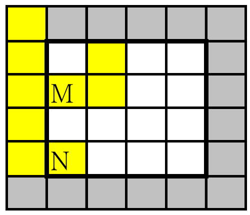

圖一-1




圖一-2

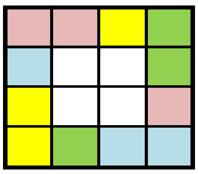



圖一-3




二、其他不連續圖之討論

在 4x4 正方形中，同一顏色所在的位置，必定是相鄰的兩邊，不可能延伸到相鄰三邊，且必須為外層火車 5 格所連接,如下圖是不成立的。故除了圖一以外，4x4 正方形外層已經沒有任何不連續圖了！



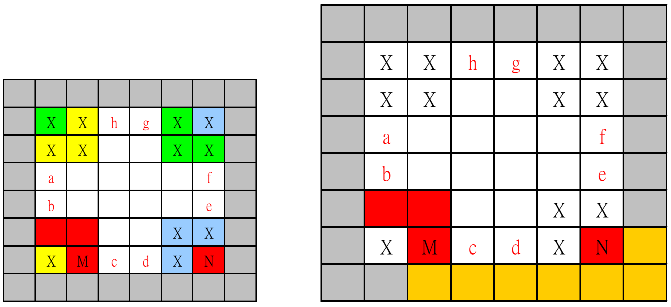
### 貳、8x8 正方形的內層—6x6 正方形—是不連續情況之探討

一、基本藍圖

內層 6x6 正方形的最外層是 5 格，區塊雖不連續，但能與外層 8*8 區塊結合構成連續的圖形。

其基本不連續方格分佈的**藍圖**，是由如下**圖二**的 4 個紅格所形成，區分為 2 個獨立區塊：3 格的月台 M 及 1 格的月台 N；另需要再尋找 2 個紅格來搭配，這 2 個紅格不能選打 X 區域，因為打 X 區域是紅色月台 M 及 N 在其他顏色的相對應位置，所以搭配的 2 個紅格須在 a 到 h 當中尋找，使火車（橘色格子）可以同時連接M 、N 兩月台即可。

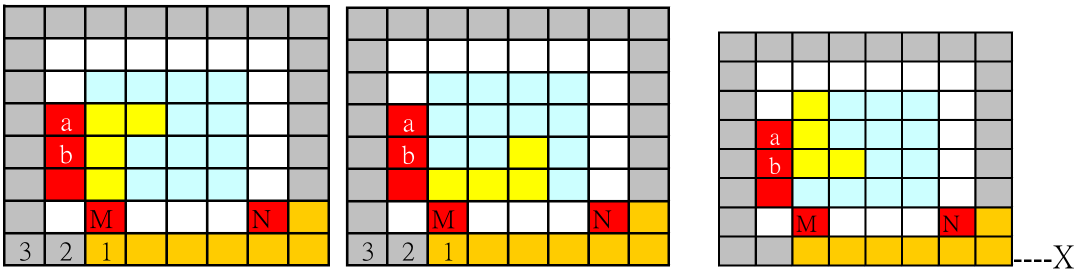
**圖二**



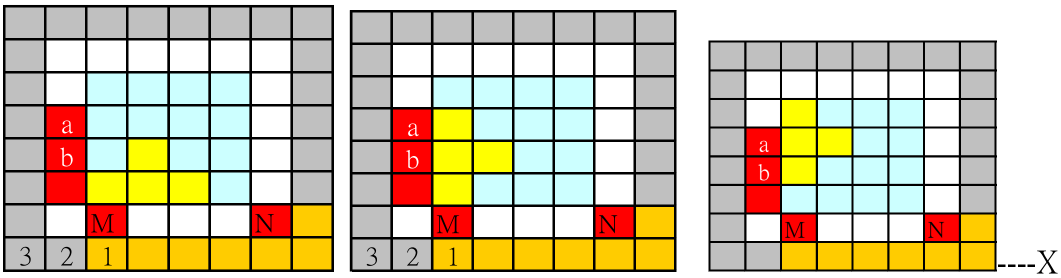

二、另外兩格可能的位置及其與內層的搭配情形

（一）當這 2 個紅格落在(a,b)時，搭配內層 4x4 正方形的「L 圖」、「T 圖」、「口圖」、和「不連續圖」來操作，分別可以形成：

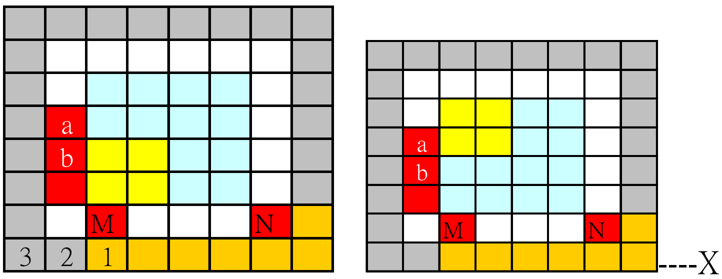
1．(a,b)和「L 圖」搭配，且必須與月台 M 連成一體（例如下最右邊的圖是錯的），有 2 種方式；火車開在每一個圖形上，也都有 3 種方法；故(a,b)和「L 圖」搭配，所產生的方法數有：3x2＝6 種。



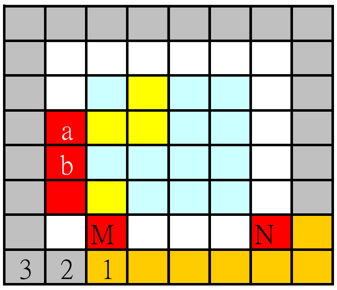

2．(a,b)和「T 圖」搭配有 2 種方式；所產生的方法數有：3x2＝6 種




3．(a,b)和「口圖」搭配，有 1 種方式；所產生的方法數有：3x1＝3 種

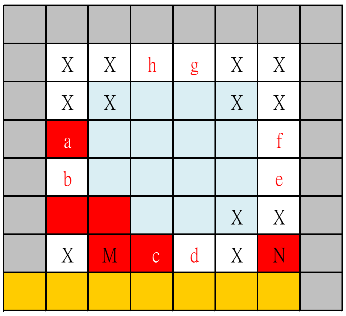



4．(a,b)和「不連續圖」搭配，有 1 種方式；所產生的方法數有：3x1＝3 種。



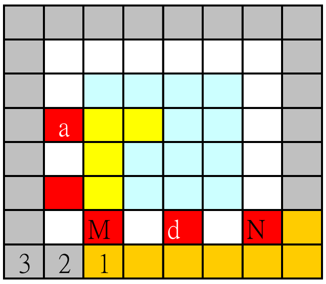

由以上得知，以(a,b)位置搭配內層 4x4 正方形的「L 圖」、「T 圖」、「口圖」、和「不連續圖」來操作，共有：6+6+3+3＝18 種方法。

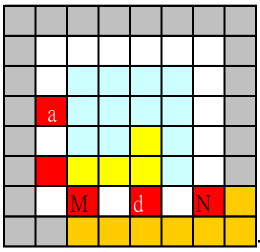
（二）當這 2 個紅格落在(a,c)時，a 和 c 為相對位置，故不成立。




（三）當這 2 個紅格落在 (a,d) 時，搭配內層操作，分別可以形成：

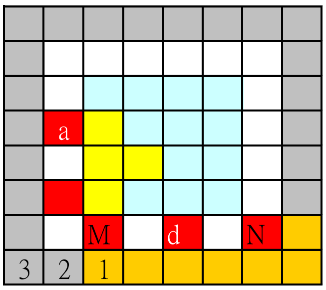
1. (a,d)和「L 圖」搭配，有 1 種方式；所產生的方法數有：3x1＝3 種。

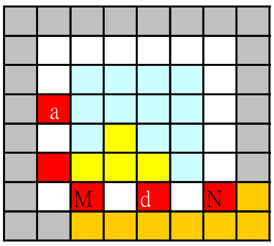



----X

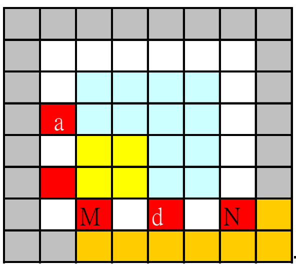
2. (a,d)和「T 圖」搭配，有 1 種方式；所產生的方法數有：3x1＝3 種方法



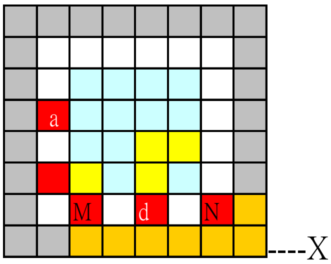

----X

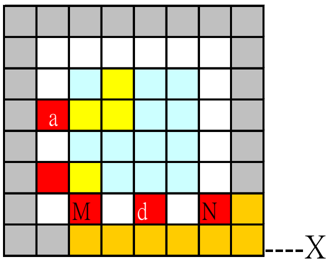
3. (a,d)和「口圖」搭配，我們可從下圖看出，產生的方法數有 0 種。




----X

4. (a,d)和「不連續圖」搭配，所產生的方法數有 0 種。

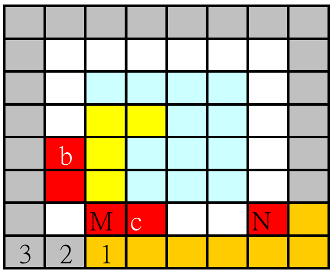


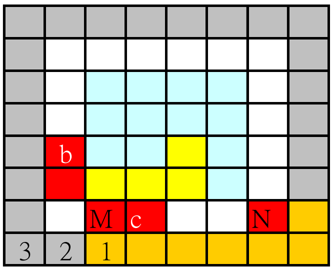


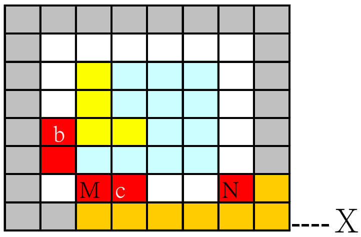

由以上得知，以(a,d)位置搭配內層操作，共有： 3+3+0+0＝6 種方法。

（四）當這 2 個紅格落在(b,c)時，搭配內層 4x4 正方形的「L 圖」、「T 圖」、「口圖」、和「不連續圖」來操作，分別可以形成：

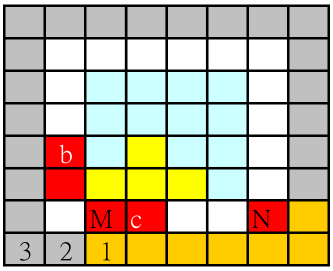
1. (b,c)和「L 圖」搭配，有 2 種方式；所產生的方法數有：3x2＝6 種。

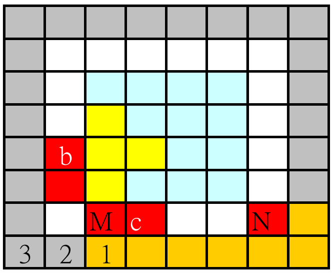


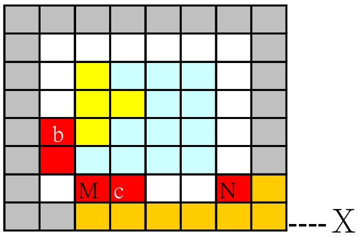




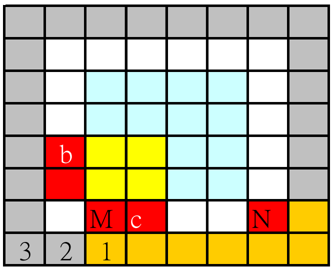

2. (b,c)和「T 圖」搭配，有 2 種方式；所產生的方法數有：3x2＝6 種。



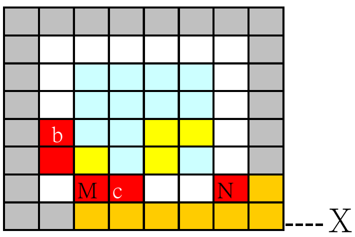


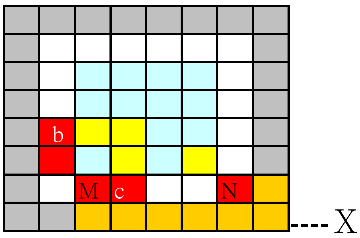


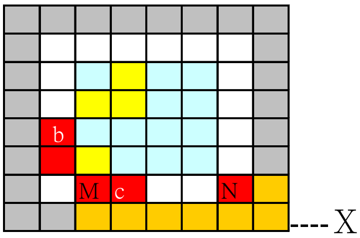

3. (b,c)和「口圖」搭配，只有 1 種方式；所產生的方法數有：3x1＝3 種。




4. (b,c)和「不連續圖」搭配，均不成立；所產生的方法數為 0。

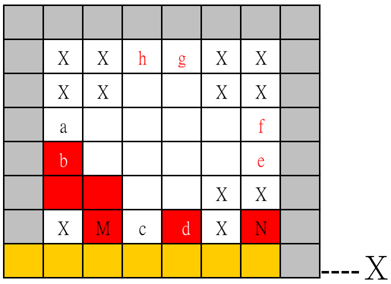






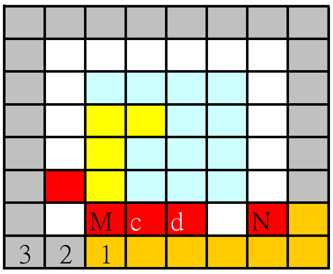

由以上得知，以(b,c)位置搭配內層操作，共有：6+6+3+0＝15 種方法。

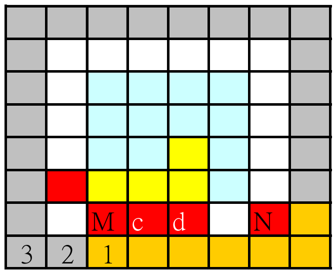
（五）當這 2 個紅格落在(b,d) 時，我們可看出 b 為 d 的相對位置，故分割圖也不成立。



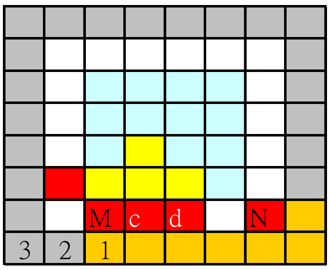

（六）當這 2 個紅格落在(c,d)時，搭配內層操作，分別可以形成：

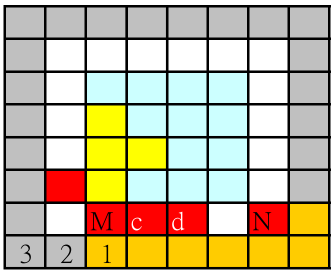
1. (c,d)和「L 圖」搭配，有 2 種方式；所產生的方法數有：3x2＝6 種。



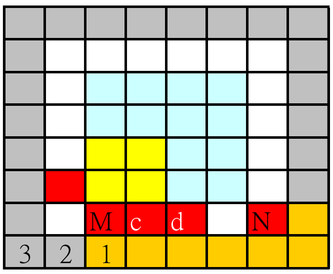




2. (c,d)和「T 圖」搭配，有 2 種方式；所產生的方法數有：3x2＝6 種。

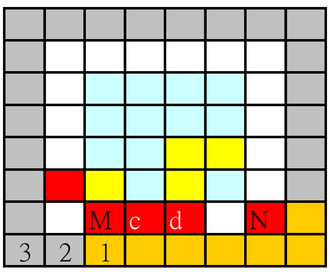



3. (c,d)和「口圖」搭配，只有 1 種方式；所產生的方法數有：3x1＝3 種。




4. (c,d)和「不連續圖」搭配，只有 1 種方式；所產生的方法數有：3x1＝3 種。 。




由以上得知，以(c,d)位置搭配內層操作，共有：6+6+3+3＝18 種方法。

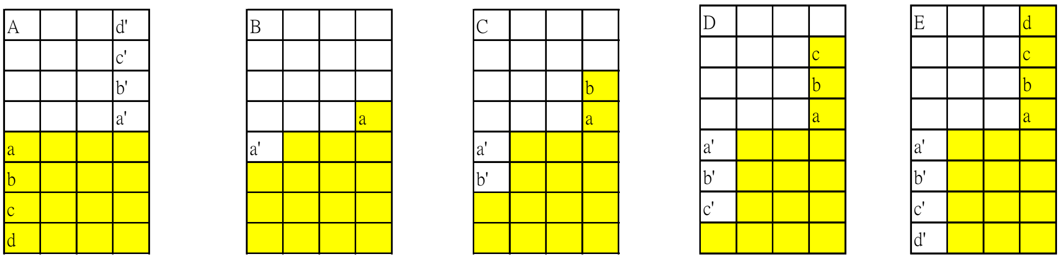
綜合(一)～(六)， 8x8 正方形的內層—6x6 正方形—是不連續的情況，共有 18+6+15+18=57 種方法。

# 附錄二

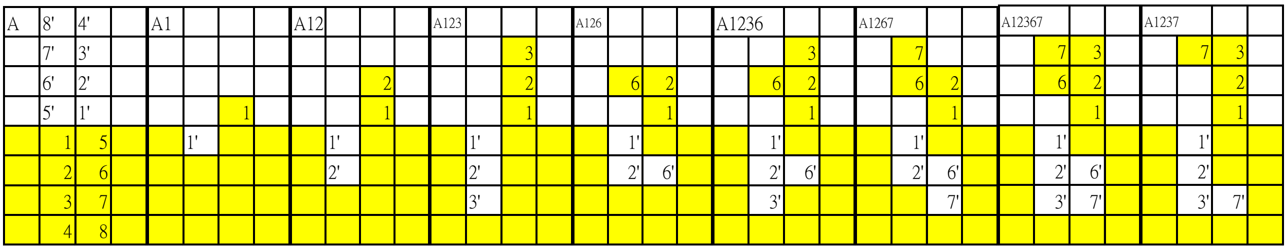
## 8×8 正方形的「切半法」點對稱切割圖

**一、作法**—將 8×8 正方形先切半，以 4×8 正方形做點對稱，找切割圖

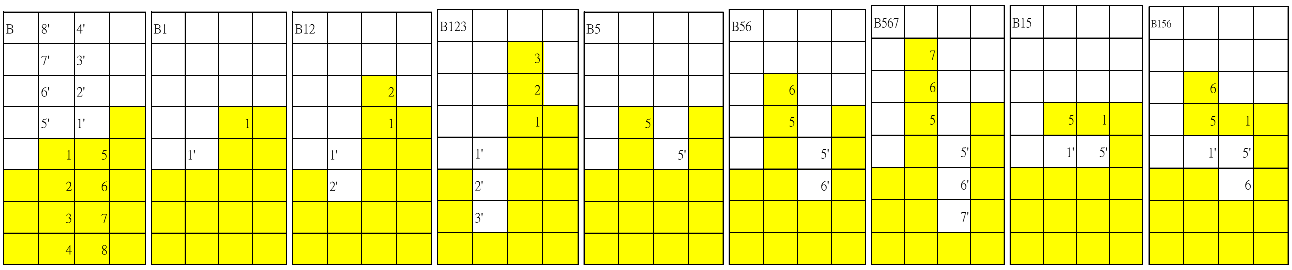
1. 先做 4×8 圖的基本二等分圖 A，並標出可變動的格子代號 a,b,c,d 和 a’,b’,c’,d’
2. 互換原則：圖 A 中 2,3 欄先不動，先將 1,4 欄以中心點為對稱點，依序互換。(即 a,a’互換，b,b’互換，c,c’互換，d,d’互換)
3. 圖 A 中 a 與 a’互換形成圖 B 。
4. 圖 B 中 b 與 b’互換形成圖 C；圖 C 中 c 與 c’互換形成圖 D；圖 D 中 d 與 d’互換形成圖 E

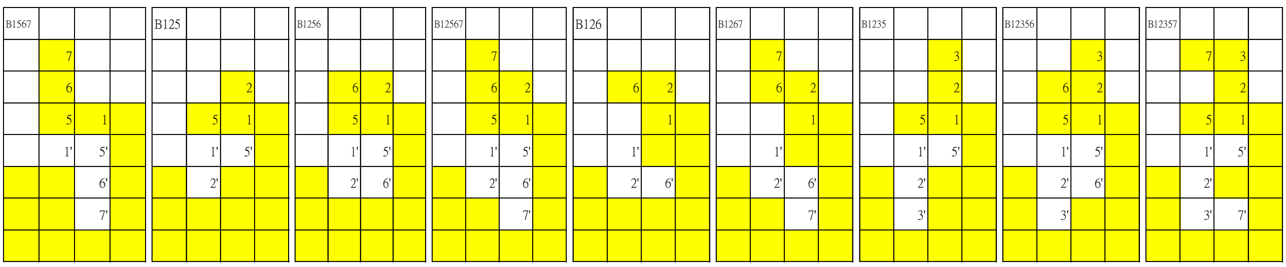


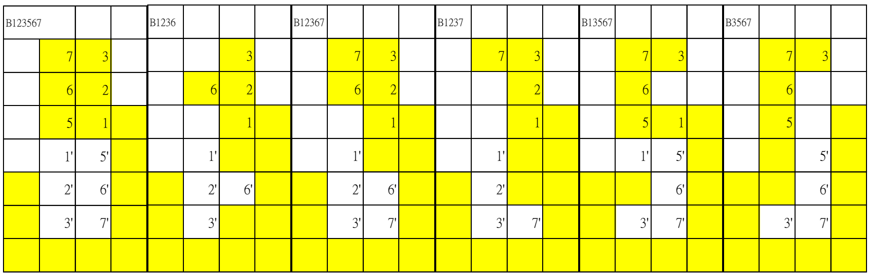

5. 以圖 A 、B 、C 、D 、E 為藍圖，開始做欄與欄間的點對稱。
6. 圖 A 中 2、3 欄標上座標代號 1,2,3,4,5,6,7,8，1’,2’,3’,4’,5’,6’,7’,8’ (如下圖)
7. 圖 A 中 1、4 欄不動，2、3 欄以中心點為對稱，依序互換（即 1,1’互換，2,2’互換，3,3’互換，餘此類推）。可得以下 A～A 1237 共 9 個的點對稱圖形。並以互換的欄位為編號。



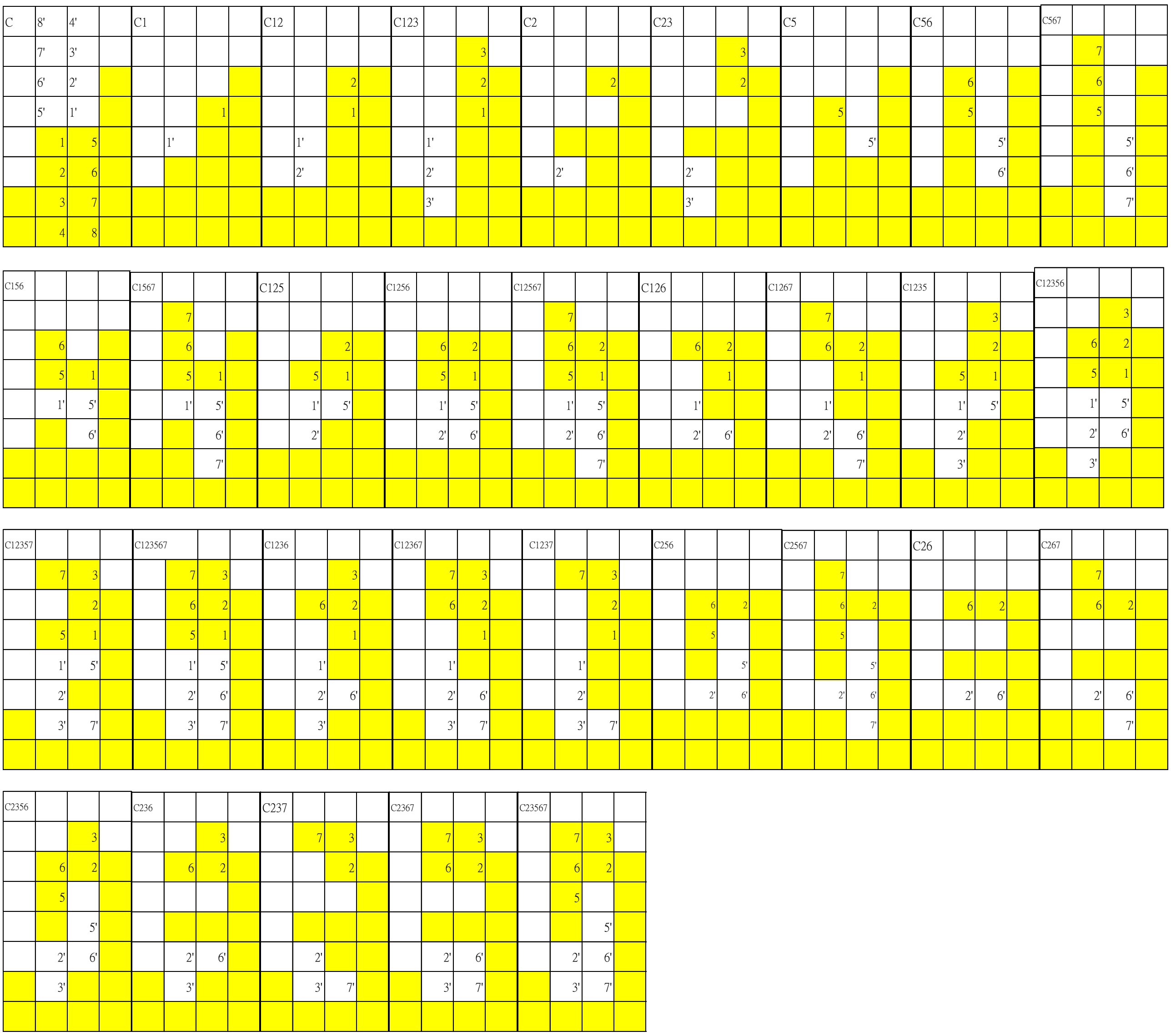

8. 依此類推，可得圖 B 中 B～B 3567 共 24 個的點對稱圖形。



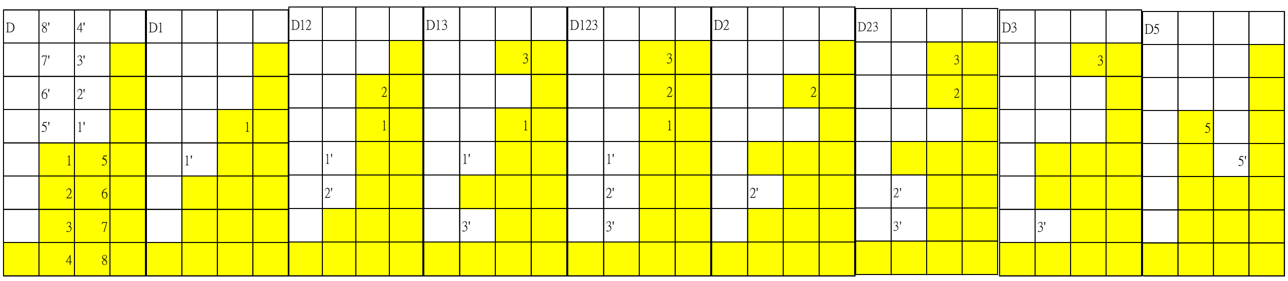



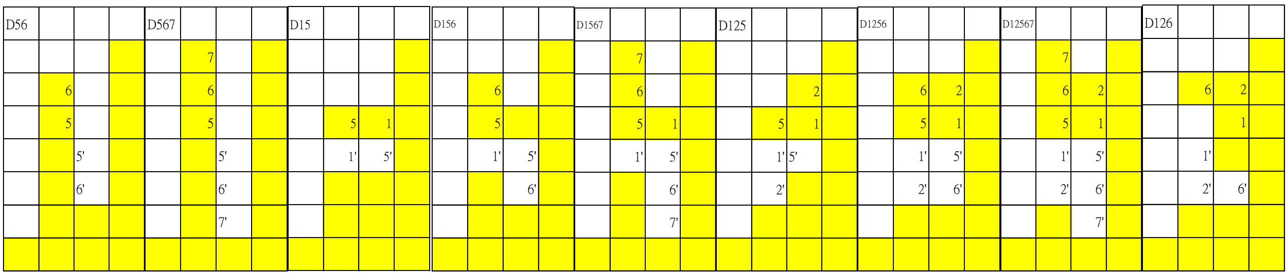


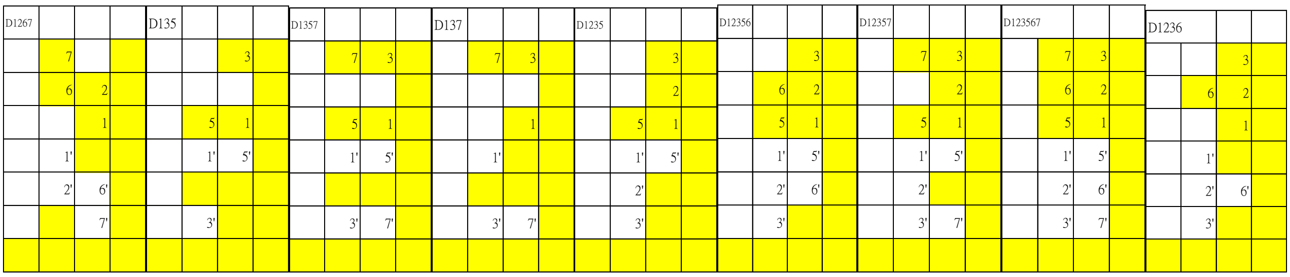
9. 圖 C 中 C～C23567 共 32 個的點對稱圖形。

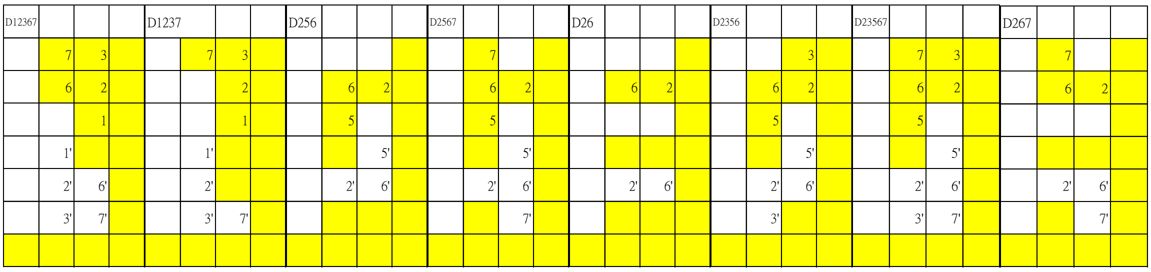


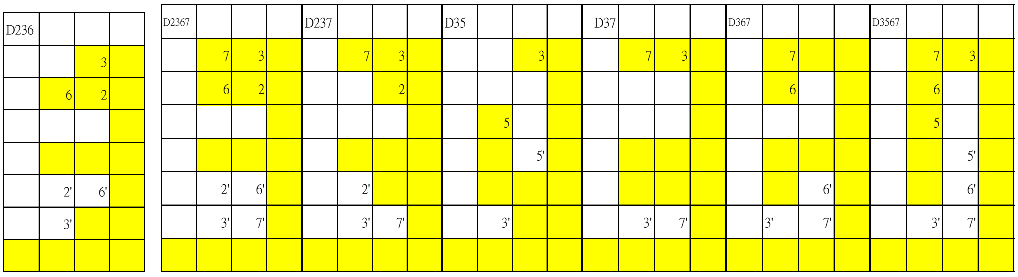
10. 圖 D 中 D～D3567 共 42 個的點對稱圖形。



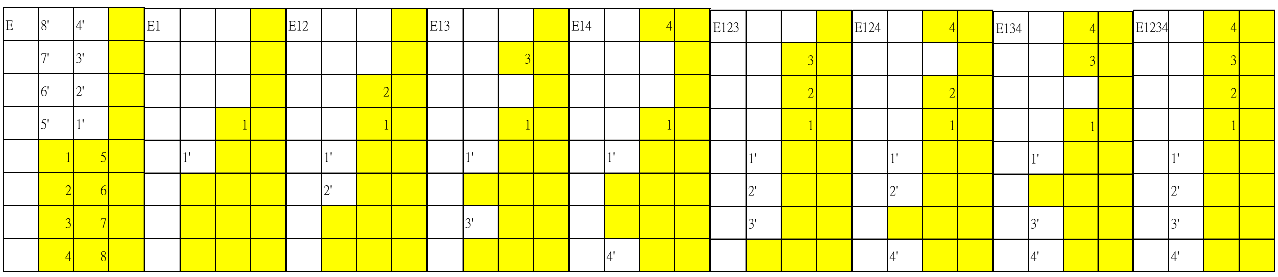


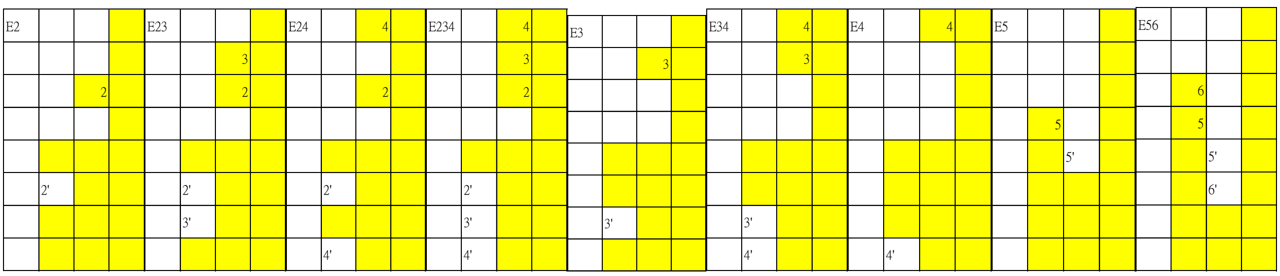




11.圖 E 中 E～E48 共 111 個的點對稱圖形。



| | | | |
|---|---|---|---|
| E567 | | | |
| | 7 | | |
| | 6 | | |
| | 5 | | |
| | | 5' | |
| | | 6' | |
| | | 7' | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E15 | | | |
| | | | |
| | | | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E156 | | | |
| | | | |
| | 6 | | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | | 6' | |
| | | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1567 | | | |
| | 7 | | |
| | 6 | | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | | 6' | |
| | | 7' | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E125 | | | |
| | | | |
| | | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | | |
| | | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1256 | | | |
| | | | |
| | 6 | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | 6' | |
| | | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E12567 | | | |
| | 7 | | |
| | 6 | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | 6' | |
| | | 7' | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E126 | | | |
| | | | |
| | 6 | 2 | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | 6' | |
| | | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1267 | | | |
| | 7 | | |
| | 6 | 2 | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | 6' | |
| | | 7' | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E135 | | | |
| | | 3 | |
| | | | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | | | |
| | 3' | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1357 | | | |
| | 7 | 3 | |
| | | | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5 | |
| | | | |
| | 3' | 7 | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E137 | | | |
| | 7 | 3 | |
| | | | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | | | |
| | 3' | 7' | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E145 | | 4 | |
| | | | |
| | | | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | | | |
| | | | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1456 | | 4 | |
| | | | |
| | 6 | | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | | 6' | |
| | | | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1458 | 8 | 4 | |
| | | | |
| | | | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | | | |
| | | | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1478 | 8 | 4 | |
| | 7 | | |
| | | | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | | | |
| | | 7' | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E148 | 8 | 4 | |
| | | | |
| | | | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | | | |
| | | | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1235 | | | |
| | | 3 | |
| | | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | | |
| | 3' | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E12356 | | | |
| | | 3 | |
| | 6 | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | 6' | |
| | 3' | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E12357 | | | |
| | 7 | 3 | |
| | | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | | |
| | 3' | 7' | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E123567 | | | |
| | 7 | 3 | |
| | 6 | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | 6' | |
| | 3' | 7' | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1236 | | | |
| | | 3 | |
| | 6 | 2 | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | 6' | |
| | 3' | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E12367 | | | |
| | 7 | 3 | |
| | 6 | 2 | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | 6' | |
| | 3' | 7' | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1237 | | | |
| | 7 | 3 | |
| | | 2 | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | | |
| | 3' | 7' | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1245 | | 4 | |
| | | | |
| | | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | | |
| | | | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E12456 | | 4 | |
| | | | |
| | 6 | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | 6' | |
| | | | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E12458 | 8 | 4 | |
| | | | |
| | | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | | |
| | | | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 8 | 4 | |
| E124568 | | | |
| | 6 | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | 6' | |
| | | | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1246 | | 4 | |
| | | | |
| | 6 | 2 | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | 6' | |
| | | | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E12468 | 8 | 4 | |
| | | | |
| | 6 | 2 | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | 6' | |
| | | | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1248 | 8 | 4 | |
| | | | |
| | | 2 | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | | |
| | | | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1345 | | 4 | |
| | | 3 | |
| | | | |
| | 5 | 1 | |
| | | 5' | |
| | | | |
| | 3' | | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E13457 | | 4 | |
| | 7 | 3 | |
| | | | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | | | |
| | 3' | 7' | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E13458 | 8 | 4 | |
| | | 3 | |
| | | | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | | | |
| | 3' | | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 8 | 4 | |
| | 7 | 3 | |
| E134578 | | | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | | | |
| | 3' | 7' | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1347 | | 4 | |
| | 7 | 3 | |
| | | | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | | | |
| | 3' | 7' | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E13478 | 8 | 4 | |
| | 7 | 3 | |
| | | | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | | | |
| | 3' | 7' | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1348 | 8 | 4 | |
| | | 3 | |
| | | | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | | | |
| | 3' | | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E12345 | | 4 | |
| | | 3 | |
| | | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | | |
| | 3' | | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E123456 | | 4 | |
| | | 3 | |
| | 6 | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | 6' | |
| | 3' | | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E123457 | | 4 | |
| | 7 | 3 | |
| | | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | | |
| | 3' | 7' | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 8 | 4 | |
| E123458 | | 3 | |
| | | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | | |
| | 3' | | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E1234567 | | 4 | |
| | 7 | 3 | |
| | 6 | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | 6' | |
| | 3' | 7' | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 8 | 4 | |
| E1234568 | | 3 | |
| | 6 | 2 | |
| | 5 | 1 | |
| | 1' | 5' | |
| | 2' | 6' | |
| | 3' | | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E12346 | | 4 | |
| | | 3 | |
| | 6 | 2 | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | 6' | |
| | 3' | | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E123467 | | 4 | |
| | 7 | 3 | |
| | 6 | 2 | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | 6' | |
| | 3' | 7' | |
| | 4' | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 8 | 4 | |
| E1234,2'4' | | 3 | |
| | 6 | 2 | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | 6' | |
| | 3' | | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 8 | 4 | |
| | 7 | 3 | |
| | 6 | 2 | |
| E1234678 | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | 6' | |
| | 3' | 7' | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E12347 | | 4 | |
| | 7 | 3 | |
| | | 2 | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | | |
| | 3' | 7' | |
| | 4' | | |

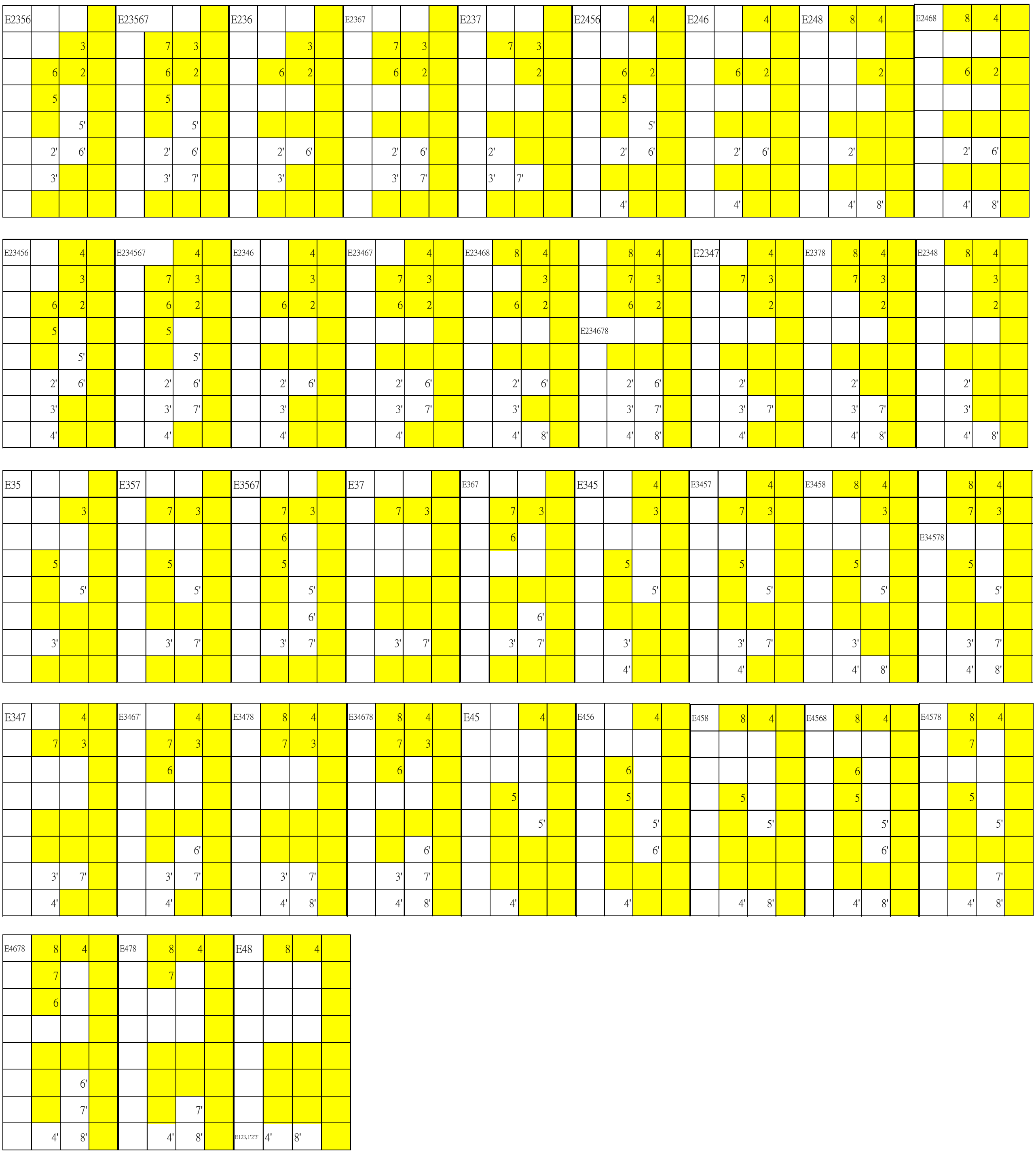
| | | | |
|---|---|---|---|
| | 8 | 4 | |
| | 7 | 3 | |
| E123478 | | 2 | |
| | | 1 | |
| | 1' | | |
| | 2' | | |
| | 3' | 7' | |
| | 4' | 8' | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E256 | | | |
| | | | |
| | 6 | 2 | |
| | 5 | | |
| | | 5' | |
| | 2' | 6' | |
| | | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E2,567 | | | |
| | 7 | | |
| | 6 | 2 | |
| | 5 | | |
| | | 5' | |
| | 2' | 6' | |
| | | 7' | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E26 | | | |
| | | | |
| | 6 | 2 | |
| | | | |
| | | | |
| | 2' | 6' | |
| | | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| E267 | | | |
| | 7 | | |
| | 6 | 2 | |
| | | | |
| | | | |
| | 2' | 6' | |
| | | 7' | |
| | | | |




以上共有 9+24+32+42+111＝218 種方法。

## 【評語】080416

1. 分土地的問題有一定的趣味性，並且在面積越大時，問題的複雜性也越高。
2. 問題的處理已有一定的成熟度，但完整性仍有待進一步討論。
3. 未來可以對面積大時，有進一步的探討或嘗試提出可行的方法。