

中華民國第 52 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高中組 物理科

040114

Imagina 「漩」

學校名稱：國立鳳山高級中學

作者：	指導老師：
高二 董其桓	呂坤陞
高二 張詠盛	
高二 周英豪	

關鍵詞：漩渦、黏滯力、波動

摘要

漩渦是一種獨特的物理現象，然而對漩渦的許多特性如切線速度及向心加速度甚至是拉力等特性都不易使用簡單的實驗方法觀察測量，因此，本研究採用自行設計的實驗方法，藉由觀測有漩渦的水體中平行波波紋變化，以推得在不同距離中，漩渦對附近水體產生的切線速度、向心加速度等影響，進而推知真實情況下，物體進入漩渦時產生的反應。

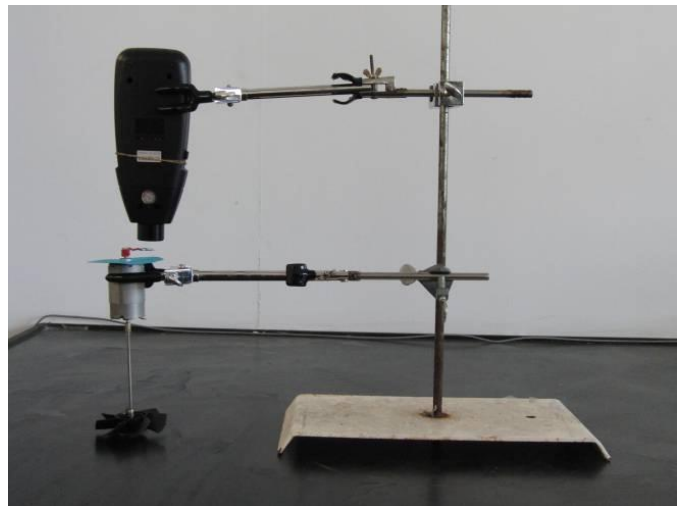
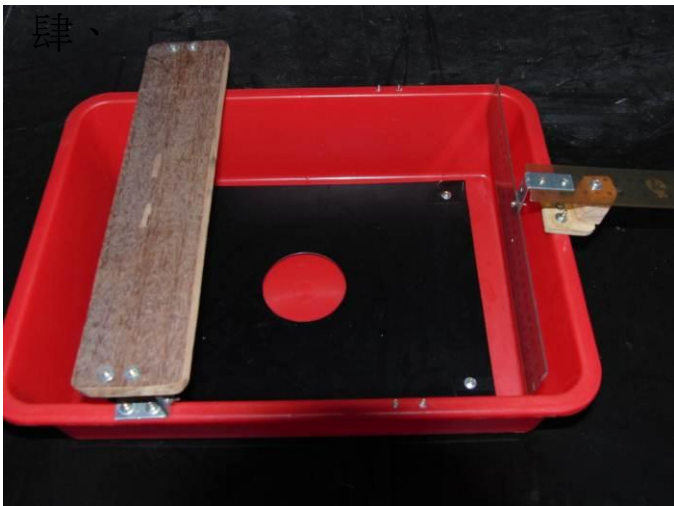
壹、研究動機

漩渦是自然界中極美的物理現象，在日常生活中，常常遇得到漩渦，從沖馬桶所看到的旋渦，到扇葉轉動產生的渦流，各式各樣的結構實在令我們感到好奇。我們並不難發現它的存在。翻閱了一些探討漩渦的書籍，發現影響漩渦之因素甚多。但若想要更了解漩渦對水的影響，我們需要設計一種簡易、可靠的實驗方法「解剖」漩渦。

貳、研究目的

- 一、研究中心旋轉體轉速大小對漩渦產生的向心加速度、切線速度影響
- 二、離漩渦中心不同距離向心加速度，切線速度的變化
- 三、不同黏滯力下漩渦狀態的變化
- 四、設計一種簡單可靠的方法對漩渦進行觀察

參、研究設備及器材



肆、
一、水盤(雙層)：由於需要讓水流順利由下方流出而不直接從水底反彈影響實驗，故採用內外雙層的水槽設計避免干擾

二、支架：固定馬達及轉速計



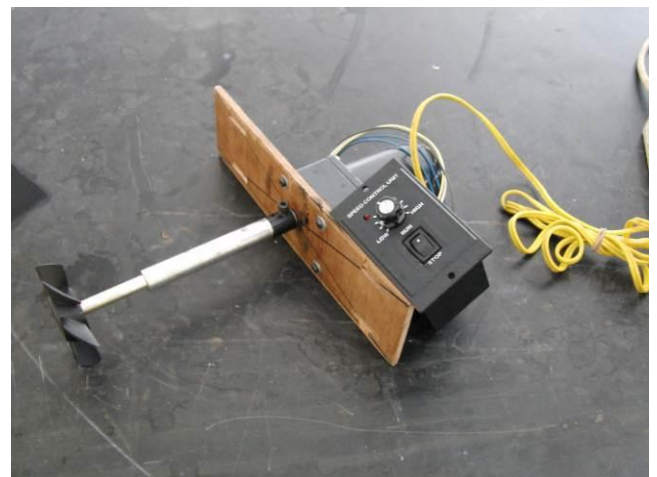
三、快速照相機：用來拍攝產生的波形後傳到電腦進行分析



四、相機腳架：市售相機腳架不便於固定相機垂直向下拍攝，故自行用望遠鏡腳架及鐵夾組合出適用的固定裝置



五、照明燈：方便相機對焦及使拍攝到的水面波紋清晰



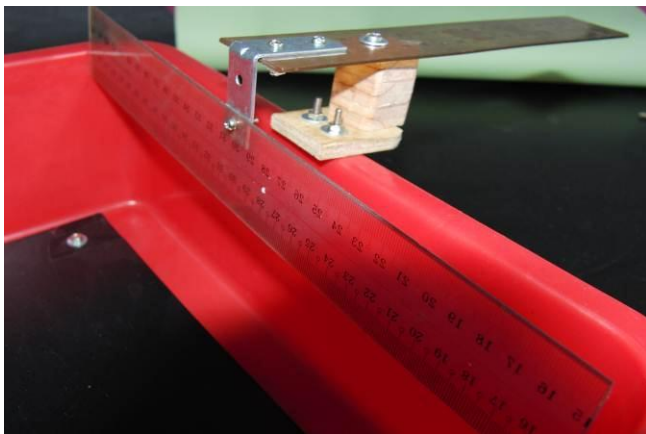
六、馬達：製造漩渦的來源，原本使用市售小馬達，因轉速不穩定故採用步進馬達以達成實驗所需



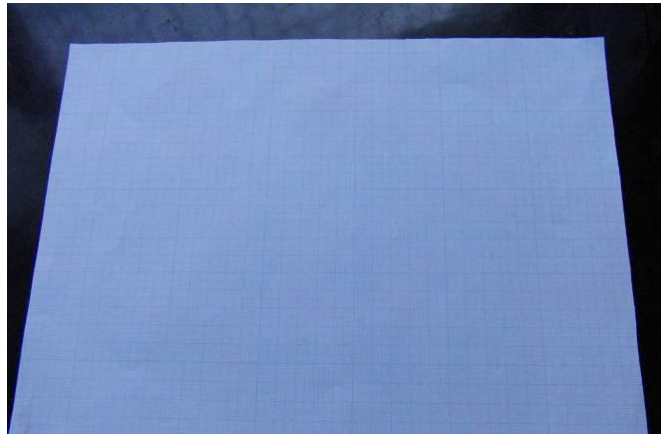
七、電子轉速計：測量馬達轉速及製波器頻率



八、風扇葉片：電腦用電源供應器散熱風扇



九、製波器：製波器製作:原有水波槽的製波器
頻率過快振幅過小，不利於拍照分析。故使用積木組、馬達、及塑膠尺自製製波器



十、方格紙：作為拍照後用電腦分析影像時使用的比例尺



十一、電源供應器：供直流馬達運行

十二、電腦：分析實驗照片

十三、影像處理軟體：以 PhotoImpact
堆疊圖片以利分析

十四、數學軟體：以 GeoGebra 作圖

肆、研究過程及方法

一開始，只是單純的將輕質物體投入漩渦中觀測運動狀態，後來發現投入的物體會在水中不規則運行，不易觀測。碰巧在參加在成大舉行的南區科展成果聯合發表會時看到了嘉義高中所做的水表波紋對倒影影響的研究後萌發靈感，決定以觀測水表波紋受漩渦影響狀況來對漩渦造成的變化做更深入的了解。

一、基本步驟：以固定大小的葉片裝置於馬達上，選定特定轉速(90~270 rpm)，再以固定的頻率(5hz)製波，比較原本水波的路徑，和有漩渦影響後，對通過的平行波產生的波長變化，進而推導出漩渦造成的切線速率及向心加速度。(如下圖所示)

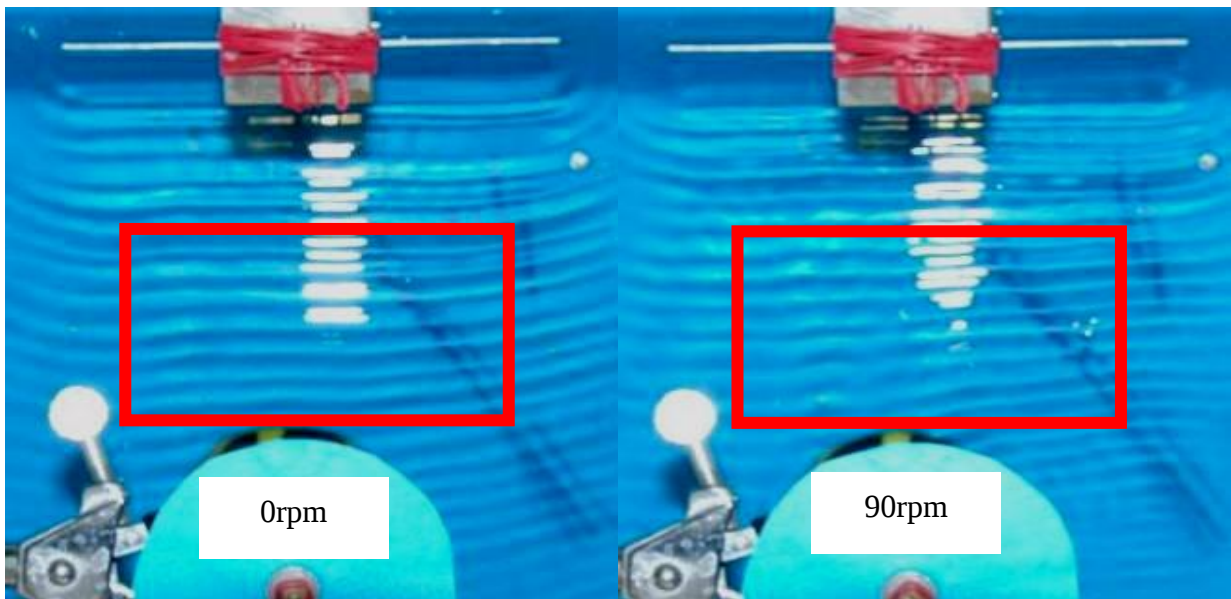
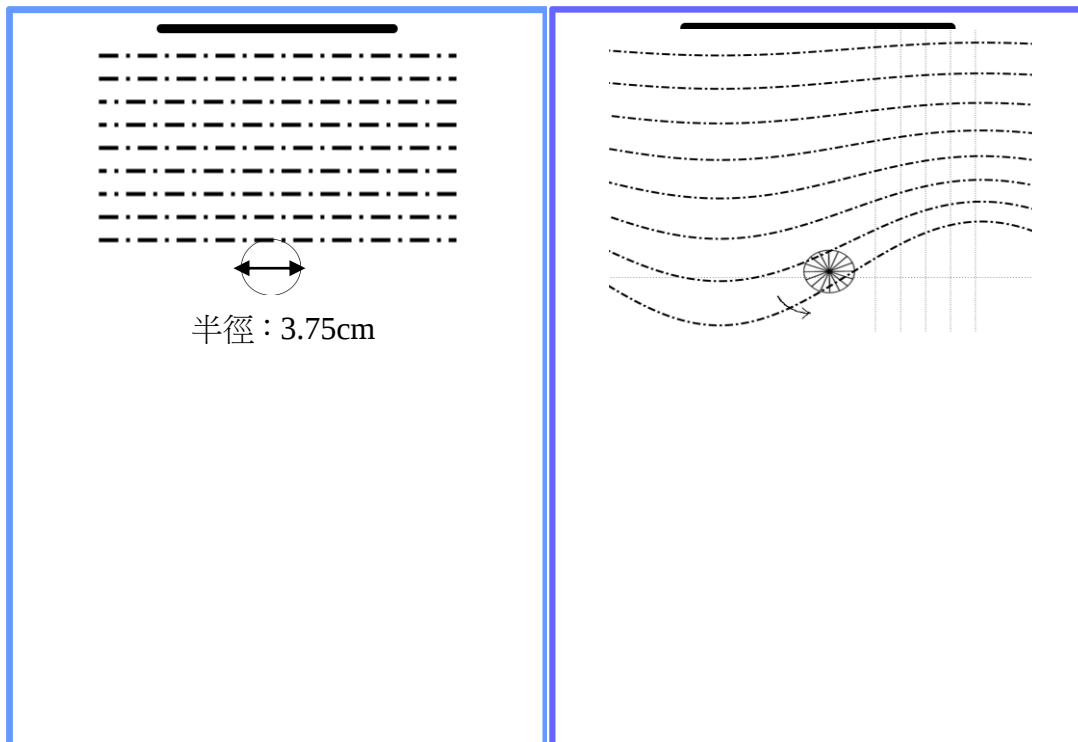


示意圖:



二、建立對照組：在馬達沒有旋轉的情況下啟動製波器，以 5hz 頻率製波測得波長，由公式 $v = f\lambda$ 得知靜水中表面波速。

三、數值選定：馬達在轉速過低時轉速不易固定；而在轉速過高時會晃動導致波形無法判讀，故採用 90~270rpm 為區間，間隔 30rpm 做測試。而使用電腦分析時選擇拍攝較為清楚的範圍：距離漩渦中心 5cm 處、6cm 處、7cm 處、8cm 處、9cm 處取數據點進行分析。

四、數據分析：從正上方垂直拍攝漩渦旋轉狀況後用電腦分析波長變化先測出對照組(靜止水面)波長在乘上頻率(5hz)後可得知原先水中波速 v_0 ，以對照組水中波速減去新波速 v_1 即可求得漩渦造成的切線速度 v 利用等速圓週運動的向心加速度公式 $a = \frac{v^2}{r}$ 即可求得漩渦在固定轉速不同距離下產生的加速度大小。

原理：

一、波速：波動傳播時，其波速 v 與頻率 f 、波長 λ 間，有 $v = f\lambda$ 之關係。

二、向心加速度：作圓周運動的物體，繞轉所需的向心力使物體具有 $a = \frac{v^2}{r}$ 的向心加速度。

三、渦流分類

(一) 自由渦流：水體由繞中心軸旋轉，產生漩渦，此種漩渦稱為自由渦流，如漏水產生的漩渦就屬於一種自由渦流。自由渦流之速度與半徑關係： $v = \frac{k}{r}$ ， k 為渦流強度， r 為徑向距離，自由渦流中任一點的切線速度與徑向距離成反比。

(二) 強制渦流：流體以等角速度 ω 對中心軸旋轉，半徑與切線速度關係： $v = r\omega$ ，此種渦流稱為強制渦流。

(三) 組合渦流由中心旋轉體帶動的強制渦流與旋轉體外的自由渦流共同形成強制渦流，數學描述式為：

$v = r\omega$ ， $r \leq r_0$ (r_0 為旋轉體範圍半徑，在此半徑內渦流性質可以強制渦流描述)

$v = \frac{k}{r}$ ， $r \geq r_0$ (r_0 為旋轉體範圍半徑，在此半徑外渦流性質可以自由渦流描述)

四、物體在液體中移動時，因為表面有附著力及摩擦力而形成阻力，可以想像液體分為許多層，每層之間都有摩擦力存在，而這些摩擦力會阻止各層液體之間的相對運動因此需要對液體中的物體保持施加一個力 F ，才能讓水中的物體保持一定的速度，黏滯力 f 與施力 F 大小相等；方向相反，與物體在流體中運動速度成正比，與相對距離成反比，有

$-F = f = \eta \cdot A \frac{dv}{dr}$ 的關係。

伍、研究結果

一、數據

(一) $T=10^{\circ}\text{C}$

(1) 同轉速(rpm)下，距離中心為 5、6、7、8、9cm 的波長(cm)

r	90(rpm)	120(rpm)	150(rpm)	180(rpm)	210(rpm)	240(rpm)	270(rpm)
5(cm)	1.07	0.96	0.88	0.81	0.75	0.67	0.60
6(cm)	1.17	1.08	0.97	0.86	0.79	0.71	0.63
7(cm)	1.24	1.15	1.08	0.92	0.84	0.77	0.71
8(cm)	1.38	1.20	1.15	0.99	0.89	0.83	0.73
9(cm)	1.48	1.31	1.24	1.05	0.94	0.88	0.78

(2) 用公式 $v = f \cdot \lambda$ 得知乘上頻率(5hz)得 v_1 速度(cm/s)

v_1	90(rpm)	120(rpm)	150(rpm)	180(rpm)	210(rpm)	240(rpm)	270(rpm)
5(cm)	5.37	4.81	4.41	4.07	3.73	3.35	3.00
6(cm)	5.84	5.40	4.87	4.30	3.94	3.54	3.17
7(cm)	6.19	5.75	5.40	4.60	4.20	3.85	3.53
8(cm)	6.89	6.02	5.75	4.97	4.47	4.15	3.66
9(cm)	7.39	6.54	6.19	5.26	4.71	4.42	3.88

(3) $v_0 - v_1 = \text{切線速度 } v \text{ (cm/s)}$

v	90(rpm)	120(rpm)	150(rpm)	180(rpm)	210(rpm)	240(rpm)	270(rpm)
5(cm)	4.48	5.04	5.44	5.78	6.12	6.50	6.85
6(cm)	4.01	4.45	4.98	5.55	5.91	6.31	6.68
7(cm)	3.66	4.10	4.45	5.25	5.65	6.00	6.32
8(cm)	2.96	3.83	4.10	4.88	5.38	5.70	6.19
9(cm)	2.46	3.31	3.66	4.59	5.14	5.43	5.97

(4) 加速度 $a = \frac{v^2}{r}$ (cm/s²)

v^2/r	90(rpm)	120(rpm)	150(rpm)	180(rpm)	210(rpm)	240(rpm)	270(rpm)
5(cm)	4.0051	5.0702	5.9078	6.6817	7.4786	8.4500	9.3845
6(cm)	2.6733	3.3004	4.1334	5.1338	5.8214	6.6360	7.4259
7(cm)	1.9084	2.3956	2.8289	3.9300	4.5523	5.1429	5.7061
8(cm)	1.0915	1.8336	2.0961	2.9768	3.6181	4.0541	4.7818
9(cm)	0.6724	1.2137	1.4843	2.3409	2.9298	3.2761	3.9535

(二) $T=30^{\circ}\text{C}$

(1) 同轉速(rpm)下，距離中心為 5、6、7、8、9cm 的波長(cm)

r	90(rpm)	120(rpm)	150(rpm)	180(rpm)	210(rpm)	240(rpm)	270(rpm)
5(cm)	0.88	0.76	0.64	0.55	0.45	0.37	0.24
6(cm)	0.94	0.82	0.71	0.60	0.48	0.42	0.29
7(cm)	1.00	0.89	0.77	0.65	0.56	0.48	0.39
8(cm)	1.05	0.95	0.85	0.72	0.67	0.54	0.49
9(cm)	1.12	1.01	0.90	0.79	0.68	0.58	0.53

(2) 用公式 $v = f \cdot \lambda$ 得知乘上頻率(5hz)得 v_1 速度(cm/s)

v_1	90(rpm)	120(rpm)	150(rpm)	180(rpm)	210(rpm)	240(rpm)	270(rpm)
5(cm)	4.38	3.80	3.19	2.73	2.23	1.86	1.19
6(cm)	4.69	4.12	3.53	3.01	2.42	2.08	1.44
7(cm)	5.00	4.44	3.85	3.27	2.81	2.39	1.97
8(cm)	5.27	4.73	4.25	3.61	3.36	2.70	2.43
9(cm)	5.58	5.05	4.50	3.95	3.41	2.92	2.66

(3) $v_0 - v_1 =$ 切線速度 v (cm/s)

v	90(rpm)	120(rpm)	150(rpm)	180(rpm)	210(rpm)	240(rpm)	270(rpm)
5(cm)	1.73	2.31	2.92	3.38	3.88	4.25	4.92
6(cm)	1.42	1.99	2.58	3.10	3.69	4.03	4.67
7(cm)	1.11	1.67	2.26	2.84	3.30	3.72	4.14
8(cm)	0.84	1.38	1.86	2.50	2.75	3.41	3.68
9(cm)	0.53	1.06	1.61	2.16	2.70	3.19	3.45

(4) 加速度 $a = \frac{v^2}{r}$ (cm/s²)

v^2/r	90(rpm)	120(rpm)	150(rpm)	180(rpm)	210(rpm)	240(rpm)	270(rpm)
5(cm)	0.5951	1.0626	1.7053	2.2781	3.0109	3.6040	4.8413
6(cm)	0.3337	0.6600	1.1094	1.6017	2.2694	2.7068	3.6270
7(cm)	0.1744	0.3984	0.7297	1.1482	1.5557	1.9769	2.4485
8(cm)	0.0882	0.2381	0.4325	0.7813	0.9419	1.4535	1.6882
9(cm)	0.0312	0.1248	0.2880	0.5184	0.8100	1.1271	1.3225

(三)T=50°C

(1)同轉速(rpm)下，距離中心為 5、6、7、8、9cm 的波長(cm)

r	90(rpm)	120(rpm)	150(rpm)	180(rpm)	210(rpm)	240(rpm)	270(rpm)
5(cm)	0.88	0.85	0.83	0.80	0.76	0.71	0.66
6(cm)	0.96	0.93	0.88	0.84	0.81	0.77	0.71
7(cm)	0.99	0.97	0.94	0.88	0.84	0.81	0.76
8(cm)	1.05	1.02	0.98	0.95	0.88	0.86	0.81
9(cm)	1.09	1.07	1.04	1.01	0.96	0.91	0.86

(2)用公式 $v = f \cdot \lambda$ 得知乘上頻率(5hz)得 v_1 速度(cm/s)

v_1	90(rpm)	120(rpm)	150(rpm)	180(rpm)	210(rpm)	240(rpm)	270(rpm)
5(cm)	4.39	4.26	4.14	4.00	3.80	3.56	3.29
6(cm)	4.80	4.63	4.40	4.18	4.05	3.83	3.55
7(cm)	4.95	4.85	4.71	4.41	4.18	4.05	3.82
8(cm)	5.27	5.09	4.91	4.73	4.40	4.28	4.05
9(cm)	5.45	5.34	5.19	5.03	4.81	4.55	4.32

(3) $v_0 - v_1$ = 切線速度 v (cm/s)

v	90(rpm)	120(rpm)	150(rpm)	180(rpm)	210(rpm)	240(rpm)	270(rpm)
5(cm)	1.24	1.38	1.50	1.63	1.83	2.08	2.35
6(cm)	0.83	1.01	1.23	1.45	1.59	1.81	2.09
7(cm)	0.68	0.78	0.92	1.23	1.45	1.58	1.82
8(cm)	0.36	0.54	0.73	0.91	1.24	1.36	1.59
9(cm)	0.18	0.30	0.45	0.60	0.83	1.09	1.32

(4)加速度 $a = \frac{v^2}{r}$ (cm/s²)

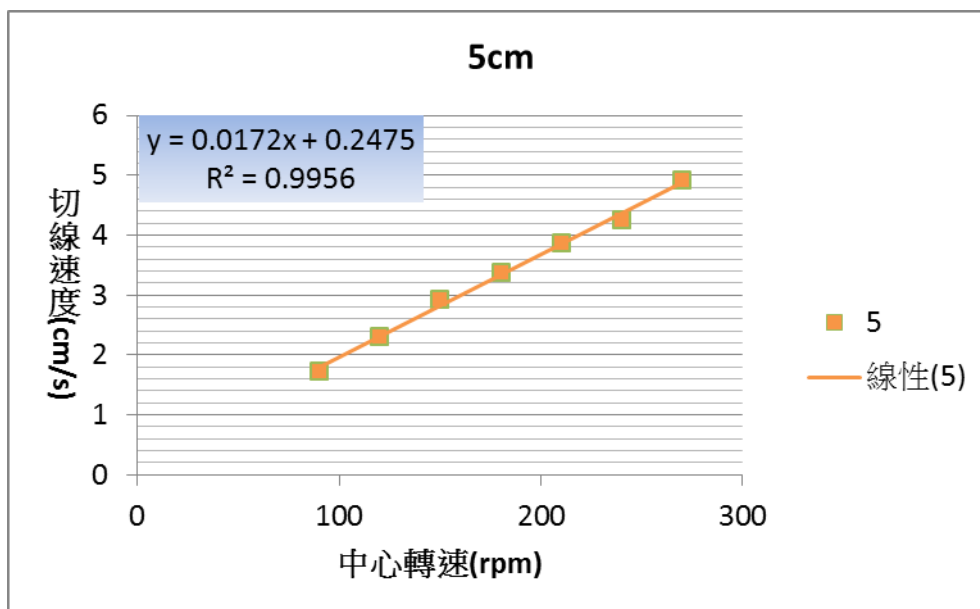
v^2/r	90(rpm)	120(rpm)	150(rpm)	180(rpm)	210(rpm)	240(rpm)	270(rpm)
5(cm)	0.3075	0.3781	0.4470	0.5314	0.6698	0.8611	1.0998
6(cm)	0.1148	0.1683	0.2522	0.3504	0.4187	0.5430	0.7245
7(cm)	0.0661	0.0869	0.1209	0.2144	0.3004	0.3566	0.4706
8(cm)	0.0162	0.0364	0.0657	0.1024	0.1907	0.2295	0.3140
9(cm)	0.0036	0.0097	0.0220	0.0400	0.0756	0.1308	0.1921

一、圖表

實驗一(30⁰c)

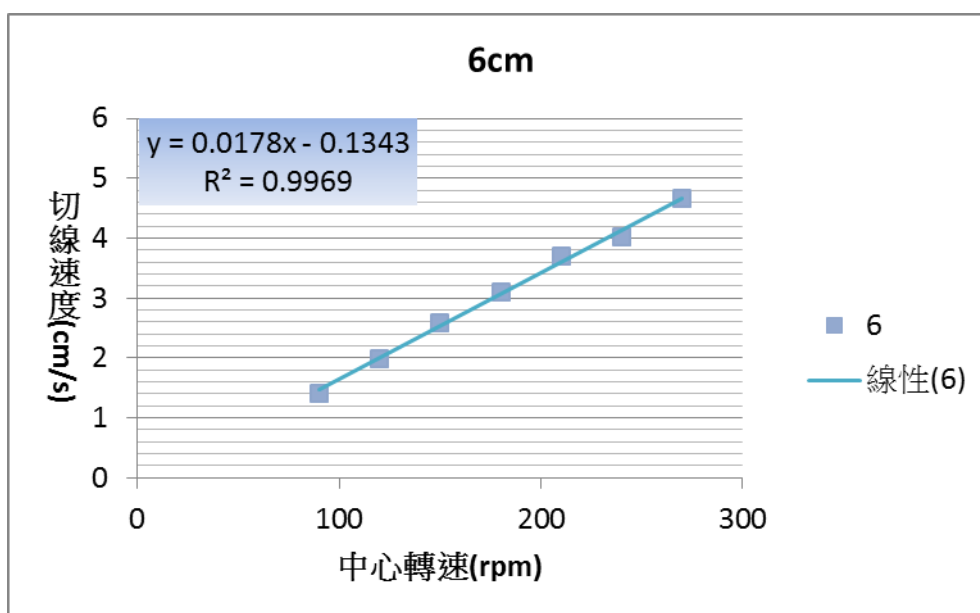
(一) 切線速度-轉速關係

1. 距中心 5cm 處



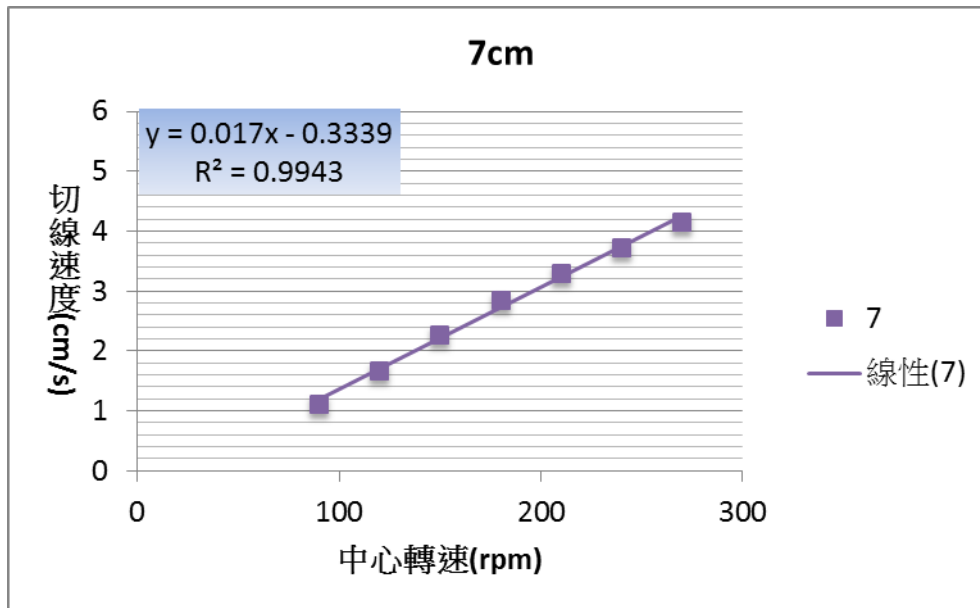
(圖一)

2. 距中心 6cm 處



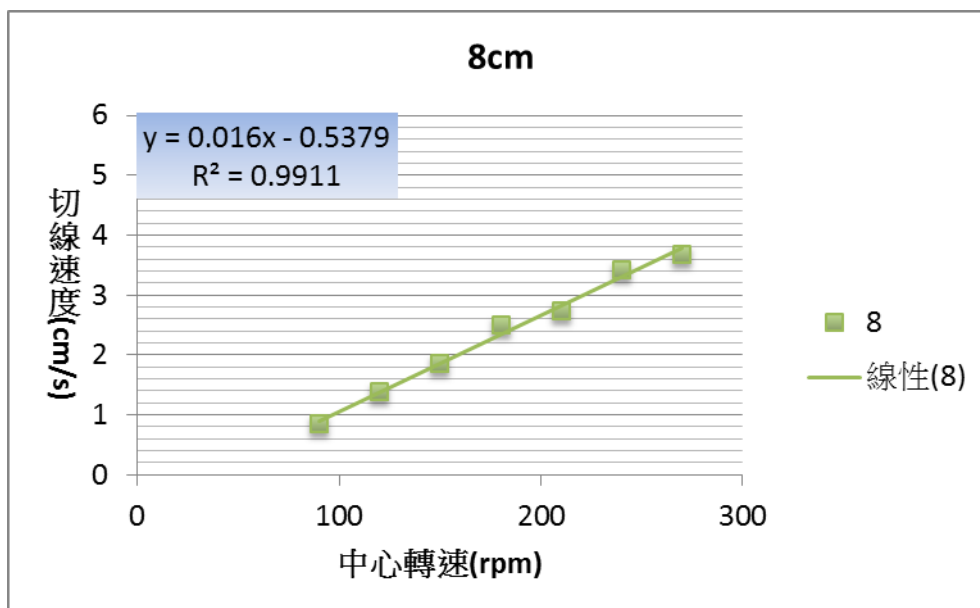
(圖二)

3. 距中心 7cm 處



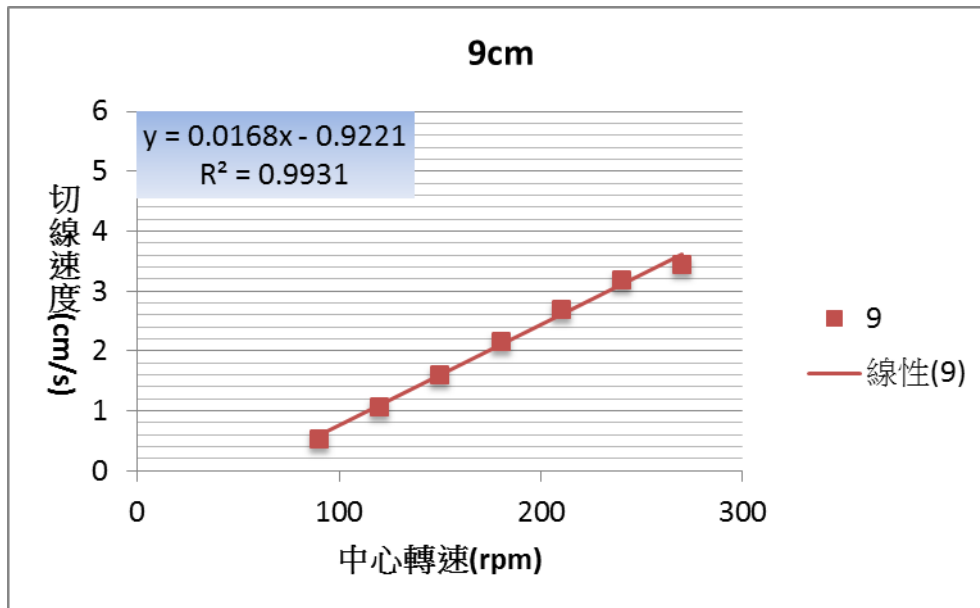
(圖三)

4. 距中心 8cm 處



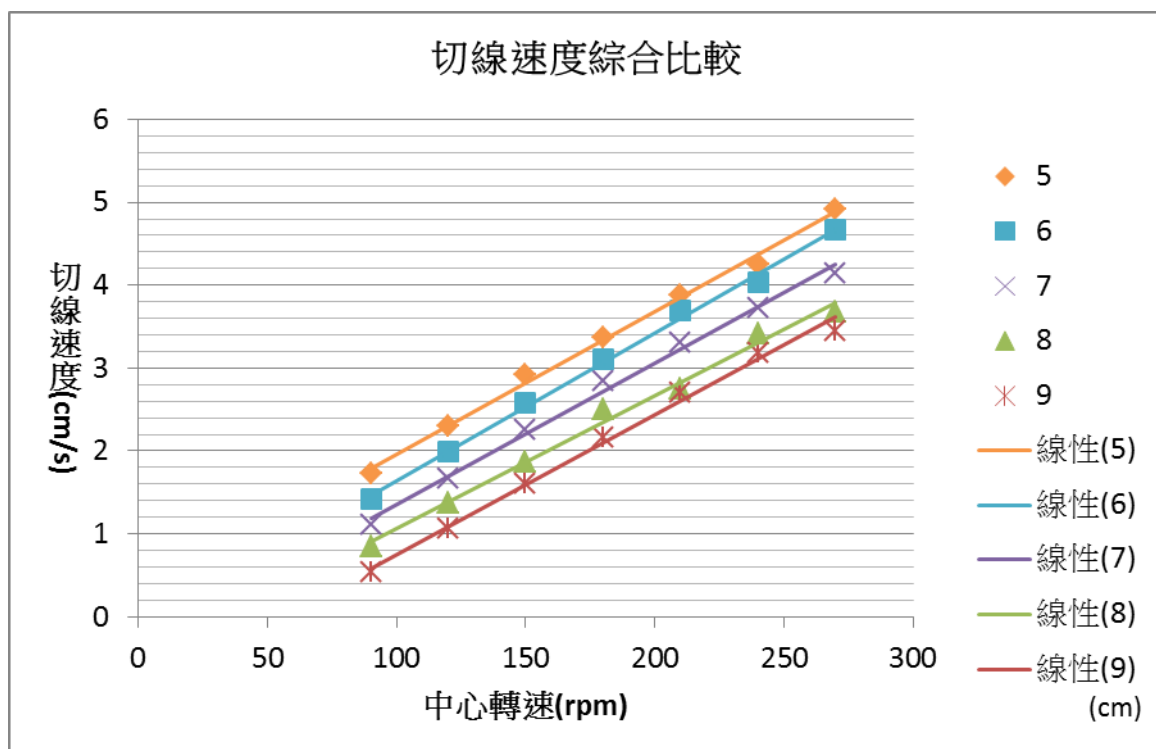
(圖四)

5. 距中心 9cm 處



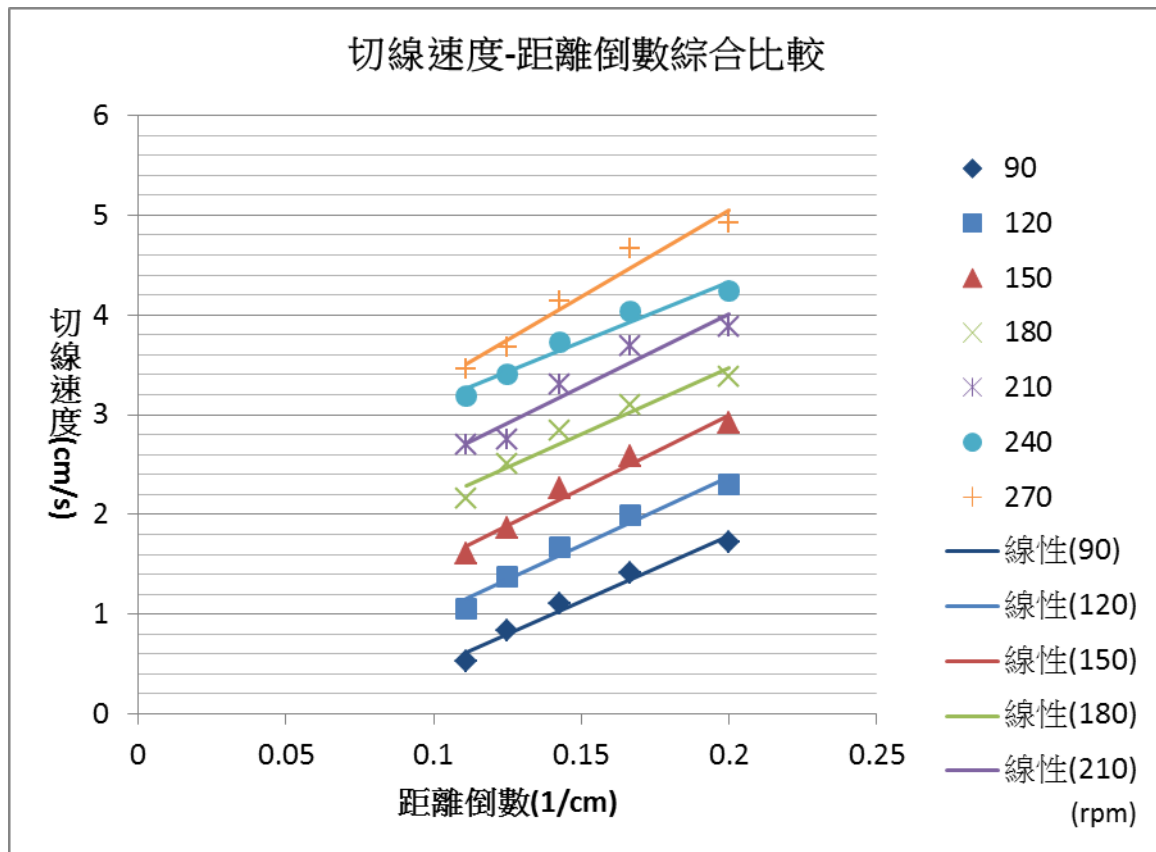
(圖五)

6. 切線速度對轉速綜合比較



(圖六)

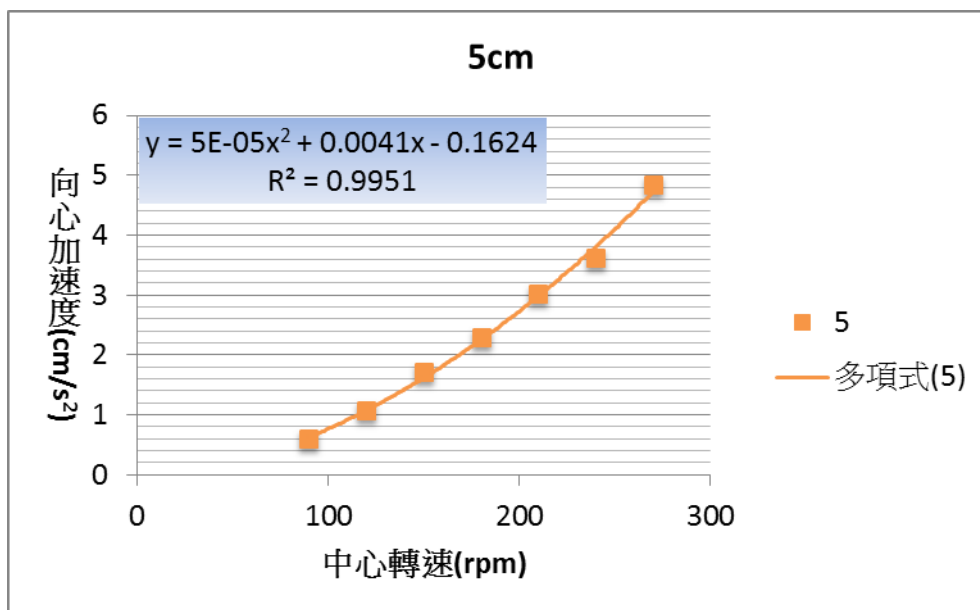
7.切線速度距離倒數綜合比較



(圖七)

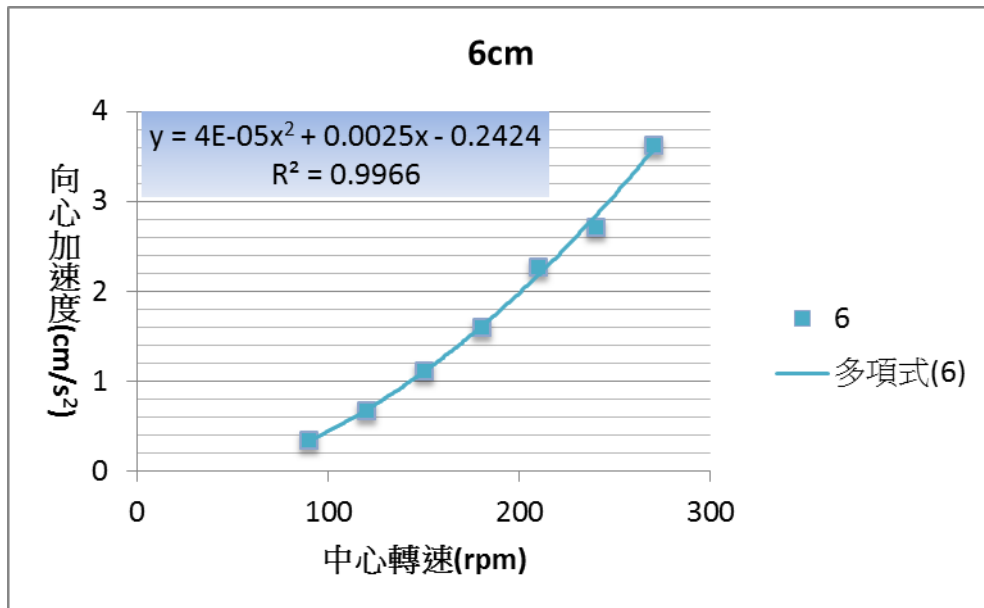
(二) 向心加速度與轉速關係

1. 距中心 5cm 處



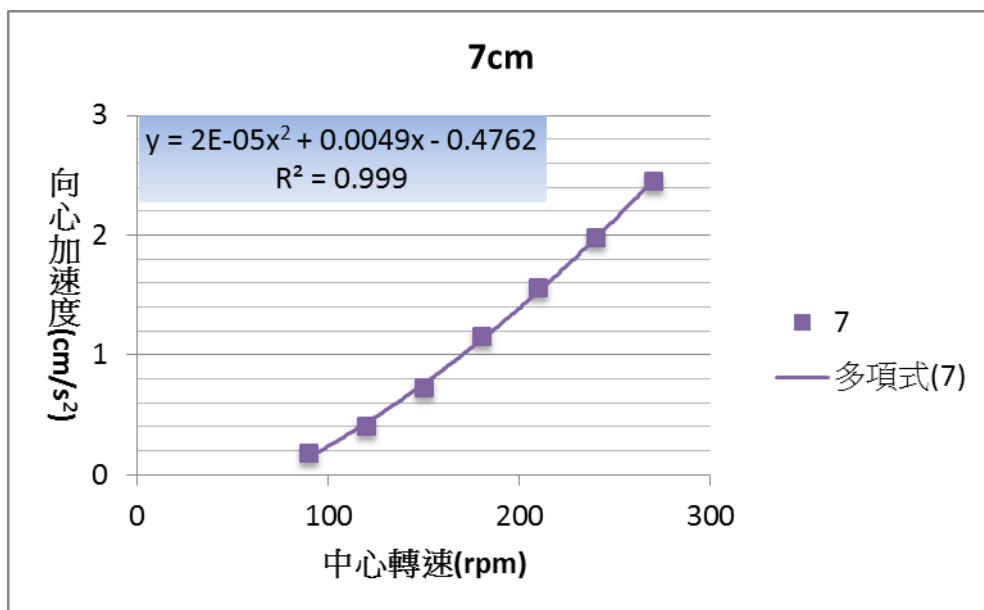
(圖八)

2. 距中心 6cm 處



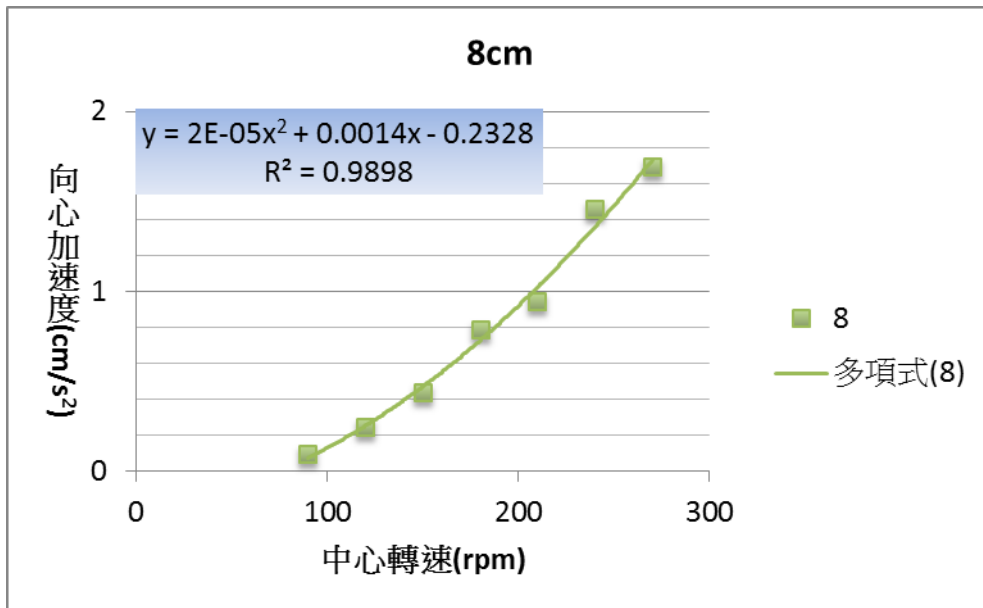
(圖九)

3. 距中心 7cm 處



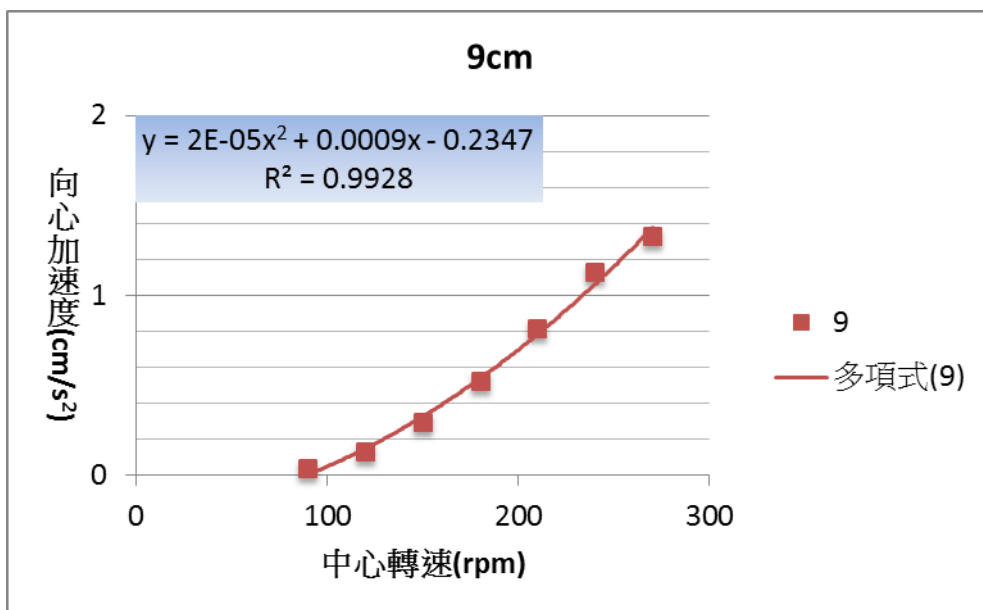
(圖十)

4. 距中心 8cm 處



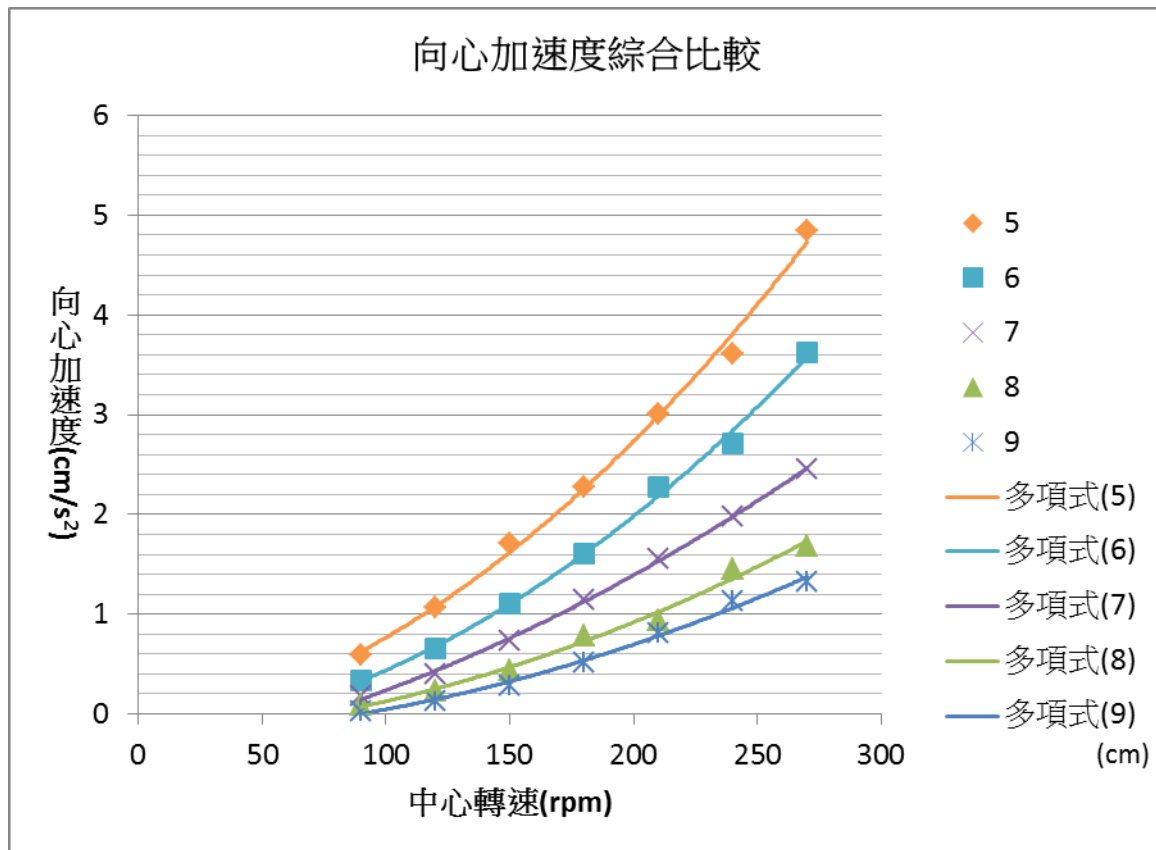
(圖十一)

5. 距中心 9cm 處



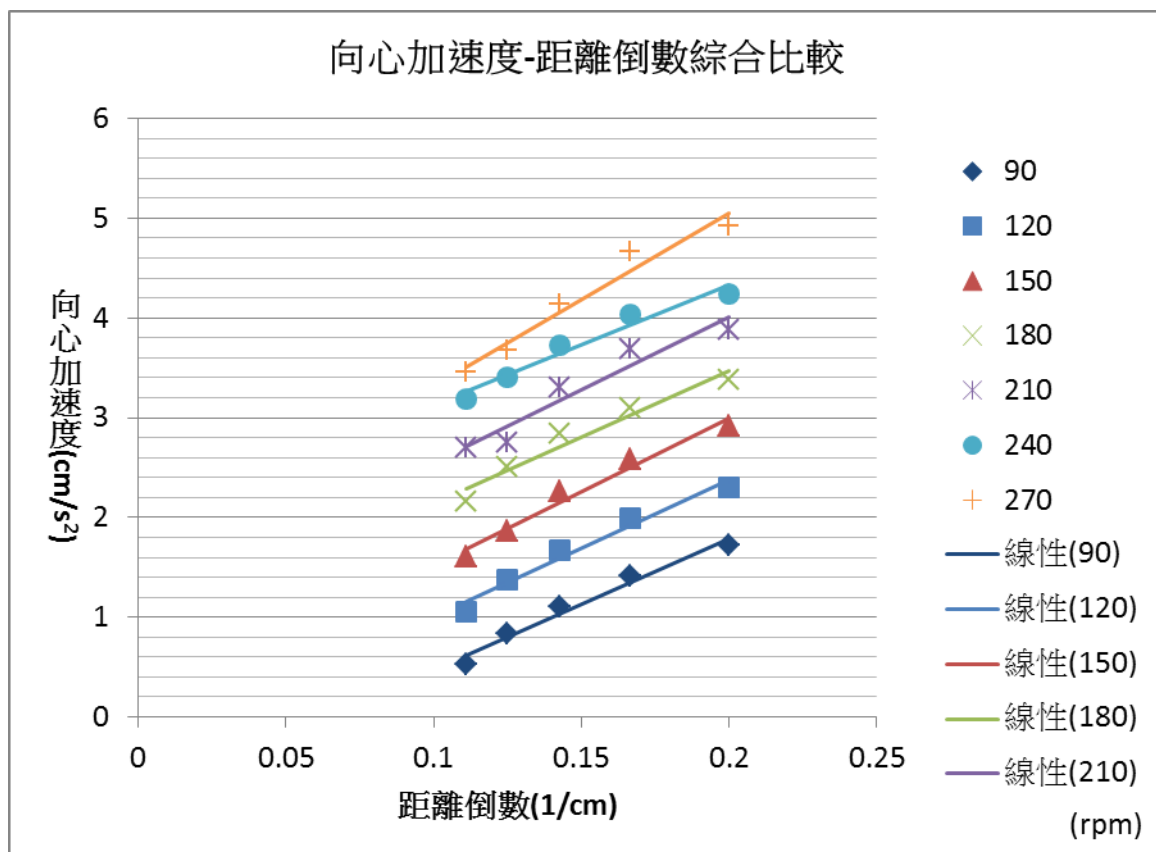
(圖十二)

6.向心加速度綜合比較



(圖十三)

7.加速度-距離倒數綜合比較

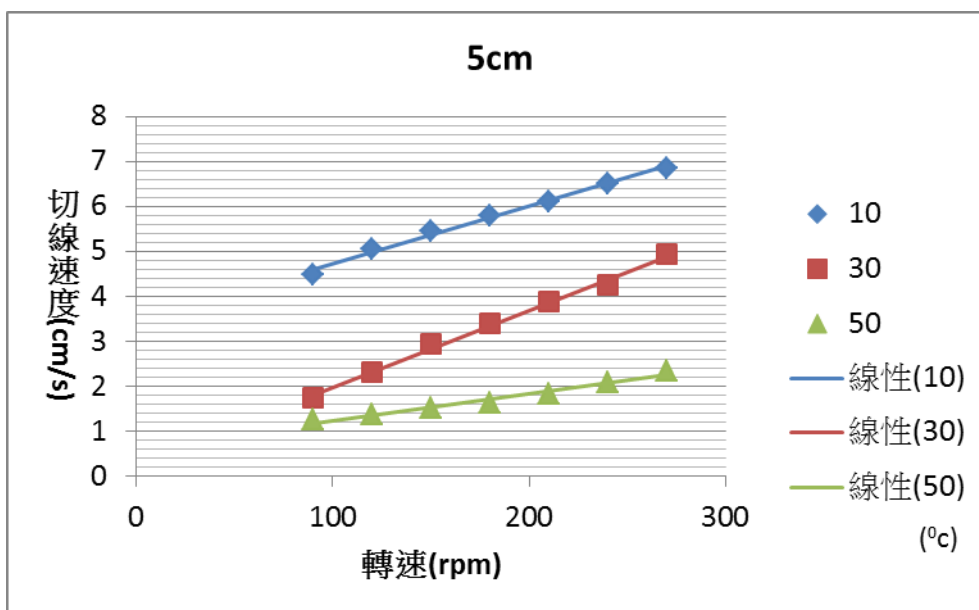


(圖十四)

實驗二(不同溫度之比較)

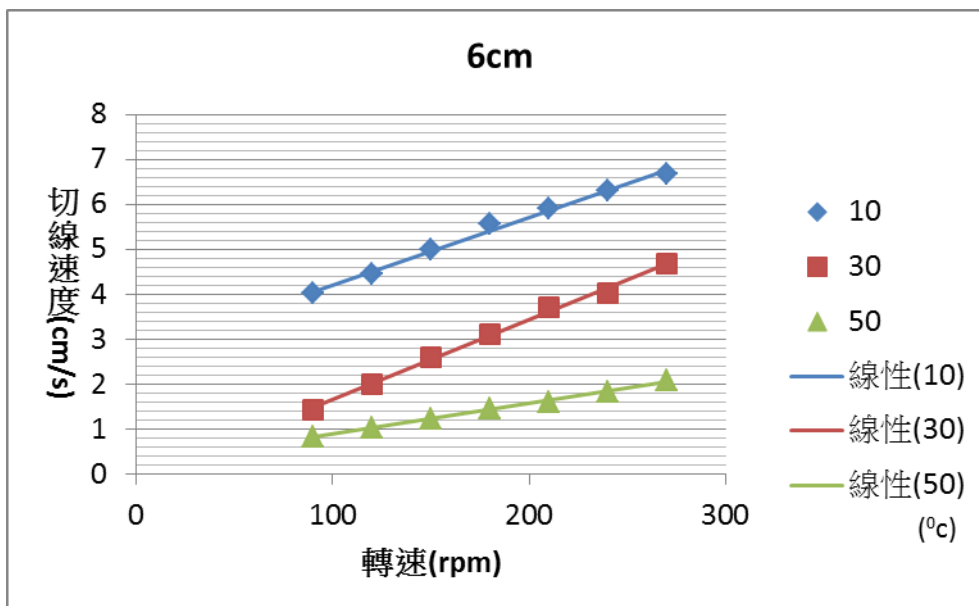
(一) 不溫度下切線速度-轉速關係

1. 距中心 5cm 處



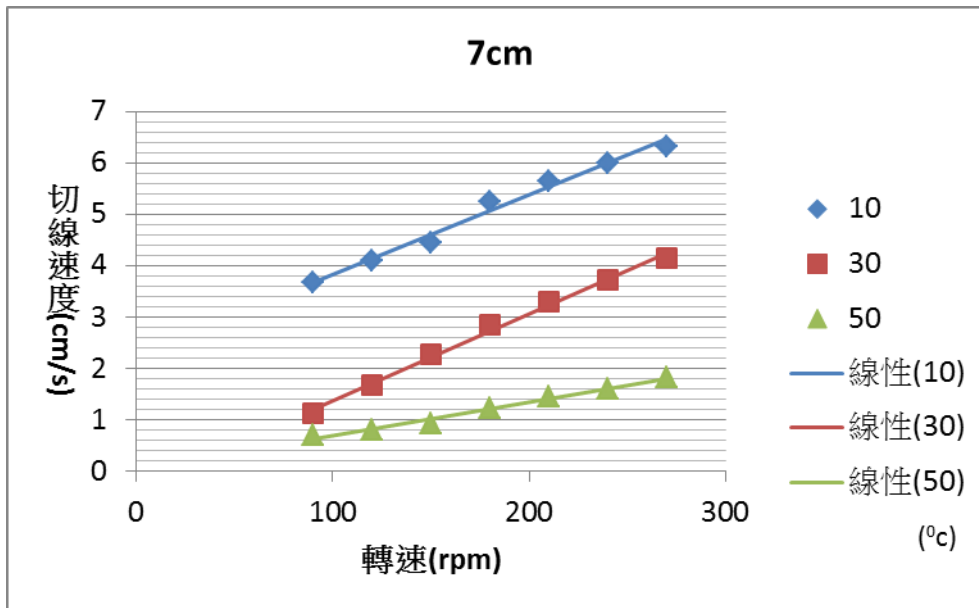
(圖十五)

2. 距中心 6cm 處



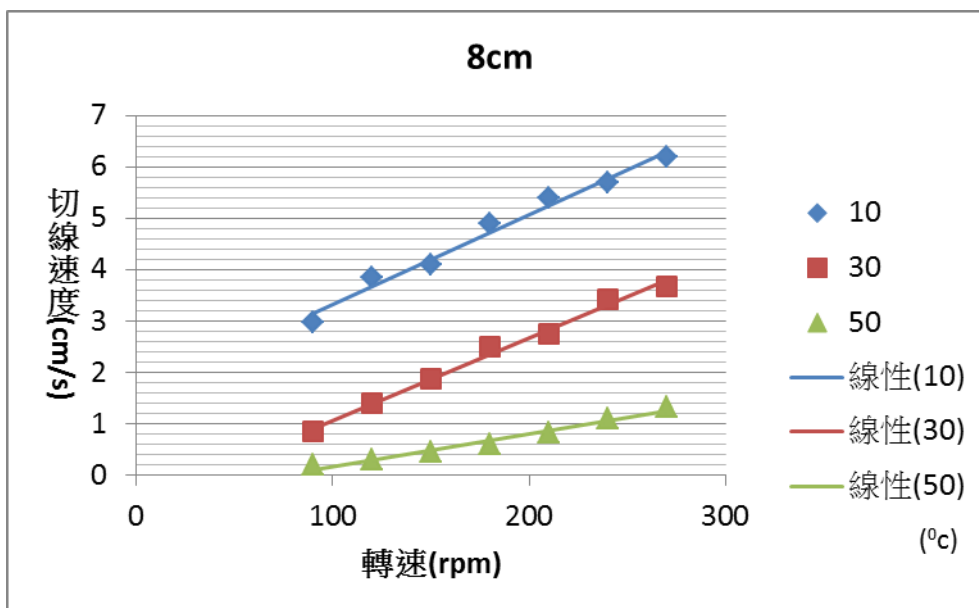
(圖十六)

3. 距中心 7cm 處



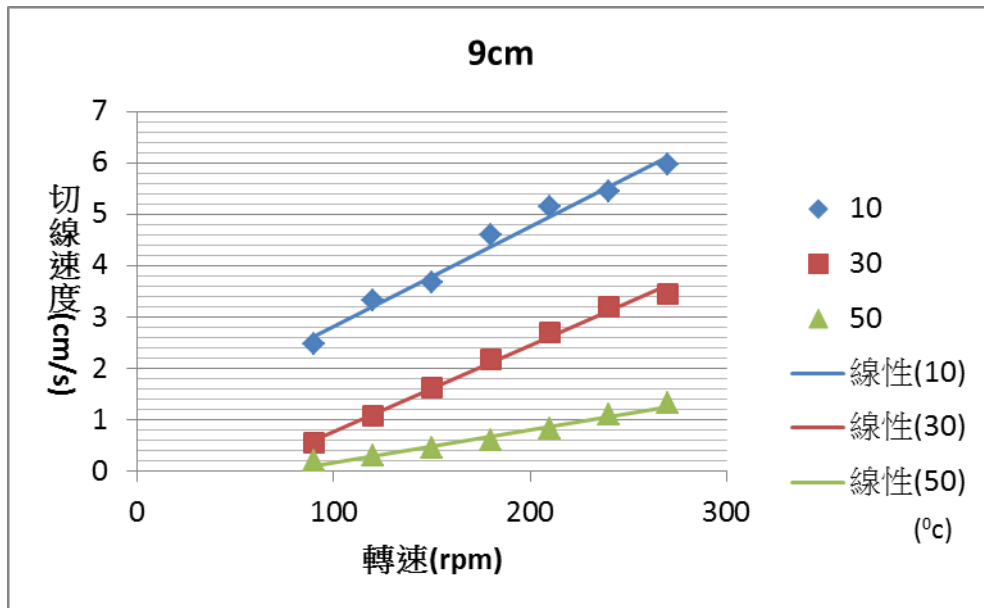
(圖十七)

4. 距中心 8cm 處



(圖十八)

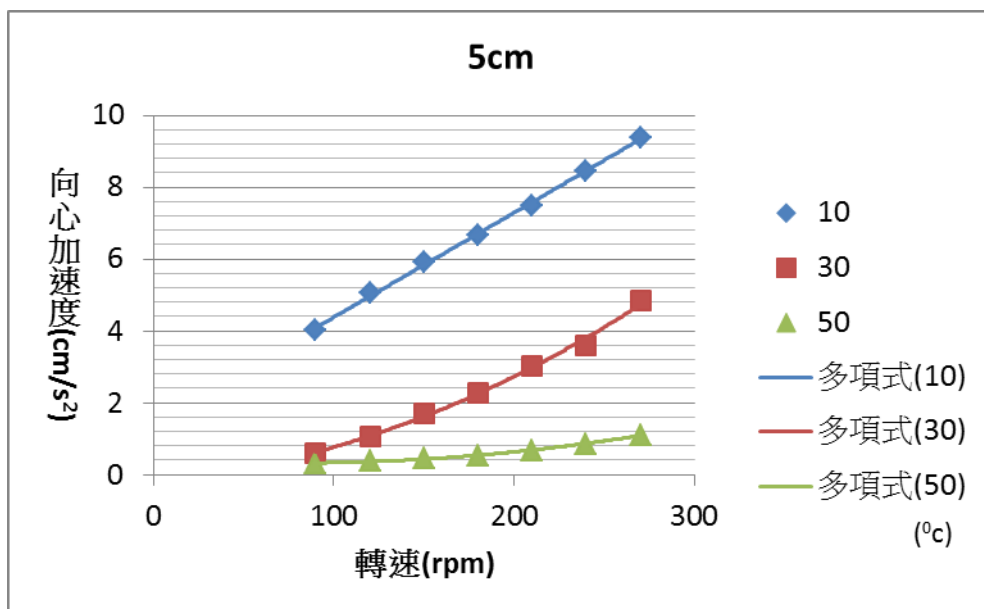
5. 距中心 9cm 處



(圖十九)

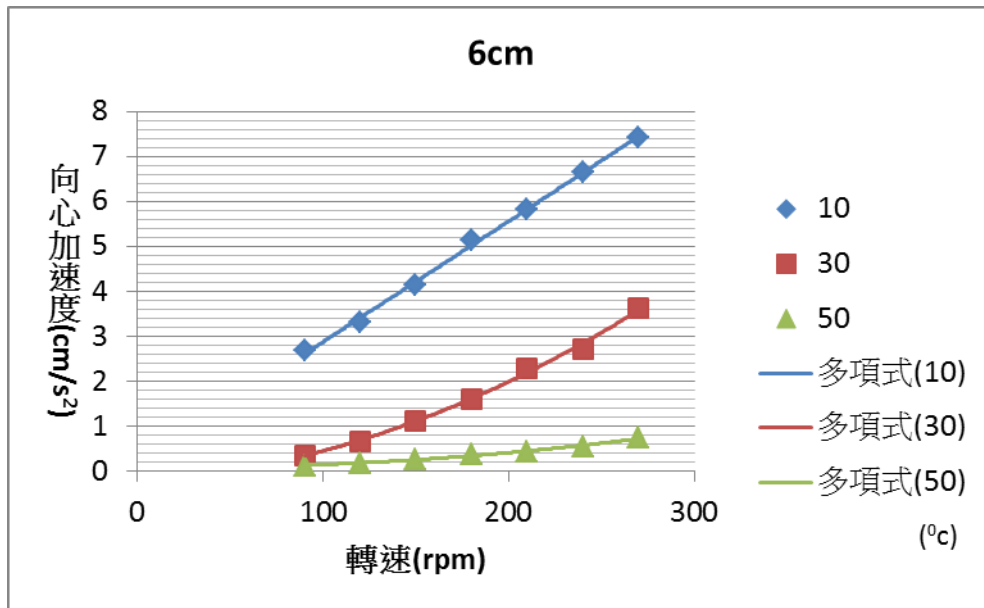
(二) 不同溫度下向心加速度-轉速關係

1. 距中心 5cm 處



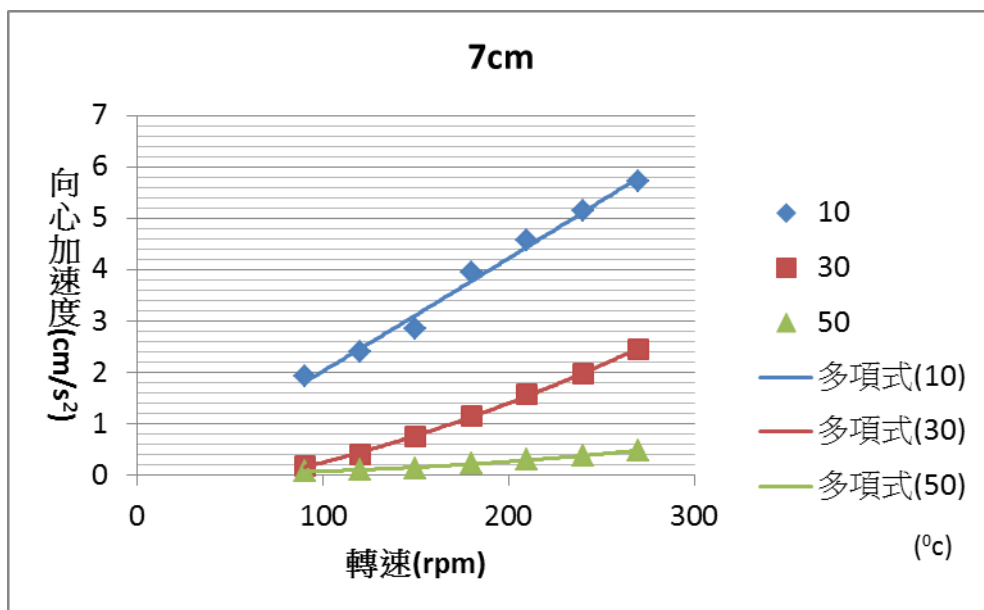
(圖二十)

2. 距中心 6cm 處



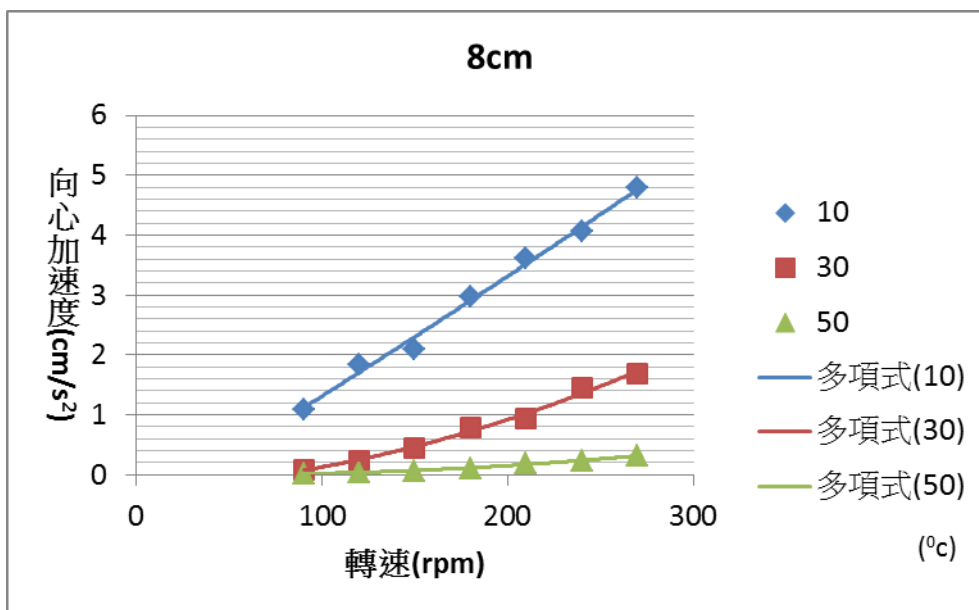
(圖二十一)

3. 距中心 7cm 處



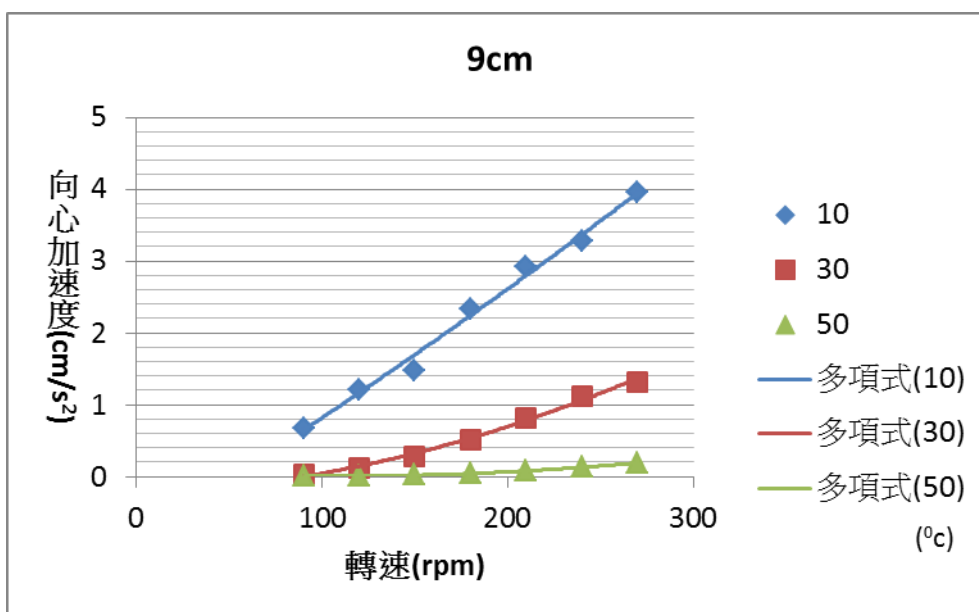
(圖二十二)

4. 距中心 8cm 處



(圖二十三)

5. 距中心 9cm 處



(圖二十四)

陸、分析與討論

一、由實驗(一)的圖一~圖五可得知，切線速度隨轉速增加而遞增，且呈線性關係 $v = a\omega_0 + b$ (ω_0 為中心轉速)的現象，這是由於旋轉水體由中央轉動體帶動，故轉速越高，固定距離的切線速率隨之增大。由五組數據中趨勢線的斜率可知切線速率隨轉速的增高以近似等差函數增加(如圖六)，推測此性質與流體本身的特性有關。

二、從實驗(一)的圖七可得知，切線速度與距離呈現反比關係 $v = \frac{k}{r}$ ，和已知的自由渦流公式符合。顯示漩渦是由中央旋轉體所帶動的水體，半徑越小，拖動的水量越少，故切線速度越快。

三、而在實驗(一)的圖八~圖十二發現，漩渦造成向心加速度變化的關係中，固定距離下向心加速度隨中心轉速增加而增加，呈二次關係，而與距離倒數成正比

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(a\omega_0 + b)^2}{r} = \frac{1}{r} \cdot (a^2\omega_0^2 + 2ab\omega_0 + b^2)$$

四、在不同溫度下進行實驗時，我們發現水溫愈高，水波的波速明顯降低，由水波波速公式

$$V = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi T}{\rho\lambda}} \quad (T \text{ 為表面張力})$$

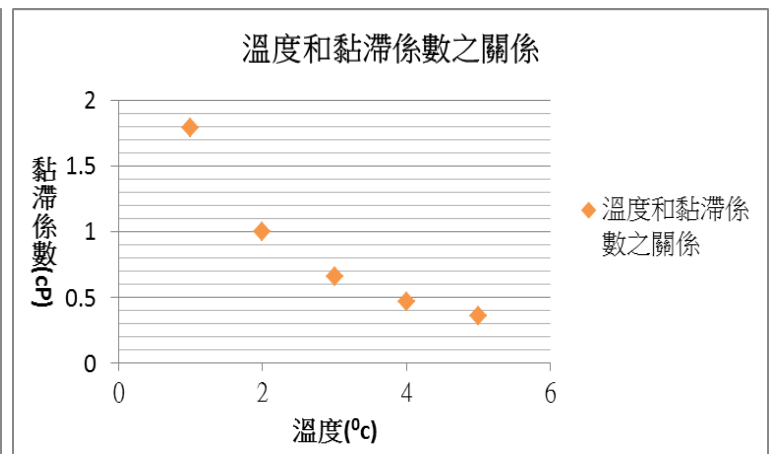
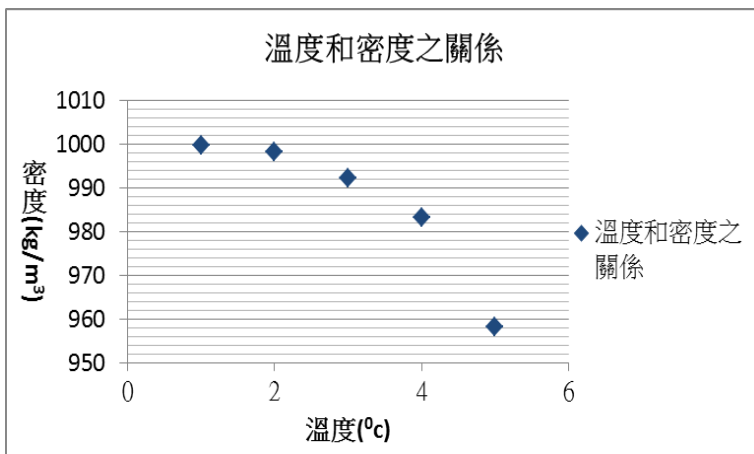
推測主要是受到表面張力的影響，溫度愈高，表面張力

愈低，故波速愈低。

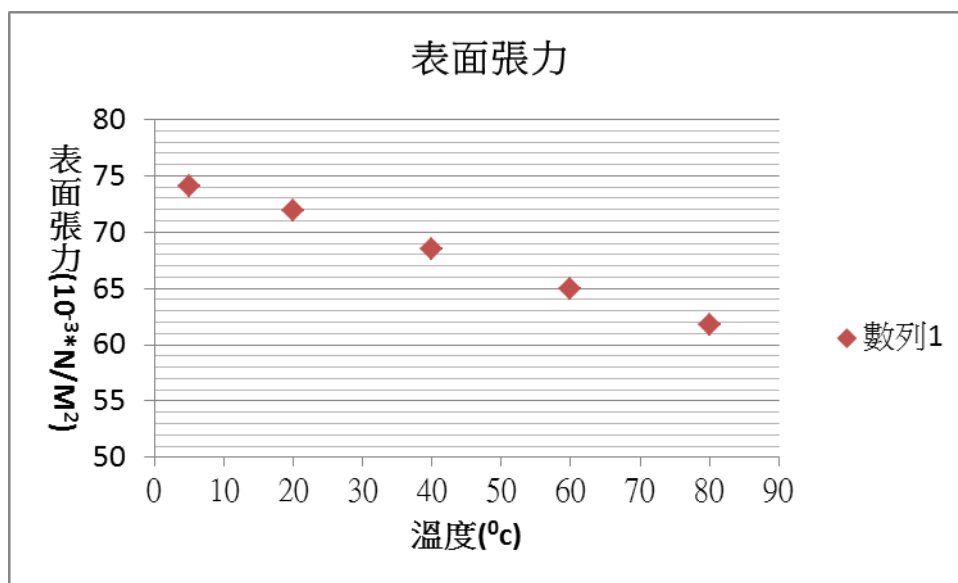
五、在水溫較高的水中，我們發現漩渦旋轉的切線速率明顯降低，且由實驗二的圖十五~圖十九可知， 10°C 和 30°C 溫下，切線速度隨轉速的關係圖的斜率相差不大，但 50°C 的斜率明顯降低。

六、我們推論中心扇葉的旋轉，帶動水分子的轉動，此過程與液體本身黏滯係數有關；而我們量測表面液體的運動，尚有表面張力的影響需考慮，故我們查得水在不同溫度下，水的密度、黏滯係數與表面張力的數據:[參考文獻第九、十項]

	0°C	20°C	40°C	60°C	80°C
黏滯係數(cP)	1.792	1.002	0.656	0.469	0.357
密度(kg/m^3)	999.840	998.203	992.212	983.191	958.345



純淨水	溫度				
	5 ⁰ c	20 ⁰ c	40 ⁰ c	60 ⁰ c	80 ⁰ c
表面張力(10 ⁻³ *N/M ²)	74.1	71.9	68.5	65	61.8



由圖表中可知，水的密度對水溫的變化並不顯著，而溫度升高時，黏滯係數大幅度降低，表面張力雖也呈降低的趨勢，但變化的幅度不及黏滯係數，故我們認為切線速率降低的主要因素為黏滯係數的影響。由於黏滯係數減少，水體不同層間的水分子作用力降低，故愈外層水分子旋轉的速度也跟著降低。

七、由實驗二的圖二十~圖二十四可知，漩渦造成的向心加速度與中心轉速變化的關係中，也隨溫度的升高而降低，應仍與黏滯力隨溫度升高而降低有直接的關係。

柒、結論

- 一、由圖一~圖五，漩渦切線速度隨轉速增加而遞增，且接近為線性關係。
- 二、由圖七，漩渦切線速度與距離倒數呈線性關係，推測切線速度與距離呈現反比。
- 三、由圖八~圖十二，漩渦向心加速度隨轉速增加而遞增，呈現正相關的二次函數關係。
- 四、由圖十四，漩渦向心加速度與距離倒數呈線性關係，而常數項極小故推測向心加速度與距離成反比關係。
- 五、由圖十五~圖十九，漩渦切線速度隨轉速增加而遞增，且固定轉速下，溫度越小，切線速度越大。
- 六、由圖二十~圖二十四，漩渦向心加速度隨轉速增加而遞增，且固定轉速下，溫度越小，向心加速度越大。
- 七、由中央旋轉體帶動的漩渦，切線速度與距中心半徑成反比關係，符合自由渦流公式，和漏水產生的渦流一樣，是一種自由渦流。
- 八、固定距離下漩渦的切線速度與轉速成線性關係，關係斜線斜率大致相同，推測與液體性質有關。
- 九、固定距離下漩渦的向心加速度與轉速成二次函數關係。
- 十、由於旋轉體所需帶動的水質量與距離成正比，故固定轉速漩渦向心加速度與距離成反比關係。
- 十一、由圖十五~圖十九漩渦產生的切線速度、向心加速度在溫度高、黏滯力低的水中，皆比在常溫的水中低。
- 十二、在實驗中，我們另外發現，在馬達轉速較高而水量較少時，水箱內外層有明顯高低差，推測這是由於旋轉扇葉大量帶走內槽水量所造成。
- 十三、水溫低，波速快時，整體漩渦的振幅有降低的情形，可能是由於製波器每次推動的水量固定，在波速快，波長長時分散在較長的範圍裡，造成振幅降低，反之在波速慢的水中則有相反的效應。

捌、未來研究方向

- 一、找出表面張力、黏滯力間影響的關係，以更精確地解釋漩渦在水體中產生的效應。
- 二、以收集到的數據實際解釋物體在漩渦水體中的運動狀態，幫助如攪拌器等器具的設計。

玖、參考文獻及其他

- 一、國立嘉義高中，李科翰、張家碩、黃俊源(2011)。實驗探討水中倒影的變因
- 二、國立新竹女子高級中學，林可涵、廖子萱(2006)。「漩」機重重
- 三、國立鳳山高級中學(2011)。快打漩風
- 四、國立臺南女子高級中學，陳玟靜、吳英瑜(2006)。旋轉舞動的水
- 五、國立台南第一高級中學，陳奕中(2003)。漩渦之美
- 六、BRUCE R. MUNSON、DONALD F. YOUNG、THEODORE H. OKIISHI(民國 86 年)。流體力學(上)。台北市：高立圖書
- 七、國立成功大學，廖純章(2005)。以強制渦流沖蝕儀探討地工合成物之耐沖蝕行為
- 八、國立新竹女子高級中學，古亭安，賴靜瑤(2009)。漩麗奇跡-漩渦崩潰現象之探討
- 九、國立嘉義高中，李文堂老師、國立彰化師範大學物理系，洪連輝教授。水波的波速<Speed of Water> 高瞻自然科學教學資源平台
- 十、國立東華大學，黏滯係數測定實驗

【評語】 040114

1. 優點：研究漩渦中的速度、加速度變化，實驗內容豐富，數據完整。而且能用簡易設備進行實驗，值得鼓勵。
2. 待改進：流力問題實際上複雜，要有精確的物理分析有困難，較難得到新穎科學。