

中華民國第 52 屆中小學科學展覽會 作品說明書

高中組 物理科

最佳團隊合作獎

040112

液滴碰撞—撞出能量新觀點

學校名稱：國立臺南第一高級中學

作者： 高二 吳宙儒 高二 翁義軒	指導老師： 王俊乃 蔡銘賢
-------------------------	---------------------

關鍵詞：液滴、碰撞、能量

題目：液滴碰撞-撞出能量新觀點

摘要

本研究著重在觀察水滴的碰撞，以微量滴管控制水滴質量由 $0.01\text{g}\sim 0.05\text{g}$ 漸增，以高速相機拍攝，紀錄極短時間內的碰撞過程，而後將照片分析，求出碰撞前、碰撞後動能變化，計算出動能損耗率，最後以圖表呈現數據，找出其中特別的發展趨勢。實驗結果發現：(1) 水滴碰撞後融合或分開的機率受質量影響；(2) 在碰撞後動能損耗率方面，主要受水滴質量、入射速度、碰撞參數對水滴粒徑比例、碰撞後融合或分開等，皆有影響，並集中在 $50\%\sim 80\%$ 之間；(3) 水滴在碰撞後動能竟然增加了！深入研究發現可能與表面位能的釋放有關，並推導出相關公式驗證。

壹、動機

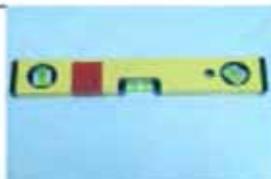
每次經過學校草皮時，總會看見灑水器在運作。當兩台灑水器往反方向灑水時，兩條水柱就會相撞，而相撞的過程中，兩水柱就會有部分的水互相穿透，而形成霧狀水花。這讓人好奇水柱在相撞過程中產生了什麼樣的變化，而在水柱碰撞的過程中，又會有多少能量散失，甚至是由動能轉換成其他形式的能量，且在各種影響的因素中，又是哪些因素影響能量變化較多。於是我們決定著手研究，但是水柱的水量不好控制，於是我們採用較好控制的水滴來研究，探討在碰撞前後的動能損耗率。

貳、研究目的

- 一、探討質量相同的兩水滴相互碰撞時，各種不同質量、碰撞前的相對速度、碰撞參數對水滴的粒徑比例等三項變因對碰撞前後動能損耗率的影響
- 二、探討兩水滴相互碰撞時，碰撞後水滴融合或分開對動能損耗率的影響
- 三、探討質量相同的兩水滴相互碰撞後，分開與融合的比率
- 四、探討實驗過程中發現的各種現象及相對應的理論模型

參、研究設備及器材

一、使用的軟體及器材

軟體		功能	
PhotoImpactX3		分析圖片，獲得距離、時間、角度、碰撞參數等數據	
Excel		輸入數據以求得速率、整理數據並且繪圖分析結果	
材料		自來水、蠟燭	
器材	軌道	器材	微量滴管
圖片	 軌道寬度：3mm、4mm、4.5mm、5mm、5.5mm	圖片	
用途	1.作為碳粒附著之軌道表面 2.用來控制水滴流下的速度	用途	控制水滴的體積
器材	高速相機	器材	照明燈（規格：最大 150w）
圖片	 品牌型號:Casio EXILIM Pro EX-F1	圖片	
用途	拍攝水滴互相撞擊的過程	用途	增加光線，以利拍攝進行
器材	燒杯（規格:500ml）	器材	水平儀
圖片		圖片	
用途	盛裝實驗用自來水	用途	檢測實驗平台是否水平，和調整相機和實驗平台互為水平
器材	打火機	器材	角架
圖片		圖片	
用途	點燃蠟燭以燒烤軌道	用途	架設相機使相機不易晃動

二、設備的架設 (本圖未依實際比例繪製)

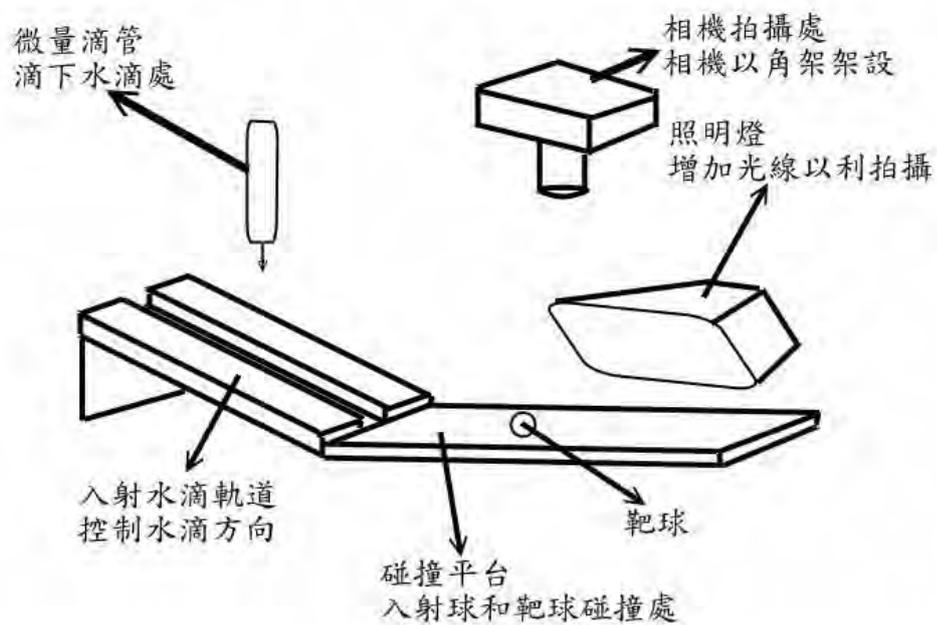


圖 2

肆、研究過程及方法

一、理論

(一)質點的碰撞

本實驗水滴進行碰撞的方式，是以一水滴為靜止的靶球，另一水滴為具有初速度的入射球，兩水滴在一平面上進行二維碰撞的方法操作實驗。

物理學中的碰撞為兩粒子或兩物體間極短的相互作用，碰撞前後發生速度、動量和能量變化。由能量轉移方式分為彈性碰撞和非彈性碰撞。以下分別針對這兩者討論之。

1、彈性碰撞

碰撞前的系統總動能 = 碰撞後的系統總動能。

碰撞後碰撞物能變回原本的型態(能量狀態)，碰撞後能量不轉換為內能(熱或變形)的碰撞，意即總動能在碰撞前、後沒有損失，碰撞遵守動能守恆和動量守恆定律。

(1) 碰撞前後動能守恆：

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

其中 m_1 ：入射球質量 v_1 ：入射球速度 v_1' ：碰撞後入射球速度

m_2 ：靶球質量 v_2 ：靶球速度 v_2' ：碰撞後靶球速度

(2) 動量守恆定律：

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$$

2、非彈性碰撞

非彈性碰撞是指整個系統在碰撞後，部份的動能轉換成物體之內能，而使得碰撞前後的動能不守恆。

$$\text{碰撞前： } E_k = \frac{m_2 \cdot v_1^2}{2}, \quad p = m_1 \cdot v_1$$

$$\text{碰撞後： } E_k = \frac{(m_1 + m_2) \cdot V_2'^2}{2} + U, \quad p' = (m_1 + m_2) \cdot v_2'$$

3、非彈性碰撞的動能變化率：
$$\frac{\text{末動能} - \text{初動能}}{\text{初動能}} \times 100\%$$

(註：本實驗為求數據分析便利，取動能變化率之絕對值，得動能損耗率)

4、完全非彈性碰撞

兩物體相撞後，入射物體的速度減少，原本靜止之物體開始運動，在無外力的作用下，當整個系統的動能損耗率到達最大時，即為完全非彈性碰撞。此時的入射物體和原本靜止之物體速度相等，而最大的動能損耗率為 50%。

最大動能損耗率為 50%的證明如下：

$$\text{動量守恆： } m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v' \text{ 當 } m_1 = m_2 \text{ 時，則 } v' = \frac{1}{2} v_1$$

$$\begin{aligned} \text{動能損耗率： } & \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v'^2 - \frac{1}{2} m_2 v'^2 \right) \div \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \times 100\% \\ & = \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{4} m_1 v_1^2 \right) \div \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \times 100\% \\ & = 50\% \end{aligned}$$

其中 m_1 ：入射球質量 v_1 ：入射球速度 v_1' ：碰撞後入射球速度

m_2 ：靶球質量 v_2 ：靶球速度 v_2' ：碰撞後靶球速度

(二) 液滴的碰撞

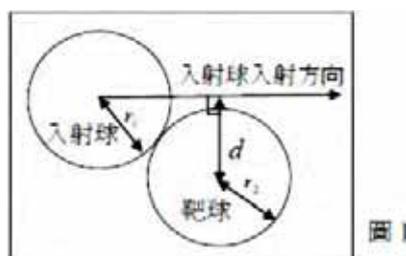
1、歷年各種液滴碰撞的相關研究文獻整理

在歷年的相關研究中，大多的研究都是觀察水滴在碰撞時，所產生的現象，像是水滴碰撞後的形變情形、碰撞後分開或融合的機率，但卻沒有研究水滴在碰撞前後的能量變化，因此本實驗主要是著手在水滴碰撞前後，系統移動總動能的損耗率的研究；且歷年相關研究中，水滴大多是在空中碰撞，或是在高溫的金屬板上碰撞，因而此實驗也往在平面上的二維碰撞方向進行，但是實驗卻是在常溫下即可操作。

2、碰撞參數對水滴的粒徑比例

$$\text{此比例定義為： } \frac{\text{碰撞參數}}{\text{兩液滴半徑和}} = \frac{d}{r_1 + r_2} \text{ (圖 1)}$$

之所以使用碰撞參數對水滴的粒徑比例，是因為當不同半徑大小的水滴碰撞時，單單使用碰撞參數，並不能完全表現出不同半徑大小水滴之間的碰撞關係，而使用此比例則可以讓不同大小的水滴碰撞相互比較，當比例為 0 時，代表水滴是正面碰撞，比例等於 1 為擦撞，大於 1 則為不碰撞。



二、實驗架構圖

為配合此研究的動機與目的，以提出此研究之架構。操作變因為水滴質量、入射球初速、碰撞參數對水滴粒徑比例等三項，應變變因為動能損耗率、水滴分開或融合等兩項。整體研究架構如下圖所示：

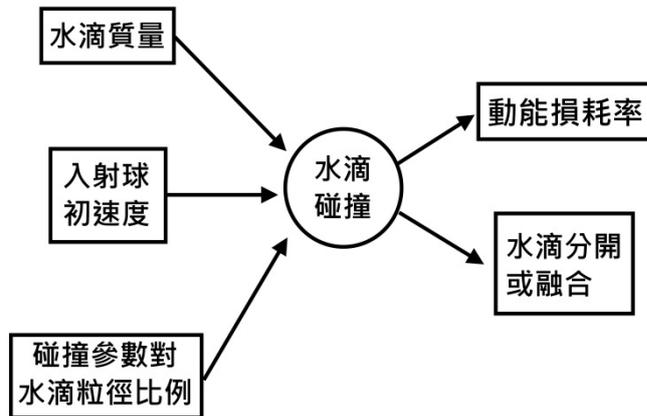


圖 3

三、實驗流程圖

了解水滴質量、入射球初速、碰撞參數對水滴粒徑比例對碰撞後動能損耗率、水滴分開或融合所造成的影響，如下圖所示：

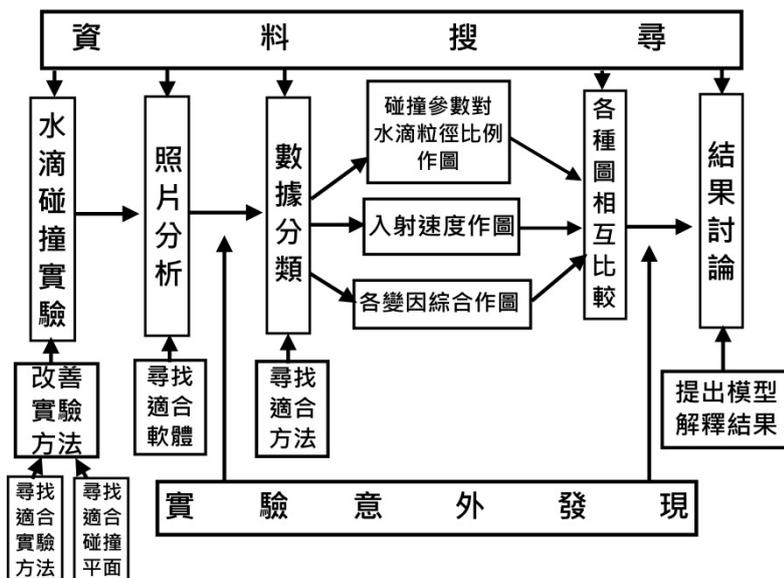


圖 4

四、實驗說明

說明（一）軌道製作

- 1、使用蠟燭燭火將玻璃軌道均勻燻黑（圖 5），讓碳粉附著在軌道上，使水滴在軌道表面形成球狀。（圖 6）
- 2、利用水平儀，將放置軌道的桌面調整成水平以減少實驗誤差。



圖 5



圖 6

說明（二）水滴運動與碰撞

- 1、入射球和靶球質量各有 0.01ml、0.02ml（圖 7）、0.03ml（圖 8）、0.04ml（圖 9）、0.05ml（圖 10）（註：水的密度為 1g/ml 所以 0.01 ml = 0.01g，其他質量依此類推）。



圖 7



圖 8



圖 9



圖 10

- 2、利用水滴在軌道上滴下位置的高低，粗略控制水滴的入射速率快慢。（圖 11）



圖 11

說明（三）紀錄水滴碰撞過程

將腳架調到適當高度並架上高速相機，架設過程中需不斷以水平儀調整（圖 12），確保高速相機鏡頭面呈水平，再以水平儀確定實驗平台呈水平，放上軌道並調整相機位置，使相機鏡頭確實對準水滴碰撞平台，由上往下拍攝，最後擺上照明燈，加強拍攝時的光線使照片更清晰。（圖 13）

使用腳架的目的：使用角架除了固定相機之外，還可以固定每次拍攝照片時的高度相同，且與水滴碰撞平台保持適當的距離時，才不會讓照片因為相機鏡頭弧度的緣故，而讓照片中的物體出現拉長或壓扁的情形。



圖 12



圖 13

說明（四）數據擷取方式

使用影像分析軟體 PhotoImpact 測量入射球位移、碰撞參數、入射球和靶球碰撞後位移等數據。

- 1、速度：以測量工具測量碰撞前、後連續兩張照片(圖 14)液滴移動距離再除以時間間隔（單位：mm/s）。
- 2、碰撞參數：以測量工具測量碰撞前一張相片之靶球球心與入射線之垂直距離。
- 3、液滴半徑：先找液滴圓心，再測量圓心至圓周長度，多次進行測量，再取平均值。

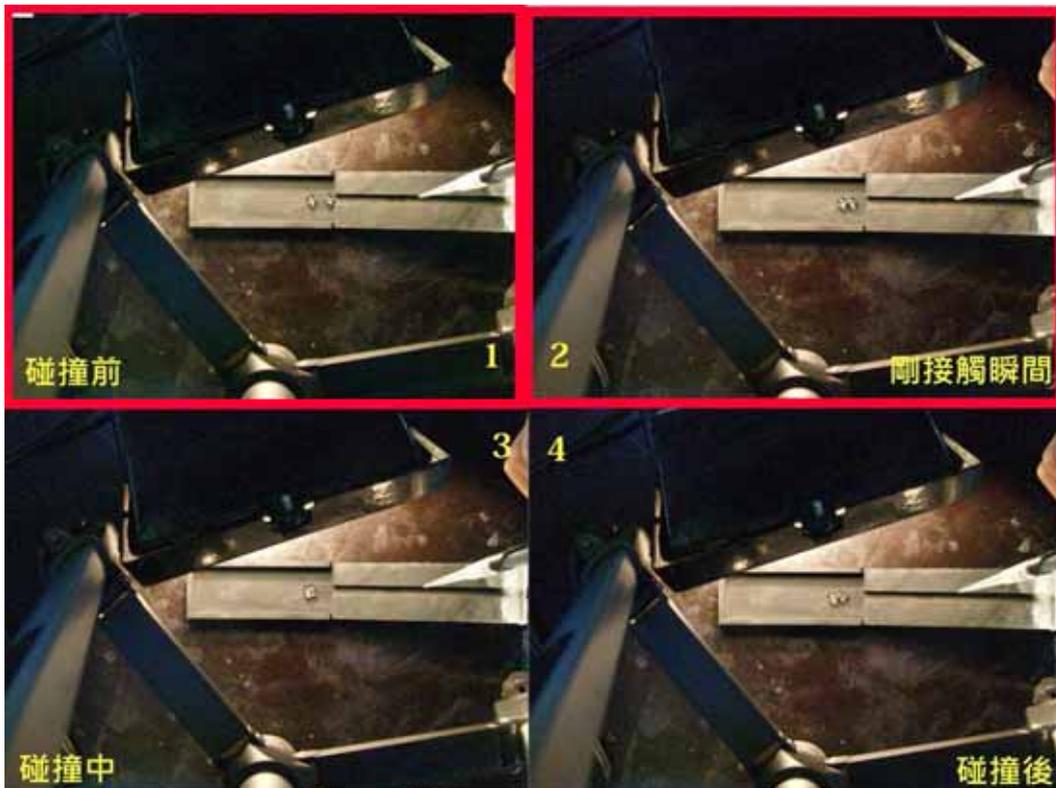


圖 14

說明（五）數據分類方式

- 1、先將質量 0.01g 之水滴的數據取出。
- 2、在大量的數據中，將動能損耗率為正值和負值的數據分開。
- 3、將動能損耗率為負值的數據分成分開、融合兩組。
- 4、分開、融合兩種數據中，將碰撞參數對水滴粒徑比例以 0.2 為一範圍，由小到大依序分組。
- 5、將 3 所得的數據再以另一份檔案將相對入射速度以 20mm/s 範圍為一組，由小到大依序分組。
- 6、將 4 和 5 所得之數據，依動能損耗率由小到大排序並編號。
- 7、水滴質量 0.02g、0.03g、0.04g、0.05g 依序重複 2~6 的步驟。

以上七點步驟以圖表示（如圖 15）

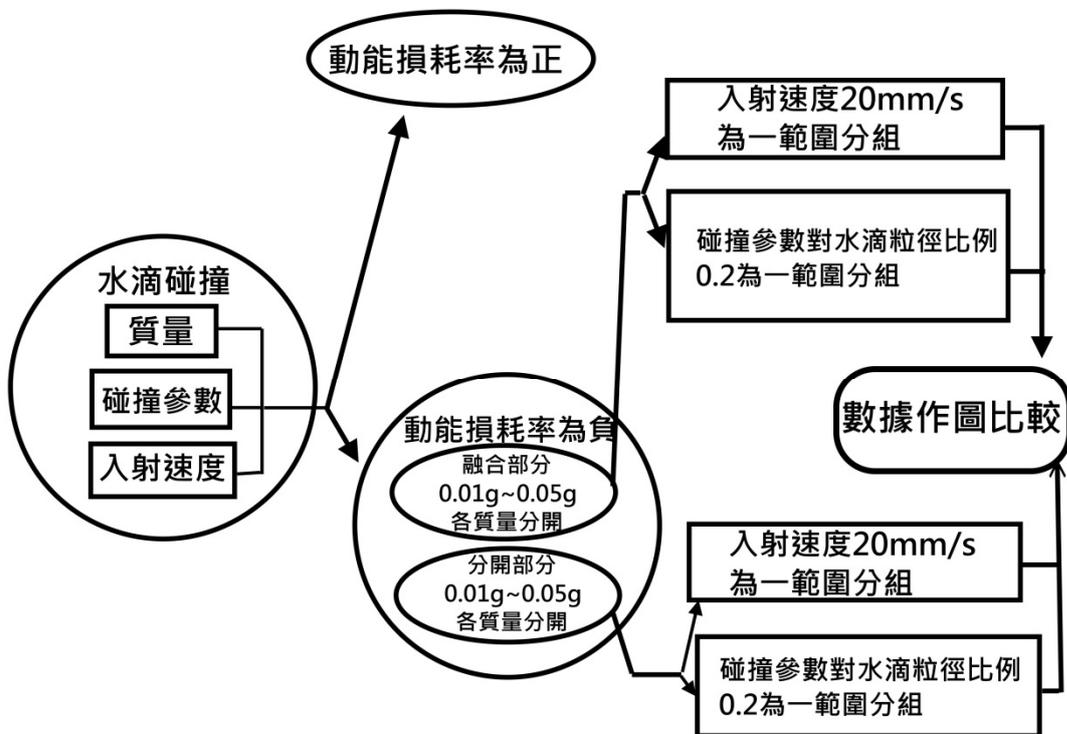


圖 15

說明（六）數據分析方式

求動能損耗率：將說明（四）獲得之數據輸入 Excel，以動能公式求得動能，分析碰撞前和碰撞後之動能變化，求出動能損耗率。

五、實驗部分

(一) 探討質量相同的兩水滴相互碰撞時，各種不同質量、碰撞前的相對速度、碰撞參數對水滴的粒徑比例對碰撞前後動能損耗率的影響

變因有(1)入射球和靶球的質量(2)入射球速率(20mm/s 為一範圍)(3)水滴碰撞後是融合或分開(融合和分開分成兩類數據討論)(4)碰撞參數對水滴的粒徑比例(0.2 為一範圍)等四項變因。

而各種探討的因素中，各以其相對的變因為操作變因，一次以一變因為主，以探討其對實驗結果的影響。

(二) 探討兩水滴相互碰撞時，碰撞後水滴融合或分開對動能損耗率的影響

控制變因	1. 入射球和靶球的質量相同(皆為 0.01g、0.02g、0.03g、0.04g、0.05g) 2. 入射球速率相同(20mm/s 為一範圍) 3. 碰撞參數對水滴的粒徑比例相同(0.2 為一範圍)
操縱變因	水滴碰撞後是融合或分開

(三) 探討質量相同的兩水滴相互碰撞後，分開與融合的比率

將各質量分開和融合的實驗數據分成兩類，分別計算出分開和融合所佔之比率。

(四) 觀察實驗過程中發現的各種現象及相對應的理論模型

根據以上實驗發現的各種現象，追加質量 0.012g~0.018g 之實驗以及水滴從軌道上滑下，不碰撞之實驗，分別求得碰撞後動能增加的比率關係及摩擦力和水滴轉動對實驗結果的影響。

伍、研究結果

為了確認實驗數據的多少對於實驗結果的影響，我們先將前半段數據取出，畫出趨勢圖，再和所有數據所畫出的趨勢圖比較：

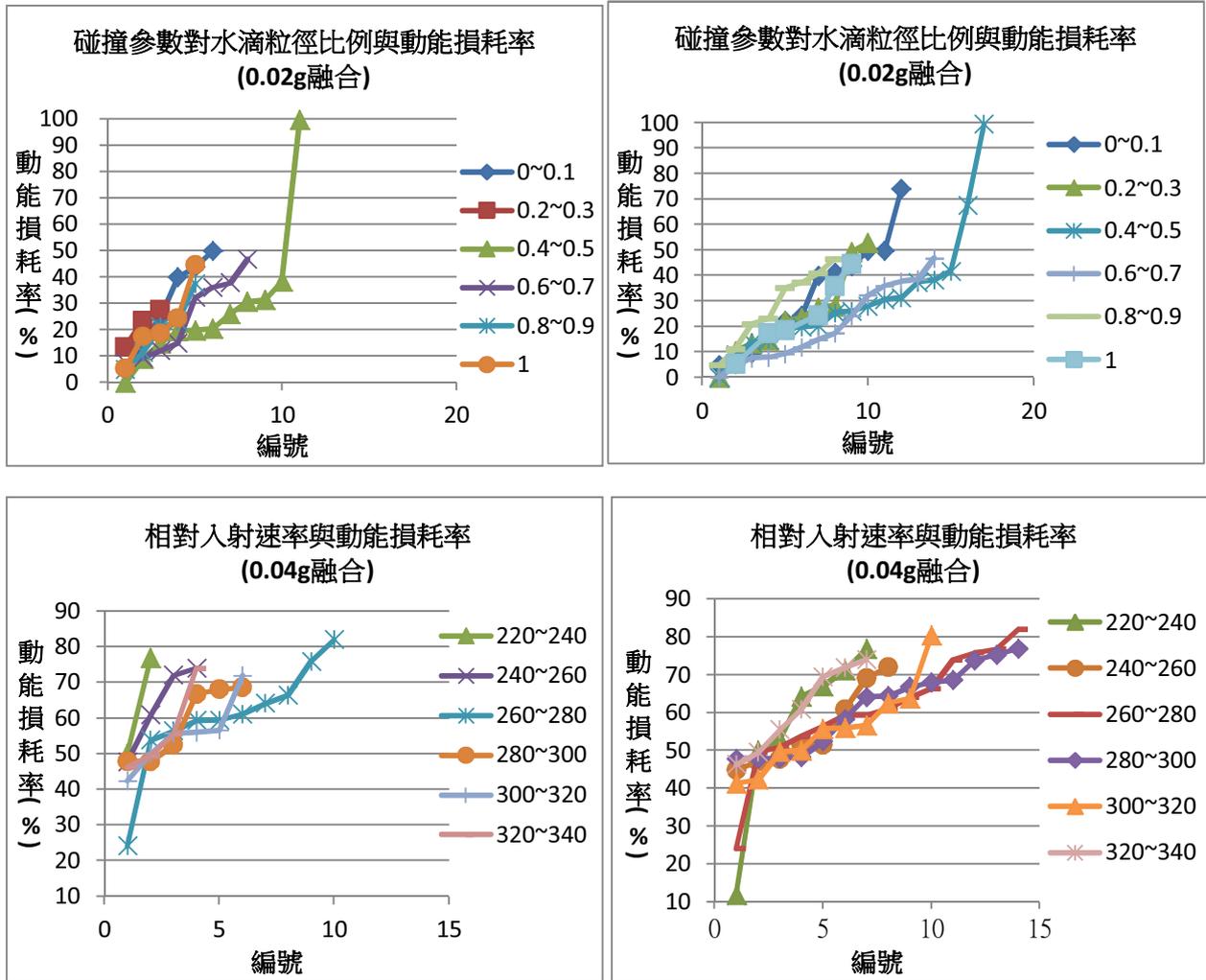


圖 16 數據趨勢比較圖

由圖 16 可知實驗前半段數據集中在同一區間，如左方兩張圖為取實驗前半段數據作圖，右方兩張圖為本實驗完整數據作圖，可證明數據愈多是讓資料點更加密集，以編號為橫軸作圖，折線並不會無限上升。

一、探討質量相同的兩水滴相互碰撞時，各種不同質量、碰撞前的相對速度、碰撞參數對水滴的粒徑比例對碰撞前後動能損耗率的影響

(一) 不同質量對碰撞前後動能損耗率的影響

質量對碰撞前後動能損耗率的關係圖：先把融合和分開的數據分為兩類，再分別將兩類數據的動能損耗率由小至大編號，之後再以編完號之數據和相對的動能損耗率作折線圖，再將各質量之數據結合在同一張圖。

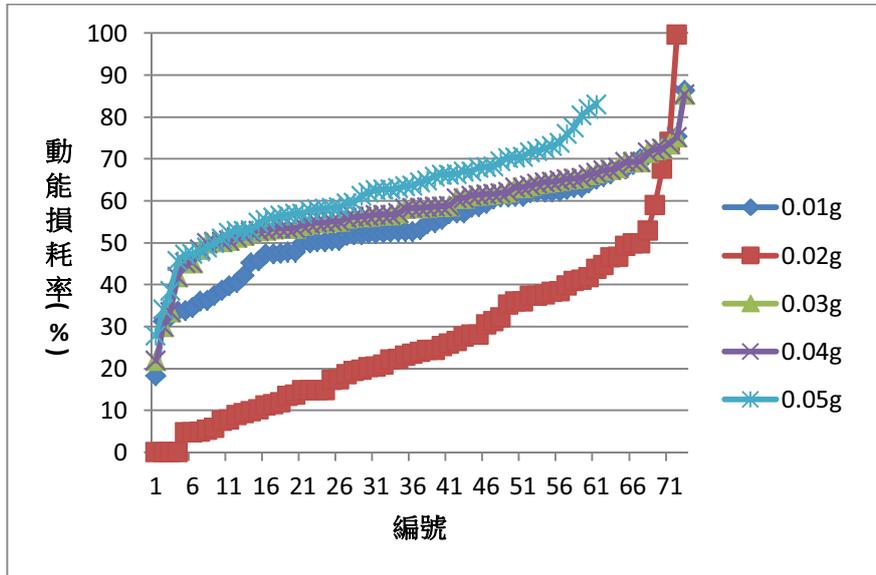


圖 17 0.01g~0.05g 水滴碰撞後融合和動能損耗率散佈圖

由圖 17 知水滴質量愈大，碰撞後融合的動能損耗率愈大，尤其 0.01g、0.03g、0.04g、0.05g 三條折線幾乎重疊，而 0.01g、0.03g、0.04g、0.05g 動能損耗率集中於 40%~80%，0.02g 則明顯有別於其他。

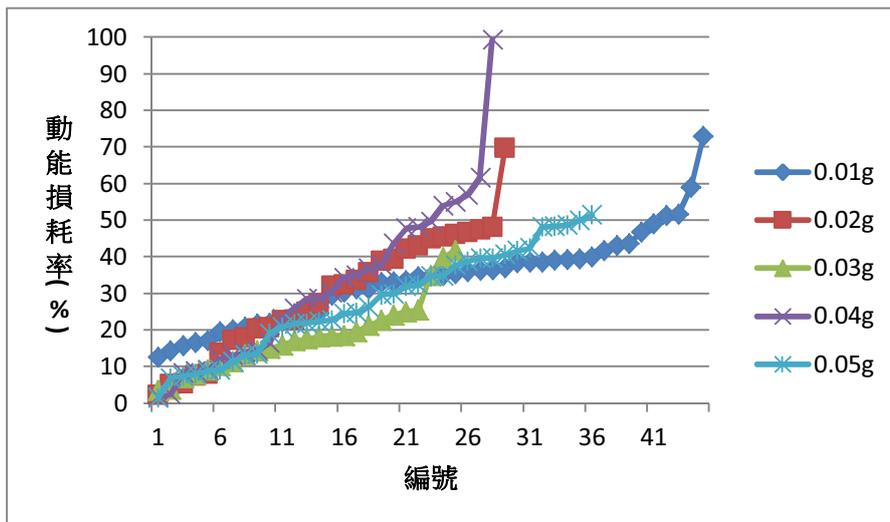


圖 18 0.01g~0.05g 水滴碰撞後分開和動能損耗率散佈圖

由圖 18 知水滴質量愈大，碰撞後分開的動能損耗率愈小，0.03g、0.04g、0.05g 三條折線幾乎以同一趨勢發展。而且五種質量的動能損耗率分布廣，較少集中。

(二) 碰撞前的相對速度對碰撞前後動能損耗率的影響

碰撞前的相對速度對動能損耗率的關係圖：先把融合和分開的數據分為兩類，之後將相對入射速度以每 20mm/s 為一範圍分組，再將分組後的速度由小至大編號，最後再以編完號之數據和相對的動能損耗率作折線圖。

1、融合部分：茲將質量分別為 0.01g~0.05g 的液滴之相對入射速度對動能損耗率之關係圖，整理如圖 19~圖 23，而又得各質量之相對入射速度的平均動能損耗率，得圖 24。

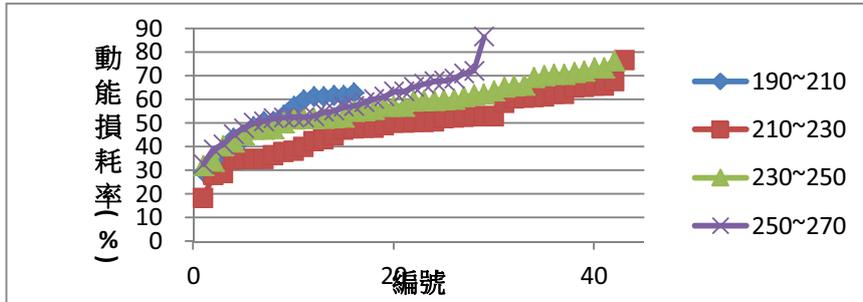


圖 19 液滴質量 0.01g 碰撞後融合，動能損耗率與相對入射速度關係

由圖 19 知各速度的動能損耗率大多分布在 35%~75%之間。

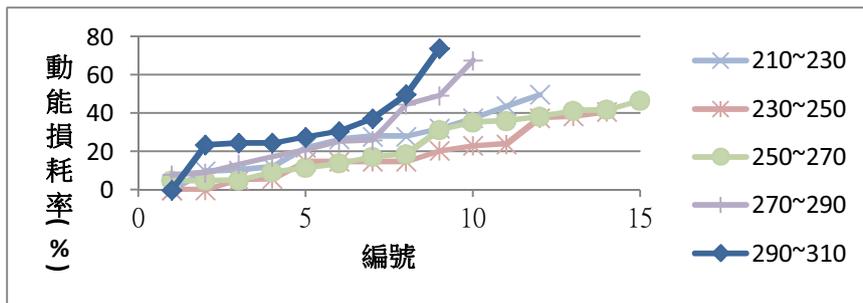


圖 20 液滴質量 0.02 g 碰撞後融合，動能損耗率與相對入射速度關係

由圖 20 知大部份的動能損耗率皆小於 50%，各速度的動能損耗率分布差不多，且速度 290mm/s~310mm/s 動能損耗率都高於其他速度，其他速度 230mm/s~250mm/s 和 250mm/s~270mm/s、210mm/s~230mm/s 和 270mm/s~290mm/s 兩組各自成同一趨勢。

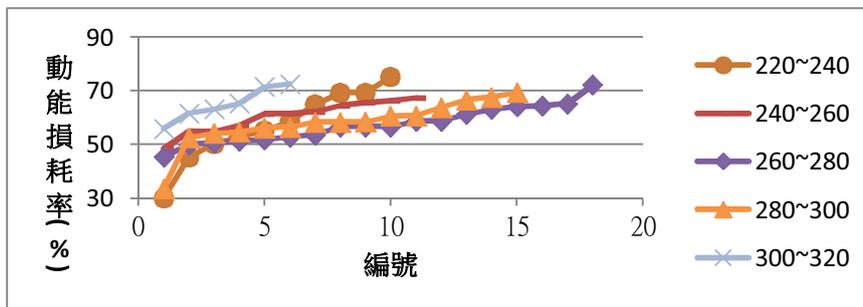


圖 21 液滴質量 0.03 g 碰撞後融合，動能損耗率與相對入射速度關係

由圖 21 知動能損耗率大多在 50%以上 70%以下，且速度 300mm/s~320mm/s 動能損耗率有別於其他組數據，而 220mm/s~240mm/s 和 240mm/s~260mm/s、260mm/s~280mm/s 和 280mm/s~300mm/s 兩組各自成同一趨勢。

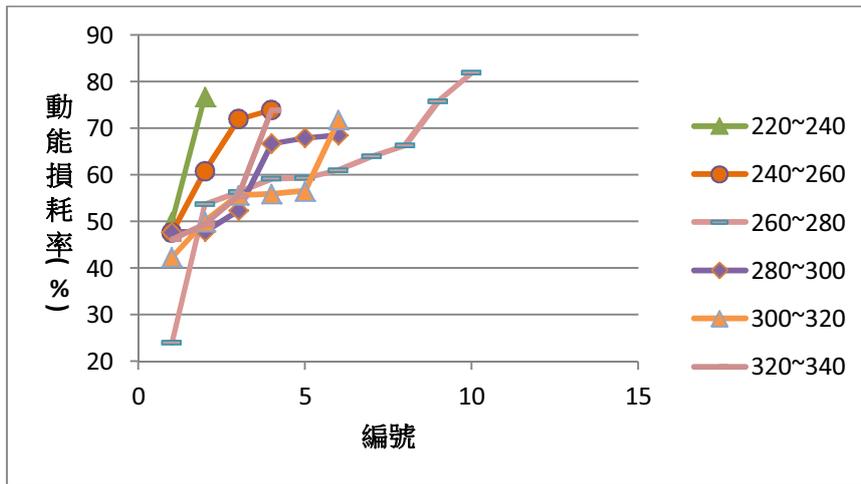


圖 22 液滴質量 0.04 g 碰撞後融合，動能損耗率與相對入射速度關係

由圖 22 知動能損耗率大多介於 45%~70% 之間，且 220mm/s~240mm/s 和 240mm/s~260mm/s 和 320mm/s~340mm/s、260mm/s~280mm/s 和 280mm/s~300mm/s 和 300mm/s~320mm/s 動能損耗率的趨勢相近。

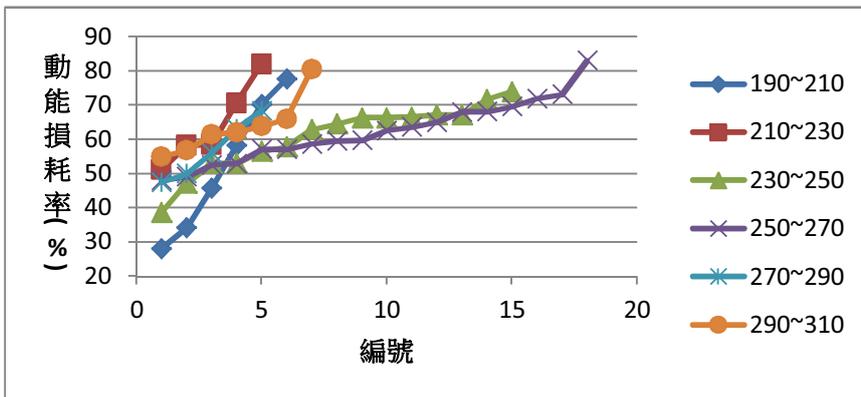


圖 23 液滴質量 0.05 g 碰撞後融合，動能損耗率與相對入射速度關係

由圖 23 知動能損耗率大多集中在 50%~70% 之間，大部分的動能損耗率趨勢線。

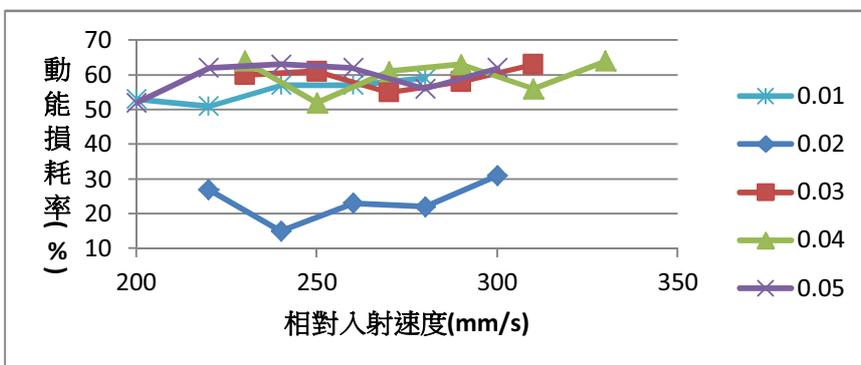


圖 24 液滴質量 0.01g~0.05g，碰撞後融合，動能損耗率與相對入射速度關係

由圖 24 知除了 0.02g 外，大多集中在動能損耗率 50%~70% 且趨勢相似，而 0.02g 則顯得特別不一樣；且每種質量的動能損耗率在速度較快與較慢的部分，都比相對速度在中等的動能損耗率還要高。

2、分開部分：將質量分別為0.01g~0.05g的液滴之相對入射速度對動能損耗率之關係圖，整理如圖 25~圖 29，而又得各質量之相對入射速度的平均動能損耗率，得圖 30。

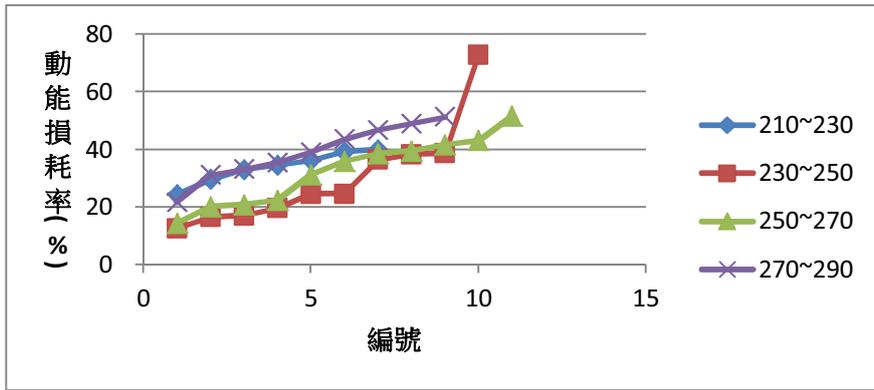


圖 25 液滴質量 0.01g 碰撞後分開，動能損耗率與相對入射速度關係

由圖 25 看不出規律。

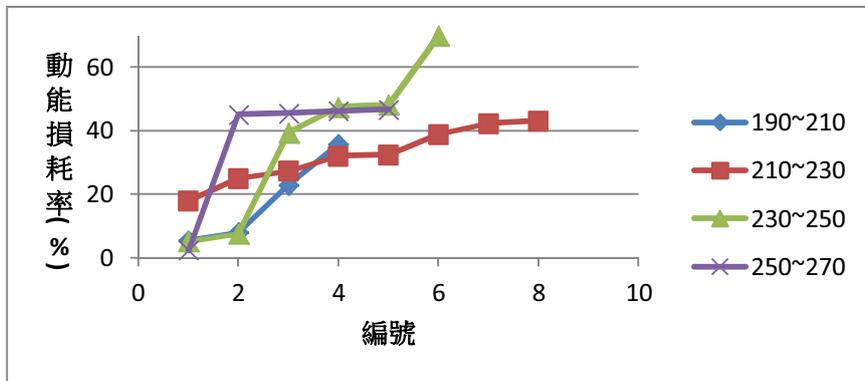


圖 26 液滴質量 0.02g 碰撞後分開，動能損耗率與相對入射速度關係

由圖 26 看不出規律。

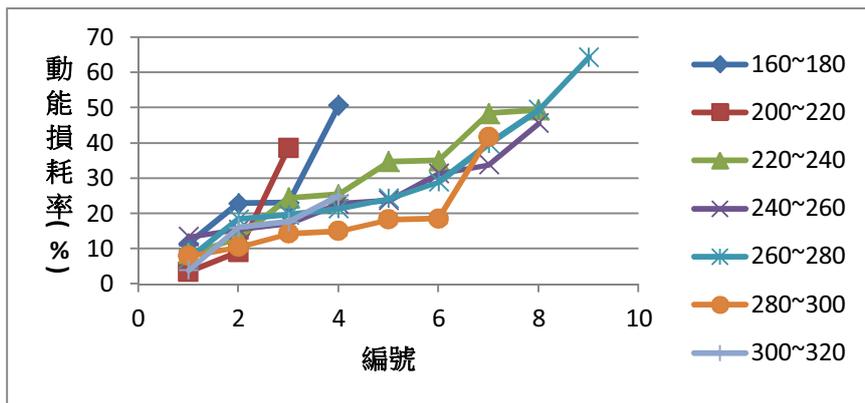


圖 27 液滴質量 0.03g 碰撞後分開，動能損耗率與相對入射速度關係

由圖 27 知動能損耗率大多在 50%以下，且動能損耗率較無集中的現象。

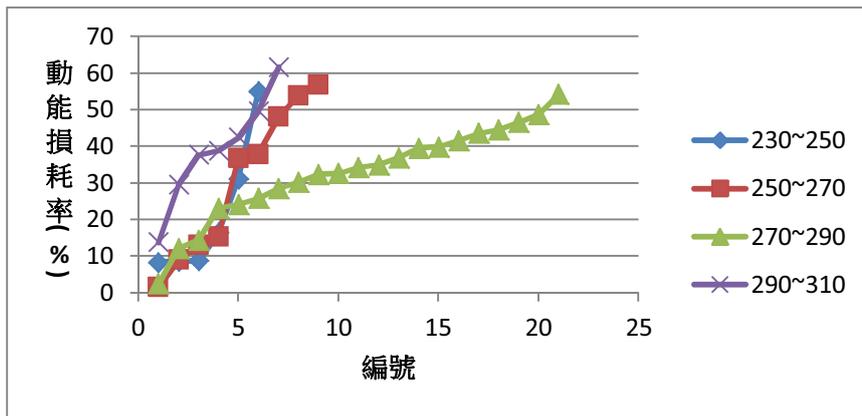


圖 28 液滴質量 0.04 g 碰撞後分開，動能損耗率與相對入射速度關係

由圖 28 知動能損耗率較分散，且速度較快者損耗率較大。

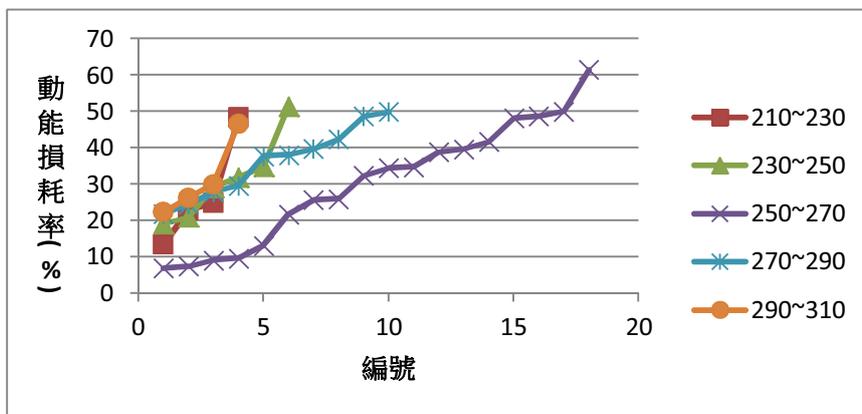


圖 29 液滴質量 0.05g 碰撞後分開，動能損耗率與相對入射速度關係

由圖 29 動能損耗率大多在 50%以下，且速度 250mm/s~270mm/s 的動能損耗率分布較其他速度不同。

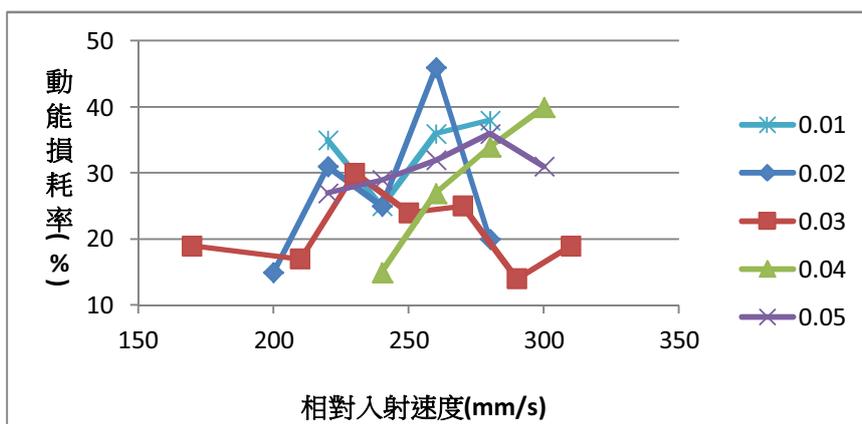


圖 30 液滴質量 0.01~0.05g 碰撞後分開，能損耗率與相對入射速度關係

由圖 30 看不出任何規律。

(三) 碰撞參數對水滴的粒徑比例對碰撞前後動能損耗率的影響

碰撞參數對水滴粒徑比例與動能損耗率的關係圖：先把融合和分開的數據分為兩類，之後將碰撞參數對水滴粒徑比例以每 0.2 為一範圍分組，再將分組後的速度由小至大編號，最後再以編完號之數據和相對的動能損耗率作折線圖。

1、融合部分：茲將質量分別為 0.01g~0.05g 的液滴之碰撞參數對水滴的粒徑比例對動能損耗率之關係圖，整理如圖 31~圖 35，而又得各質量之碰撞參數對水滴粒徑比例的平均動能損耗率，得圖 36。

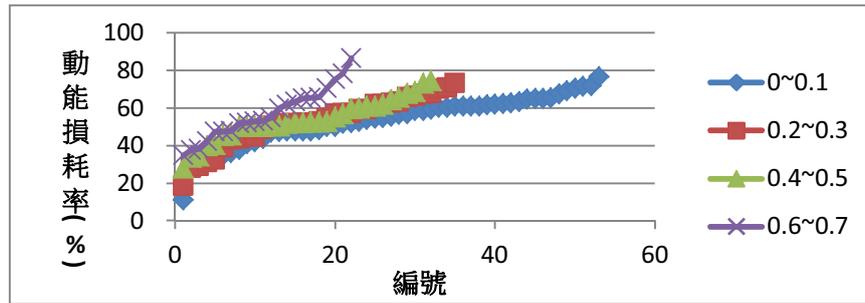


圖 31 液滴質量 0.01g 碰撞後融合，動能損耗率與碰撞參數對水滴的粒徑比例關係
由圖 31 知各碰撞參數對水滴的粒徑比例之動能損耗率皆介於 50%~80%之間。

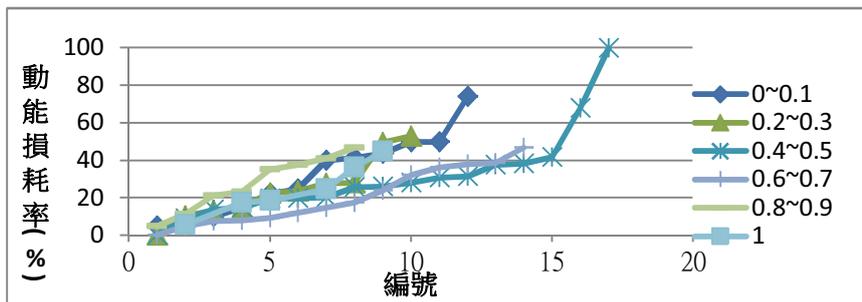


圖 32 液滴質量 0.02g 碰撞後融合，動能損耗率與碰撞參數對水滴的粒徑比例關係
由圖 32 知動能損耗率大多在 50%以下，碰撞參數對水滴的粒徑比例 0.4~0.5 和 0.6~0.7、0~0.1 和 0.2~0.3 和 0.8~0.9 和 1 兩組趨勢各自一致。

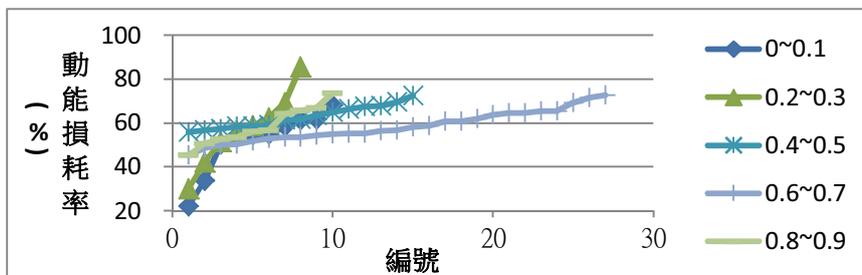


圖 33 液滴質量 0.03g 碰撞後融合，動能損耗率與碰撞參數對水滴的粒徑比例關係
由圖 33 知動能損耗率大多集中在 50%~70%，但在動能損耗率較低時，比例愈大，動能損耗率愈高。

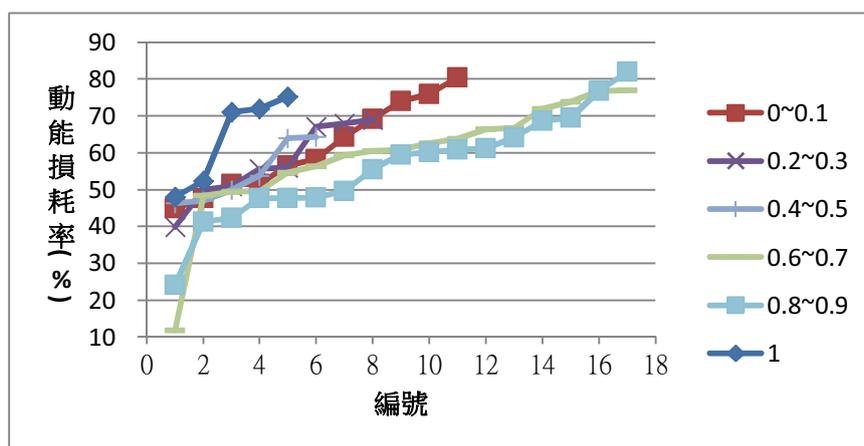


圖 34 液滴質量 0.04g 碰撞後融合，動能損耗率與碰撞參數對水滴的粒徑比例關係
 由圖 34 知動能損耗率大多在 50%~70%之間，且折線趨勢接近。

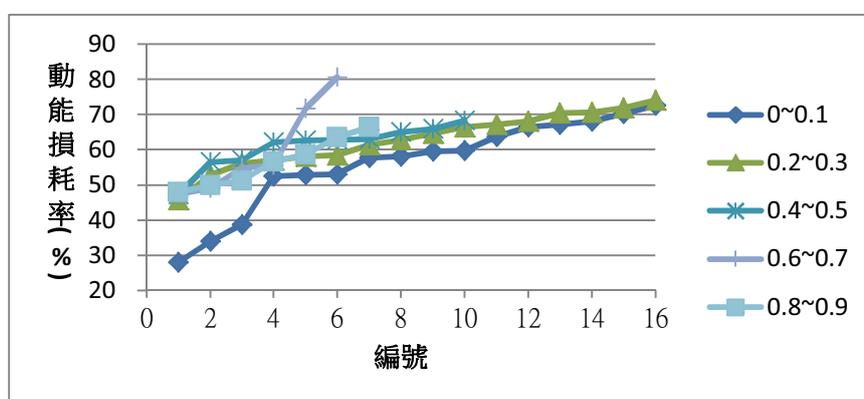


圖 35 液滴質量 0.05g 碰撞後融合，動能損耗率與碰撞參數對水滴的粒徑比例關係
 由圖 35 知動能損耗率多集中在 50%以上 70%以下，折線趨勢在 60%~70%之間幾乎重疊。

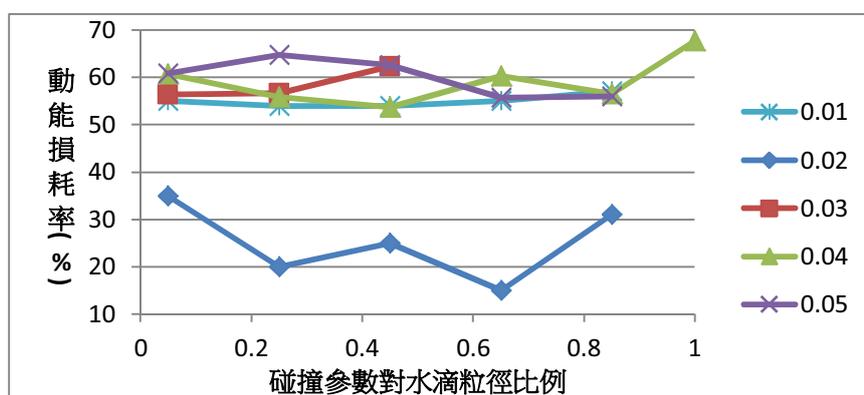


圖 36 液滴質量 0.01~0.05g 碰撞後融合，動能損耗率與碰撞參數對水滴的粒徑比例關係
 由圖 36 知除了 0.02g 外，大多集中在動能損耗率 50%~70%且趨勢相似，而 0.02g 則顯得特別不一樣。

2、分開部分：茲將質量分別為 0.01g~0.05g 的液滴之碰撞參數對水滴的粒徑比例對動能損耗率之關係圖，整理如圖 37~圖 41，而又得各質量之碰撞參數對水滴粒徑比例的平均動能損耗率，得圖 42。

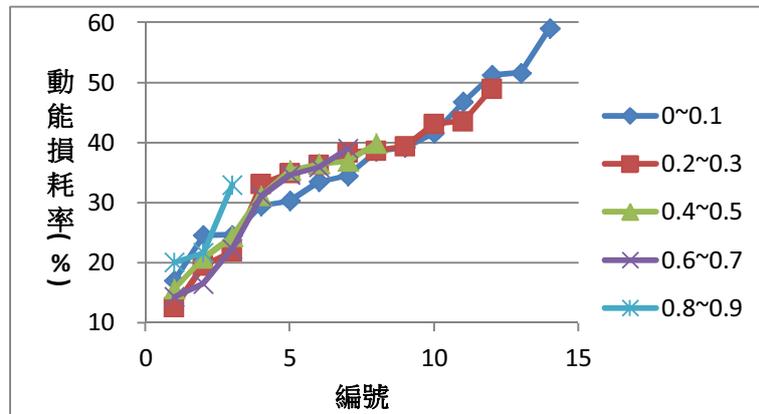


圖 37 液滴質量 0.01g，碰撞後分開，動能損耗率與碰撞參數對水滴的粒徑比例
由圖 37 看不出任何規律。

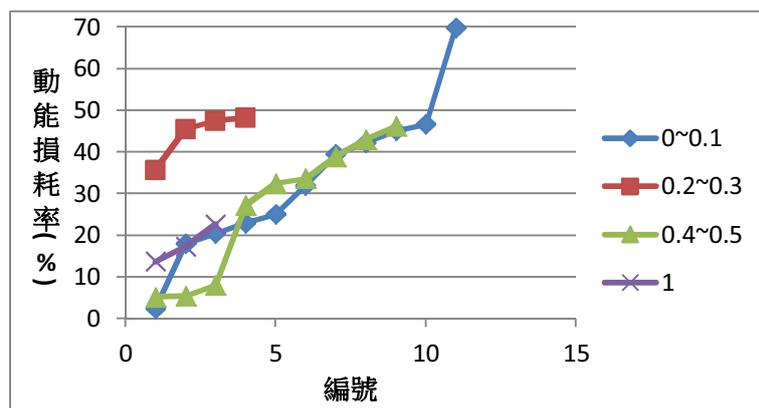


圖 38 液滴質量 0.02g，碰撞後分開，動能損耗率與碰撞參數對水滴的粒徑比例
由圖 38 看不出任何規律。

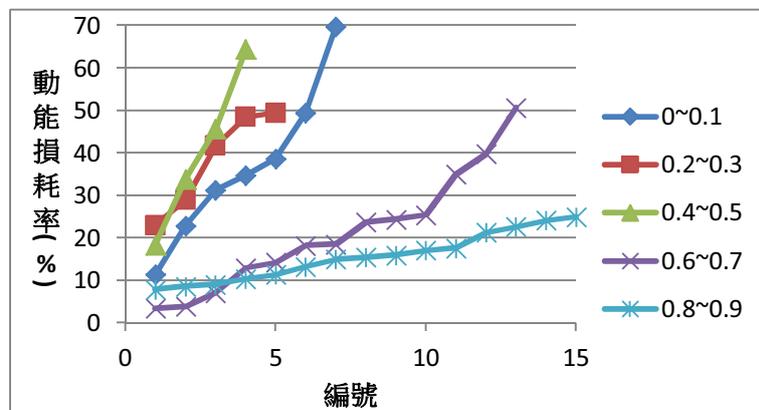


圖 39 液滴質量 0.03g，碰撞後分開，動能損耗率與碰撞參數對水滴的粒徑比例關係
由圖 39 知碰撞參數對水滴的粒徑比例較大者，動能損耗率較小。

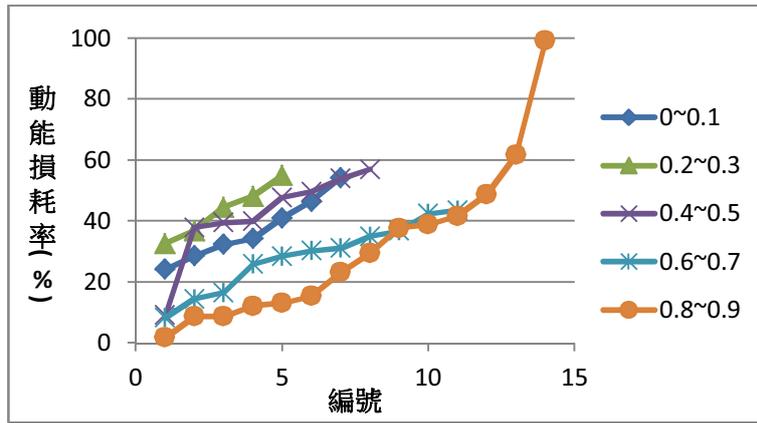


圖 40 液滴質量 0.04g，碰撞後分開，動能損耗率與碰撞參數對水滴的粒徑比例關係

由圖 40 知各種碰撞參數的動能損耗率較分散，但大多在 50%以下。

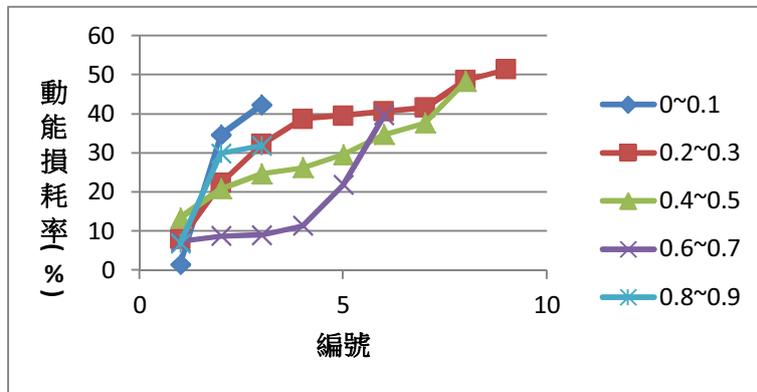


圖 41 液滴質量 0.05g，碰撞後分開，動能損耗率與碰撞參數對水滴的粒徑比例關係

由圖 41 知各碰撞參數的動能損耗率較分散，但大多在 50%以下。

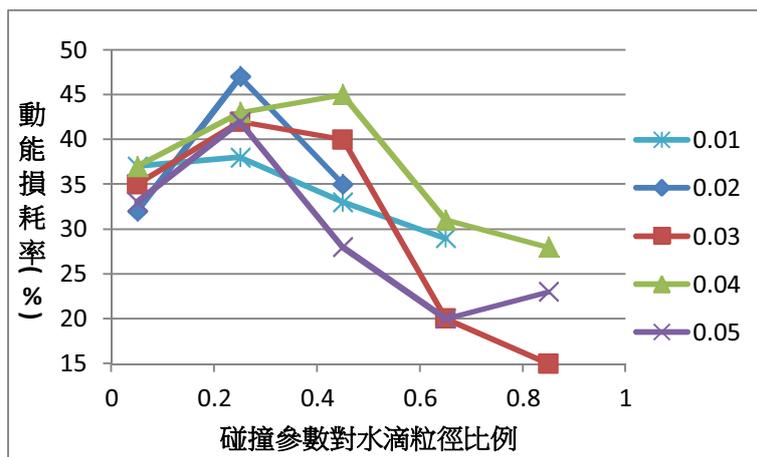


圖 42 液滴質量 0.01g~0.05g 碰撞後分開，動能損耗率與碰撞參數對水滴的粒徑比例關係

由圖 42 知四條折線趨勢一致，都是在碰撞參數對水滴的粒徑比例 0.2~0.4 之間出現高峰，而後漸降。

二、兩水滴相互碰撞時，碰撞後水滴融合或分開對動能損耗率的影響

碰撞後水滴融合或分開對動能損耗率的關係圖：先把融合和分開的數據分為兩類，再分別將兩類數據的動能損耗率由小至大編號，之後再以編完號之數據和相對的動能損耗率作折線圖。

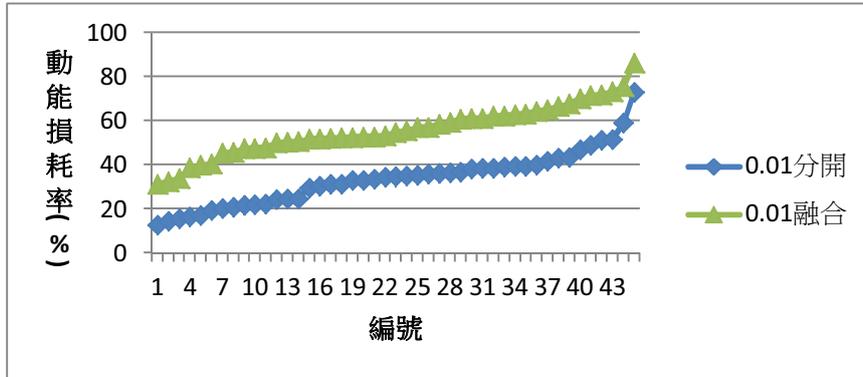


圖 43 質量 0.01 碰撞分開和融合對動能損耗率分佈圖

由圖 43 知融合的動能損耗率都比分開的動能損耗率高。

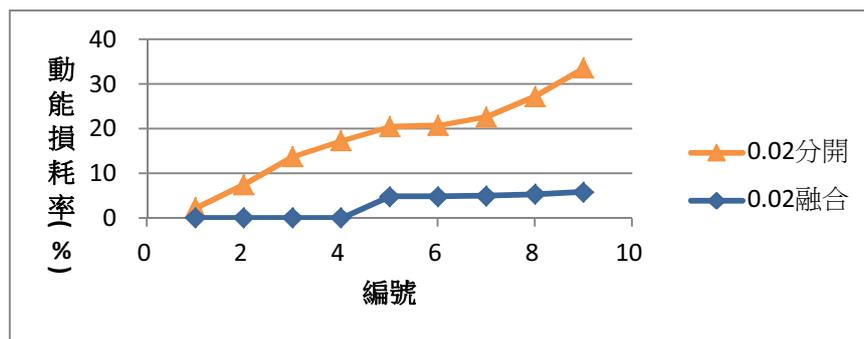


圖 44 質量 0.02 碰撞分開和融合對動能損耗率分佈圖

由圖 44 知碰撞後分開的動能損耗率高於碰撞後融合的動能損耗率。

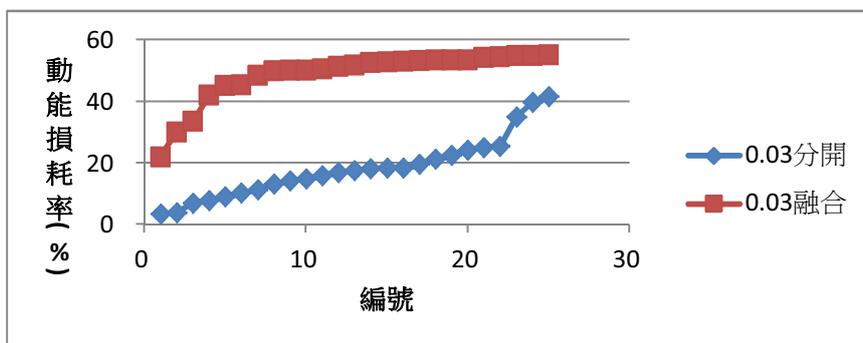


圖 45 質量 0.03 撞分開和融合對動能損耗率分佈圖

由圖 45 知碰撞後分開的動能損耗率低於碰撞後融合的動能損耗率，融合部分分布較集中，分開部分則較分散。

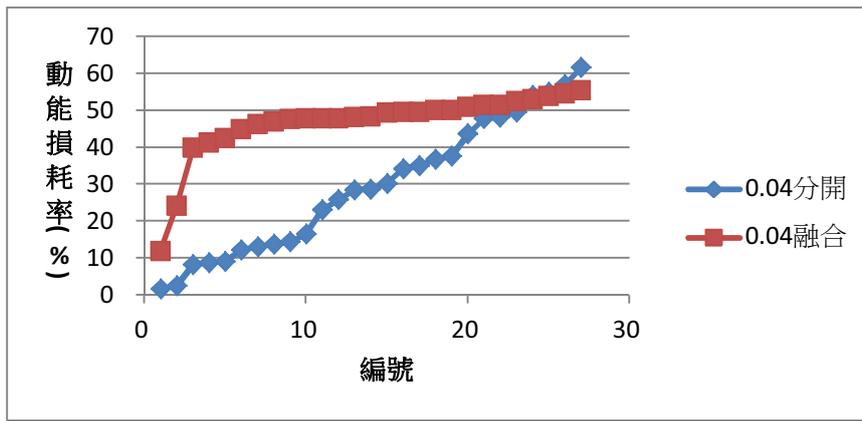


圖 46 質量 0.04 碰撞分開和融合對動能損耗率分佈圖

由圖 46 知碰撞後分開的動能損耗率低於碰撞後融合的動能損耗率，融合部分分布較集中，分開部分則較分散。

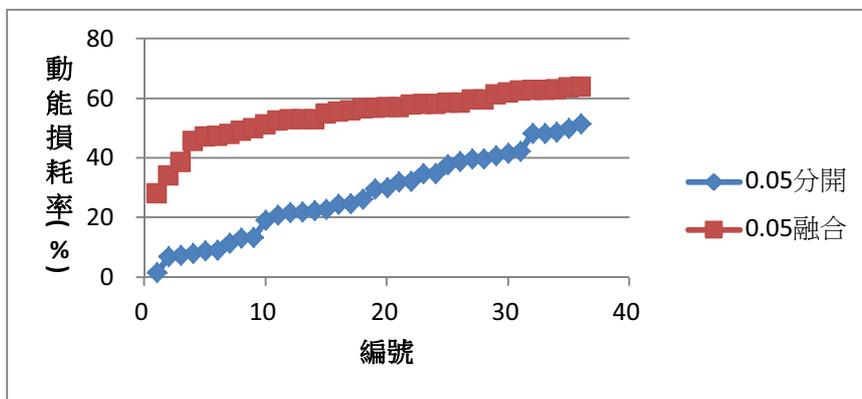


圖 47 質量 0.05 碰撞分開和融合對動能損耗率分佈圖

由圖 47 知碰撞後分開的動能損耗率低於碰撞後融合的動能損耗率，融合部分分布較集中，分開部分則較分散。

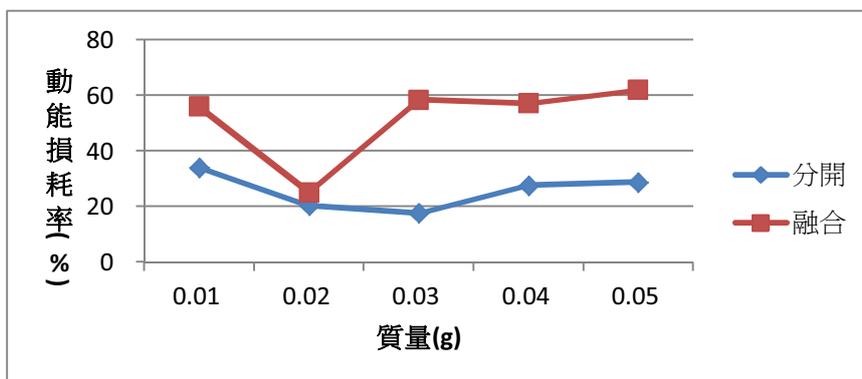


圖 48 質量 0.01g~0.05g 碰撞後水滴融合或分開對動能損耗率的關係圖

由圖 48 知融合的動能損耗率皆大於分開。

三、探討質量相同的兩水滴相互碰撞後，分開與融合的比率

將水滴質量依 0.01g、0.02g、0.03g、0.04g、0.05g 分類後，再將融合和分開的數據分別計算所佔比例，再將比例繪製成長條圖（如圖 49）。

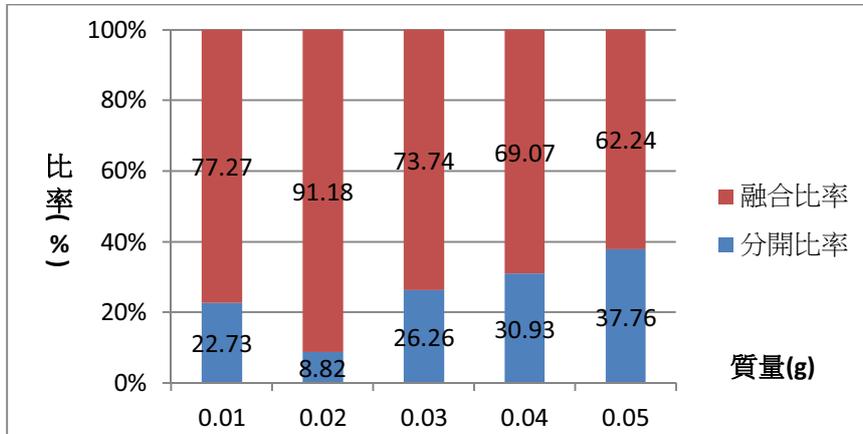


圖 49 質量相同的兩水滴相互碰撞後，分開與融合的比率

由圖 49 知碰撞後分開的比率小於融合的比率，質量愈大，分開的比例愈高，但不管質量多少，分開的比率皆小於融合的比率。

四、觀察兩水滴碰撞過程的行為（行為例如有：黏合、融合、拉長…）

水滴碰撞過程會有先融合後分開，或先分開後融合的情形；也會出現類似簡諧運動的情形，水滴慢慢形變，先拉長後壓扁反覆幾次後，水滴形變量慢慢減小，最後呈現圓球形。

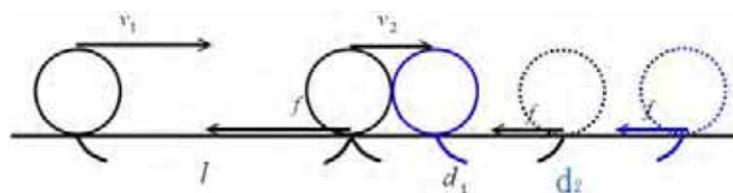
五、探討摩擦力對本實驗造成的誤差與影響

在探討碰撞前後的動能變化之前，我們先求算碰撞前後的動量變化，發現並不符合動量守恆定律，所以我們設想是碳粒表面摩擦力造成的影響，不過在實際代入數值運算後，摩擦力做功相對於入射球初動能所佔比例極低（0.2%），因此在以後的實驗我們忽略摩擦力做功對動能變化的影響。

我們假設入射球質量 m ，初速度 v_1 ，經過一段位移 l 後速度 v_2 ，入射球撞擊靶球後，入射球位移 d_1 ，靶球位移 d_2 ：

$$(1) \text{ 求摩擦力 } f : \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = f \cdot l$$

$$(2) \text{ 摩擦力做功對比於初動能 : } \frac{f \cdot (d_1 + d_2)}{K_0} \quad \text{實際數值 : } \frac{2 \times 10^{-7}}{9 \times 10^{-5}} \text{ 約等於 } 0.2\%$$



六、實驗過程中發現動能增加的特殊現象

碰撞後融合的數據中，動能增加和減少的關係圖：先將各質量數據中，碰撞後融合的數據挑出，再計算各質量中所有融合的數據之動能增加的比率以及動能減少的比率，繪成長條圖（如圖 51、圖 52）；且將各質量數據分成五個速度區段，計算各速度區段中碰撞後融合所占比率，繪成長條圖（如圖 53）

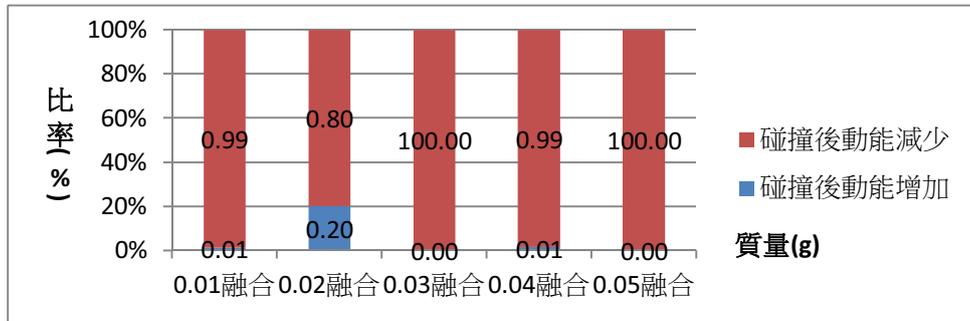


圖 51 碰撞後動能增加和減少的比率 (融合)

由圖 51 知在碰撞後動能損耗率方面，正常來說應該是負值，但在實驗數據分析中，卻發現碰撞後動能損耗率也會有正值出現，意即碰撞後動能不但沒有減少，反而增加。

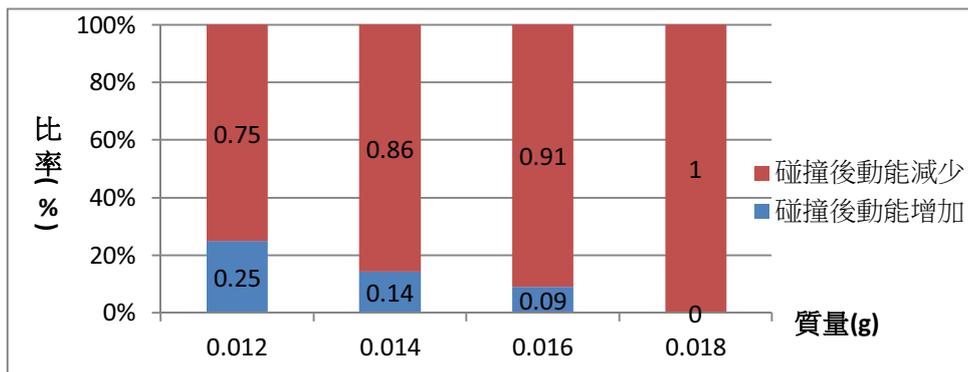


圖 52 碰撞後動能增加和減少的比率 (0.012~0.018 融合)

由圖 52 知質量越小動能增加的情形越多，並隨著質量的增加而動能增加的情形減少。

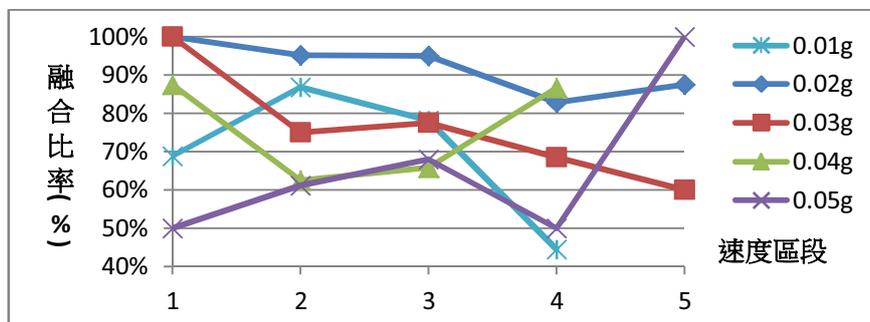


圖 53 各質量入射速度對碰撞後融合之比率 (其中 1 為速度 190mm/s 以下、2 為速度 190mm/s~230mm/s、3 為速度 230mm/s~270mm/s、4 為速度 270mm/s~310mm/s、5 為速度 310mm/s 以上)

由圖 53 知質量 0.02g 和 0.03g 融合比率隨速度上升皆有下降趨勢，0.04g 和 0.05g 在各速度區間皆有不同融合比率，無一定趨勢，但總歸來說融合比率皆高於 50%。

陸、討論

一、探討質量相同的兩水滴相互碰撞時，(一) 各種不同質量、(二) 碰撞前的相對速度、(三) 碰撞參數對水滴的粒徑比例對碰撞前後動能損耗率的影響

(一) 各種不同質量

在分開方面，質量愈大，動能損耗率愈小，但在融合方面卻相反，質量愈大，動能損耗率愈大，這可能是分開時，因為水滴質量愈大，慣性愈大，因此在碰撞後其水滴的內部分子運動方向和速度改變較少，因而動能損耗率較小；但在融合方面，因為質量愈大，相對水滴體積就愈大，在碰撞後會趨向形成圓球形，而質量愈大，形變就需要愈多能量，且摩擦力也較大，因而動能損耗率較大。

(二) 碰撞前的相對速度

當水滴質量愈大時，不論是在分開或是融合的方面，碰撞前的相對速度愈快時，動能損耗率愈趨向集中，這可能是因為在速度愈快的情形下，水滴中的分子移動的方向愈趨向一致，因為在水滴移動的過程中，分子會出現轉動的現象，但每次轉動情形皆不同，而在低速的情形下，轉動相對於水分子向入射方向的移動就較大，且水分子的轉動並沒有一定的方向和速度，因此就依分子的觀點而言，水滴相對來說算是大範圍，而液體在大範圍的情形下是偏向氣體，分子屬於無序的情況，因此這方面會讓速度愈慢的入射水滴之動能損耗偏向愈沒有一定的趨勢。

(三) 碰撞參數對水滴的粒徑比例

分開方面碰撞參數對水滴粒徑比例愈大時，其動能損耗率愈小，但是融合方面相反，這可能是因為水滴融合之後會趨向形成圓球形，而比例愈大時，其形變量就會愈大，此時水滴分子的移動情形更加雜亂，損耗愈多的能量，因而動能損耗率愈大；但分開方面兩水滴是各自往自己的方向前進，水分子對彼此產生影響只在碰撞時的瞬間，因此分子運動較不相互影響。

由完全非彈性碰撞可得知，碰撞後動能損耗率最大為 50%，在分開的部份，大部份動能損耗率都沒超過 50%，但是融合的部份，卻大部份的動能損耗率都超過 50%，可能的原因有：1、因水滴移動的過程中，水滴和軌道表面有摩擦力，使得水滴的動能減少；2、水滴內部的水分子轉動的方向和速度改變，因此影響動能損耗率，但這在水滴外表不易觀察；3、使用照明燈照明，因為照明燈會產生高溫，而原本水滴的質量就不大，加上光源的溫度，水的蒸發量雖然少，但是對於小質量的水滴還是有影響。

而分開動能損耗率較少超過 50%，可能是沒有融合時的大量形變，水分子運動所需的能量和摩擦力所造成的動能損耗。而在質量較小的水滴圖看來，卻較少出現動能損耗率超過 50%，這可能是因為當水滴在融合時，總表面積會減小，部份的表面位能會轉換為水分子的動能，因而在整個系統看來，動能損耗率並沒有超過 50%。

二、水滴相互碰撞時，碰撞後水滴融合或分開對動能損耗率的影響

除了較小的質量外，其他大部份都是融合的動能損耗率大於分開，但是融合方面動能部份，動能損耗率增加的趨勢有慢慢趨向平穩，但分開方面卻沒有。

三、探討質量相同的兩水滴相互碰撞後，分開與融合的比率

在速度為中等時（190mm/s~270mm/s），質量愈大，融合比率愈小，這可能是因為質量愈大，融合時所必須改變的表面位能愈大，因此愈不易融合。

四、實驗過程中發現的各種現象及相對應的理論模型

第一個現象：依照理論，碰撞後融合的動能損耗率最大應為 50%，但在本實驗大部分融合的數據，動能損耗率卻是在 50%~80%；第二個現象：碰撞後的動能應該會損耗，在實驗中卻發現碰撞後動能增加的情形，尤其是質量較小的水滴，在碰撞後動能增加的比率高於質量較大的水滴。依照實驗觀察，水滴在碰撞後融合時，如果碰撞參數對水滴粒徑比例大的話，通常會先左右拉長，之後慢慢類似簡諧運動振幅減小或是不斷旋轉向前進；如果碰撞參數對水滴粒徑比例小的話，會出現入射球包覆靶球之後融合的現象，所以就這兩個現象，我們提出了以下兩個理論模型：

（一）解釋碰撞後融合的動能損耗率多在 50%~80%的理論模型：

1、假設靶球為兩質量為 $\frac{m}{2}$ 之鋼體，兩鋼體間以彈性係數 k 的彈簧相連接，碰撞時彈簧壓縮量為 Δl ，而入射球（質量 m ）的初速為 v （如下頁圖 54-（a））

（1）入射球剛撞擊靶球，而彈簧尚未形變時由動量守恆知：

$$mv = \frac{3}{2}mv' \quad , \quad v' = \frac{2}{3}v$$

（2）而彈簧形變達 Δl 時，由動量守恆知，整個系統融合後的速度為：

$$mv = 2mv' \quad , \quad v' = \frac{1}{2}v$$

$$\Delta U = \frac{1}{2}k(\Delta l)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}m \times \left(\frac{2}{3}v\right)^2 - \frac{1}{2} \times 2m \times \left(\frac{1}{2}v\right)^2 = \frac{1}{12}mv^2$$

（3）動能損失率： $\frac{\frac{1}{12}mv^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{1}{6} = 16\%$

2、假設靶球（質量 m ）為一桿連接兩球（質量各為 $\frac{m}{2}$ ），入射球（質量 m ）以入射速度 v 擦撞靶球，則產生角速度 w 、轉動半徑 $\frac{d}{2}$ 之轉動（如圖下頁 54-（b））

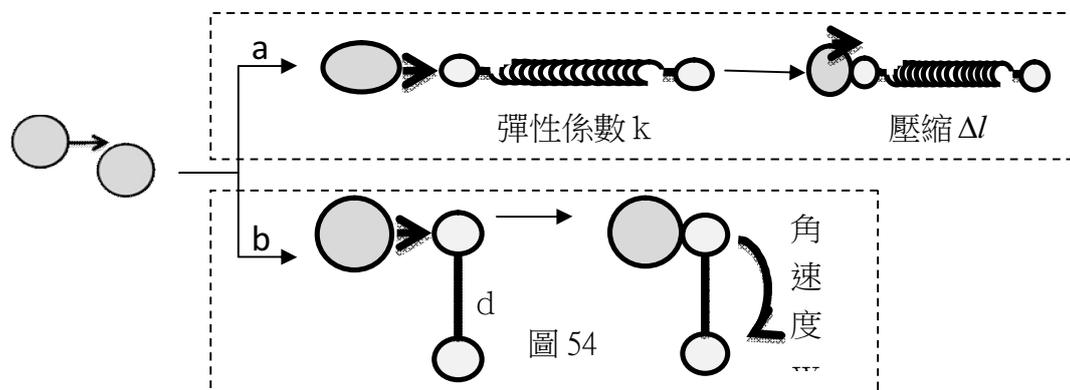
（1）由角動量守恆： $mv \frac{d}{2} = \left[m \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}m \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 \times 2 \right] \times w = \frac{md^2w}{2}$ ， $w = \frac{v}{d}$

（2） $K_{\text{轉}} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{md^2}{4}\right) \times \left(\frac{v}{d}\right)^2 = \frac{1}{8}mv^2$

（3）動能損失率： $\frac{\frac{1}{8}mv^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{1}{4} = 25\%$

3、動能損失率總和：16%+25%=41%

由此可推知動能損耗率最大可達41%+50%=91%，而因為各變因的影響，會使得水滴形變的位能以及轉動的動能損耗率不一定會達到16%及25%，因而動能損耗率大多小於91%



(二) 解釋碰撞後動能增加的理論模型：

這可能是因為質量小的水滴融合時，表面積變化的比率高於質量較大的水滴，而由表面位能轉為動能的比率也會相對的較高，因此質量較小的水滴動能損耗率較質量大的水滴不同；表面位能變化量大小 $|\Delta U|$ 對碰撞前的粒徑 r 與速率 v 之關係：

1、融合前後，液滴密度不變，由質量守恆；

$$2 \times \left(d \times \frac{4}{3} \pi r^3 \right) = d \times \frac{4}{3} \pi r'^3 \Rightarrow r' = (2)^{\frac{1}{3}} r$$

2、設液滴表面張力為 $T \left(\frac{N}{m} = \frac{J}{m^2} \right)$ ，融合前後表面位能變化量大小 $|\Delta U|$ ：

$$|\Delta U| = 2 \times T \times 4\pi r^2 - T \times 4\pi r'^2 = 4\pi \times T \times r^2 \left(2 - 2^{\frac{2}{3}} \right)$$

3、若初速為 v ，則 $|\Delta U|$ 對碰撞前的動能 K 比：

$$\frac{|\Delta U|}{K} = \frac{4\pi \times T \times r^2 \left(2 - 2^{\frac{2}{3}} \right)}{\frac{1}{2} \times \left(d \times \frac{4}{3} \pi r^3 \right) \times v^2} = \frac{T}{d \times r \times v^2} \times (2.475594) \propto \frac{1}{r \times v^2} \dots d \text{與 } T \text{ 不變}$$

∴ 當 r 愈小，或 v 愈小， $\frac{|\Delta U|}{K}$ 愈大，則碰撞後動能損耗量就愈小，甚至增加動能。

4、根據以上表面位能對碰撞前的動能比之式子，代入數值後發現，表面位能釋出之能量相對碰撞前的動能有七倍之多，也就是說，在理想情況下，兩球碰撞後動能是必會增加，但這不符我們之前的實驗結果，因此我們設想有更多非碰撞造成的能量損耗。

5、由實驗觀察，入射球從斜面上滑下是既滾動又滑動，假設入射球質量 m ，入射球半徑 r ，重力加速度 g ，斜面與平面夾角 θ ，摩擦力 f ，加速度 a ，入射球在斜面上位移 S ，時間間隔 Δt ，入射球轉動慣量 I ，入射球角速度 ω 。

(1) 對質心移動： $mg \sin \theta - f = ma$ ， $a = g \sin \theta - \frac{f}{m}$

$\therefore S = \frac{1}{2} \left(g \sin \theta - \frac{f}{m} \right) \Delta t^2$ ，由此可求得 f 。

(2) 球對質心轉動： $(fr)(\Delta t) = I\omega$ ， $I = \frac{3}{5}mr^2$ ，由此可得 ω

$K_{\text{轉動}} = \frac{1}{2} I \omega^2$ ，由此可得 $K_{\text{轉動}}$ 。

經由上式代入實際數值計算，發現確實有約三分之一的能量由轉動損耗

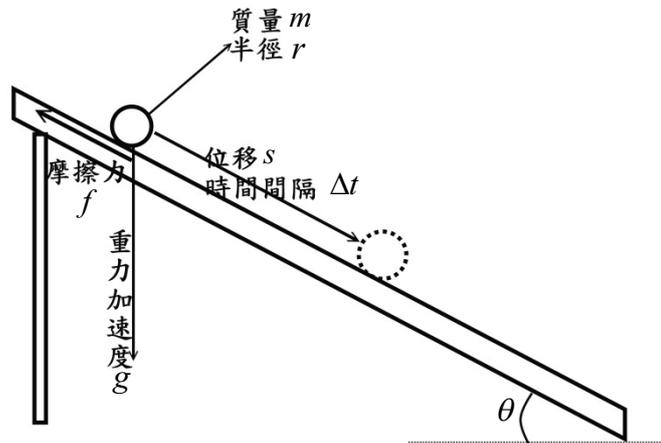


圖 55

柒、結論

- 一、質量相同的兩水滴相互碰撞時，不同質量、相對速度、碰撞參數對水滴的粒徑比例等三變因對碰撞前後動能損耗率的影響。
 - (一) 質量部分：分開時，質量愈大，動能損耗率愈小，融合時，質量愈大動能損耗率愈大。
 - (二) 相對速度部分：水滴質量愈大時，不論是在分開或是融合的方面，碰撞前的相對速度愈快時，動能損耗率愈趨向集中。
 - (三) 碰撞參數對水滴粒徑比例部分：不管在質量大還是小，在高速還是低速的比較下，融合方面的動能損耗率都比在分開方面更加集中。而分開方面碰撞參數對水滴粒徑比例愈大，其動能損耗率愈小，融合方面則相反。
- 二、對完全非彈性碰撞實際情形與實驗之討論：由完全非彈性碰撞理論可知，碰撞後動能損耗率最大為 50%，在分開的部份，大部份動能損耗率都沒超過 50%，但融合的部份，卻大部份的動能損耗率都超過 50%，實際情形與實驗出現落差。
- 三、探討實驗過程中發現的各種現象及相對應的理論模型：主要有碰撞後融合的動能損耗率多在 50%~80%及碰撞後動能增加。
 - (一) 就碰撞後融合的動能損耗率多在 50%~80%方面：入射球在碰撞靶球時，依照碰撞參數對水滴粒徑比例的大小，會有如靶球兩端以彈簧連接或以一桿連接進行運動，各求得兩種情形造成的動能損耗為 16%與 25%，此兩種情形每次影響所佔比例不一定，造成本實驗碰撞後融合的動能損耗率比完全非彈性碰撞理論多約 10%~30%而介於 50%~80%之間。
 - (二) 就碰撞後動能增加方面：由於水滴碰撞後融合造成表面積總和減少，表面位能釋放，進而轉為動能，而且水滴質量越小表面積變化相對越大，故質量小的水滴較易有此現象。然而經實際數值運算後，表面位能釋放量相對初動能多達七倍，實驗轉向找出其他因素造成的能量損耗，由轉動動能著手，果真如預期有一部分能量由此損耗，使得雖然表面位能釋出能量很多，卻還是會有動能損耗出現。

捌、參考資料及其他

一、未來展望：

- (一) 就實驗平台部分：本次實驗平台為碳粉表面製成，摩擦力因素不定，未來可尋找性質更穩定之實驗平台，如奈米油漆、奈米溶液等，以利實驗操作。
- (二) 就研究方法部分：本實驗成果之取得仰賴大量數據分析，因此未來研究可朝蒐集更多數據努力，使實驗更加完備。實驗過程中有許多變因控制的難題，數據分析部分也是人為測量，因此往後如何找到精確控制各種變因的方法，或是數據分析準確度的提升，將是未來對水滴碰撞此一研究的一大課題。
- (三) 就碰撞過程部分：這次實驗的部分只有相同質量水滴的碰撞，未來可增加不同質量水滴的碰撞，或許有其他發現。碰撞過程中，水滴詳細的融合情形，還可以將水滴染色之方法觀察，更能確定水滴實際的融合狀況，有利於找出更適合的實驗模型。
- (四) 就研究對象部分：水滴碰撞或許能觀察到的東西有限，未來可做其他種類的液滴，例如：油滴、酸等。
- (五) 就因水滴轉動而造成能量損失的部分：在嘗試過許多的碰撞表面後，如荷葉、碳粉、奈米溶液等，皆發覺水滴有轉動的現象，假使要得到更精準的動能損耗率，就必須使水滴轉動量減少，甚至是使水滴不轉動，因此未來希望可以找到摩擦力極小的輸水性表面，讓水滴的轉動量減少，以取得更精準的實驗數據。

二、參考文獻：

- (一) 南台科技大學機械工程研究所碩士學位論文研究生：陳秋庭指導教授：陳榮洪中華民國九十五年七月一等粒徑不互溶液滴碰撞行為
- (二) 中華民國第 47 屆中小學科學展覽－高中物理科「當我們撞在一起~液滴碰撞」板橋高中
- (三) 中華民國第 50 屆中小學科學展覽－國中物理科「雙液滴的碰撞現象」臺中縣立大雅國民中學
- (四) 建國中學第 24 屆數理資優班成果發表會「相異濃度液滴碰撞剛體表面所產生之形變探討」

【評語】 040112

1. 本作品探討水滴碰撞後的變化，並討論入射速度，水滴大小及碰撞參數對結果之影響，整個實驗之發想與進行，均展現良好的科學基礎素養。
2. 本作品對於變因之控制仍有改善空間。應進一步改良以尋求對所觀察到的現象有更深入的了解，例如造成水滴融合或分裂之條件，以及影響動能變化之主要因素。