中華民國第52屆中小學科學展覽會
作品說明書

高中組　物理科

第三名

040107

彩虹分身了－Supernumerary Rainbows

學校名稱：高雄市立高雄女子高級中學

作者：	指導老師：
高一 趙方綺 高一 彭鈞麟 高一 陳琬昕	林思宏

關鍵詞：複虹、彩虹、干涉

摘要

我們先利用灑水方式尋找自然界不易觀察到的現象－**複虹**（Supernumerary Rainbows）。當確定複虹真的存在後，再利用雷射光束射入小水滴，從屏幕上的亮紋來研究複虹的成因，並且進一步探討於複虹干涉條紋與水滴大小關係。我們利用不同折射率的液體驗證虹出現的位置，並且利用此方法反過來測量不同濃度液體的折射率。再以Excel模擬光線於水滴折射、反射的情形，並從模擬數據及圖形中發現複虹條紋產生的原因。最後以自行拉製的細玻璃棒，再次驗證我們的理論，並在實驗室中嘗試尋找太陽光中的複虹。

壹、研究動機

在充實的假期裡，同學們紛紛出外旅遊，而我們的組員在享受假期的途中偶然看到彩虹下方還有淡淡的彩虹，於是請教老師後得知那是不同於虹與霓的「**複虹**」，但鮮少有人知道此現象，也很少人研究。於是我們設計了一些實驗更深入探討複虹的成因及原理。

[4]

貳、研究目的

1. 利用灑水噴頭噴出小水滴尋找自然界中的複虹。
2. 探討雷射光入射小水滴，光線經過折射、反射後投射於屏幕的複虹亮紋。
3. 探討水滴直徑大小對複虹干涉圖形的影響。
4. 探討不同溶液經雷射光照射後，虹於紙屏的成像角度與其折射率的關係。
5. 探討不同濃度之溶液，虹的成像角度，並反推濃度對折射率的關係。
6. 探討玻璃粗細對複虹干涉圖形的影響。
7. 利用細玻璃柱尋找在實驗室中尋找太陽光中的複虹。
8. 利用 Excel 來模擬計算理論數值與實驗值作比較，並且模擬光線在水滴的折射反射情形。

參、研究設備及器材

1. 磨平過的２３號針頭(0.60x25mm)和２５ｃｃ的針筒（圖１）
2. 半圓形屏幕(直徑 47cm)→保力龍板兩片+紙屏(74.8x55cm)（圖２）
3. 雷射光筆→綠光（圖３）
4. 移動平台（圖３）
5. 數位單眼相機兩台
6. 本生燈（圖４）
7. 玻棒（圖５）
8. 醋酸 CH_3COOH(99.81%)、乙醇 C_2H_5OH(95%)、硝酸鉀水溶液、大豆沙拉油、甘油 $CH_2(OH)CH(OH)CH_2(OH)$(99.9%)（圖６）

圖 1

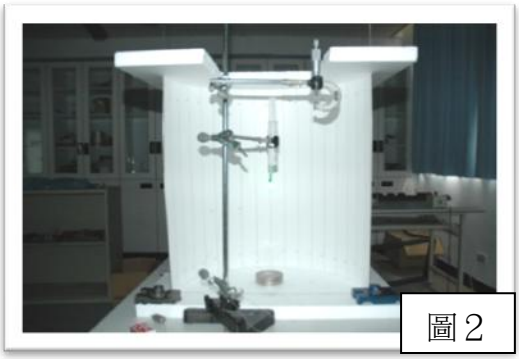


圖 2

圖 3

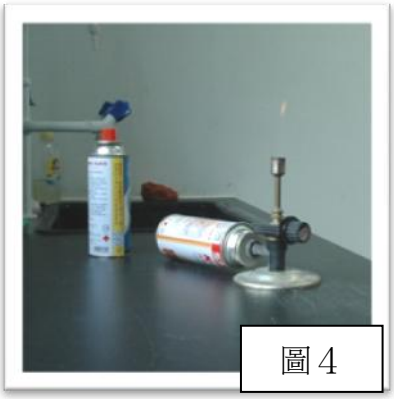


圖 4

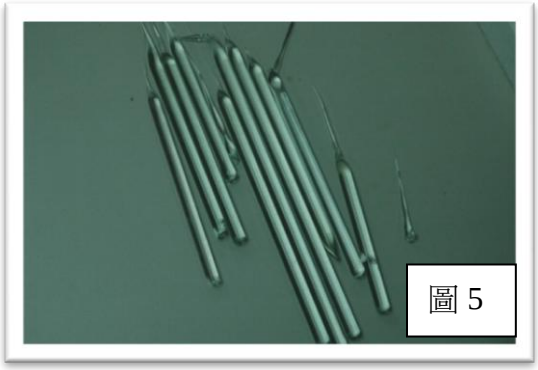


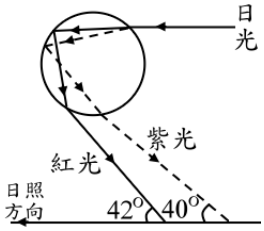
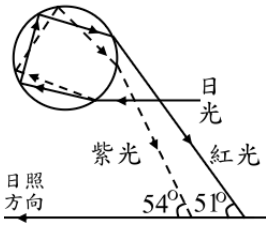
圖 5

圖 6

肆、研究過程或方法

一、原理說明

(一)虹與霓

	虹	霓
成因	日光射入水滴後，經２次折射，１次反射產生的色散結果。	日光射入水滴後，經２次折射，２次反射產生的色散結果。
色散示意圖	 圖7: 虹的色散示意圖	 圖8:霓的色散示意圖

觀測角:如上圖所示當光線平行地面射入射水滴時，觀察虹、霓的仰角定為觀測角。

(二)干涉

兩個(或以上)波重疊時，引起互相干擾而組成合成波的現象。

波干涉的種類：

(1)相長干涉(建設性干涉)：兩波重疊產生干涉，若合成波的振幅大於每個波的振幅時，稱為相長干涉。如果為同相干涉時，合成波的振幅值恰為兩個波振幅值的和，則合成波得到最大的振幅，稱為完全相長干涉。

(2)相消干涉(破壞性干涉)：兩波重疊產生干涉，若合成波的振幅小於每個波的振幅時，稱為相消干涉。如果為反相干涉時，合成波的振幅值恰為兩個波振幅值的差，則合成波得到最小的振幅，稱為完全相消干涉。

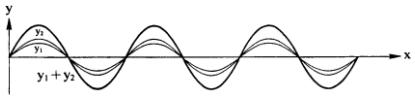
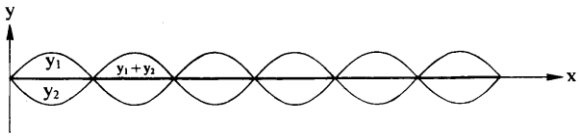
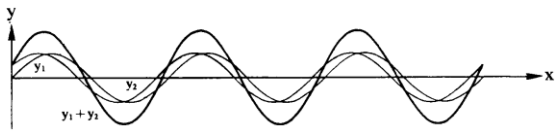
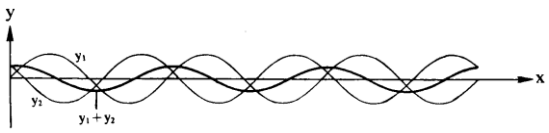
同相的兩波重疊：產生完全相長干涉 	反相的兩波重疊：產生完全相消干涉 
合成波的振幅值恰為兩個波振幅值的和	合成波的振幅值恰為兩個波振幅值的差
異相的兩波重疊：產生相長干涉 	異相的兩波重疊：產生相消干涉 
合成波的振幅大於每個波的振幅	合成波的振幅小於每個波的振幅

圖9:兩波干涉情形

二、文獻回顧

在歷屆科展作品中，對於兩次折射一次反射的虹以及兩次折射兩次反射的霓，均有深入的探討，但是對於**複虹**卻沒有人研究過，也因此更加深了我們對複虹的興趣。而在文獻中的實驗，大多是利用較大的容器裝水或是較大的玻璃棒來模擬，與自然界中的彩虹是由微小水滴所形成略有出入。而且文獻大多利用幾何光學來解釋虹及霓的現象，所以本次實驗除了利用小水滴來求得虹及霓出現的角度之外，最主要的是要研究複虹的成因以及其物理現象，因此本次研究重心將著重在物理光學的討論以及光線入射小水滴的理論模擬。

實驗一 尋找自然界的複虹是否存在

一、實驗步驟

1.利用灑水噴頭接於水管。

2.背向太陽並以陰影處為背景灑水，尋找複虹是否存在。

圖 10 :噴水觀察複虹

二、實驗結果

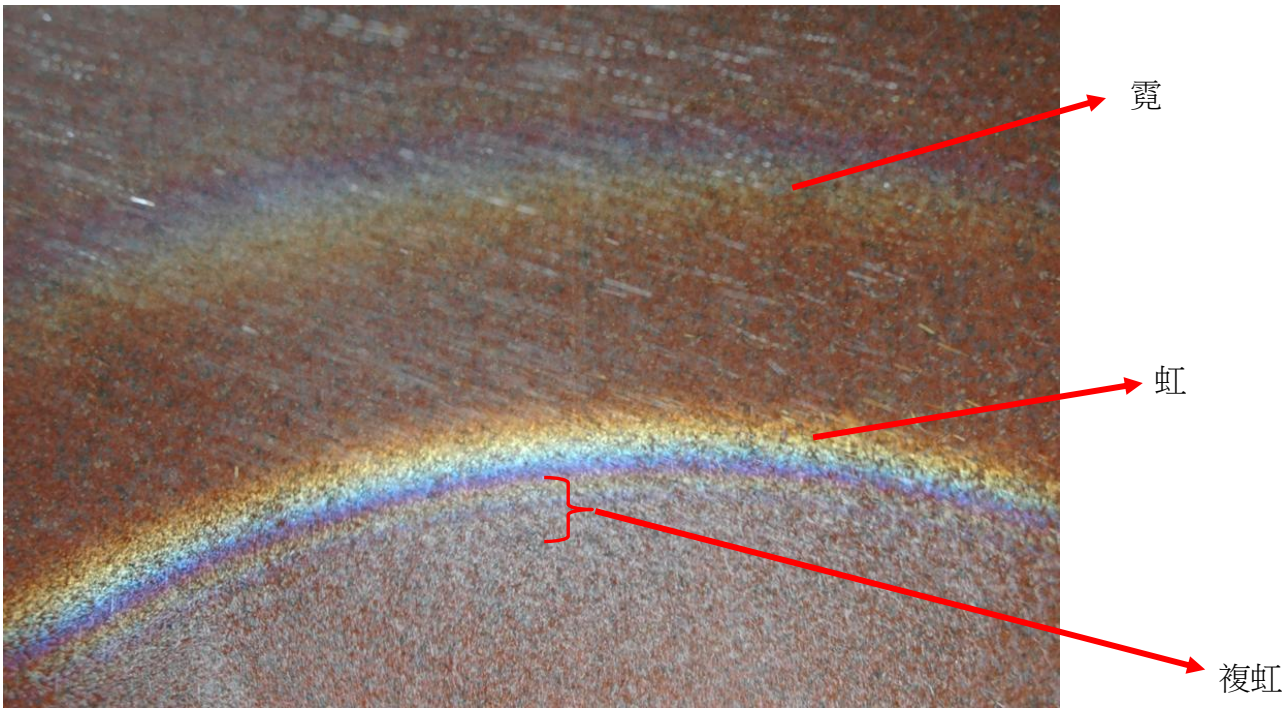


圖 11 :灑水所產生的複虹照片

四、實驗討論

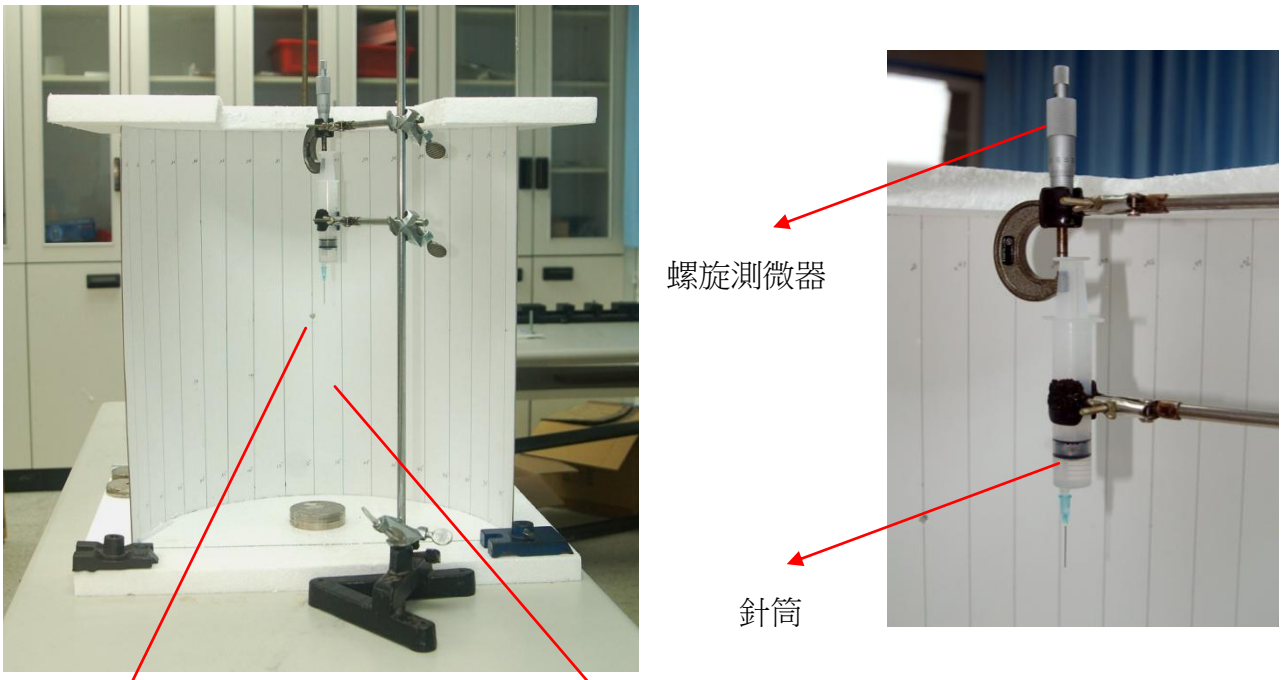
1.從實驗照片中我們可以發現虹及霓的存在，而在虹的下方有數條寬度較窄顏色較淡的小彩虹，這也就是今天的主角**複虹**。

2.在灑水的過程中虹和霓均較容易被發現，但是複虹卻不容易被觀察到。當太陽光太弱或利用小型的噴霧器均無法發現複虹的存在。於是我們於下午一點太陽光較強時，並改用加壓噴頭之後，才能觀察到複虹。

3.複虹雖然不易被觀察到，但從實驗照片中我們已經確定複虹是真的存在。接下來我們想了解複虹形成的原因，以及複虹與小水滴之間關係。而因為噴水飄落的水滴，無法直接量化水滴大小與複虹的關係，所以我們設計了以下的實驗。

實驗二 利用雷射光入射小水滴並觀察投射屏幕上的複虹

一、實驗裝置



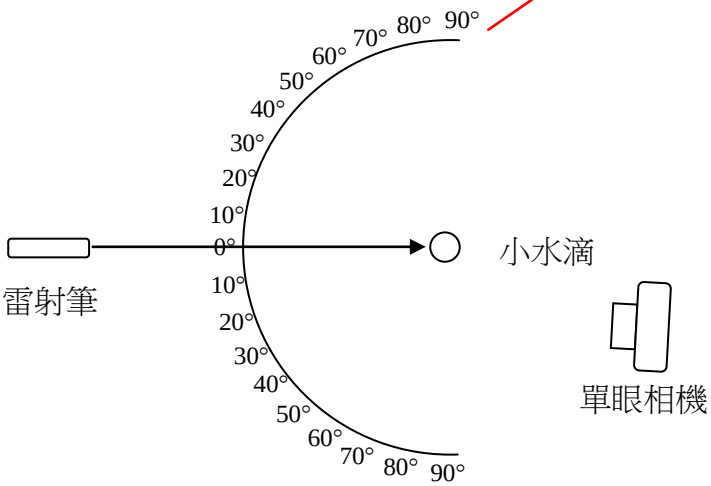


圖 12:實驗裝置俯視圖

二、實驗步驟

1. 將儀器架設完畢後將水滴固定於屏幕圓心
2. 轉動螺旋測微器，擠出小水滴
3. 將雷射筆置於自製屏幕後面，將雷射光從屏幕的小洞射入，確定光束將水滴完全包覆
4. 以雷射光入射方向為觀測角 0 度，每格 10 度以黑線畫記，觀察光束經水滴折射、反射後在屏幕上的成像角度。

三、實驗結果

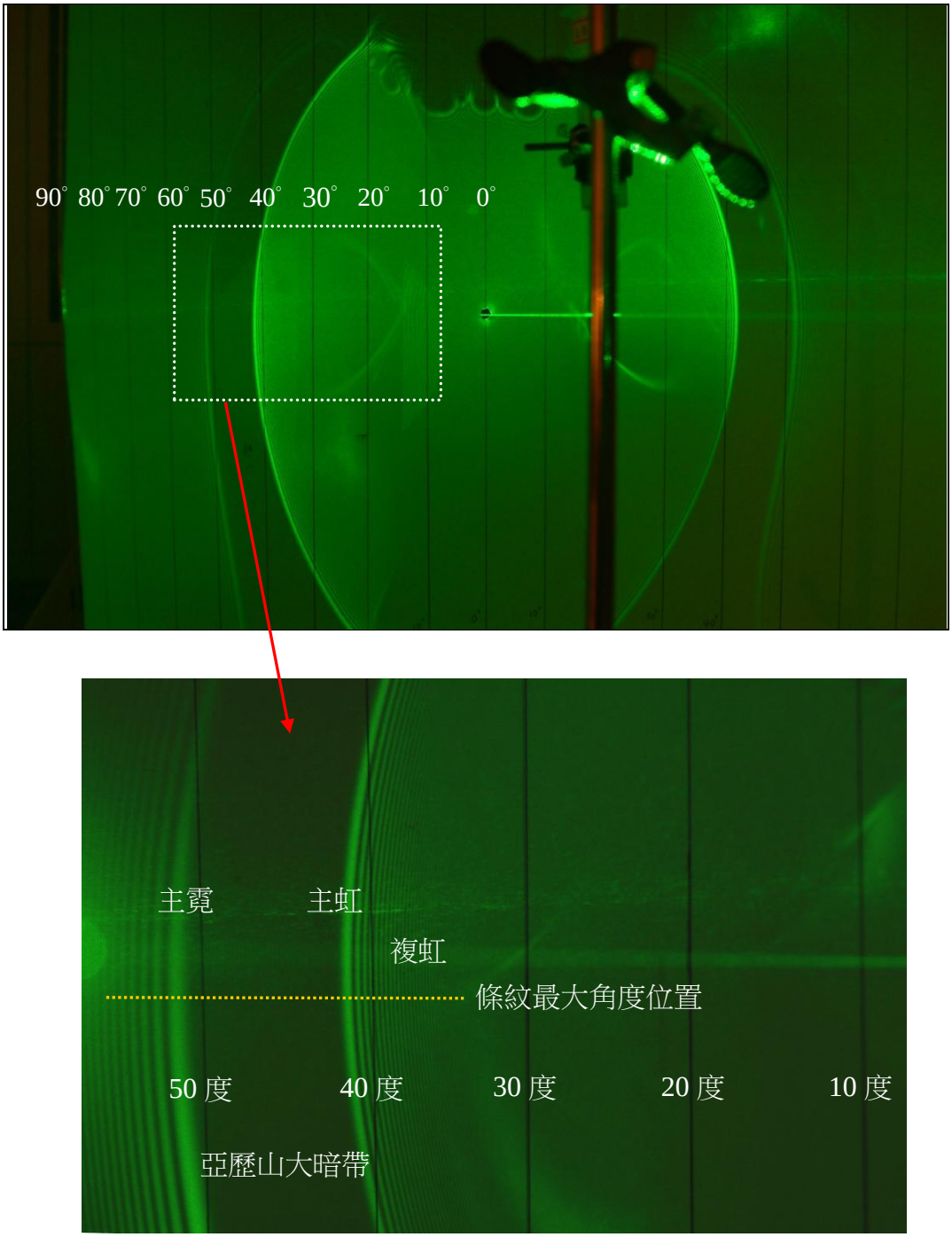


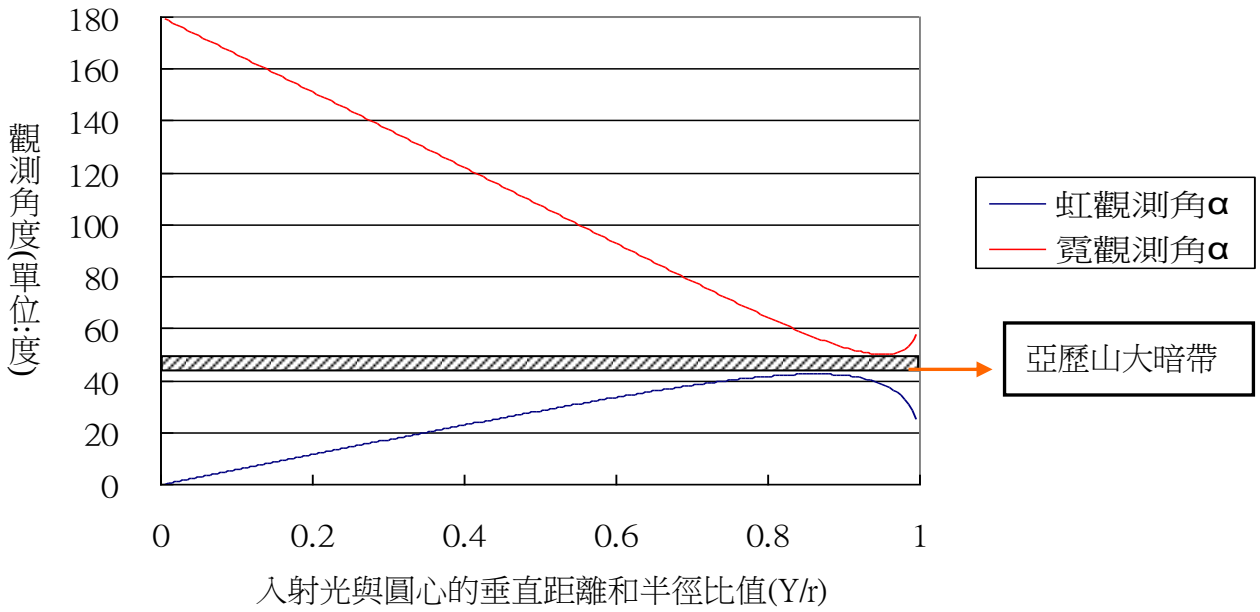
圖 13 :綠光雷射照射小水滴所形成的虹、霓以及複虹

四、實驗討論

1. 當光線射入水滴時，我們在以入射光方向為零度的投射屏幕上觀察到亮紋如上圖所示。因為水滴並非正圓形，所以**我們觀察條紋的角度以最大角度為主**，其條紋對應的位置應該就是水滴最寬的地方。我們從圖形中發現在４２度附近，出現主要亮紋，並且在小於４２度附近出現細微的亮紋，直到最後亮紋過於密集以到最後無法辨識。在大於４２度至５１度並沒有出現細小亮紋，而在５１度附近又再一次出現主要亮紋，緊接著又出現細微亮紋，

但是亮紋強度較４２度主亮紋弱。

2. 出現在４２度以及５１度附近的主要亮紋，和雨後光線平行地面直射小水滴所形成虹及霓的**觀測角**相同。所以這兩個主要亮紋應該就是老師上課所提到的虹(兩次折射一次反射)和霓(兩次折射兩次反射)，而其它的細小條紋，應該就是我們要尋找的複虹。
3. 我們利用Excel計算所有**入射光與圓心的垂直距離和半徑比值(Y/r)**與兩次折射一次反射以及兩次折射兩次反射的**理論值觀測角**，發現這兩者均有極限觀測角，分別對應剛剛所提到的虹約４２度，霓約５１度。而在４２度到５１度之間這兩種光線正好都沒有射入此範圍，所以看起來較暗。因為還有第一次反射光，所以還不至於全暗，此暗帶稱為**亞歷山大暗帶**。



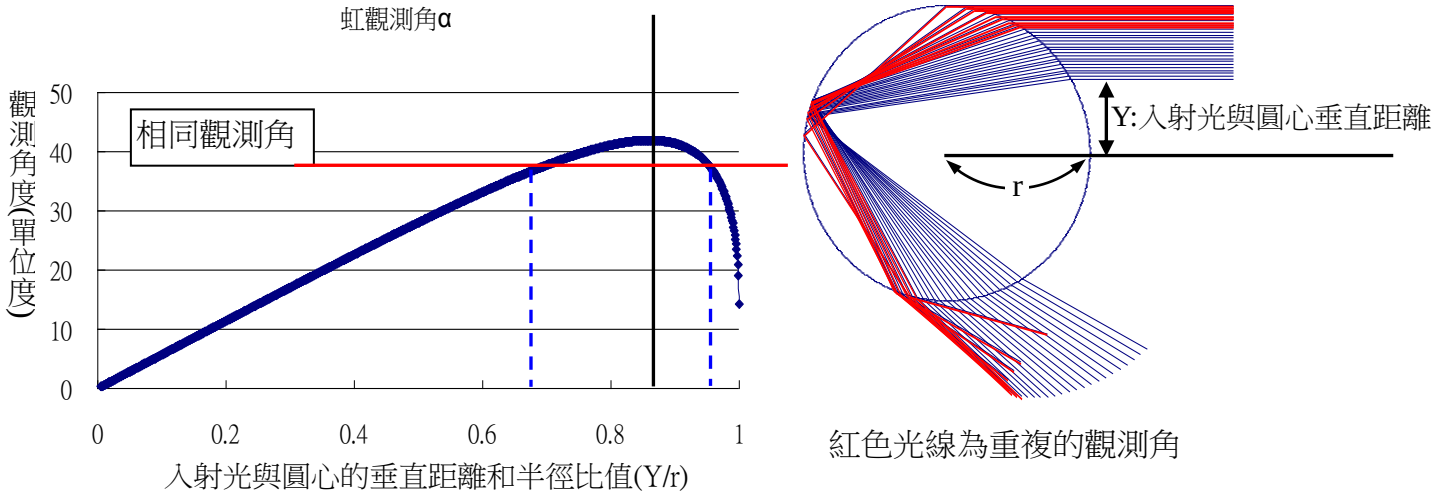


圖 14: **入射光與圓心的垂直距離和半徑比值(Y/r)與觀測角度關係**

4. 我們可以從虹的理論觀測角發現，虹的觀測角從0°到42°均有光線射出，但是大約在**入射光與圓心的垂直距離和半徑比值(Y/r)**大於 0.86 時，觀測角開始變小且與前面的觀測角重複，也就是說**不同的入射光線會有相同的觀測角**。此時兩道光線便會發生干涉現象，在主虹附近出現干涉條紋，也就是剛剛所提及的複虹。

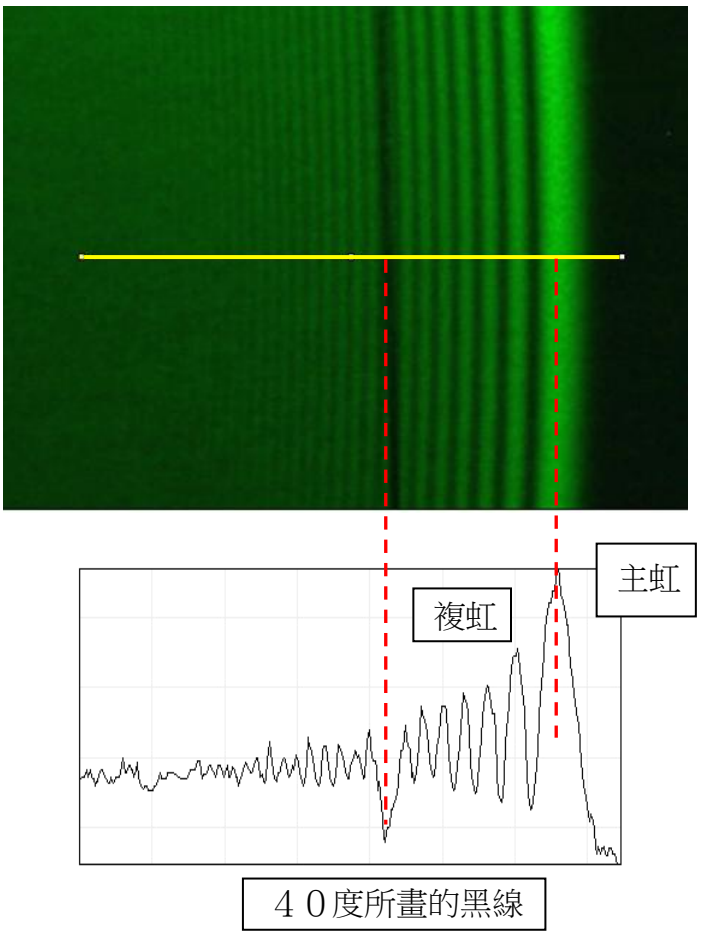
5. 每次做實驗時會發現，當水滴大小改變時，４２度附近最亮的條紋(主虹)以及５１度近最亮的條紋(主霓)位置並沒有太大的變化。但是主虹附近其他的細條紋的寬度似乎發生些微的變化。從實驗中可發現從主虹到４０度之間複虹亮紋的數目似乎有越來越密集的現象，５１度以上的條紋也有相同的情形。因為在霓(兩次折射兩次反射)所產生的條紋較為黯淡，所以我們接下來主要研究的是虹(兩次折射一次反射)附近的複虹亮紋與水滴大小的關係。

實驗三 改變小水滴大小並觀察屏幕上的複虹亮紋變化

一、實驗步驟

1. 儀器裝置同實驗二
2. 將儀器架設完畢後，轉動螺旋測微器，產生小水滴
3. 利用雷射光打入小水滴
4. 利用兩台數位單眼相機同時紀錄水滴大小以及屏幕上的亮紋
5. 微調螺旋測微器，來改變水滴大小
6. 所拍下的照片利用 ImageJ 軟體來測量水滴的大小及亮紋數目

二、 實驗結果



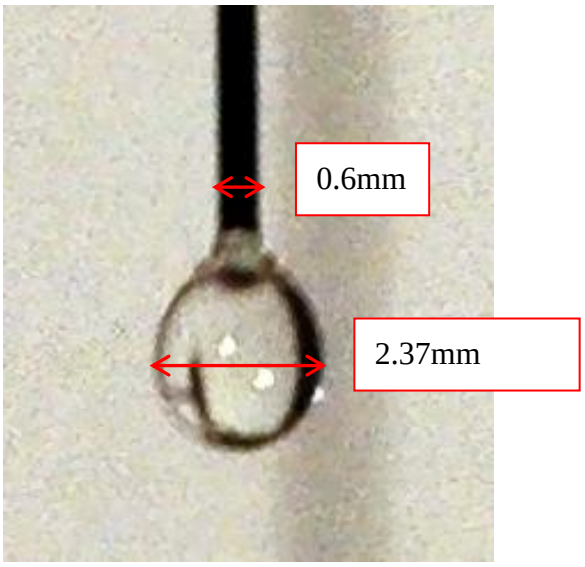
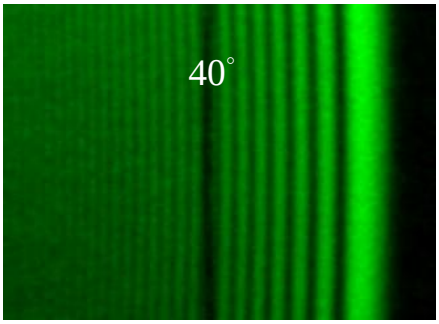
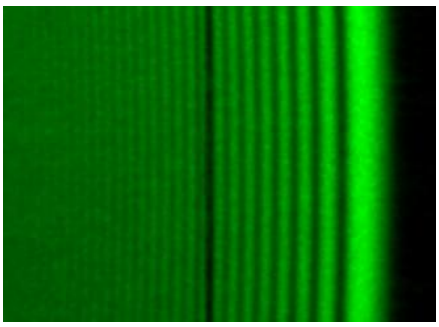
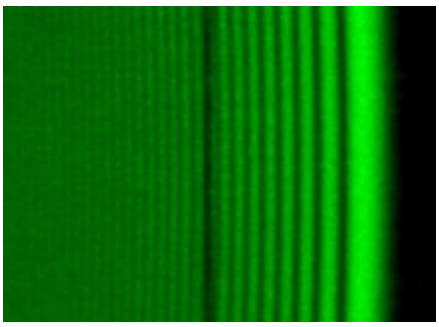
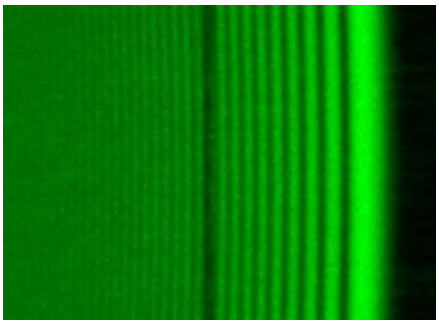
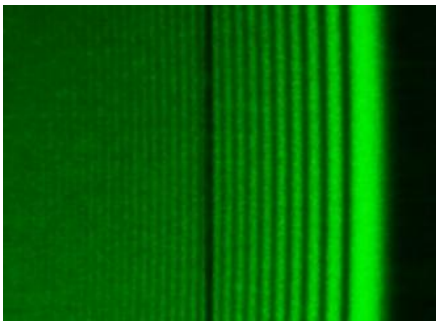


圖 15:利用 ImageJ 來測量水滴大小及 40 度以上的複虹亮紋數

主虹和複虹	40度以上複虹亮紋數	水滴照	水滴半徑 (mm)
	6.5		0.72mm
	7		0.77mm
	7.5		0.81mm
	8.5		0.91mm
	9		0.98mm

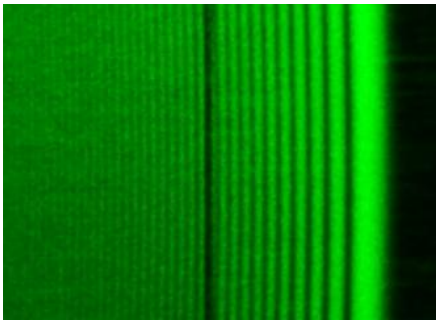
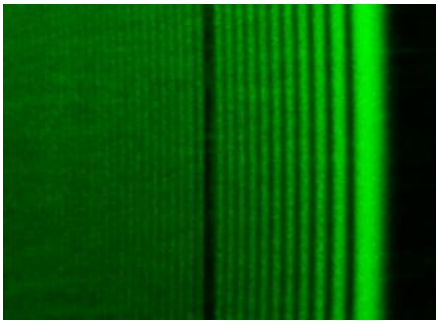
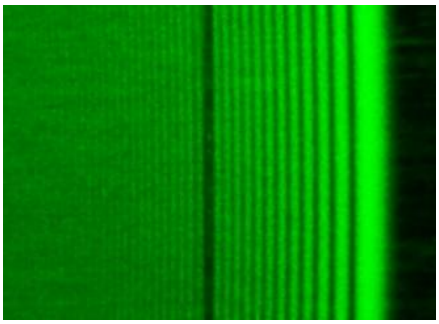
	10		1.01mm
	11		1.13mm
	11.5		1.15mm

圖 16 :40 度以上的複虹條紋數與水滴大小關係

三、實驗討論

1. 我們所使用的針頭直徑為0.6mm，我們將水滴的影像拍下，再利用ImageJ來測量針頭和水滴最大寬度的比例關係，藉此測量水滴的最大寬度。
2. 利用ImageJ軟體裡的訊號強度分析，來判斷複虹數目。從照片中可以發現，直徑較小的水滴，條紋間分布較寬，且亮暗間隙清晰；而直徑較大的水滴，條紋較密集，但亮暗間隙較狹窄。但隨著水滴寬度的增加，主虹的位置並沒有改變，依然在４２度附近。
3. 至於**複虹形成原因，是因為光線射入水滴時，平行入射光在不同的入射角的情況下，卻有相同的觀測角，而這兩道光線形成光程差，所造成的干涉現象就是複虹形成的原因。**我們找到的資料裡雖然有複虹干涉條紋的理論計算方式，但是其數學已遠遠超出我們的能力，所以我們利用簡單的幾何數學及高中物理來解釋其現象，並用Excel嘗試運算出干涉條紋出現的位置，來解釋複虹形成的原因。

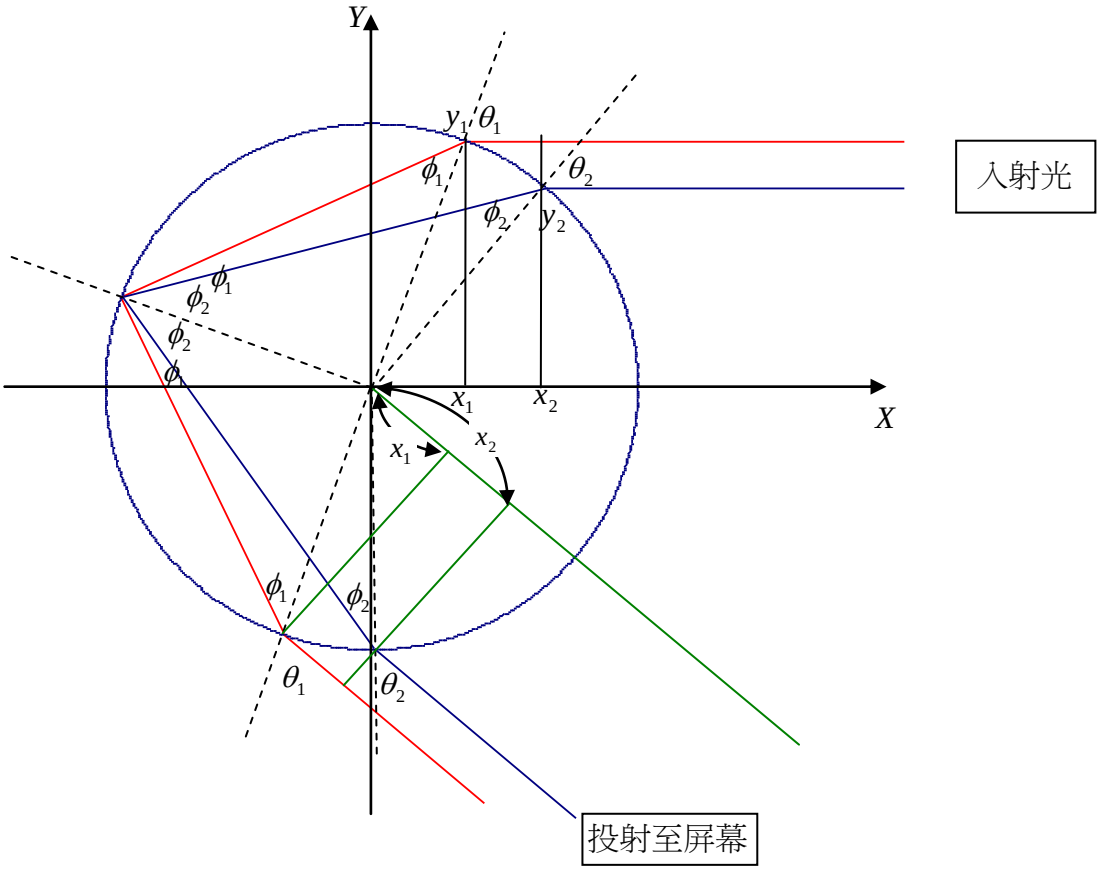


圖 17 :兩次折射一次反射模擬圖

4. 我們以兩道與圓心不同垂直距離、具有相同觀測角的平行光來說明(**簡單的說就是兩道平行光束，經兩次折射一次反射後又以平行光射出**)。已知雷射光為同調光源，令水滴的半徑為r，在兩光束打入圓形水滴之前，就會產生光程差，其光程差為 $x_2 - x_1 = r(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$，最後射出水滴時又再一次產生了光程差，其光程差的距離與入射水滴前光程差的距離相同為 $x_2 - x_1$，所以兩道光束從雷射光射出至投射到屏幕全部的光程差為 $2r(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) + n \times 4r(\cos\phi_1 - \cos\phi_2)$，其中n為水的折射率。當光程差為波長的整數倍時即為完全建設性干涉也就是複虹的亮紋，若為半波長的奇數倍時，即為完全破壞性干涉也就是複虹的暗紋。
5. 我們嘗試利用Excel來計算複虹條紋數目，來比較與實驗的差異。我們先利用Excel將不同y值(**也就是入射光與圓心的垂直距離**)的入射光計算出其對應的兩次折射一次反射的觀測角，選取相同的觀測角但不同的y值的入射光(如圖14)。並利用上述公式，以Excel計算兩光束的光程差並求出從主虹到觀測角的複虹亮紋數目。最後找出兩次折射一次反射的**觀測角度**與**主虹到觀測角的複虹亮紋數目**的關係圖，再與實驗數據作比較，驗證其理論是否與實驗相符。我們嘗試先利用1mm半徑的水滴來做理論運算，所得到的數據圖(圖18)令人振奮。其理論數據圖顯示，隨著觀測角度越小，複虹的亮紋數目也越密集，最後甚至每一度變化的觀測角，塞進了二三十條的亮紋，這也就說明了為什麼觀測角度越小複虹的亮紋會越來越密集。而且每個數據點代表兩道光線的干涉，就數據點密集程度，可以發現隨著觀測角越小複虹的強度越弱。最後從**圖**14可知，當角度太小時，並不會出現相同的觀測角。由以上三個原因均說明了，為什麼觀測角度太小會觀察不到複虹的條紋。

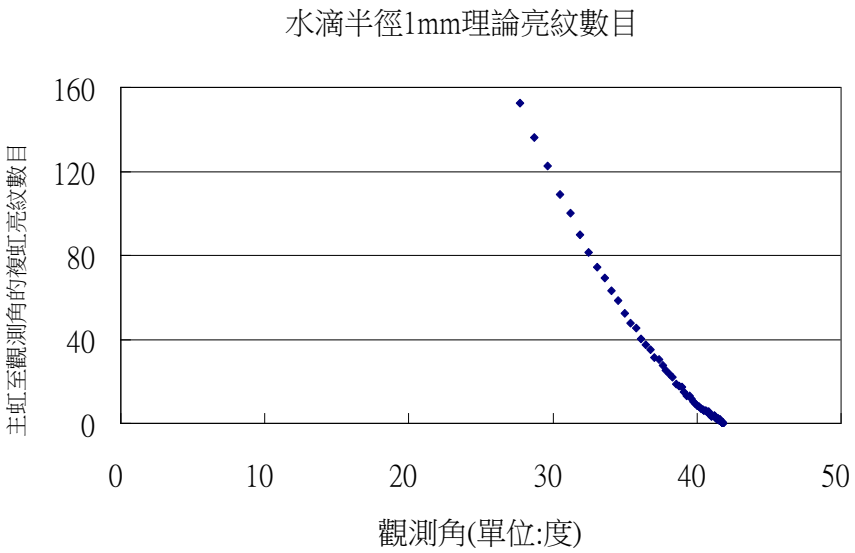


圖 18 :觀測角度與主虹至觀測角的理論關係圖

6. 接下來我們更進一步利用公式 $2r(\cos\theta_2-\cos\theta_1)+n\times 4r(\cos\phi_1-\cos\phi_2)=m\lambda$ ，來計算４０度以上的複虹數目，其中m值正好為第m亮紋對到４０度觀測角，換句話說m值即為４０度以上的複虹數目。我們發現從實驗觀測複虹數目及理論推算m值，兩者相當接近。就整數的亮紋數而言，誤差均沒有超過一條複虹。

表 1 :水滴半徑大小與 40 度對應的第 m 條亮紋

水滴半徑(mm)	實驗複虹數目	理論 m 值	百分誤差(%)
0.72	6.5	6.15	5.69%
0.77	7	6.60	6.06%
0.81	7.5	7.07	6.08%
0.91	8.5	8.01	6.12%
0.98	9	8.48	6.13%
1.01	10	9.42	6.16%
1.13	11	10.37	6.08%
1.15	11.5	10.84	6.09%

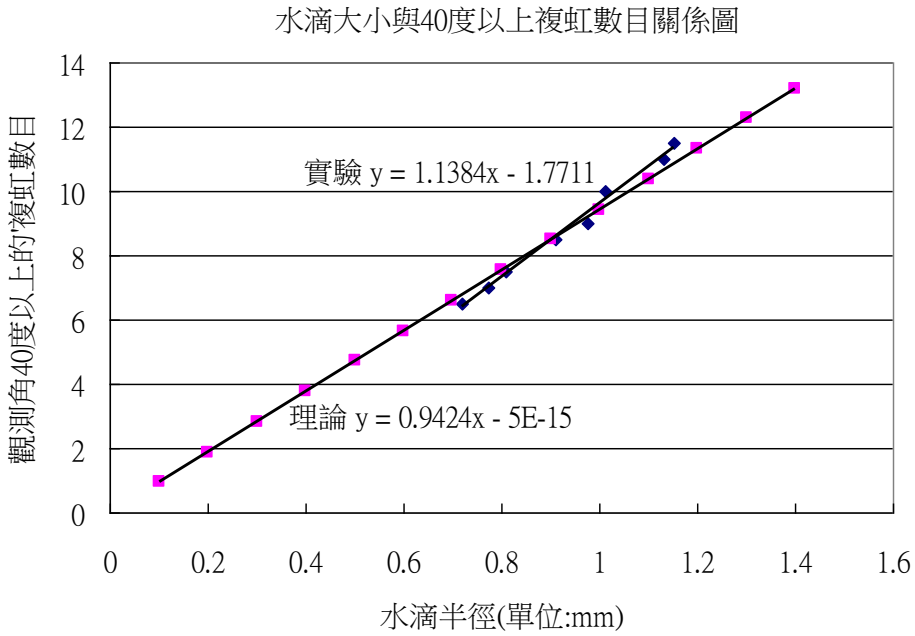


圖 19 :水滴半徑大小與 40 度對應的第 m 條亮紋關係圖

7. 本實驗在複虹條紋的判讀上稍有困難，雖然利用ImageJ來輔助判讀，但是我們在屏幕上的所畫的黑線會蓋過亮紋，所以我們只能判讀是亮紋還是暗紋對到黑線，所以會有半條亮紋出現在數據中。

實驗三-二 觀察屏幕上不同色光和複虹的關係

一、實驗裝置

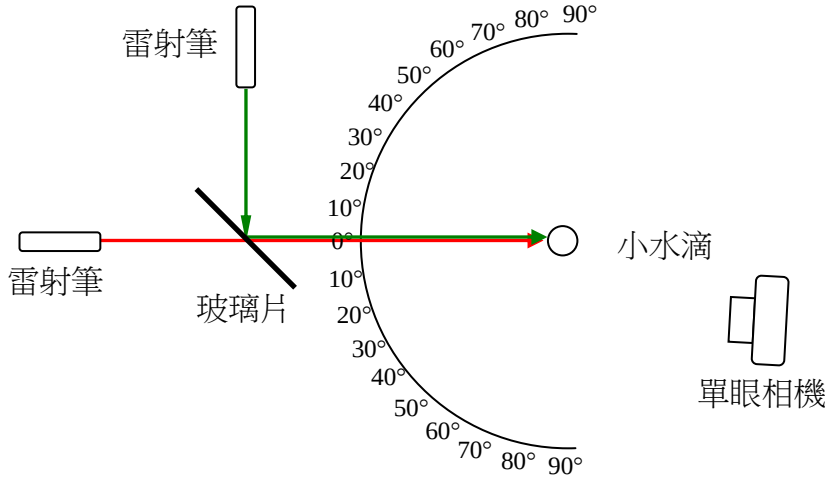


圖 20 :同時入射紅光及綠光實驗裝置俯視圖

二、實驗步驟

1.利用玻璃片將綠光雷射反射，讓紅光、綠光同時射入小水滴。

2.觀察紅光及綠光在屏幕上所形成的複虹條紋

三、實驗結果

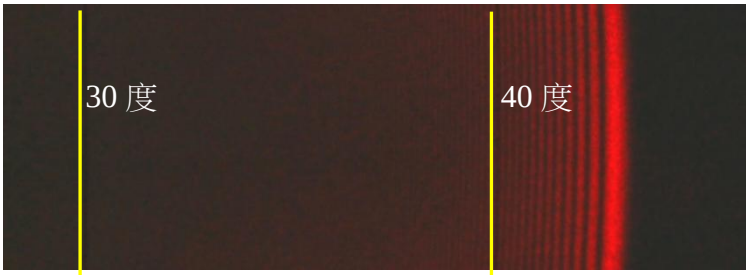
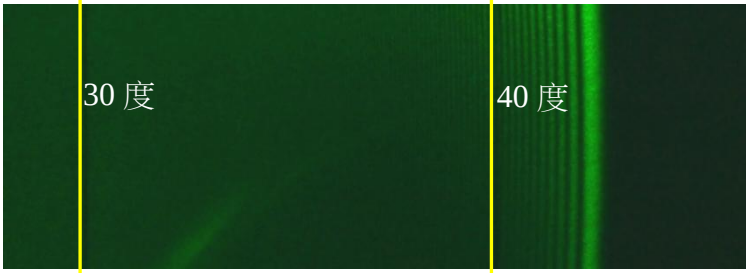
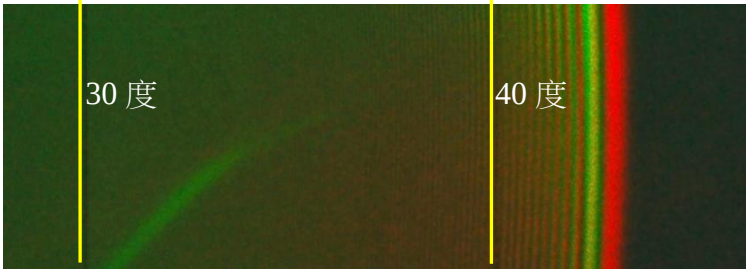
	**單色紅光複虹**
	**單色綠光複虹**
	**紅光、綠光同時形成複虹**

圖21:不同色光的複虹

四、實驗討論

1.我們清楚的發現，紅光、綠光因為折射率的不同，所形成的主虹、複虹的位置並不相同。當兩色光同時打入小水滴時，不管是主虹或是複虹均產生如彩虹般的色散現象，與實驗一灑水時所出現現象相符。

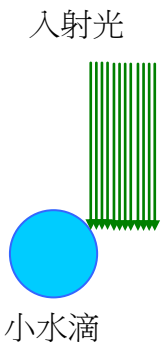
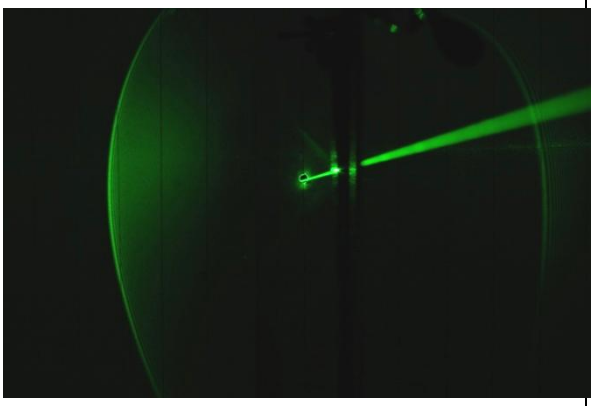
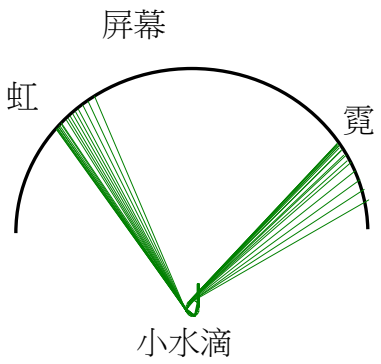
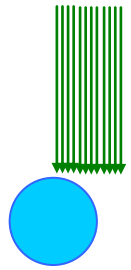
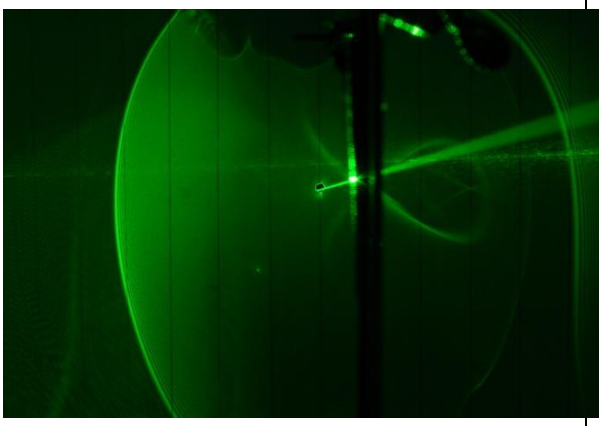
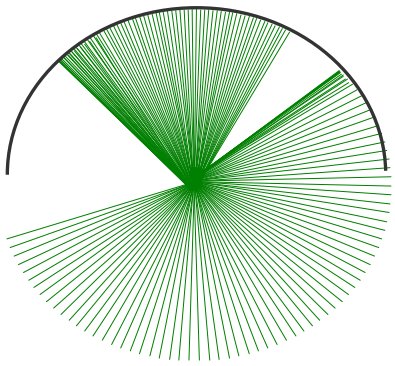
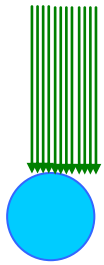
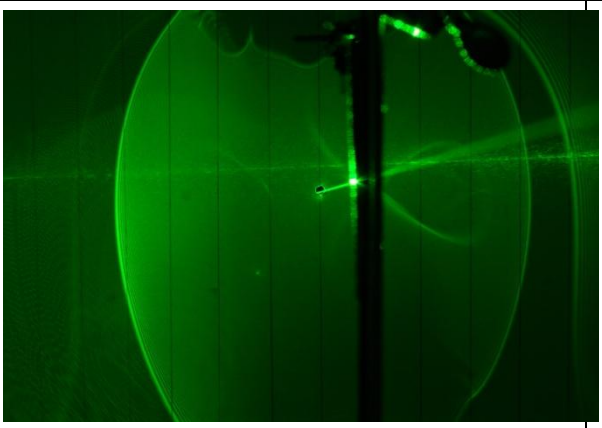
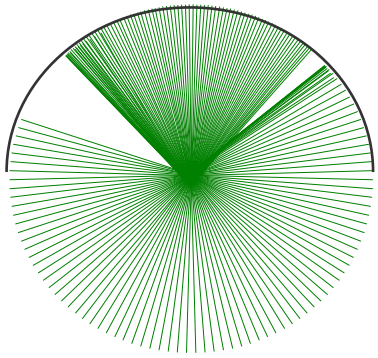
2.紅光、綠光折射率只有些微的差異，但是主虹的位置就有明顯的不同，也因此我們可以設計利用主虹的位置來測量物體折射率的方法。

實驗四　偏移入射光束探討其複虹的變化並以Excel模擬光線路徑

一、實驗步驟

1. 先將儀器架設完畢，改變光線入射水滴的水平位置，並觀察屏幕上亮紋的變化
2. 並利用Excel模擬光線射入水滴之路徑。

二、實驗結果

示意圖(俯視圖)	實驗照	Excel 模擬俯視圖形
		
		
		

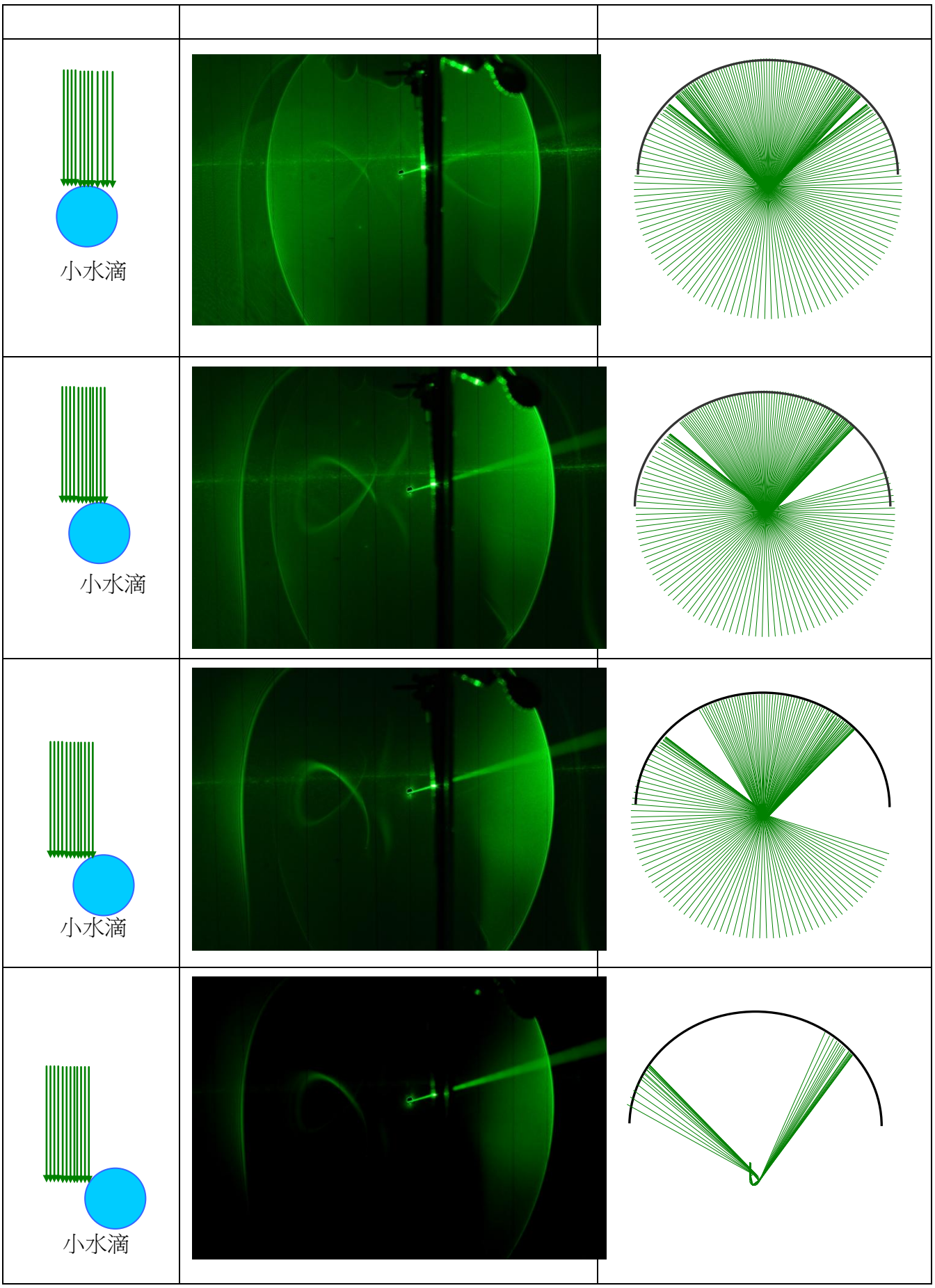


圖22: 偏移入射光束與屏幕上成像關係

三、實驗討論

1. 我們發現當光線些微掠過小水滴時，便會出現主虹與主霓的條紋，但是並非兩側均出現虹和霓，取代的是與入射光另一側的虹和同一側的霓。**同時我們也發現虹和霓附近的複虹條紋也已經出現**，這與我們利用Excel模擬的光線路徑圖形相符**(見附錄)**。從模擬圖形中我們發現，**當光線掠過水滴時，便會出現不同入射光線但具有相同觀測角的現象**，從實驗二的理論數據中，也發現入射光與圓心的垂直距離和半徑比值為0.86附近時就會出現複虹。隨著入射光越接近水滴中心，屏幕上的亮度也會逐漸增加，當光線整個涵蓋水滴時，屏幕兩側的才會同時出現明顯的虹與霓。

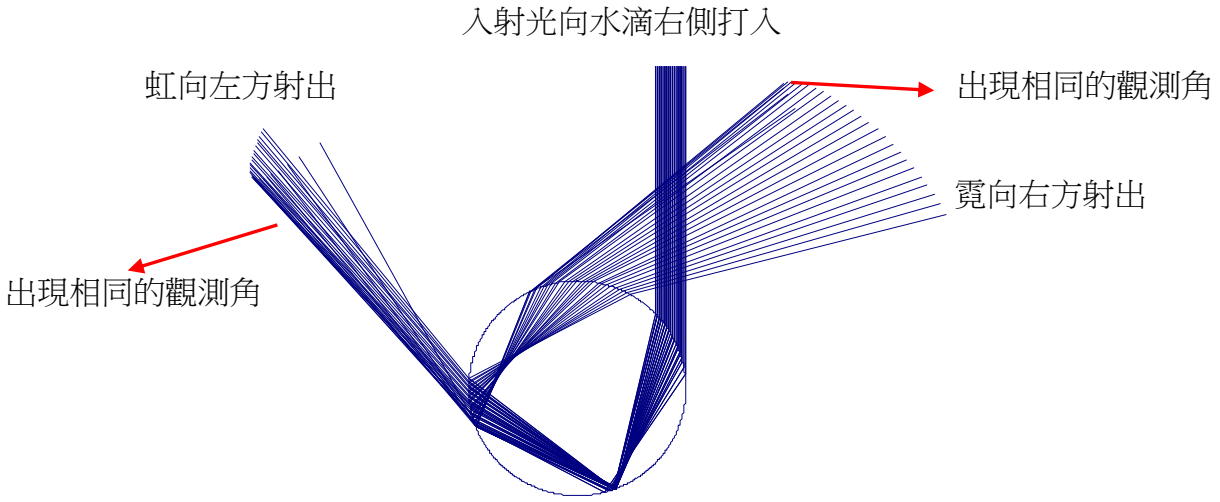


圖 23:Excel 模擬光線路徑圖

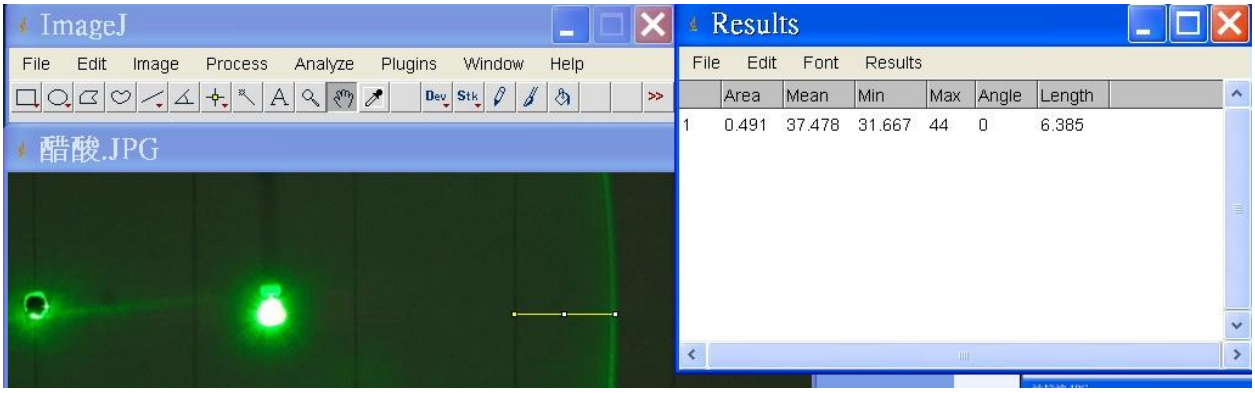
2. 本來想利用黑紙遮蔽雷射光來達到部份光線入射水滴的目的，但實驗後我們發現雷射光在遮蔽處產生了繞射現象，反而讓雷射光照射到更大部分的水滴，即使讓遮蔽處盡量靠近水滴可以將此繞射現象的影響降到最低，但是我們發現遮蔽處可能會不小心遮住從水滴裡面折射出來的光線造成實驗誤差，所以我們採改移動光線來達到此目的。

3. 我們利用Excel計算出光線經過的位置點，並嘗試畫出光線路徑(見附錄)，結果和模擬實驗的圖形相符。因為我們的主角是虹和霓，也避免模擬光線過於複雜，我們只模擬了兩次折射一次反射以及兩次折射兩次反射的光線，至於第一次反射，以及一些高階彩虹的部分，我們在這裡就不加以考慮。

實驗五　利用不同液體觀察主虹出現的角度與折射率的關係

一、實驗步驟：

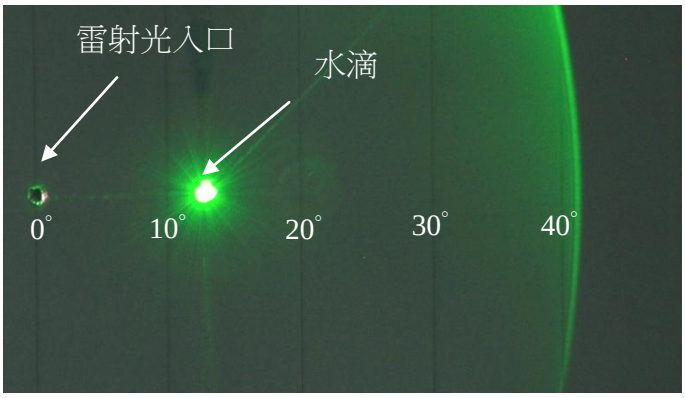
1. 以多個針筒盛裝不同溶液（水、醋酸 CH_3COOH(99.81%)、乙醇 C_2H_5OH(95%)、大豆沙拉油、甘油 $CH_2(OH)CH(OH)CH_2(OH)$(99.9%)）
2. 依序將針頭至於屏幕圓心上方
3. 以雷射光照射針頭上溶液
4. 觀察不同液體的主虹觀測角度關係
5. 利用 ImageJ 來判讀主虹的觀測角度大小。



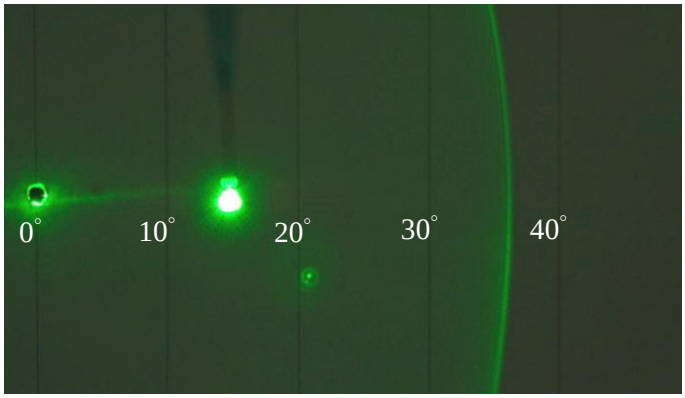
利用 ImageJ 來判讀主虹觀測角度

二、實驗結果：

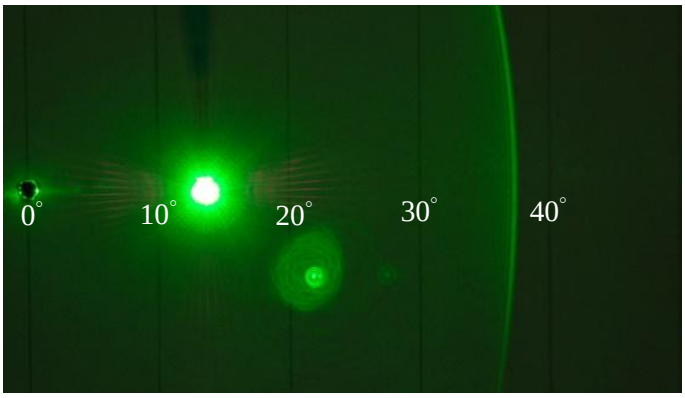
水:41.5 度



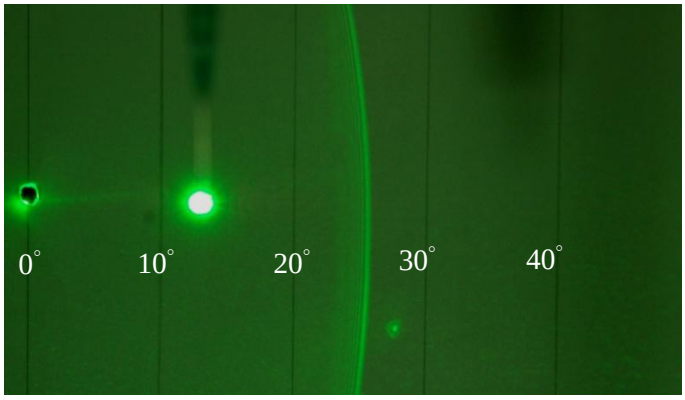
醋酸:36.4 度



乙醇:37.5 度



大豆沙拉油:25.7 度



甘油:25.4 度

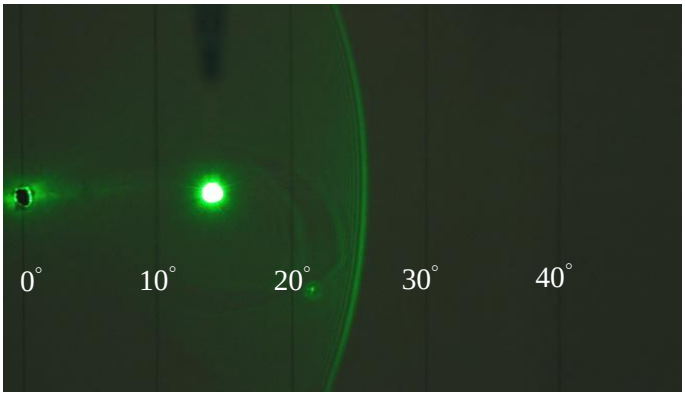


圖 24:不同液體與主虹觀測角關係

圖 25 :虹的最大觀測角與折射率理論關係圖

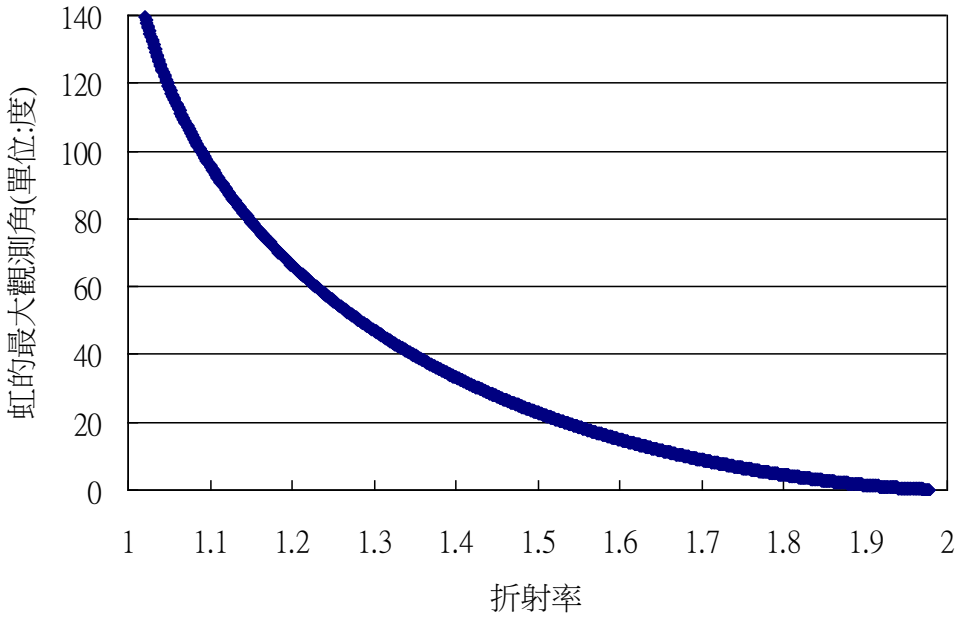


表 2 :不同溶液的主虹觀測角與折射率關係

	水	醋酸	乙醇	大豆沙拉油	甘油
主虹最大觀測角(單位:度)	41.5	36.4	37.5	25.7	25.4
測量折射率	1.337	1.374	1.366	1.469	1.473
理論折射率	1.333	1.3696	1.361	1.466	1.473
實驗誤差(%)	0.30%	0.32%	0.37%	0.20%	0.0%

三、 實驗討論：

1. 每個溶液成像的主虹角度不盡相同，主要原因是各個溶液不同的折射率所致。折射率較大的，像大豆沙拉油、甘油，主虹的成像角度約在二十幾度；而折射率較小的，像醋酸、乙醇，虹的成像角度約在三十幾度；而我們觀測的溶液裡，折射率最小的水，虹的成像角度是最大的。
2. 雖然我們可以用 Excel 將水滴射出的全部光線計算出來，以獲得其極限角度，但尋找不同折射率液體的極限觀測角度，此方法較為繁複，所以我們將利用微分，直接求出此極限角度發生處。
3. 令偏向角δ 、入射角θ與折射角ϕ，由幾何光學的關係可得虹的偏向角滿足δ = 180+2θ －4ϕ，為了求偏向角δ 的極限，我們將其微分，使其$\frac{d\delta}{d\theta}=2-4\frac{d\phi}{d\theta}$=0，根據司乃耳定律 $\sin\theta$ = n $\sin\phi$ ，可以得到 $\cos\theta=\sqrt{\frac{n^2-1}{3}}$ ，$\sin\phi=\sqrt{\frac{4-n^2}{3n^2}}$ ，因為當光線水平入射水滴時，偏向角與觀測角相

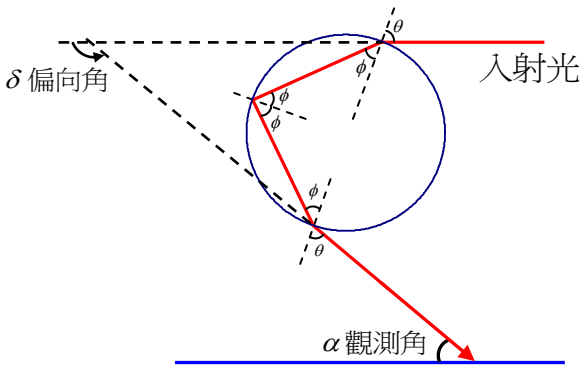


圖 26:虹的觀測角與偏向角

差 180 度，因此觀測角$\alpha = 180 - \delta = 4\phi - 2\theta$，可以求出虹的極限觀測角。我們將公式代入 Excel 中，求出**折射率**與**虹的最大觀測角(主虹觀測角)**關係圖**(如圖 25)**，藉此來反推液體的折射率。

4. 從實驗和理論值比較，實驗誤差相當小，而且我們不需利用大量的液體，只需少量的幾滴樣品，便可以用簡單的方式測出液體的折射率。
5. 我們的實驗所測得的折射率均略大於理論值，是因為我們查到的理論折射率是對波長為５８９ｎｍ的鈉黃光而言。但我們所使用的是５３２ｎｍ的綠光，隨著色光波長越短，其折射率越大，所以我們的實驗值會略大於理論值。

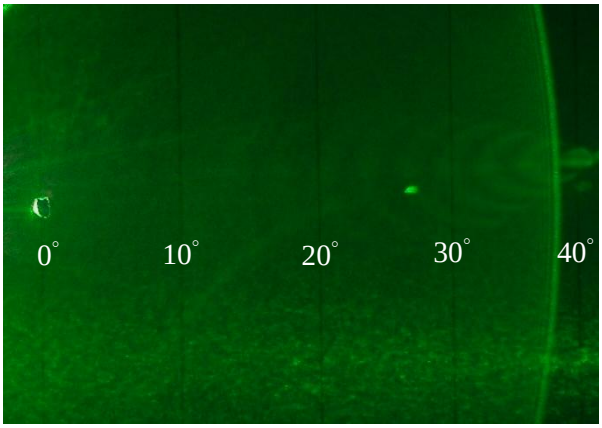
實驗六　觀察不同濃度的溶液產生的圖形

一、實驗步驟：

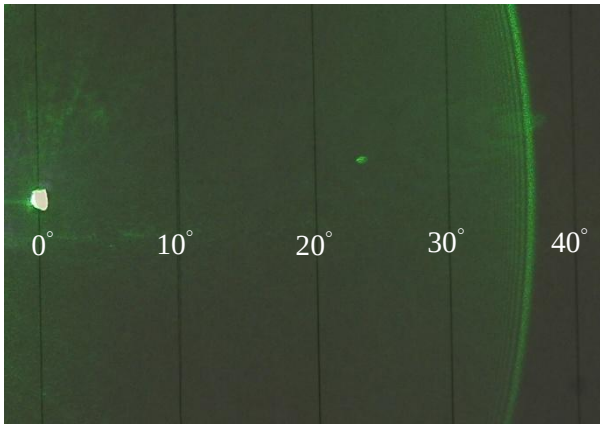
1. 調配不同重量百分濃度的甘油水溶液
2. 分別為重量百分濃度 10%、20%、30%、40%、50%、60%，放置在針筒裡。
3. 以雷射光照射液體。
4. 觀察不同濃度對主虹觀測角的影響

二、實驗結果：

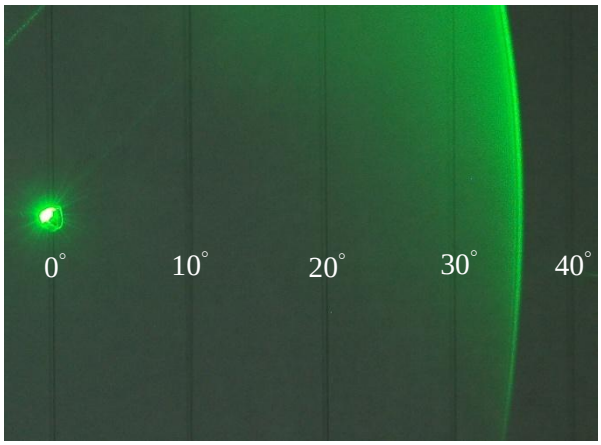
10%的甘油水溶液：38.7 度



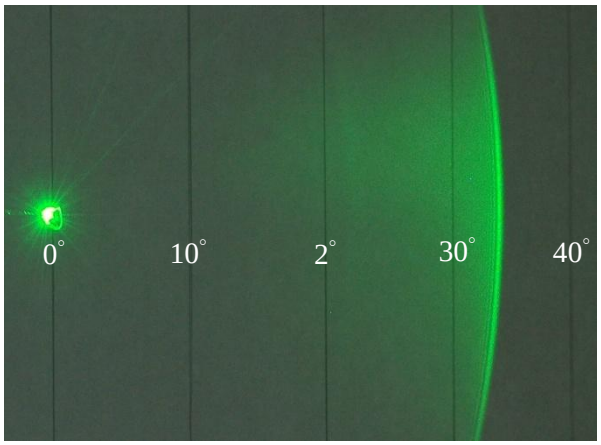
20%的甘油水溶液：36.9 度



30%的甘油水溶液：35.8 度



40%的甘油水溶液：34.2 度



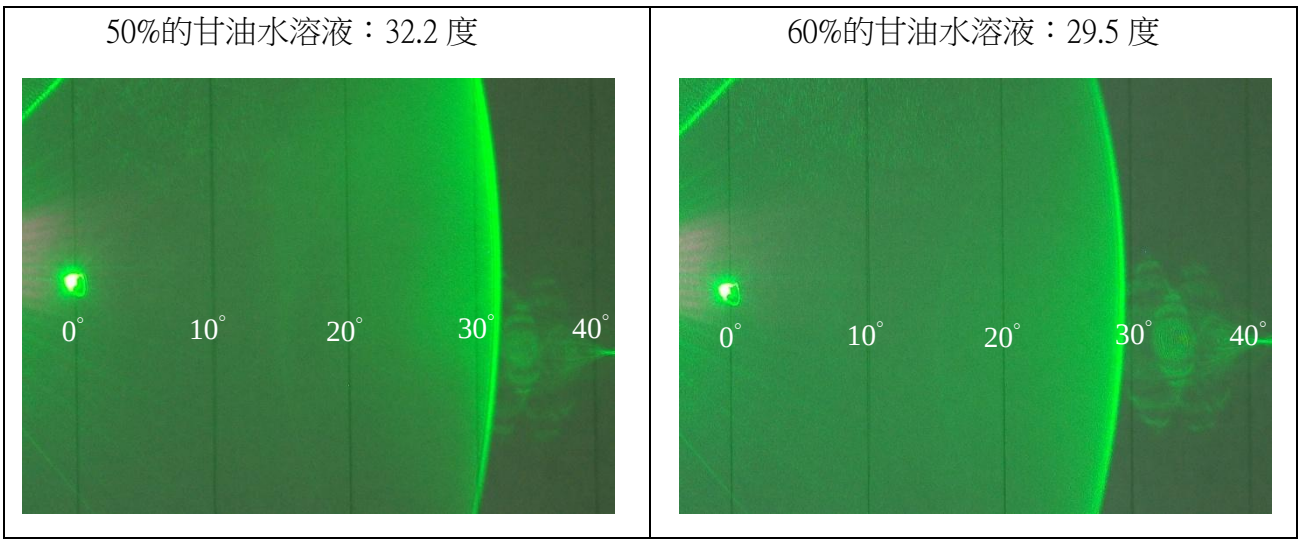


圖 26:不同濃度甘油與主虹觀測角的關係

甘油(重量百分濃度%)	虹的最大觀測角(單位:度)	折射率
10	38.7	**1.357**
20	36.9	**1.371**
30	35.8	**1.379**
40	34.2	**1.392**
50	32.2	**1.409**
60	29.5	**1.433**

表 3:不同濃度甘油與折射率的關係

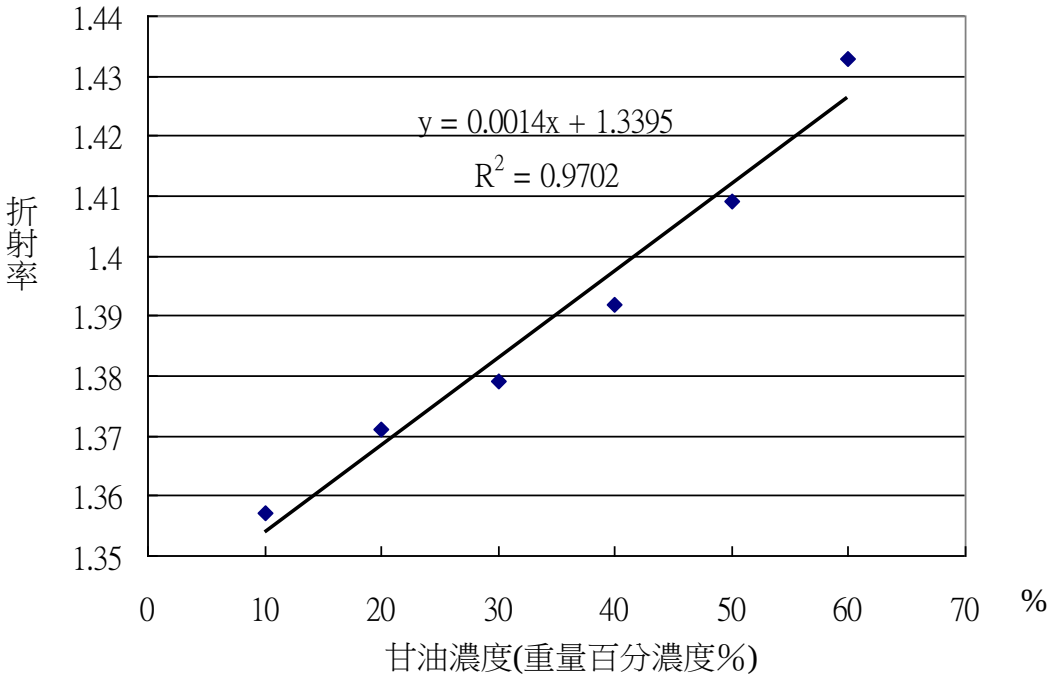


圖 27 :甘油濃度與折射率關係圖

三、實驗討論：

1. 濃度越大，主虹角度會靠近純溶質成像的角度，對應的折射率也會越接近純溶質的折射率。濃度的不同會造成折射率的差異，由實驗數據可知，隨甘油的濃度增加其折射率越大，也越接近純甘油的折射率，濃度與折射率呈線性關係。
2. 從實驗數據所得到的線性方程式，與 Y 軸的截距為 1.3395，其對應的物理量正好是純水的折射率與理論值相當接近，其百分誤差為 0.45%。

實驗七 利用自製細玻璃棒模擬水滴並觀察複虹條紋

一、 實驗儀器

圖 28 :拉製細玻璃的器材工具

二、實驗步驟

1.燒玻璃棒

(1)用本生燈燒玻璃棒的中央（圖 29）

(2)等待１、２分鐘後玻璃棒便因高溫而可塑形

(3)緩慢將玻璃棒往兩側拉（圖 30），可得前端被拉長由細到粗的玻璃棒（圖 31、32）

2.觀察成像

(1)將玻璃柱架設於屏幕圓心處，利用雷射光照射找出對應的主虹和複虹。

(2)先讓光線射向玻璃柱最頂端，拍下照片後，觀察光束經玻璃棒折射和反射後在屏幕上的成像

(3)往上移動玻璃棒，觀察玻璃棒的粗細對圖形的影響。

圖 29

圖 30

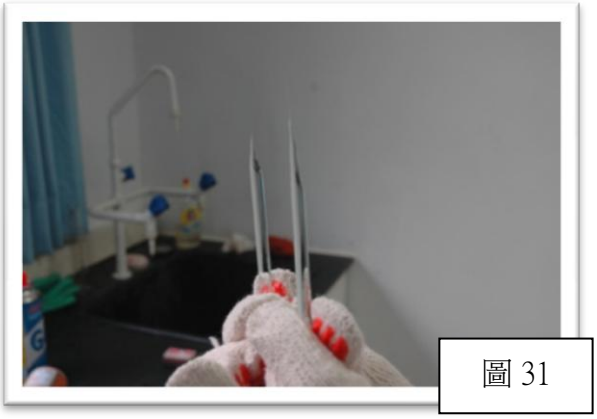


圖 31

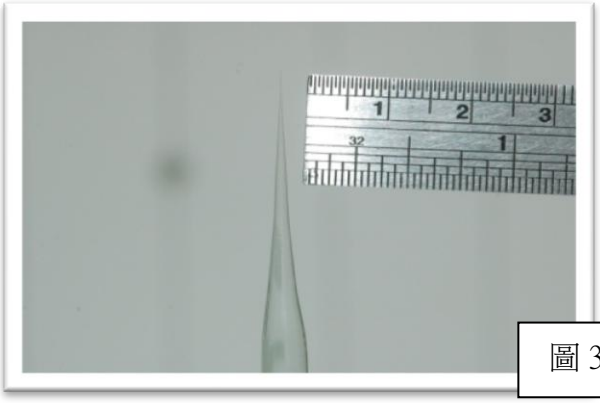


圖 32

圖 33:自製細玻璃柱

三、實驗結果：

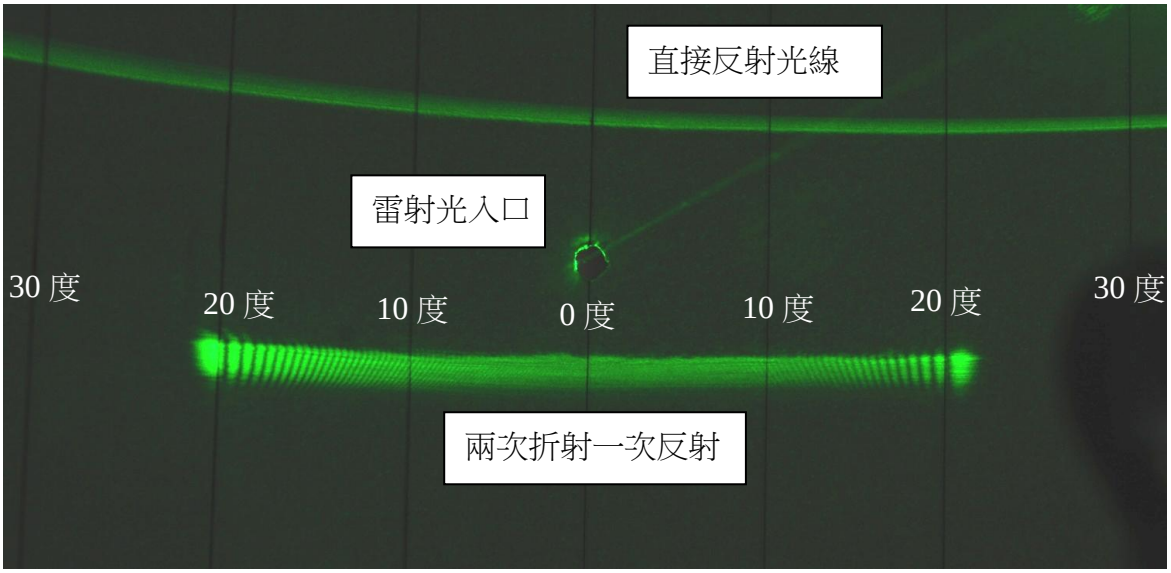
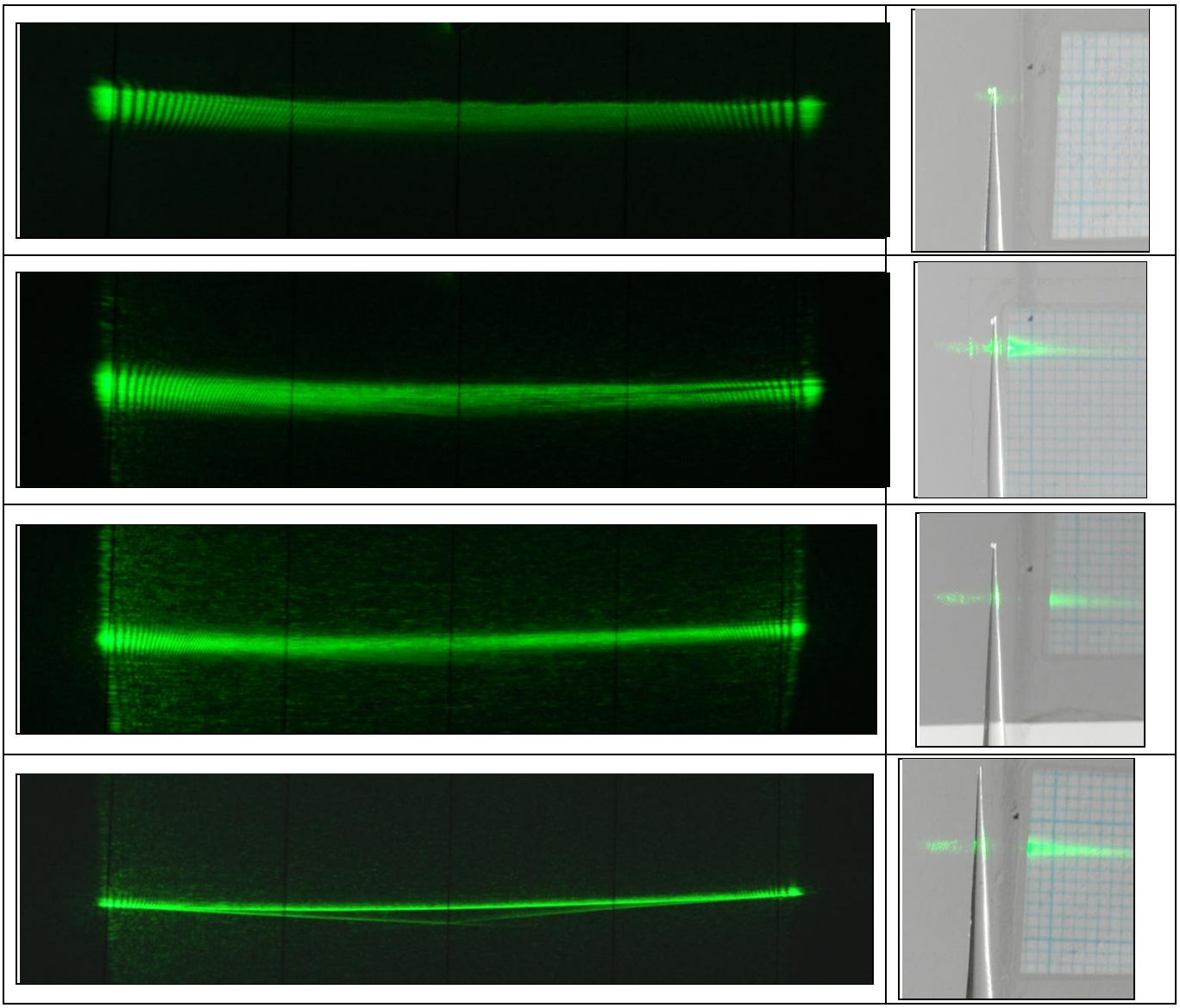


圖 34:自製玻璃棒的複虹條紋



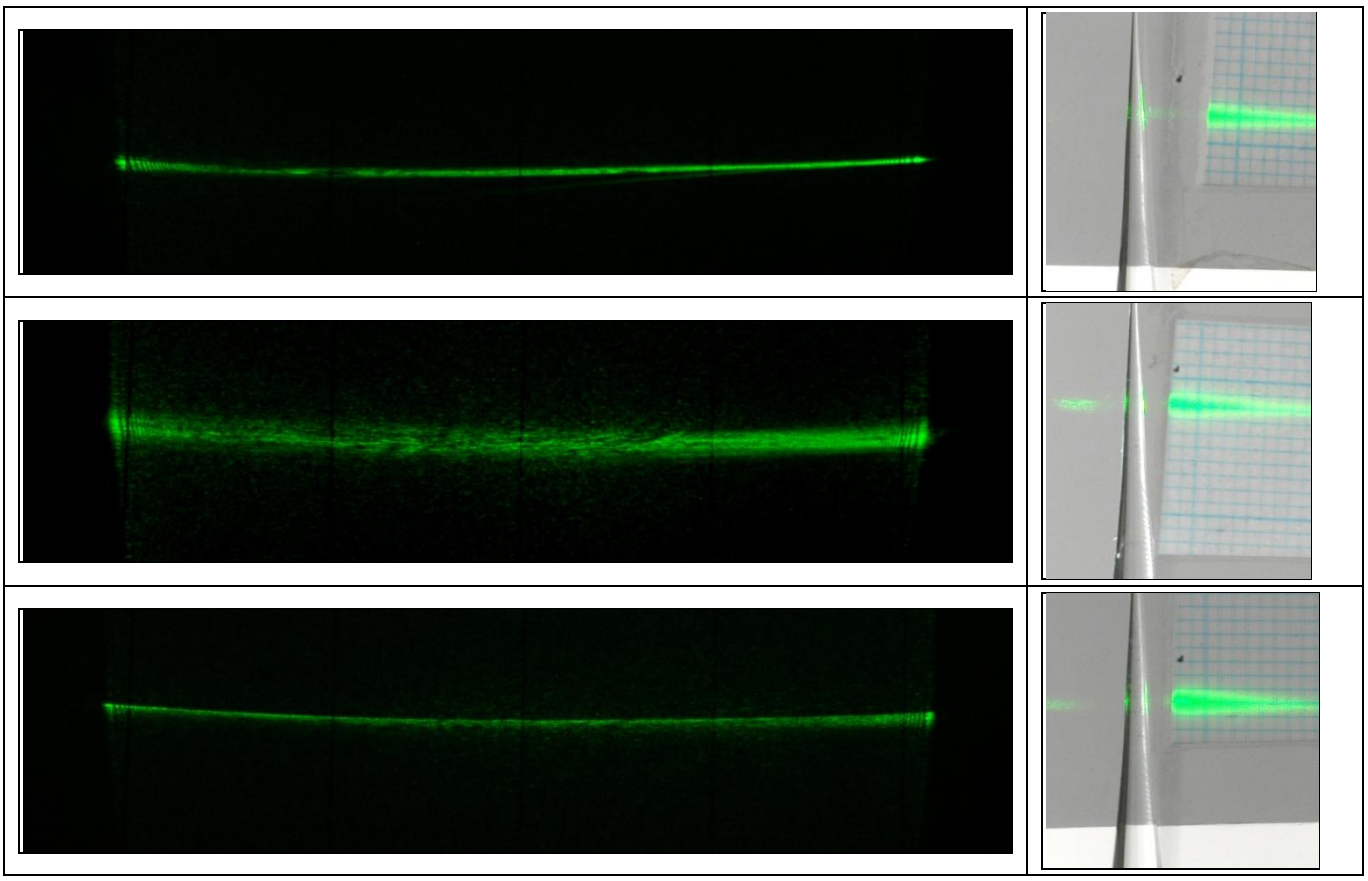
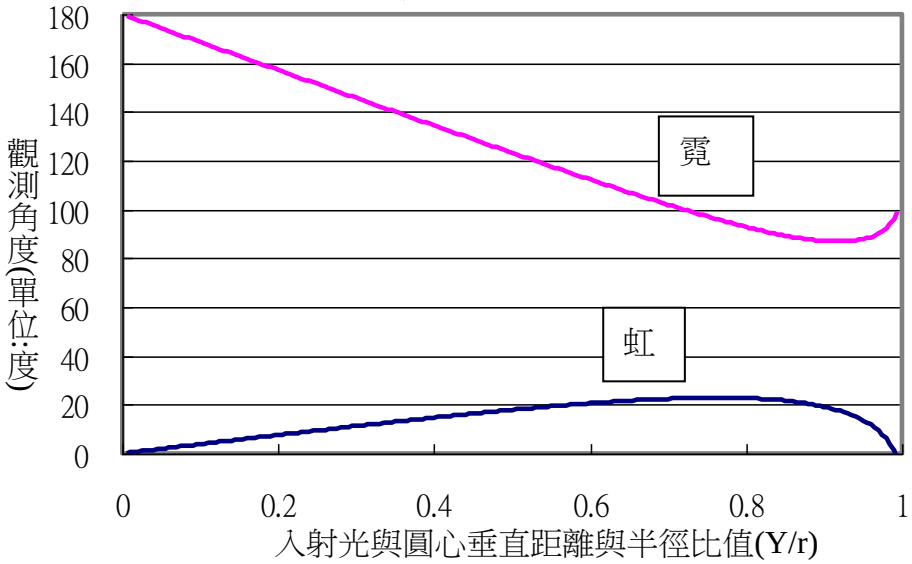


圖 35 :玻璃柱寬度與複虹的關係圖

四、實驗討論

1.我們觀察到隨著玻璃柱半徑越大時，主虹附近的干涉條紋會越密集，此與實驗二的干涉條紋現象相符。但我們發現當光線入射玻璃最細處時，從０度到２２度幾乎均有干涉條紋的出現，這是與小水滴不同之處。這一點由我們模擬的理論觀測角數據圖中便可發現，從零度到２２度附近均有重複的觀測角出現。也因此只要玻璃柱夠細，便可以觀察到從０度到２２度均有干涉條紋出現，但是如果玻璃太粗，小角度的干涉條紋會因為太密集，以至於無法觀察到。我們也發現在大約８７度附近有霓的出現(如圖36)，但因為角度偏大且強度較弱所以不容易被觀察到，此現象也與理論數據相符。

圖 36 :玻璃虹及霓的觀測角



2.我們在實驗中也觀測到第一次的反射光線，因為自製玻璃柱並非粗細均勻，所以反射光線會投射在偏上方的位置，而複虹並沒有出現在第一次反射光的位置，這再一次說明了複虹並非反射光線與兩次折射一次反射的光線干涉所造成的。

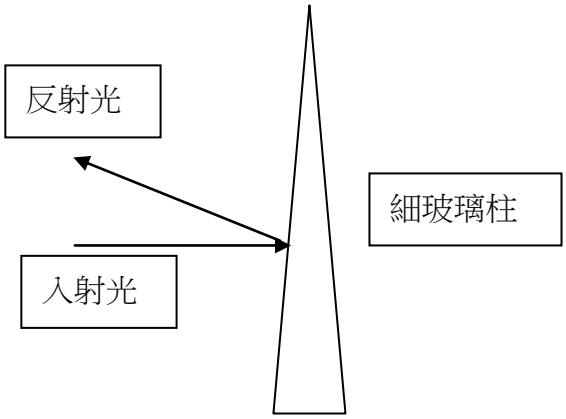


圖 37:雷射光入射細玻璃柱示意圖

3. 因為自製的玻璃柱並非粗細相同，以雷射光線照射時，其干涉條紋會略有傾斜的現象，但依然可以觀察到隨著玻璃柱越粗，複虹的干涉條紋會越密集，但主虹位置並沒有發生變化。

實驗八　尋找實驗室中的複虹

一、實驗步驟

1. 利用鏡子將太陽光反射，射入自製投射屏幕
2. 利用自製玻璃柱來尋找複虹的存在。

二、實驗裝置

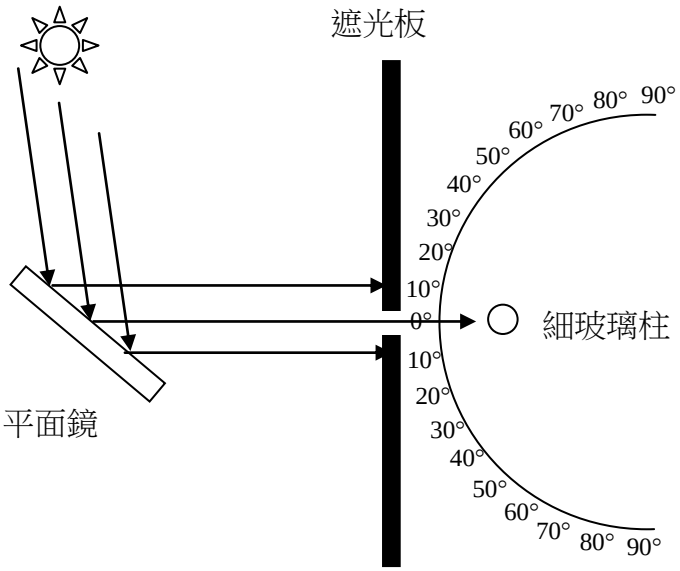


圖 38 :實驗置裝圖俯視圖

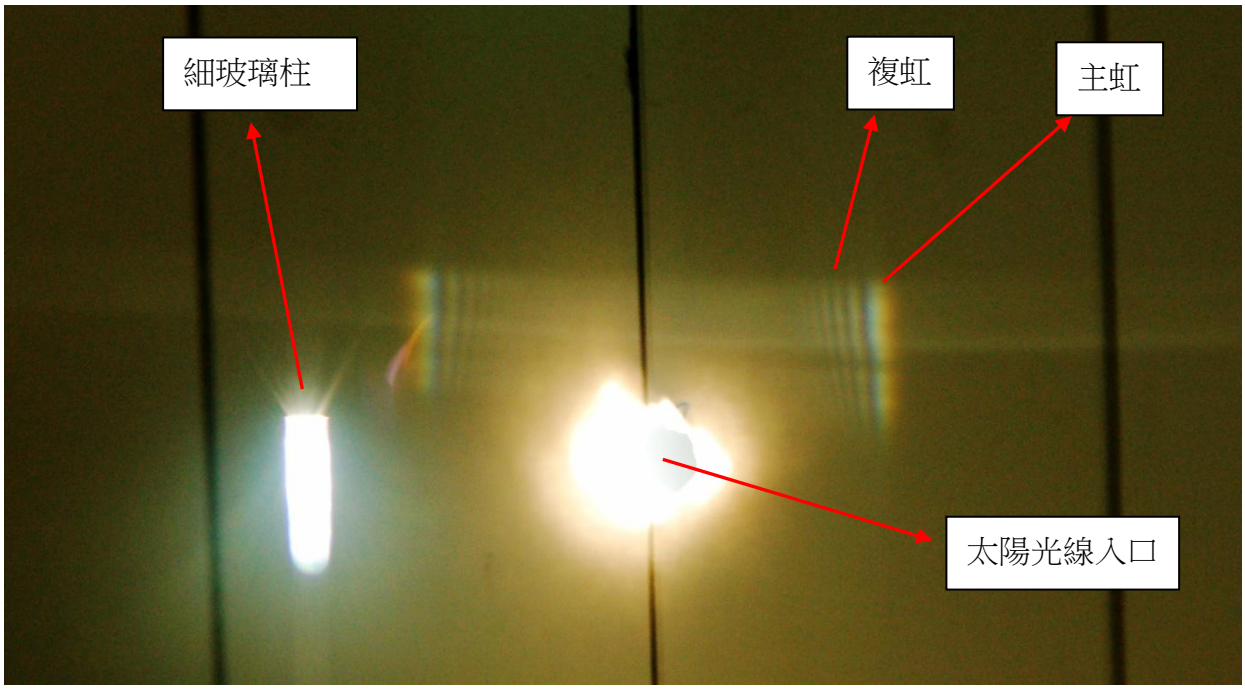


圖 39 :太陽光入射細玻璃柱所產生的複虹 1

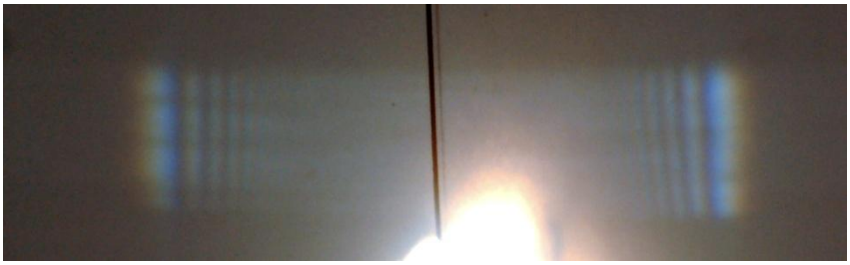


圖 40 :太陽光入射細玻璃柱所產生的複虹 2

1. 此實驗我們不使用小水滴而選用玻璃柱的原因，是因為要產生極小的水滴相當不容易，當水滴過大時，複虹會因為太密集而無法觀察。而且水滴容易晃動，在太陽光出現的有限時間裡，我們決定選用能產生較大間距複虹的極細玻璃柱來做實驗。

2. 因為必須使用極細的玻璃柱才會產生明顯的複虹，但如果玻璃太細，光線經過玻璃柱兩次折射一次反射後，產生的複虹光強度極弱。而且此實驗必須引太陽光入實驗室，所以無法在完全的暗室中實驗，因此其現象極不易觀察。也因為如此，當我們將玻璃柱置於屏幕圓心時，所產生的複虹幾乎比背景光線還弱，導致無法觀察，所以我們只好將玻璃柱往屏幕移動，以能觀察到複虹為主。

3. 從實驗圖中我們可以發現，因為不同顏色的光折射率不同，因此在主虹處產生了色散現象，而且複虹也有相同的現象。此現象與實驗一以及我們從網路所收集到的複虹照片雷同，這也再次說明了太陽光是可以產生複虹的。

4. 從上可知要產生複虹，雨後在天空的小水滴必須大小適中，且觀察的角度要正確。因為複虹的亮度極弱，所以當天空出現極為明顯的虹和霓時，才有機會觀察到複虹。從以上討論中，我們了解到在平常要看見複虹是非常困難的一件事。

伍、討論

1.對於主虹附近的干涉條紋，在參考資料〔1〕中提及在自然界中我們稱之為複虹。複虹出現的機率很低，比霓的出現還難，如果不仔細觀察，非常不容易發現。當然霓附近所出現的干涉條紋，因為亮度極低，所以在自然界中幾乎觀察不到。

2.雖在參考資料〔3〕中，發現類似的研究，但其作者說明其複虹干涉條紋形成的原因，是因為入射光的第一次反射光以及兩次折射一次反射在相同角度所造成的干涉現象。但是我們在實驗四中發現，在雷射光偏移入射水滴時，便會出現與入射水滴不同側的複虹干涉條紋，及與入射水滴同一側的複霓干涉條紋。若干涉條紋是因為與第一次反射光所造成的，從反射定律我們可以知道，當入射光的入射角範圍大於４５度以上時，其反射光並不會射回屏幕，所以應該看不到干涉條紋才對。但是我們從模擬圖形與實驗四均發現，只要光束掠過小水滴，便有機會看到複虹或複霓。而實驗七中因為玻璃柱的第一次反射光較為明顯，便會看到兩次折射一次反射和第一次反射光根本射到不同位置，但是依然出現複虹干涉條紋，這就證明複虹並不是兩次折射一次反射與第一次反射光所造成的干涉現象。

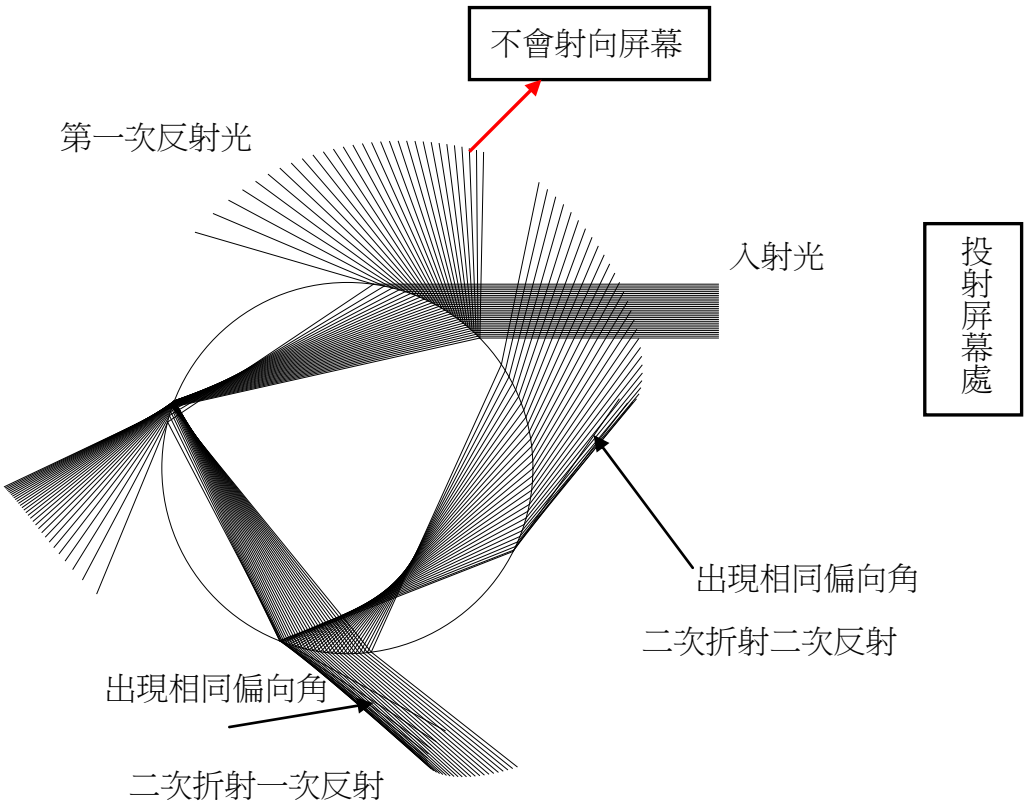


圖 41:多次反射、折射光線路徑圖

陸、結論

1. 我們利用一滴小水滴便可以模擬大氣中，水滴形成虹和霓的現象，不必考慮利用容器裝水時，容器厚度所造成的實驗誤差，而且更能夠讓我們觀察到小水滴多次折射及反射的現象。

2. 實驗二中複虹圖形形成的原因，是因為入射光線與水滴圓心有不同垂直距離，卻有相同的偏向角，在屏幕造成的干涉現象。複虹干涉條紋與 Excel 模擬數據相符，而且複虹出現的範圍並非 0 度至 42 度全部都有，相同的偏向角出現的範圍才會有複虹的出現，而主霓附近的干涉條紋也是如此。此點在實驗七細玻璃柱的實驗中再一次被證明了。

3. 從實驗三中我們可以知道，天空小水滴的大小並不會改變虹和霓的觀測角度，但是會改變複虹條紋的密集程度。水滴越小，複虹條紋的間距越大，當水滴越大時複虹條紋就越密集，也就越不容易觀察到複虹的出現。

4. 利用自製細玻璃柱可以發現與水滴相同的情形，在２２度附近出現主虹，並且從零度至２２度均有發現干涉細紋（複虹）的出現，而在８７度附近也觀察到霓與其干涉條紋，此現象與理論數據相符。

5. 利用主虹（兩次折射一次反射）出現的位置，可以準確的測量出物體的折射率。雖然利用一般的光線折射方式再加上司乃耳定律便可以測出物體的折射率，但以本實驗的方法測量折射率時，只需極少的液體（甚至不到一滴）或是極小的樣品，便可快速準確的測出折射率。對於不易取得的液體或者極為珍貴的樣品，不失為測量折射率的一個好方式。

6. 在自然界中並不容易觀察複虹的現象，因為必須伴隨著主虹的出現。而且因為不同色光有不同折射率，不同顏色的主虹範圍會蓋掉複虹出現的區域，而且複虹亮度比起主虹黯淡許多，還必須考慮小水滴的大小會影響複虹密集程度。結合以上種種因素，要觀察到複虹真的是可遇不可求。

7. 在實驗中，我們利用 Excel 大量運算的理論數值及模擬光線行進的路徑，均和實驗相符。因此相較於一些較難的如 Matlab 或是 Mathematica 等數學軟體，Excel 其實是一個蠻容易上手且方便的軟體。

柒、參考資料及其他

1. Halliday , David 編 李佳榮譯(民96)物理第七版。台北縣：全華圖書股份有限公司出版
2. 林明瑞等編(2004)。高級中學基礎物理第五章光 臺南市：南一書局
3. 陸亭樺(民 99)。IYPT 培訓經驗分享-Brilliant Pattern。物理雙月刊（32 卷 5 期）
4. 第一頁圖片 http://blogs.yahoo.co.jp/coo18138/11230910.html

捌、附錄

利用 Excel 畫出光線在圓形水滴兩次折射一次反射的路徑

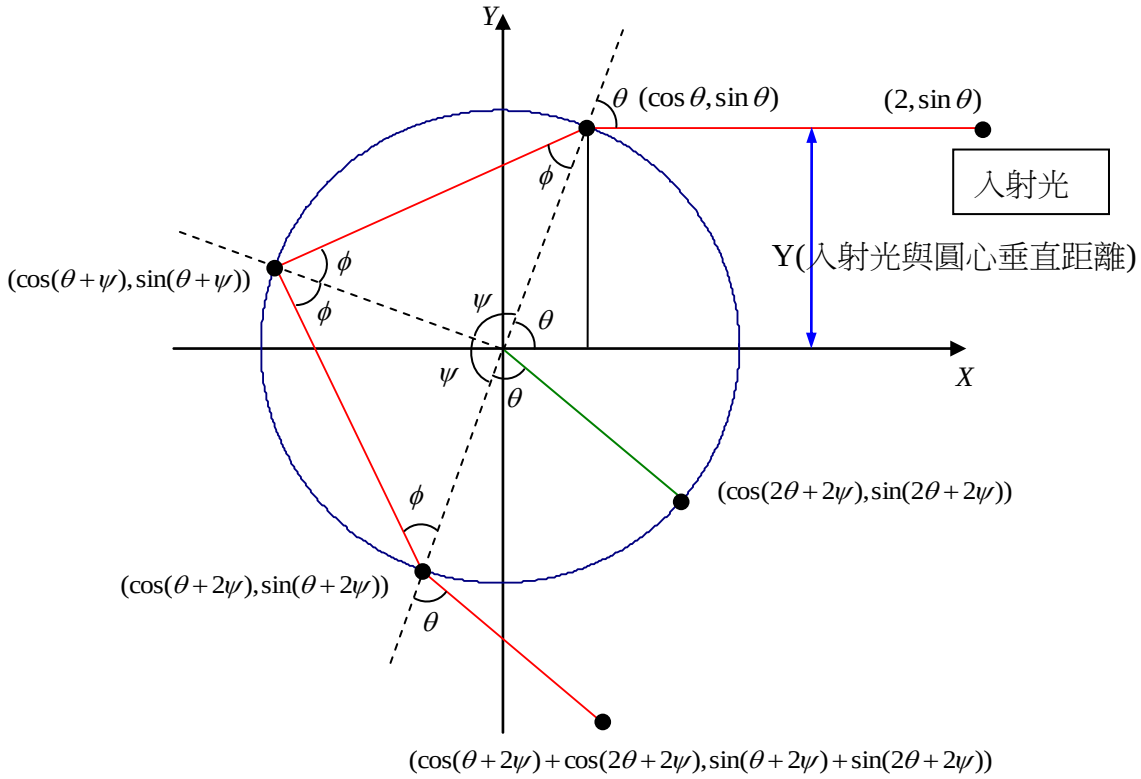


圖 42: Excel 畫出兩次折射一次反射光線路徑圖

1.令水滴半徑為 1 單位長，利用函數畫出一個圓。

在欄位 B14、C14、D14，分別輸入

=COS(RADIANS(D14))	=SIN(RADIANS(D14))	0

利用拖曳的方式讓 D 行從 0 逐漸增大到 360，再選取 B、C 行，拖曳的方式複製公式，最後利用 Excel XY 散佈圖的折線圖便可畫出圓形。

2.令入射光與圓心垂直距離為 Y，因為 $\sin\theta$ =Y，所以入射角 $\theta=\sin^{-1}$Y， 根據司乃耳定律 sin θ =nsinϕ ，所以 $\sin\phi=\frac{\sin\theta}{n}=\frac{Y}{n}$ ，折射角 $\phi=\sin^{-1}(\frac{Y}{n})$，所以 $\psi=\pi-2\phi=\pi-2\sin^{-1}(\frac{Y}{n})$

3.令 Excel 欄位 F2 =Y=0.5(入射光線 Y 座標)，欄位 H2 =2(入射光線 X 座標)，欄位 H3 =1.333(折射率 n)

E	F	G	H
入射光Y座標	0.5	入射光x座標	2
		折射率	1.333

4.入射光起點座標為(2，sinθ)，

欄位 B2,C2 輸入公式

=$H$2	=F2

5.光線射入水滴的入射點座標(cosθ ，sinθ)，

欄位 B3,C3 輸入公式

=COS(ASIN(C2))	=C2

B3 =COS(ASIN(C2))

	A	B	C	D
1		x	y	
2	入射光起點座標	2	0.5	
3	光線入射點	0.866025	0.5	

6.第一次反射點為(cos($\theta+\psi$)，sin($\theta+\psi$))，欄位 B4,C4 輸入公式

=COS(ASIN(C2)+PI()-2*ASIN(C2/$H$3))	=SIN(ASIN(C2)+PI()-2*ASIN(C2/$H$3))

7.第二次折射點為(cos($\theta+2\psi$)，sin($\theta+2\psi$))，欄位 B5,C5 輸入公式

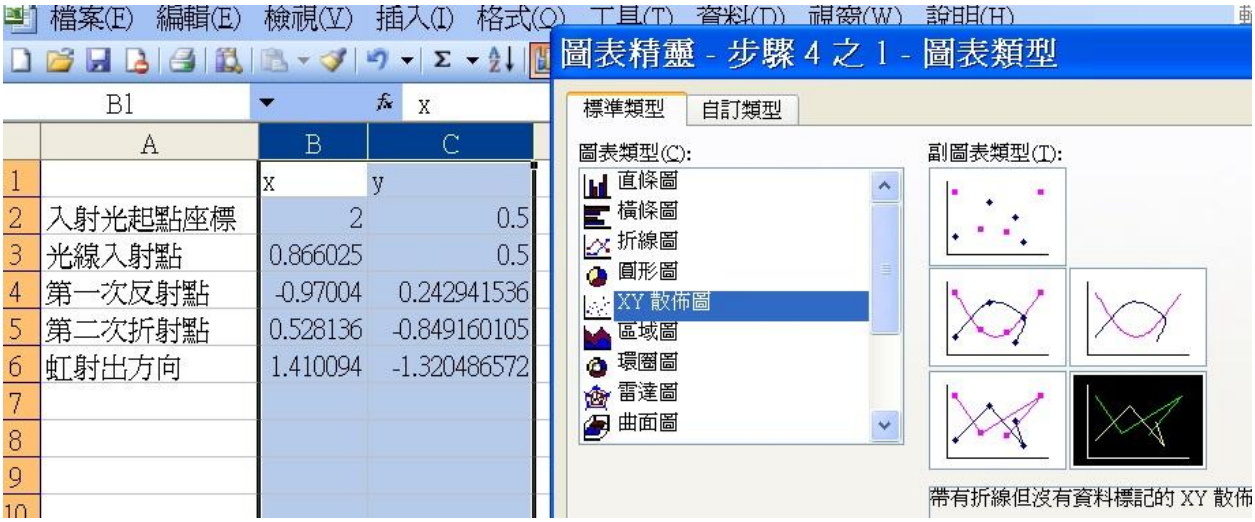
=COS(ASIN(C2) +2*(PI()-2*ASIN(C2/$H$3)))	=SIN(ASIN(C2) +2*(PI()-2*ASIN(C2/$H$3)))

8.因為射出的光線與圖中的綠色線段平行，所以光線射出點坐標為

(cos($\theta+2\psi$)+ cos($2\theta+2\psi$)，sin($\theta+2\psi$)+ sin($2\theta+2\psi$))，欄位 B6,C6 輸入公式

= B5+COS(2*ASIN(C2)+2*(PI()-2*ASIN(C2/$H$3)))	= C5+SIN(2*ASIN(C2)+2*(PI()-2*ASIN(C2/$H$3)))

9.最後選取 B、C 兩行，利用 Excel XY 散佈圖的折線圖，點對點連接起來便可以模擬光線兩次折射一次反射的路徑圖



【評語】040107

1. 本作品設計實驗以探討一罕見現象之成因，實驗之進行與現象之分析解釋均屬嚴謹。

2. 作者延伸其學校課程之知識，設計實驗解釋現象，為一良好之科學訓練範例。