

中華民國第 52 屆中小學科學展覽會  
作品說明書

---

國中組 地球科學科

最佳創意獎

030507

「月」來越好玩

學校名稱：基隆市立銘傳國民中學

作者： 國二 陳祺侑 國二 李宸寬	指導老師： 陳金善
-------------------------	--------------

關鍵詞：月距、月球軌跡、月亮亮區百分比

## 摘要

分析台灣 1912 ~ 2011 年的百年月球資料，我們以台灣觀察者看月亮時，發現：(一)月球以螺旋式來回繞地球運行，周期約 28 天(二)月升、月落方位角及過中天高度角的變化量，有相似的循環週期，將每年最大和最小角度差值的變化量繪成曲線，此圖與正弦定律相仿，且變化與沙羅週期雷同(三)出現正東升西落的機率並不大，平均 5 ~ 6 年才出現一次，而且半個月內月升的角度可從偏北的 58°移動到偏南的 122°，兩者相差 64°，月落也是如此(三)面向南方看見月亮的機率為 93.6%，遠大於面向北方的機會(四)過中天高度角的分布與四季和月相沒有太大的關連。做簡易的立體模型和電腦動畫，藉此表示月球運動的軌跡，此外，還自製簡易觀測儀量月距，並利用質量法求亮區百分比。

## 壹、 研究動機

在國小自然與生活科技課程裡，看見老師用數位星座盤找出遠在數光年外的星星，覺得很有趣也很好用，然而近在我們眼前的月亮卻沒有類似的數位月亮盤可以操作，所以引起我們的注意，因此也想模仿做一個數位月亮盤，然而探索中，我們發現課本裡敘述月亮的東升西落，以及月亮亮面總是以☾(右亮左亮的照片呈現，與我們抬頭看見的月亮似乎未盡相同，軌跡真的是日復一日東升西落嗎？我們是否可以利用簡單易取的工具量測出這些原本需要精密儀器才能測量出的月亮數據？數千、數百個偌大的問號不斷地在迷惑的腦海裡迴旋、不停地在迷惘的心房外徙倚，我們怎能置之不理？於是，我們就此展開了一連串趣味橫生的調查。

相關教學單元：

康軒版 國小四上自然與生活科技 第一單元 月亮

康軒版 自然與生活科技第六冊 3-3 日地月相對運動

## 貳、 研究目的

1. 探討月亮升起、落下方位及過中天高度角的循環週期。
2. 依據資料分析月亮東升西落的機率。
3. 依據資料分析月亮面北以及在不同高度角的機率，並探討其與農曆日期和季節的關係。
4. 根據資料模擬並製作月亮運行的 3D 模型及動畫。
5. 研究如何用質量法獲得月亮每天的亮區百分比。
6. 分析並比較不同測月距方法的優缺點。

## 參、 研究設備及器材

資料來源：1912~2011 年中央氣象局月球資料、相片、moonphase3.3 軟體

分析工具：筆記型電腦、GeoGebra 軟體、Excel2003、word2003、雷射測距儀、電子天平

自製測距儀：水管、圓形磁鐵、一元硬幣、切割工具、小圓筒和細針、角度紙盤、布尺

月亮軌跡模型：粗電線、康軒方位盤、康軒星空罩、保麗龍球、管子、鋁線

## 肆、研究過程或方法

### 一、資料基本說明：

1. 中央氣象局的資料是美國海軍天文台的軟體計算得來的，演算的資料皆以當地的平均值計算，與實際值可能有差異，但不影響趨勢。
2. 查詢農曆、國曆對照表，將原本的1912~2011 年中央氣象局月球資料填上農曆日期。
3. 將原始資料空白處依平均值填入，以免遺漏資料或誤算，如下表一中紅色資料。
4. 方位角定義：以北方為  $0^\circ$ ，順時針方向角度漸增，東方  $90^\circ$ ，南方  $180^\circ$ ，西方  $270^\circ$ (如圖 1)。
5. 高度角定義：以地平線為  $0^\circ$ ，月亮與地平線的夾角即為高度角(如上頁圖 2)。
6. 月中天：月亮移動到最高點的位置(高度角)，稱為月中天。

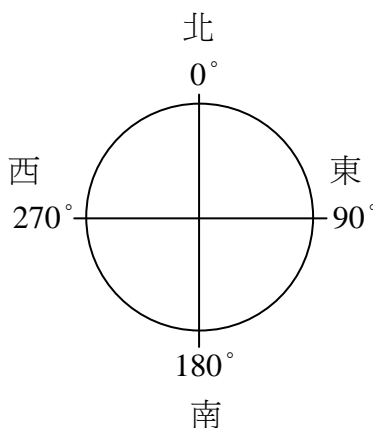


圖 1：方位角

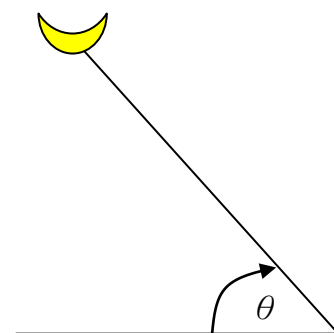


圖 2：高度角

### 二、探討月亮升起、落下方位及過中天高度角的循環週期。

1. 觀察每天月亮的升起方位，從 1912 年開始，找到每一循環中最小和最大的月升方位角，並將角度由小開始變大之間插入一記號列，並計算此一半循環的天數(半週期)，反之亦然，不斷重覆此動作，觀察並分析資料的週期性。月亮的落下方位、過中天高度角，研究方法亦同。如下表一所示：

表一：月亮升起、落下方位及過中天高度角的循環週期

國曆	農曆	月升時間	月升方位	過中天時間	過中天高度角	月沒時間	月沒方位	半週期
1912 / 01/29	11	12:33	64	19:35	89S	01:36	294	
1912 / 01/30	12	13:26	60	20:37	88N	02:43	298	
1912 / 01/31	13	14:27	59	21:43	87N	03:52	301	
								14 天
1912 / 02/01	14	15:36	60	22:50	88N	04:59	301	
1912 / 02/02	15	16:48	63	23:54	88S	06:00	299	
1912 / 02/03	16	18:00	69		86S	06:53	294	
1912 / 02/04	17	19:09	75	00:53	83S	07:39	288	
1912 / 02/05	18	20:13	83	01:47	76S	08:18	281	
1912 / 02/06	19	21:14	90	02:37	69S	08:54	273	
1912 / 02/07	20	22:12	98	03:24	63S	09:28	266	
1912 / 02/08	21	23:09	104	04:09	56S	10:01	259	

1912 / 02/09	22		107	04:54	50S	10:35	253	
1912 / 02/10	23	00:06	110	05:40	45S	11:10	247	
1912 / 02/11	24	01:03	115	06:28	41S	11:50	243	
1912 / 02/12	25	01:59	119	07:17	38S	12:33	240	
1912 / 02/13	26	02:54	121	08:08	36S	13:21	239	
1912 / 02/14	27	03:47	121	08:59	36S	14:12	239	
								14 天
1912 / 02/15	28	04:36	120	09:50	37S	15:06	240	
1912 / 02/16	29	05:20	118	10:39	40S	16:02	244	

2. 找出 1912~2011 年的數據，利用 excel 的排序功能，得到 1912~2011 年間每年月升的最小方位角( $\theta_{\min}$ )和最大方位角( $\theta_{\max}$ )，並將兩個數據相減，就得到每年方位角的最大差值，稱為升起方位循環差距，以  $\Delta\theta_{\text{年}}$  表示，即  $\Delta\theta_{\text{年}} = \theta_{\max} - \theta_{\min}$ ，例如 1912 年的  $\theta_{\max} = 122^\circ$ ， $\theta_{\min} = 58^\circ$ ，因此  $\Delta\theta_{1912} = 122^\circ - 58^\circ = 64^\circ$ ，以此類推，可算出  $\Delta\theta_{1913}$ 、 $\Delta\theta_{1914}$ 、...、 $\Delta\theta_{2011}$ ，共 100 個數據，觀察其變化性，並繪出圖表。同理，用相同的研究方法探究月沒方位角、過中天高度角的最大差值，並分別稱為落下方位循環差距和過中天高度角循環差距。

三、觀察月亮在不同月份、不同農曆日期時路徑的變化，並製作月亮運行的 3D 模型

1. 將台北 1912~2011 年月球資料全部的資料選取起來，依照農曆日期由小到大進行排序。
2. 得到 1912~2011 年之間的初一、初二、初三、……、二十九、三十順序的資料。
3. 將全部的初一反藍，利用 EXCEL 的排序功能將這些資料依月升方位角的大小由小到大進行排序，並將最小的月升方位角和最大的月升方位角記錄下來。
4. 初二、初三、初四、……二十九、三十依此類推。
5. 同理，觀察、分析、整理月沒方位角和過中天高度角。
6. 分析整理月亮東升西落、面北看月亮以及月亮出現在不同高度角的機率。
7. 依據整理的資料，模擬和製作月球在星空移動的 3D 模型和電腦動畫。

四、亮區百分比的計算

1. 請朋友(包括我們自己)拍不同日期和同天但不同時間的月亮。如下圖 4-1 和圖 4-2 所示。
2. 截取所要的月亮，並以高雄 2012 年 2 月 8 日的月亮當作參考月亮，用 word2003 選取適當的圓，並放大到紙張約 1/3 的大小。
3. 其他照片皆依照此圓放大照片，並標出日期和亮暗面，如右圖 3 所示。
4. 將每一照片所對應的圖形列印並剪下來。
5. 將每一圖片用電子天平秤重，再剪掉暗面，秤出亮區或暗區的質量。



圖 3：簡化的亮區示意圖

6. 依據亮區百分比 =  $\frac{\text{亮區質量}}{\text{全區質量}} \times 100\%$ ，求出每一農曆日期月亮的亮區百分比。
7. 與 moonphase3.3 軟體中可見區域提供的資料做比對。

圖 4-1：2012 年 1 月~4 月 基隆月相圖



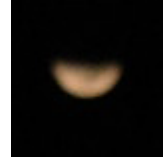
keelung20120118



keelung20120204



keelung20120206



keelung20120229



moonphase20120118



moonphase20120204



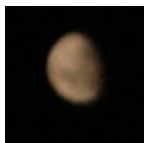
moonphase20120206



moonphase20120229



keelung20120301



keelung20120304



keelung20120306



keelung20120326



moonphase20120301



moonphase20120304



moonphase20120306



moonphase20120326



keelung20120327



keelung20120328



keelung20120329



keelung20120330



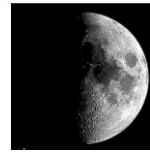
moonphase20120327



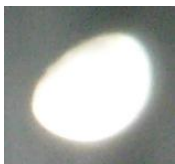
moonphase20120328



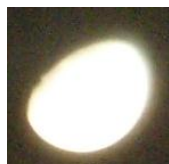
moonphase20120329



moonphase20120330



keelung20120402



keelung20120403



keelung20120404



moonphase20120402



moonphase20120403



moonphase20120404

圖 4-2：2012 年 1 月~3 月 高雄月相圖



Kaohsiung20120126



Kaohsiung20120130



Kaohsiung20120131



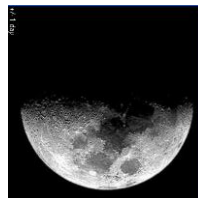
Kaohsiung20120201



moonphase20120126



moonphase20120130



moonphase20120131



moonphase20120201



Kaohsiung20120202



Kaohsiung20120203



Kaohsiung20120204



Kaohsiung20120205



moonphase20120202



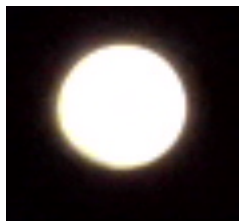
moonphase20120203



moonphase20120204



moonphase20120205



Kaohsiung20120206



Kaohsiung20120207



Kaohsiung20120208



Kaohsiung20120209



moonphase20120206



moonphase20120207



moonphase20120208



moonphase20120209

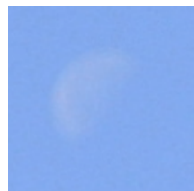




Kaohsiung20120210



Kaohsiung20120211



Kaohsiung20120214



Kaohsiung20120228



moonphase20120210



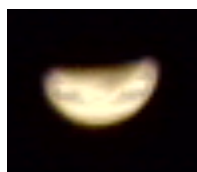
moonphase20120211



moonphase20120214



moonphase20120228



Kaohsiung20120229



Kaohsiung20120301



Kaohsiung20120302



Kaohsiung20120303



moonphase20120229



moonphase20120301



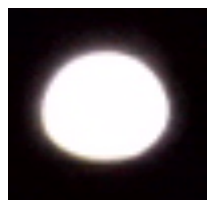
moonphase20120302



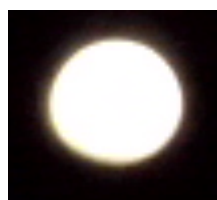
moonphase20120303



Kaohsiung20120304



Kaohsiung20120305-1



Kaohsiung20120306



Kaohsiung20120307



moonphase20120304



moonphase20120305



moonphase20120306



moonphase20120307

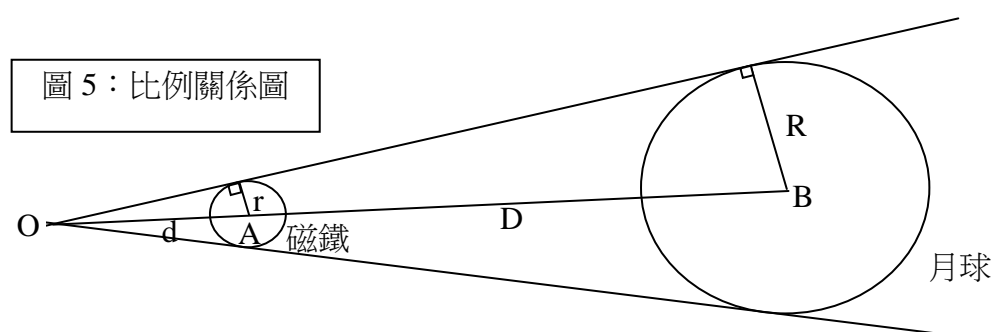
## 五、測月距的方法

1. 上網搜尋並探討測量月距的方法。
2. 利用 GeoGebra 軟體模擬高度角量測月距的可行性。
3. 自製月亮測距儀：
  - (1) 找到一個約 150 cm 長的電氣管，將其中間挖出一條寬約 1 公分的壕溝，並在壕溝旁貼上量尺刻度。

- (2) 將電氣管固定在相機三腳架上，並在一旁固定上課本隨附的高度角觀測器以測量高度角。
- (3) 將半徑 0.5 cm 小磁鐵固定在一根戳入圓筒的小細針上，利用先前割好的壕溝，便可使這個裝置在圓筒內自由移動。
- (4) 利用相似三角形原理找出距離：從電氣管中觀察月亮，並調整圓筒與眼睛距離，直到小磁鐵剛好不偏不倚地遮住電氣管中看到的月亮，這時對照量尺，得到眼睛到小磁鐵的距離，便可以計算出月亮到地球的距離。
- (5) 硬幣恰好遮住月球的示意圖如下，滿足相似三角形邊長成比例，圖 5 中：

$\overline{OA}=d$ =眼睛到磁鐵圓心的距離； $\overline{OB}=D$ =眼睛到月球圓心的距離；

$$r = \text{磁鐵半徑} = 0.5 \text{ cm} ; R = \text{平均月亮半徑} = 1737.4 \text{ km} \quad \frac{D}{d} = \frac{R}{r} \rightarrow D = \frac{R}{r} \cdot d$$



- (6) 將半徑 0.5 cm 小磁鐵換成半徑 1cm 壹元硬幣，將月亮改成半徑 8 公分的各種色盤，用自製月亮測距儀測量，作為比較實驗，以利月亮距離的觀察，分析誤差的大小。

## 伍、 研究結果與討論

一、分析百年的資料中，我們發現到資料中含有空白的欄位，進行整理後，如下表二所示

	升起方位欄		落下方位欄		過中天高度角欄	
	農曆	天數	農曆	天數	農曆	天數
	21	50	6	17	14	9
	22	241	7	209	15	376
	23	407	8	373	16	587
	24	407	9	409	17	264
	25	132	10	200	18	1
			11	28		
總和	1237		1236		1237	
農曆平均	23.27		8.53		15.90	

我們發現：

1. 升起方位處空白的資料大多在農曆二十三日左右，此時正值下弦月。
2. 落下方位處空白的資料大多在農曆九日左右，此時正值上弦月。
3. 過中天仰角空白的資料大多在農曆十六日左右，此時正值望月。



根據氣象局人員的說明：造成資料處的空白，是由於月亮公轉與地球的自轉，導致每天月亮平均出現的時間都會稍晚 50 分鐘左右，計算系統為了避免時間概念造成的衝突，故填入空白資料，以達到每一天都是 24 小時的效果。

二、根據 1912~2011 台北和高雄的百年資料，得知 36523 天中：

1. 因台北高雄經度不同，導致高雄看見月亮出沒以及過中天的時間約比台北晚 5 分鐘左右，此外，也因緯度不同，導致觀察過中天的高度角差約  $2.5^\circ$ ，一般而言，面北時，台北略高於高雄，面南時，台北略低於高雄。
2. 月亮的升起、落下方位及過中天的高度角循環約為 27~28 天一次，與月球自轉、公轉週期相似。(註：月亮升起、落下方位及過中天高度角的循環幾乎雷同)

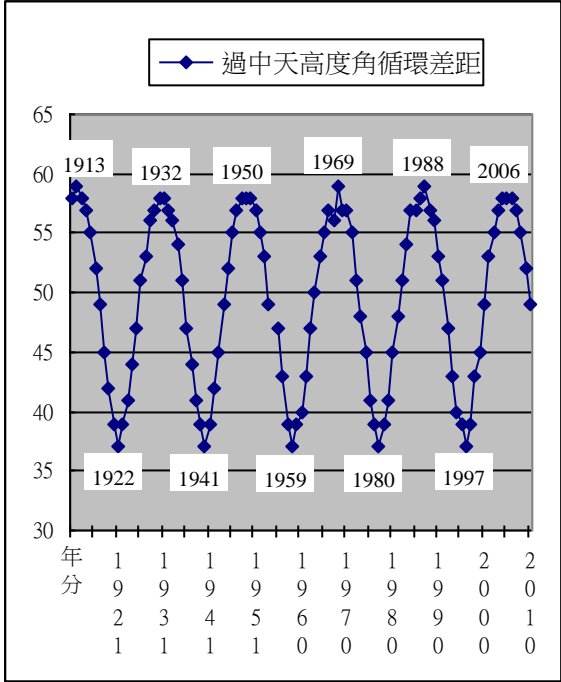
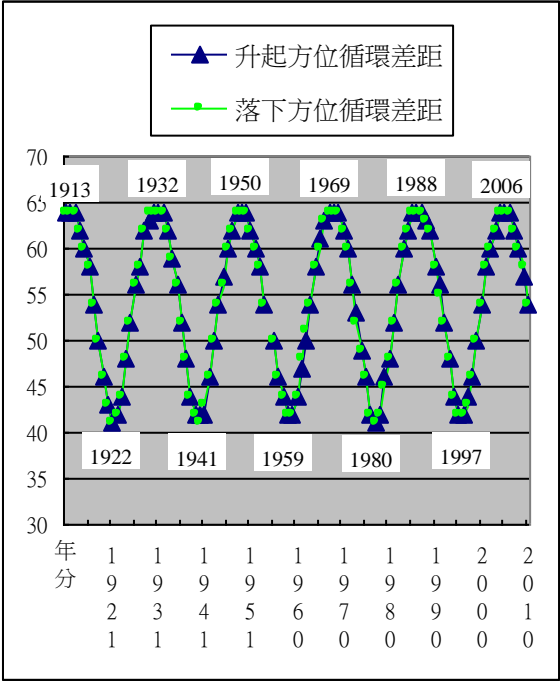
表三：台北、高雄的比較之一							
臺北				高雄			
方位角由小到大的半週期統計資料							
14 天	13 天	15 天	12 天	14 天	13 天	15 天	12 天
1566 個	867 個	144 個	95 個	1492 個	884 個	191 個	106 個
半周期的平均天數							
13.66				13.66			
週期約為 27.32 天							

3. 台北和高雄相似，只有些微差異，如下表四所示，因此後續討論皆以台北為主。

表四：台北、高雄的比較之二											
月升方位角				過中天高度角				月沒方位角			
台北		高雄		台北		高雄		台北		高雄	
最大	最小	最大	最小	最大	最小	最大	最小	最大	最小	最大	最小
$58^\circ$	$122^\circ$	$59^\circ$	$121^\circ$	86N	35S	84N	38S	$238^\circ$	$302^\circ$	$239^\circ$	$301^\circ$
註：此處高度角最大值指的是偏離最小值最大的角度，非最高角度											

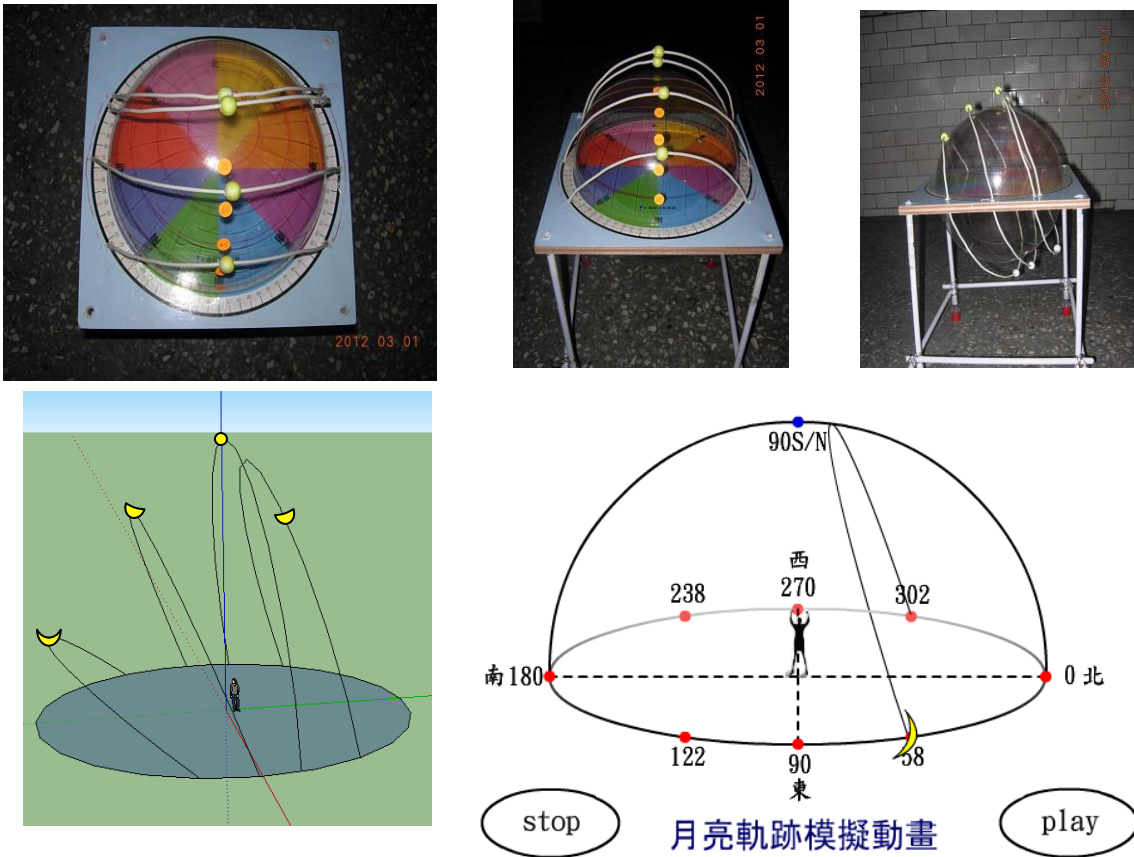
三、依據前述第二點第 2 項，可知月升月沒方位角和過中天的高度角約 27~28 天就循環一次，如果每 28 日收集一個數據，將造成過多的資料而不易辨識，所以改以一年的最大值和最小的差距來分析，其結果如圖 6，發現月升月沒的循環差距皆相同，而且月升月沒及高度角的循環差距變化皆有相似的正弦圖形，這意味著以台灣的觀察者來看月球移動的軌跡，並不是單純的橢圓軌道的運轉動模式，若台灣的觀察者只看月升的方位角(或月沒方位角)，會發現月亮的移動就像兩刷來回的移動，例如由大變小，再由小變大，週而復始，如圖表示，而且約 18~19 年就會回到相似的循環差距，有趣的是此循環週期竟然與沙羅週期和月亮交點週期雷同。

圖 6：月升、月沒、高度角循環差距圖



四、將上述探討的結果，製作月亮移動的 3D 模型：我們發現以台灣的觀察者觀看月亮的移動，不只在升落方位上有移動，在高度角上也有高低的變化，也就是說以台灣的觀察者而言，月亮具有三個移動的自由度，整體移動的模式就像螺旋式的移動。而且高度角越高，在地平線上的時間可以長達 13.5 小時，高度角越小，時間就縮短，在地平線上的時間只剩 11 小時左右，由此可見，月亮並非等速率圓周運動的星體。

圖 7：月球軌跡示意圖



五、月亮東升西落的釋疑：

1. 觀察同一天月亮升沒的方位角，發現：月升方位角+月沒方位角=360°±2°，這顯示月球以近似正圓的方式繞地球作圓周轉動。
2. 月亮從正東方升起的天數有461天，月亮從正西方落下的天數有466天，出現的機率大約都在1.3%，而同時出現的天數只有19天，出現機率更少為0.05%，換句話說，平均5~6年才會出現一次正東昇正西落的現象。
3. 月亮正東昇正西落時，大約都落在上弦月與下弦月附近，此時過中天的高度角幾乎都是面向南方66°的角度。如右表五所示：

國曆	農曆	月初方位角	過中天高度角	月沒方位角
1927 / 01/10	7	90	66S	270
1994 / 12/10	8	90	66S	270
1916 / 06/09	9	90	63S	270
1918 / 12/11	9	90	66S	270
1922 / 12/26	9	90	66S	270
1923 / 06/22	9	90	63S	270
1950 / 06/23	9	90	63S	270
1965 / 12/31	9	90	66S	270
1982 / 01/03	9	90	66S	270
1991 / 12/14	9	90	66S	270
1917 / 06/12	23	90	63S	270
1919 / 12/14	23	90	65S	270
1933 / 06/15	23	90	63S	270
1936 / 12/06	23	90	66S	270
1957 / 12/14	23	90	66S	270
1997 / 12/22	23	90	66S	270
1929 / 06/30	24	90	63S	270
1959 / 12/23	24	90	65S	270
1987 / 12/14	24	90	66S	270

六、月亮高度角的變化：

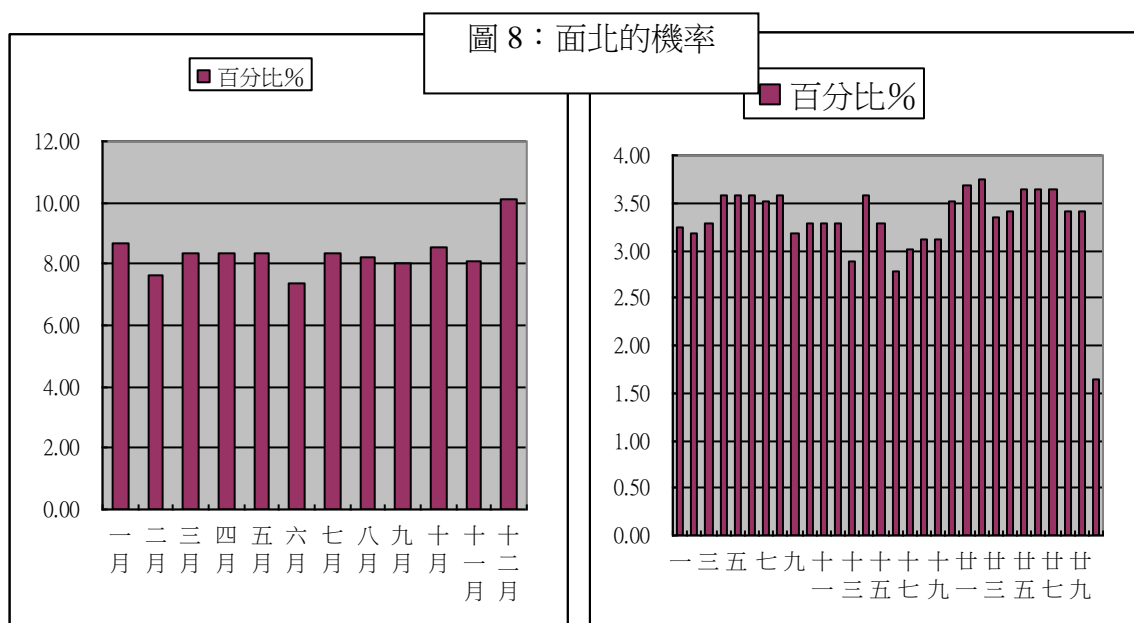
1. 當月亮升起與落下的方位度數愈偏北時，過中天的高度角也會隨之愈高，同時觀察方向會由面南漸向面北。
2. 觀察1912~2011年月亮過中天面北和面南的資料(表六~表七)，顯示出現在北方的機會約為4.8%，面南的機率則高達93.6%。
3. 另外，我們也分析不同月份面北的機率，如下表所示，以一年來看，月亮每月份出現在北方的天數大約1~2天，由此可見，只以每個月份面北的出現天數討論，顯示月亮不同月份出現在北方的機率相似。但以百年來看，卻又顯示最大機率在12月份，最小機率在6月份，兩者相差2.72%，這是個值得探討的現象。如果月亮運轉沒有改變的情況下，我們可以初步預測月亮出現在北方的機率是12月份大於六月份。
4. 同理，觀察農曆日期面北的機會，平均值為3.31%，除了三十日之外，差異不大，亦即任何一個月相都有機會面北。
5. 依據資料分析月亮過中天出現在面北高度角86°~90°範圍的機率約6.4%，月亮出現在面南高度角35°~39°範圍的機率約為5.9%，相差約0.5%，顯示1000天(2.74年)兩者會差5天，這樣的差距顯示高度角較大時，在地平線以上所停留的時間比在高度角小時長，這與我們觀察到的時間相符合。
6. 除此之外，不論高度角的角度為何，每月都有可能出現，因此無法以季節判斷高度角的高低。

表六：1912~2011 年月亮在不同月份面向北方出現的天數( 高度角 89N~86N 共 1762 天 )

農曆	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
出現天數	153	135	147	147	147	130	147	145	141	150	142	178
百分比%	8.68	7.66	8.34	8.34	8.34	7.38	8.34	8.23	8.00	8.51	8.06	10.10

表七：1912~2011 年月亮在不同日期面向北方出現的天數( 高度角 89N~86N 共 1762 天 )

農曆	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
出現天數	57	56	58	63	63	63	62	63	56	58
百分比%	3.23	3.18	3.29	3.58	3.58	3.58	3.52	3.58	3.18	3.29
農曆	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
出現天數	58	58	51	63	58	49	53	55	55	62
百分比%	3.29	3.29	2.89	3.58	3.29	2.78	3.01	3.12	3.12	3.52
農曆	廿一	廿二	廿三	廿四	廿五	廿六	廿七	廿八	廿九	三十
出現天數	65	66	59	60	64	64	64	60	60	29
百分比%	3.69	3.75	3.35	3.41	3.63	3.63	3.63	3.41	3.41	1.65



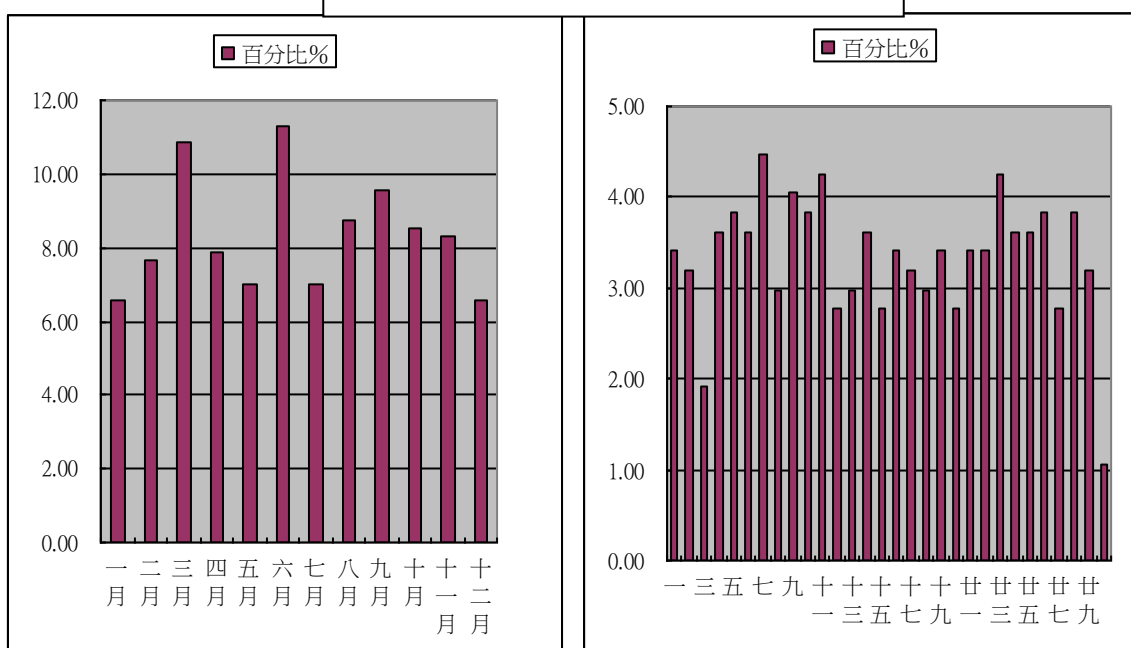
7. 觀察不同月份面向最小高度角的天數時，發現六月出現的機率最大，三月份其次，十二月和一月最小，其中六月和十二月恰與面向高度角 90°的結果相反，這是否與地球公轉軌道有關，還有待釐清。

表十：1912~2011 年月亮在不同月份面向高度角 35°S~36°S 出現的天數( 共 470 天 )

農曆	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
出現天數	31	36	51	37	33	53	33	41	45	40	39	31
百分比%	6.60	7.66	10.85	7.87	7.02	11.28	7.02	8.72	9.57	8.51	8.30	6.60

表十一：1912~2011 年月亮在不同農曆日期面向高度角 35°S~36°S 出現的天數( 共 470 天 )										
農曆	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
出現天數	16	15	9	17	18	17	21	14	19	18
百分比%	3.40	3.19	1.91	3.62	3.83	3.62	4.47	2.98	4.04	3.83
農曆	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
出現天數	20	13	14	17	13	16	15	14	16	13
百分比%	4.26	2.77	2.98	3.62	2.77	3.40	3.19	2.98	3.40	2.77
農曆	廿一	廿二	廿三	廿四	廿五	廿六	廿七	廿八	廿九	三十
出現天數	16	16	20	17	17	18	13	18	15	5
百分比%	3.40	3.40	4.26	3.62	3.62	3.83	2.77	3.83	3.19	1.06

圖 10：月亮過中天在的 35°S~36°S 機率



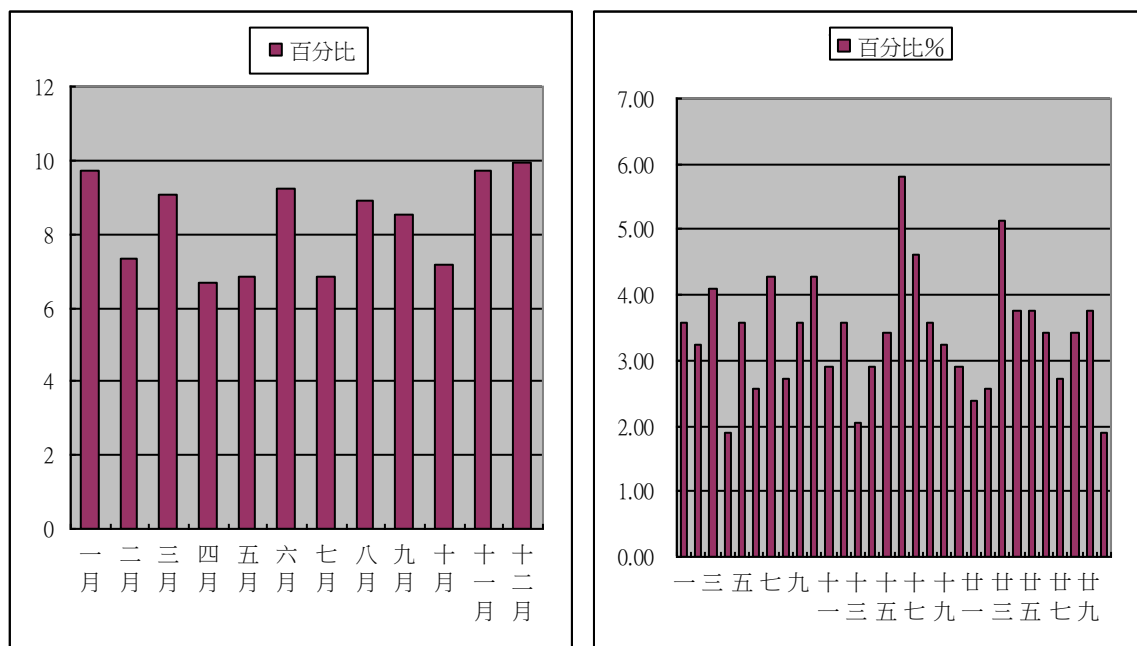
8. 觀察月亮高度角 90°在不同農曆日期出現的機率，發現每個月都有出現，其中最大的機率在出現在農曆十六日，亦即滿月附近；最小的機率出現在農曆初四和三十日，亦即眉月附近，兩者相差 3.93%，所以要看見月亮高高掛的最佳機會是滿月。見表九、圖 9

表八：1912~2011 年月亮在不同月份面向高度角 90°出現的天數和百分比( 共 585 天 )												
農曆	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
出現天數	57	43	53	39	40	54	40	52	50	42	57	58
百分比%	9.74	7.35	9.06	6.67	6.84	9.23	6.84	8.89	8.55	7.18	9.74	9.91

表九：1912~2011 年月亮在不同農曆日期面向高度角 90°出現的天數和百分比( 共 585 天 )

農曆	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
出現天數	21	19	24	11	21	15	25	16	21	25
百分比%	3.59	3.25	4.10	1.88	3.59	2.56	4.27	2.74	3.59	4.27
農曆	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
出現天數	17	21	12	17	20	34	27	21	19	17
百分比%	2.91	3.59	2.05	2.91	3.42	5.81	4.62	3.59	3.25	2.91
農曆	廿一	廿二	廿三	廿四	廿五	廿六	廿七	廿八	廿九	三十
出現天數	14	15	30	22	22	20	16	20	22	11
百分比%	2.39	2.56	5.13	3.76	3.76	3.42	2.74	3.42	3.76	1.88

圖 9：月亮過中天出現在 90 高度角的機率



#### 七、質量法求亮區百分比：

1. 因為基隆地區從去年 10 月底到今年 3 月中旬經常下雨，觀測不易，故透過網路、電話委請中南部的親朋好友幫忙拍照片給予參考。
2. 為了了解不同拍照模式對亮區的影響，於是我們用 Nikon coolpix p4 傻瓜數位相機選擇了



圖 10：拍照模式對亮區的影響



2. 自動模式、自動+不開閃光模式、快門(P)模式、光圈(A)模式來觀察拍照的結果，其結果如圖 10 所示，由照片顯示如果只是要求亮區的範圍，快門模式是一個很好的選擇，但由於朋友先前採用自動模式，為了前後一致，所以我們主要以自動模式及自動+不開閃光模式互補不足，作為亮區計算的參考依據。
3. 比較基隆、台中、高雄及軟體同一天的相(圖)片，發現 moonphase3.3 軟體預測的月相比較接近月圓，亦即亮區比較大，實際上在台灣要小一點，除了這天之外，我們也可以看見軟體的月相時間與台灣的月相並沒有完全一致。如圖 11 及圖 4-1 和 4-2 所示：

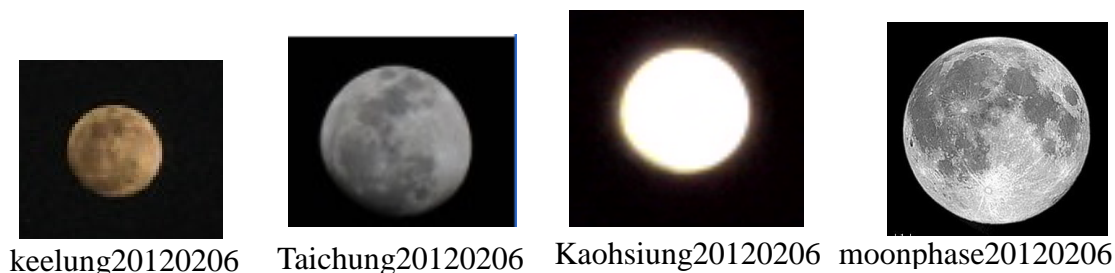
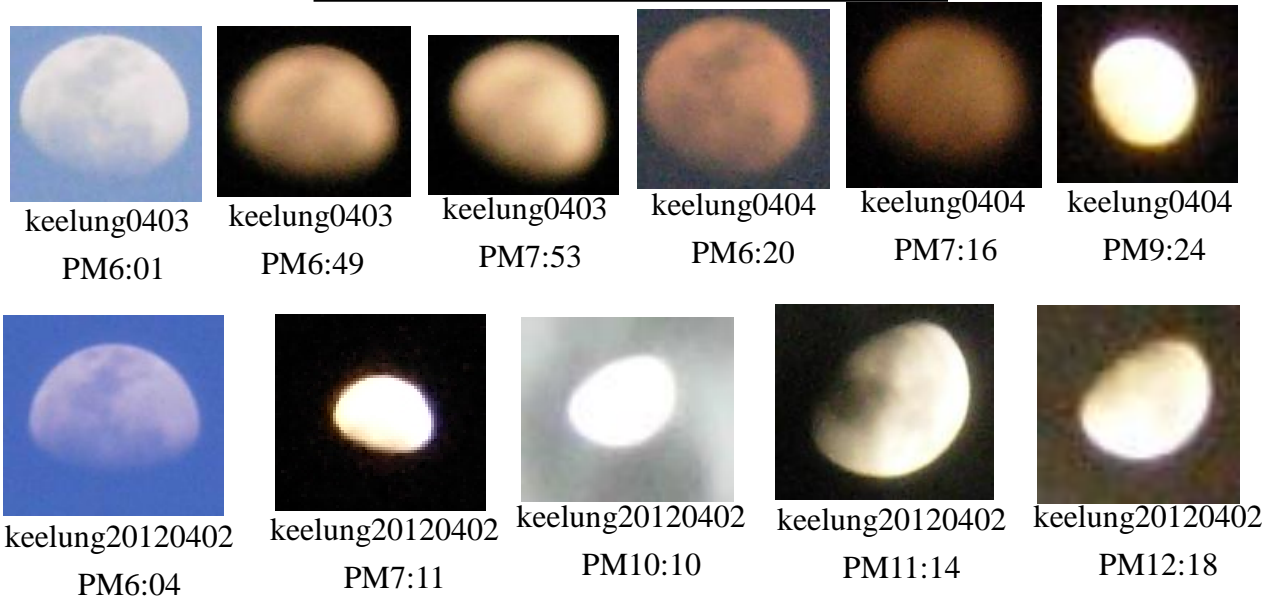


圖 11：同一天不同地點的月相

4. 觀察同天不同時的月相，參考圖 12 發現月相大致相同，但角度有差異，研判這是因為太陽會轉動，故照在月球表面的亮區也隨太陽轉動，導致看見的月相會隨不同的時間有不同的傾斜角度。

圖 12：2012 年基隆同日不同時月相圖



5. 我們還發現在台灣看見的月亮與美國地區不同(如圖 13)，台灣黑色部份(月海)比較接近左邊，美國比較接近上方。

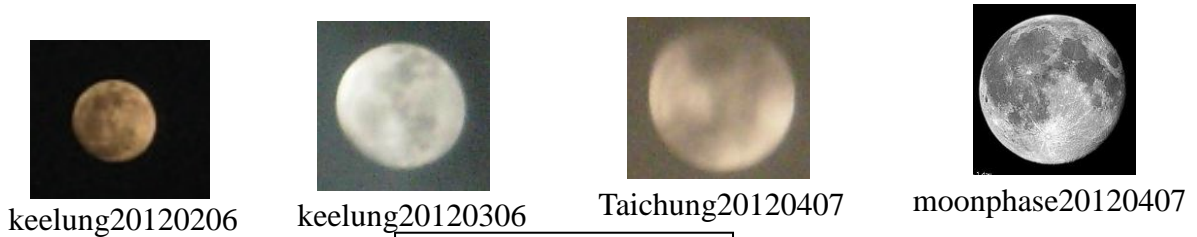


圖 13 不同月份的月球

6. 剛開始測量亮區百分比時，將原有的照片選取有月亮部份，再列印出來，發現相片顏色有模糊地帶(灰階)，造成剪裁區域判斷的困難，再加上碳粉分布不均，可能會造成誤差，所以後來決定在電腦上先找出一個接近月圓的相片，以此相片為參考圓，再選出其他日期亮區的分布，如圖 3，再根據此方法算出月亮亮區的比率。其相關結果如表十二：

7. 根據表中的數據發現：

- (1) 白天拍照的誤差最大，如 2012 年 1 月 18 日的基隆和澳洲伯斯(15%)，觀察照片，發現照片的月相看起來與 moonphase 軟體相似(如右圖所示)，但誤差卻很大，這有可能與背景明暗度有關，放大之後，有灰階導致辨識不易。接近月圓的誤差比較小。

- (2) 探討誤差的來源有可能是：

- A. 相機不同，解析度不一樣，會有不同的灰階程度，導致亮區選取有誤差。  
 B. 拍照模式不一樣：自動模式的月亮比不開閃光大，放大拍照比縮小拍照(原設定)大(與快門有關)。  
 C. 手持拍照比固定拍照大，因為手晃動，而造成殘影，使影像看起來比較大。  
 D. 軟體預測與台灣有實際差異。



8. 月相的變化都有規律，所以 2012/2/1、2012/3/1、2012/3/3 比較異常，如果有機會，希望未來有機會繼續觀察並改進方法，將誤差降到最低。

表十二：以高雄月亮算亮區比率

日期	圓重量(原)(g)	亮區重量(g)	實際測量比率	理論亮區比率	實際誤差比率
2012/1/18	0.70(基隆)	0.10(基隆)	14%(基隆)	29%	107%(基隆)
2012/1/26	0.48	0.08	17%	10%	40%
2012/1/30	0.48	0.24	50%	42%	16%
2012/1/31	0.48	0.30	63%	52%	17%
2012/2/1	0.50	0.30	60%	61%	2%
2012/2/2	0.48	0.36	75%	70%	7%
2012/2/3	0.48	0.40	83%	79%	5%
2012/2/4	0.48	0.44	92%	86%	6%
2012/2/5	0.46	0.44	96%	92%	4%
2012/2/6	0.46	0.44	96%	97%	1%
2012/2/7	0.46	0.44	96%	99%	4%
2012/2/8	0.46	0.46	100%	100%	0%
2012/2/9	0.46	0.44	96%	97%	1%
2012/2/10	0.46	0.40	87%	92%	6%
2012/2/11	0.48	0.36	75%	85%	13%
2012/2/28	0.46	0.24	52%	34%	35%
2012/2/29	0.48	0.26	54%	43%	21%
2012/3/1	0.46	0.24	52%	53%	2%
2012/3/2	0.46	0.34	74%	62%	16%
2012/3/3	0.48	0.40	83%	72%	14%
2012/3/4	0.48	0.38	79%	80%	1%
2012/3/5	0.48	0.38	79%	88%	11%
2012/3/6	0.48	0.40	83%	94%	13%
2012/3/7	0.48	0.44	92%	98%	7%

#### 八、探索測量月球距離的方法：

在網路上有一則新聞播報月球每年約以三公分的距離遠離地球，而這樣的遠離可能會造成潮汐的改變，因而影響人類的的生活，所以我們好奇地上網搜尋和翻閱相關書籍，想了解測月距的方法並透過實際操作，了解方法的可行性，目前找到測量月球距離的方法有下列幾種：

##### 1、雷射測距法：

科學家在月球上擺上反射鏡，並經由計算後於特定的時間透過望遠鏡發射一道雷射光打在反射鏡上，使其反射回地球，因為光速 $\times$ 時間 $\div 2 =$ 距離，所以只要測量光速來回的時間，就能求出地球與月球的距離。為了避免大氣折射的影響，測量員會盡可能選擇高度角接近 90°的日子，由於黃道面和白道面有 5°左右的傾斜度，台灣正好落在 23.5° $\pm$ 5°之間，一個月約有 4 天的機會出現高度角 86°~90°的機會，所以台灣是一個適合雷射測距法的地方，此方法是目前公認數據最準確的辦法，但對國中生來說，設備儀器昂貴精密，無法自製，因此我們沒有採用。

## 2、高度角測量法

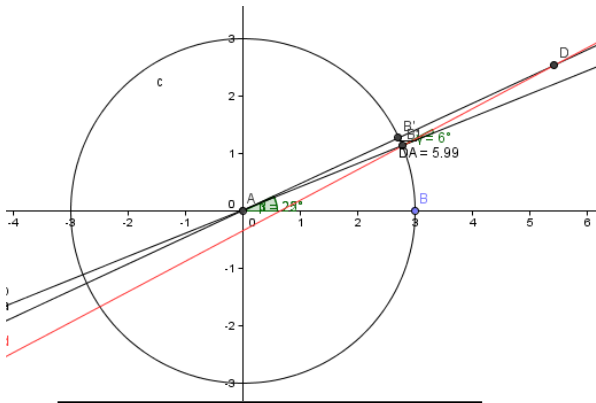


圖 14 高度角測月距示意圖

剛開始我們以為台灣小月球遠，利用百年資料中的台北、高雄過中天的高度角來計算月球是一個簡易的方法，於是利用畫出一個圓(如圖 14)，並在圓上輸入台北(B')、高雄(Bi')的緯度及對應的高度角(台北-90°、高雄-84°)，找出兩條直線的交點(D)，此交點當作月亮，利用軟體找出交點與圓心的距離，此距離就是我們模擬的月

距( $\overline{DA}=5.99$ )，假設實際月距= $x$ ，按照比例關係

可得  $x=6400 \times 5.99/3=12779\text{km}$ ，誤差高達 96%，覺

得不可思議，於是我們開始探索誤差的來源，結果發現：

- (1) 只要使圓心角(緯度)增減 1 度，就會大大影響交點的位置，使月球位置的模擬失敗。
- (2) 我們畫的圓不大，因此在此圓上的台北和高雄曲率很大，畫出來的高度角會有偏差，因為相對月球，台北高雄的距離近似直線。
- (3) 台北、高雄並非同一經度，因此百年資料中過中天的高度角，並非同一時間，所以高度角必須修正，才能表示同一時間看見的月亮。
- (4) 地球非平面，將台北、高雄假想成同一經度時，必須利用球面座標修改距離。
- (5) 高雄高度角並非 90°，要考慮大氣折射造成的影響。
- (6) 如果實際測量高度角用來推測月距，必須有 2 個訓練有素的團隊，找到同經度、同海拔高度，距離三十公里以上，高度角最好接近 90°，況且人眼不易辨認差距 5°以內的角度，在這些條件下同時測量…然而這是一件不容易的事，所以綜合上述，高度角不適合測量月距。

## 3、硬幣測量法

- (1) 第一次使用口徑 5cm 長 70cm 電氣管作為觀測的管子，發現硬幣太大，長度不夠，不適合測遠距離，所以按照比例先找出適當的管長，即以月距 =  $40 \times 10^4 \text{km}$ 、平均月半徑 = 1737.4

km、硬幣半徑 = 1cm 代入公式  $d = \frac{r}{R} \cdot D = \frac{1\text{cm}}{1737.4\text{km}} \cdot 40 \times 10^4 \text{km} = 230\text{cm}$ ，得到管長至少需

要 230cm，由於管子太長，怕支架撐不住，所以參考圓改以半徑 0.5cm 的圓形磁鐵，管子加長至 150cm，同時把口徑加大 7cm，仿照先前的做法，測試不同距離時，比較實際值和測量值的誤差。(如圖 15 和圖 16)



圖 15：第一代







(2) 為了了解觀測器的準確性，我們先在教室內選擇每一種顏色都做三個距離的觀測，實驗結果如下列資料表：

藍色圓形(觀測物)				
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	0.483	3.864	3.876	0.3%
2 號同學	0.498	3.984		2.8%
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	0.840	6.720	6.248	7.6%
2 號同學	0.787	6.296		0.8%
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	1.175	9.400	8.951	5.0%
2 號同學	1.156	9.248		3.3%
平均誤差				3.3%

黃色圓形(觀測物)				
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	0.477	3.816	3.876	1.5%
2 號同學	0.449	3.592		7.3%
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	0.842	6.736	6.248	7.8%
2 號同學	0.840	6.720		7.6%
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	1.184	9.472	8.951	5.8%
2 號同學	1.134	9.072		1.4%
平均誤差				5.2%

灰色圓形(觀測物)				
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	0.493	3.944	3.876	1.8%
2 號同學	0.460	3.680		5.1%
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	0.830	6.640	6.248	6.3%
2 號同學	0.827	6.616		5.9%
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	1.170	9.360	8.951	4.6%
2 號同學	1.210	9.680		8.1%
平均誤差				5.3%

綠色圓形(觀測物)				
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	0.497	3.976	3.876	2.6%
2 號同學	0.515	4.120		6.3%
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	0.829	6.632	6.248	6.1%
2 號同學	0.781	6.248		0.0%
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	1.209	9.672	8.951	8.1%
2 號同學	1.169	9.352		4.5%
平均誤差				4.6%

紅色圓形(觀測物)				
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	0.474	3.792	3.876	2.2%
2 號同學	0.464	3.712		4.2%
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	0.812	6.496	6.248	4.0%
2 號同學	0.774	6.192		0.9%
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	1.172	9.376	8.951	4.7%
2 號同學	1.111	8.888		0.7%
平均誤差				2.8%



黑色圓形(觀測物)				
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	0.486	3.888	3.876	0.3%
2 號同學	0.514	4.112		6.1%
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	0.812	6.496	6.248	4.0%
2 號同學	0.771	6.168		1.3%
	硬幣至眼睛距離(m)	距離(測量值)(m)	距離(實際值)(m)	誤差(%)
1 號同學	1.138	9.104	8.951	1.7%
2 號同學	1.159	9.272		3.6%
平均誤差				2.8%

- (3) 在操作實驗的過程中，我們發現每個人對於硬幣遮住目標物的取法有所不同，而且視力不同也會造成選擇恰好遮住的位置也不一樣，所以如果可以用其他的偵測器取代人眼最好。
- (4) 在觀察月亮距離時我們發現黃色光似乎會造成月亮放大的結果，所以為了釐清顏色是否會造成誤差，所以我們進行了不同顏色的觀察，發現黑色、紅色誤差較小約 2.8% 左右；灰色、黃色的誤差較大約 5.3% 左右，相差約 1.5% 左右，所以顏色會有影響。
- (5) 將上述觀測的結果取總平均，約為 4%，亦即 1 公里的距離大約會相差 40 公尺左右，如果是 40 萬公里，就會相差 1.6 萬公里，也就是說，若以月亮的距離來看，大約會是 41.6 萬公里 38.4 公里左右，這樣的數據似乎可行，所以我們就等待月亮的出現。
- (6) 3 月 1 日終於等到月亮的出現，進行同樣的步驟，當天的高度角約 80~85° 左右，不是月圓，實驗的結果如下表：

月亮(觀測物)3 月 1 日					
	磁鐵至眼睛距離(m)	距離(測量值)(km)	距離(理論值)(km)	誤差(%)	時間
1 號同學	0.94	326556(332934)	400452	16.9%	17:39
2 號同學	1.05	364770(371148)		7.3%	17:39
3 號同學	1.13	392562(398940)		0.4%	17:43
1 號同學	1.215	422091(428469)		7.0%	08:24
2 號同學	1.05	364770(371148)		7.3%	08:25
平均距離=392426					2.0%

註：括號內的數據是眼睛到月球的距離+地球平均半徑(6378km)

- (7) 在觀察的過程中，高度角高可以減少大氣折射所造成的影響，但以現有的裝置必須半貼在地上，造成身體的不便，無法持久觀察，所以觀測器還有改善的空間。
- (8) 傍晚出現的月亮，天空較白，與晚上相比，比較不會有月亮散射和月暈觀測的問題。
- (9) 很可惜基隆常下雨，冬天可觀測的時間點不多，所以目前無法提供太多的資料做比對。
- (10) 我們所得到的資料誤差約 2.0 % (不包含第一筆資料，因為誤差太大將近 17%)，與現今的雷射測距儀相比，誤差雖然較大，但已可讓我們透過簡單的幾何關係和工具了解地球與月球的距離關係。

#### 4. 三角測量法(視差法)

這是天文界常用的方法：先在天氣好的時候，在不同的地點，相同時間的情況下，用照相機把月球的位置拍下來，利用月球旁星星的角度差，因為事先知道測量的兩地的距離，所以可以利用三角函數，求出月球距離。然而此種方法必須先找到明顯的星空背景當參考，還要同時約朋友同時拍照，對中學生而言，比較不方便。

5. 月食測量法：先選擇有月食的夜晚，拍照並利用幾何關係求出視角及半徑，再利用比例求出月球到地球的距離，詳細資料可參考資料【天文計算實驗室】，由於月食不是經常發生，所以對中學生而言，沒有立即的效果。

### 陸、 結論

一、每次升起方位循環的天數雖然相似(約 28 天)，但月亮經過的路徑不盡相同。月亮每次升起方位循環的行徑範圍似乎有擴大、縮小、擴大、縮小…的趨勢，回到原來的範圍大約需要 18~19 年左右，與沙羅週期和月亮交點週期雷同。

二、以台灣的觀察者而言，月球是以螺旋式的方法繞著地球移動，而且月亮升起與落下的方位度數愈偏北時，過中天的高度角也會隨之愈高，同時觀察方向會由面南漸向面北，除此之外，高度角越高，停留在地平線上的時間越長。

三、同一天月亮升沒的方位角，可以公式：月升方位角+月沒方位角=360°±2°表示，顯示月球繞地球幾乎以正圓的方式運轉。

四、在台灣看見不同行徑的月亮機率：

1. 月亮出現在正東升正西落的時間大約都落在上弦月與下弦月附近，此時過中天的高度角幾乎都是面向南方 66°，而且機率只有 0.05%，換句話說，平均 5~6 年才會出現一次正東升正西落的現象。

2. 以一百年統計，月亮過中天時，出現在北方的機率只有 4.8%，而出現在南方的機率則高達 93.6%，雖然長時間觀察，12 月面北看月亮的機會比六月大，然而短時間內，每個月相都可能面北。

3. 以短時間(一年)的資料分析無法明顯判斷過中天的高度角與季節有關，也與月相無太大的關連。不過以長時間來看，滿月比初四容易垂直高掛在天空，此外，六月看到月亮過中天最低高度角的機率比 12 月大，

五、利用整理出的資料製作月亮簡易的 3D 軌道模型和動畫，使大家更了解月亮的運行方式。

六、觀察照片，發現軟體的月相總是比實際看到的大，表示軟體應用在台灣，還有改善的空間，雖然如此，用課堂學習到的質量法求月亮亮區比率，是一個學以致用的好機會。

七、利用質量法求月亮亮區比率時，需注意拍照時控制變因的固定，也要注意月暈的影響和測量質量時碳粉的干擾，方可減低誤差。

八、透過 moonphase3.3 軟體與實際量測月亮亮區的比較，讓我們了解軟體的改進需要各地天文人士提供專業的資料，如此軟體的實用性才會越來越高。

九、硬幣測量法中，發現顏色會影響觀察，黃色特別重要，因為我們研究的月亮與黃光有關，所以這是一個測量中會遇到的影響因素。

十、比較各種測量月亮距離的方法，可知硬幣測量法用的幾何概念簡單易懂，也可實際操作，是所有測量法中最適合中學生操作的方式，如果可以找到取代人眼偵測的工具會更好。

## 柒、 參考資料

- 一、作者：米歇爾·霍 劍橋插圖天文史 譯者：江曉原 出版社：如果
- 二、維基百科 <http://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%9C%88%E7%90%83>
- 三、中央氣象局 <http://www.cwb.gov.tw/V7/knowledge/astronomy/moonrise/moonrise.htm>
- 四、臺北市立天文科學教育館 <http://tamweb.tam.gov.tw/v3/tw/list.asp?mtype=c8>
- 五、美國海軍天文台 <http://aa.usno.navy.mil/data/docs/AltAz.php>
- 六、天文計算實驗室：月地距離與大小的量測；作者 Pao 網址：  
[http://blog.sina.com.tw/astro\\_calculator/article.php?pbgid=24388&entryid=301205](http://blog.sina.com.tw/astro_calculator/article.php?pbgid=24388&entryid=301205)
- 七、今日月相 [http://www.hgjh.hlc.edu.tw/~drop/earth/phase\\_023%20mx.html](http://www.hgjh.hlc.edu.tw/~drop/earth/phase_023%20mx.html)
- 八、澳洲伯斯觀測站 [http://www.perthobservatory.wa.gov.au/information/rise\\_set\\_times\\_phases.html](http://www.perthobservatory.wa.gov.au/information/rise_set_times_phases.html)

## 捌、 未來展望

透過這次的活動，我們對月球的運行有了更深入的了解，因此開始留意天文的相關資訊，例如今年 5 月 22 日的日環蝕所產生的一些現象，也引發了我們的好奇心。由於時間的關係，還有很多與此次科展相關的自然現象尚未釐清，例如：(一)在台灣以外的地點，月亮的運行是否相似？(二)南北半球的月相有鏡像關係嗎？若有，我們要如何模擬同一時間不同半球所見的月相呢？(三)天文學家如何預測月出月落時刻和方位呢？考量的因素有哪些呢？除了月球外，浩瀚無垠的宇宙，更是充滿了種種的未知和奧祕，都有待我們進一步的探索。

## 【評語】 030507

研究結果並無超出目前所知的地月模型資料。

月球軌道可經由理論計算，建議應將觀測資料與理論進行比較！

另外，應探討觀測是否有誤差，影響誤差之因子為何？