

# 中華民國第 52 屆中小學科學展覽會

## 作品說明書

國中組 物理科

第三名

030110

彩虹橋—利用彩虹原理探討混合液體之折射率  
的計算模式

學校名稱：彰化縣立陽明國民中學

|        |       |
|--------|-------|
| 作者：    | 指導老師： |
| 國二 吳德瑋 | 蔡名峯   |
| 國二 林韋翔 | 陳柏村   |
| 國二 許瑋凌 |       |

關鍵詞：光柵、折射率、彩虹原理

## 摘要

本文之主要工作可分為下列幾部分：(一)首先利用光柵校正各種雷射光(紅、綠、紫)的波長。(二)利用各種波長的雷射光來做司乃耳定律實驗及彩虹原理實驗，測量液體折射率後並比較它們的準確度。(三)採用準確度較高的測量方法「彩虹原理」，測量多種混合液體的折射率。(四)利用實驗結果去探討多種混合液體之折射率的計算模式。由實驗結果分析，可獲得以下重要結論：第一，利用彩虹原理測量液體(或多種混合液體)折射率具有很高的準確度。第二，本組找到了混合液體之折射率的新計算模式；且利用此計算模式，可迅速且準確調配出所想要之折射率的混合溶液。

## 壹、研究動機

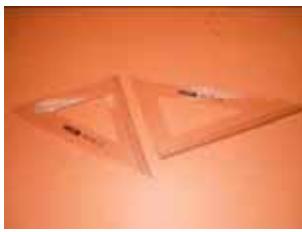
有一次，媽媽在廚房調製糖水時請我幫忙拿糖度計。我看著這外表似溫度計的陌生儀器，卻能精確的測出糖的比例，佩服之餘也上網蒐尋相關資料，得知其原理乃是基於溶液濃度去影響折射率；但是對於當時的我而言，其原理像外星語，完全無法理解，但是好奇心卻使我記下這原理。直到國二上學期，老師剛好教到和光的折射有關的課程，了解不同的介質會造成不同的折射率，於是本組想學以致用，利用課堂所學及使用不同的量測方法，去測量溶液濃度和折射率之間的關聯；並想推知若有兩種以上溶液混合時，混合溶液的折射率與溶液體積比之間的關係。

## 貳、研究目的

為了要解答我們的疑惑，本組開始從事以下的實驗工作：

- 一、首先利用光柵校正各種雷射光(紅、綠、紫)的波長；然後將所查得的資料利用柯西色散公式將已知波長之折射率的公認值，換算成本實驗所使用波長的折射率之公認值。
- 二、利用司乃耳定律測量各色光(紅、綠、紫)在液體(水、酒精)中的折射率。
- 三、利用彩虹原理測量各色光(紅、綠、紫)在液體(水、酒精、甘油)中的折射率。
- 四、自製能快速將不同比例液體均勻混合的攪拌機。
- 五、利用彩虹原理測量各色光(紅、綠、紫)在兩種混合液體(水、酒精、甘油)的折射率。
- 六、利用彩虹原理測量各色光(紅、綠、紫)在三種混合液體(水、酒精、甘油)的折射率。

## 參、研究設備及器材

|   |   |  |   |
|---|---|--|---|
|    |    |    |    |
| 圖 3-1 雷射筆   | 圖 3-2 布丁筒蓋  | 圖 3-3 量筒   | 圖 3-4 游標尺   |
|    |    |    |    |
| 圖 3-5 各種液體  | 圖 3-6 三角板   | 圖 3-7 漏斗   | 圖 3-8 方型透明盒   |
|   |   |   |   |
| 圖 3-9 燒杯  | 圖 3-10 強力磁鐵   | 圖 3-11 膠帶  | 圖 3-12 A3 白紙  |
|  |  |  |  |
| 圖 3-13 水平儀  | 圖 3-14 直尺   | 圖 3-15 電源供應器   | 圖 3-16 固定架  |
|  |  |  |  |
| 圖 3-17 電腦風扇   | 圖 3-18 光柵   | 圖 3-19 雷射測距儀   | 圖 3-20 屏幕   |

## 肆、研究方法與實驗步驟

從司乃耳折射定律得知當光經過不同的介質時，因為介質折射率的不同，會造成的光的偏折。以歷屆作品來看，全國第 42 屆國中組物理科「濃不濃～光知道」，利用偏光儀測旋光性物質的濃度，並用司乃耳定律實驗及三稜鏡來做液體濃度與折射率的關係，在作品內沒有特別強調分析過程，無法得知計算內容。而第 47 屆國中組物理科「折射玄機」，利用司乃耳定律實驗以及利用三稜鏡測量偏向角來得到液體的折射率，在司乃耳定律實驗相關度很高，也知道液體溫度對折射率影響不大。不過在三稜鏡的實驗中，雷射光經三稜鏡射出後之光點會形成橢圓形，造成讀取光線時會不準確，就算加了遮縫還是會產生繞射，故中央亮紋還是有一個範圍，讀取光在尺上的位置仍會有誤差。以全國第 51 屆國中組物理科「光芒萬丈」，在測量各種 LED 燈的波長時，由於光柵到屏幕的距離只有 20cm，容易造成實驗誤差，另外在作品中的司乃耳定律實驗紅光(645.23nm)在水中的折射率為 1.28，綠光(532nm)在水中的折射率為 1.34，而利用光柵片測量紅光在水中的折射率為 1.23，綠光在水中的折射率為 1.35，紅光的誤差明顯比較大。以上文獻為過去測量折射率的幾種方法。然而光學實驗在測量是可以很精密的，在誤差方面可以小於 1%，所以是可以再做改進。

例如，以過去測量折射率的科展作品來看，他們實驗時雷射光本身沒做校準的動作，故不能得知各色光的波長與折射率的關係。而在本研究中，是先以光柵來對各色光來做校準的動作，以確定各色光波長，而且將光柵到屏幕的距離拉長到 3~8m，以增加實驗的精確度。

根據研究目的小改進前人做法之缺點，本組將所要探討的問題之原理、實驗步驟及實驗圖示說明分別詳述如下：

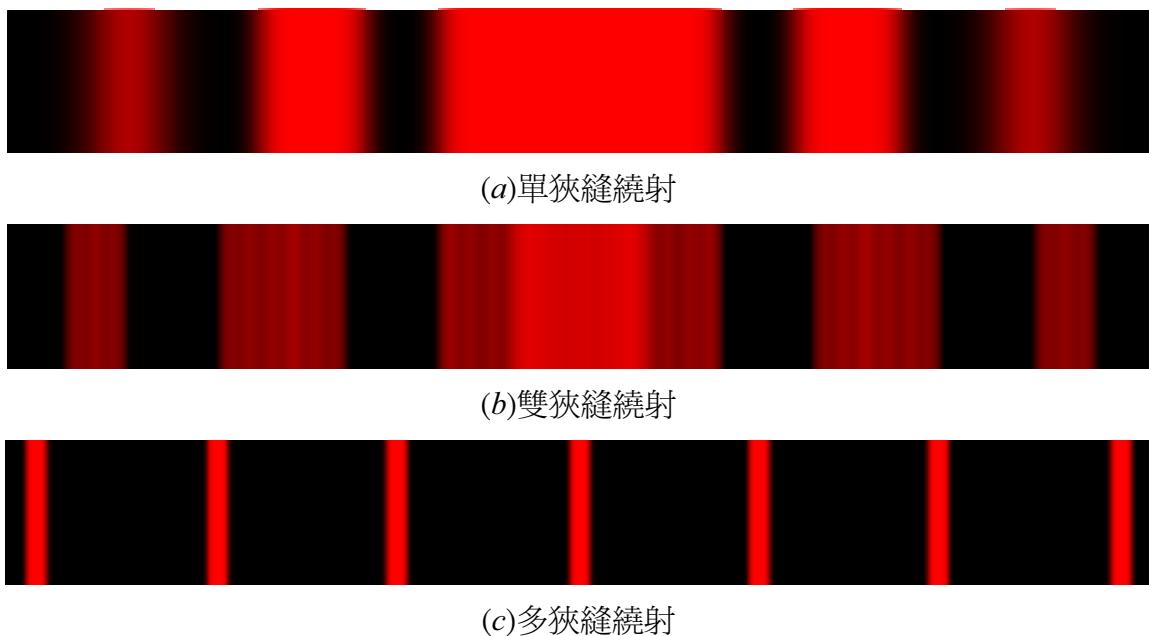
## 一、利用光柵校正各種雷射光的波長

### 1、原理：

當光透過一系列寬度相同、互相平行且等距離的多狹縫後，會形成一系列相同的繞射條紋，若狹縫之間的距離很小，這一系列的光束會重疊而互相干涉，使繞射條紋裡出現出常狹窄的干涉亮紋。當狹縫的數目極多時，主要的干涉亮紋會變得非常狹窄而明亮，次要干涉亮紋會變得微弱而不可見，如**圖 4-1-1** 所示。也就是說，這時後光被集中到狹窄的亮紋上，這個特性可以利用來分析光譜。而主要亮紋的位置可由下面公式來推算。

$$d \sin \theta = m\lambda , m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (1-1)$$

其中  $d$  是鄰近兩狹縫的中心相距之距離， $\theta$  是第  $m$  條主要干涉亮紋與光柵中央的連線和入射光之間的夾角。



**圖 4-1-1** 光通過各種狹縫時的繞射及干涉圖形

### 2、實驗步驟：

(1) 將紅色雷射光照在光柵上，然後投射在屏幕上。改變光柵到屏幕的距離  $L$ ，測量中心點到第一亮點的距離  $y$ 。然後再用 EXCEL 來做分析紅色雷射光的波長，所以  $m$  為 1 代入，利用線性迴歸將雷射光的波長  $\lambda$  求出。

操縱的變因：光柵到屏幕的距離  $L$

控制的變因：同色光的雷射光、同一個光柵

應變的變因：中心點到第一亮點的距離  $y$

(2) 將紅色雷射光分別改換成綠色、紫色雷射光，重複以上的步驟。

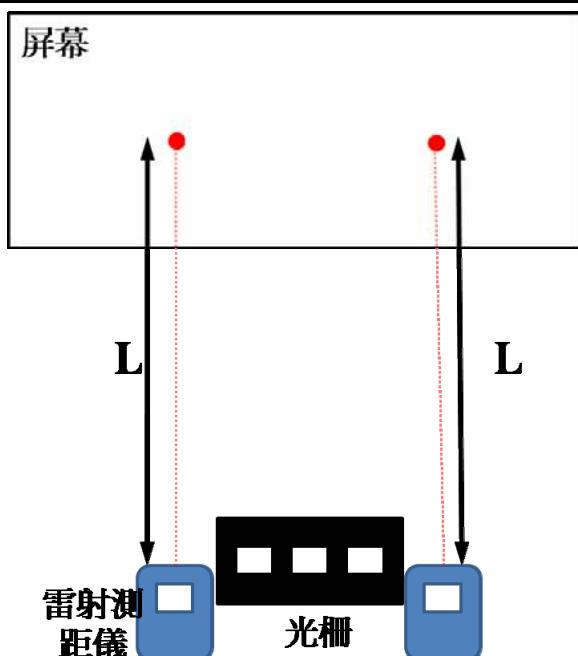
### 3、實驗過程之圖示解說

(1) 架設儀器，並做高度校準：確定雷射光平行於地面

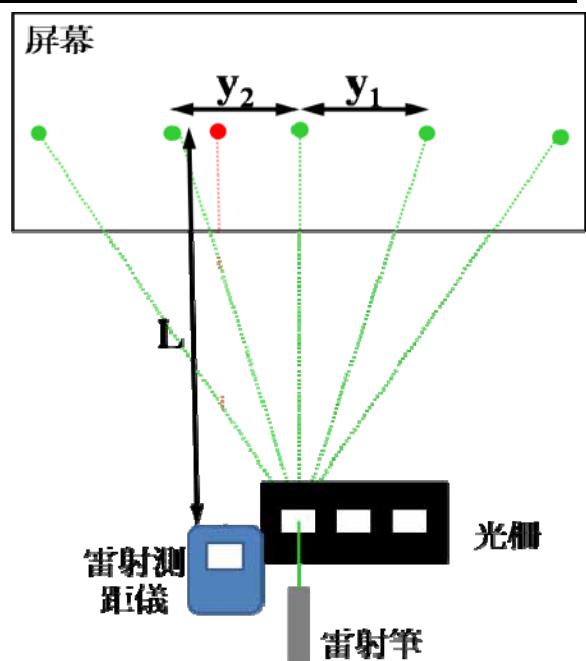
|   |   |   |
|---|---|---|
|  |  |  |
| <b>圖 4-1-2</b> 利用雷射筆固定並將雷射光照在光柵上  | <b>圖 4-1-3</b> 測量地面到光柵的高度，過程都以鉛垂線與尺做平行  | <b>圖 4-1-4</b> 調整雷射筆，使得干涉出來的光與光柵的高度相同   |

(2) 確認光柵與屏幕是平行

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
| <b>圖 4-1-5</b> 利用小屏找出有多少個亮點，然後確認中心亮點位置   | <b>圖 4-1-6</b> 測量光柵到雷射測距儀的距離。  | <b>圖 4-1-7</b> 測量中央亮點到雷射測距儀之間距離與光柵到雷射測距儀等長   |



**圖 4-1-8** 將雷射測距儀的發信位置擺至與光柵平行，然後將雷射測距儀在光柵的左右來回測量距離，調整  $L$  至一樣的大小，並且到屏幕的距離為最短距離，就是本組要找的平行垂直線。



**圖 4-1-9** 將雷射光垂直射入，為了確定雷射光出來光線是否與屏幕垂直，先確認中心點位置，再測量  $y_1$  與  $y_2$  的距離要相同，才是本組所要的  $y$  值。

(3) 確認光柵為水平並測量中央亮點到第一亮點的距離

|   |   |   |
|---|---|---|
|  |  |  |
| <b>圖 4-1-10</b> 將雷射光放在光柵前，經過光柵後干涉的結果。   | <b>圖 4-1-11</b> 再一次測量每一個點的高度，以確定光柵出來的光是水平的。                                       | <b>圖 4-1-12</b> 測量中心亮點到左右的第一亮點的距離。  |

## 二、利用司乃耳定律測量各色光在液體的折射率

### 1、實驗原理

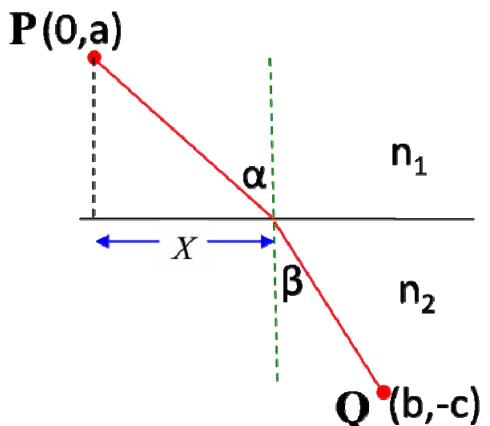
假設光從介質  $n_1$  入射到介質  $n_2$ 。 $n_1$  和  $n_2$  分別是兩個介質的折射率； $\alpha$  和  $\beta$  分別是入射角和折射角。其關係可由費馬原理或最短光時原理得到，也就是光線從  $P$  點到  $Q$  點所花費時間最短的路徑。

考慮光線由介質  $1(0, a)$  出發進入介質  $2(b, -c)$ ，相交於  $x$  所需要的時間，其路徑為 **圖 4-2-1** 所示。在介質 1

中光之行進速度  $v_1 = \frac{c}{n_1}$ ，在介質 2 中光之行進速度  $v_2 = \frac{c}{n_2}$ ，

因此所需時間

$$t(x) = \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(b-x)^2 + c^2}}{v_2} \quad (1-2)$$



**圖 4-2-1** 光從介質  $n_1$  入射到介質  $n_2$  的路徑圖

在這裏我們想知道的是當  $x$  值為多少時能使  $t(x)$  為最小。已知極值的條件是一次微分為 0，所以得到

$$\frac{dt(x)}{dx} = \frac{x}{v_1 \sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{(b-x)}{v_2 \sqrt{(b-x)^2 + c^2}} = 0 \quad (1-3)$$

$$\text{其中 } \sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}, \quad \sin \beta = \frac{b-x}{\sqrt{(b-x)^2 + c^2}}$$

因此得到  $v_2 \sin \alpha = v_1 \sin \beta$  或  $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$  (司乃耳定律)

## 2、實驗步驟

(1) 將水倒入透明的盒子中，將透明盒子擺到對齊 90 度角的位置，紅色雷射光對準量角器的中心點，以調整入射角的角度，並使反射角要等於入射角。

操縱的變因：入射角的角度

控制的變因：同色光的雷射光、  
相同的液體

應變的變因：折射角的角度

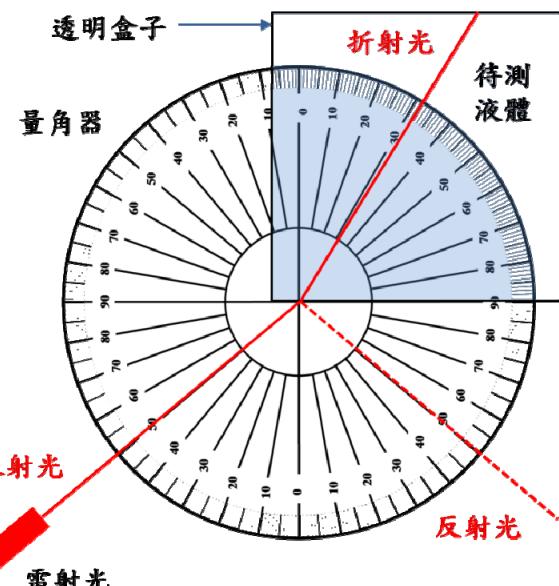


圖 4-2-2 司乃耳定律實驗示意圖

(2) 將紅色雷射光分別換成綠色、紫色雷射光，重複以上的步驟。

(3) 將水換成酒精，並分別利用紅色、綠色、紫色雷射光重複以上的步驟。

## 3、實驗過程之圖示解說

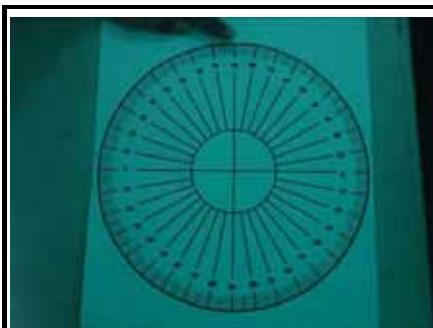


圖 4-2-3 利用 ppt 自製的  $360^{\circ}$  量角器放在桌上

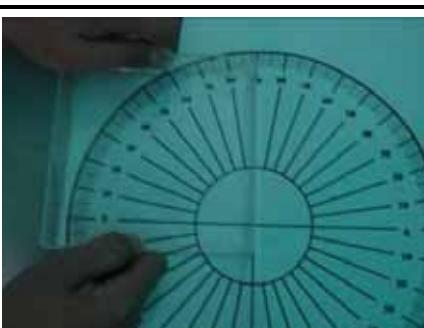


圖 4-2-4 將長方形透明容器放在量角器上，並對齊中線

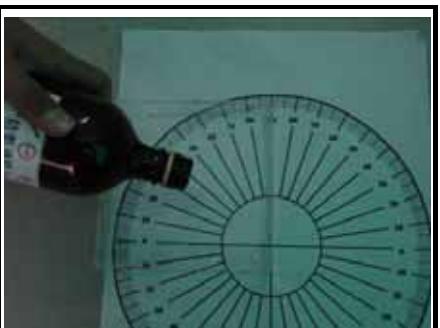


圖 4-2-5 將液體倒入長方形透明容器，高度約為 3cm 即可

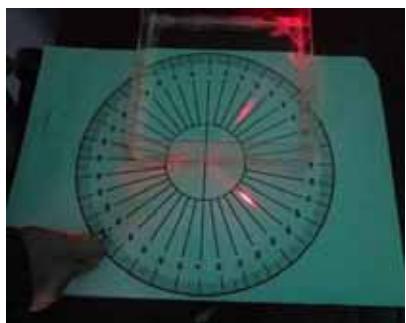


圖 4-2-6 利用紅色雷射光照射找出入射角與折射角

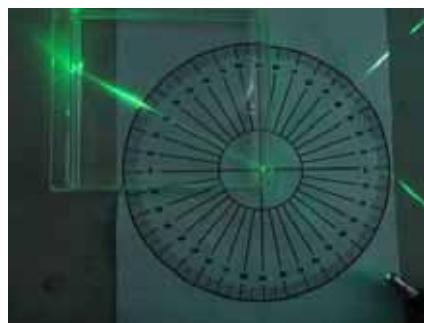


圖 4-2-7 利用綠色雷射光照射找出入射角與折射角

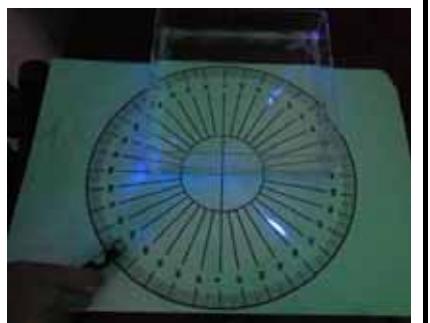


圖 4-2-8 利用紫色雷射光照射找出入射角與折射角

### 三、利用彩虹原理測量各色光在液體的折射率

#### 1、彩虹形成原理

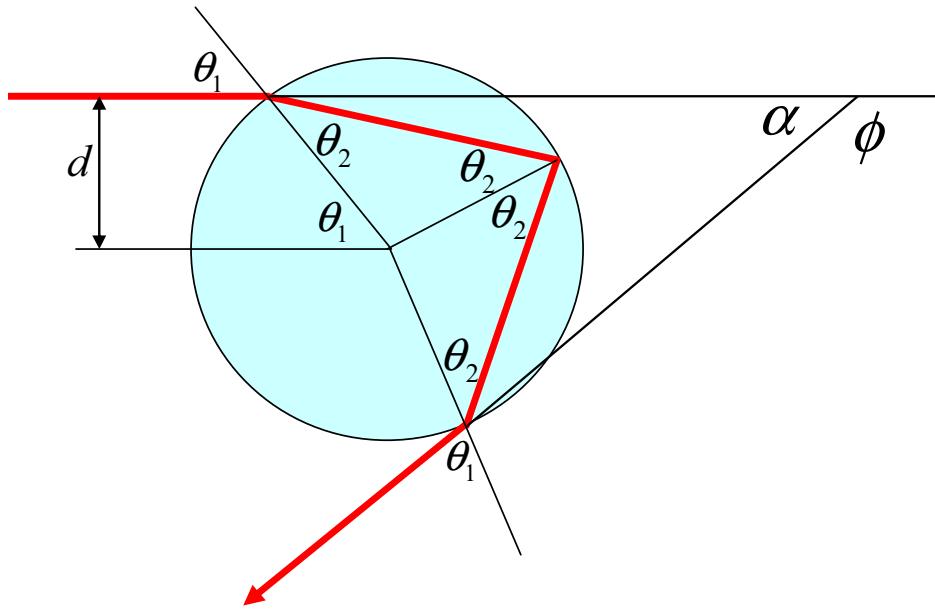


圖 4-3-1 光線在一小水珠中經過兩次折射與一次反射的情形

圖 4-3-1 為光線在一小水珠中經過兩次折射與一次反射的情形。如果太陽光照射在像這樣的許多小水珠上，則會形成彩虹。從圖 4-3-1 中，我們可以計算出射入水珠的光線與從水珠射出的光線之間的夾角滿足以下關係式  $\phi = \pi + 2\theta_1 - 4\theta_2$  (1-4)

將司乃耳定律改寫成  $\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta_1}{n}\right)$ ，再代入(1-3)式得到

$$\phi = \pi + 2\theta_1 - 4\sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta_1}{n}\right) \quad (1-5)$$

從圖 4-3-1 知  $\sin\theta_1 = \frac{d}{R}$ ， $R$  為小水珠之半徑， $n$  為水之折射。於是從小水珠射出的光線與

地平線的夾角為  $\alpha = \pi - \phi = 4\sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta_1}{n}\right) - 2\theta_1$  (1-6)

在給定折射率  $n$  值的情況下，取  $\alpha$  的極大值，即可得到彩虹與地平線形成的  $42^\circ$  夾角，不過一般卻沒有說明取  $\alpha$  的極大值之意義何在，以下針對這個問題詳加說明。令  $n = \frac{4}{3}$ ，將(1-6)式中  $\alpha$  與  $\sin\theta_1$  的關係畫成圖 4-3-2。現在假設入射光束的寬度為  $\delta$ ，由圖 4-3-2 知其所對應的  $\alpha$  值必定有一寬度  $\Delta$ ，但是如果入射光束的位置恰好在  $\alpha$  的極大值，即當  $d = 0.86$  對應於  $\alpha = 42^\circ$  時，則  $\alpha$  值的寬度  $\Delta$  必定變得極為狹窄。換言之，此時從水珠射出的光線的強度必定

爲極大值，於是形成了彩虹，因此  $\alpha = 42^\circ$  即爲圖 4-3-2 中彩虹形成的角度。光從空氣射入小水珠，改變  $\sin\theta_1$  得到各種折射的情形，如圖 4-3-3，可看到偏向角有個極值，而此即值會成一條又細又亮的光線。

由(1-6)式中取  $\alpha$  的極大值可得出

$$\sin \theta_1 = \sqrt{\frac{(4-n^2)}{3}} \quad (1-7)$$

將(1-7)式代入(1-6)式中，可得出  $\alpha$  的極大值  $\alpha_{max}$  與折射率  $n$  的函數關係式

$$\alpha_{max} = 4 \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{4-n^2}{3n^2}} \right) - 2 \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{4-n^2}{3}} \right) \quad (1-8)$$

而  $\alpha_{max}$  與折射率  $n$  的關係圖見圖 4-3-4 所示。

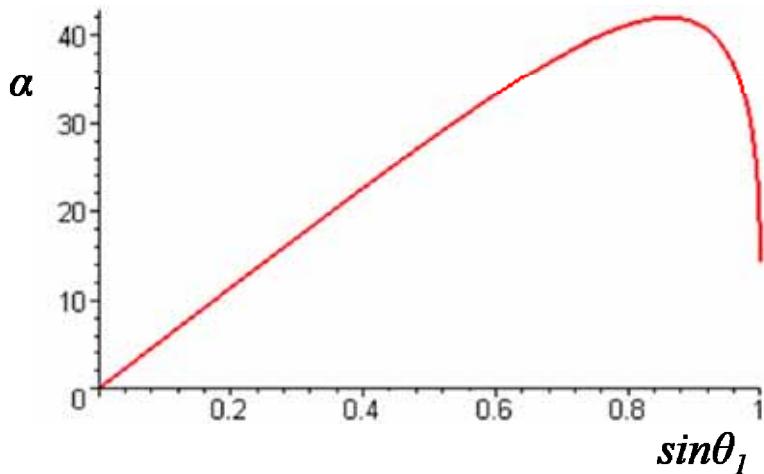


圖 4-3-2  $\alpha$  與  $\sin\theta_1$  的函數關係圖

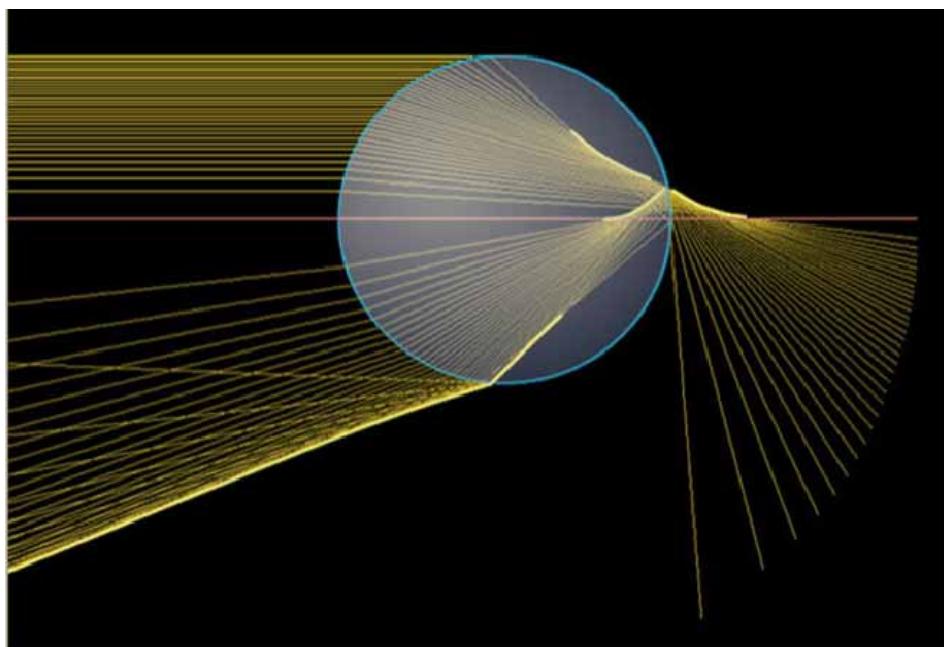


圖 4-3-3 光從空氣射入小水珠，改變  $\sin\theta_1$  得到各種折射的情形

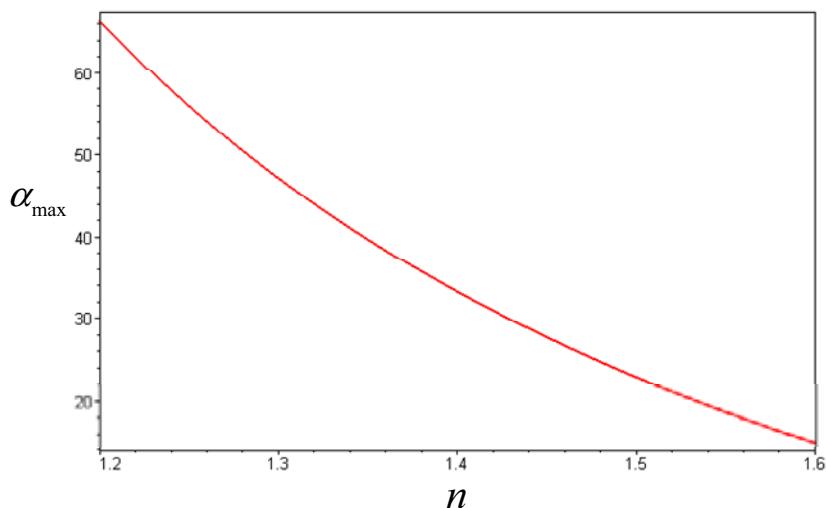


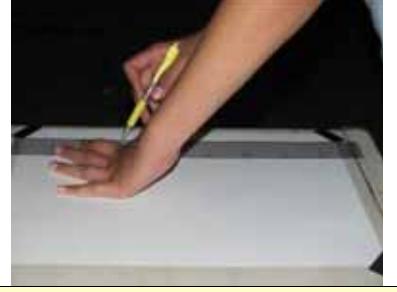
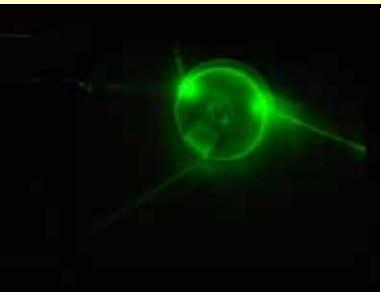
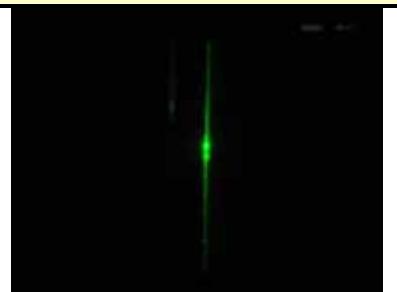
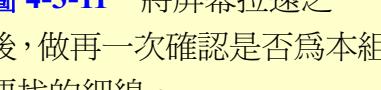
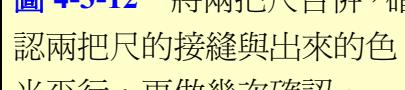
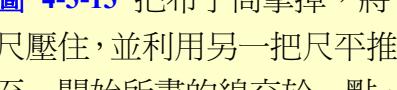
圖 4-3-4  $\alpha_{max}$  與折射率  $n$  的函數關係圖

圖 4-3-4 為  $\alpha_{max}$  與折射率  $n$  的函數圖，對於水而言  $n = 1.3333$ ，恰好對應於  $\alpha_{max} = 42^0$ ，因此在自然界中彩虹形成與太陽光的夾角約為  $42^0$  的圓弧。如果光束入射某一液體且其  $\alpha_{max}$  可以被精確測量，那麼由(1-7)式的關係式即可推得出此液體的折射率  $n$ 。在測量時會看到圖 4-3-10(見第 11 頁)有一條極亮的線也是偏向角最大的線，這就是實驗中要找的極亮的細線。由於圖 4-3-4 在應用上很不方便，於是為了方便由  $\alpha_{max}$  直接查出與其相對應的折射率  $n$  之值，本組利用(1-7)式製作了表 4-3-1。利用表 4-3-1，我們就很容易經由測量所得角度  $\alpha_{max}$ ，以及使用內插法，得出此液體的折射率  $n$ 。

表 4-3-1  $\alpha_{max}$  與其相對應的折射率  $n$  值

| $\alpha_{max}$ | $20^\circ$ | $21^\circ$ | $22^\circ$ | $23^\circ$ | $24^\circ$ | $25^\circ$ | $26^\circ$ | $27^\circ$ |
|----------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 折射率 $n$        | 1.5328     | 1.5210     | 1.5094     | 1.4982     | 1.4874     | 1.4769     | 1.4666     | 1.4567     |
| $\alpha_{max}$ | $28^\circ$ | $29^\circ$ | $30^\circ$ | $31^\circ$ | $32^\circ$ | $33^\circ$ | $34^\circ$ | $35^\circ$ |
| 折射率 $n$        | 1.4470     | 1.4375     | 1.4283     | 1.4194     | 1.4106     | 1.4021     | 1.3938     | 1.3856     |
| $\alpha_{max}$ | $36^\circ$ | $37^\circ$ | $38^\circ$ | $39^\circ$ | $40^\circ$ | $41^\circ$ | $42^\circ$ | $43^\circ$ |
| 折射率 $n$        | 1.3777     | 1.3699     | 1.3623     | 1.3549     | 1.3476     | 1.3405     | 1.3335     | 1.3267     |
| $\alpha_{max}$ | $44^\circ$ | $45^\circ$ | $46^\circ$ | $47^\circ$ | $48^\circ$ | $49^\circ$ | $50^\circ$ | $51^\circ$ |
| 折射率 $n$        | 1.3200     | 1.3135     | 1.3071     | 1.3008     | 1.2947     | 1.2886     | 1.2827     | 1.2769     |

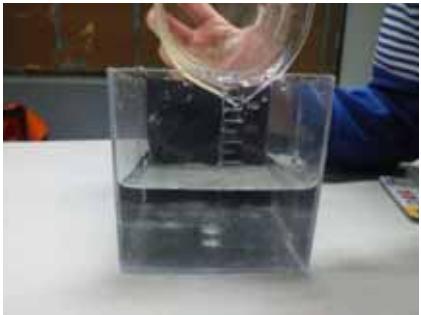
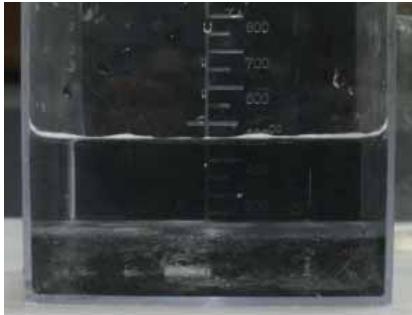
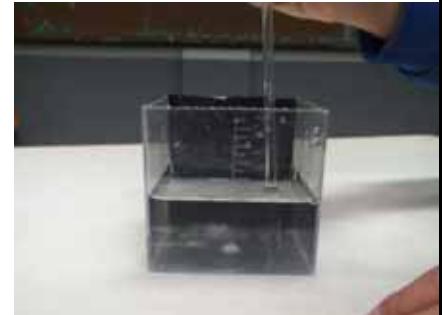
## 2、實驗過程之圖示解說

|   |   |   |
|---|---|---|
|              |    |    |
| <p><b>圖 4-3-5</b> 室溫的溫度控制在 <math>20^{\circ}</math>，而且液體的溫度大約在 <math>20^{\circ}</math> 左右。</p> | <p><b>圖 4-3-6</b> 將雷射光固定，確定雷射光所射出來的光平行桌面，用透明尺做確認。</p>                               | <p><b>圖 4-3-7</b> 利用尺從正上方點兩個點，將兩點連成一直線，並再一次確認光與線平行。</p>                               |
|              |    |    |
|            | <p><b>圖 4-3-9</b> 調整布丁筒，並觀察從布丁筒出來的線，用屏幕觀察出來的光。</p>                                  | <p><b>圖 4-3-10</b> 將布丁筒調整到屏幕上的線為一條極亮的細線，就是本組要找的 <math>\alpha_{max}</math>，重複幾次確認。</p> |
|            |  |  |
| <p><b>圖 4-3-11</b> 將屏幕拉遠之後，做再一次確認是否為本組要找的細線。</p>  | <p><b>圖 4-3-12</b> 將兩把尺合併，確認兩把尺的接縫與出來的色光平行，再做幾次確認。</p>                              | <p><b>圖 4-3-13</b> 把布丁筒拿掉，將尺壓住，並利用另一把尺平推至一開始所畫的線交於一點。</p>                             |
|            |  |  |
| <p><b>圖 4-3-14</b> 利用筆沿著尺的邊緣，畫出一條直線交於初始光的軌跡之直線。</p>   | <p><b>圖 4-3-15</b> 將一把直尺緊貼最一开始所画的直线，将三角板靠在直尺上，尽量平推到能画出大一点的直角三角形。</p>                | <p><b>圖 4-3-16</b> 量出直角三角形的底與高的長度，並以三角函數求得偏向角。</p>                                    |

## 四、自製攪拌機以製作能迅速均勻混合不同比例的液體

### 1、一般常用玻璃棒攪拌混合溶液的方法

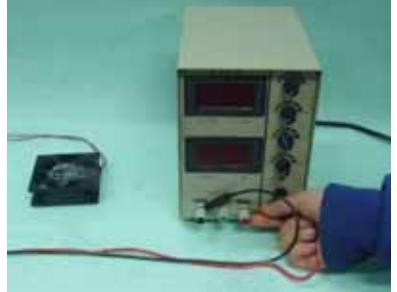
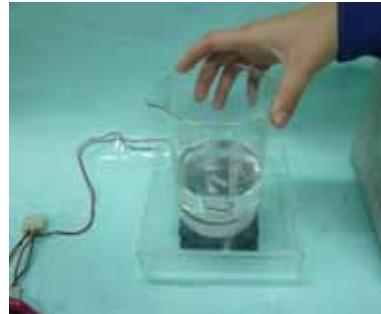
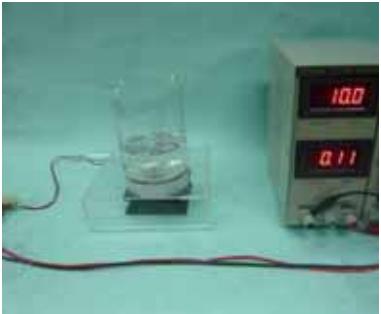
玻璃棒攪拌混合溶液的方法見圖 4-4-1 到圖 4-4-3 之圖示說明。

|   |  |   |
|---|--|---|
|  |  |  |
| 圖 4-4-1 將甘油倒入水中   | 圖 4-4-2 因為不互溶導致產生兩個液面  | 圖 4-4-3 利用玻棒將溶液攪拌均勻   |

由於使用玻棒攪拌數分鐘後，發現水與甘油尚未完全混合，因此本組特別自製了自動攪拌機。

### 2、自製攪拌機攪拌混合溶液的製作

因一般市面的攪拌機動輒上萬元，故本組結合了廢棄電腦風扇及強力磁鐵，製用便宜(成本數十元)又實用的攪拌機，其製作方法見圖 4-4-4 到圖 4-4-9 所示。

|   |  |   |
|---|--|---|
|  |  |  |
| 圖 4-4-4 將兩顆強力磁鐵吸在一起，即可當做攪拌子   | 圖 4-4-5 把強力磁鐵黏在電腦風扇上   | 圖 4-4-6 利用鱷魚夾連接風扇和電源供應器   |
|  |  |  |
| 圖 4-4-7 把攪拌子放進燒杯並將燒杯放在風扇上   | 圖 4-4-8 利用電流使磁鐵旋轉並攪拌液體   | 圖 4-4-9 將攪拌後的液體裝入有蓋的罐子裡保存   |

## 五、目的五到目的六之原理、實驗步驟與實驗過程之圖示說明和目的三類似，故不再重述。

## 伍、研究結果與討論

### 一、在利用光柵校正雷射光的波長方面：

光柵的細縫為  $d$ ，光柵到屏幕的距離為  $L$ ，測量中心點亮點到左邊的亮點為  $y_1$ ，中心亮點到右邊的亮點為  $y_2$ ，將  $y_1$  與  $y_2$  求平均之後得到  $y$ ，利用  $\sin \theta = \frac{y}{\sqrt{L^2 + y^2}}$  求得  $\sin \theta$ ，然後代入  $d \sin \theta = m\lambda$ ，將  $m = 1$  代入，得到  $\lambda = d \sin \theta$ ，並利用 EXCEL 計算出結果。

**表 5-1-1** 綠光雷射在 100 lines/mm 的光柵所測得的數據

| 次數   | $y_1(cm)$ | $y_2(cm)$ | 平均 $y (cm)$ | $L(cm)$ | $\sqrt{L^2 + y^2} (cm)$ | $\sin \theta$ |
|------|-----------|-----------|-------------|---------|-------------------------|---------------|
| 1    | 18.79     | 18.75     | 18.77       | 357.9   | 358.4                   | 0.05237       |
| 2    | 26.28     | 26.25     | 26.27       | 499.2   | 499.9                   | 0.05254       |
| 3    | 31.65     | 31.62     | 31.64       | 603.5   | 604.3                   | 0.05235       |
| 4    | 37.83     | 37.82     | 37.83       | 716.8   | 717.8                   | 0.05270       |
| 5    | 42.58     | 42.53     | 42.56       | 802.7   | 803.8                   | 0.05294       |
| 平均   |           |           |             |         |                         | 0.05258       |
| 標準偏差 |           |           |             |         |                         | 0.00022       |

平均  $\sin \theta = 0.05258$ ，代入  $\lambda = d \sin \theta$ ，計算出  $\lambda = \frac{0.001}{100} \times 0.05258 = 525.8nm$

此實驗值與廠商所給定的波長 532.0nm 之百分誤差 =  $\frac{|532.0 - 525.8|}{532.0} = 1.17\%$

以上的誤差有可能是實驗的誤差，亦有可能是儀器的誤差。但若是儀器的誤差，就可能是光柵給的數據不是很正確，或是雷射光波長可能不是 532.0nm，因此我們再做一個色光的校準測定，以確定誤差的來源。

**表 5-1-2** 紫光雷射在 100 lines/mm 的光柵，所測得的數據

| 次數   | $y_1(cm)$ | $y_2(cm)$ | 平均 $y (cm)$ | $L(cm)$ | $\sqrt{L^2 + y^2} (cm)$ | $\sin \theta$ |
|------|-----------|-----------|-------------|---------|-------------------------|---------------|
| 1    | 14.17     | 14.21     | 14.19       | 358.0   | 358.3                   | 0.03961       |
| 2    | 18.89     | 18.87     | 18.88       | 468.8   | 469.2                   | 0.04024       |
| 3    | 23.16     | 23.22     | 23.19       | 578.6   | 579.1                   | 0.04005       |
| 4    | 27.32     | 27.25     | 27.29       | 679.9   | 680.4                   | 0.04010       |
| 5    | 31.32     | 31.29     | 31.31       | 784.7   | 785.3                   | 0.03986       |
| 平均   |           |           |             |         |                         | 0.03997       |
| 標準偏差 |           |           |             |         |                         | 0.00022       |

平均  $\sin\theta = 0.03997$ ，代入  $\lambda = d \sin\theta$ ，計算出  $\lambda = \frac{0.001}{100} \times 0.03997 = 399.7\text{nm}$

此實驗值與廠商所給定的波長  $405.0\text{nm}$  其百分誤差  $= \frac{|405.0 - 399.7|}{405.0} = 1.31\%$

從誤差分析中可得到，測量出來的數據都比原本廠商給定的數值小 1% 多，依本組推測，可能是光柵的條數不是  $100\text{ lines/mm}$  而是更少。

若相信廠商所給之綠色雷射光的波長  $532.0\text{ lines/mm}$  是正確的，則將  $\lambda$  與  $\sin\theta$  代入  $d = \frac{\lambda}{\sin\theta}$ ，可求出  $d = \frac{532.0\text{nm}}{0.05258} = 1.012 \times 10^{-5}$ ，即光柵為  $98.8\text{ lines/mm}$ 。假定誤差問題在於光柵本身，故我們使用新測量的數據  $d$  去反求廠商未給定的紅色雷射光的波長。

**表 5-1-3 紅光雷射在  $98.8\text{ lines/mm}$  的光柵，所測得的數據**

| 次數   | $y_1(\text{cm})$ | $y_2(\text{cm})$ | 平均 $y (\text{cm})$ | $L(\text{cm})$ | $\sqrt{L^2 + y^2} (\text{cm})$ | $\sin\theta$ |
|------|------------------|------------------|--------------------|----------------|--------------------------------|--------------|
| 1    | 21.72            | 21.68            | 21.70              | 327.8          | 328.5                          | 0.06605      |
| 2    | 28.78            | 28.75            | 28.77              | 437.9          | 438.8                          | 0.06555      |
| 3    | 35.95            | 36.05            | 36.00              | 547.9          | 549.1                          | 0.06556      |
| 4    | 43.18            | 43.15            | 43.17              | 657.0          | 658.4                          | 0.06556      |
| 5    | 50.12            | 50.15            | 50.14              | 766.2          | 767.8                          | 0.06529      |
| 平均   |                  |                  |                    |                |                                | 0.06560      |
| 標準偏差 |                  |                  |                    |                |                                | 0.00023      |

由**表 5-1-3** 得到平均  $\sin\theta = 0.06560$ ，代入  $\lambda = d \sin\theta$ ，可計算出廠商未給定的紅色雷射光的波長  $\lambda = \frac{0.001}{98.8} \times 0.06560 = 664.0\text{nm}$ 。此後紅色雷射光的波長就以此波長為標準。

我們查表得知，不同波長的色光在水中及酒精中之折射率的公認值見**表5-1-4**和**表5-1-5**。但因本實驗所使用之雷射光的波長與公認值不同，故須利用柯西經驗公式如下示：

$$n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} + \dots \quad (1-9)$$

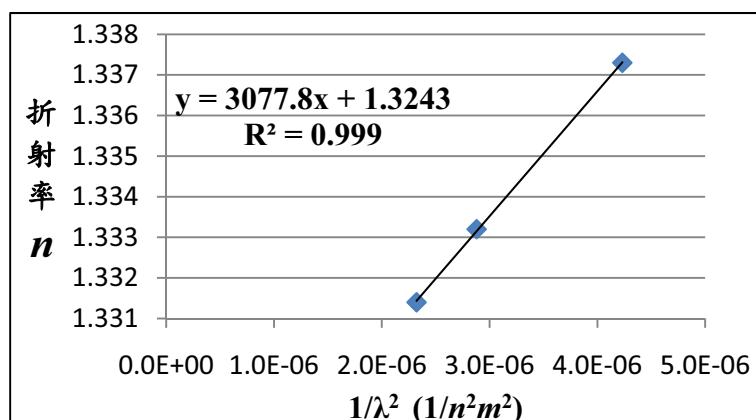
及不同波長在水及酒精中所對應的折射率的公認值來找出我們所使用之雷射光波長所對應的折射率之公認值。以下是我們的作法：首先將柯西色散公式取到第二項  $\frac{b}{\lambda^2}$  (之後的項因為相對應前面兩項影響極小，所以不考慮後面幾項)，將柯西色散公式改成

$$n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2} \quad (1-10)$$

**表 5-1-4** 不同波長在水中所對應的折射率(資料中的公認值)

|         |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|
| 波長(nm)  | 656.3  | 589.3  | 486.1  |
| 折射率 $n$ | 1.3314 | 1.3332 | 1.3373 |

然後將**表 5-1-4**，及水的  $n$  與  $\frac{1}{\lambda^2}$  來做線性迴歸圖，如**圖 5-1-1** 所示。



**圖 5-1-1** 在水中之折射率和  $1/\lambda^2$  值的關係圖

利用**圖 5-1-1** 及內插法就可求得本組所使用之雷射光波長所對應的折射率之公認值。

$$\text{紅光}(664.0\text{nm}) \text{在水中折射率的公認值為 } n = 1.3243 + 3077.8 \times \frac{1}{664.0^2} = 1.3313$$

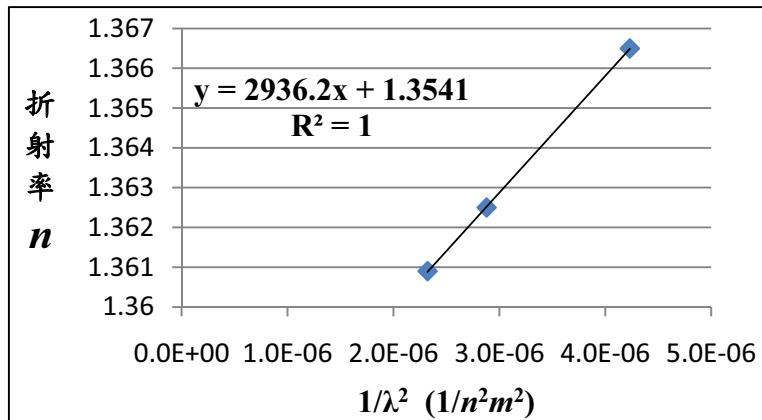
$$\text{綠光}(532.0\text{nm}) \text{在水中折射率的公認值為 } n = 1.3243 + 3077.8 \times \frac{1}{532.0^2} = 1.3352$$

$$\text{紫光}(405.0\text{nm}) \text{在水中折射率的公認值為 } n = 1.3243 + 3077.8 \times \frac{1}{405.0^2} = 1.3431$$

**表 5-1-5** 不同波長在酒精中所對應的折射率(資料中的公認值)

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| 波長(nm) | 656.3  | 589.3  | 486.1  |
| 折射率    | 1.3609 | 1.3625 | 1.3665 |

將**表 5-1-5**，及酒精的  $n$  與  $\frac{1}{\lambda^2}$  來做線性迴歸圖，見**圖 5-1-2** 所示。



**圖 5-1-2** 在酒精中之折射率和  $1/\lambda^2$  值的關係圖

利用**圖 5-1-2** 及內插法就可求得本組所使用之雷射光波長所對應之折射率的公認值。

$$\text{紅光}(664.0\text{nm}) \text{在酒精中折射率的公認值為 } n = 1.3541 + 2936.2 \times \frac{1}{664.0^2} = 1.3608$$

$$\text{綠光}(532.0\text{nm}) \text{在酒精中折射率的公認值為 } n = 1.3541 + 2936.2 \times \frac{1}{532.0^2} = 1.3645$$

$$\text{紫光}(405.0\text{nm}) \text{在酒精中折射率的公認值為 } n = 1.3541 + 2936.2 \times \frac{1}{405.0^2} = 1.3720$$

從以上結果可知，本實驗所使用之各種雷射光波長所測溶液之折射率的公認值為**表 5-1-6** 所示。

**表 5-1-6** 本組所使用之各色光在水中及酒精中折射率( $20^\circ\text{C}$  時)的公認值

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| 波長(nm) | 664.0  | 532.0  | 405.0  |
| 水的折射率  | 1.3313 | 1.3352 | 1.3431 |
| 酒精的折射率 | 1.3608 | 1.3645 | 1.3720 |

## 二、在利用司乃耳定律測量各色光在液體的折射率方面：

1、利用司乃耳定律測量各色光在水中的入射角與折射角之關係見圖 5-2-1 所示。

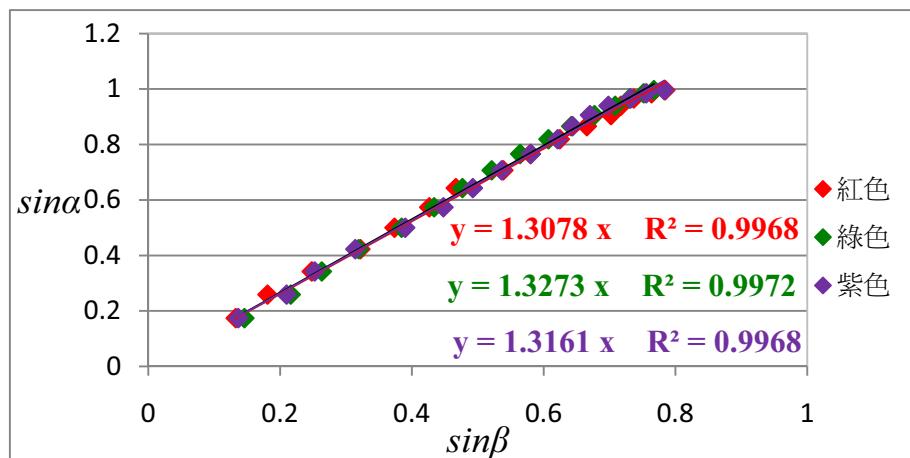


圖 5-2-1 各種色光射入水中後之入射角與折射角之關係圖

令空氣的折射率為 1，可將司乃耳定律寫成  $1 \times \sin \alpha = n \times \sin \beta$ ，將式整理一下得

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

由線性關係圖，得到斜率即為折射率。從圖 5-2-1 可得到各色光在水中的折射率，再與

表 5-1-6 比較其百分誤差。

在水中紅光的折射率  $n_{\text{紅水}} = 1.3078$ ，百分誤差  $= \frac{|1.3313 - 1.3078|}{1.3313} \times 100\% = 1.77\%$

在水中綠光的折射率  $n_{\text{綠水}} = 1.3273$ ，百分誤差  $= \frac{|1.3352 - 1.3273|}{1.3352} \times 100\% = 0.59\%$

在水中紫光的折射率  $n_{\text{紫水}} = 1.3161$ ，百分誤差  $= \frac{|1.3431 - 1.3161|}{1.3431} \times 100\% = 2.01\%$

2、利用司乃耳定律測量各色光在酒精中的入射角與折射角之關係見圖 5-2-2 所示。

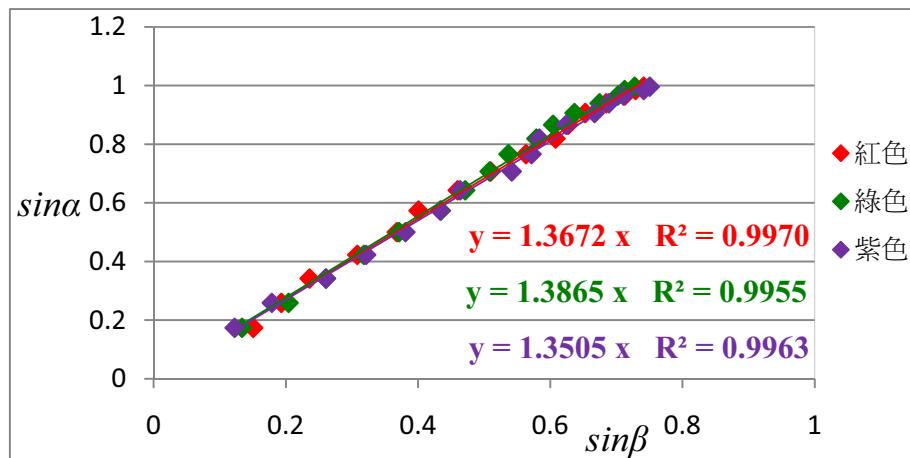


圖 5-2-2 各種色光射入酒精中後之入射角與折射角之關係圖

從圖 5-2-2 可得到各色光在水中的折射率，再與表 5-1-6 比較其百分誤差。

在酒精中紅光的折射率  $n_{\text{紅酒}} = 1.3672$ ，百分誤差 =  $\frac{|1.3608 - 1.3672|}{1.3608} \times 100\% = 0.47\%$

在酒精中綠光的折射率  $n_{\text{綠酒}} = 1.3865$ ，百分誤差 =  $\frac{|1.3645 - 1.3865|}{1.3645} \times 100\% = 1.61\%$

在酒精中紫光的折射率  $n_{\text{紫酒}} = 1.3505$ ，百分誤差 =  $\frac{|1.3720 - 1.3505|}{1.3720} \times 100\% = 1.57\%$

從以上實驗可看出，利用司乃耳定律測量各色光之折射率誤差大概小於 2.1%。本組認為利用司乃耳定律測量各色光之折射率其誤差之原因，見圖 5-2-3 到圖 5-2-5 之圖示及說明。

|  |  |
|--|--|
|  | <p><b>圖 5-2-3</b></p> <p>此實驗一開始入射光要對齊量角器的中間點，並同時要使入射角等於反射角，以細微的角度來看，是很難達到的一件事，可能會是對實驗造成誤差原因之一。</p>                       |
|  | <p><b>圖 5-2-4</b></p> <p>透明的壓克力的盒子本身有厚度，當光經過中心點時，會有一個平行的小位移，造成空氣中的入射點與液體中的折射點不會是同一個點，而使得反射線不是由量角器的中心點射出，可能是造成誤差原因之一。</p> |
|  | <p><b>圖 5-2-5</b></p> <p>由於雷射光所射出的光束有一個寬度，尤其紫光的寬度將近有一度角的寬度，在讀取數據時，因人為的不客觀讀取，可能是造成誤差原因之一。</p>                             |

### 三、在利用彩虹原理測量液體的折射率方面：

#### 1、各色光在水中的數據

(1) 紅光雷射之三角型的長和高

| 次數                 | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 平均     | 標準偏差  |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 長(cm)              | 22.49  | 22.92  | 24.67  | 27.11  | 28.22  |        |       |
| 高(cm)              | 20.45  | 20.88  | 22.85  | 24.75  | 26.03  |        |       |
| $\alpha_{max}$ (度) | 42.280 | 42.333 | 42.807 | 42.394 | 42.688 | 42.500 | 0.208 |

(2) 綠光雷射之三角型的長和高

| 次數                 | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 平均     | 標準偏差  |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 長(cm)              | 22.60  | 24.30  | 24.97  | 27.42  | 29.48  |        |       |
| 高(cm)              | 20.48  | 21.86  | 22.62  | 24.65  | 26.36  |        |       |
| $\alpha_{max}$ (度) | 42.183 | 41.974 | 42.173 | 41.955 | 41.806 | 42.018 | 0.143 |

(3) 紫光雷射之三角型的長和高

| 次數                 | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 平均     | 標準偏差  |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 長(cm)              | 21.65  | 25.19  | 26.69  | 28.46  | 30.51  |        |       |
| 高(cm)              | 18.89  | 21.91  | 23.55  | 25.18  | 26.80  |        |       |
| $\alpha_{max}$ (度) | 41.105 | 41.016 | 41.424 | 41.505 | 41.298 | 41.231 | 0.185 |

將結果利用表 4-3-1 及內插法並和表 5-1-6 相比較，我們可得到：

$$\text{紅光}(664.0\text{nm}) \text{在水中折射率} n_{\text{紅水}} = \frac{1.3267 - 1.3335}{43 - 42} \times (42.500 - 42) + 1.3335 = 1.3301$$

$$\text{其百分誤差} = \frac{|1.3313 - 1.3301|}{1.3313} \times 100\% = 9.01 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{綠光}(532.0\text{nm}) \text{在水中折射率} n_{\text{綠水}} = \frac{1.3267 - 1.3335}{43 - 42} \times (42.018 - 42) + 1.3335 = 1.3334$$

$$\text{其百分誤差} = \frac{|1.3352 - 1.3334|}{1.3352} \times 100\% = 1.34 \times 10^{-1}\%$$

$$\text{紫光}(405.0\text{nm}) \text{在水中折射率} n_{\text{紫水}} = \frac{1.3335 - 1.3405}{42 - 41} \times (41.231 - 41) + 1.3405 = 1.3389$$

$$\text{其百分誤差} = \frac{|1.3431 - 1.3389|}{1.3431} \times 100\% = 3.13 \times 10^{-1}\%$$

## 2、各色光在酒精中的數據

(1) 紅光雷射之三角型的長和高

| 次數                 | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 平均     | 標準偏差  |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 長(cm)              | 26.90  | 27.72  | 29.71  | 31.85  | 34.08  |        |       |
| 高(cm)              | 21.11  | 21.85  | 23.53  | 25.39  | 26.80  |        |       |
| $\alpha_{max}$ (度) | 38.123 | 38.247 | 38.385 | 38.561 | 38.185 | 38.300 | 0.157 |

(2) 綠光雷射之三角型的長和高

| 次數                 | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 平均     | 標準偏差  |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 長(cm)              | 22.71  | 25.15  | 26.58  | 29.73  | 31.79  |        |       |
| 高(cm)              | 17.59  | 19.47  | 20.69  | 23.21  | 24.53  |        |       |
| $\alpha_{max}$ (度) | 37.760 | 37.745 | 37.898 | 37.970 | 37.653 | 37.805 | 0.114 |

(3) 紫光雷射之三角型的長和高

| 次數                 | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 平均     | 標準偏差  |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 長(cm)              | 25.91  | 26.28  | 27.96  | 29.19  | 30.56  |        |       |
| 高(cm)              | 19.48  | 19.95  | 21.08  | 22.13  | 23.31  |        |       |
| $\alpha_{max}$ (度) | 36.937 | 37.203 | 37.007 | 37.172 | 37.331 | 37.130 | 0.141 |

將結果利用表 4-3-1 及內插法，和表 5-1-6 相比較，我們可得到：

$$\text{紅光}(664.0\text{nm}) \text{在酒精中折射率} n_{\text{紅酒}} = \frac{1.3549 - 1.3623}{39 - 38} \times (38.300 - 38) + 1.3623 = 1.3601$$

$$\text{其百分誤差} = \frac{|1.3608 - 1.3601|}{1.3608} \times 100\% = 5.14 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{綠光}(532.0\text{nm}) \text{在酒精中折射率} n_{\text{綠酒}} = \frac{1.3623 - 1.3699}{38 - 37} \times (37.805 - 37) + 1.3699 = 1.3638$$

$$\text{其百分誤差} = \frac{|1.3645 - 1.3638|}{1.3645} \times 100\% = 5.13 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{紫光}(405.0\text{nm}) \text{在酒精中折射率} n_{\text{紫酒}} = \frac{1.3623 - 1.3699}{38 - 37} \times (37.130 - 37) + 1.3699 = 1.3689$$

$$\text{其百分誤差} = \frac{|1.3720 - 1.3689|}{1.3720} \times 100\% = 2.26 \times 10^{-1}\%$$

從以上實驗可看出，利用彩虹原理測量各色光在水中及酒精之折射率，其誤差皆小於 0.32%。

### 3、各色光在甘油中的數據

(1) 在甘油中紅光雷射之三角型的長和高

| 次數                 | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 平均     | 標準偏差  |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 長(cm)              | 25.78  | 26.51  | 28.45  | 30.31  | 32.35  |        |       |
| 高(cm)              | 12.45  | 12.85  | 13.65  | 14.51  | 15.45  |        |       |
| $\alpha_{max}$ (度) | 25.777 | 25.861 | 25.631 | 25.581 | 25.529 | 25.676 | 0.124 |

(2) 在甘油中綠光雷射之三角型的長和高

| 次數                 | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 平均     | 標準偏差  |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 長(cm)              | 23.57  | 24.25  | 29.85  | 30.32  | 31.52  |        |       |
| 高(cm)              | 11.21  | 11.35  | 14.23  | 14.48  | 15.08  |        |       |
| $\alpha_{max}$ (度) | 25.436 | 25.082 | 25.488 | 25.524 | 25.564 | 25.419 | 0.174 |

(3) 在甘油中紫光雷射之三角型的長和高

| 次數                 | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 平均     | 標準偏差  |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 長(cm)              | 26.35  | 28.74  | 29.85  | 30.72  | 33.71  |        |       |
| 高(cm)              | 12.28  | 13.08  | 13.79  | 14.19  | 15.74  |        |       |
| $\alpha_{max}$ (度) | 24.987 | 24.471 | 24.796 | 24.793 | 25.025 | 24.814 | 0.196 |

將結果利用表 4-3-1 及內插法，我們可得到：

$$\text{紅光}(664.0\text{nm}) \text{在甘油中折射率} n_{\text{紅油}} = \frac{1.4666 - 1.4769}{26 - 25} \times (25.676 - 25) + 1.4769 = 1.4700$$

$$\text{綠光}(532.0\text{nm}) \text{在甘油中折射率} n_{\text{綠油}} = \frac{1.4666 - 1.4769}{26 - 25} \times (25.419 - 25) + 1.4769 = 1.4726$$

$$\text{紫光}(405.0\text{nm}) \text{在甘油中折射率} n_{\text{紫油}} = \frac{1.4769 - 1.4874}{25 - 24} \times (24.814 - 24) + 1.4874 = 1.4788$$

說明利用彩虹原理測液體之折射率，其較準確之原因說明，見圖 5-3-1、圖 5-3-2。



圖 5-3-1 布丁筒蓋放在布丁筒盒底部

在兩種溶液混合實驗中，為了確保布丁筒蓋是圓形的，不會因為轉動而改變實驗誤差。

將布丁筒蓋放在布丁筒盒底部，並固定底座，打入雷射光找出  $\alpha_{max}$ ，再將布丁筒蓋轉幾個角度之後，確定屏幕上的亮細線不會改變位置，如此可以證明其確實為一完美的圓筒。

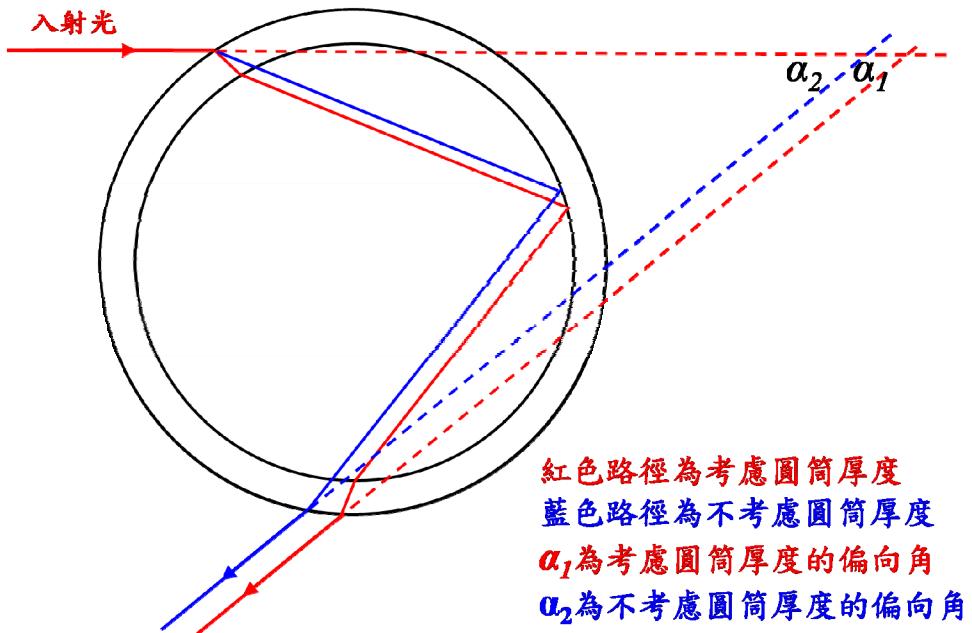


圖 5-3-2 考慮圓筒厚度與沒有厚度的比較

從圖 5-3-2 考慮圓筒厚度以及不考慮圓筒厚度的比較，可以得知雷射光經過筒壁後出來的偏向角， $\alpha_1$  會等於  $\alpha_2$ ，又因本實驗都是測量偏向角，不會因為折射線的平移而改變偏向角的角度，證明布丁筒的筒壁不會影響彩虹原理實驗的偏向角。

#### 四、在利用彩虹原理測量各色光在兩種液體混合的折射率方面：

1、利用彩虹原理測量各色光在水與酒精之折射率，見圖 5-4-1 所示。

(定義：蒸餾水簡稱為水、酒精簡稱為酒)

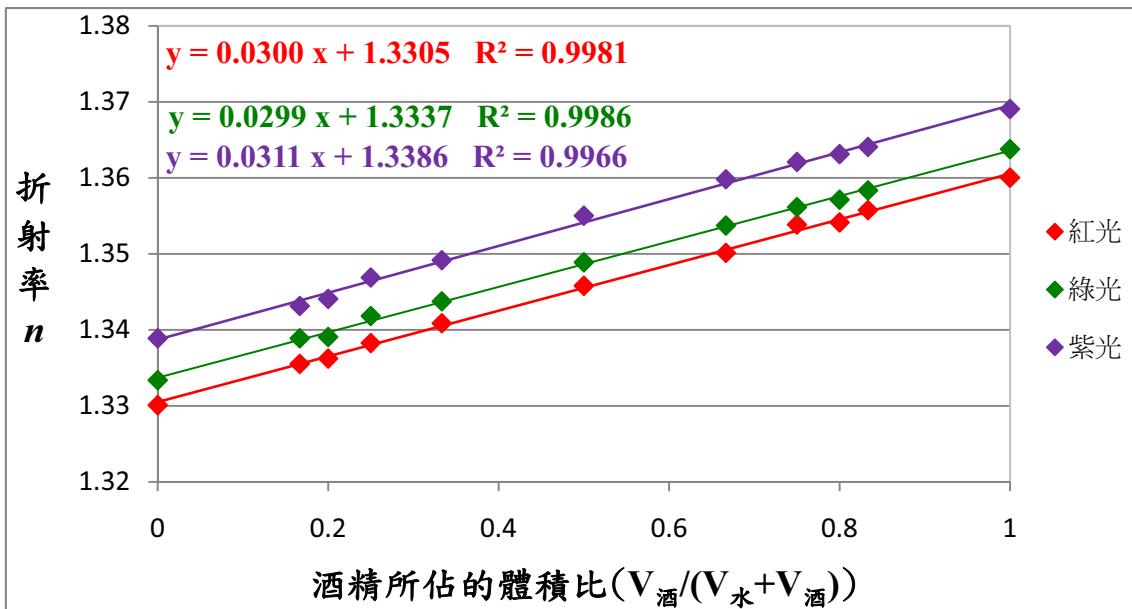


圖 5-4-1 水與酒精混合液的折射率對酒精所佔的體積比之關係圖

從圖 5-4-1 可得：

$$\text{以紅光來看水、酒精體積比為 } 1:1 \text{ 的折射率 } n_{\text{紅}(水1酒1)} = 0.0300 \times \frac{1}{2} + 1.3305 = 1.3455$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{紅}(水1酒1)} = \frac{1.3313 \times 1 + 1.3608 \times 1}{1+1} = 1.3461$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.3461 - 1.3455|}{1.3461} \times 100\% = 4.46 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{以綠光來看水、酒精體積比為 } 1:2 \text{ 的折射率 } n_{\text{綠}(水1酒2)} = 0.0299 \times \frac{2}{3} + 1.3337 = 1.3536$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{綠}(水1酒2)} = \frac{1.3352 \times 1 + 1.3645 \times 2}{1+2} = 1.3547$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.3547 - 1.3536|}{1.3547} \times 100\% = 8.12 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{以紫光來看水、酒精體積比為 } 1:3 \text{ 的折射率 } n_{\text{紫}(水1酒3)} = 0.0311 \times \frac{3}{4} + 1.3386 = 1.3619$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{紫}(水1酒3)} = \frac{1.3431 \times 1 + 1.3720 \times 3}{1+3} = 1.3648$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.3648 - 1.3619|}{1.3648} \times 100\% = 2.13 \times 10^{-1}\%$$

2、利用彩虹原理測量各色光在水與甘油混合的折射率，見圖 5-4-2 所示。

(定義：蒸餾水簡稱為水、甘油簡稱為油)

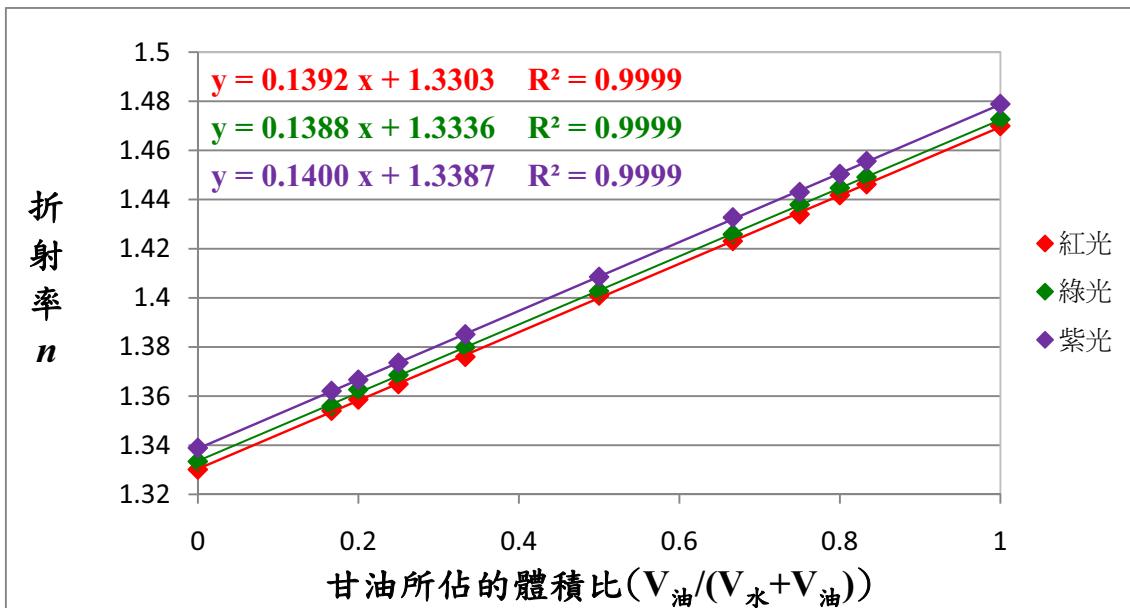


圖 5-4-2 酒精與甘油混合液的折射率對甘油所佔的體積比之關係圖

從圖 5-4-2 可得：

$$\text{以紅光來看水、甘油體積比為 } 1:3 \text{ 的折射率 } n_{\text{紅}(水1油3)} = 0.1392 \times \frac{3}{4} + 1.3303 = 1.4347$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{紅}(水1油3)} = \frac{1.3313 \times 1 + 1.4700 \times 3}{1+3} = 1.4353$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.4353 - 1.4347|}{1.4353} \times 100\% = 4.18 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{以綠光來看水、甘油體積比為 } 1:4 \text{ 的折射率 } n_{\text{綠}(水1油4)} = 0.1388 \times \frac{4}{5} + 1.3336 = 1.4446$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{綠}(水1油4)} = \frac{1.3352 \times 1 + 1.4726 \times 4}{1+4} = 1.4451$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.4451 - 1.4446|}{1.4451} \times 100\% = 3.46 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{以紫光來看水、甘油體積比為 } 1:5 \text{ 的折射率 } n_{\text{紫}(水1油5)} = 0.1400 \times \frac{5}{6} + 1.3387 = 1.4554$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{紫}(水1油5)} = \frac{1.3431 \times 1 + 1.4788 \times 5}{1+5} = 1.4562$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.4562 - 1.4554|}{1.4562} \times 100\% = 5.49 \times 10^{-2}\%$$

3、利用彩虹原理測量出各色光在酒精與甘油混合的折射率，見圖 5-4-3 所示。

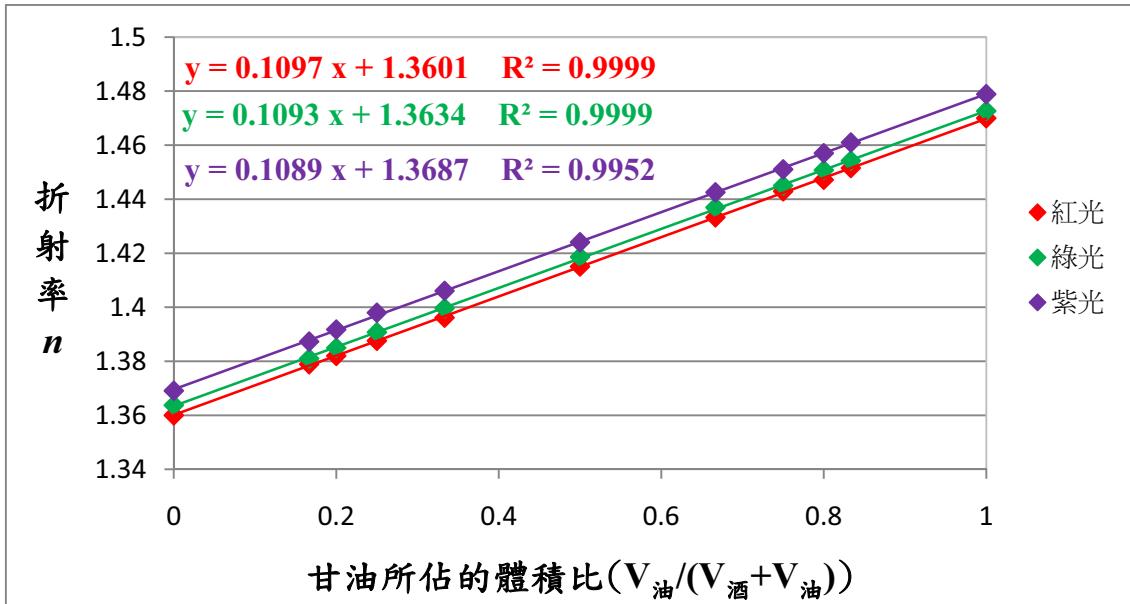


圖 5-4-3 酒精與甘油混合液的折射率對甘油所佔的體積比之關係圖

從圖 5-4-3 可得：

$$\text{以紅光來看酒精、甘油體積比為 } 2:1 \text{ 的折射率 } n_{\text{紅(酒2油1)}} = 0.1097 \times \frac{1}{3} + 1.3601 = 1.3967$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{紅(酒2油1)}} = \frac{1.3608 \times 2 + 1.4700 \times 1}{2 + 1} = 1.3972$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.3972 - 1.3967|}{1.3972} \times 100\% = 3.58 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{以綠光來看酒精、甘油體積比為 } 3:1 \text{ 的折射率 } n_{\text{綠(酒3油1)}} = 0.1093 \times \frac{1}{4} + 1.3634 = 1.3907$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{綠(酒3油1)}} = \frac{1.3645 \times 3 + 1.4726 \times 1}{3 + 1} = 1.3915$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.3915 - 1.3907|}{1.3915} \times 100\% = 5.75 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{以紫光來看酒精、甘油體積比為 } 4:1 \text{ 的折射率 } n_{\text{紫(酒4油1)}} = 0.1089 \times \frac{1}{5} + 1.3687 = 1.3905$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{紫(酒4油1)}} = \frac{1.3720 \times 4 + 1.4788 \times 1}{4 + 1} = 1.3934$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.3934 - 1.3905|}{1.3934} \times 100\% = 2.08 \times 10^{-1}\%$$

從以上討論可知，若有甲、乙兩種液體混合，則此混合液體的折射率

$$n_{(\text{甲} \cdot \text{乙})} = n_{\text{甲}} \times \frac{V_{\text{甲}}}{V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}}} + n_{\text{乙}} \times \frac{V_{\text{乙}}}{V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}}}$$

## 五、在利用彩虹原理測量各色光在三種液體混合的折射率方面：

1、水與酒精之體積比固定 1：1，改變甘油所佔的體積比，然後測量此之三種液體混合的折射率，其結果見圖 5-5-1 所示。

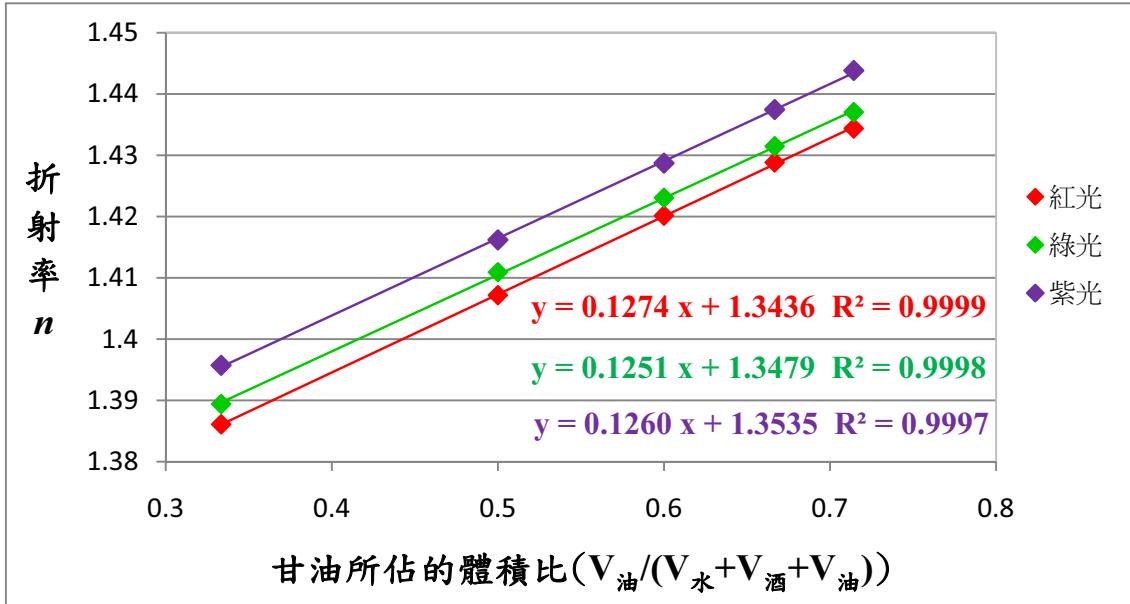


圖 5-5-1 水、酒精與甘油混合的折射率對甘油所佔體積比之關係圖

從圖 5-5-1 可得：

$$\text{以紅光來看水、酒、油體積比為 } 1:1:1 \text{ 的折射率 } n_{\text{紅}(水1酒1油1)} = 0.1274 \times \frac{1}{3} + 1.3436 = 1.3861$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{紅}(水1酒1油1)} = \frac{1.3313 \times 1 + 1.3608 \times 1 + 1.4700 \times 1}{1+1+1} = 1.3873$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.3873 - 1.3861|}{1.3873} \times 100\% = 8.65 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{以綠光來看水、酒、油體積比為 } 1:1:2 \text{ 的折射率 } n_{\text{綠}(水1酒1油2)} = 0.1251 \times \frac{2}{4} + 1.3479 = 1.4105$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{綠}(水1酒1油2)} = \frac{1.3352 \times 1 + 1.3645 \times 1 + 1.4726 \times 2}{1+1+2} = 1.4112$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.4112 - 1.4105|}{1.4112} \times 100\% = 4.96 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{以紫光來看水、酒、油體積比為 } 1:1:3 \text{ 的折射率 } n_{\text{紫}(水1酒1油3)} = 0.1260 \times \frac{3}{5} + 1.3535 = 1.4291$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{紫}(水1酒1油3)} = \frac{1.3431 \times 1 + 1.3720 \times 1 + 1.4788 \times 3}{1+1+3} = 1.4303$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.4303 - 1.4291|}{1.4303} \times 100\% = 8.39 \times 10^{-2}\%$$

2、水與甘油之體積比固定 1：1，改變酒精所佔的體積比，然後測量此三種液體混合的折射率，其結果見圖 5-5-2 所示。

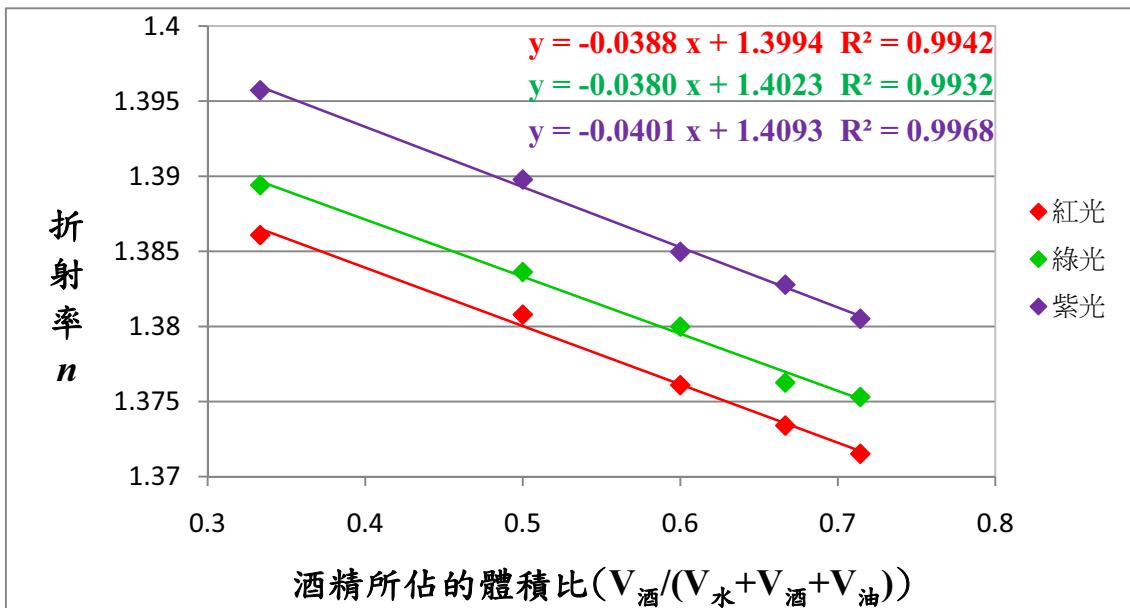


圖 5-5-2 水、酒精與甘油混合的折射率對酒精所佔體積比之關係圖

從圖 5-5-2 可得：

$$\text{以紅光來看水、酒、油體積比為 } 1:2:1 \text{ 折射率 } n_{\text{紅}(水1酒2油1)} = (-0.0388) \times \frac{2}{4} + 1.3944 = 1.3804$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{紅}(水1酒2油1)} = \frac{1.3313 \times 1 + 1.3608 \times 2 + 1.4700 \times 1}{1+2+1} = 1.3807$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.3807 - 1.3804|}{1.3807} \times 100\% = 2.17 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{以綠光來看水、酒、油體積比為 } 1:3:1 \text{ 折射率 } n_{\text{綠}(水1酒3油1)} = (-0.0380) \times \frac{3}{5} + 1.4023 = 1.3795$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{綠}(水1酒3油1)} = \frac{1.3352 \times 1 + 1.3645 \times 3 + 1.4726 \times 1}{1+3+1} = 1.3803$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.3803 - 1.3795|}{1.3803} \times 100\% = 5.80 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{以紫光來看水、酒、油體積比為 } 1:4:1 \text{ 折射率 } n_{\text{紫}(水1酒4油1)} = (-0.0401) \times \frac{4}{6} + 1.4093 = 1.3826$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{紫}(水1酒4油1)} = \frac{1.3431 \times 1 + 1.3720 \times 4 + 1.4788 \times 1}{1+4+1} = 1.3850$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.3850 - 1.3826|}{1.3850} \times 100\% = 1.73 \times 10^{-1}\%$$

3、酒精與甘油之體積比固定 1：1，改變水所佔的體積比，然後測量此三種液體混合的折射率，其結果見圖 5-5-3 所示。

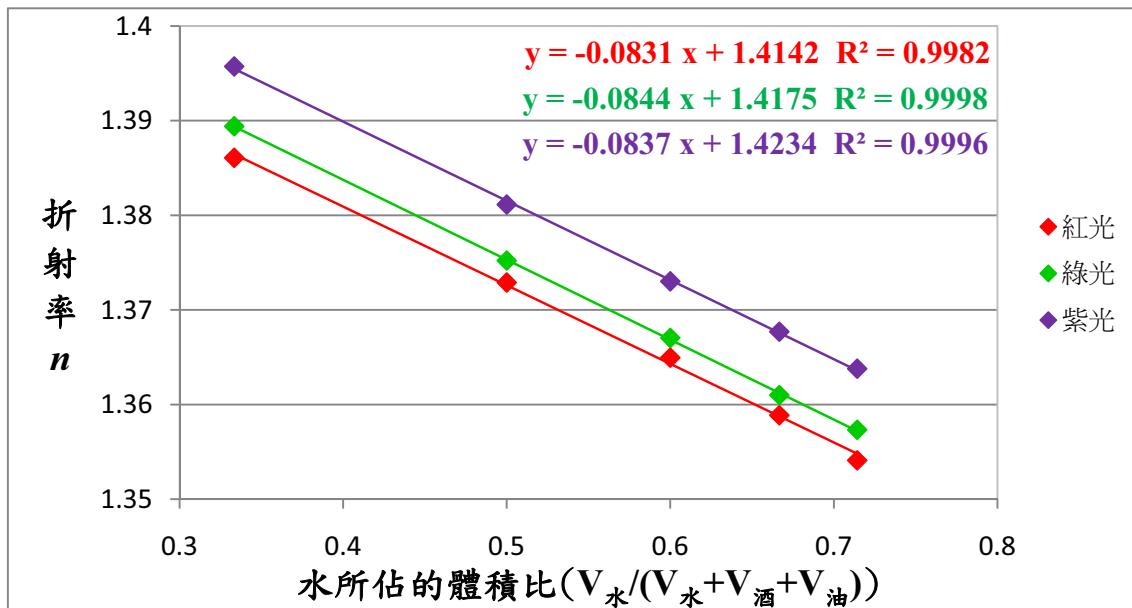


圖 5-5-3 水、酒精與甘油混合的折射率對水所佔體積比之關係圖

從圖 5-5-3 可得：

$$\text{以紅光來看水、酒、油體積比為 } 3:1:1 \text{ 的折射率 } n_{\text{紅}(水3酒1油1)} = (-0.0831) \times \frac{3}{5} + 1.4142 = 1.3643$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{紅}(水3酒1油1)} = \frac{1.3313 \times 3 + 1.3608 \times 1 + 1.4700 \times 1}{3+1+1} = 1.3649$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.3649 - 1.3643|}{1.3649} = 4.39 \times 10^{-2}\%$$

$$\text{以綠光來看水、酒、油體積比為 } 4:1:1 \text{ 的折射率 } n_{\text{綠}(水4酒1油1)} = (-0.0844) \times \frac{4}{6} + 1.4175 = 1.3612$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{綠}(水4酒1油1)} = \frac{1.3352 \times 4 + 1.3645 \times 1 + 1.4726 \times 1}{4+1+1} = 1.3630$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.3630 - 1.3612|}{1.3630} \times 100\% = 1.32 \times 10^{-1}\%$$

$$\text{以紫光來看水、酒、油體積比為 } 5:1:1 \text{ 的折射率 } n_{\text{紫}(水5酒1油1)} = (-0.0837) \times \frac{5}{7} + 1.4234 = 1.3636$$

$$\text{利用單一溶液的折射率以所佔的體積比去計算 } n_{\text{紫}(水5酒1油1)} = \frac{1.3431 \times 5 + 1.3720 \times 1 + 1.4788 \times 1}{5+1+1} = 1.3666$$

$$\text{兩者的百分誤差} = \frac{|1.3666 - 1.3636|}{1.3666} \times 100\% = 2.19 \times 10^{-1}\%$$

由以上討論可知，若有甲、乙、丙三種液體混合，則此混合液的折射率

$$n_{(\text{甲}, \text{乙}, \text{丙})} = n_{\text{甲}} \times \frac{V_{\text{甲}}}{V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}} + V_{\text{丙}}} + n_{\text{乙}} \times \frac{V_{\text{乙}}}{V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}} + V_{\text{丙}}} + n_{\text{丙}} \times \frac{V_{\text{丙}}}{V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}} + V_{\text{丙}}}$$

## 陸、結論

根據數據分析之結果與討論，本研究可獲得以下幾點重要的結論和新發現：

- 一、利用光柵測量各色光的波長，實驗中的 100 *lines/mm* 的光柵經過實驗測得實值為 98.8 *lines/mm*，此為儀器校準。
- 二、利用彩虹原理實驗(二次折射一次反射)比司乃耳定律實驗(一次折射)測液體的折射率具有更高的準確度。彩虹原理測折射率之百分誤差小於 0.32%；而司乃耳定律測折射率之百分誤差小於 2.1%。
- 三、本研究的重要新發現是不須經由實驗，只要知到混合溶液的體積比，就可精準的計算出各種色光在混合溶液的折射率，其百分誤差皆在 0.3% 以內。其計算模式如下：  
若有甲、乙兩種溶液混合，則此混合液之折射率為

$$n_{(\text{甲} \cdot \text{乙})} = n_{\text{甲}} \times \frac{V_{\text{甲}}}{V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}}} + n_{\text{乙}} \times \frac{V_{\text{乙}}}{V_{\text{甲}} + V_{\text{乙}}}$$

若三種以上混合時其折射率的計算方法依此類推。

## 柒、參考文獻

- 一、國中生活與應用科技(康軒版)第三冊，2011，4-3 光的折射與透鏡、4-5 色光與顏色
- 二、David Halliday 等，2005，普通物理學(第七版)，全華科技圖書股份有限公司，
- 三、Lide, David R. (EDT), 2010, CRC Handbook of chemistry and physics, CRC Pr I Llc
- 四、陳俊霖，2007，“物理教育學刊”，第八卷第一期，p41—p48
- 五、Richard Phillips Feynman，1992，費因曼物理學(二下)，徐氏基金會，陳順強譯
- 六、江育哲等，2011，“光芒萬丈—探討色光的性質” 中華民國第 51 屆中小學科學展覽會國中組物理科，國立臺灣科學教育館，台北。
- 七、侯羿伶等，2007，“折射玄機” 中華民國第 47 屆中小學科學展覽會國中組物理科，國立臺灣科學教育館，台北。
- 八、陳宜劭等，2002，“濃不濃～光知道” 中華民國第 42 屆中小學科學展覽會國中組物理科，國立臺灣科學教育館，台北。

## 【評語】030110

1. 本作品利用光學折射定律來求得混合溶液的折射率，並提出「彩虹原理」做更精準的量測，是件完整的工作。唯在創意上仍可稍做加強。