中華民國第51屆中小學科學展覽會

作品說明書

國小組　數學科

佳作

080401

連續整數和的難題

學校名稱：高雄市鼓山區中山國民小學

作者：	指導老師：
小五 陳書玟	邱郁芳
小五 黃鈺媚	許紋菁
小五 方培蓉	
小五 許家哲	
小五 蔣承軒	

關鍵詞：連續整數和表示法、最小整數

連續整數和的難題

摘要

本研究探討各種連續整數和表示法的最小整數及其關係。我們發現一個數的連續整數和表示法與該數的因數有關，將一個數質因數分解成 $A_1^{a_1}\times\ldots\times A_m^{a_m}$，質因數 2 不列入，將所有質因數的次方數依 $a_1\times a_2+a_1+a_2$ 的方式依序算出的數，即爲該數連續整數和表示法的種數。我們用 Excel 試算表找出一些連續整數和表示法的最小整數，也以此推算出各種連續整數和表示法最小整數的規律：有 k 種連續整數和表示法，當 k 爲奇數時，$\frac{k-1}{2}$ 種的最小整數質因數分解爲 $A_1^{a_1}\times\ldots\times A_m^{a_m}$，則 k 種的最小整數爲 $A_1^{a_1}\times\ldots\times A_m^{a_m}\times$（$A_m$的下一個奇數）；當 k 爲偶數時，y＝2、4、6、…，依序計算，$\frac{k-y}{y+1}$ 種爲整數時，其最小整數質因數分解爲 $A_1^{a_1}\times\ldots\times A_m^{a_m}$，則 k 種的最小整數爲 $A_1^{a_1}\times\ldots\times A_m^{a_m}\times$（$A_m$ 的下一個質數）^{y}；如果 $\frac{k-y}{y+1}$ 不是整數時，則 k 種的最小整數爲 3^k。

壹、 研究動機

在數學專題研究課程時，老師給我們一個題目，要我們解題。題目是：

在整數中，有用 2 個以上的連續整數（不包括 0）的和來表示一個整數的方法。

例如：9＝4+5

＝2+3+4

9 有 2 種用 2 個以上的連續整數的和來表示它的方法。請問：

①只有 3 種這樣的表示方法的最小整數為多少？

②只有 6 種這樣的表示方法的最小整數為多少？

這個題目我們思考了很久，卻無法解答，我們非常好奇也覺得很有趣，於是在老師的指導之下，進行對這個主題的研究。

與教材的相關性如下：

一、 第九冊第三章倍數與因數

二、 第十冊第四章面積

三、 第十冊第六章未知數

貳、 研究目的

一、探討如何找出一個整數有幾種連續整數和表示法。

二、找出各種連續整數和表示法的最小整數。

三、探討連續整數和表示法的種數與其最小整數的關係。

參、 研究器材

紙、筆、橡皮擦、電腦（Excel 檔）、計算機。

肆、 解釋名詞

我們定義下列名詞在本研究的意義：

一、連續整數：指等差爲 1 的連續整數。

二、連續整數和表示法：指一個數可以用 2 個以上的連續整數的和來表示它的方法，例如：3 可以用「1+2」這 1 種連續整數和來表示，我們就稱 3 有 1 種連續整數和表示法；9 可以用「4+5」、「2+3+4」這 2 種連續整數和來表示，我們就稱 9 有 2 種連續整數和表示法。

伍、 文獻探討

一、相關文獻分析

爲了瞭解在連續整數和表示法這個主題的探究情形，我們對相關文獻作了下列的分析：

文獻名稱	內容摘要	資料來源
連續數字和	找出一個數如何分解成任意公差的等差級數和的方式，並推廣至階差級數。	中華民國四十三屆科展高中組數學科
連續數字和	探討哪些數可被分解成哪些連續正整數和及可以被分解爲連續的正整數 n 次方之和。	台北市立第一女子高級中學數理資賦優異班學生專題研究第十四輯
我~加、加、加…連續數字和的探討	運用公式找出 1～100 每個數可拆解成哪些連續數字和。	97 年台北縣科展國中組數學科
關於連續整數的數學問題	以梯形公式找出一個數有哪些連續整數和表示法。	網路資料
固定和求連續整數範圍	以電腦程式找出一個數有哪些連續整數和表示法。	海洋大學資訊科學系程式設計課程及實習說明

二、我們作品與其他文獻的不同及特色

（一）從上面分析表我們發現，無論是以推算公式或是電腦程式的方式，都是去找出一個數有哪些連續整數和的表示法，雖然 43 屆科展高中組作品有討論不同公差的連續整數和

表示法；北一女學生專題研究作品討論連續的正整數 n 次方之和，但仍都是找一個數有哪些連續整數和的表示法。

（二）我們作品的特色，主要是找出各種連續整數和表示法的最小整數，而不僅是找出一個數有哪些連續整數和表示法，並且進一步探討連續整數和表示法的種數與該種最小整數的關係。

陸、 研究過程、結果與討論

研究一：按數字順序列出每個數的連續整數和表示法

「只有 3 種連續整數和表示法的最小整數爲多少？」很快地，我們找到『15』爲只有 3 種連續整數和表示法的最小整數，分別是：

15＝7＋8

＝4＋5＋6

＝1＋2＋3＋4＋5

分析大家找到答案的方式，有以下 2 個方式：

（一）按數字順序一個一個列出每個整數的連續整數和表示法，找出有 3 種表示法的數。

數字	1	2	3	4	5
連續整數和表示法			1+2		2+3
數字	6	7	8	9	10
連續整數和表示法	1+2+3	3+4		4+5 2+3+4	1+2+3+4
數字	11	12	13	14	15
連續整數和表示法	5+6	3+4+5	6+7	2+3+4+5	7+8 4+5+6 1+2+3+4+5

（二）依序列出連續整數的個數及連續整數的和，再找出現 3 次的和。

連續整數的個數	2 個	3 個	4 個	5 個	6 個
連續整數的和	1+2=3 2+3=5 3+4=7 4+5=9 5+6=11 6+7=13 7+8=15 :	1+2+3=6 2+3+4=9 3+4+5=12 4+5+6=15 5+6+7=18 6+7+8=21 7+8+9=24 :	1+2+3+4=10 2+3+4+5=14 3+4+5+6=18 4+5+6+7=22 5+6+7+8=26 6+7+8+9=30 7+8+9+10=34 :	1+2+3+4+5=15 2+3+4+5+6=20 3+4+5+6+7=25 4+5+6+7+8=30 5+6+7+8+9=35 6+7+8+9+10=40 7+8+9+10+11=45 :	1+2+3+4+5+6=21 2+3+4+5+6+7=27 3+4+5+6+7+8=33 4+5+6+7+8+9=39 5+6+7+8+9+10=45 6+7+8+9+10+11=51 7+8+9+10+11+12=57 :

從上述的方法我們有以下發現：

1. 連續整數的個數爲 2 個時，它的和就是奇數，例如：1+2=3、2+3=5、…，所以只要是奇數（1 除外）一定有用連續整數的個數爲 2 的連續整數和表示法。
2. 連續整數的個數即爲連續整數和增加的數，例如：

連續整數的個數為 3		連續整數的個數為 4		連續整數的個數為 5		
1+2+3＝6		1+2+3+4＝10		1+2+3+4+5＝15		以此類推
	3		4		5	
2+3+4＝9		2+3+4+5＝14		2+3+4+5+6＝20		
	3		4		5	
3+4+5＝12		3+4+5+6＝18		3+4+5+6+7＝25		....
⋮		⋮		⋮		

有了這些發現，我們決定用第一種及第二種方法發現的規律，列出 1～100 每個數的連續整數和表示法（詳見附錄一），看看是否能找到其他種連續整數和表示法的最小整數。

數字	1	2	3	4	5
連續整數和表示法（連續整數的個數）			1+2（2）		2+3（2）
數字	6	7	8	9	10
連續整數和表示法（連續整數的個數）	1+2+3（3）	3+4（2）		4+5（2） 2+3+4（3）	1+2+3+4（4）
⋮					
數字	91	92	93	94	95
連續整數和表示法（連續整數的個數）	45+46（2） 10+…+16（7） 1+…+13（13）	8+…+15（8）	46+47（2） 30+31+32（3） 13+…+18（6）	22+23+24+25(4)	47+48（2） 17+18+19+20+21（5） 5+…+14（10）
數字	96	97	98	99	100
連續整數和表示法（連續整數的個數）	31+32+33（3）	48+49（2）	23+24+25+26(4) 11+…+17（7）	49+50（2） 32+33+34（3） 14+…+19（6） 7+…+15（9） 4+…+14（11）	18+19+20+21+22（5） 9+…+16（8）

研究結果：

1. 只要是 2 的次方數，就沒有任何的連續整數和表示法。
2. 除了 1 以外，奇數一定有 2 個數的連續整數和表示法。
3. 連續整數和表示法好像跟一個數的因數倍數有關係：

（1）從 6 開始，3 的倍數一定有 3 個數的連續整數和表示法。

（2）從 15 開始，5 的倍數一定有 5 個數的連續整數和表示法。

（3）從 28 開始，7 的倍數一定有 7 個數的連續整數和表示法。

（4）從 45 開始，9 的倍數一定有 9 個數的連續整數和表示法。

（5）從 66 開始，11 的倍數一定有 11 個數的連續整數和表示法。

（6）從 21 開始，連續整數和表示法中，有 2 和 3 個數的連續整數和表示法時，就一定有 6 個數的連續整數和表示法。

（7）從 55 開始，有 2 和 5 個數的連續整數和表示法時，就有 10 個數的連續整數和表示法。

（8）從 78 開始，有 3 和 4 個數的連續整數和表示法時，就有 12 個數的連續整數和表示法。

4. 在 1～100 中，我們找到了 1、2、3、4、5 種連續整數和表示法的最小整數，如下表：

種	最小整數	種	最小整數
1	3	2	9
3	15	4	81
5	45	6	

討論：

雖然我們沒找到 6 種的最小整數，但從上表中我們發現 2 種的是 9 也就是 3^2；4 種的是 81，是 3^4；因此**我們推論 6 種的最小整數為 3^6，也就 729**。現在，我們需要證明 729 只有 6 種連續整數和表示法，而且是 6 種的最小整數。

研究二：用梯形公式找出一個數的連續整數和表示法

我們從網路上查到用**梯形公式**可以找到一個數有哪些連續整數和表示法，方法如下：

假設有 n 個連續整數，開始的整數為 a 且不得為 0，和為 X，用梯形公式列出：

$$X=\frac{〔a+（a+n-1）〕\times n}{2}$$ ，所以 2X/n＝2a+n-1

n 為 2X 的因數，如果 a 為整數並不是 0，則有連續整數個數為 n 個的連續整數和表示法，舉例如下：

例 1：21 有幾種連續整數和表示法 ？

21×2＝42，找出 42 的所有的因數：**2、3、6、7、14、21、42**

2：42/2＝2a+（2-1），a＝10 ，因此有連續整數個數為 2 個的連續整數和表示法，10+11=21。

3：42/3＝2a+（3-1），a＝6，連續整數和表示法為 6+7+8=21。

6：42/6＝2a+（6-1），a＝1，連續整數和表示法為 1+2+3+4+5+6=21。

~~7~~：42/7＝2a+（7-1），a＝0，a 不得為 0，因此不成立。

~~14~~：42/14＝2a+（14-1），3 不夠減 13，因此不成立。

~~21~~：42/21＝2a+（21-1），2 不夠減 20，因此不成立。

~~42~~：42/42＝2a+（42-1），1 不夠減 41，因此不成立。

答：21 有 3 種連續整數和表示法。

例 2：90 有幾種連續整數和表示法?

90×2＝180，找出 180 的所有因數：**2、3、4、5、6、9、10、12、15、18、20、30、36、45、60、90、180**

~~2~~：180/2＝2a+（2-1），a＝44.5，不是整數，因此不成立。

3：180/3＝2a+（3-1），a＝29 ，連續整數和表示法為 29+30+31=90。

4：180/4＝2a+（4-1），a＝21 ，連續整數和表示法為 21+22+23+24=90。

5：180/5＝2a+（5-1），a＝16 ，連續整數和表示法為 16+17+18+19+20=90。

~~6~~：180/6＝2a+（6-1），a＝12.5，不是整數，因此不成立。

9：180/9＝2a+（9-1），a＝6，連續整數和表示法為 6+…+14=90。

~~10~~：180/10＝2a+（10-1），a＝4.5，不是整數，因此不成立。

12：180/12＝2a+（12-1），a＝4，連續整數和表示法為 4+…+15=90。

~~15~~：180/15＝2a+（15-1），12 不夠減 14，因此不成立。

：

：

：

從例 1 得知，若出現不夠減的因數時，之後的因數也全部都不夠減，因數 15 已經不夠減，因此之後的因數一定都不夠減，不需再計算。

答：90 有 5 種連續整數和表示法。

知道了用梯形公式計算連續整數和表示法，我們就可以檢查 $\mathbf{3^6}$ 也就 **729** 是否有 **6** 種連續整數和表示法，驗證如下：

729×2＝1458，1458 的因數有：**2、3、6、9、18、27、54、81、162、243、486、729、1458**

2：1458/2＝2a+（2-1），a＝364，連續整數和表示法即為 364+365=729。

3：1458/3＝2a+（3-1），a＝242，連續整數和表示法即為 242+243+244=729。

6：1458/6＝2a+（6-1），a＝119，連續整數和表示法即為

119+120+121+122+123+124=729。

9：1458/9＝2a+（9-1），a＝77，連續整數和表示法即為 77+…+85=729。

18：1458/18＝2a+（18-1），a＝32，連續整數和表示法即為 32+…+49=729。

27：1458/27＝2a+（27-1），a＝14，連續整數和表示法即為 14+…+40=729。

~~54~~：1458/54＝2a+（54-1），27 不夠減 53，因此不成立。

（之後因數都不夠減，不再計算）

答：729 有 6 種連續整數和表示法。

研究結果：

利用**梯形公式**，我們可以算出一個數有幾種連續整數和表示法，也證明了我們的推論，**729（3^6）有 6 種連續整數和表示法。**

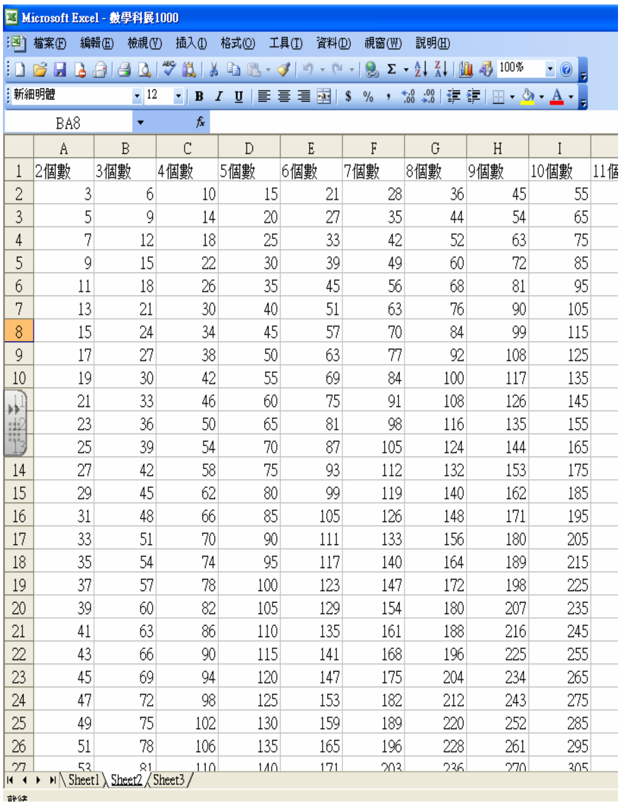
雖然我們知道 729 確實是有 6 種連續整數和表示法，但是我們並不能證明 729 是否爲 6 種連續整數和表示法的**最小整數**，在 100～729 之間難道沒有其他有 6 種連續整數和表示法的數嗎？因此，我們需要再進一步的探究。

研究三：用 Excel 試算表輔助找出各種連續整數和表示法的最小整數

爲了證明 729 是 6 種連續整數和表示法的最小整數，我們在老師的指導下以 Excel 試算表輔助找出各種連續整數和表示法的最小整數。

（一）推算奇數種連續整數和表示法的最小整數

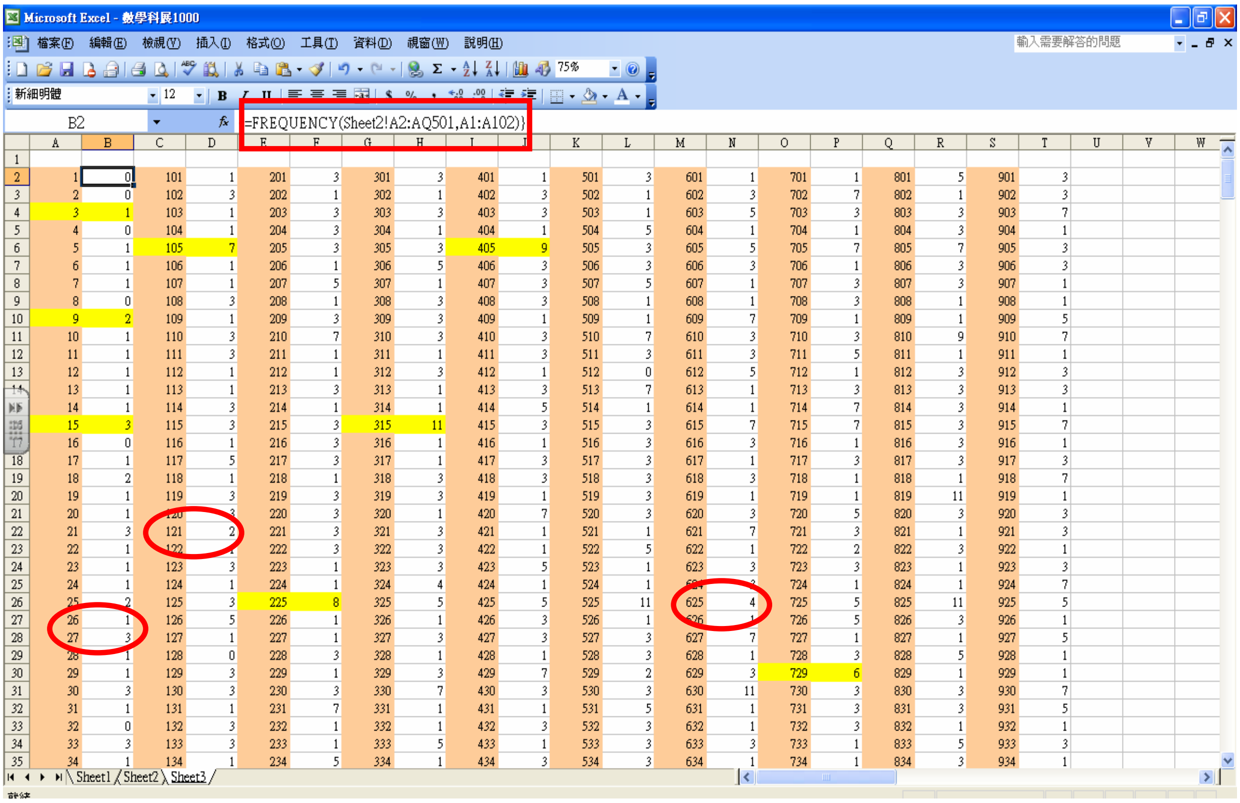
我們以研究一之（二）列出連續整數的個數及連續整數的和的方法，將每個連續整數個數及其和建立資料至 1000。



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2個數	3個數	4個數	5個數	6個數	7個數	8個數	9個數	10個數
2	3	6	10	15	21	28	36	45	55
3	5	9	14	20	27	35	44	54	65
4	7	12	18	25	33	42	52	63	75
5	9	15	22	30	39	49	60	72	85
6	11	18	26	35	45	56	68	81	95
7	13	21	30	40	51	63	76	90	105
8	15	24	34	45	57	70	84	99	115
9	17	27	38	50	63	77	92	108	125
10	19	30	42	55	69	84	100	117	135
	21	33	46	60	75	91	108	126	145
	23	36	50	65	81	98	116	135	155
	25	39	54	70	87	105	124	144	165
14	27	42	58	75	93	112	132	153	175
15	29	45	62	80	99	119	140	162	185
16	31	48	66	85	105	126	148	171	195
17	33	51	70	90	111	133	156	180	205
18	35	54	74	95	117	140	164	189	215
19	37	57	78	100	123	147	172	198	225
20	39	60	82	105	129	154	180	207	235
21	41	63	86	110	135	161	188	216	245
22	43	66	90	115	141	168	196	225	255
23	45	69	94	120	147	175	204	234	265
24	47	72	98	125	153	182	212	243	275
25	49	75	102	130	159	189	220	252	285
26	51	78	106	135	165	196	228	261	295
27	53	81	110	140	171	203	236	270	305

AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR
個數	37個數	38個數	39個數	40個數	41個數	42個數	43個數	44個數	45個數
666	703	741	780	820	861	903	946	990	1035
702	740	779	819	860	902	945	989	1034	
738	777	817	858	900	943	987	1032		
774	814	855	897	940	984	1029			
810	851	893	936	980	1025				
846	888	931	975	1020					
882	925	969	1014						
918	962	1007							
954	999								
990	1036								
1026									

再以函數 FREQUENCY 計算 1～1000 每個數出現的次數，即爲該數有幾種連續整數和表示法。



研究結果：

1. 一個數如果是一個質數的次方數（除了 2 以外，2 的次方數都是 0 種），則幾次方就代表該數有幾種連續整數和表示法，如上圖紅圈所示，27（3^3）就有 3 種； 121（11^2）就有 2 種；625（5^4）就有 4 種，但他們不一定是該種的最小整數。
2. 在 1～1000 中，我們找到了 1、2、3、4、5、6、7、8、9、11、15 種連續整數和表示法的最小整數，如下表：

種	最小整數	種	最小整數
1	3	2	9
3	15	4	81
5	45	6	729
7	105	8	225
9	405	10	
11	315	12	
13		14	
15	945	16	

從上表我們發現，729（3^6）果然為 6 種連續整數和表示法的最小整數，但按照我們的推論 8 種的最小整數應該為 3^8（6561），結果卻是 225，從研究一與研究二知道連續整數和表示法與因數有關，因此將上表所得的各種最小整數做質因數分解，以進一步探究與推論。

種	最小整數	質因數分解	種	最小整數	質因數分解
1	3	3	2	9	3^2
3	15	3×5	4	81	3^4
5	45	$3^2\times5$	6	729	3^6
7	105	$3\times5\times7$	8	225	$3^2\times5^2$
9	405	$3^4\times5$	10		
11	315	$3^2\times5\times7$	12		
13			14		
15	945	$3^3\times5\times7$ （$3\times5\times7\times9$）	16		

討論：

1. 奇數種的最小整數變化規律與偶數種的不同。
2. 假設 k 種的最小整數質因數分解式爲 $A_1{}^{a_1}\times\ldots\times A_m{}^{a_m}$，則 $2k+1$ 種的最小整數質因數分解式爲 $A_1{}^{a_1}\times\ldots\times A_m{}^{a_m}\times$（$A_m$ 的下一個奇數），舉例如下：

   例（1）：3 種的最小整數質因數分解式為 3×5，而

   $3\times2+1=7$，7 種的最小整數質因數分解式為 $3\times5\times7$（5 的下一個奇數為 7）

   例（2）：7 種的最小整數質因數分解式為 $3\times5\times7$，而

   $7\times2+1=15$，15 種的最小整數質因數分解式為 $3\times5\times7\times9$（7 的下一個奇數為 9）

3. 我們可以用上述的方法反推出各奇數種的最小整數，k 爲奇數，k 種連續整數和表示法的最小整數爲，$\dfrac{k-1}{2}$ 種的最小整數質因數分解式爲 $A_1{}^{a_1}\times\ldots\times A_m{}^{a_m}$，則 k 種的最小整數質因數分解式爲 $A_1{}^{a_1}\times\ldots\times A_m{}^{a_m}\times$（$A_m$ 的下一個奇數），例如：

   例（1）：13 種的最小整數是多少？

   （13－1）／2＝6，6 種的最小整數質因數分解式為 3^6，

   則 13 種最小整數為 $3^6\times5=3645$

   答：13 種的最小整數為 3645。

   例（2）：17 種的最小整數是多少？

   （17－1）／2＝8，8 種的最小整數質因數分解式為 $3^2\times5^2$，

   則 17 種最小整數為 $3^2\times5^2\times7=1575$

   答：17 種的最小整數為 1575。

   以此推論各奇數種的最小整數：

種	最小整數	質因數分解
1	3	3
3	15	3×5
5	45	$3^2\times5$
7	105	$3\times5\times7$
9	405	$3^4\times5$
11	315	$3^2\times5\times7$
13	**3645**	**$3^6\times5$**
15	945	$3^3\times5\times7$（$3\times5\times7\times9$）
17	**1575**	**$3^2\times5^2\times7$**
19	**2835**	**$3^4\times5\times7$**
21		**10** 種的最小整數仍不確定
23	**3465**	**$3^2\times5\times7\times9=3^4\times5\times7$**（爲 **19** 種不符合），推論乘以再下一個奇數，**$3^2\times5\times7\times11$**
25		**12** 種的最小整數仍不確定
27	**25515**	**$3^6\times5\times7$**
29		**14** 種的最小整數仍不確定
31	**10395**	**$3^3\times5\times7\times9=3^5\times5\times7$**（爲 **23** 種不符合），推論乘以再下一個奇數，**$3^3\times5\times7\times11$**

在推論中發現，如果乘以的下一個奇數不是質數（例如：9）時，則需注意該數連續整數和表示法的種數爲多少，如果種數不符合，則需乘以再下一個奇數，直到種數符合爲止。爲了快速判斷該數的種數是否符合，我們應用前述研究結果：一個質數的次方數（除了 2）即爲該數有幾種連續整數和表示法，**將一個數以質因數分解後，將各質因數的次方數排列組合計算，即可算出該數連續整數和表示法的種數**，方法如下：

假設 X 有 k 種連續整數和表示法，X 的質因數分解式為 $A_1^{a_1}\times A_2^{a_2}$（質因數 2 不列入計算，因為 2 的次方數是 0 種），$A_1^{a_1}$ 有 a_1 種連續整數和表示法，$A_2^{a_2}$ 有 a_2 種，以排列組合方式計算，則 $k=a_1\times a_2+a_1+a_2$。如果質因數分解式較長為 $A_1^{a_1}\times\cdots\times A_m^{a_m}$，則將算出的 $a_1\times a_2+a_1+a_2$ 再跟下一個次方數以此公式再算一次，直到全部的質因數算完，即為該數連續整數和表示法的種數。

例 1：$315=3^2\times5\times7$，3^2 有 2 種、5 有 1 種，則 $2\times1+2+1=5$；7 也是 1 種，$5\times1+5+1=11$，因此 315 有 11 種連續整數和表示法。

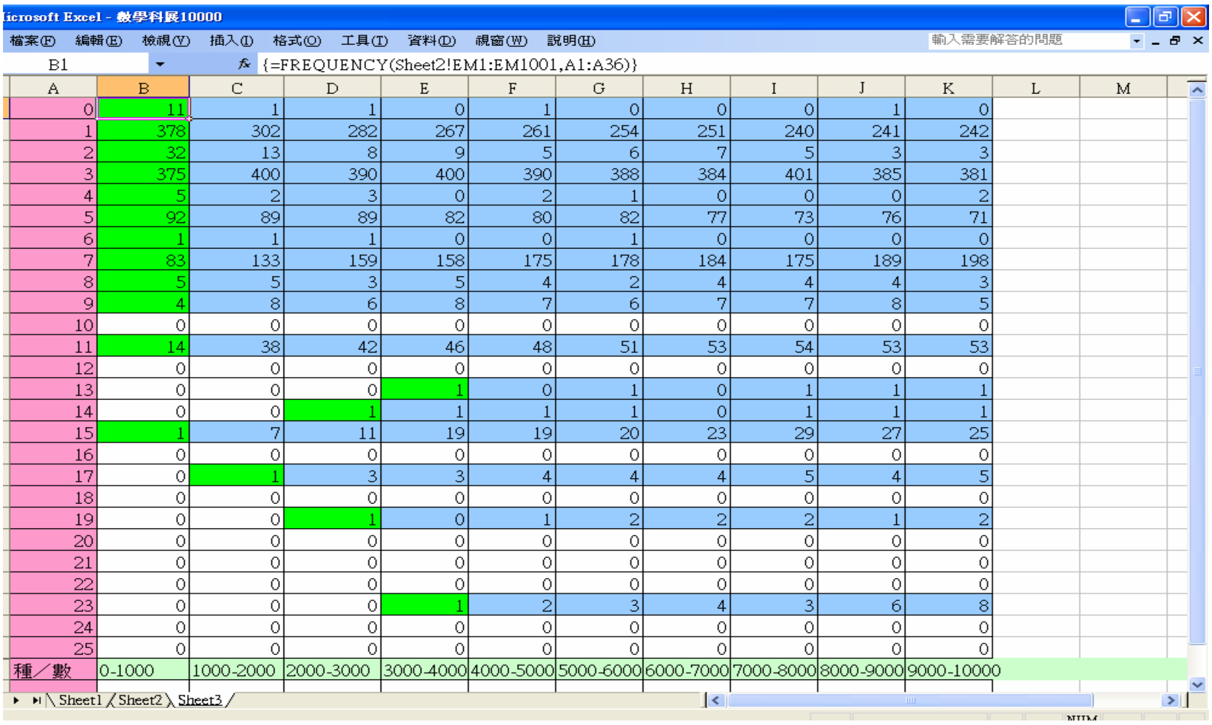
例 2：$3600=2^4\times3^2\times5^2$，$2^4$ 不列入計算，3^2 有 2 種、5^2 也有 2 種，$2\times2+2+2=8$，因此 3600 有 8 種連續整數和表示法。

以此方法，我們可以很快地知道一個數有幾種連續整數和表示法，也可以很快地測定我們所推論的最小整數的連續整數和表示法的種數是否正確，例如：31 種，我們推論了 2 個數

分別爲 8508＝$3^5\times5\times7$ 及 10359＝$3^3\times5\times7\times11$，以此法計算 8508 爲 23 種(5×1+5＋1＝11，11×1+11＋1＝23)，而 10359 確實爲 31 種（3×1＋3+1＝7，7×1＋7+1＝15，15×1+15＋1＝31)，所以 31 種的最小整數應該爲 10359。

（二）推算偶數種連續整數和表示法的最小整數

爲了證明我們在奇數種的推論，及偶數種的資料還太少，變化規律看不出來，我們再用 Excel 試算表建資料至 10000，並算出每個數有幾種連續整數和表示法，由於資料較多，我們用 FREQUENCY 再次計算出每一種出現的最小整數落在哪一段數中，如下圖：



A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
0	11	1	1	0	1	0	0	0	1	0
1	378	302	282	267	261	254	251	240	241	242
2	32	13	8	9	5	6	7	5	3	3
3	375	400	390	400	390	388	384	401	385	381
4	5	2	3	0	2	1	0	0	0	2
5	92	89	89	82	80	82	77	73	76	71
6	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
7	83	133	159	158	175	178	184	175	189	198
8	5	5	3	5	4	2	4	4	4	3
9	4	8	6	8	7	6	7	7	8	5
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	14	38	42	46	48	51	53	54	53	53
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1
14	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
15	1	7	11	19	19	20	23	29	27	25
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	1	3	3	4	4	4	5	4	5
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	1	0	1	2	2	2	1	2
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	1	2	3	4	3	6	8
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
種／數	0-1000	1000-2000	2000-3000	3000-4000	4000-5000	5000-6000	6000-7000	7000-8000	8000-9000	9000-10000

研究結果：

1. 在 1～10000 中，我們找到了 1、2、3、4、5、6、7、8、9、11、13、14、15、17、19、23 種連續整數和表示法的最小整數，如下表：

種	最小整數	質因數分解	種	最小整數	質因數分解
1	3	3	2	9	3^2
3	15	3×5	4	81	3^4
5	45	$3^2\times5$	6	729	3^6
7	105	3×5×7	8	225	$3^2\times5^2$
9	405	$3^4\times5$	10		
11	315	$3^2\times5\times7$	12		
13	3645	$3^6\times5$	14	2025	$3^4\times5^2$

15	945	$3^3×5×7$	16		
17	1575	$3^2×5^2×7$	18		
19	2835	$3^4×5×7$	20		
21			22		
23	3465	$3^2×5×7×11$	24		

2 從上表可知 13、17、19、23 種的最小整數跟我們的推論相符合。

3. 在偶數種新出現了 14 種的最小整數爲 2025（$3^4×5^2$）。10 種和 12 種的都沒出現，根據我們的推論 21 與 25 種跟 10 種和 12 種的最小整數相關，而 21 與 25 種也都未出現，因此符合我們在奇數種的推論。

4. 每種最小整數的質因數一定不可能有 2，因爲 2 的次方數爲 0 種，不能增加種數。

討論：

1. 偶數種的最小整數質因數分解式一定是乘以某質數（2 除外）的偶數次方，因爲乘以奇數次方會等於奇數種。

2. 偶數種的最小整數計算方法爲，假設 k 種的最小整數質因數分解式爲 A^k，y＝2、4、6、…（偶數序列），且 k ≥ y，依序計算，k×（y＋1）＋y 種的最小整數質因數分解式爲 A^k×（A 的下一個質數）^{y}，舉例如下：

   6 種的最小整數質因數分解式為 3^6

   y＝2，6×（2＋1）＋2＝20

   因此 20 種的最小整數質因數分解式為 $3^6×5^2$（3 的下一個質數為 5）

   y＝4，6×（4＋1）＋4＝34

   因此 34 種的最小整數質因數分解式為 $3^6×5^4$

   y＝6，6×（6＋1）＋6＝48

   因此 48 種的最小整數質因數分解式為 $3^6×5^6$

   ~~y＝8~~，因為需 k ≥ y，而 6＜8，所以不成立。

3. 我們也可以用上述的方法反推出各偶數種的最小整數，k（偶數）種連續整數和表示法的最小整數爲，y＝2、4、6、…，依序計算 $\frac{k-y}{y+1}$，而且 k-y＞y+1，當 $\frac{k-y}{y+1}$ 種爲整數時，其最小整數質因數分解式爲 $A_1^{a_1}×\ldots×A_m^{a_m}$，則 k 種的最小整數質因數分解式爲 $A_1^{a_1}×\ldots×A_m^{a_m}$×（$A_m$ 的下一個質數）^{y}。例如：

   26 種的最小整數是多少？

   y＝2，(26－2）／3＝8，8 種的最小整數質因數分解式為 $3^2×5^2$，

   26 種最小整數質因數分解式為 $3^2×5^2×7^2$＝11025 （7 為 5 的下一個質數）

24 種的最小整數是多少？

$y=2$，（24－2）／3=~~7.3~~，不是整數不成立。

$y=4$，（24－4）／5=4，4 種的最小整數質因數分解式為 3^4，

24 種最小整數質因數分解式為 $3^4\times5^4=50625$

4. 依序計算至 $k-y<y+1$ 則不成立，如果全部的 $\dfrac{k-y}{y+1}$ 種都不是整數時，k 種的最小整數即爲 3 的次方數，幾種就幾次方，例如：

22 種的最小整數是多少？

$y=2$，（22－2）／3=~~6.66~~，不是整數。

$y=4$，（22－4）／5=~~3.6~~，不是整數。

$y=6$，（22－6）／7=~~2.29~~，不是整數。

$y=8$，（22－8）／9=~~1.56~~，不是整數。

$y=10$，（22－10）／11=~~1.09~~，不是整數。

$y=$~~12~~，$22-12<12+1$，因此不成立。

（之後偶數都不夠除不再計算）

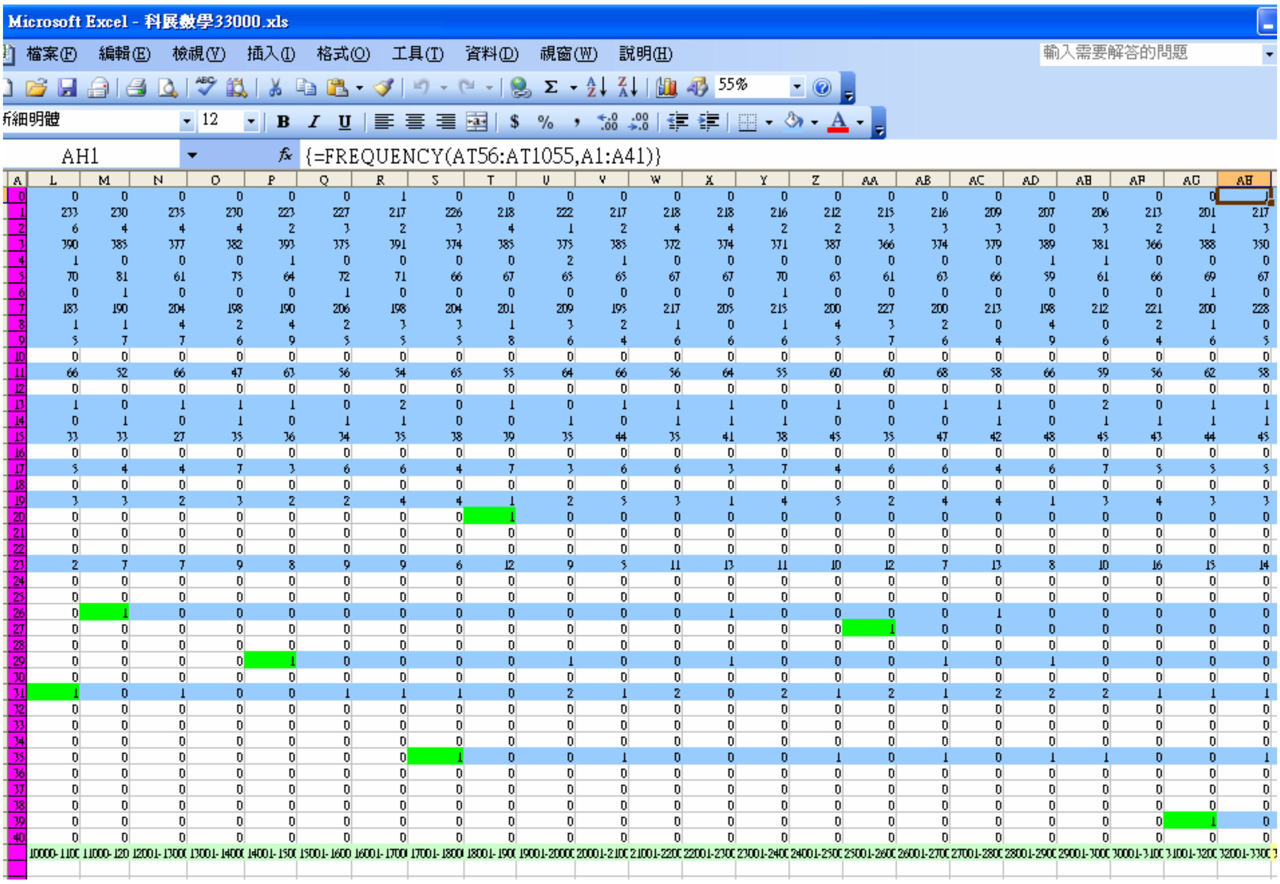
因為各偶數都不成立，所以 22 種的最小整數質因數分解式為 3^{22}。

以此推論如下（最小整數數值超過 10 萬的仍以質因數分解式表示）：

種	最小整數	質因數分解	種	最小整數	質因數分解
1	3	3	2	9	3^2
3	15	3×5	4	81	3^4
5	45	$3^2\times5$	6	729	3^6
7	105	$3\times5\times7$	8	225	$3^2\times5^2$
9	405	$3^4\times5$	**10**	**59049**	3^{10}
11	315	$3^2\times5\times7$	**12**	3^{12}	3^{12}
13	3645	$3^6\times5$	14	2025	$3^4\times5^2$
15	945	$3^3\times5\times7$	**16**	3^{16}	3^{16}
17	1575	$3^2\times5^2\times7$	**18**	3^{18}	3^{18}
19	2835	$3^4\times5\times7$	**20**	**18225**	$3^6\times5^2$
21	$3^{10}\times5$	$3^{10}\times5$	**22**	3^{22}	3^{22}
23	3465	$3^2\times5\times7\times11$	**24**	**50625**	$3^4\times5^4$
25	$3^{12}\times5$	$3^{12}\times5$	**26**	**11025**	$3^2\times5^2\times7^2$
27	**25515**	$3^6\times5\times7$	**28**	3^{28}	3^{28}
29	**14175**	$3^4\times5^2\times7$	**30**	3^{30}	3^{30}
31	**10395**	$3^3\times5\times7\times11$	**32**	$3^{10}\times5^2$	$3^{10}\times5^2$
33	$3^{16}\times5$	$3^{16}\times5$	**34**	$3^6\times5^4$	$3^6\times5^4$
35	**17325**	$3^2\times5^2\times7\times11$	**36**	3^{36}	3^{36}
37	$3^{18}\times5$	$3^{18}\times5$	**38**	$3^{12}\times5^2$	$3^{12}\times5^2$
39	**31185**	$3^4\times5\times7\times11$	**40**	3^{40}	3^{40}

（三）推算各種連續整數和表示法的最小整數

爲了證明我們的推論，我們用 Excel 試算表建資料至 33000，用 FREQUENCY 算出每個數有幾種連續整數和表示法，再用 FREQUENCY 再次計算出每一種出現的最小整數落在哪一段數中，如下圖：



A	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	233	230	235	230	223	227	217	226	218	222	217	218	218	216	212	215	216	209	207	206	213	201	217
2	6	4	4	4	2	3	2	3	4	1	2	4	4	2	2	3	3	3	0	3	2	1	3
3	390	385	377	382	393	375	391	374	385	375	385	372	374	371	387	366	374	379	389	381	366	388	350
4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	70	81	61	75	64	72	71	66	67	65	65	67	67	70	63	61	63	66	59	61	66	69	67
6	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
7	183	190	204	198	190	206	198	204	201	209	195	217	205	215	200	227	200	213	198	212	221	200	228
8	1	1	4	2	4	2	3	3	1	3	2	1	0	1	4	3	2	0	4	0	2	1	0
9	5	7	7	6	9	5	5	5	8	6	4	6	6	6	5	7	6	4	9	6	4	6	5
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	66	52	66	47	63	56	54	65	55	64	66	56	64	55	60	60	68	58	66	59	56	62	58
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	1	0	1	1	1	0	2	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	2	0	1	1
14	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1
15	33	33	27	35	36	34	35	38	39	35	44	35	41	38	45	35	47	42	48	45	43	44	45
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	5	4	4	7	3	6	6	4	7	3	6	6	3	7	4	6	6	4	6	7	5	5	5
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	3	3	2	3	2	2	4	4	1	2	5	3	1	4	5	2	4	4	1	3	4	3	3
20	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	2	7	7	9	8	9	9	6	12	9	5	11	13	11	10	12	7	13	8	10	16	15	14
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	1	0	1	0	0	1	1	1	0	2	1	2	0	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10000-1100	11000-120	12001-13000	13001-14000	14001-150	15001-1600	16001-1700	17001-1800	18001-190	19001-20000	20001-210	21001-220	22001-230	23001-240	24001-250	25001-260	26001-270	27001-280	28001-290	29001-300	30001-310	31001-320	32001-330

研究結果：

如上圖所示，用 Excel 試算表中計算 10000～33000 中，出現最小整數的種數爲 20 種、26 種、27 種、29 種、31 種、35 種、39 種，其出現的數值也符合我們所推論的數值。

討論：

綜合以上奇數種與偶數種最小整數的推算方法，我們可以推出各種連續整數和表示法的最小整數。舉例如下：

99 種的最小整數是多少？

（99－1）／2＝49；（49－1）／2＝24；（24－4）／5＝4，4 種的最小整數為 3^4

則 24 種為 $3^4\times5^4$；49 種為 $3^4\times5^4\times7$；99 種為 $3^4\times5^4\times7\times11$

答：99 種的最小整數為 $3^4\times5^4\times7\times11$

我們以此方法推論出 1～100 種連續整數和表示法的最小整數（見附錄二）。

柒、 結論與建議

一、 結論

（一） 2 的次方數沒有連續整數和表示法，其他質數的次方數即爲該數連續整數和表示法的種數。

（二） 將一個數質因數分解成 $A_1^{a_1} \times A_2^{a_2}$，質因數 2 不列入，則有 $a_1 \times a_2 + a_1 + a_2$ 種連續整數和表示法。如果質因數分解式較長爲 $A_1^{a_1} \times \cdots \times A_m^{a_m}$，則將算出的 $a_1 \times a_2 + a_1 + a_2$ 再跟下一個次方數以此公式再算一次，直到全部的質因數算完，即爲該數連續整數和表示法的種數。

（三） 各種連續整數和表示法最小整數的質因數中一定沒有 2。

（四） k 種連續整數和表示法的最小整數爲：

1. k 爲奇數時，$\frac{k-1}{2}$ 種的最小整數質因數分解式爲 $A_1^{a_1} \times \ldots \times A_m^{a_m}$，則 k 種的最小整數質因數分解式爲 $A_1^{a_1} \times \ldots \times A_m^{a_m}$（$A_m$ 的下一個奇數），如果乘以的奇數不是質數時，將其質因數分解後，計算是否爲該種數，如果不是，則乘以再下一個奇數。

2. k 爲偶數時，y＝2、4、6、…（偶數序列），依序計算 $\frac{k-y}{y+1}$ 而且 k-y＞y+1，

   （1） $\frac{k-y}{y+1}$ 種爲整數時，其最小整數質因數分解式爲 $A_1^{a_1} \times \ldots \times A_m^{a_m}$，則 k 種的最小整數質因數分解式爲 $A_1^{a_1} \times \ldots \times A_m^{a_m} \times (A_m\text{的下一個質數})^y$。

   （2） 依序計算至 k-y＜y+1 ，$\frac{k-y}{y+1}$ 種都不是整數時，則 k 種的最小整數爲 3^k。

（五） 一個數的連續整數和表示法與該數的因數有關，將一個數質因數分解後，以上述的方法，我們可以算出該數有幾種連續整數和表示法，也可以從連續整數和表示法的種數算出該種的最小整數。

二、 建議

（一）因爲時間的限制，我們只討論了等差爲 1 的各種連續整數和表示法及其最小整數，建議未來可以研究等差爲 2、3、4、…的各種連續整數和表示法及其最小整數之間的關係。

（二）因爲 Excel 的項目最多到 IV，連續整數個數爲 257，和爲 33153，我們只能建資料至 33000 做計算，最多找到 39 種連續整數和表示法的最小整數爲 31185，在網路

上我們有看到輸入一個固定和，即可顯示這個數有哪些連續整數和表示法的程式，如果到國、高中學會撰寫程式的語言及方法後，建議未來研究可朝程式設計方面進行，以輸入連續整數和表示法的種數，即可知道該種表示法的最小整數，以檢驗所推算的更大數值，使研究更為完善。

捌、 參考資料

一、 丁培毅（1999）。**固定和求連續整數範圍**。2011 年 2 月 18 日取自：
http://squall.cs.ntou.edu.tw/cprog/Assignments/99Fall/FindGivenSum.html

二、 吳燦銘（2007）。**Excel 2007 輕鬆快樂學：入門與實作**。新北市：博碩文化。

三、 **我~加、加、加…連續數字和的探討**。2011 年 2 月 18 日取自：
http://www.lcjh.tpc.edu.tw/office/Academic/equip/1/1-1/11.pdf

四、 **連續數字和**。2011 年 2 月 18 日取自：
http://activity.ntsec.gov.tw/activity/race-1/43/pdf/e/040403.pdf

五、 **連續數字和**。2011 年 2 月 18 日取自：http://nas.fg.tp.edu.tw/research/15/數學科/29.pdf

六、 國家教育研究院籌備處（2010）。**數學五上**。台南：翰林。

七、 **關於連續整數的數學問題**。2010 年 12 月 27 日取自：
http://tw.knowledge.yahoo.com/question/question?qid=1607110809671

附錄一

1～100 每個數的連續整數和表示法

數字	1	2	3	4	5
連續整數和表示法（連續整數的個數）			1+2（2）		2+3（2）
數字	6	7	8	9	10
連續整數和表示法（連續整數的個數）	1+2+3（3）	3+4（2）		4+5（2） 2+3+4（3）	1+2+3+4（4）
數字	11	12	13	14	15
連續整數和表示法（連續整數的個數）	5+6（2）	3+4+5（3）	6+7（2）	2+3+4+5（4）	7+8（2） 4+5+6（3） 1+2+3+4+5（5）
數字	16	17	18	19	20
連續整數和表示法（連續整數的個數）		8+9（2）	5+6+7（3） 3+4+5+6（4）	9+10（2）	2+3+4+5+6（5）
數字	21	22	23	24	25
連續整數和表示法（連續整數的個數）	10+11（2） 6+7+8（3） 1+2+…+5+6（6）	4+5+6+7（4）	11+12（2）	7+8+9（3）	12+13（2） 3+4+5+6+7（5）
數字	26	27	28	29	30
連續整數和表示法（連續整數的個數）	5+6+7+8（4）	13+14（2） 8+9+10（3） 2+3+…+6+7（6）	1+2+…+6+7（7）	14+15（2）	9+10+11（3） 6+7+8+9（4） 4+5+6+7+8（5）
數字	31	32	33	34	35
連續整數和表示法（連續整數的個數）	15+16（2）		16+17（2） 10+11+12（3） 3+4+…+7+8（6）	7+8+9+10（4）	17+18（2） 5+6+7+8+9（5） 2+3…+7+8（7）
數字	36	37	38	39	40
連續整數和表示法（連續整數的個數）	11+12+13（3） 1+2+…+7+8（8）	18+19（2）	8+9+10+11（4）	19+20（2） 12+13+14（3） 4+5+…+8+9（6）	6+7+8+9+10（5）
數字	41	42	43	44	45
連續整數和表示法（連續整數的個數）	20+21（2）	13+14+15（3） 9+10+11+12（4） 3+4+…+8+9（7）	21+22（2）	2+3+…+8+9（8）	22+23（2） 14+15+16（3） 7+8+9+10+11（5） 5+6+…+9+10（6） 1+2+…+8+9（9）
數字	46	47	48	49	50
連續整數和表示法（連續整數的個數）	10+11+12+13（4）	23+24（2）	15+16+17（3）	24+25（2） 4+5+…+9+10（7）	11+12+13+14（4） 8+9+10+11+12（5）
數字	51	52	53	54	55
連續整數和表示法（連續整數的個數）	25+26（2） 16+17+18（3） 6+7+…+10+11（6）	3+4+…+9+10（8）	26+27（2）	17+18+19（3） 12+13+14+15（4） 2+3+…+9+10（9）	27+28（2） 9+…+13（5） 1+2+…+9+10（10）

數字	56	57	58	59	60
連續整數和表示法（連續整數的個數）	5+6+…+10+11（7）	28+29（2） 18+19+20（3） 7+8+…+11+12（6）	13+14+15+16（4）	29+30（2）	19+20+21（3） 10+…+14（5） 4+5+…+10+11（8）
數字	61	62	63	64	65
連續整數和表示法（連續整數的個數）	30+31（2）	14+15+16+17（4）	31+32（2） 20+21+22（3） 8+9+…+12+13（6） 6+7+…+11+12（7） 3+4+…+10+11（9）		32+33（2） 11+…+15（5） 2+3+…+10+11（10）
數字	66	67	68	69	70
連續整數和表示法（連續整數的個數）	21+22+23（3） 15+16+17+18（4） 1+2+…+10+11（11）	33+34（2）	5+6+…+11+12（8）	34+35（2） 22+23+24（3） 9+…+14（6）	16+17+18+19（4） 12+…+16（5） 7+8+…+12+13（7）
數字	71	72	73	74	75
連續整數和表示法（連續整數的個數）	35+36（2）	23+24+25（3） 4+5+…+11+12（9）	36+37（2）	17+18+19+20（4）	37+38（2） 24+25+26（3） 13+…+17（5） 10+…+15（6） 3+…+12（10）
數字	76	77	78	79	80
連續整數和表示法（連續整數的個數）	6+7+…+12+13（8）	38+39（2） 8+9+…+13+14（7） 2+…+12（11）	25+26+27（3） 18+19+20+21（4） 1+2+…+11+12（12）	39+40（2）	14+…+18（5）
數字	81	82	83	84	85
連續整數和表示法（連續整數的個數）	40+41（2） 26+27+28（3） 11+…+16（6） 5+…+13（9）	19+20+21+22（4）	41+42（2）	27+28+29（3） 9+…+15（7） 7+…+14（8）	42+43（2） 15+…+19（5） 4+…+13（10）
數字	86	87	88	89	90
連續整數和表示法（連續整數的個數）	20+21+22+23（4）	43+44（2） 28+29+30（3） 12+…+17（6）	3+…+13（11）	44+45（2）	29+30+31（3） 21+22+23+24（4） 16+…+20（5） 6+…+14（9） 2+…+13（12）
數字	91	92	93	94	95
連續整數和表示法（連續整數的個數）	45+46（2） 10+…+16（7） 1+…+13（13）	8+…+15（8）	46+47（2） 30+31+32（3） 13+…+18（6）	22+23+24+25（4）	47+48（2） 17+…+21（5） 5+…+14（10）
數字	96	97	98	99	100
連續整數和表示法（連續整數的個數）	31+32+33（3）	48+49（2）	23+24+25+26（4） 11+…+17（7）	49+50（2） 32+33+34（3） 14+…+19（6） 7+…+15（9） 4+…+14（11）	18+…+22（5） 9+…+16（8）

附錄二

1～100 種連續整數和表示法的最小整數

種	最小整數的質因數分解式	種	最小整數的質因數分解式
1	3	2	3^2
3	3×5	4	3^4
5	$3^2\times5$	6	3^6
7	$3\times5\times7$	8	$3^2\times5^2$
9	$3^4\times5$	10	3^{10}
11	$3^2\times5\times7$	12	3^{12}
13	$3^6\times5$	14	$3^4\times5^2$
15	$3^3\times5\times7$	16	3^{16}
17	$3^2\times5^2\times7$	18	3^{18}
19	$3^4\times5\times7$	20	$3^6\times5^2$
21	$3^{10}\times5$	22	3^{22}
23	$3^2\times5\times7\times11$	24	$3^4\times5^4$
25	$3^{12}\times5$	26	$3^2\times5^2\times7^2$
27	$3^6\times5\times7$	28	3^{28}
29	$3^4\times5^2\times7$	30	3^{30}
31	$3^3\times5\times7\times11$	32	$3^{10}\times5^2$
33	$3^{16}\times5$	34	$3^6\times5^4$
35	$3^2\times5^2\times7\times11$	36	3^{36}
37	$3^{18}\times5$	38	$3^{12}\times5^2$
39	$3^4\times5\times7\times11$	40	3^{40}
41	$3^6\times5^2\times7$	42	3^{42}
43	$3^{10}\times5\times7$	44	$3^4\times5^2\times7^2$
45	$3^{22}\times5$	46	3^{46}
47	$3^2\times5\times7\times11\times13$	48	$3^6\times5^6$
49	$3^4\times5^4\times7$	50	$3^{16}\times5^2$
51	$3^{12}\times5\times7$	52	3^{52}
53	$3^2\times5^2\times7^2\times11$	54	$3^{10}\times5^4$
55	$3^6\times5\times7\times11$	56	$3^{18}\times5^2$
57	$3^{28}\times5$	58	3^{58}
59	$3^4\times5^2\times7\times11$	60	3^{60}
61	$3^{30}\times5$	62	$3^6\times5^2\times7^2$
63	$3^3\times5\times7\times11\times13$	64	$3^{12}\times5^4$
65	$3^{10}\times5^2\times7$	66	3^{66}
67	$3^{16}\times5\times7$	68	$3^{22}\times5^2$

69	$3^6 \times 5^4 \times 7$	70	3^{70}
71	$3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13$	72	3^{72}
73	$3^{36} \times 5$	74	$3^4 \times 5^4 \times 7^2$
75	$3^{18} \times 5 \times 7$	76	$3^{10} \times 5^6$
77	$3^{12} \times 5^2 \times 7$	78	3^{78}
79	$3^4 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13$	80	$3^2 \times 5^2 \times 7^2 \times 11^2$
81	$3^{40} \times 5$	82	3^{82}
83	$3^6 \times 5^2 \times 7 \times 11$	84	$3^{16} \times 5^4$
85	$3^{42} \times 5$	86	$3^{28} \times 5^2$
87	$3^{10} \times 5 \times 7 \times 11$	88	3^{88}
89	$3^4 \times 5^2 \times 7^2 \times 11$	90	$3^{12} \times 5^6$
91	$3^{22} \times 5 \times 7$	92	$3^{30} \times 5^2$
93	$3^{46} \times 5$	94	$3^{18} \times 5^4$
95	$3^3 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13$	96	3^{96}
97	$3^6 \times 5^6 \times 7$	98	$3^{10} \times 5^2 \times 7^2$
99	$3^4 \times 5^4 \times 7 \times 11$	100	3^{100}

【評語】080401

連續整數和的問題已有不少人探究，但本作品能進一步探討連續整數和表示法的種類與該種最小整數的關係，進而推算出各種連續整數和表示法的最小整數，相當不錯。可惜的是此推算法目前只能由大量的數據驗證，還可以再接再厲。