

中華民國第 51 屆中小學科學展覽會 作品說明書

高中組 生活與應用科學科

040805

轉彎有道理

學校名稱：臺北市立建國高級中學

| | |
|---|------------------|
| 作者： 高二 林祥瑞 高二 鄭開倫 高一 陳威廷 | 指導老師： 戴敏章 |
|---|------------------|

關鍵詞：機器人、動態軌跡校正

摘要

自從捷克小說《羅薩姆的萬能機器人》提出「Robot」這個詞彙之後，機器人已經成為常見的小說、電影題材，機器人在生活中的應用成為今天的重點產業，已經廣泛應用在工業自動化、軍事方面，機器人也逐漸走入家庭，無論是應用在哪方面，都必須解決如何定位（Localization）機器人的問題。

為了解決這格問題，目前已經發展了 GPS 等方式「直接提供座標」來定位機器人。若機器人沒有定位器的輔助下，只能在機器人位置的觀點蒐集數據，其中機器視覺建構地圖（map building）是透過機器視覺的分析來建立周邊地圖，是一種常見的解決方案。這裡我們更進一步，進行只讓機器人擁有羅盤感應器和閉路伺服馬達的條件下的研究。

壹、研究動機

我們在學校社團接觸有關機器人定位的過程中，想到一個問題：如果我規定機器人不可以透過定位系統，嚴苛限制機器人只能知道方位，以及馬達的角度位置（Tachometer），該如何在有限的條件中發揮最大效益，達到最準確的定位。我們想到 PID 控制器廣泛應用在誤差控制，想把這個方式使用在方位上，研究這種方式是否可行，試圖使用相對上比較廉價、技術門檻更低的方式，幫助機器人修正軌跡

貳、研究目的

- （一） 測試二輪機器人理論模型中，將羅盤數據套用 PID 控制器是否可行。
- （二） 若依據實驗結果此方式可行，討論這種方式的優劣以及限制條件
- （三） 若依據實驗結果此方式不可行，討論其無法成功的原因

參、研究設備及器材

一、軟體

- （一） **Microsoft Excel 2007**，用於數據分析和統計，以及製圖
- （二） **The Geometer's Sketchpad 5.0**，用於測試行車軌跡數學模型
- （三） **LeJOS 0.85**，NXT 機器人程式開發平台，程式語言為 Java

二、硬體



圖 3-打點用筆

可擦拭原子筆、橘色，裝置於機器人上，用於機器人行走時在方格紙上打點

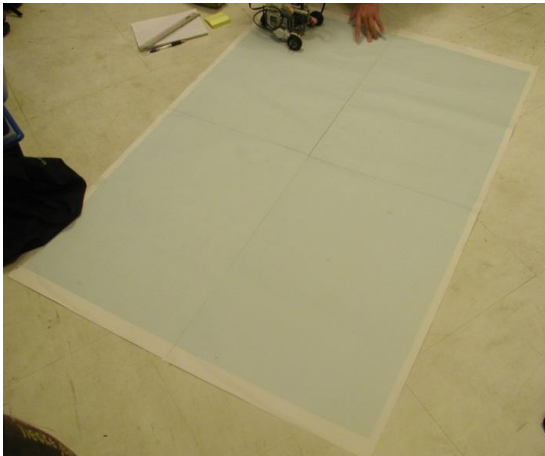


圖 1-方格紙

用於測量機器人位置，四張全開尺寸黏成，方格精細度 1mm



圖 2-NXT 機器人

用於建構二輪車機構

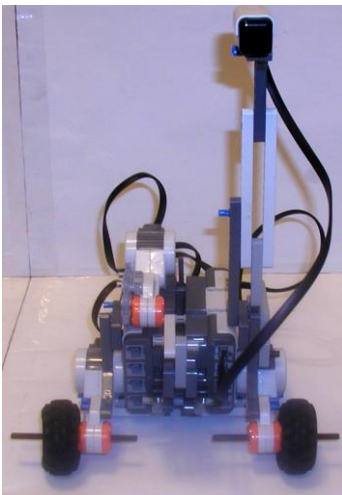


圖 4-機器人二輪車機構完成圖（第一版）

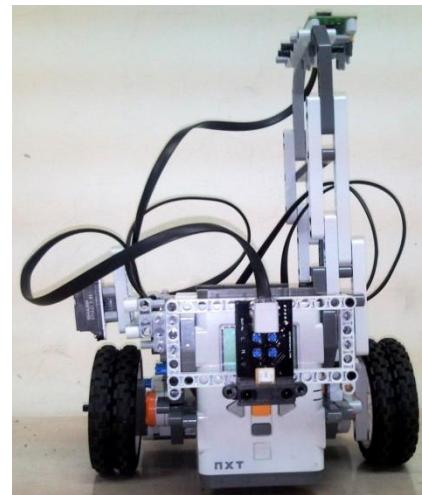


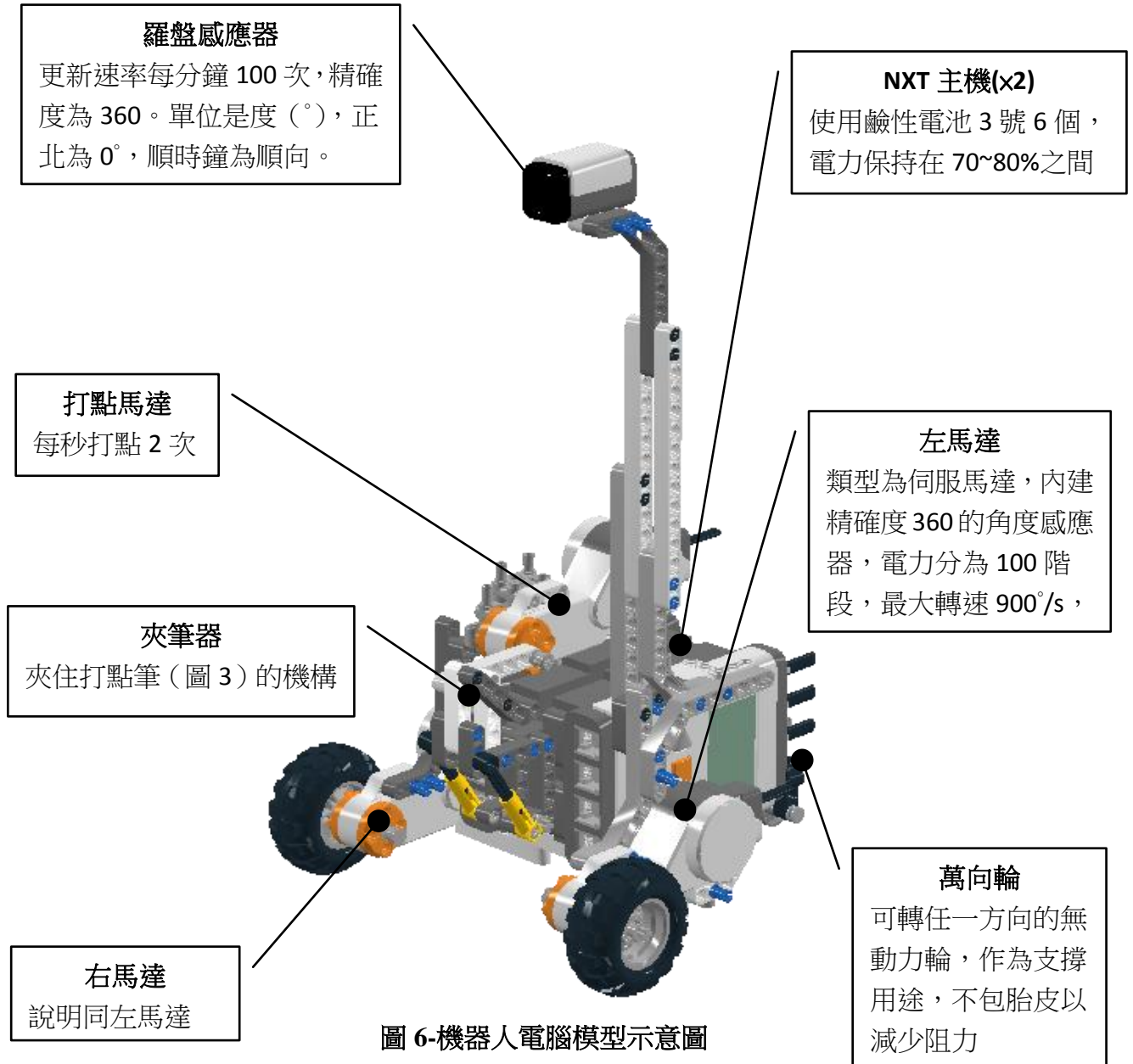
圖 5-機器人二輪車機構完成圖（第二版）

三、使用器材考量

為了減少實驗誤差，建立機器人的模型時所顧慮到的考量：

- (一) 盡量對稱，防止重心偏移過大
- (二) 車身必須堅固，避免車身晃動而造成實驗誤差
- (三) 確保電力在 70%~80%，指定使用鹼性電池，以減少電力造成馬達的轉速誤差
- (四) 兩動輪是實驗結果的影響對象，故後輪不包胎皮以減少摩擦阻力
- (五) 羅盤感應器必須遠離主機和馬達至少 10cm，減少外在磁場影響
- (六) 車身不要太輕，減少打滑的影響，故使用兩台 NXT 主機
- (七) 打點位置必須在兩輪中點上

四、機器人兩輪車機構說明（第一版）



肆、研究過程或方法

一、實驗流程

我們先製作實驗的流程，確保實驗工作按部就班，不至於失去目的。

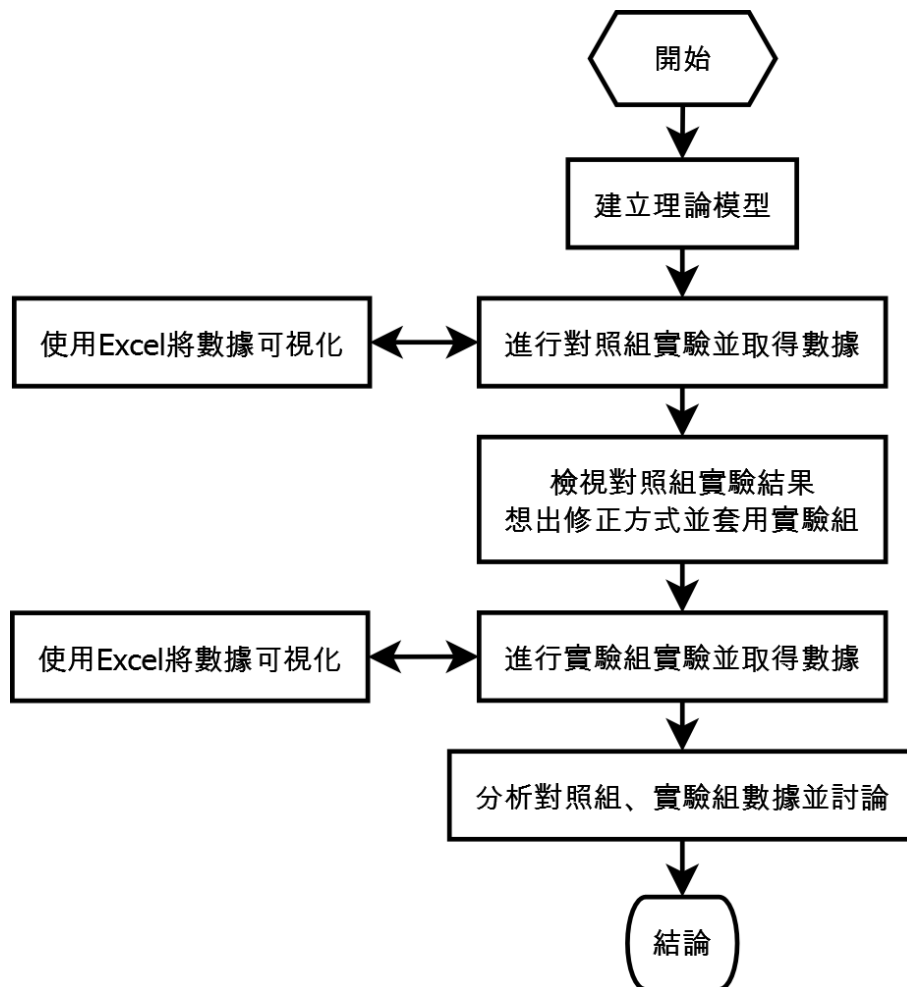


圖 7-實驗工作流程圖

二、建構二輪車理論

(一)、已知假設和條件

在我們研究的模型中，我們給機器人比較嚴苛的條件（請見表 1），機器人只能知道方位和馬達的情形，不能透過定位器得知自己的實際位置，機器人要盡可能的透過有限的資料來走出最接近理論的路線。

| 輸入 | 輸出 |
|-----------------------|--------|
| 羅盤感應器（方位） 馬達（角度位置） | 馬達（移動） |

表 1-機器人已知條件

接者整理二輪機器人模型的已知條件，作為這理論的假設，下表是理論的設定。

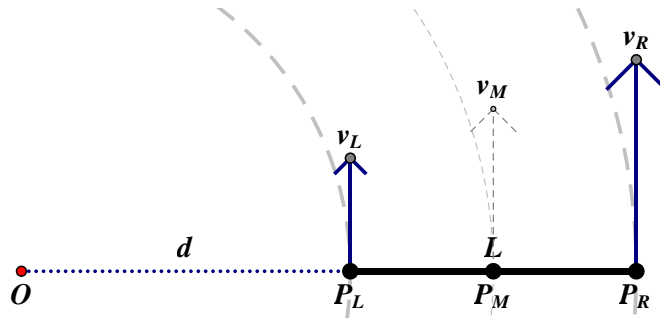


圖 8-代號圖例

| 項目 | 代號 | 單位 | 備註 |
|----------------|-----------------------|---------|-----------------------------------|
| 輪距 | L | cm | 已知為 17.7 cm |
| 車輪半徑 | r | cm | 已知為 2.8cm |
| 左輪、右輪、中點速率 | v_L 、 v_R 、 v_M | cm/s | 皆為常數，且 $v_M = (v_R + v_L) \div 2$ |
| 圓周圓心和左輪距離 | d | cm | 左轉時為正值，右轉時為負值 |
| 轉動圓心位置 | O | cm | 設這點為原點(0,0) |
| 於圓心 O 轉動的角速度 | ω | (rad)/s | |
| 左輪點、右輪點、中點 | P_L 、 P_R 、 P_M | cm | 座標點、位置向量 |

表 2-代號表

我們從參考資料找出適合二輪機器人模型的方程式，我們整理出兩種推導方式，一是適合高中生的程度，另一是用微積分方式。

(二) 二輪機器人模型的方程式推導 (簡易)

令機器人行走 t 秒，軌跡會如圖 9 所示。

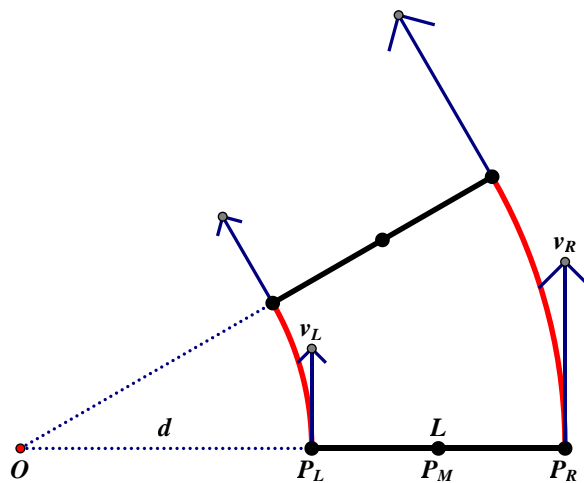


圖 9-代號圖例

車子行進經過時間 t 秒後，車會走出圓弧，設左、右輪所走的弧長分別為 S_L 、 S_R 。

$$S_L = v_L \cdot t \quad S_R = v_R \cdot t$$

已知 S_L 、 S_R ，分別在兩相似扇形上（見圖 9），其長度比等於兩扇型半徑比，可得

$$S_L : S_R = v_L : v_R = d : d + L \quad d = \frac{v_L \cdot L}{v_R - v_L}$$

d 即右輪轉彎半徑，左輪轉彎半徑為 $d + L$ ，兩輪中點轉彎半徑為 $d + \frac{L}{2}$ ，計算可得

$$d + L = \frac{v_R \cdot L}{v_R - v_L} \quad d + \frac{L}{2} = \frac{L}{2} \cdot \frac{v_R + v_L}{v_R - v_L}$$

對車上 P_L 、 P_M 、 P_R 三點而言，角速度相同，可利用點 P_L ，使用公式 $v = r\omega$ ，求得 ω

$$\omega = \frac{v_R - v_L}{L}$$

利用等速率圓周運動公式 $\vec{r} = r \cdot \cos(\omega t + \theta_0) \vec{i} + r \cdot \sin(\omega t + \theta_0) \vec{j}$ 得到 P_M 位置向量。

$$\vec{r}_M = \frac{L}{2} \cdot \frac{v_R + v_L}{v_R - v_L} \cdot \cos\left(\frac{v_R - v_L}{L} \cdot t + \theta_0\right) \vec{i} + \frac{L}{2} \cdot \frac{v_R + v_L}{v_R - v_L} \cdot \sin\left(\frac{v_R - v_L}{L} \cdot t + \theta_0\right) \vec{j}$$

令 $v_R = k \cdot v_L$ ，其中 k 是 v_R 和 v_L 的比值，帶入 d ，可證明半徑和兩輪速率比例有關，而和兩輪速率大小無關。

$$d = \frac{v_L \cdot L}{v_R - v_L} = \frac{v_L \cdot L}{kv_L - v_L} = \frac{L}{k - 1}$$

(三) 二輪機器人模型的方程式推導 (微積分方法)

方程式也可以用微積分的方式在推論出相同的方程式，微積分的方式會更嚴謹。利用相對速度概念，假設 P_L 點靜止，則 P_R 點速率修正為 $v_R - v_L$ 。

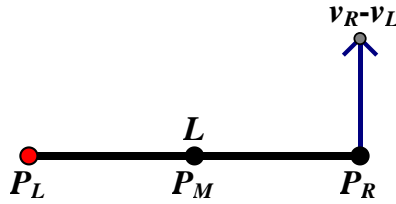


圖 10-代號圖例

在左輪座標中，利用等速率圓周運動公式 $v=r\omega$ ，在 P_R 點上作出 ω 。

$$v_R - v_L = \omega L \quad \omega = \frac{v_R - v_L}{L}$$

時間對 ω 積分，可得角位移 θ ，其中 θ_0 是初角位移。

$$\theta = \frac{v_R - v_L}{L} \cdot t + \theta_0$$

回到地面坐標系中，已知兩輪中點 P_M 速度向量。

$$\vec{v}_M = v_M \cdot \cos\theta \cdot \vec{i} + v_M \cdot \sin\theta \cdot \vec{j}$$

已知 $v_M = \frac{v_R + v_L}{2}$ 、 $\theta = \frac{v_R - v_L}{L} \cdot t + \theta_0$ ，代入 \vec{v}_M 向量得到。

$$\vec{v}_M = \frac{v_R + v_L}{2} \cdot \cos\left(\frac{v_R - v_L}{L} \cdot t + \theta_0\right) \cdot \vec{i} + \frac{v_R + v_L}{2} \cdot \sin\left(\frac{v_R - v_L}{L} \cdot t + \theta_0\right) \cdot \vec{j}$$

以時間對 \vec{v}_M 向量作積分，可得軌跡向量方程式 \vec{r}_M 。

$$\vec{r}_M = \frac{L}{2} \cdot \frac{v_R + v_L}{v_R - v_L} \cdot \cos\left(\frac{v_R - v_L}{L} \cdot t + \theta_0\right) \cdot \vec{i} + \frac{L}{2} \cdot \frac{v_R + v_L}{v_R - v_L} \cdot \sin\left(\frac{v_R - v_L}{L} \cdot t + \theta_0\right) \cdot \vec{j}$$

五、關於實驗組使用的校正方式

(一) 構思

我們先從機器人可以得知資訊出發，機器人可以偵測的數值有實際方位，以及馬達的角度位置，應用控制理論的閉路迴路的模型（圖 11）。為了滿足閉路模型，必須假設車輪轉速有意義，這方面我們在機器人程式中設定機器人電力對馬達轉速進行 PID 控制（P/I/D 值：96/32/32），是馬達的依據是轉速（單位 %/s）而非電力。感應器利用馬達的 tachometer 和羅盤作為回饋（Feedback）。

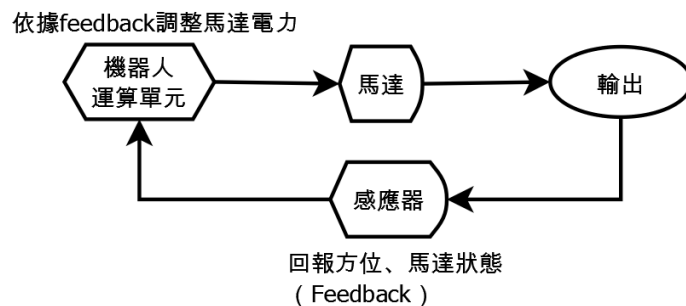


圖 11-閉路方式示意圖

我們考慮而論機器人移動時發生誤差的情形，從經驗得知誤差常見肇因於馬達內部機械耗損或地面阻力，始馬達轉動未完全達到理論轉速，再者不同馬達的良率會有差異。我們藉此推論：實際左右輪馬達轉速比例不同於理論左右輪馬達轉速比例，造成機器人的轉彎半徑比實際大或小，造成軌跡誤差（如圖 12， S_B 為理論軌跡， S_A 、 S_C 分別為半徑過小或過大）。從一開始設定機器人不能得知坐標的設定下，最直接的方式是修正兩輪轉速比例。我們想到的方式是用羅盤偵測數值的時變率，利用理論方位時變率和實際方位時變率之差作為校正依據。因為修正依據是誤差值，我們選擇 PID 控制理論作為修正方式。

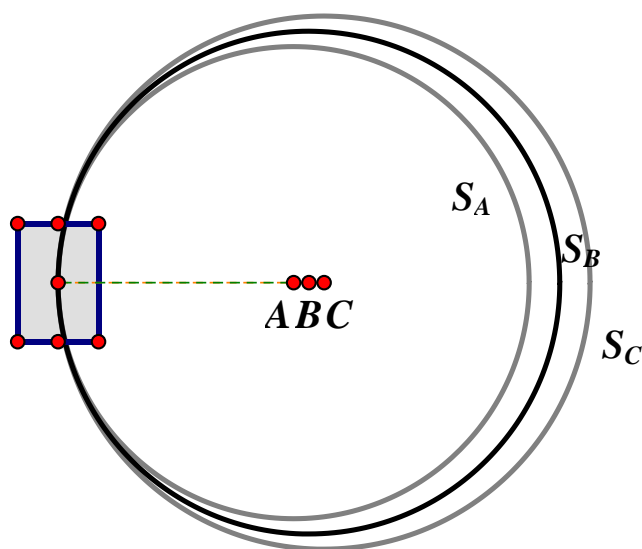


圖 12-閉路方式示意圖

(二) 建立理論

我們從參考資料中整理來 PID 控制器的內容，將我們構思的想法套用進去。我們先定義函數 $e(t)$ ，為誤差的函數。

$$e(t) = \text{目標值}(t) - \text{實際值}(t)$$

利用 $e(t)$ 做成輸出函數 $u(t)$ ， $u(t)$ 是 $e(t)$ 數值、積分值、微分值分別乘上 K_P 、 K_I 、 K_D 三個系數的各項之和，其中我們必須自己找出最佳的 K_P 、 K_I 、 K_D 三個係數值。

$$u(t) = K_P \cdot e(t) + K_I \cdot \int_{t_1}^{t_2} e(t) dt + K_D \cdot \frac{d}{dt} e(t)$$

設定兩輪馬達轉速必須遵守下式的限制，其中 v_{L0} 和 v_{R0} 是左、右輪最初設定的馬達轉速目標值，。

$$v_M = \frac{v_L(t) + v_R(t)}{2} = \frac{v_{L0} + v_{R0}}{2}$$

我們把 $u(t)$ 的積分值加到左馬達的轉速上，減去在右馬達的轉速上。這樣一來馬達轉速仍會遵守其限制。

$$v_L(t) = v_{L0} + \int_{t_1}^{t_2} u(t) dt \quad v_R(t) = v_{R0} - \int_{t_1}^{t_2} u(t) dt$$

當 $e(t)$ 是 0 的時候（沒有誤差），只有 K_I 項之外，其餘兩項是 0，因此轉速的數值一定會震盪，因此必須找出適合我們機器人的 K_P 、 K_I 、 K_D 三個係數值，使劇烈震盪的時間減短、也比較穩定，我們花了將近 4 小時測試，找出的數值為：

| | | | | | |
|-------|-----|-------|-----|-------|-----|
| K_P | 3.0 | K_I | 1.0 | K_D | 0.8 |
|-------|-----|-------|-----|-------|-----|

表 3-實驗組採用 K_P 、 K_I 、 K_D 係數值

將方位時變率的實際值和理論值作為誤差值的來源。

$$e(t) = \text{理論方位時變率} - \text{實際方位時變率}$$

六、設計實驗

(一) 實驗規劃

1. 依據軌跡方程式，需要機器人實際位置的資料，以及轉彎的情形，因此要取得的數據有「實際位置」和「實際方位」兩者。
2. 我們將實驗分為「對照組」和「實驗組」兩組，實驗組使用套用方用修正，和對照組比較。
3. 兩組各要取得六種數據，六種數據的左、右馬達轉速分配請見下表，每種轉速比例有兩種不同大小的轉速，每種數據必須重複做四次 4 次，再求平均作為該組數據。

| 轉速比值 | 1.5 | | 2 | | 3 | |
|------|------------|----------|------------|------------|-------------|------------|
| 對照組 | (1)150-100 | (2)75-50 | (3)200-100 | (4)100-50 | (5)300-100 | (6)150-50 |
| 實驗組 | (7)150-100 | (8)75-50 | (9)200-100 | (10)100-50 | (11)300-100 | (12)150-50 |

表 4-需要取得的實驗數據列表（150-100 代表左、右轉速為 150%/s:100%/s，依此類推）

(二) 實驗步驟

以下是套用於對照組和實驗組的實驗步驟。

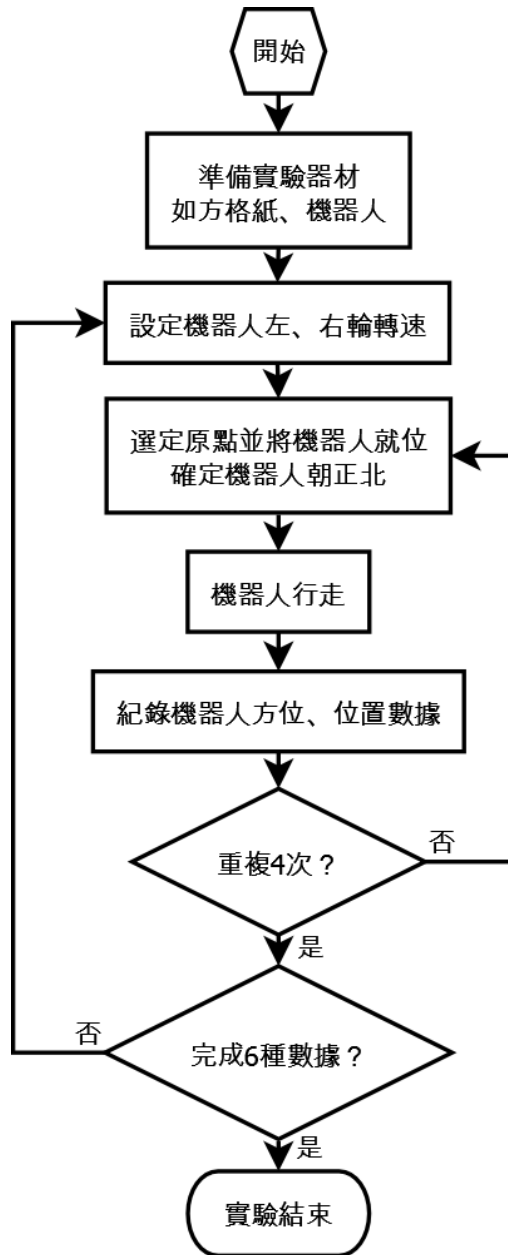


圖 13-實驗步驟

(三) 準備工作

將方格紙放置在平坦地面並固定四周，Y 軸朝向正北（使用機器人羅盤），將機器人就定位。選擇機器人初始的位置的選擇必須要讓機器人全身在方格紙上，且實驗的過程中不會有任一部份離開方格紙範圍。方向朝向正北方，若否則會發出警告音直到方位正確為止。對齊格線時打點筆在出發點上，並確定後輪與打點筆在同一格線上對齊。準備完成後按主機上的按鍵，經過 1 秒機器人開始行走。

常用的初始座標有(15 cm,20 cm)、(15 cm,25 cm)、(20 cm,20 cm)、(20 cm,25 cm)等。

(四) 測量數據

機器人行走其間每 0.5 秒用筆在紙上打點，打點的同時機器人會記錄當下方位，總共歷經 10 秒，共有 20 個點，完成實驗後先記錄機器人螢幕上的方位數據，再逐一測量點的座標位置。數據分為「方位」、「X、Y 座標」，方位是 0 以上小於 360 之間的整數，以度「°」為單位。X、Y 座標取值到 1mm，以毫米「mm」為單位。此外，紀錄數據期間將機器人關機以節省電力，結束紀錄後用橡皮擦把軌跡點擦乾淨再進行下一個實驗。

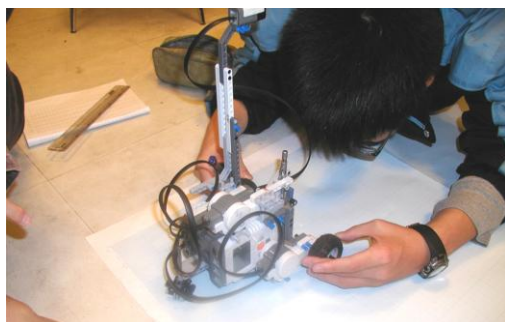


圖 14-對齊格線、校正方位示意圖

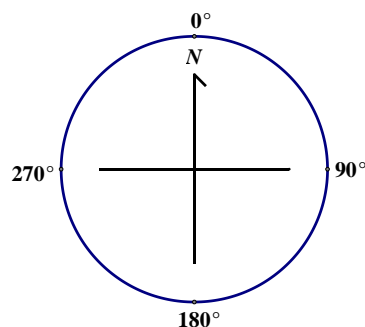


圖 15-方位數據示意圖

方位以正北為 0°，順時鐘遞增

伍、實驗結果

一、摘要

這部分以表列出實驗組和對照組的實驗數據，這裡我們分成**(1)原始數據**、**(2)平均值和理論值**、**(3)軌跡圖**三個部分。以下以「75-50」方式表示該實驗左輪對右輪轉速，單位「°/s」。

二、對照組原始數據

| 時間(s) | 數據1 | | | 數據2 | | | 數據3 | | | 數據4 | | |
|-------|------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|
| | 角位移 (°) | X座標 (cm) | Y座標 (cm) | 角位移 (°) | X座標 (cm) | Y座標 (cm) | 角位移 (°) | X座標 (cm) | Y座標 (cm) | 角位移 (°) | X座標 (cm) | Y座標 (cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 0 | 0.0 | 1.4 | 0 | -0.1 | 1.6 | 0 | -0.1 | 1.9 | 0 | 0.0 | 1.4 |
| 1.0 | 0 | 0.2 | 3.1 | 0 | -0.1 | 3.4 | 2 | 0.0 | 3.5 | 0 | 0.1 | 3.2 |
| 1.5 | 1 | 0.4 | 4.8 | 0 | 0.0 | 5.2 | 4 | 0.1 | 5.1 | 2 | 0.2 | 5.0 |
| 2.0 | 4 | 0.7 | 6.6 | 4 | 0.1 | 7.0 | 6 | 0.3 | 6.8 | 5 | 0.5 | 6.8 |
| 2.5 | 7 | 0.9 | 8.4 | 7 | 0.4 | 8.7 | 8 | 0.6 | 8.6 | 8 | 0.8 | 8.7 |
| 3.0 | 10 | 1.3 | 10.0 | 8 | 0.7 | 10.4 | 11 | 0.9 | 10.4 | 10 | 1.2 | 10.4 |
| 3.5 | 13 | 1.7 | 11.7 | 11 | 1.0 | 12.1 | 14 | 1.3 | 12.2 | 13 | 1.6 | 12.0 |
| 4.0 | 14 | 2.3 | 13.5 | 13 | 1.4 | 13.8 | 16 | 1.8 | 13.9 | 15 | 2.1 | 13.8 |
| 4.5 | 17 | 2.8 | 15.1 | 15 | 1.9 | 15.6 | 18 | 2.3 | 15.6 | 18 | 2.7 | 15.5 |
| 5.0 | 19 | 3.5 | 16.8 | 18 | 2.5 | 17.4 | 20 | 2.8 | 17.2 | 20 | 3.3 | 17.2 |
| 5.5 | 22 | 4.2 | 18.4 | 20 | 3.2 | 19.1 | 22 | 3.5 | 18.8 | 22 | 4.0 | 18.9 |
| 6.0 | 24 | 5.0 | 20.1 | 23 | 3.9 | 20.8 | 25 | 4.2 | 20.5 | 25 | 4.8 | 20.6 |
| 6.5 | 27 | 5.9 | 21.7 | 25 | 4.6 | 22.4 | 27 | 5.0 | 22.5 | 27 | 5.6 | 22.2 |
| 7.0 | 29 | 6.7 | 23.2 | 28 | 5.4 | 24.0 | 30 | 5.9 | 23.7 | 30 | 6.6 | 23.8 |
| 7.5 | 31 | 7.6 | 24.6 | 30 | 6.3 | 25.6 | 33 | 6.8 | 25.3 | 32 | 7.5 | 25.2 |
| 8.0 | 33 | 8.7 | 26.1 | 33 | 7.3 | 27.1 | 35 | 7.8 | 26.8 | 34 | 8.4 | 26.7 |
| 8.5 | 36 | 9.8 | 27.6 | 35 | 8.3 | 28.6 | 37 | 8.9 | 28.3 | 36 | 9.6 | 28.3 |
| 9.0 | 38 | 11.0 | 29.0 | 37 | 9.5 | 30.0 | 40 | 9.9 | 29.7 | 39 | 10.8 | 29.7 |
| 9.5 | 41 | 12.2 | 30.3 | 39 | 10.8 | 31.6 | 42 | 11.2 | 31.0 | 41 | 12.0 | 31.0 |

表 5-對照組 75-50

| 時間(s) | 數據1 | | | 數據2 | | | 數據3 | | | 數據4 | | |
|-------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 0 | -0.1 | 2.5 | 0 | 0.0 | 3.0 | 0 | 0.0 | 3.1 | 0 | 0.0 | 2.9 |
| 1.0 | 3 | 0.2 | 5.7 | 2 | 0.3 | 6.1 | 4 | 0.1 | 6.1 | 3 | 0.4 | 6.2 |
| 1.5 | 8 | 0.7 | 8.7 | 8 | 0.7 | 9.2 | 8 | 0.6 | 9.3 | 8 | 0.9 | 9.6 |
| 2.0 | 13 | 1.4 | 11.7 | 12 | 1.4 | 12.3 | 11 | 1.3 | 12.4 | 14 | 1.7 | 12.8 |
| 2.5 | 17 | 2.3 | 14.6 | 17 | 2.4 | 15.3 | 14 | 2.2 | 15.5 | 18 | 2.8 | 15.9 |
| 3.0 | 22 | 3.5 | 17.6 | 21 | 3.6 | 18.3 | 19 | 3.3 | 18.5 | 23 | 4.0 | 18.9 |
| 3.5 | 25 | 4.8 | 20.4 | 25 | 4.9 | 21.1 | 23 | 4.5 | 21.5 | 27 | 5.5 | 22.0 |
| 4.0 | 30 | 6.3 | 23.1 | 30 | 6.5 | 23.8 | 27 | 6.1 | 24.4 | 32 | 7.0 | 24.9 |
| 4.5 | 34 | 8.1 | 25.6 | 34 | 8.3 | 26.5 | 32 | 7.8 | 27.2 | 36 | 9.1 | 27.5 |
| 5.0 | 37 | 10.0 | 28.1 | 38 | 10.2 | 29.1 | 36 | 9.8 | 29.9 | 40 | 11.4 | 30.1 |
| 5.5 | 42 | 12.3 | 30.5 | 42 | 12.5 | 31.5 | 40 | 12.1 | 32.4 | 46 | 13.8 | 32.6 |
| 6.0 | 47 | 14.5 | 32.7 | 47 | 14.7 | 33.6 | 44 | 14.1 | 34.7 | 50 | 16.2 | 34.9 |
| 6.5 | 51 | 16.9 | 34.7 | 51 | 17.2 | 35.7 | 49 | 16.6 | 37.0 | 54 | 18.8 | 36.8 |
| 7.0 | 55 | 19.4 | 36.5 | 56 | 19.8 | 37.5 | 53 | 19.2 | 39.0 | 59 | 21.5 | 38.6 |
| 7.5 | 59 | 22.1 | 38.2 | 60 | 22.6 | 39.2 | 57 | 21.8 | 40.8 | 63 | 24.5 | 40.3 |
| 8.0 | 63 | 24.8 | 39.6 | 64 | 25.4 | 40.6 | 60 | 24.6 | 42.4 | 66 | 27.7 | 41.8 |
| 8.5 | 67 | 27.7 | 40.9 | 68 | 28.5 | 42.0 | 65 | 27.5 | 43.9 | 71 | 30.8 | 43.0 |
| 9.0 | 71 | 30.6 | 41.9 | 71 | 31.5 | 43.0 | 68 | 30.8 | 45.1 | 75 | 33.9 | 43.9 |
| 9.5 | 75 | 33.9 | 42.9 | 75 | 34.7 | 43.9 | 72 | 33.9 | 46.1 | 79 | 37.3 | 44.6 |

表 6-對照組 150-100

| 時間(s) | 數據1 | | | 數據2 | | | 數據3 | | | 數據4 | | |
|-------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | -1 | 0.2 | 1.8 | 0 | 0.0 | 2.1 | 0 | 0.1 | 1.7 | 0 | -0.1 | 1.7 |
| 1.0 | 3 | 0.5 | 4.0 | 4 | 0.5 | 4.3 | 2 | 0.3 | 4.0 | 1 | 0.0 | 4.1 |
| 1.5 | 8 | 0.8 | 6.1 | 9 | 0.8 | 6.5 | 7 | 0.7 | 6.3 | 8 | 0.4 | 6.4 |
| 2.0 | 13 | 1.4 | 8.2 | 15 | 1.4 | 8.7 | 12 | 1.3 | 8.6 | 14 | 1.1 | 8.5 |
| 2.5 | 18 | 2.2 | 10.3 | 21 | 2.2 | 10.8 | 17 | 2.1 | 10.9 | 18 | 1.9 | 10.8 |
| 3.0 | 23 | 3.1 | 12.1 | 26 | 3.3 | 12.8 | 22 | 3 | 13.0 | 24 | 3.0 | 13.0 |
| 3.5 | 28 | 4.2 | 14.2 | 31 | 4.2 | 14.2 | 27 | 4.2 | 15.1 | 29 | 4.2 | 15.0 |
| 4.0 | 33 | 5.4 | 16.0 | 36 | 5.9 | 16.6 | 32 | 5.6 | 17.2 | 35 | 5.6 | 17.9 |
| 4.5 | 37 | 6.7 | 17.7 | 41 | 7.4 | 18.3 | 37 | 7.2 | 19.1 | 40 | 7.1 | 18.5 |
| 5.0 | 42 | 8.4 | 19.4 | 47 | 9.1 | 19.8 | 44 | 9.1 | 20.9 | 45 | 8.9 | 20.4 |
| 5.5 | 48 | 10.0 | 20.8 | 51 | 10.9 | 21.2 | 50 | 10.8 | 22.5 | 51 | 10.7 | 21.7 |
| 6.0 | 53 | 11.9 | 22.2 | 57 | 12.8 | 22.5 | 55 | 12.8 | 23.9 | 56 | 12.7 | 23.1 |
| 6.5 | 58 | 13.6 | 23.3 | 61 | 14.8 | 23.5 | 60 | 15.1 | 25.2 | 60 | 14.9 | 24.3 |
| 7.0 | 63 | 15.6 | 24.4 | 66 | 17.0 | 24.5 | 65 | 17.5 | 26.3 | 66 | 17.0 | 25.1 |
| 7.5 | 68 | 17.7 | 25.2 | 72 | 19.2 | 25.3 | 71 | 20.1 | 27.2 | 71 | 19.3 | 25.9 |
| 8.0 | 72 | 19.8 | 25.9 | 76 | 21.5 | 25.8 | 76 | 22.4 | 27.7 | 76 | 21.6 | 26.5 |
| 8.5 | 76 | 22.0 | 26.4 | 81 | 23.8 | 26.2 | 82 | 24.9 | 28.1 | 80 | 24.1 | 26.9 |
| 9.0 | 81 | 24.3 | 26.6 | 85 | 26.1 | 26.3 | 86 | 27.5 | 28.3 | 85 | 26.5 | 27.0 |
| 9.5 | 85 | 26.5 | 26.8 | 90 | 28.6 | 26.3 | 90 | 30.3 | 28.1 | 90 | 28.9 | 26.9 |

表 7-對照組 100-50

| 時間(s) | 數據1 | | | 數據2 | | | 數據3 | | | 數據4 | | |
|-------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 0 | 0.1 | 3.8 | 0 | 0.2 | 3.7 | 0 | 0.1 | 4.1 | 0 | 0.3 | 4.0 |
| 1.0 | 8 | 1.0 | 8.1 | 0 | 1.2 | 8.2 | 0 | 1.1 | 8.5 | 10 | 1.3 | 8.1 |
| 1.5 | 18 | 2.5 | 12.1 | 18 | 2.9 | 12.4 | 18 | 2.9 | 12.0 | 20 | 3.1 | 12.1 |
| 2.0 | 27 | 4.9 | 16.1 | 29 | 5.4 | 16.4 | 29 | 5.3 | 16.9 | 30 | 5.4 | 15.7 |
| 2.5 | 36 | 7.8 | 19.7 | 39 | 8.8 | 20.1 | 37 | 8.5 | 20.6 | 39 | 8.3 | 19.0 |
| 3.0 | 46 | 11.2 | 22.6 | 50 | 12.6 | 23.1 | 49 | 12.5 | 23.7 | 50 | 11.8 | 21.8 |
| 3.5 | 56 | 15.3 | 25.1 | 60 | 17.4 | 25.5 | 60 | 16.8 | 26.0 | 60 | 15.6 | 24.0 |
| 4.0 | 65 | 19.8 | 27.0 | 71 | 21.8 | 26.9 | 69 | 22.0 | 27.5 | 68 | 19.6 | 25.5 |
| 4.5 | 75 | 24.2 | 27.9 | 80 | 26.5 | 27.5 | 81 | 26.7 | 28.1 | 77 | 24.0 | 26.4 |
| 5.0 | 84 | 29.1 | 28.1 | 89 | 30.8 | 27.2 | 90 | 32.0 | 27.8 | 86 | 28.4 | 26.5 |
| 5.5 | 93 | 34.2 | 27.2 | 99 | 36.7 | 26.1 | 98 | 37.5 | 26.5 | 95 | 32.9 | 25.9 |
| 6.0 | 104 | 38.4 | 26.0 | 108 | 41.8 | 23.8 | 109 | 41.8 | 24.3 | 104 | 36.9 | 24.6 |
| 6.5 | 113 | 42.8 | 23.6 | 120 | 45.9 | 20.8 | 120 | 46.3 | 20.9 | 112 | 40.9 | 22.8 |
| 7.0 | 123 | 46.5 | 20.6 | 130 | 49.5 | 17.1 | 132 | 49.6 | 17.3 | 122 | 44.5 | 20.1 |
| 7.5 | 133 | 49.8 | 16.9 | 142 | 52.3 | 12.6 | 143 | 52.4 | 12.7 | 130 | 47.6 | 17.1 |
| 8.0 | 143 | 52.3 | 12.8 | 153 | 54.1 | 7.8 | 153 | 54.2 | 7.8 | 140 | 50.2 | 13.3 |
| 8.5 | 153 | 54.0 | 8.3 | 163 | 55.0 | 2.3 | 165 | 55.0 | 2.6 | 150 | 52.1 | 9.3 |
| 9.0 | 163 | 54.2 | 4.5 | 174 | 54.9 | -2.8 | 175 | 54.7 | -2.9 | 159 | 53.4 | 5.1 |
| 9.5 | 173 | 54.6 | -1.0 | 184 | 53.6 | -3.3 | 185 | 53.2 | -8.4 | 167 | 53.9 | 0.6 |

表 8-對照組 200-100

| 時間(s) | 數據1 | | | 數據2 | | | 數據3 | | | 數據4 | | |
|-------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 0 | 0.2 | 2.4 | 0 | 0.4 | 3.5 | 0 | 0.3 | 2.4 | 0 | 0.5 | 3.0 |
| 1.0 | 8 | 0.0 | 4.1 | 10 | 1.0 | 6.3 | 0 | 0.8 | 5.0 | 6 | 0.9 | 5.0 |
| 1.5 | 22 | 0.8 | 6.0 | 17 | 2.1 | 9.4 | 16 | 1.9 | 7.7 | 15 | 1.9 | 7.5 |
| 2.0 | 32 | 2.3 | 7.5 | 27 | 3.9 | 12.4 | 26 | 3.3 | 10.1 | 25 | 3.3 | 9.9 |
| 2.5 | 43 | 4.2 | 11.1 | 36 | 6.0 | 15.0 | 37 | 5.2 | 12.4 | 34 | 5.1 | 12.1 |
| 3.0 | 55 | 6.6 | 13.4 | 47 | 8.7 | 17.2 | 46 | 7.4 | 14.3 | 44 | 7.7 | 13.9 |
| 3.5 | 65 | 9.2 | 15.2 | 58 | 11.6 | 18.9 | 55 | 9.9 | 15.9 | 53 | 9.4 | 15.4 |
| 4.0 | 75 | 12.2 | 16.5 | 68 | 14.9 | 20.0 | 64 | 12.8 | 17.1 | 62 | 12.0 | 16.7 |
| 4.5 | 85 | 15.4 | 17.1 | 79 | 18.2 | 20.4 | 75 | 15.7 | 17.8 | 72 | 14.8 | 17.4 |
| 5.0 | 95 | 18.9 | 17.2 | 89 | 21.7 | 20.2 | 85 | 18.7 | 17.9 | 81 | 17.6 | 17.7 |
| 5.5 | 104 | 22.1 | 16.7 | 98 | 25.1 | 19.4 | 92 | 21.9 | 17.5 | 89 | 20.4 | 17.5 |
| 6.0 | 110 | 25.2 | 15.6 | 109 | 28.3 | 17.9 | 102 | 24.9 | 16.5 | 97 | 23.3 | 16.9 |
| 6.5 | 126 | 28.1 | 13.9 | 120 | 31.1 | 15.9 | 112 | 27.6 | 15.2 | 106 | 26.1 | 15.7 |
| 7.0 | 136 | 30.5 | 11.8 | 131 | 33.7 | 13.5 | 121 | 30.0 | 13.3 | 115 | 28.4 | 14.3 |
| 7.5 | 146 | 32.6 | 9.1 | 143 | 35.3 | 10.3 | 130 | 32.2 | 10.9 | 124 | 30.8 | 12.3 |
| 8.0 | 157 | 34.1 | 6.2 | 153 | 36.5 | 6.9 | 141 | 34.0 | 8.1 | 133 | 32.7 | 9.8 |
| 8.5 | 169 | 35.0 | 2.9 | 164 | 37.1 | 3.2 | 152 | 35.1 | 5.3 | 143 | 34.2 | 7.2 |
| 9.0 | 179 | 35.3 | -0.3 | 175 | 36.9 | -0.1 | 161 | 35.8 | 2.1 | 153 | 35.3 | 4.4 |
| 9.5 | 188 | 35.1 | -3.6 | 185 | 36.1 | -3.0 | 170 | 35.9 | -1.5 | 162 | 35.8 | 1.4 |

表 9-對照組 150-50

| 時間(s) | 數據1 | | | 數據2 | | | 數據3 | | | 數據4 | | |
|-------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 0 | 0.4 | 4.6 | 0 | 0.4 | 4.8 | 0 | 0.5 | 5.0 | 0 | 0.7 | 5.0 |
| 1.0 | 14 | 2.1 | 9.3 | 17 | 2.9 | 10.1 | 18 | 2.6 | 10.0 | 16 | 3.2 | 10.3 |
| 1.5 | 29 | 5.3 | 13.4 | 36 | 6.6 | 14.2 | 35 | 6.3 | 14.3 | 36 | 7.0 | 14.3 |
| 2.0 | 44 | 9.2 | 16.4 | 54 | 11.8 | 17.1 | 54 | 11.1 | 17.2 | 54 | 12.3 | 17.2 |
| 2.5 | 61 | 14.0 | 18.8 | 72 | 17.0 | 18.3 | 70 | 16.4 | 18.7 | 73 | 17.4 | 18.3 |
| 3.0 | 76 | 19.3 | 19.6 | 87 | 22.9 | 17.9 | 86 | 21.9 | 18.5 | 88 | 23.3 | 17.8 |
| 3.5 | 90 | 24.7 | 18.9 | 103 | 28.2 | 15.8 | 101 | 27.5 | 16.7 | 104 | 28.4 | 15.7 |
| 4.0 | 105 | 29.7 | 16.5 | 118 | 32.7 | 12.3 | 117 | 31.9 | 13.5 | 120 | 32.9 | 12.1 |
| 4.5 | 122 | 33.6 | 13.1 | 136 | 35.9 | 7.3 | 134 | 35.4 | 8.6 | 138 | 36.0 | 7.3 |
| 5.0 | 139 | 36.5 | 8.1 | 154 | 37.4 | 1.5 | 153 | 37.1 | 3.1 | 155 | 37.5 | 1.4 |
| 5.5 | 156 | 37.8 | 2.6 | 172 | 37.0 | -4.4 | 170 | 37.1 | -2.9 | 172 | 37.2 | -4.3 |
| 6.0 | 172 | 37.5 | -2.9 | 188 | 34.8 | -9.9 | 187 | 35.2 | -8.2 | 189 | 34.9 | -10.0 |
| 6.5 | 189 | 35.5 | -8.1 | 207 | 30.8 | -14.5 | 205 | 31.5 | -13.0 | 207 | 31.2 | -14.2 |
| 7.0 | 205 | 31.9 | -12.5 | 225 | 25.8 | -17.5 | 223 | 26.6 | -16.3 | 226 | 26.1 | -17.4 |
| 7.5 | 223 | 27.2 | -15.6 | 243 | 19.8 | -18.8 | 241 | 20.9 | -17.9 | 243 | 20.5 | -18.7 |
| 8.0 | 240 | 21.8 | -17.1 | 261 | 14.0 | -18.1 | 259 | 15.1 | -17.6 | 261 | 14.5 | -18.1 |
| 8.5 | 257 | 16.2 | -16.9 | 278 | 8.3 | -15.4 | 276 | 9.5 | -15.5 | 278 | 9.2 | -15.7 |
| 9.0 | 272 | 10.8 | -15.0 | 300 | 4.2 | -11.5 | 295 | 4.9 | -11.6 | 297 | 4.7 | -11.6 |
| 9.5 | 292 | 6.3 | -11.6 | 319 | 1.2 | -5.5 | 316 | 1.6 | -5.6 | 318 | 1.8 | -6.0 |

表 10-對照組 300-100

三、實驗組原始數據

| 時間(s) | 數據1 | | | 數據2 | | | 數據3 | | | 數據4 | | |
|-------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 2 | 0.1 | 1.9 | 2 | -0.1 | 2.0 | 2 | 0.0 | 2.7 | 1 | 0.4 | 2.5 |
| 1.0 | 3 | 0.3 | 3.5 | 3 | 0.1 | 3.7 | 5 | 0.1 | 4.3 | 4 | 0.5 | 4.2 |
| 1.5 | 5 | 0.3 | 5.2 | 5 | 0.2 | 5.7 | 6 | 0.2 | 6.3 | 6 | 0.7 | 6.3 |
| 2.0 | 8 | 0.6 | 7.0 | 8 | 0.5 | 7.7 | 8 | 0.5 | 8.4 | 8 | 1.0 | 8.2 |
| 2.5 | 10 | 0.9 | 9.0 | 12 | 0.6 | 9.5 | 10 | 0.8 | 10.5 | 10 | 1.3 | 10.5 |
| 3.0 | 14 | 1.2 | 10.5 | 11 | 1.0 | 11.0 | 12 | 1.2 | 12.4 | 12 | 1.8 | 12.4 |
| 3.5 | 14 | 1.5 | 12.3 | 13 | 1.4 | 13.0 | 14 | 1.6 | 14.5 | 14 | 2.3 | 14.6 |
| 4.0 | 16 | 2.1 | 14.1 | 15 | 1.8 | 14.7 | 16 | 2.1 | 16.4 | 16 | 2.8 | 16.4 |
| 4.5 | 18 | 2.6 | 16.2 | 17 | 2.4 | 17.0 | 18 | 2.7 | 18.5 | 18 | 3.4 | 18.3 |
| 5.0 | 20 | 3.3 | 18.0 | 19 | 3.0 | 18.9 | 20 | 3.1 | 19.5 | 21 | 3.8 | 19.8 |
| 5.5 | 22 | 3.9 | 20.1 | 22 | 3.7 | 20.8 | 22 | 3.7 | 21.5 | 22 | 4.1 | 20.5 |
| 6.0 | 25 | 4.6 | 21.6 | 24 | 4.5 | 22.7 | 23 | 4.5 | 23.5 | 25 | 4.6 | 21.9 |
| 6.5 | 25 | 5.3 | 23.5 | 25 | 5.4 | 24.9 | 25 | 5.3 | 25.5 | 27 | 5.1 | 23.1 |
| 7.0 | 27 | 6.1 | 25.0 | 27 | 6.1 | 26.4 | 27 | 6.2 | 27.3 | 27 | 6.0 | 24.7 |
| 7.5 | 30 | 6.9 | 26.9 | 30 | 6.7 | 27.7 | 29 | 7.1 | 29.2 | 30 | 6.9 | 26.6 |
| 8.0 | 33 | 7.8 | 28.3 | 31 | 7.5 | 29.1 | 32 | 7.9 | 30.9 | 32 | 7.9 | 28.3 |
| 8.5 | 34 | 8.9 | 30.1 | 34 | 8.5 | 30.9 | 33 | 8.7 | 32.6 | 33 | 9.0 | 30.0 |
| 9.0 | 35 | 9.9 | 31.6 | 36 | 9.7 | 32.5 | 35 | 10.1 | 34.3 | 35 | 10.0 | 31.7 |
| 9.5 | 37 | 11.1 | 33.5 | 37 | 10.8 | 34.3 | 38 | 11.3 | 36.2 | 37 | 11.2 | 33.4 |

表 11-實驗組 75-50

| 時間(s) | 數據1 | | | 數據2 | | | 數據3 | | | 數據4 | | |
|-------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 4 | 0.0 | 4.0 | 4 | 0.1 | 4.4 | 4 | 0.0 | 4.2 | 4 | 0.2 | 4.5 |
| 1.0 | 7 | 0.5 | 7.5 | 8 | 0.6 | 7.8 | 7 | 0.5 | 8.0 | 8 | 0.8 | 8.0 |
| 1.5 | 12 | 1.2 | 11.5 | 12 | 1.2 | 11.8 | 12 | 0.9 | 11.3 | 12 | 1.5 | 11.7 |
| 2.0 | 16 | 2.1 | 14.8 | 17 | 2.1 | 15.1 | 16 | 1.9 | 14.9 | 16 | 2.6 | 15.3 |
| 2.5 | 22 | 3.3 | 18.4 | 20 | 3.1 | 18.6 | 20 | 2.7 | 18.2 | 20 | 3.8 | 18.8 |
| 3.0 | 24 | 4.7 | 21.7 | 24 | 4.4 | 21.6 | 23 | 4.1 | 21.5 | 24 | 5.4 | 22.2 |
| 3.5 | 28 | 6.1 | 24.9 | 29 | 6.0 | 25.2 | 27 | 5.5 | 24.8 | 28 | 6.9 | 25.3 |
| 4.0 | 32 | 8.1 | 28.0 | 32 | 7.8 | 28.2 | 32 | 7.3 | 28.1 | 32 | 9.0 | 28.6 |
| 4.5 | 35 | 10.0 | 31.1 | 35 | 9.7 | 31.3 | 35 | 9.0 | 31.0 | 36 | 10.8 | 31.3 |
| 5.0 | 39 | 12.4 | 33.8 | 39 | 11.7 | 33.8 | 40 | 11.2 | 33.8 | 40 | 13.3 | 34.2 |
| 5.5 | 43 | 15.5 | 35.2 | 44 | 14.1 | 36.7 | 43 | 13.3 | 36.5 | 43 | 15.5 | 37.0 |
| 6.0 | 48 | 16.0 | 37.6 | 48 | 16.5 | 39.3 | 47 | 16.5 | 39.2 | 48 | 17.1 | 38.5 |
| 6.5 | 51 | 18.6 | 40.2 | 51 | 19.4 | 42.0 | 51 | 18.5 | 41.6 | 52 | 19.5 | 40.7 |
| 7.0 | 55 | 21.5 | 42.3 | 55 | 22.0 | 43.9 | 55 | 21.2 | 43.8 | 55 | 22.4 | 43.0 |
| 7.5 | 60 | 24.6 | 44.6 | 60 | 25.2 | 46.2 | 60 | 25.1 | 46.1 | 60 | 25.4 | 45.0 |
| 8.0 | 63 | 28.0 | 46.4 | 65 | 26.4 | 47.0 | 63 | 27.5 | 47.9 | 63 | 29.0 | 47.1 |
| 8.5 | 68 | 31.3 | 48.1 | 67 | 30.0 | 48.8 | 67 | 30.5 | 49.5 | 68 | 32.1 | 48.8 |
| 9.0 | 71 | 34.6 | 49.4 | 71 | 32.9 | 50.0 | 71 | 33.9 | 50.8 | 72 | 35.5 | 50.0 |
| 9.5 | 76 | 38.1 | 50.5 | 75 | 36.1 | 51.2 | 75 | 37.0 | 51.9 | 75 | 39.0 | 51.2 |

表 12-實驗組 150-100

| 時間(s) | 數據1 | | | 數據2 | | | 數據3 | | | 數據4 | | |
|-------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 4 | 0.0 | 2.2 | 4 | 0.1 | 2.1 | 5 | 0.1 | 2.3 | 4 | 0.0 | 2.7 |
| 1.0 | 8 | 0.4 | 3.9 | 8 | 0.4 | 3.6 | 8 | 0.6 | 3.9 | 8 | 0.4 | 3.4 |
| 1.5 | 12 | 0.6 | 5.6 | 12 | 0.5 | 5.3 | 12 | 1.0 | 5.8 | 12 | 0.7 | 5.3 |
| 2.0 | 18 | 1.1 | 7.4 | 16 | 1.1 | 7.1 | 16 | 1.7 | 7.7 | 17 | 1.3 | 7.1 |
| 2.5 | 20 | 1.6 | 9.3 | 20 | 1.6 | 9.0 | 21 | 2.3 | 9.5 | 21 | 1.9 | 9.1 |
| 3.0 | 25 | 2.3 | 10.7 | 24 | 2.3 | 10.8 | 24 | 3.1 | 11.1 | 25 | 2.8 | 10.8 |
| 3.5 | 28 | 3.1 | 12.6 | 27 | 3.1 | 12.8 | 28 | 3.9 | 12.7 | 29 | 3.5 | 12.5 |
| 4.0 | 32 | 4.0 | 14.0 | 32 | 4.1 | 14.4 | 32 | 5.0 | 14.2 | 33 | 4.6 | 14.2 |
| 4.5 | 36 | 4.9 | 15.7 | 36 | 5.0 | 16.2 | 37 | 6.0 | 15.8 | 36 | 5.5 | 15.7 |
| 5.0 | 40 | 6.0 | 17.0 | 40 | 6.3 | 17.8 | 40 | 7.4 | 17.3 | 40 | 6.8 | 17.1 |
| 5.5 | 44 | 7.3 | 18.6 | 43 | 8.6 | 19.6 | 44 | 8.5 | 18.7 | 43 | 8.0 | 18.6 |
| 6.0 | 48 | 8.8 | 20.0 | 48 | 9.0 | 21.0 | 50 | 9.7 | 19.6 | 47 | 9.5 | 19.9 |
| 6.5 | 53 | 10.0 | 21.3 | 51 | 10.3 | 22.5 | 51 | 11.2 | 21.0 | 51 | 10.9 | 21.3 |
| 7.0 | 57 | 11.0 | 22.2 | 55 | 11.9 | 23.6 | 55 | 12.7 | 21.9 | 55 | 12.7 | 22.6 |
| 7.5 | 60 | 12.9 | 23.4 | 59 | 13.5 | 24.8 | 60 | 14.2 | 22.9 | 59 | 14.4 | 23.8 |
| 8.0 | 63 | 14.5 | 24.5 | 63 | 15.2 | 25.8 | 65 | 15.9 | 23.7 | 63 | 16.1 | 24.7 |
| 8.5 | 68 | 16.1 | 25.2 | 68 | 16.9 | 26.8 | 68 | 17.8 | 24.7 | 67 | 17.9 | 25.6 |
| 9.0 | 71 | 18.0 | 25.9 | 71 | 18.5 | 27.5 | 71 | 19.7 | 25.2 | 72 | 19.7 | 26.3 |
| 9.5 | 76 | 19.7 | 26.3 | 76 | 20.5 | 28.3 | 75 | 21.5 | 25.9 | 75 | 21.6 | 27.0 |

表 13-實驗組 100-50

| 時間(s) | 數據1 | | | 數據2 | | | 數據3 | | | 數據4 | | |
|-------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 8 | 0.5 | 4.4 | 5 | 0.3 | 4.3 | 7 | 0.5 | 4.3 | 8 | 0.5 | 4.2 |
| 1.0 | 15 | 1.6 | 8.4 | 16 | 1.1 | 7.2 | 15 | 1.5 | 7.7 | 16 | 1.4 | 7.7 |
| 1.5 | 24 | 2.8 | 11.9 | 25 | 2.4 | 10.9 | 25 | 2.8 | 11.2 | 25 | 2.8 | 11.0 |
| 2.0 | 32 | 4.7 | 15.4 | 32 | 4.0 | 13.8 | 31 | 4.7 | 14.5 | 32 | 4.6 | 14.4 |
| 2.5 | 40 | 7.0 | 18.3 | 40 | 6.2 | 17.0 | 40 | 6.9 | 17.4 | 41 | 6.7 | 17.2 |
| 3.0 | 48 | 9.7 | 21.2 | 48 | 8.7 | 19.5 | 48 | 9.5 | 20.0 | 49 | 9.4 | 20.0 |
| 3.5 | 55 | 12.5 | 23.5 | 56 | 11.9 | 22.2 | 55 | 12.4 | 22.5 | 57 | 12.3 | 22.4 |
| 4.0 | 63 | 16.0 | 25.6 | 64 | 14.9 | 23.9 | 64 | 15.6 | 24.3 | 64 | 15.6 | 24.3 |
| 4.5 | 72 | 19.6 | 27.2 | 72 | 18.4 | 25.6 | 73 | 20.0 | 25.8 | 72 | 19.1 | 25.8 |
| 5.0 | 80 | 23.4 | 28.1 | 80 | 21.8 | 26.5 | 81 | 22.7 | 26.7 | 79 | 22.7 | 26.7 |
| 5.5 | 87 | 27.1 | 28.6 | 87 | 25.8 | 27.0 | 89 | 26.3 | 27.2 | 87 | 26.3 | 27.1 |
| 6.0 | 97 | 31.0 | 28.4 | 97 | 29.2 | 26.9 | 97 | 30.0 | 27.0 | 97 | 30.0 | 26.9 |
| 6.5 | 103 | 34.8 | 27.7 | 102 | 33.3 | 26.2 | 104 | 33.8 | 26.3 | 105 | 33.7 | 26.3 |
| 7.0 | 111 | 38.4 | 26.3 | 111 | 36.6 | 25.0 | 111 | 37.4 | 25.0 | 112 | 37.2 | 24.9 |
| 7.5 | 120 | 41.9 | 24.5 | 119 | 39.1 | 23.3 | 120 | 40.7 | 23.2 | 120 | 40.6 | 23.0 |
| 8.0 | 126 | 45.1 | 22.5 | 127 | 42.8 | 21.0 | 127 | 43.7 | 20.8 | 127 | 43.7 | 20.6 |
| 8.5 | 135 | 47.8 | 19.4 | 136 | 45.7 | 18.4 | 135 | 46.4 | 18.3 | 136 | 46.4 | 18.1 |
| 9.0 | 144 | 50.3 | 16.5 | 142 | 47.9 | 15.5 | 144 | 48.6 | 15.3 | 143 | 48.7 | 15.0 |
| 9.5 | 150 | 52.3 | 13.3 | 152 | 49.9 | 12.2 | 150 | 50.6 | 12.0 | 150 | 50.6 | 11.6 |

表 14-實驗組 200-100

| 時間(s) | 數據1 | | | 數據2 | | | 數據3 | | | 數據4 | | |
|-------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 7 | 0.2 | 2.8 | 5 | 0.2 | 2.9 | 7 | 0.2 | 3.0 | 3 | 0.1 | 3.0 |
| 1.0 | 15 | 0.8 | 4.9 | 14 | 0.8 | 5.0 | 14 | 0.8 | 5.3 | 8 | 0.7 | 5.0 |
| 1.5 | 24 | 1.7 | 7.2 | 25 | 1.5 | 7.2 | 23 | 1.6 | 7.7 | 21 | 1.6 | 7.2 |
| 2.0 | 31 | 2.8 | 9.3 | 30 | 2.7 | 9.2 | 31 | 2.8 | 9.7 | 29 | 2.7 | 9.3 |
| 2.5 | 41 | 4.2 | 11.2 | 36 | 4.0 | 11.2 | 40 | 4.2 | 11.8 | 36 | 5.0 | 11.2 |
| 3.0 | 48 | 5.9 | 12.9 | 42 | 5.6 | 12.8 | 47 | 5.9 | 13.5 | 43 | 5.7 | 12.8 |
| 3.5 | 57 | 7.6 | 14.4 | 51 | 7.6 | 14.5 | 55 | 7.8 | 15.1 | 54 | 7.3 | 14.3 |
| 4.0 | 64 | 9.7 | 15.7 | 62 | 9.6 | 15.6 | 64 | 9.9 | 16.4 | 63 | 9.2 | 15.4 |
| 4.5 | 72 | 11.8 | 16.6 | 72 | 11.6 | 16.6 | 72 | 12.1 | 17.3 | 72 | 11.7 | 16.5 |
| 5.0 | 80 | 14.2 | 17.2 | 80 | 15.0 | 17.1 | 80 | 14.4 | 17.9 | 80 | 14.1 | 17.1 |
| 5.5 | 90 | 16.7 | 17.6 | 88 | 16.3 | 17.5 | 90 | 16.5 | 18.3 | 89 | 16.5 | 17.4 |
| 6.0 | 97 | 19.1 | 17.5 | 96 | 18.4 | 17.4 | 97 | 19.1 | 18.1 | 98 | 18.6 | 17.4 |
| 6.5 | 104 | 21.6 | 17.1 | 104 | 20.8 | 17.0 | 104 | 21.7 | 17.7 | 104 | 21.4 | 16.9 |
| 7.0 | 112 | 23.7 | 16.3 | 112 | 23.3 | 16.1 | 112 | 23.9 | 16.9 | 112 | 23.9 | 16.0 |
| 7.5 | 120 | 25.9 | 15.1 | 120 | 25.5 | 15.0 | 120 | 26.2 | 15.8 | 120 | 26.2 | 14.6 |
| 8.0 | 127 | 27.8 | 13.6 | 127 | 27.5 | 13.5 | 129 | 28.1 | 14.3 | 126 | 28.2 | 13.3 |
| 8.5 | 136 | 29.7 | 12.0 | 136 | 29.5 | 11.6 | 135 | 30.0 | 12.6 | 136 | 30.0 | 11.7 |
| 9.0 | 140 | 31.0 | 10.0 | 144 | 31.0 | 9.7 | 143 | 31.4 | 10.5 | 144 | 31.4 | 9.7 |
| 9.5 | 152 | 32.3 | 8.0 | 150 | 32.4 | 7.5 | 152 | 32.8 | 8.5 | 150 | 33.0 | 7.4 |

表 15-實驗組 150-50

| 時間(s) | 數據1 | | | 數據2 | | | 數據3 | | | 數據4 | | |
|-------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 14 | 1.3 | 5.2 | 13 | 1.4 | 5.5 | 14 | 1.2 | 5.9 | 14 | 0.3 | 5.9 |
| 1.0 | 30 | 3.7 | 9.5 | 33 | 4.0 | 9.6 | 29 | 3.7 | 9.3 | 30 | 4.6 | 9.5 |
| 1.5 | 49 | 6.9 | 13.1 | 51 | 7.8 | 13.8 | 42 | 6.5 | 12.6 | 47 | 7.0 | 13.3 |
| 2.0 | 67 | 11.0 | 15.5 | 66 | 11.7 | 16.0 | 64 | 10.4 | 14.9 | 64 | 10.9 | 15.5 |
| 2.5 | 80 | 16.1 | 17.3 | 79 | 17.3 | 17.8 | 79 | 15.5 | 16.6 | 82 | 15.3 | 17.1 |
| 3.0 | 95 | 20.0 | 17.0 | 95 | 22.0 | 17.4 | 97 | 20.2 | 16.6 | 98 | 20.7 | 17.1 |
| 3.5 | 111 | 26.3 | 15.4 | 110 | 27.5 | 15.8 | 112 | 26.0 | 15.1 | 112 | 26.1 | 15.4 |
| 4.0 | 127 | 30.4 | 12.4 | 126 | 31.4 | 13.0 | 127 | 29.8 | 12.3 | 126 | 30.2 | 12.7 |
| 4.5 | 142 | 33.9 | 8.2 | 143 | 35.0 | 8.5 | 141 | 32.8 | 9.0 | 143 | 33.9 | 8.2 |
| 5.0 | 159 | 35.6 | 3.7 | 158 | 36.8 | 4.1 | 160 | 35.2 | 4.0 | 157 | 35.7 | 3.7 |
| 5.5 | 175 | 36.3 | -1.7 | 177 | 37.6 | -1.7 | 175 | 36.2 | -1.7 | 173 | 36.4 | -2.0 |
| 6.0 | 194 | 35.4 | -6.4 | 192 | 36.9 | -6.7 | 190 | 35.4 | -6.6 | 188 | 35.6 | -6.5 |
| 6.5 | 207 | 33.0 | -11.3 | 210 | 39.6 | -11.5 | 206 | 33.0 | -11.6 | 206 | 33.0 | -11.8 |
| 7.0 | 223 | 29.5 | -14.9 | 222 | 31.3 | -15.2 | 222 | 29.5 | -15.2 | 222 | 29.7 | -15.4 |
| 7.5 | 240 | 25.8 | -19.2 | 237 | 26.3 | -18.4 | 238 | 25.0 | -19.7 | 236 | 25.0 | -18.3 |
| 8.0 | 253 | 21.7 | -18.9 | 253 | 21.7 | -19.6 | 253 | 20.3 | -19.4 | 253 | 20.4 | -19.6 |
| 8.5 | 270 | 14.9 | -17.9 | 269 | 15.9 | -19.6 | 270 | 14.3 | -19.3 | 271 | 14.4 | -19.5 |
| 9.0 | 284 | 9.6 | -17.1 | 286 | 11.2 | -17.8 | 284 | 9.7 | -17.8 | 285 | 9.8 | -18.0 |
| 9.5 | 300 | 4.7 | -13.9 | 301 | 6.4 | -14.8 | 300 | 4.8 | -14.6 | 302 | 5.1 | -14.9 |

表 16-實驗組 300-100

四、平均數據與理論值

| 時間 | 75:50(1.5) | | | 150:100(1.5) | | | 100:50(2) | | |
|-----|------------|---------|---------|--------------|---------|---------|-----------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 0 | 0.0 | 1.6 | 0 | 0.0 | 2.9 | 0 | 0.0 | 1.8 |
| 1.0 | 1 | 0.0 | 3.3 | 3 | 0.3 | 6.0 | 3 | 0.3 | 4.1 |
| 1.5 | 2 | 0.2 | 5.0 | 8 | 0.7 | 9.2 | 8 | 0.7 | 6.3 |
| 2.0 | 5 | 0.4 | 6.8 | 13 | 1.5 | 12.3 | 14 | 1.3 | 8.5 |
| 2.5 | 8 | 0.7 | 8.6 | 17 | 2.4 | 15.3 | 19 | 2.1 | 10.7 |
| 3.0 | 10 | 1.0 | 10.3 | 21 | 3.6 | 18.3 | 24 | 3.1 | 12.7 |
| 3.5 | 13 | 1.4 | 12.0 | 25 | 4.9 | 21.3 | 29 | 4.2 | 14.6 |
| 4.0 | 15 | 1.9 | 13.8 | 30 | 6.5 | 24.1 | 34 | 5.6 | 16.9 |
| 4.5 | 17 | 2.4 | 15.5 | 34 | 8.3 | 26.7 | 39 | 7.1 | 18.4 |
| 5.0 | 19 | 3.0 | 17.2 | 38 | 10.4 | 29.3 | 45 | 8.9 | 20.1 |
| 5.5 | 22 | 3.7 | 18.8 | 43 | 12.7 | 31.8 | 50 | 10.6 | 21.6 |
| 6.0 | 24 | 4.5 | 20.5 | 47 | 14.9 | 34.0 | 55 | 12.6 | 22.9 |
| 6.5 | 27 | 5.3 | 22.2 | 51 | 17.4 | 36.1 | 60 | 14.6 | 24.1 |
| 7.0 | 29 | 6.2 | 23.7 | 56 | 20.0 | 37.9 | 65 | 16.8 | 25.1 |
| 7.5 | 32 | 7.1 | 25.2 | 60 | 22.8 | 39.6 | 71 | 19.1 | 25.9 |
| 8.0 | 34 | 8.1 | 26.7 | 63 | 25.6 | 41.1 | 75 | 21.3 | 26.5 |
| 8.5 | 36 | 9.2 | 28.2 | 68 | 28.6 | 42.5 | 80 | 23.7 | 26.9 |
| 9.0 | 39 | 10.3 | 29.6 | 71 | 31.7 | 43.5 | 84 | 26.1 | 27.1 |
| 9.5 | 41 | 11.6 | 31.0 | 75 | 35.0 | 44.4 | 89 | 28.6 | 27.0 |

表 17-對照組數據平均 (上)

| 時間 | 200:100(2) | | | 150:50(3) | | | 300:100(3) | | |
|-----|------------|---------|---------|-----------|---------|---------|------------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 0 | 0.2 | 3.9 | 0 | 0.4 | 2.8 | 0 | 0.5 | 4.9 |
| 1.0 | 5 | 1.2 | 8.2 | 6 | 0.7 | 5.1 | 16 | 2.7 | 9.9 |
| 1.5 | 19 | 2.9 | 12.2 | 18 | 1.7 | 7.7 | 34 | 6.3 | 14.1 |
| 2.0 | 29 | 5.3 | 16.3 | 28 | 3.2 | 10.0 | 52 | 11.1 | 17.0 |
| 2.5 | 38 | 8.4 | 19.9 | 38 | 5.1 | 12.7 | 69 | 16.2 | 18.5 |
| 3.0 | 49 | 12.0 | 22.8 | 48 | 7.6 | 14.7 | 84 | 21.9 | 18.5 |
| 3.5 | 59 | 16.3 | 25.2 | 58 | 10.0 | 16.4 | 100 | 27.2 | 16.8 |
| 4.0 | 68 | 20.8 | 26.7 | 67 | 13.0 | 17.6 | 115 | 31.8 | 13.6 |
| 4.5 | 78 | 25.4 | 27.5 | 78 | 16.0 | 18.2 | 133 | 35.2 | 9.1 |
| 5.0 | 87 | 30.1 | 27.4 | 88 | 19.2 | 18.3 | 150 | 37.1 | 3.5 |
| 5.5 | 96 | 35.3 | 26.4 | 96 | 22.4 | 17.8 | 168 | 37.3 | -2.3 |
| 6.0 | 106 | 39.7 | 24.7 | 105 | 25.4 | 16.7 | 184 | 35.6 | -7.8 |
| 6.5 | 116 | 44.0 | 22.0 | 116 | 28.2 | 15.2 | 202 | 32.3 | -12.5 |
| 7.0 | 127 | 47.5 | 18.8 | 126 | 30.7 | 13.2 | 220 | 27.6 | -15.9 |
| 7.5 | 137 | 50.5 | 14.8 | 136 | 32.7 | 10.7 | 238 | 22.1 | -17.8 |
| 8.0 | 147 | 52.7 | 10.4 | 146 | 34.3 | 7.8 | 255 | 16.4 | -17.7 |
| 8.5 | 158 | 54.0 | 5.6 | 157 | 35.4 | 4.7 | 272 | 10.8 | -15.9 |
| 9.0 | 168 | 54.3 | 1.0 | 167 | 35.8 | 1.5 | 291 | 6.2 | -12.4 |
| 9.5 | 177 | 53.8 | -3.0 | 176 | 35.7 | -1.7 | 311 | 2.7 | -7.2 |

表 18-對照組數據平均(下)

| 時間 | 75:50(1.5) | | | 150:100(1.5) | | | 100:50(2) | | |
|-----|------------|---------|---------|--------------|---------|---------|-----------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 2 | 0.1 | 2.3 | 4 | 0.1 | 4.3 | 4 | 0.0 | 2.3 |
| 1.0 | 4 | 0.3 | 3.9 | 8 | 0.6 | 7.8 | 8 | 0.5 | 3.7 |
| 1.5 | 6 | 0.4 | 5.9 | 12 | 1.2 | 11.6 | 12 | 0.7 | 5.5 |
| 2.0 | 8 | 0.7 | 7.8 | 16 | 2.2 | 15.0 | 17 | 1.3 | 7.3 |
| 2.5 | 11 | 0.9 | 9.9 | 21 | 3.2 | 18.5 | 21 | 1.9 | 9.2 |
| 3.0 | 12 | 1.3 | 11.6 | 24 | 4.7 | 21.8 | 25 | 2.6 | 10.9 |
| 3.5 | 14 | 1.7 | 13.6 | 28 | 6.1 | 25.1 | 28 | 3.4 | 12.7 |
| 4.0 | 16 | 2.2 | 15.4 | 32 | 8.1 | 28.2 | 32 | 4.4 | 14.2 |
| 4.5 | 18 | 2.8 | 17.5 | 35 | 9.9 | 31.2 | 36 | 5.4 | 15.9 |
| 5.0 | 20 | 3.3 | 19.1 | 40 | 12.2 | 33.9 | 40 | 6.6 | 17.3 |
| 5.5 | 22 | 3.9 | 20.7 | 43 | 14.6 | 36.4 | 44 | 8.1 | 18.9 |
| 6.0 | 24 | 4.6 | 22.4 | 48 | 16.5 | 38.7 | 48 | 9.3 | 20.1 |
| 6.5 | 26 | 5.3 | 24.3 | 51 | 19.0 | 41.1 | 52 | 10.6 | 21.5 |
| 7.0 | 27 | 6.1 | 25.9 | 55 | 21.8 | 43.3 | 56 | 12.1 | 22.6 |
| 7.5 | 30 | 6.9 | 27.6 | 60 | 25.1 | 45.5 | 60 | 13.8 | 23.7 |
| 8.0 | 32 | 7.8 | 29.2 | 64 | 27.7 | 47.1 | 64 | 15.4 | 24.7 |
| 8.5 | 34 | 8.8 | 30.9 | 68 | 31.0 | 48.8 | 68 | 17.2 | 25.6 |
| 9.0 | 35 | 9.9 | 32.5 | 71 | 34.2 | 50.1 | 71 | 19.0 | 26.2 |
| 9.5 | 37 | 11.1 | 34.4 | 75 | 37.6 | 51.2 | 76 | 20.8 | 26.9 |

表 19-實驗組數據平均(上)

| 時間 | 200:100(2) | | | 150:50(3) | | | 300:100(3) | | |
|-----|------------|---------|---------|-----------|---------|---------|------------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 7 | 0.5 | 4.3 | 6 | 0.2 | 2.9 | 14 | 1.1 | 5.6 |
| 1.0 | 16 | 1.4 | 7.8 | 13 | 0.8 | 5.1 | 31 | 4.0 | 9.5 |
| 1.5 | 25 | 2.7 | 11.3 | 23 | 1.6 | 7.3 | 47 | 7.1 | 13.2 |
| 2.0 | 32 | 4.5 | 14.5 | 30 | 2.8 | 9.4 | 65 | 11.0 | 15.5 |
| 2.5 | 40 | 6.7 | 17.5 | 38 | 4.4 | 11.4 | 80 | 16.1 | 17.2 |
| 3.0 | 48 | 9.3 | 20.2 | 45 | 5.8 | 13.0 | 96 | 20.7 | 17.0 |
| 3.5 | 56 | 12.3 | 22.7 | 54 | 7.6 | 14.6 | 111 | 26.5 | 15.4 |
| 4.0 | 64 | 15.5 | 24.5 | 63 | 9.6 | 15.8 | 127 | 30.5 | 12.6 |
| 4.5 | 72 | 19.3 | 26.1 | 72 | 11.8 | 16.8 | 142 | 33.9 | 8.5 |
| 5.0 | 80 | 22.7 | 27.0 | 80 | 14.4 | 17.3 | 159 | 35.8 | 3.9 |
| 5.5 | 88 | 26.4 | 27.5 | 89 | 16.5 | 17.7 | 175 | 36.6 | -1.8 |
| 6.0 | 97 | 30.1 | 27.3 | 97 | 18.8 | 17.6 | 191 | 35.8 | -6.6 |
| 6.5 | 104 | 33.9 | 26.6 | 104 | 21.4 | 17.2 | 207 | 34.7 | -11.6 |
| 7.0 | 111 | 37.4 | 25.3 | 112 | 23.7 | 16.3 | 222 | 30.0 | -15.2 |
| 7.5 | 120 | 40.6 | 23.5 | 120 | 26.0 | 15.1 | 238 | 25.5 | -18.9 |
| 8.0 | 127 | 43.8 | 21.2 | 127 | 27.9 | 13.7 | 253 | 21.0 | -19.4 |
| 8.5 | 136 | 46.6 | 18.6 | 136 | 29.8 | 12.0 | 270 | 14.9 | -19.1 |
| 9.0 | 143 | 48.9 | 15.6 | 143 | 31.2 | 10.0 | 285 | 10.1 | -17.7 |
| 9.5 | 151 | 50.9 | 12.3 | 151 | 32.6 | 7.9 | 301 | 5.3 | -14.6 |

表 20-實驗組數據平均(下)

| 時間 | 75:50(1.5) | | | 150:100(1.5) | | | 100:50(2) | | |
|-----|------------|---------|---------|--------------|---------|---------|-----------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 2 | 0.0 | 1.5 | 4 | 0.1 | 3.1 | 4 | 0.1 | 1.8 |
| 1.0 | 4 | 0.1 | 3.1 | 8 | 0.4 | 6.1 | 8 | 0.3 | 3.7 |
| 1.5 | 6 | 0.2 | 4.6 | 12 | 0.9 | 9.1 | 12 | 0.6 | 5.5 |
| 2.0 | 8 | 0.4 | 6.1 | 16 | 1.7 | 12.1 | 16 | 1.0 | 7.2 |
| 2.5 | 10 | 0.7 | 7.6 | 20 | 2.6 | 15.0 | 20 | 1.6 | 9.0 |
| 3.0 | 12 | 0.9 | 9.1 | 24 | 3.7 | 17.8 | 24 | 2.2 | 10.7 |
| 3.5 | 14 | 1.3 | 10.6 | 28 | 5.1 | 20.6 | 28 | 3.0 | 12.3 |
| 4.0 | 16 | 1.7 | 12.1 | 32 | 6.6 | 23.2 | 32 | 3.9 | 13.9 |
| 4.5 | 18 | 2.1 | 13.5 | 36 | 8.3 | 25.8 | 36 | 5.0 | 15.5 |
| 5.0 | 20 | 2.6 | 15.0 | 40 | 10.1 | 28.2 | 40 | 6.1 | 16.9 |
| 5.5 | 22 | 3.2 | 16.4 | 44 | 12.2 | 30.5 | 44 | 7.3 | 18.3 |
| 6.0 | 24 | 3.7 | 17.8 | 47 | 14.3 | 32.6 | 47 | 8.6 | 19.6 |
| 6.5 | 26 | 4.4 | 19.2 | 51 | 16.7 | 34.6 | 51 | 10.0 | 20.8 |
| 7.0 | 28 | 5.1 | 20.6 | 55 | 19.1 | 36.4 | 55 | 11.5 | 21.8 |
| 7.5 | 30 | 5.8 | 21.9 | 59 | 21.7 | 38.1 | 59 | 13.0 | 22.8 |
| 8.0 | 32 | 6.6 | 23.2 | 63 | 24.4 | 39.5 | 63 | 14.6 | 23.7 |
| 8.5 | 34 | 7.4 | 24.5 | 67 | 27.1 | 40.8 | 67 | 16.3 | 24.5 |
| 9.0 | 36 | 8.3 | 25.8 | 71 | 30.0 | 41.9 | 71 | 18.0 | 25.1 |
| 9.5 | 38 | 9.2 | 27.0 | 75 | 32.9 | 42.8 | 75 | 19.7 | 25.7 |

表 21-理論值數據(上)

| 時間 | 200:100(2) | | | 150:50(3) | | | 300:100(3) | | |
|-----|------------|---------|---------|-----------|---------|---------|------------|---------|---------|
| | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) | 角位移(°) | X座標(cm) | Y座標(cm) |
| 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.5 | 8 | 0.3 | 3.7 | 8 | 0.2 | 2.4 | 16 | 0.7 | 4.8 |
| 1.0 | 16 | 1.0 | 7.2 | 16 | 0.7 | 4.8 | 32 | 2.6 | 9.3 |
| 1.5 | 24 | 2.2 | 10.7 | 24 | 1.5 | 7.1 | 47 | 5.7 | 13.0 |
| 2.0 | 32 | 3.9 | 13.9 | 32 | 2.6 | 9.3 | 63 | 9.7 | 15.8 |
| 2.5 | 40 | 6.1 | 16.9 | 40 | 4.1 | 11.3 | 79 | 14.4 | 17.4 |
| 3.0 | 47 | 8.6 | 19.6 | 47 | 5.7 | 13.0 | 95 | 19.2 | 17.6 |
| 3.5 | 55 | 11.5 | 21.8 | 55 | 7.6 | 14.6 | 111 | 24.0 | 16.6 |
| 4.0 | 63 | 14.6 | 23.7 | 63 | 9.7 | 15.8 | 127 | 28.2 | 14.2 |
| 4.5 | 71 | 18.0 | 25.1 | 71 | 12.0 | 16.8 | 142 | 31.7 | 10.8 |
| 5.0 | 79 | 21.5 | 26.1 | 79 | 14.4 | 17.4 | 158 | 34.1 | 6.6 |
| 5.5 | 87 | 25.2 | 26.5 | 87 | 16.8 | 17.7 | 174 | 35.3 | 1.8 |
| 6.0 | 95 | 28.8 | 26.5 | 95 | 19.2 | 17.6 | 190 | 35.1 | -3.0 |
| 6.5 | 103 | 32.4 | 25.9 | 103 | 21.6 | 17.3 | 206 | 33.7 | -7.7 |
| 7.0 | 111 | 35.9 | 24.8 | 111 | 24.0 | 16.6 | 221 | 31.0 | -11.7 |
| 7.5 | 119 | 39.3 | 23.3 | 119 | 26.2 | 15.5 | 237 | 27.3 | -14.9 |
| 8.0 | 127 | 42.4 | 21.3 | 127 | 28.2 | 14.2 | 253 | 22.8 | -16.9 |
| 8.5 | 134 | 45.1 | 18.9 | 134 | 30.1 | 12.6 | 269 | 18.0 | -17.7 |
| 9.0 | 142 | 47.6 | 16.2 | 142 | 31.7 | 10.8 | 285 | 13.2 | -17.1 |
| 9.5 | 150 | 49.6 | 13.2 | 150 | 33.1 | 8.8 | 301 | 8.7 | -15.2 |

表 22-理論值數據 (下)

五、對照組軌跡

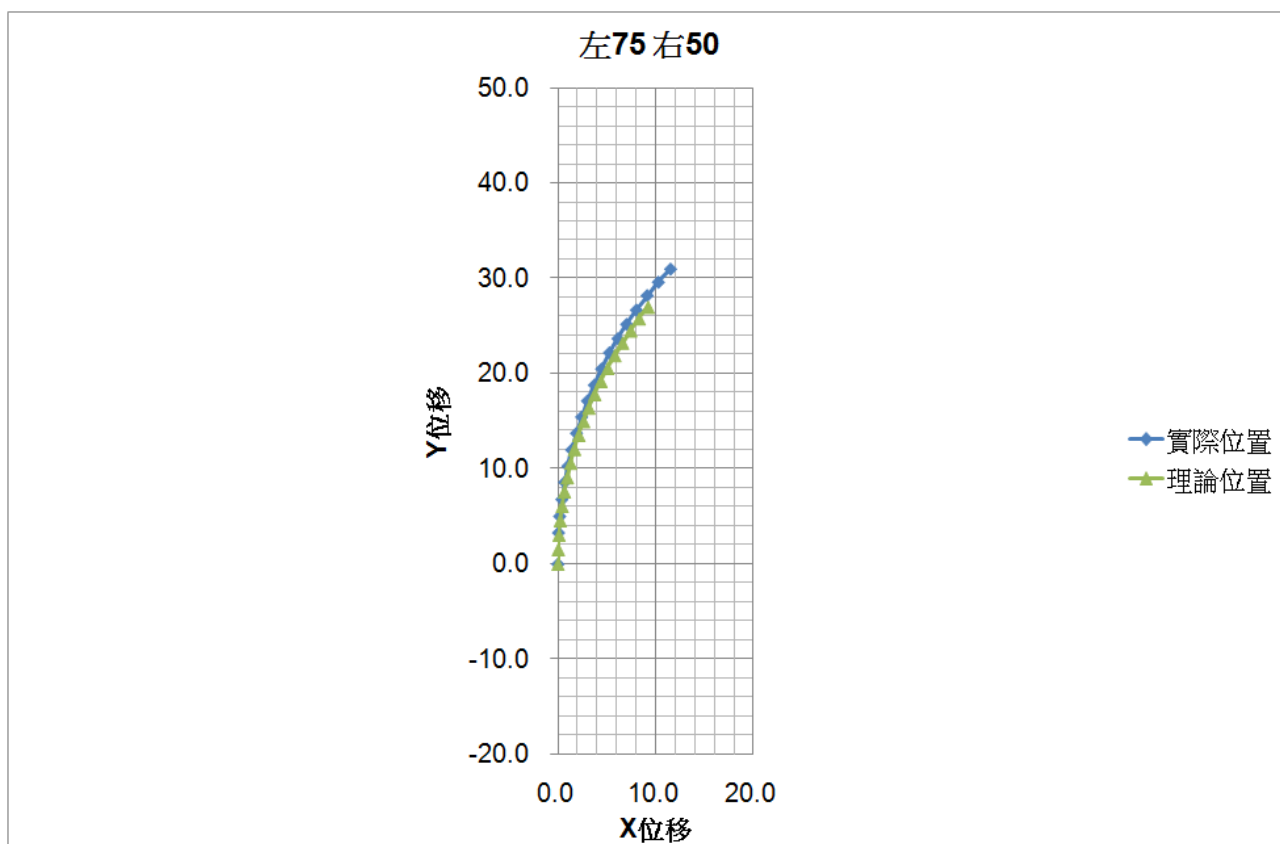


圖 16-對照組軌跡 75-50

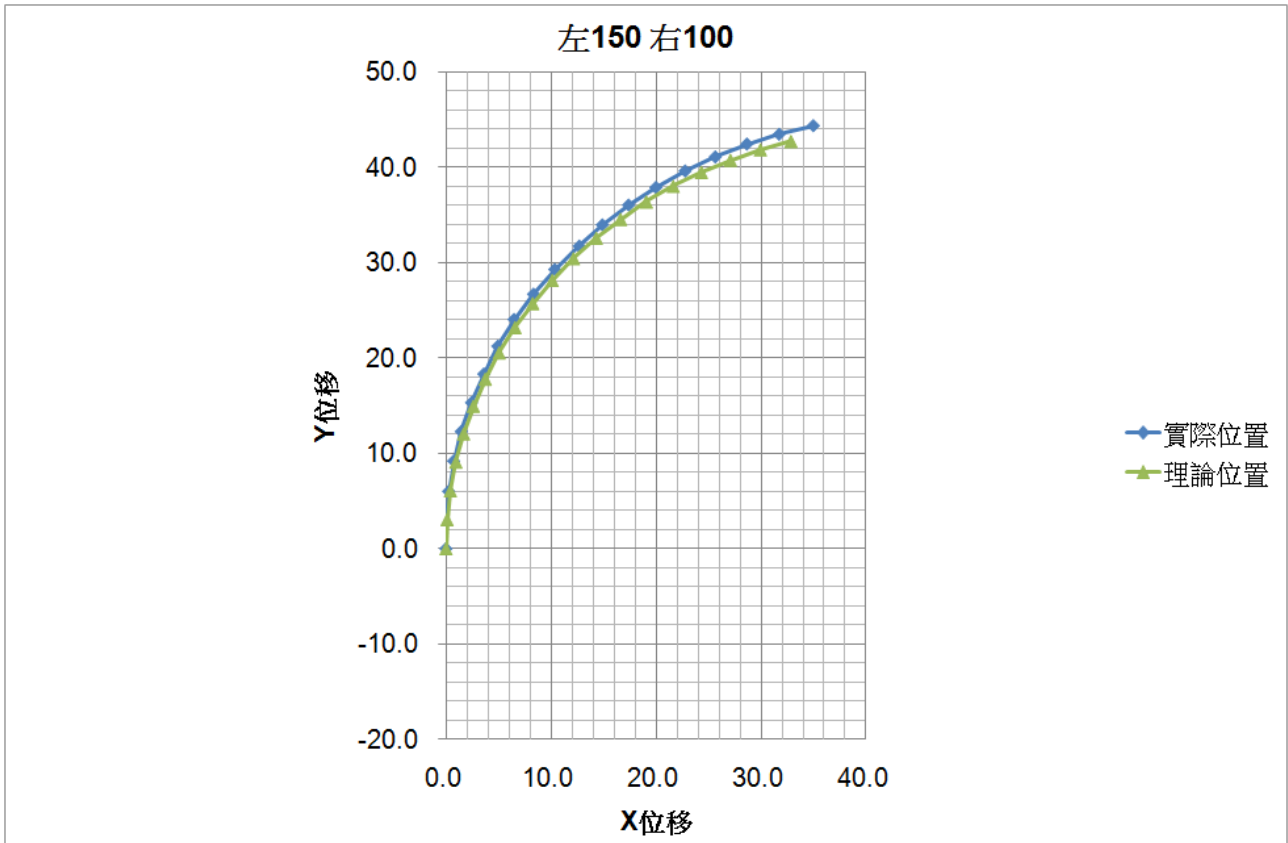


圖 17-對照組軌跡 150-100

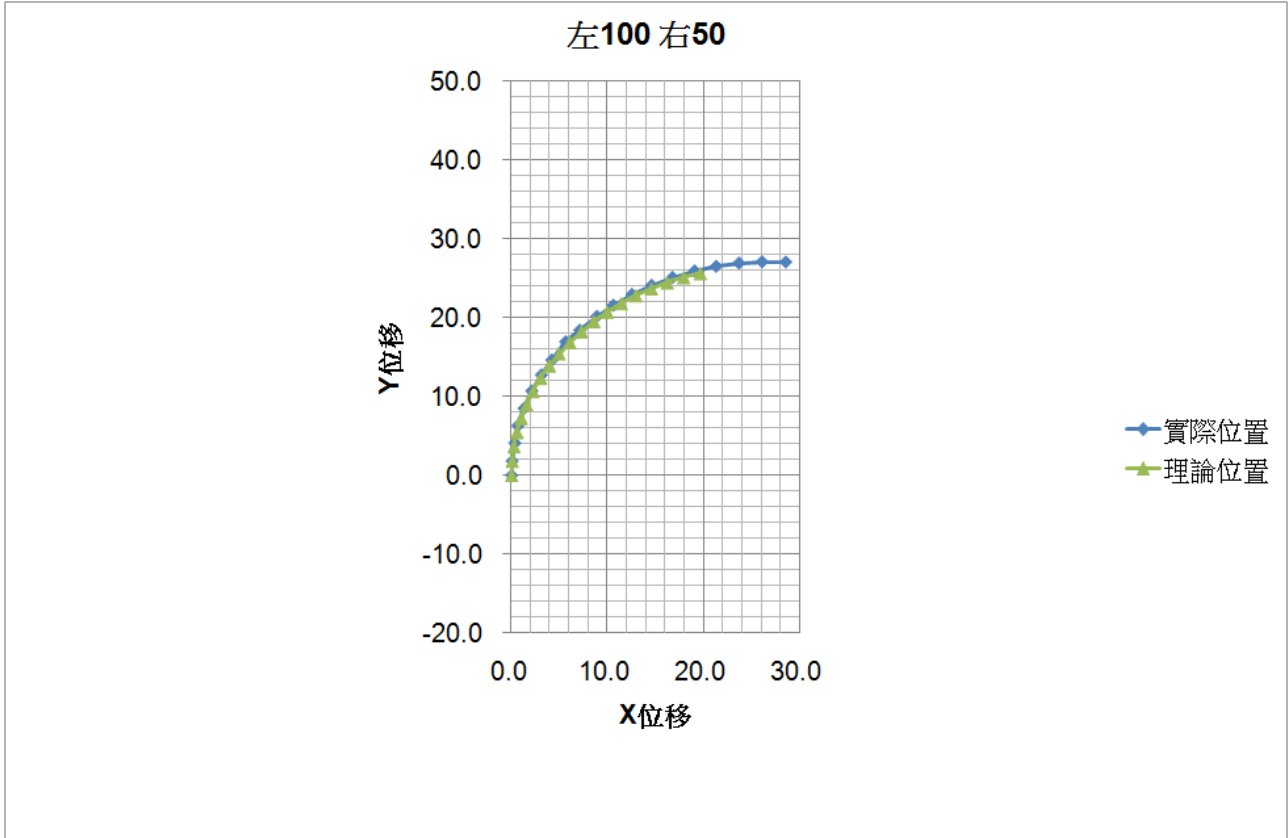


圖 18-對照組軌跡 100-50

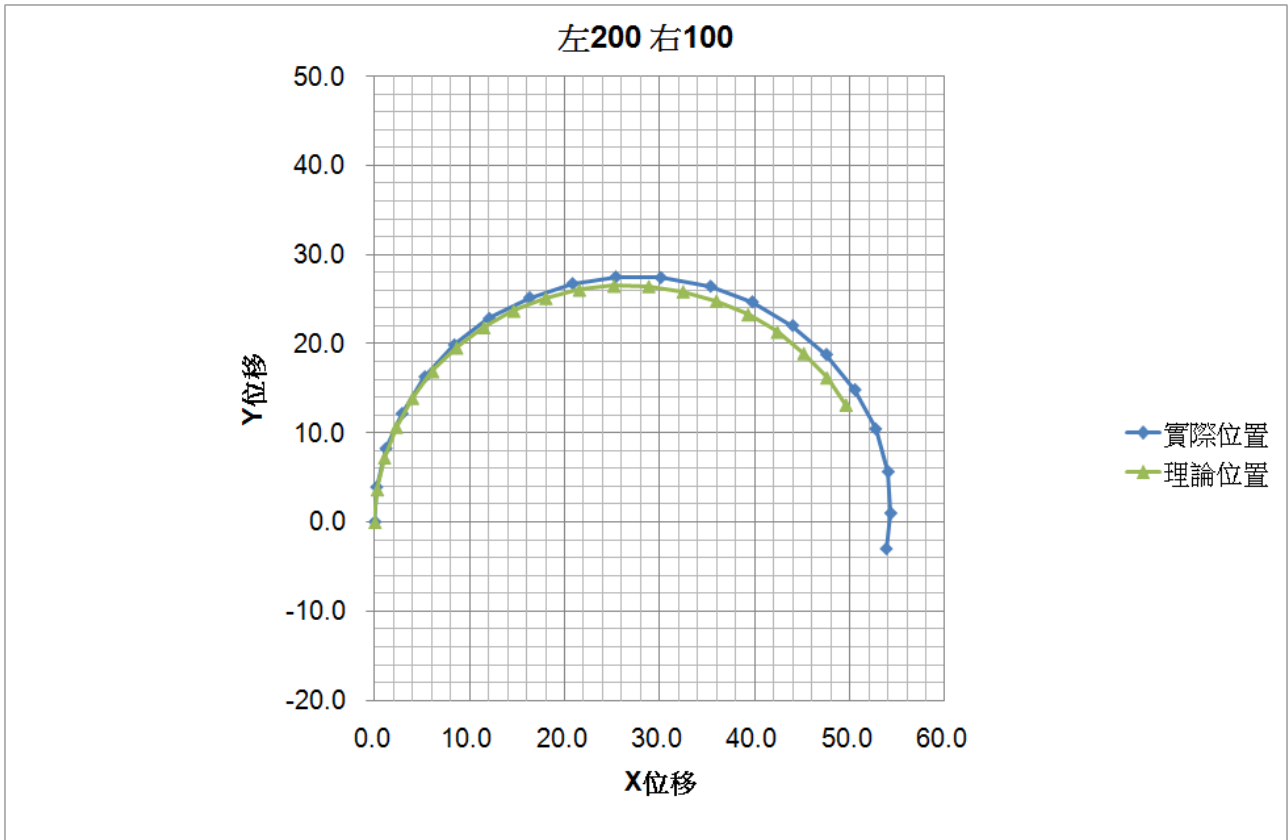


圖 19-對照組軌跡 200-100

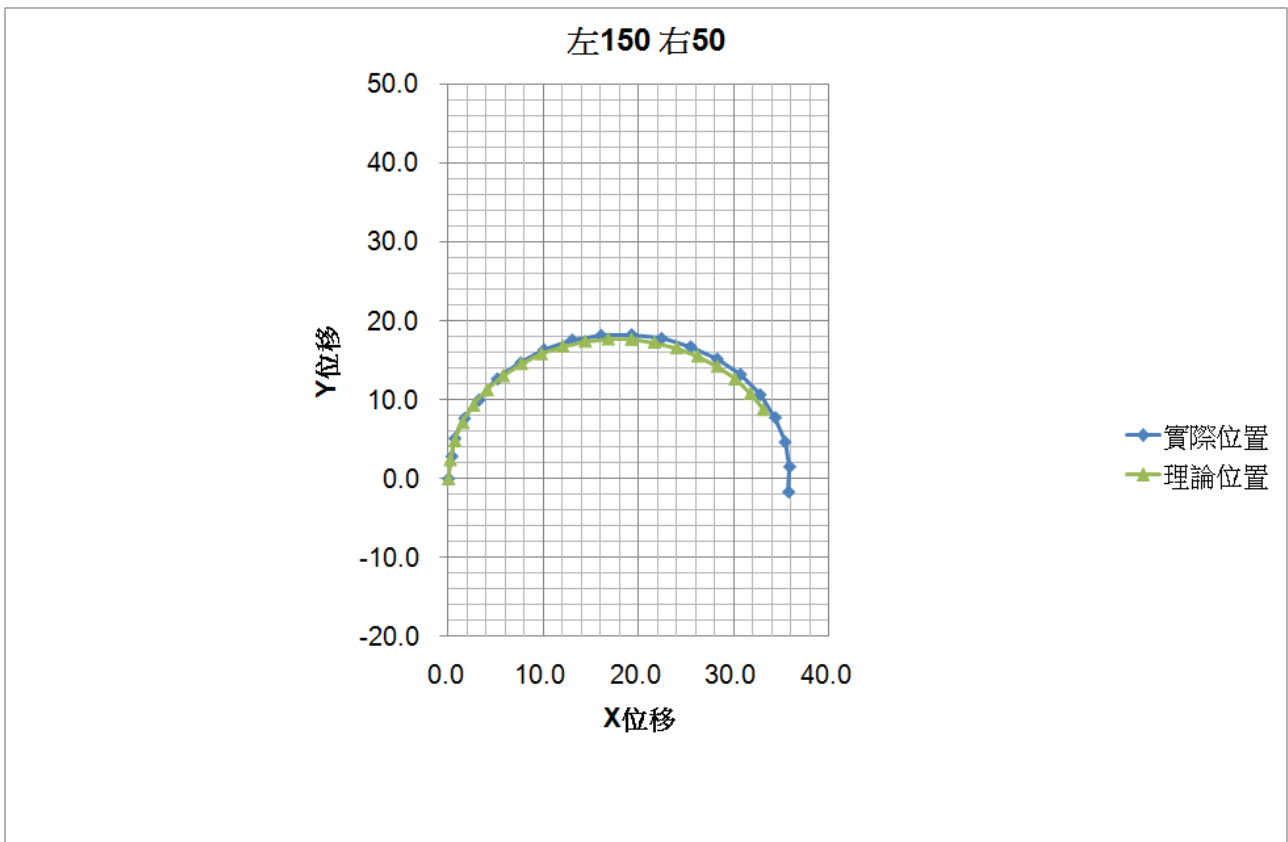


圖 20-對照組軌跡 150-50

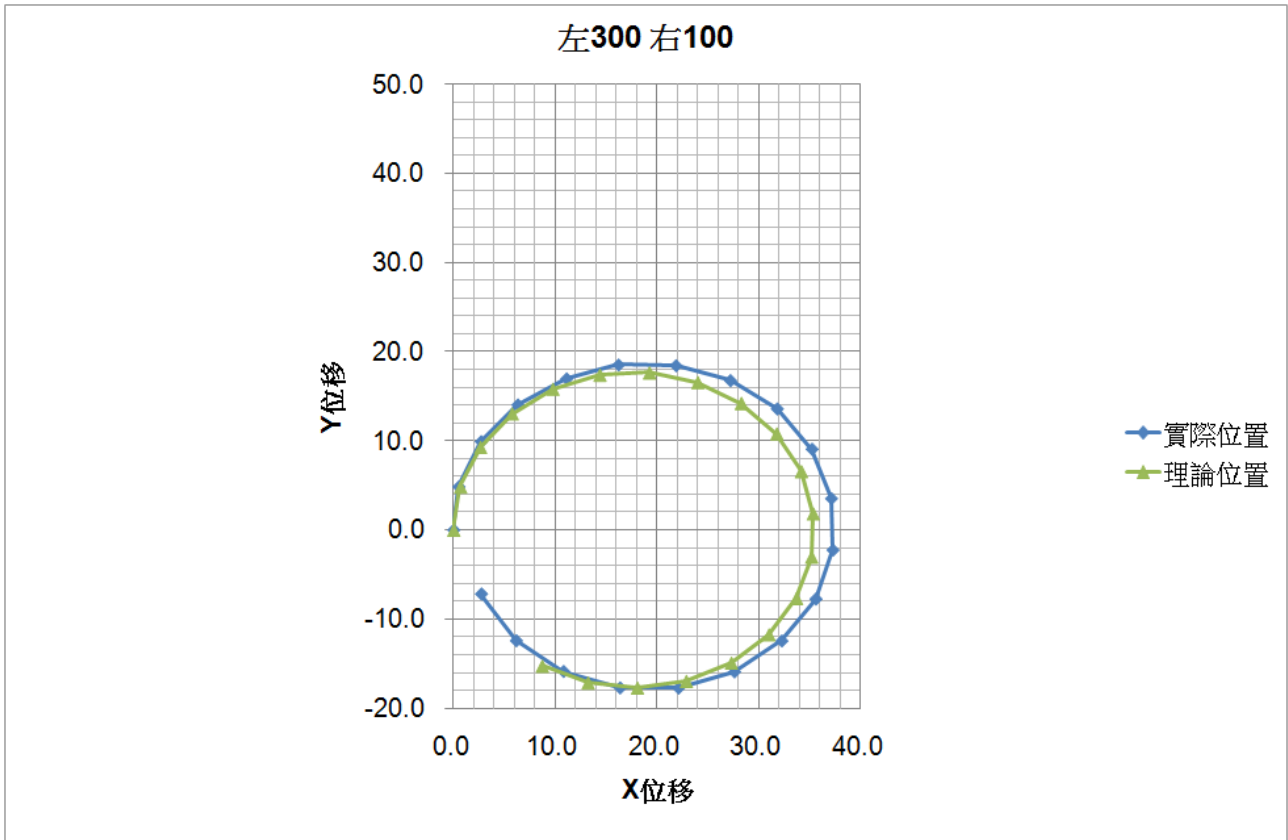


圖 21-對照組軌跡 300-100

六、實驗組軌跡

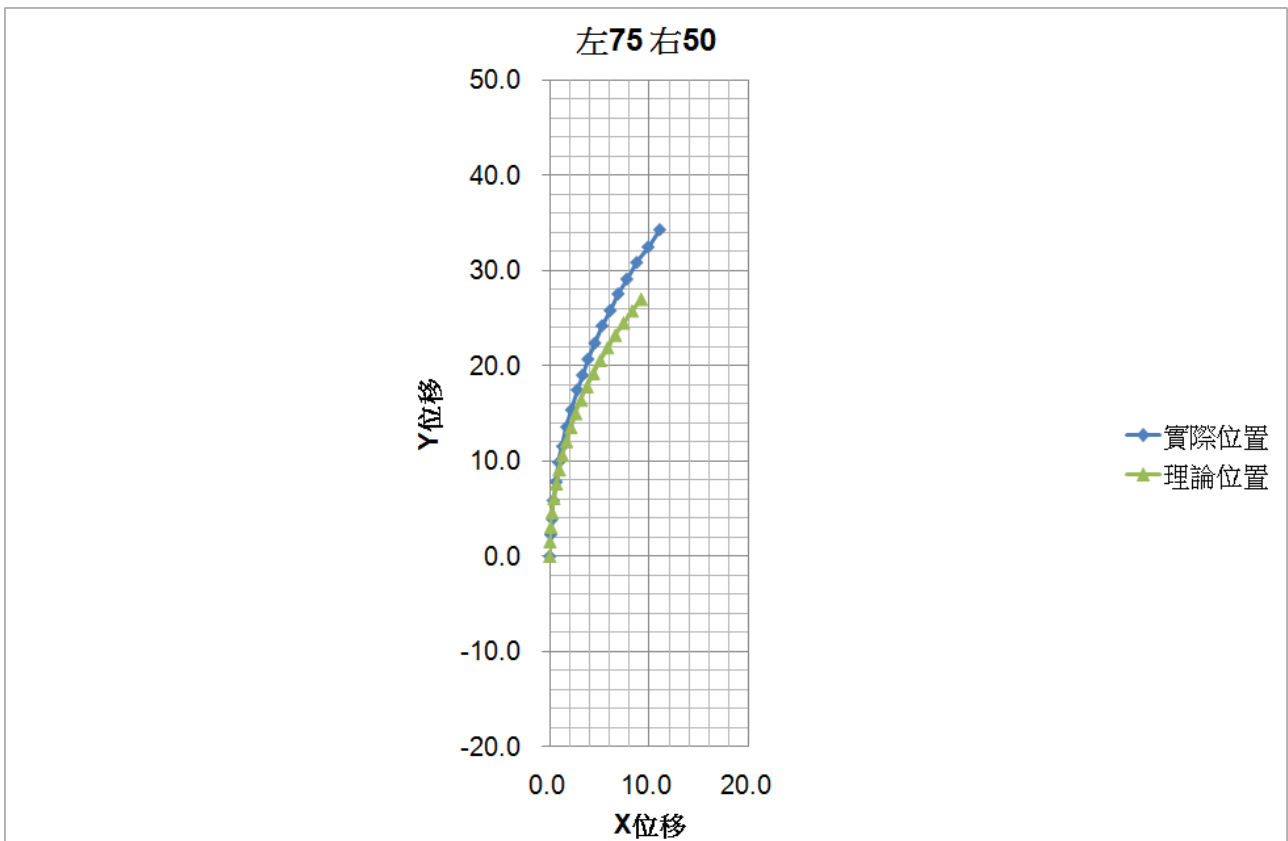


圖 22-實驗組軌跡 75-50

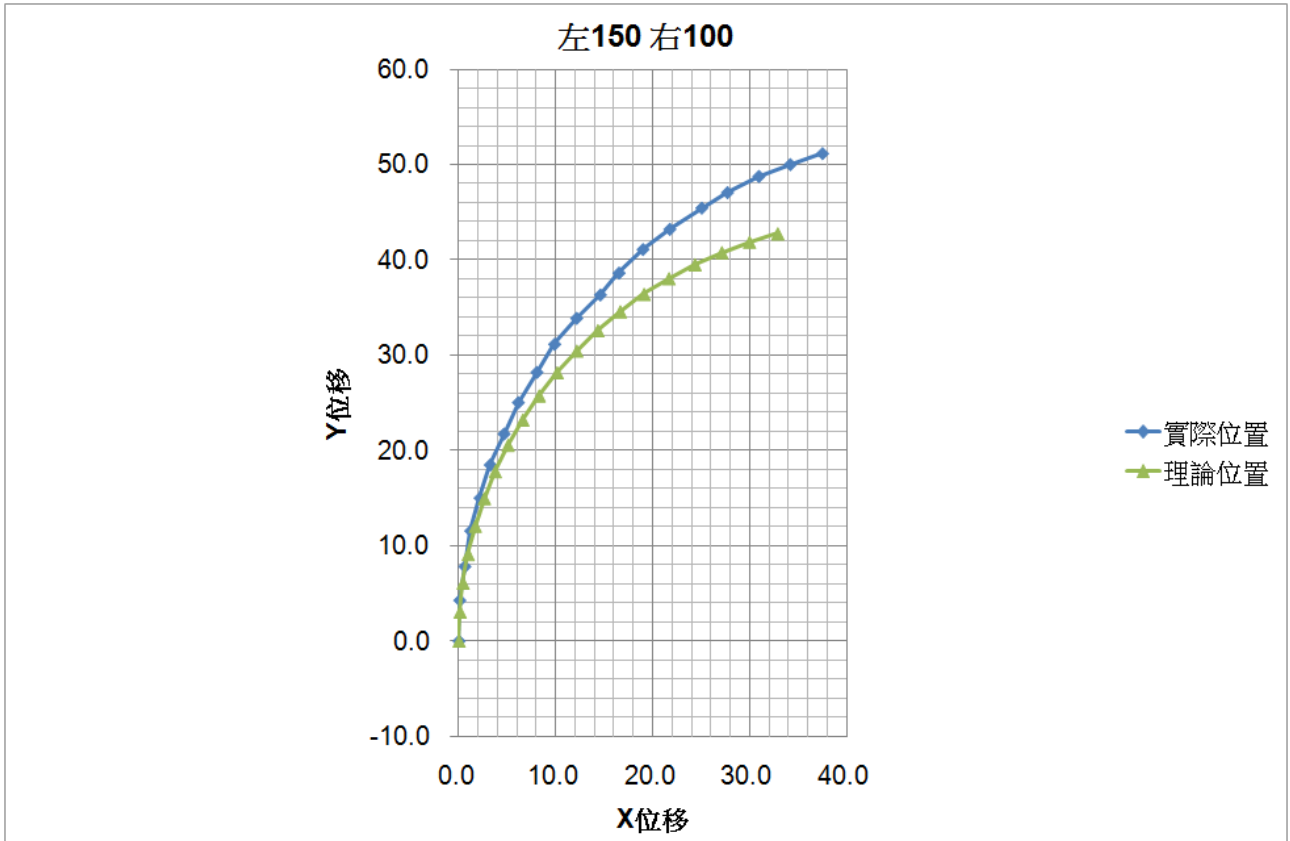


圖 23-實驗組軌跡 150-100

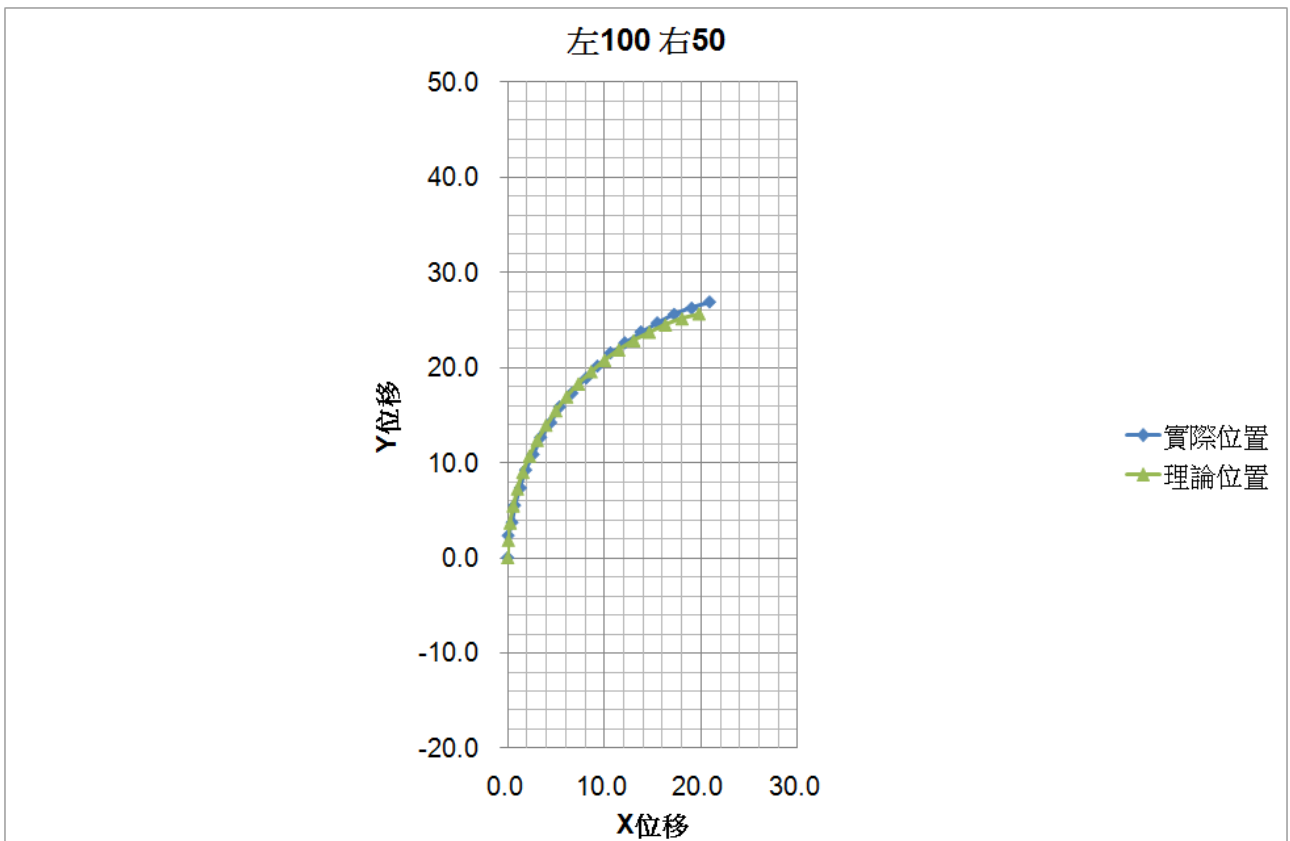


圖 24-實驗組軌跡 100-50

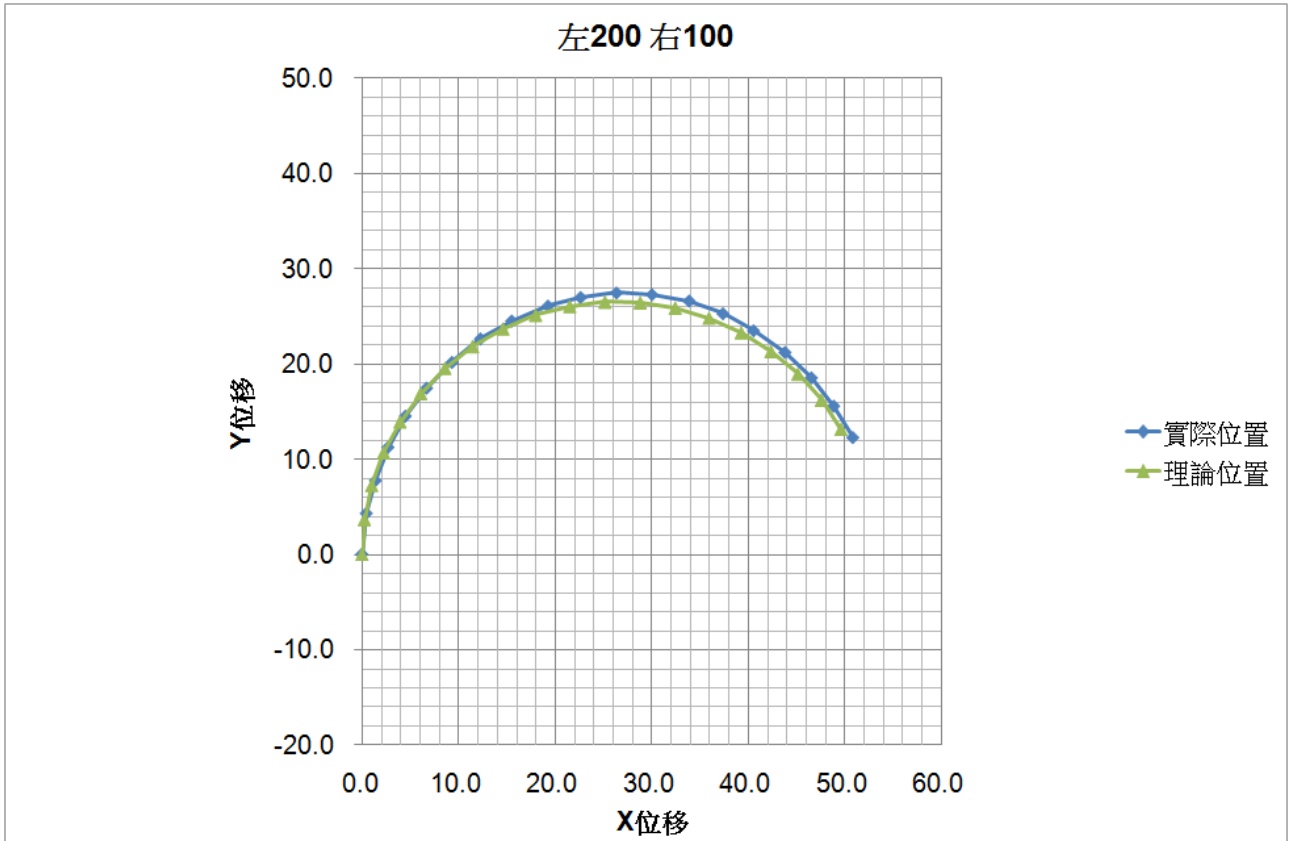


圖 25-實驗組軌跡 200-100

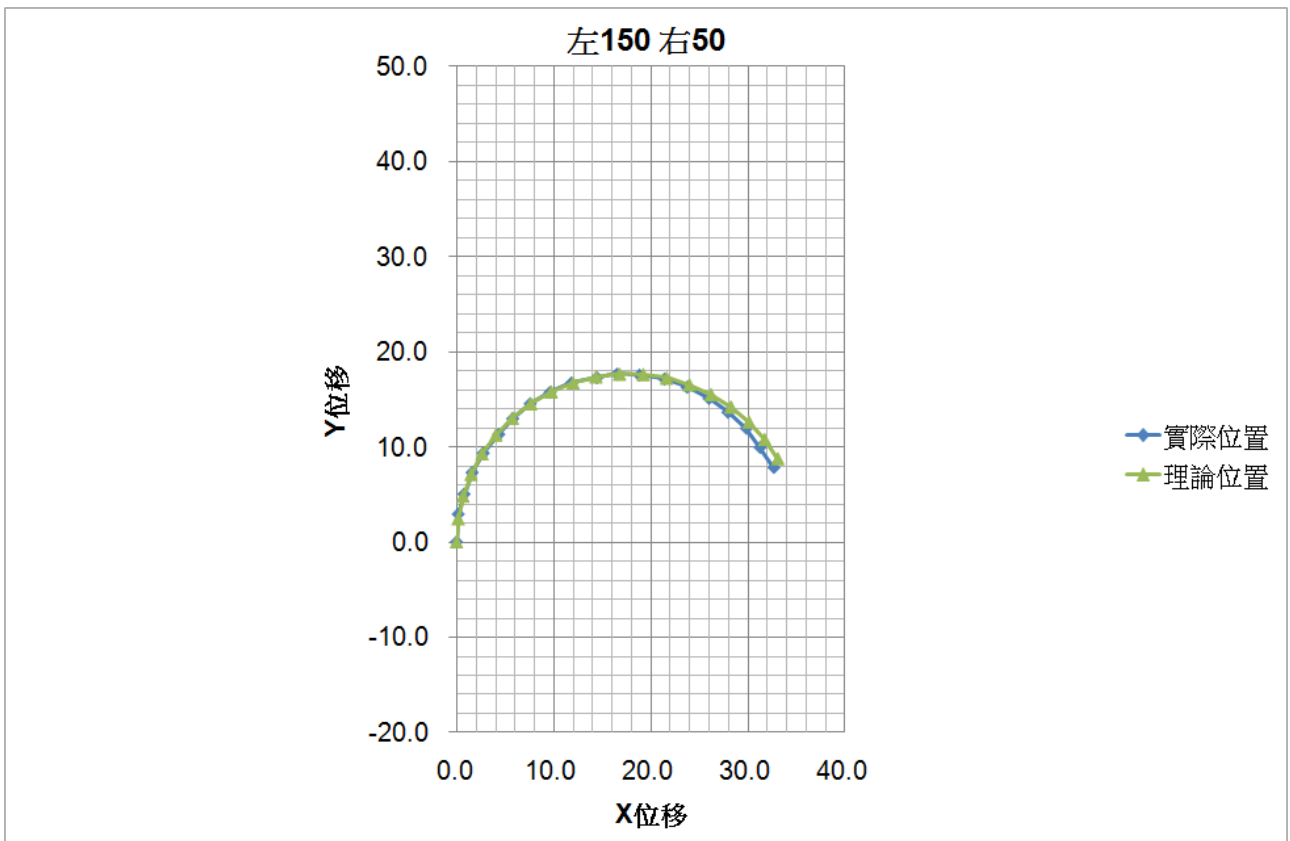


圖 26-實驗組軌跡 150-50

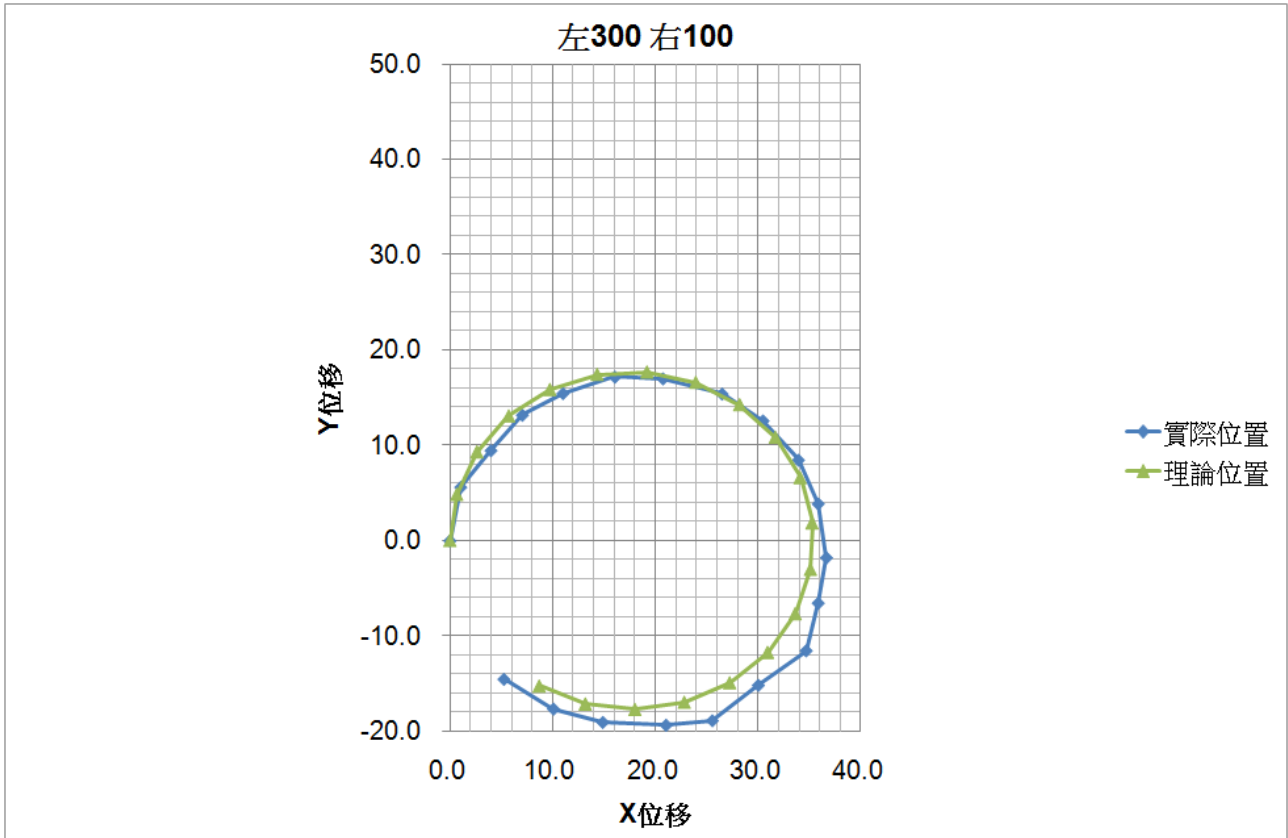


圖 27-實驗組軌跡 300-100

陸、討論

一、比較角位移

(一) 將兩組平均值和理論值比較(表 17~22)看來，實驗組的數據大部分符合理論數據，角位移數值隨時間接近等差數列增加，最末時間(9.5s)的實驗組方位和理論數據最多相差 1° 。對照組的角位移每 0.5 秒的變化量和理論上的變化量有大約 $\pm 3^\circ$ 的震盪，且最末時間的方位數據對照組除了 150-100 之外，其他數據和理論值可以相差到 10° 左右，因此從角位移數據看來，實驗組確實改良對照組的不足。

(二) 將對照組原始數據(表 5~10)、實驗組原始數據(表 11~16)和理論值(表 21、22)相互比較，實驗組 1.5 秒前的數據有比較不符合理論數據的傾向，1.5 後會比較符合理論值。我們推斷實驗組機器人會因為 PID 的調控機制，開始前 2 秒會有不小的震盪，之後穩定造成的結果。對照組前 2 秒數據常常是 0，而之後數值暴增，從對照組平均值(表 19~20)比較，推斷是因為對照組轉彎半徑有比理論半徑過大的傾向而造成。實驗組的機器人短時間內會因為震盪而變得不可靠，但是穩定後就不會有問題，對照組機器人的角度變化比較不會有劇烈的變化，但是誤差經時間累積會變得可觀。這點實驗組除了一開始端時間外比對照組優勢。

二、比較位置

- (一) 將對照組的軌跡(圖 16~21)和實驗組的軌跡(圖 22~27)比較,以整體觀點來看,對照組各點間隔會比理論上稍長,速率有過快傾向,轉彎半徑有比理論大的傾向,但是多數軌跡大致上和理論軌跡貼近。實驗組轉彎半徑則時而教理論上小,時而較大,我們推斷是 PID 控制機制所造成的效應。已偏離程度而言實驗組較優勢,穩定度以對照組較佳。
- (二) 將對照組的軌跡(圖 16~21)和實驗組的軌跡(圖 22~27)比較,搭配平均數據和理論數據(表 17~22)。以個別觀點來看,實驗組 100-50、200-100、150-50 數據和理論軌跡幾乎完全貼合,較對照組佳,但是轉速比 1.5 的 150-100 和 75-50 軌跡數據偏離理論軌跡,沒有比對照組佳。將實驗、對照組轉速 300-100 的數據比較,對照組從第 2 秒開始偏離理論軌跡,實驗組從第 4 秒開始偏離,最末時間對照組比實驗組偏離較多。我們推斷實驗組機器人偏離路線的原因是一開始的方向的震盪,會導致後期整體路徑的偏移。因此若實驗組的整體軌跡和理論軌跡的貼合程度和一開始震盪時間、程度的大小有關。
- (三) 從實驗組的軌跡看來,隨者時間越長,軌跡仍然會逐漸偏離理論軌跡,但是程度不會比對照組差,因此一旦使用時間過長,實驗組的校正機制仍然會崩潰,但是保持位置精確度上可以有較對照組長的時間。

三、其他

- (一) 我們在構思的過程中,也想到使用透過實際轉動角速度 PID 控制校正的方式仍然有其限制,例如機器人不可以打滑,一旦允許打滑的情形,可能出現機器人在原地轉動的情況,造成方位上達到目標,位置並沒被修正。
- (二) 能校正的程度會受到羅盤感應器精度限制,例如有一情形是假設機器人應該每 0.5 秒轉動 2.5° ,可能應為精度問題而被操控為每 0.5 秒轉動 2° 或 3° 。
- (三) 在實驗的過程中,發現若用手去轉動機器人,機器人有時會有暴衝的情形,我們推斷原因是手轉動機器人導致 $e(t)$ 值變大使 K_I 項(積分值)暴增,導致暴衝的情形。

柒、結論

一、對小型的二輪機器人模型而言,將轉動角速度用在 PID 控制理論(以下簡稱 PID 方法)的方式校正位置是可行的。

二、使用 PID 方法必須遵守以下前提:

- (一) 設定 K_P 、 K_I 、 K_D 係數值以開始時機器人方向劇烈震盪的時間短、程度小為佳
- (二) 羅盤感應器精度會直接影響校正的程度,故不可以太低
- (三) 機器人不可以打滑

三、PID 方法存在的優缺點有:

- (一) 可以比不使用者有保持更長在位置上的精確度,但是時間過長仍然會失效
- (二) PID 方法穩定性不會比不使用者差,除了一開始短時間會因為轉動的震盪而降低
- (三) 阻力(例如地面磨擦、馬達耗損、輪胎耗損等)造成的影響可以透過 PID 得機制修正,但是不可以太大,否則會造成機器人暴衝的情形。

捌、參考資料及其它

- 汪宏偉（無日期）。PID Speed Control。民 99 年 12 月 26 日，取自：
<http://4rdp.blogspot.com/2008/05/pid-speed-control.html>
- PID Control（無日期）。英文版維基百科。民 99 年 1 月 23 日，取自：
http://en.wikipedia.org/wiki/PID_controller
- Matt Kras（無日期）。PID Control Theory。民 99 年 1 月 23 日，取自：
http://team358.org/files/programming/PIDControlTheory_rev3.pdf
- G.W. Lucas（無日期）。A Tutorial and Elementary Trajectory Model。民 100 年 2 月 9 日取自：
<http://rosum.sourceforge.net/papers/DiffSteer/>
- 連仁宗（無日期）。車輛的轉向原理與穩定性。民 100 年 2 月 6 日，取自：
<http://www.thbstc.gov.tw/epaper/docs/201009/連仁宗車輛的轉向原理與穩定性.pdf>

【評語】 040805

本作品運用小型二輪機器人，探討 PID 控制法則，以校正運行軌跡，並據以驅動機器人行進。研究過程從理論模型建立，機器人組織製作、實驗數據分析，及軌跡校正，均以邏輯程序進行推論及評析，深具科學內涵。後續研究可朝提升軌跡修正精度，實驗數據統計分析、軌跡校正演算簡化研究。