

中華民國第 51 屆中小學科學展覽會 作品說明書

高中組 地球科學科

佳作

最佳團隊合作獎

040510

探討疏散星團年齡與視直徑大小之研究

—以 NGC2099 為例

學校名稱：國立新豐高級中學

作者： 高二 王品文 高二 林佳毅 高二 莊雯凱	指導老師： 陳盈霖
---	------------------

關鍵詞：UBV 光度觀測、疏散星團、常態分布

摘要

本研究針對疏散星團 NGC2099 的年齡與視直徑來進行探討，利用冷卻 CCD 進行恆星的 UBV 光度觀測，藉由拍攝到的照片進行雜訊移除、測量儀器星等及視星等修正等步驟後，繪出 NGC2099 星色-星等圖(CMD)並分析之，求得 NGC2099 的年齡約在 $10^{8.5} \sim 10^{8.6}$ 年之間，紅化值為 0.1 ± 0.02 ，並利用距離模數公式求得該星團的距離為 $5433.21 \pm 499.00 \text{pc}$ ，再以數星與統計方法求得該星團在赤經方向之視直徑為 21 ± 0.5 角分、赤緯方向之視直徑為 13 ± 0.5 角分後，再藉由弧長公式計算得到星團直徑在赤經方向為 $33.26 \pm 3.84 \text{ly}$ ，赤緯方向為 $22.43 \pm 0.86 \text{ly}$ 。

壹、研究動機

在夜晚，仰望星空總是能帶給人平靜。以前的我們只知道在遙遠的天空有著數也數不盡的星點，承載著各自的秘密，它們耀眼的光芒常常使我們伸手，妄想著摘下什麼。在加入天文社後，隨著知識的充實，卻發現那些星球所承載著的似乎不只是動人的故事，於是我們決定跟隨自己幼年時期的夢想，對天上的繁星進行更深一步的探討……

貳、研究目的

- 一、繪出 NGC2099 星團的星色-星等圖(Color-Magnitude Diagram, CMD)
- 二、利用距離模數公式找出該星團(NGC 2099)的距離
- 三、利用統計方法求得星團的視直徑。
- 四、利用星團 CMD 圖中恆星脫離主序帶的轉折點來求出此星團的年齡

參、研究設備與器材

表一 設備與器材

硬體部分	數量
1. 主鏡(C-8)：口徑 8 吋(zoom)，焦距 2000mm，F/10	1 部
2. 赤道儀：TAKAHASHI EM-200 TEMMA2	1 部
3. CCD 相機：SBIG ST-10XME	1 部
4. 濾鏡盤：FLI CFW-2	1 組
5. 濾鏡組：FLI Johnson UBVRI set	5 片
6. 電子對焦：FLI DF-2	1 組
7. 電子尋星鏡(50mm F/1.8)	1 架
8. 控制望遠鏡及周邊的電腦：ASUS A8H 筆記型電腦	1 部
9. 電池：12V 75Ah 電瓶	2 顆
10. 350W DC→AC 電源轉換器	2 顆
軟體部分	
11. Bisque TheSky 6	1 套
12. Diffraction Limited MaxIm DL 4.51	1 套
13. NOAO IRAF 2.14	1 套
14. RSI IDL 6.2	1 套
15. Microsoft Office 2003	1 套

肆、研究方法

一、實驗原理

(一) 疏散星團

疏散星團(Open cluster)是指由數十顆到數千顆由較弱引力聯繫的恆星所組成的天體，直徑一般約數十光年。疏散星團中的恆星密度不一，但與球狀星團中恆星高度密集相比，疏散星團中的恆星密度要低得多。一般來說，疏散星團常見於恆星活躍形成的區域，包括螺旋星系的旋臂和不規則星系。在銀河系內的疏散星團一般來說都很年輕，只有數百萬年歷史，比地球上的不少岩石還要年輕。

疏散星團有以下特質：

1. 同一星團內的恆星化學組成大致相同
2. 同一星團內的恆星距地球的距離大致相同
3. 同一星團內的恆星誕生時間大致相同

(二) UBV 光度學

UBV 測光系統是 1950 年代由美國天文學家詹森和摩根使用麥克唐納天文台口徑為 33 厘米和 2.08 米的反射式望遠鏡，加 U、B、V 三個波段的濾光片創立的，因此又稱詹森-摩根系統 (Johnson-Morgan system)。

而 UBV 測光系統是一套很常用的通帶或濾鏡測光系統，U 波段波長為 350nm 左右，使用標準的 Corning 9863 濾光片測得，為近紫外線成份，所得為紫外星等。B 波段波長為 440nm 左右，使用標準的 Corning 5030 濾光片加厚度為 2 毫米的 Schott GG 13 測得，測量藍色成分，所得為藍色星等。V 波段波長為 550nm 左右，使用標準的 Corning 3384 濾光片測得，測量黃、綠色成分，和人眼所見亮度接近，所得為可見星等。

表二 Johnson UBV 光度觀測的三個濾鏡中心波長及濾鏡範圍

	中心波長 λ/nm	可通過波長寬度 λ/nm
U	350	70
B	440	100
V	550	90

由上表可知，B 波段的波長較 V 波段短，所以 B 波段的顏色較 V 波段偏向藍光區，因此我們可以用 B 波段星等減去 V 波段星等(B-V)之後得到的值，作為恆星的溫度，且可以將其用在 H-R 圖上，

B-V =Color Index (色指數)。

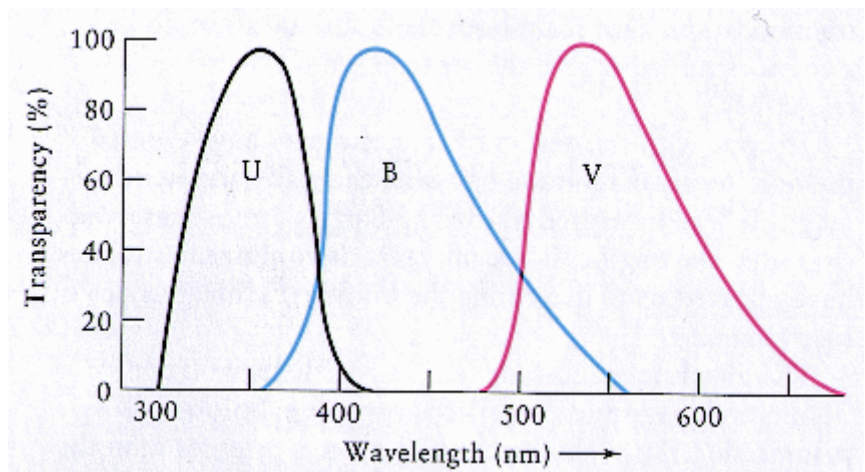


圖 1 Johnson CCD UBV 光度在不同波段的透明度

而 UBV 測光系統的星等值常用 V 波段的星等和色指數 B-V 和 U-B 表示。

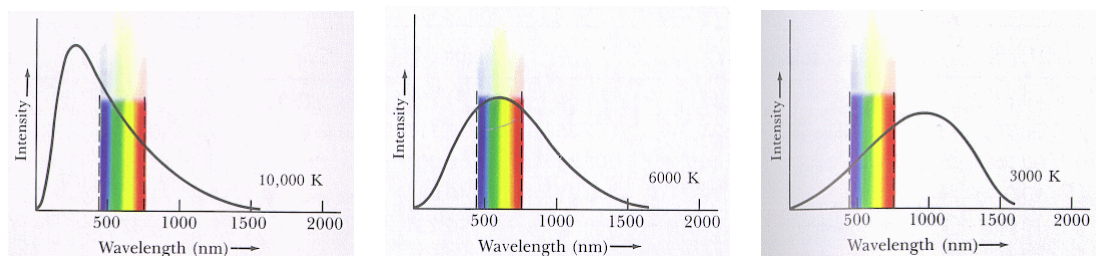


圖 2 各種不同溫度恆星在 UBV 波段上的能量強度不同

(三) 赫羅圖

1. 定義:

赫羅圖，就是將許多恆星的光度、光譜型、色指數和溫度等加以整理後繪製，以光譜型(或有效溫度或色指數)為橫座標，光度(或絕對星等)為縱座標，每顆恆星以一個點來表示

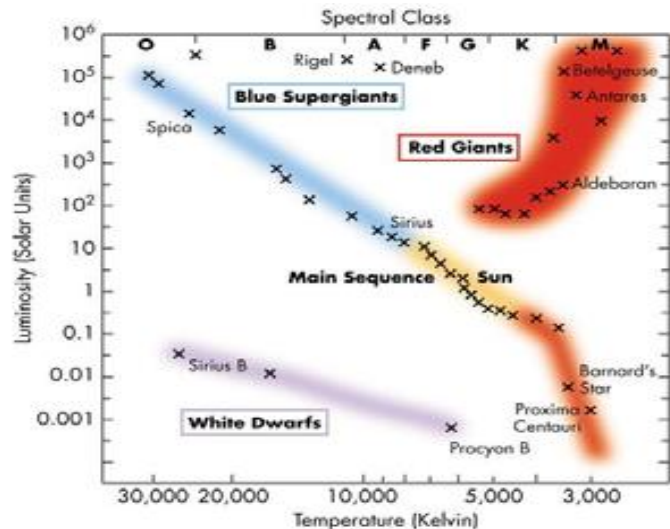


圖 3 赫羅圖

2. 繪製:

1911 年的丹麥天文學家赫茨普龍(E.Hertzsprung)和 1913 年的美國天文學家羅素(H.R.Russell) 將地球上所能看見的一百顆亮星和九十顆距離地球二十光年左右的恆星分別以光度為縱座標，光譜型為橫座標繪製出恆星的光譜-光度圖(簡稱赫羅圖或 H-R 圖)。赫羅圖呈現一幅星點略成左上至右下的帶狀分布(主序帶)，而有大約 90%的恆星分布在主序帶上。而右上及左下有局部星點的圖，右上角為紅(超)巨星、左上角為藍(超)巨星，右下角為紅矮星，左下角為白矮星。其橫座標也可為表面溫度、光譜型或色指數，縱座標為絕對星等或光度，因此，赫羅圖又可稱為星色-星等圖(CMD)。隨著恆星年齡逐漸地增長，位於主序帶上的主序星將脫離主序帶，而往紅巨星的方向移動，因此能藉由找出星團內的恆星脫離主序帶的轉折點位置，來得到星團的年齡。

色指數：在天文學中，色指數被利用來表示恆星表面溫度的量值。藉由 U-B 或 B-V 的光度差，即能表示色指數的純量。

光譜型：光譜型是一種恆星溫度的分類系統，依照光譜分成 O、B、A、F、G、K、M (藍、藍白、白、黃白、黃、橘黃、紅)等七種類型，因此亦可以運用在赫羅圖上。

零齡主序帶(ZAMS, Zero Age Main Sequence)：這是電腦模擬計算出來的曲線，代表恆星開始進行氫核融合反應時，在赫羅圖上的位置

(四) 常態分布

常態分佈 (normal distribution)，又名高斯分佈 (Gaussian distribution)，是一個在各領域，數學、物理及工程上，皆非常重要的機率分佈，在統計學的許多方面有重大的影響力。

常態分佈的定義

有幾種不同的方法用來說明一個隨機變量。最直觀的方法是機率密度函數，這種方法能夠表示隨機變量每個取值有多大的可能性。累積分佈函數是一種機率上更

加清楚的方法，但是非專業人士看起來不直觀。還有一些其他的等價方法，例如 **cumulant**，特徵函數，動差生成函數以及 **cumulant** -生成函數。這些方法中有一些對於理論工作非常有用，但是以下並不多加介紹。

常態分布的實用性很高，簡單的說它是一個數值的理想值，例如這次班上的數學成績會成常態分布，全世界的人的智商也會成常態分布。

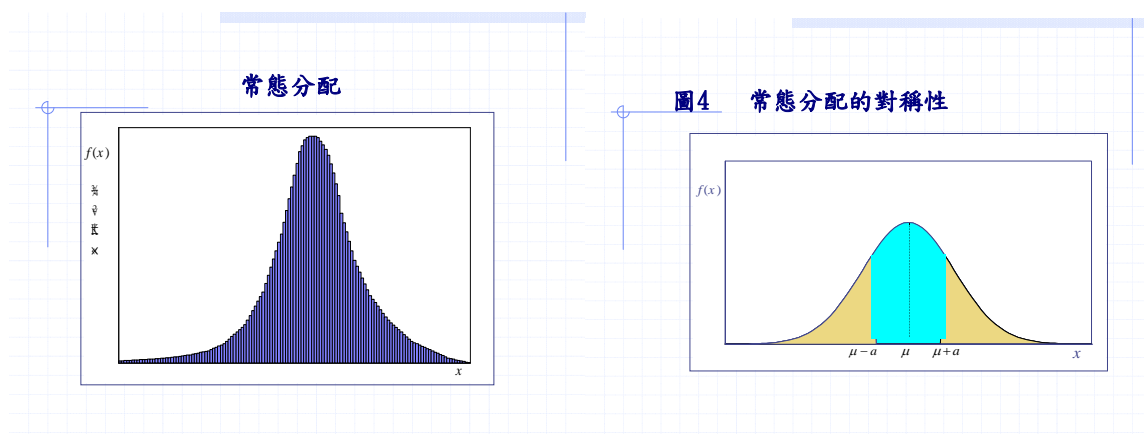


圖 4 常態分布曲線

備註：較常用的區間%值

常態隨機變數落在離平均數 ± 1 個標準差的機率為 68.24%

常態隨機變數落在離平均數 ± 2 個標準差的機率為 95.44%

常態隨機變數落在離平均數 ± 3 個標準差的機率為 99.74%

(五) 星際紅化效應

恆星所發出的光在穿越星際介質時，會被其影響而造成星光的散射和吸收。在可見光的波段上，波長短的藍光又比波長長的紅光受到較大角度的散射。因此，當星光傳到地球時，所見天體的顏色會比預期中的偏紅。

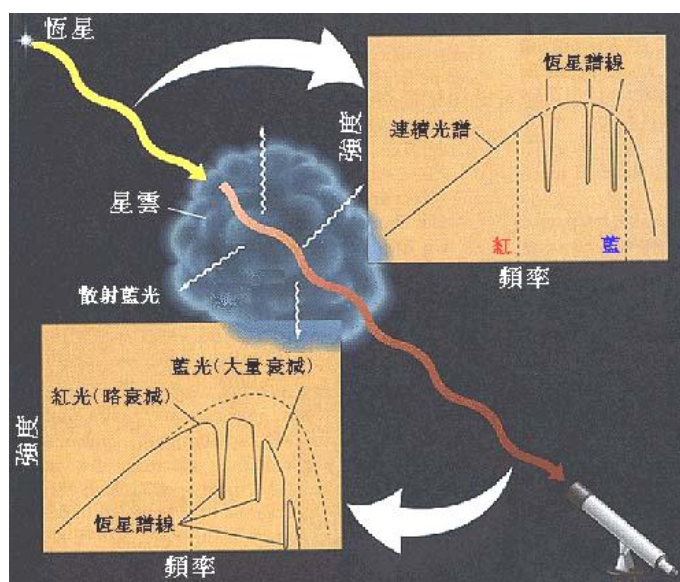
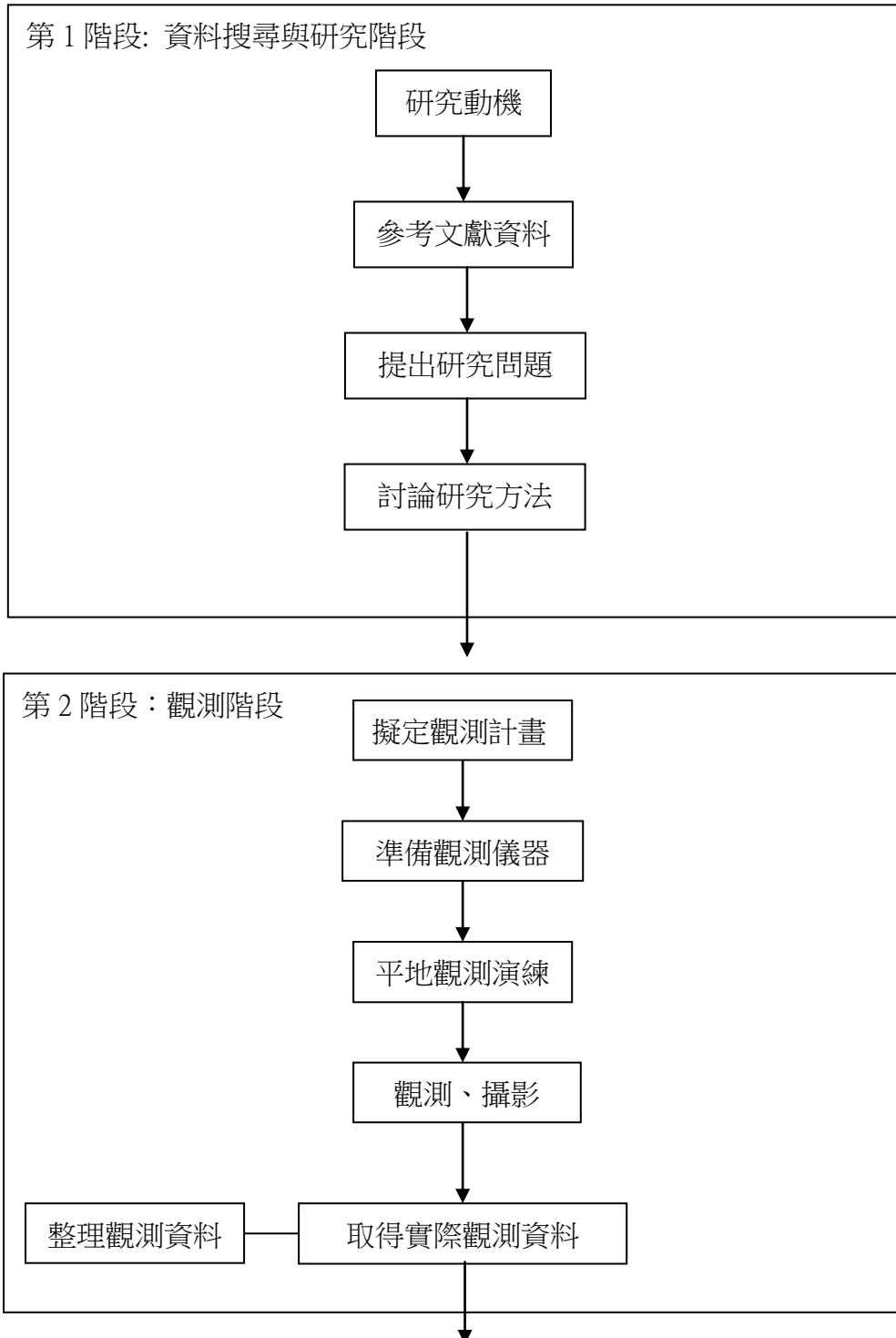


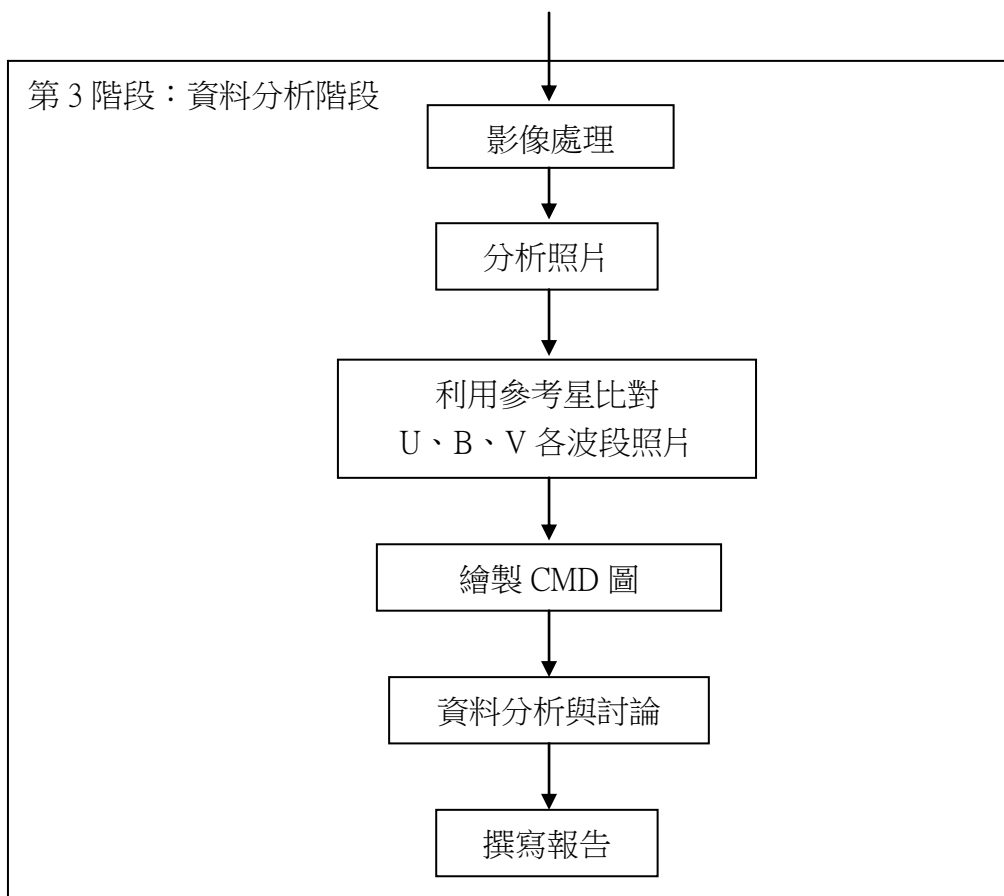
圖 5 星際紅化效應

二、實驗步驟：

本研究分為資料搜尋與研究階段、觀測階段與資料分析階段等三個部分，共花費大約 7 個月的時間來完成這次的實驗，現將研究流程圖與結果摘錄如下：

(一)研究流程圖





(二)目標挑選

若研究小組想要研究星團大小，但因望遠鏡焦長較短，所以視野較小，而適合作研究的對象是星點分布較廣且容易分辨星點位置的疏散星團。經挑選後，決定以 NGC 2099 為觀測目標，因其位置和升沒時間在 1 月時不會受到月相的影響。

表三 在 WEBDA 資料庫中，關於目標星團的基本資料

星團 名稱	RA (J2000)	Dec. (J2000)	L(°)	B(°)	年齡 (Log(t))	距離 (pc)	紅化值 (E(B-V))	金屬豐度 [Fe/H]
NGC 2099	5 ^h 52 ^m 18 ^s	32°33'12"	177.635	3.091	8.540	1383	0.302	0.08

(三)觀測階段

1.觀測計畫：

為了讓觀測進行有更好的效率，行前的觀測計畫是必要的。主要內容有時間、地點、天氣、月相、目標升落時間、方位以及冷卻式 CCD 相機的攝影排程等等。

2.觀測：

本小組為蒐集此次研究相關數據資料於是於 2011 年 1 月 25 日前往阿里山車站前廣場，位於 $N23^{\circ}30'36.42''$ 、 $E120^{\circ}48'14.98''$ ，海拔高度 2218 公尺，之所以會選擇此地為觀測地點，是考量到光害、大氣消光等外在因素會影響照片品質。觀測時間為當日晚間，利用裝設在 C8(f/10)後的 SBIG ST-10XME。ST-10XME 的晶片大小為 14.9×10mm，

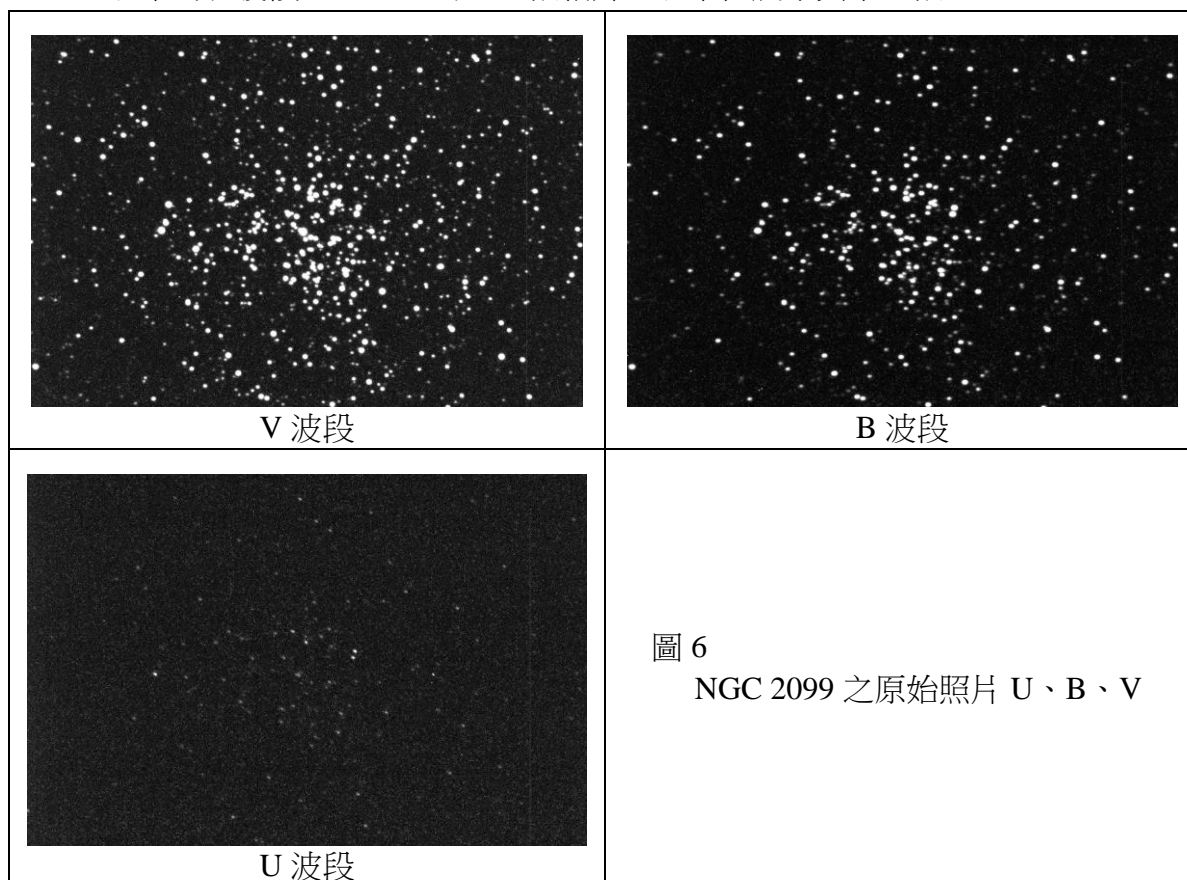
總畫素為 2184×1472 畫素 ($6.8 \mu m / pixel$)，接上 C8 後 CCD 的視野為 $26' \times 17'$ (arcmins) ($0.71'' / pixel$)。

本小組趕在日落前先進行裝備的架設和設定在所有程序完成後，便等待天黑進行觀測。研究小組分別以 U、B、V 三種濾鏡進行曝光拍攝，分別得到 U、B、V 三組波段相片各十張。

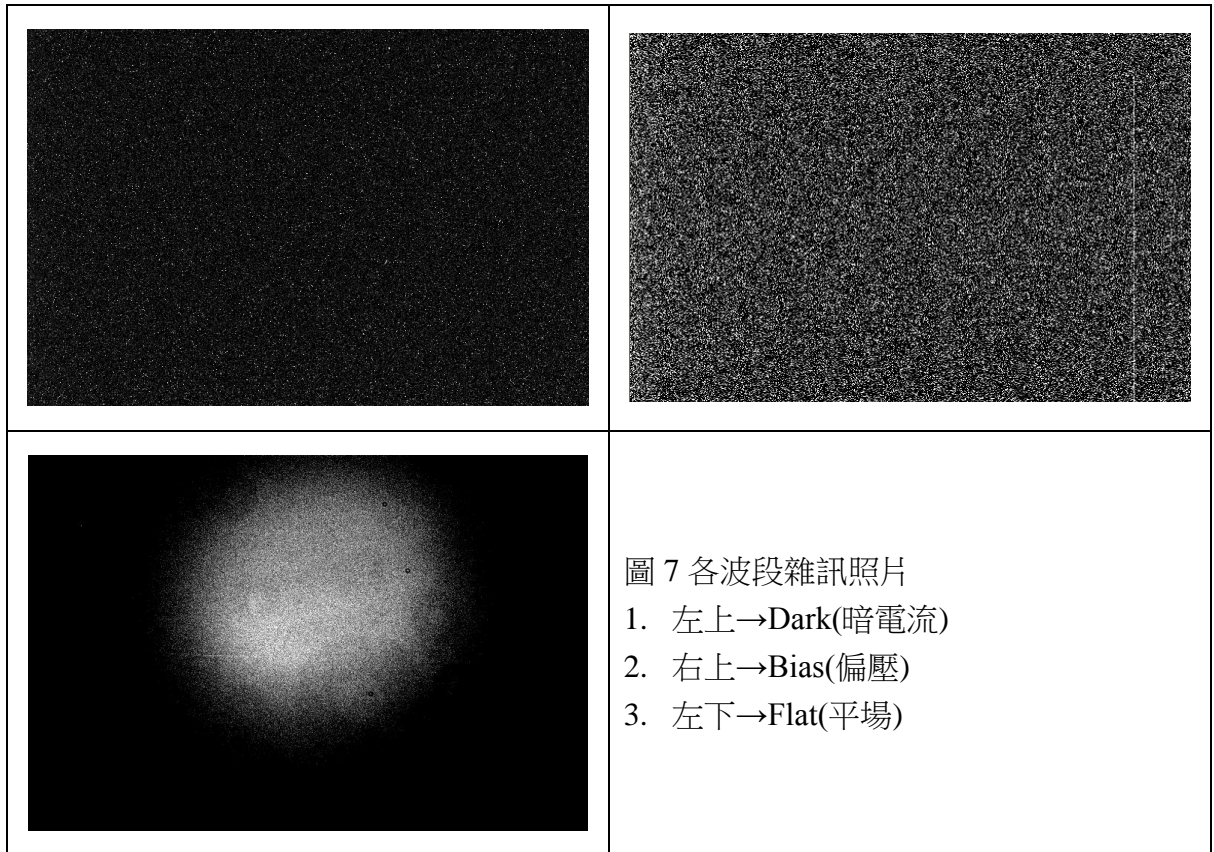
表四：觀測資料

拍攝目標	使用濾鏡	曝光時間	總曝光時間	拍攝時間
NGC 2099	B	60S	60S×10 幅	21:55~22:28
	V	60S	60S×10 幅	
	U	60S	60S×10 幅	
Bias	NONE	0 S	0×10 幅	19:39~19:40
Dark	NONE	120S	120S×5 幅	19:29~19:39
Flat	U	20S	20S×5 幅	06:27~06:29
	B	20S	20S×5 幅	06:24~06:26
	V	20S	20S×5 幅	06:21~06:23

以下為各波段 U、B、V 各 10 張相片，以下僅展示其中一張：



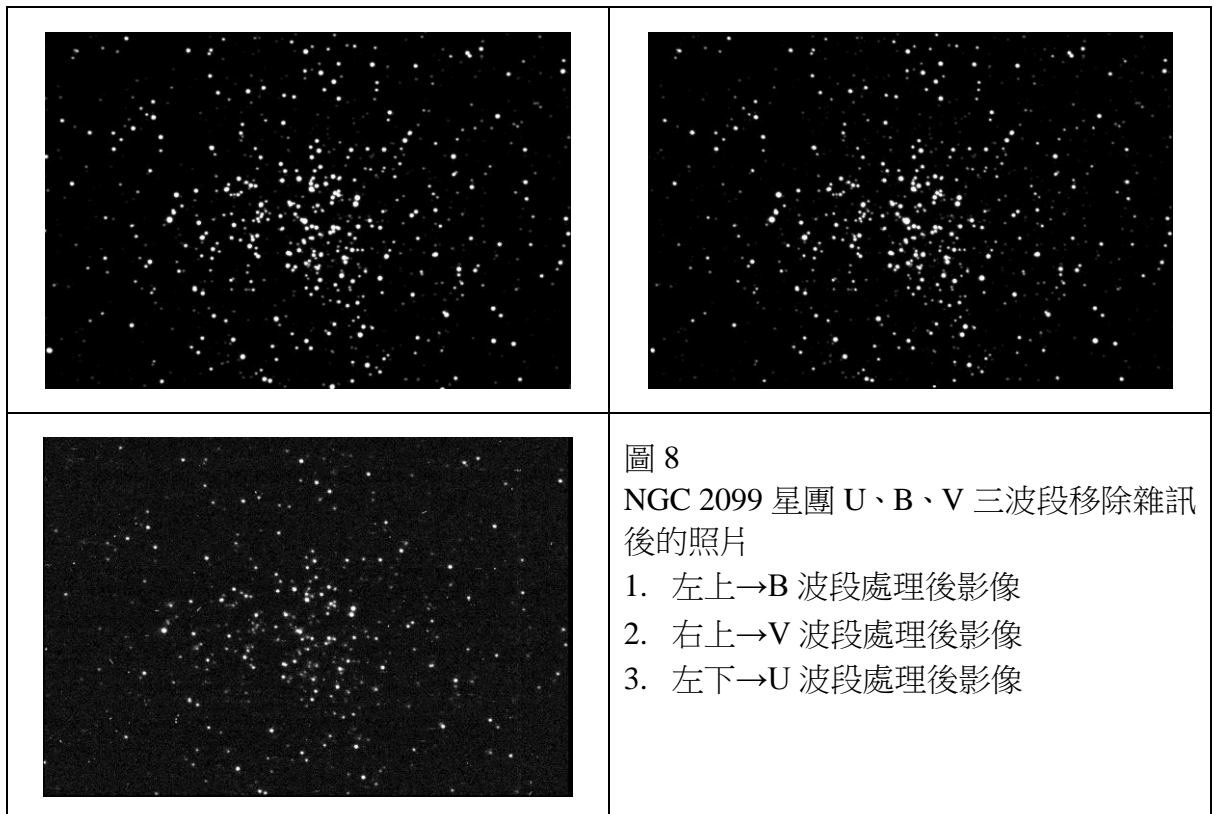
除了該星團的影像外，也拍了 bias(偏壓)、dark(暗電流)、flat(平場)等雜訊影像並依照不同的雜訊種類進行分類、分析。



(四)資料分析:

1.影像處理:

本小組使用 MaximDL 針對不同波段(U、B、V)的照片進行處理，分別將各個波段的 Bias(偏壓)、Dark(暗電流)、Flat(平場)等雜訊消除後，再將同波段星圖經由疊圖的動作使得星星的亮度能夠更清晰。



2.照片分析：

此部分我們使用 NOAO IRAF 中的 DAPHOT 套件來進行星場的光度分析，即能取得各個波段星場中，每一顆恆星的座標、儀器星等及星等誤差。

其運作原理如下：由於在同一個星場中，所有星星所經過的大氣擾動大致相同，其所造成的點瀾散函數(Point Spread Function; PSF)也應大致相同，因此我們如果能夠算出此星場內星點的點瀾散函數(PSF)，便可利用得到的 PSF 來代入(fit)此星場中所有的星星，進而得到星場內所有星星的正確光度資料。在 IRAF 中的 DAPHOT 套件便是利用此一原理來進行星場的光度分析，其運作的過程有 daofind(尋找星點座標)、phot(計算恆星儀器星等)、pselect(移除無法計算星等的恆星)、psf(擬合點瀾散函數)、allstar(計算星場中所有恆星的儀器星等)等 5 個指令。

經軟體分析找出星點瀾散函數(如下圖)後，程式針對該星場依照 U、B、V 三波段運算後，會將星點座標和儀器星等等數據輸出為文字檔，而得以進行各波段座標的整合。

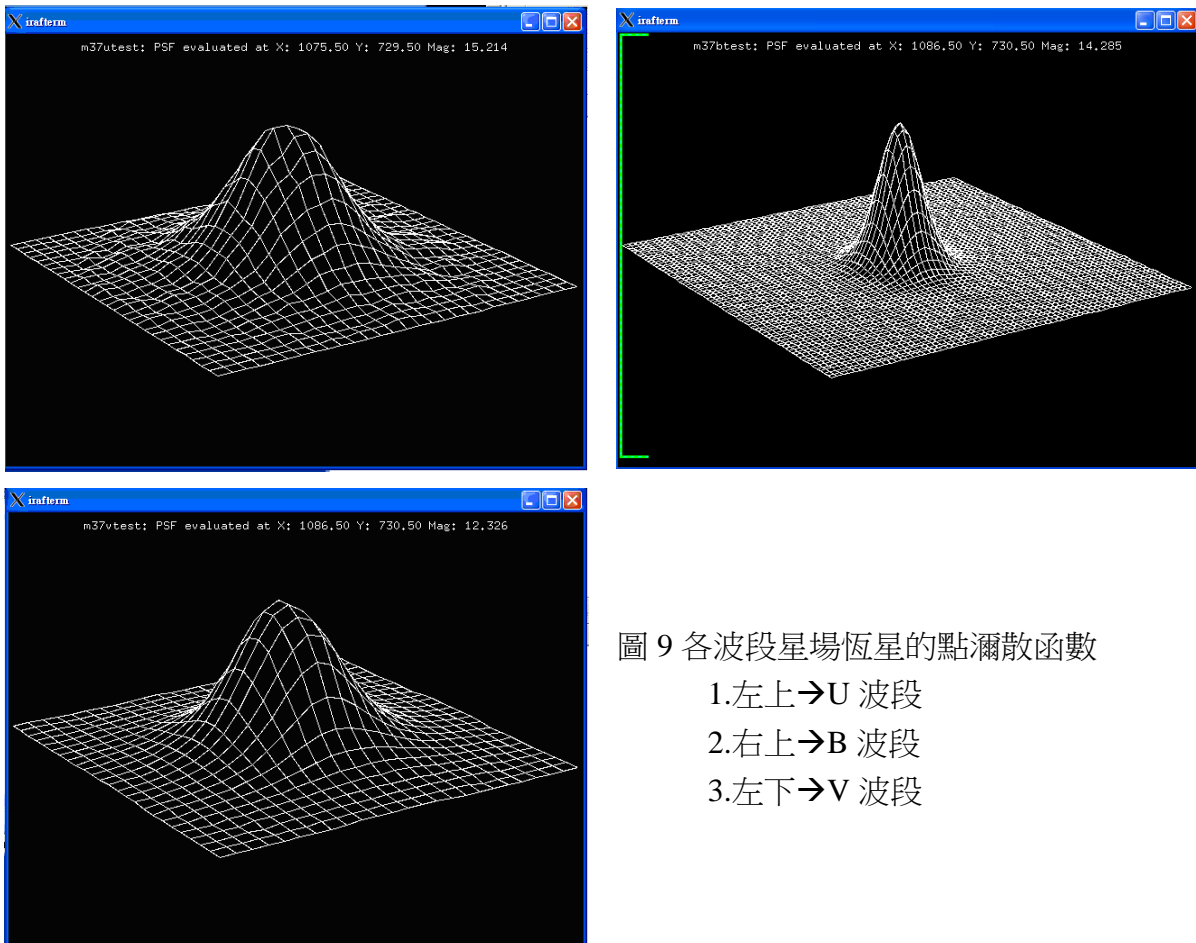


圖 9 各波段星場恆星的點瀾散函數

- 1.左上→U 波段
- 2.右上→B 波段
- 3.左下→V 波段

3.座標校正

由於拍攝時，其成果會受到大氣擾動的影響，而赤道儀在對目標星團進行追蹤時也難免有誤差，因此每張照片都有少許的位移，所以疊合完畢後的 U、B、V 波段照片經 DAPHOT 套件處理完後，在不同波段下同一顆星的座標便不會相同，為得到正確的星點座標，因此我們需要進行座標校正的步驟。

本小組先在印出的照片中比對並挑出八顆在 U、B、V 波段都由出現的恆星座標。下表是經本小組選定後的參考星在 U、B、V 三波段上 DAPHOT 套件所輸出的座標。

表五: 座標修正之參考星位置

no	Xv	Yv	Xb	Yb	Xu	Yu
1	1360.378	886.365	1360.53	885.703	1360.464	886.342
2	1428.373	790.416	1428.348	790.496	1428.381	790.401
3	1350.089	698.571	1350.051	698.621	1350.092	698.563
4	1577.416	474.804	1577.25	474.869	1577.449	474.819
5	1201.896	782.528	1201.912	782.553	1201.893	782.527
6	246.428	978.848	246.314	978.735	246.388	978.785
7	1122.174	677.074	1122.204	677.078	1122.174	677.077
8	962.773	538.522	962.77	538.506	962.805	538.512

註: Xv 為 V 波段中的 X 座標, Yv 為 V 波段中的 Y 座標..., 以此類推。

利用 IDL 6.2 版撰寫座標比對程式, 我們以 V 波段為主體, 與 B、U 兩波段相互比對, 最後便可得到恆星座標(X,Y)、V 波段儀器星等(vmag)以及星等誤差(vmerr)、B 波段儀器星等(bmag)與星等誤差(bmerr)、U 波段儀器星等(umag)與星等誤差(umerr)等 8 項資料。

下圖是比對完畢後, 針對 Vx-Bx、Vx-Ux、Vy-By、Vy-Uy 作圖, 如果座標比對無誤, 其座標分布應為一直線。

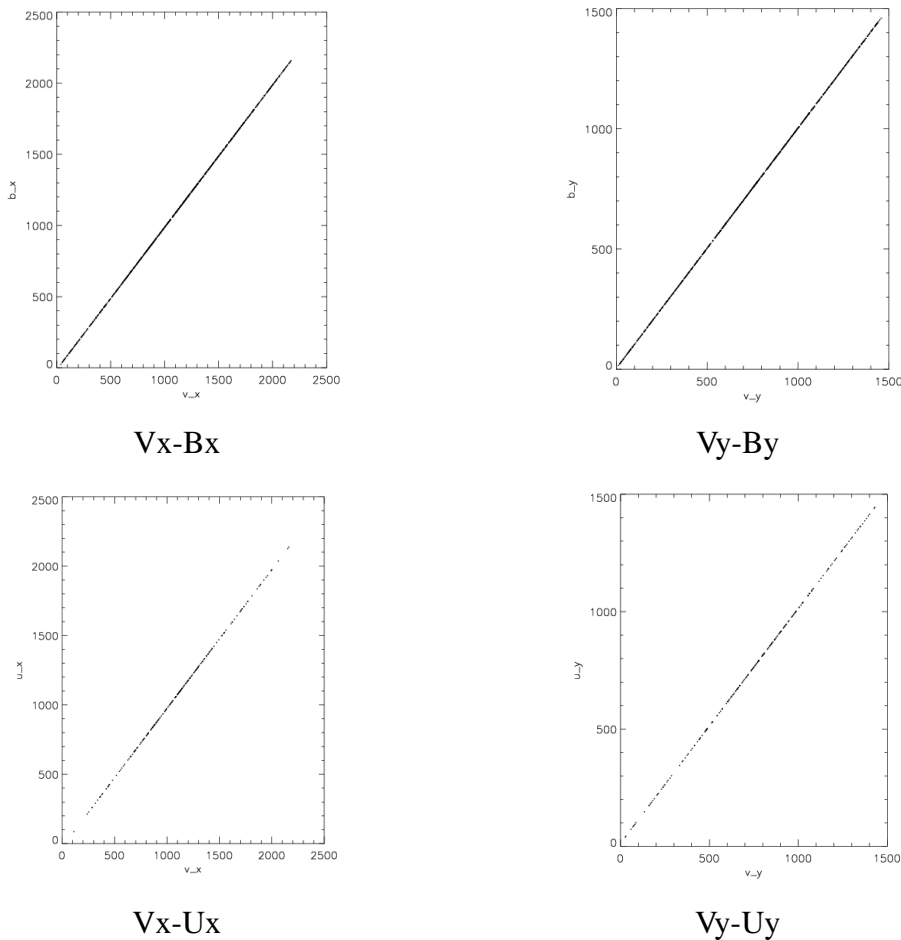


圖 10 恆星座標修正結果

4. 利用數星法，求星團的視角

研究小組採用數星法，且利用統計方法來測量出星團的視角。

首先定義虛無假設(H_0)為所有的星星都是背景星

所以假設 $\begin{cases} H_0: \text{所有的星星} = \text{背景星} \\ H_a: \text{所有的星星} \neq \text{背景星} \end{cases}$

利用邊緣星場算出背景星的平均值與標準差後，在 95% 的信心水準下，背景星的數值為 2.43 ± 3.2 顆星；因星星個數為整數，為提高信度，背景星數採無條件進位，為 $6 \frac{\text{顆星}}{\text{角分}^2}$ ，再測量照片中，每平方角分中星數大於 6 顆星的分布後，便可拒絕虛無假設，將每平方角分中星數低於 6 顆星的範圍定為非成員星的星場，進而得到星團的視角。得到星團視角後，將不在此範圍內的非成員星刪除後，即可進行下一階段的分析。

5. 視星等校正：

因為儀器星等是用點瀾散函數(PSF)所運算出來的，其運算結果與視星等有一段差異，因此必需進行將儀器星等校正為視星等的步驟，才可以繪出星團的 CMD 圖。研究小組利用線性迴歸的方法，來進行儀器星等與視星等的修正，以下函數為轉換 Johnson UBV 星等的轉換方程式。

$$U - u = \beta_u + \alpha_u(U - B) \quad (1-1)$$

$$B - b = \beta_b + \alpha_b(B - V) \quad (1-2)$$

$$V - v = \beta_v + \alpha_v(B - V) \quad (1-3)$$

其中 U 、 B 、 V 為視星等， u 、 b 、 v 為儀器星等，而 α_u 、 β_u 、 α_b 、 β_b 、 α_v 、 β_v 為

其係數， σ 為標準差。以下是 V 星等標準差範例： $\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum (V_i(\alpha, \beta) - V_i)^2}{n-1}}$ (V_i 是視星等， n 是參考星數。)

由於在拍攝時沒有測定標準星場，所以研究小組利用先前所測量之星團範圍照片(圖 17)與前人所測量之視星等(WEBDA Navigation)，來進行視星等修正。我們從中比對，並挑選出 26 顆參考星(如附件一)，將各波段的視星等與儀器星等比對後，可得如下頁圖 11 的趨勢線，其趨勢線方程式與標準差，如方程式 1-4~1-6 所示

$$U - u = -4.45 + 0.27(u - b), \quad \sigma_u = 0.31 \quad (1-4)$$

$$B - b = -2.79 + 0.08(b - v), \quad \sigma_b = 0.08 \quad (1-5)$$

$$V - v = -2.38 - 0.07(b - v), \quad \sigma_v = 0.07 \quad (1-6)$$

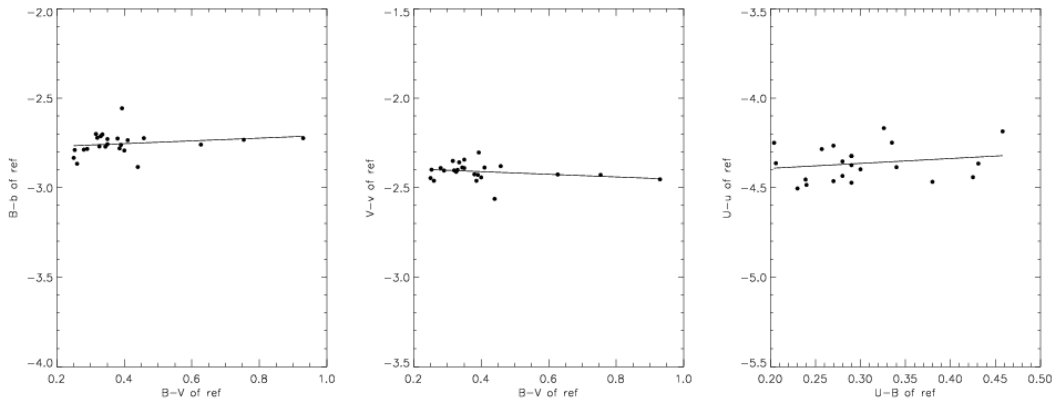


圖 11 視星等與儀器星等趨勢線圖

找出視星等與儀器星等的關係式後，將方程式整理如下：

$$U = u + \beta'_U + \alpha'_U(u - b) \quad (1-7)$$

$$B = b + \beta'_B + \alpha'_B(b - v) \quad (1-8)$$

$$V = v + \beta'_V + \alpha'_V(b - v) \quad (1-9)$$

係數推導後如下：

$$\alpha'_U = \frac{\alpha_u}{1 - \alpha_u} \quad \beta'_U = \frac{\alpha_u}{1 - \alpha_u} \left\{ (\beta_u - \beta_b) - \alpha_b \frac{[(\beta_b - \beta_v) + (b - v)]}{1 - \alpha_b + \alpha_v} \right\} + \beta_u$$

$$\alpha'_B = \frac{\alpha_b}{1 - \alpha_b + \alpha_v} \quad \beta'_B = \frac{\alpha_b(\beta_b - \beta_v)}{1 - \alpha_b + \alpha_v} + \beta_b$$

$$\alpha'_V = \frac{\alpha_v}{1 - \alpha_b + \alpha_v} \quad \beta'_V = \frac{\alpha_v(\beta_b - \beta_v)}{1 - \alpha_b + \alpha_v} + \beta_v$$

將係數代入後，得到視星等轉換公式如 1-10~1-12

$$U = -3.6 + 1.37u + 4.29b - 5.29v \quad (1-10)$$

$$B = -2.82 + 1.09b - 0.09v \quad (1-11)$$

$$V = -2.35 + 1.08v - 0.08b \quad (1-12)$$

利用 1-10 ~ 1-12 的轉換公式，將所有 u、b、v 儀器星等轉換成 U、B、V 視星等。轉換結果與星等誤差如下頁圖 12。

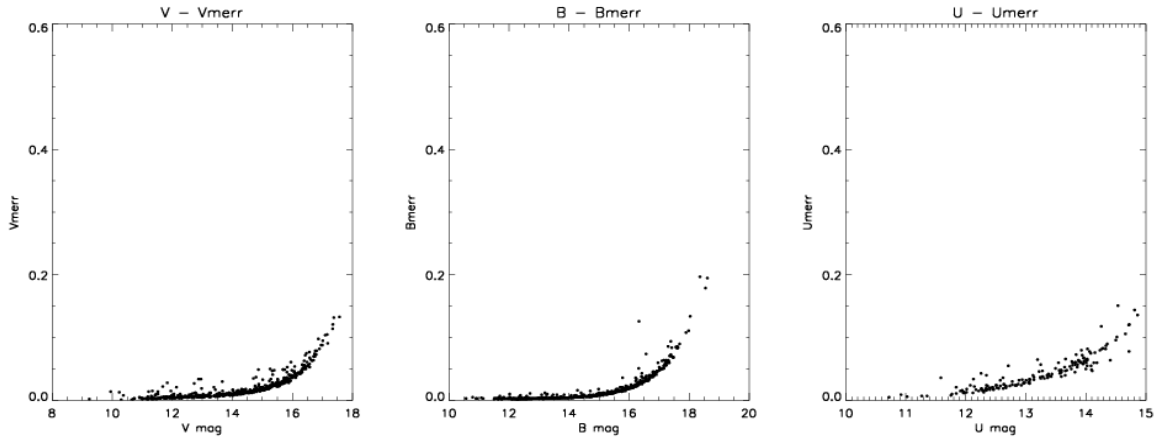


圖 12 各波段的視星等及其星等誤差

如上圖所示，以星等誤差在 0.1 個星等下，在 V 波段的極限星等約在 17.1 等；B 波段的極限星等約在 17.7 等；U 波段的極限星等約在 14.5 等。

6. 繪製 Color-Magnitude Diagram(CMD)與 Two-Color Diagram(TCD)：

經由 1-10~1-12 公式求得 U、B、V 各波段星等後，用 V 波段星等(視星等)和 B-V 星等差(色指數)來繪製 CMD(圖 13)；用 B-V 和 U-B 之星等差值來繪製出 TCD(圖 14)。

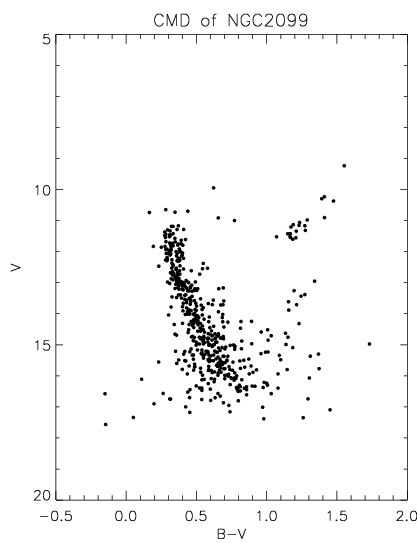


圖 13 CMD 圖

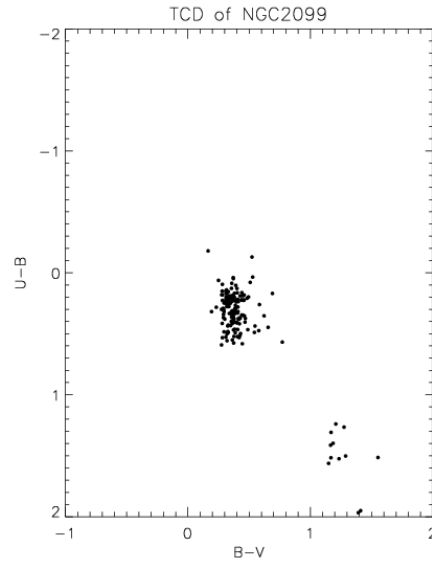


圖 14 TCD 圖

7. 紅化修正：

因星光在宇宙空間傳遞後，會被星際介質吸收或散射，使得短波長的藍光衰減較多，使星光偏紅。所以應要將星際介質所減去的光再修正回來(U、B、V)，才可以得到恆星真正的亮度(U_0 、 B_0 、 V_0)。在(B-V)-(U-B)圖(TCD 圖)中，利用 ZAMS 曲線의 平移，來比對研究小組所觀測的資料，參考比值為 $\frac{E(U-B)}{E(B-V)} = 0.72$ (Johnson and Morgan, 1953)

1953)

V 波段和 B 波段中，V 波段的星際消光 $A_V \equiv V - V_0$ ，B 波段的星際消光 $A_B \equiv B - B_0$ 。

紅化值定義如下：

$$E(B-V) \equiv (B-V) - (B-V)_0 = A_B - A_V \quad (1-13)$$

$$R_V = \frac{A_V}{E(B-V)} \quad (1-14)$$

R_V 是星際消光的常數，其值趨近於 3.1(Schultz and Wiemer, 1975)

8. 求星團的距離

由上一步驟所得到紅化修正的紅化值($E(B-V)$)後，將理論的 ZAMS 曲線，以紅化值進行平移修正後，繪製到 CMD 圖上，並繪製出未垂直平移的 ZAMS 曲線(絕對星等)與垂直平移後的 ZAMS 曲線(星團視星等)，而後測量兩曲線的距離，便可得距離模數($m_V - M_V$)，再代入距離模數公式後，即可求出星團距離。

9 求星團的年齡

利用紅化修正的紅化值($E(B-V)$)、距離模數($m_V - M_V$)繪入 CMD 圖，並求得星團金屬豐度後，將各種不同年齡星團演化等時模型(Schultz & Wiemer, 1975)一一套入 CMD 圖中，便可比對出最接近的星團年齡。

伍、研究結果與討論

根據上述研究過程，小組得出了以下結果，並針對了一些疑點進行討論：

一、星團視角的測量

圖 15 為研究小組所拍攝的星團照片，下頁圖 16 為所拍攝 NGC 2099 的星團恆星分佈及數量圖，從圖上可以得知此圖中央橘色區塊(10~12 顆)的地方為星團的中心，但因為我們無法更進一步的判斷該星團的成員星，

因此研究小組利用數星法及統計方法，先假設小區域視野的恆星個數為均勻分布，如視野中的恆星每平方角分的星數超過邊緣星場平均值加 2 個標準差的數值時，便可知此恆星部分的區域不屬於背景，利用此方法便可得星團的大小。



圖 15 視野內的 NGC2099

首先定義虛無假設(H_0)為所有的星星都是背景星

所以假設 $\begin{cases} H_0: \text{所有的星星} = \text{背景星} \\ H_a: \text{所有的星星} \neq \text{背景星} \end{cases}$

當研究小組由照片邊緣算出星星平均個數為 $2.43 \frac{\text{顆}}{\text{角分}^2}$ ，標準差為 1.63，因此

加 2 個標準差後的星

數為 $5.69 \frac{\text{顆}}{\text{角分}^2}$ ，

因星數為整數，所以為求較高信度，將此數值無條件進位，定

為 $6 \frac{\text{顆}}{\text{角分}^2}$ 為虛無

假設臨界值。

由圖 17 知，找出

$6 \frac{\text{顆}}{\text{角分}^2}$ 以上的恆

星區域，在赤緯的視直徑約為 13 角分，赤經的視直徑約為 21 角分，因此可以得知該星團的大致範圍。

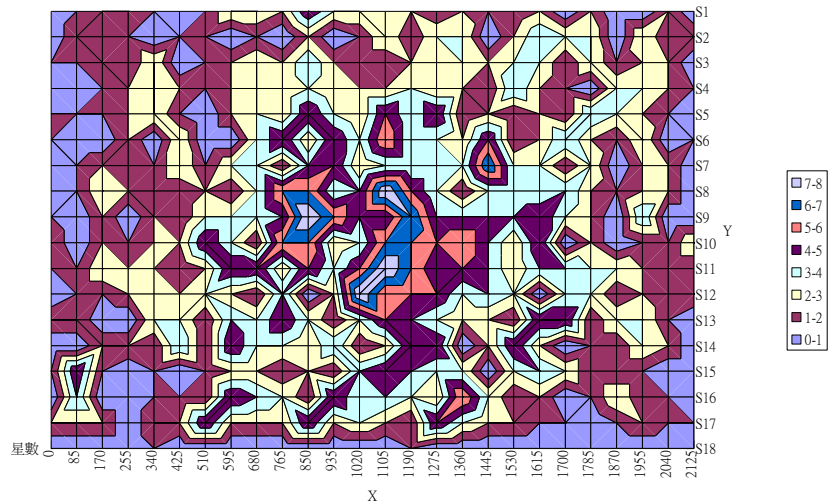


圖 16 星團數量分布圖

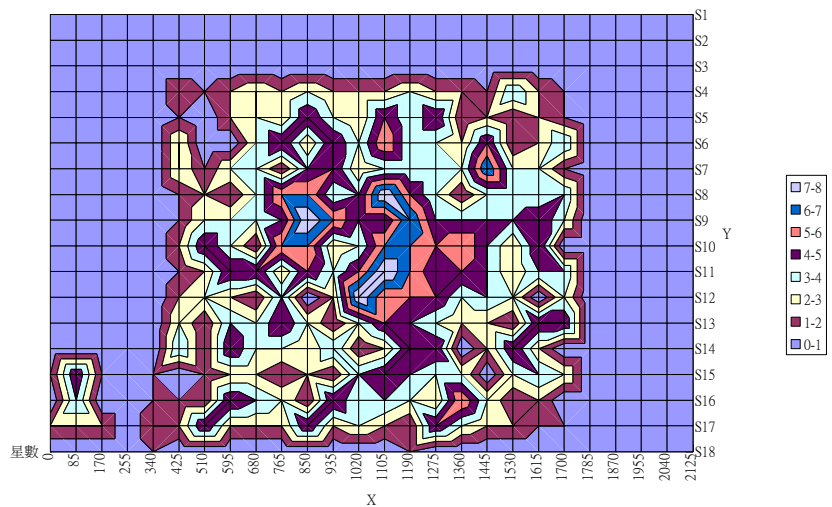


圖 17 刪除非成員星後之星團數量分布圖

討論：

本次攝影的照片雖可拍出星團的中心部位，但由數星法分析後，發現星團的分布可能還有向下延伸的趨勢，因而在赤緯方向得到較小的估計值，在未來研究小組會使用 Mosaic 的方式，來拍攝範圍較大的星野照片，如此便可減少此誤差的形成。

二、紅化修正

我們利用未平移的黑色 ZAMS 曲線

(Deutschman et al., 1976)，以 $\frac{E(U-B)}{E(B-V)} = 0.72$

的斜率來進行平移，求得紅化量(色餘值)為 $E(B-V) = 0.1 \pm 0.02$ 的差值後，

繪製成平移後的 ZAMS 曲線(紅線)。

在 V 波段的星際消光為 $R_v = \frac{A_v}{E(B-V)}$ ，

$R_v = 3.1$

$3.1 = \frac{A_v}{0.1}$ ，可得 $A_v = 0.31 \pm 0.06$

由公式 1-13

$E(B-V) \equiv (B-V) - (B-V)_0 = A_B - A_V$
(公式 1-13)

$E(B-V) = 0.1 \pm 0.02$

$A_v = 0.31 \pm 0.06$ ， $A_B = 0.41 \pm 0.06$

討論：

由已刪除非成員星場的資料所繪製出的 TCD 圖中，可以看見恆星的分布有分成甲、乙兩群，而由 TCD 圖得知，此兩群恆星應屬於不同的星群分布。

其中甲、乙群恆星分布的下緣部分仍有一些零散的星點，如圖 19。

研究小組將這些星點與星團內恆星座標作圖(圖 20)後發現，該 2 群星點大多集中於照片的右下方，且僅於 U-B 部分才有這樣的偏移，研究小組推測其可能為物鏡結露或天空薄雲干擾，在去除偏移量過大的星點後，我們便可利用處理後的 TCD 圖進行紅化修正，結果如圖 18。

因為目前尚無一個有效的方法來測量紅化值($E(B-V)$)的值，所以只能利用 TCD 圖，藉由 ZAMS 在 TCD 圖上的位置，由 X 軸($B-V$)方向的平移，看曲線疊合在星點上的位置來推敲 $E(B-V)$ 值的大小，此外，我們高估了當天該星團 U 波段的亮度，因此 U 波段的相片訊號較其他波段的相片差，當繪出 TCD 圖時，因可參考的星點較少，所以紅化修正的誤差較大。而紅化值是星際消光的消光程度，所以如果 $E(B-V)$ 值太大，星光會較測

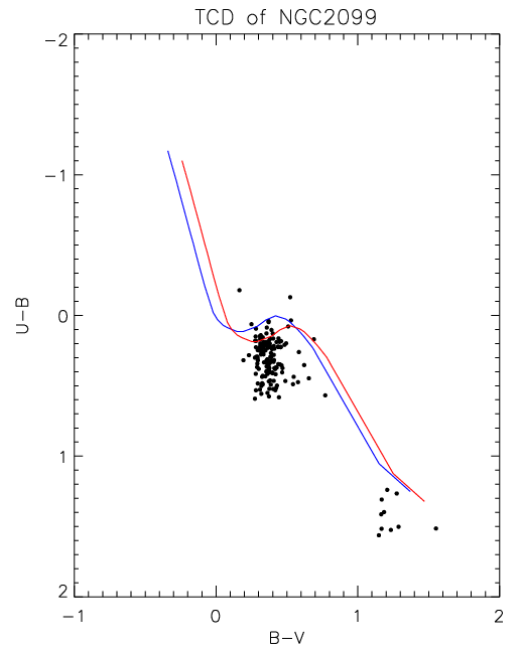


圖 18. TCD 圖，其 Y 軸為 ($U-B$)，X 軸為 ($B-V$)，上圖中藍色曲為零齡主序帶 (ZAMS)，紅色曲線為平移後的 ZAMS。

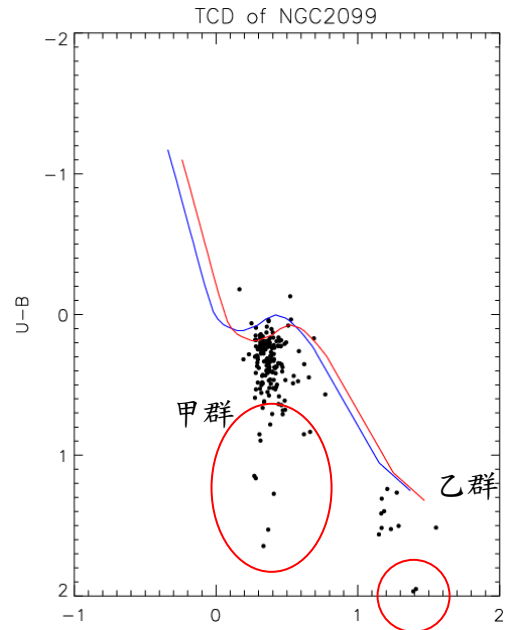


圖 19 原始照片中已刪除非成員星場資料後所繪製的 TCD 圖

量出來的亮，反之則暗；因此紅化值的估計為本研究一個很大的誤差來源。

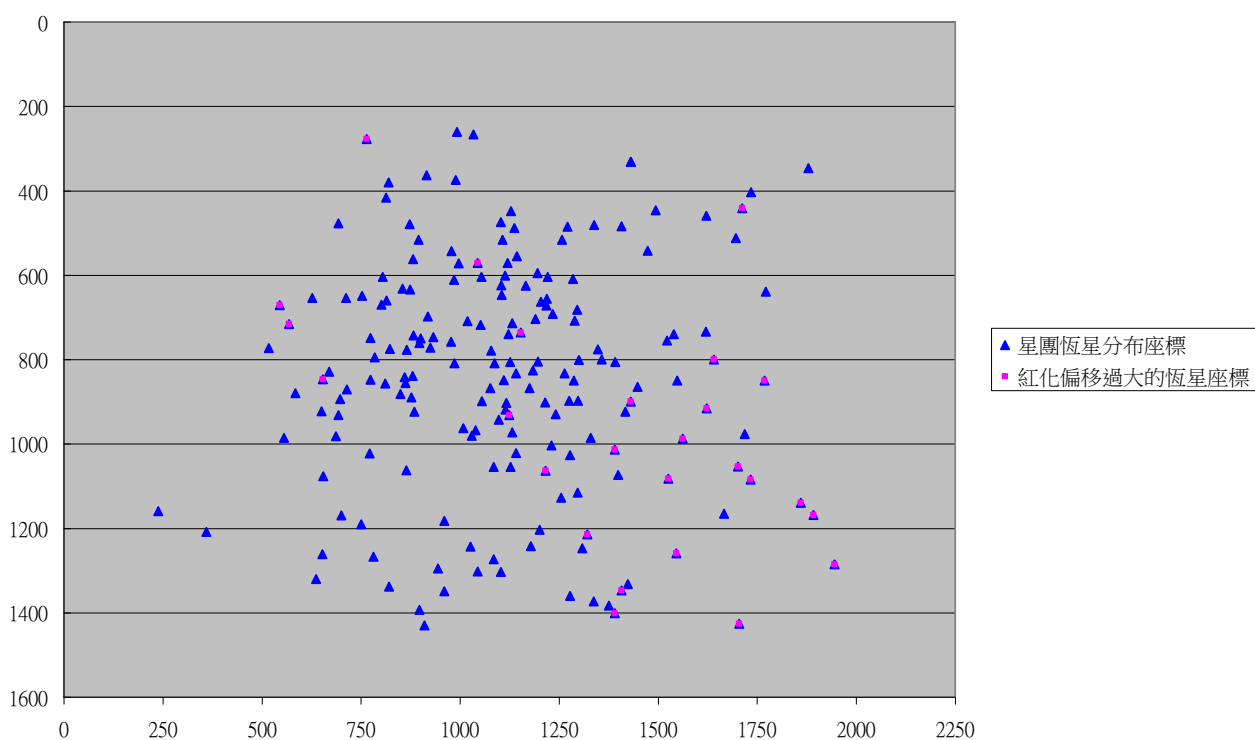


圖 20 星團內恆星分布座標與 TCD 偏移大的座標圖

三、星團距離

因為星團內各恆星距地球的距離大致相同，所以可以利用所測得的視星等來取代在 CMD 圖(圖 21)中 Y 軸的絕對星等，其絕對星等與視星等的差便為距離模數 $m_v - M_v$ ，為 11.4。圖 22 中，藍色線為平移後的 ZAMS 曲線；而此曲線已可與 NGC2099 的主序帶大致重疊。

用距離模數公式可求出星團距離：

$$m - M = 5 \log d - 5$$

(M:絕對星等;m:視星等;d:與地球之距離(pc))

因星際消光的關係，上面的公式可以改成

$$m_v - M_v = 5 \log d + A_v$$

(M_v : V 波段絕對星等； m_v : V 波段視星等； A_v : V 波段星際消光)

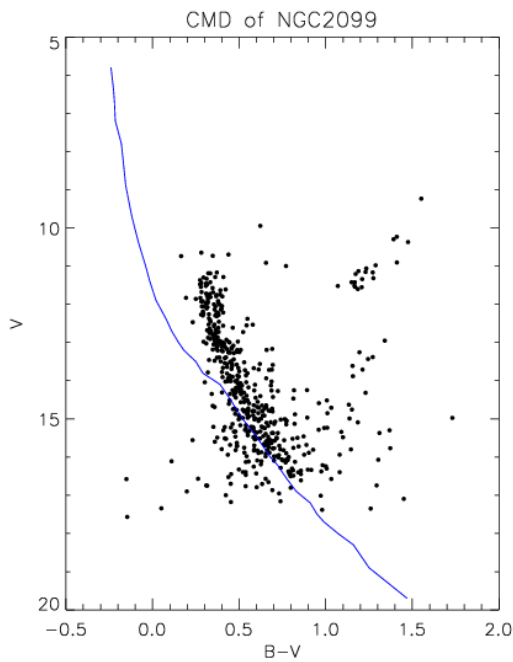


圖 21 平移後的 ZAMS 曲線

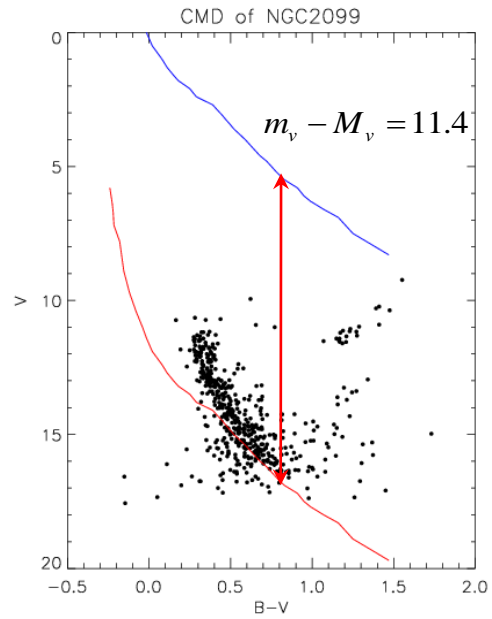


圖 22 以 ZAMS (藍線) 的平移，求得距離模數 ($m_v - M_v$)。

將 $m_v - M_v = 11.4 \pm 0.2$ 與 $A_v = 0.31 \pm 0.02$ 代入公式 $m_v - M_v = 5 \log d - 5 + A_v$ 中，可得 $\log d = 3.22 \pm 0.04$ ， $d = 1666.63 \pm 153.07 \text{pc}$ 或 $5433.21 \pm 499.00 \text{ly}$

討論：

在距離模數 ($m_v - M_v$) 修正的部分，研究小組利用 CMD 圖中，Y 軸 (V mag) 平移後的距離來量出距離模數，因為 ZAMS 上的星等為絕對星等 (M_v)，而測量出來的星等為視星等 (m_v)，因此平移的值便為 $m_v - M_v$ ，但因星團主序帶呈一帶狀分布且具有寬度，所以在平移 ZAMS 曲線時，需讓 ZAMS 曲線疊合在星團主序帶的下緣部分，而其寬度便為誤差部分。

四、星團大小

利用弧長公式，將 d 用 $1666.63 \pm 153.07 \text{pc}$ ，赤經的視角用 21 ± 0.5 角分，赤緯的視角用 13 ± 0.5 角分代入，可以計算出該星團的赤經方向的視直徑為 $10.20 \pm 1.18 \text{pc}$ 或 $33.26 \pm 3.84 \text{ly}$ ，赤緯方向的視直徑為 $6.88 \pm 0.26 \text{pc}$ 或 $22.43 \pm 0.86 \text{ly}$ 。

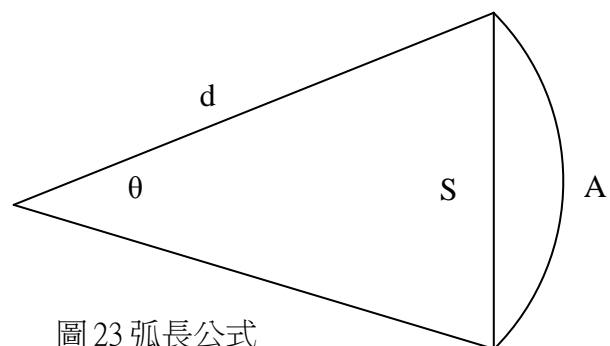


圖 23 弧長公式

可以使用上圖的方法，弧長公式 $A = d\theta$ ，因為 NGC 2099 距離地球很遠所以 $S \approx A$ ，將值帶入公式 $S = d\theta$

五、星團年齡

因同一星團內恆星誕生的時間大致相同，而大質量的恆星因為重力大，必須產生很大的熱壓力來維持它的穩定，所以氫元素的消耗較快，因此較早步入死亡；反之，質量小的恆星，其壽命較長。

因此可利用星團 CMD 圖中，大質量的恆星開始脫離主序帶的那個點(轉折點)，來尋找星團的年齡。而不同的金屬豐度所組成的各種星團，其演化路徑也大不相同。(Schultz & Wiemer, 1975)

由 Jasonjot S. Kalirai(2001)得知，NGC2099 的金屬豐度約為 0.02，將 $Z=0.02$ 時所作出的星團演化路徑，與研究小組所觀測到的 NGC2099 主序帶相互比較，以 $\log t = 8.5 \sim 8.6$ 之間是最符合的。

所以 NGC2099 的年齡約在 $10^{8.5} \sim 10^{8.6}$ 年，也就是 $3.2 \times 10^8 \sim 4.0 \times 10^8$ 年左右。

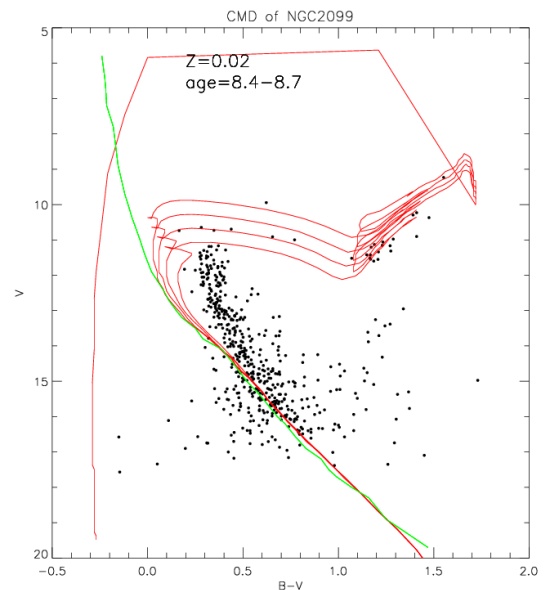


圖 24 利用主序帶的轉折點，求得星團年齡

六、其他相關討論

在本次研究中，我們發現了幾點需要改進及深加探討的地方。

1. 我們低估了當天的天氣情況，又因當天的風速較平常來的大，造成望遠鏡的晃動，因此所拍攝的星點較大，所以在進行星點處理時所造成的儀器星等誤差較大。
2. 在望遠鏡解析力的部份，V、B、U 三波段之解析力分別為 $0.69''$ 、 $0.55''$ 、 $0.44''$ ；而 CCD 的部份為 $0.71''/\text{pixel}$ ，由於 CCD 的畫素為每 1 畫素 0.71 角秒，因此 CCD 每畫素觀測到的影像所造成的誤差，皆較光學誤差大，而在 UBV 的各波段中所造成的誤差皆較 CCD 小，所以可忽略不計。
3. 在星空中可供研究的星團很多，但我們會選擇此星團的原因，是因為該星團在 2011 年 1 月 25 日晚上適合拍攝的時間點時的天頂角在 30 度之內，而大氣消光是指星光在經過不同的大氣厚度時，會有不同程度的消光，也就是說如果我們要消除大氣消光對同一觀測目標在同一夜亮度的影響，就必須考慮光所通過的大氣厚度，而其大氣消光量正比於 $\text{air mass}(\sec(Z))$ ，Z 指的是天頂角，當頂角為 0° 時， air mass 為 1，此時所受到的大氣消光影響程度最小，因此一般天文研究中進行觀測時，會選擇距離天頂角 30° 內的目標。在拍攝時間，也就是該晚 21

點 55 分至 22 點 28 分時，天頂角在 $10^{\circ}40'$ 到 $15^{\circ}18'$ 之間，所求得的大氣質量(air mass)為 1.02 到 1.04；本研究所計算出此次觀測時的 air mass 在 1.02 至 1.04 之間，對於星等所造成的誤差遠小於儀器所造成的星等誤差，因此本研究在 air mass 上造成的誤差可忽略不計。

4. 為解決上述問題，研究小組討論出以下方法，應可再讓誤差減小：
 - (1) 本小組期盼在未來能夠在有實地觀測的機會並且能夠有更好的觀測輔助工具，天文觀測帳篷便是我們所期盼的，因為這樣便能減少外在因素影響實驗結果的可能性。
 - (2) 可申請國內大學天文台的觀測時段，進行更長時間的累積曝光時間，如此一來，可觀測到極限星等便能更大，也可以有效地幫助 CMD 圖中星團主序帶的判讀。
 - (3) 另外本校預定今年底天文台會完工，希望藉由天文台的穩定、定點及自動化的觀測，來增加累積曝光時間，看到更暗的恆星，並減少外在因素的干擾。
 - (4) 假設除去了風此一外在因素後，便可得到較清楚的星點照片，再用疊合的方法來增強訊號，如此一來在訊號增強後，星等誤差會較少，而星團 CMD 圖的主序帶範圍會因誤差的減少，更容易分辨主序帶的位置，這樣因平移 ZAMS 曲線所造成的誤差便可以減小。
 - (5) 本次研究疑似受到了結露及雲霧的影響，因此下次進行拍攝時應多加注意望遠鏡鏡面上是否有干擾拍攝的物質存在。
 - (6) 在此次研究中我們分析星團資料用以達成此次研究目的，找出星團的視直徑並期待在未來中能找到更為精準的方式來達成此項研究。
5. 未來展望：
 - (1) 利用 DSS 影像資料庫，尋找不同年代的 NGC 2099 影像，藉由測量星團內各個恆星的自行，方能較完整的確認該星團的成員星。
 - (2) 藉由觀測各種不同大小的疏散星團，更進一步了解星團的演化過程。

陸、結論

表六 觀測結果與前人觀測數據統計表

	Z	年齡(Log(t))	E(B-V)	A_v	m-M	星團直徑(pc)
觀測值	無	8.5~8.6	0.1 ± 0.02	0.31 ± 0.06	11.4 ± 0.2	10.20 ± 1.18
WEBDA	0.08	8.540	0.302	0.94	10.70	9.63
Jasonjot S. Kalirai(2001)	0.019	8.71 (520Myrs)	0.21	0.651	11.55 ± 0.13	無資料

由表六知本次觀測值與 WEBDA 資料庫及 2001 年文獻資料上的數據相比較，星團的紅化值部分，研究小組所觀測到為 0.1 ± 0.02 ，WEBDA 為 0.302, Jasonjot(2001)為 0.21；在距離模數部分， $m_v - M_v$ 觀測值為 11.4 ± 0.2 ，前人研究為 10.70 及 11.55，差值為-6~1%；在星團大小部分研究小組所測得的星團直徑為 $10.20\pm 1.18\text{pc}$ ，前人研究為 9.63pc，差值為-6~18%，在星團直徑的誤差較大的原因，可能是因藉由弧長公式所得出的數據是利用星團視直徑及地球與該星團距離所計算出來的，而兩項數據相乘後，誤差便會變大，在視直徑的部分，前人研究為 24 角分，本研究為 21 角分，但誤差僅-13%已屬可接受範圍之數據。

因此，本小組認為利用數星法加統計方法判斷星團的視角範圍，與天文學家所利用星團內恆星自行來找出星團成員星之方法比較，後者所需的時間較長，且需與舊照片比對，若舊照片的年代與現今間隔不夠長，恆星自行效應不明顯，而本研究小組所使用的方法，既可以很簡單地定出星團的視直徑，在判斷星團視角方面，也是一個較快的方法。

柒、參考資料

1. Frank Shu(民 90)。物理學宇宙。(李太楓等譯) 台北市：明文書局。
2. 王為豪 (民 96)。從物理角度看 B、V 雙色測光。天文觀測網第九期。
3. 周體健 (民 84)。簡明天文學。新竹市：凡異出版社。
4. 成大天文教室實驗室：www.ghys.ncku.edu.tw/~astrolab
5. 蕭翔耀 (民 92)。八個不同年齡的疏散星團之光度研究 (The Photometric Study of Eight Open Clusters with Different Ages)。國立台灣師範大學地球科學系碩士論文。台北市。
6. Deutschman et al.(1976), The galactic distribution of interstellar absorption as determined from the Telescope catalog of ultraviolet stellar observations and a new catalog of UBV,H-beta photoelectric observations,APJS,30,97D
7. H.L. Johnson & M.M. Morgan(1953). Fundamental Stellar Photometry for Standards of Spectral Type on the Revised System of the Yerkes Spectral Atlas. The Astrophysics

Journal.117(3)313-352

8. http://www.sec.ntnu.edu.tw/astro/observe/observ9_1_6.htm
9. Michael A. Seeds(1999). Foundation of astronomy.CA: Wadsworth Publishing Company.
10. Robert C. Smite(1995).Observational Astrophysics. Cambridge, NY: Cambridge University.
11. WEBDA Navigation : <http://www.univie.ac.at/webda/navigation.html>
12. Jasonjot S. Kalirai(2001). THE CFHT OPEN STAR CLUSTER SURVEY. III. THE WHITE DWARF COOLING AGE OF THE RUCH OPEN STAR CLUSTER NGC2099(M37). The Astronomical Journal. 122,3239-3257.

附件一 26 顆視星等修正參考星

No	V	B-V	U-B	Xv	Yv	Vmag	vmerr	bmag	bmerr	umag	umerr
1.	11.20	0.28	0.29	1308.465	1247.893	13.59	0.01	14.27	0.00	16.15	0.01
2.	11.46	0.26	0.27	692.760	477.097	13.92	0.01	14.59	0.00	16.45	0.02
3.	11.83	0.32	0.27	1407.741	484.080	14.23	0.01	14.87	0.00	16.69	0.02
4.	11.71	0.93	0.67	1785.788	982.326	14.16	0.01	15.36	0.00	99.99	99.99
5.	10.65	0.25	0.26	1289.574	707.920	13.05	0.00	13.69	0.00	15.44	0.01
6.	11.71	0.34	0.27	638.617	785.943	14.07	0.01	14.75	0.00	99.99	99.99
7.	13.03	0.35	0.28	1084.623	1054.791	15.37	0.01	16.11	0.00	18.01	0.05
8.	12.98	0.41	0.33	1104.534	1081.423	15.37	0.01	16.13	0.00	99.99	99.99
9.	11.77	0.35	0.29	1127.254	1054.973	14.16	0.00	14.88	0.00	16.73	0.02
10.	11.01	0.75	0.43	1137.264	488.880	13.44	0.00	14.50	0.00	16.63	0.02
11.	11.99	0.34	0.34	1107.394	515.920	14.38	0.00	15.11	0.00	16.92	0.02
12.	12.15	0.39	0.20	627.098	653.917	14.46	0.01	15.10	0.00	17.00	0.03
13.	11.73	0.33	0.21	985.273	611.557	14.14	0.00	14.82	0.00	16.62	0.02
14.	11.46	0.44	0.38	1300.426	801.447	14.02	0.00	14.79	0.00	16.75	0.02
15.	11.32	0.25	0.23	1417.678	924.098	13.77	0.00	14.40	0.00	16.31	0.02
16.	12.19	0.40	0.46	977.553	758.136	14.63	0.00	15.38	0.00	17.23	0.02
17.	13.19	0.39	0.24	1399.522	1074.157	15.62	0.01	16.34	0.01	18.31	0.06
18.	12.27	0.33	0.30	1297.181	1115.671	14.67	0.01	15.31	0.00	17.30	0.03
19.	10.92	0.63	0.43	959.970	1182.159	13.34	0.00	14.30	0.00	16.34	0.02
20.	11.51	0.32	0.33	849.721	882.276	13.86	0.00	14.52	0.00	16.32	0.02
21.	11.33	0.29	0.29	1695.770	512.737	13.74	0.02	14.40	0.00	16.23	0.01
22.	13.48	0.46	0.24	1175.924	868.314	15.86	0.01	16.66	0.00	18.63	0.08
23.	12.84	0.39	0.28	1285.180	609.629	15.30	0.01	16.01	0.00	17.94	0.05
24.	12.24	0.38	0.29	1621.052	733.889	14.67	0.01	15.35	0.00	17.38	0.03
25.	11.19	0.22	0.34	1231.245	1003.610	13.59	0.00	14.28	0.00	16.14	0.01
26.	13.01	0.38	0.33	1402.903	739.438	15.46	0.01	16.16	0.00	99.99	99.99

【評語】 040510

能詳述計畫進行的資料觀測與分析過程，展現目前高中學生難得具備的天文小型望遠鏡操作能力。但是本計畫過於著重技術、觀測的過程與資料處理，而較少論及最後的科學目的。實驗設計應認真考慮科學上的意義，以及如何利用類似的技術、有限的資源（小望遠鏡得到的數據）與背景知識（中學生的程度），來進行一些有趣的探討。