

# 中華民國第 51 屆中小學科學展覽會 作品說明書

---

高中組 物理科

最佳團隊合作獎

040114

「液表」人才—同性相吸，異性相斥

學校名稱：彰化縣私立精誠高級中學

作者： 高二 洪碩成 高二 張上仁 高二 吳東翰	指導老師： 蔡軒翔
-----------------------------------	--------------

關鍵詞：表面張力、接觸角、排斥 / 吸引力

## 摘要

液體「內聚力」大小與液體固體表面的「接觸力」，將決定液體與固體接觸的接觸角。燻黑的玻璃會產生碳微粒，造成液體的疏水性，探討液體親水性和疏水性在沉體和浮體時接觸角的變化。我們發明了一種簡易的方法測量液體的表面張力係數，既方便又準確；實驗中我們得到一個物體密度大於液體的漂浮體，除了一般所知的表面張力外，還有因液體表面形變所造成的浮力。另外，若兩漂浮體的接觸面同為「上凸」，或同為「下凹」時，則兩漂浮體間會有吸引力；若兩漂浮體的接觸面相異時則有相斥的現象。我們利用兩種裝置設計，測量吸力與相斥力的大小，利用實驗結果和理論分析，發現這個作用力與表面張力及接觸角有關，而且兩物體越靠近，此作用力越大。

## 壹、研究動機










一根密度比水大的鐵製細針可以漂浮在水面，但在理化課本中談到物體密度如果大於液體密度，則物體就會沉入液體，這是為什麼呢？一般只知道是液體的表面張力的關係。在高二的物理課程中，流體力學中介紹了表面張力，讓我們對表面張力的成因有比較瞭解。但一個真正的浮體和浮在水面上的沉體，其表面張力及水面的形貌有何不同？一個簡單的測試，發現接觸角的方向不一樣，一個上凹，另一個下凹，這小小實驗引起我們更大的興趣。我們觀察周遭浮在水面的東西，發現在水池中的樹葉會聚在一起，但有些漂浮物卻不會與樹葉聚在一起，既然都是漂浮在水面上的物體，為什麼有吸力，也有斥力？請教老師並上網查資料後，發現這是所謂的 Cheerios effect，這個作用力與表面張力及接觸角有關。在自然界裡有些小生物在水上運動就是利用這種作用力。這實在是一個有趣的問題，於是我們便開始了探索表面張力的相關研究。



## 貳、研究目的

- 一、一種新穎簡易的方法測量液體表面張力係數
- 二、測量不同漂浮體密度與接觸角的關係
  - (一) 親水性
  - (二) 疏水性
- 三、測量兩漂浮體間的吸力和斥力的大小與接觸角關係
  - (一) 玻璃試管對玻璃試管
  - (二) 平板玻璃對平板玻璃

## 參、研究設備及器材

		
滴管	試管	小鋼球
		
水槽	電子磅秤	200 倍顯微攝影機
		
雷射筆	微量吸管	自製雷射水平測量器

## 肆、原理及研究過程

### 一、一種新穎簡易的方法測量液體表面張力係數

一般測量液體表面張力係數都需要複雜的精密儀器設備，也不利於一般生活或教學上使用。我們設計了一種簡單的方法來測量液體的表面張力係數，只要利用簡單又便宜的設備，就可以得到整個量測目的。實驗設計示意如圖 1 所示：

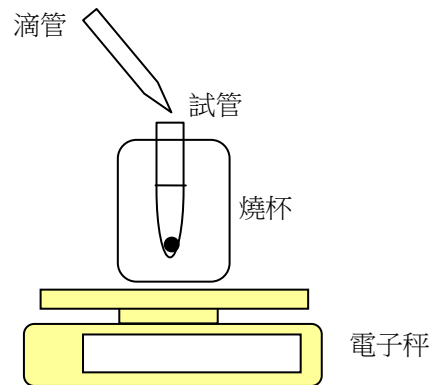
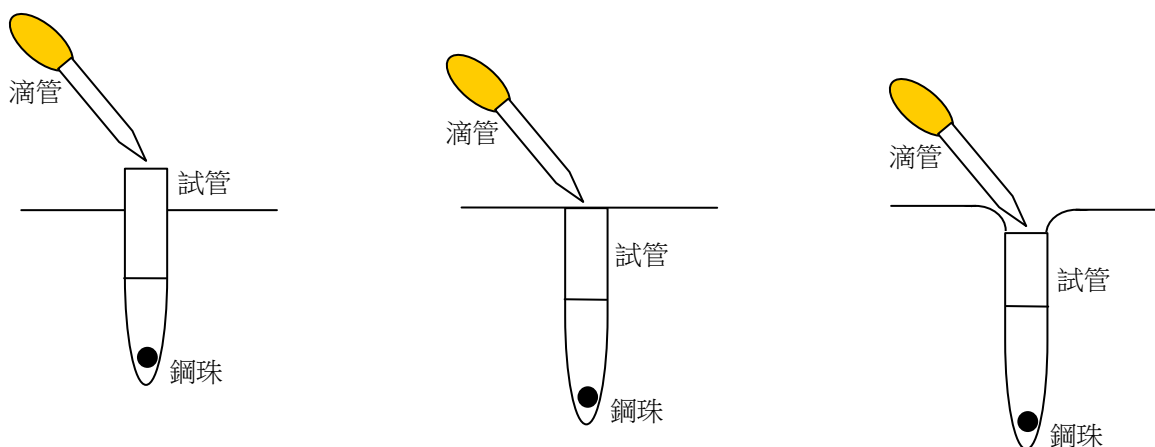


圖 1 測量液體表面張力係數實驗設計示意圖

燒杯中裝待測液體（密度  $D$ ），將試管內裝入小鋼珠（在試管內放入小鋼珠以利維持平衡），並裝一點待測液體後，放在燒杯待測液中，讓試管浮在待測液上，如下圖 2a。然後將燒杯放在電子秤上，用滴管慢慢將液體滴入試管中。當試管管口與液面成水平（無上凸或下凹），如圖 2b，將電子秤歸零；然後再慢慢將液體滴入試管中，直到試管沉入液體中，如圖 2c），記錄電子秤的讀數（即為歸零後所滴入試管的水重量）。



(a) 試管整體密度  $<$  液體密度    (b) 試管整體密度  $=$  液體密度    (c) 試管整體密度  $>$  液體密度

圖 2 測量液體表面張力係數量測程序

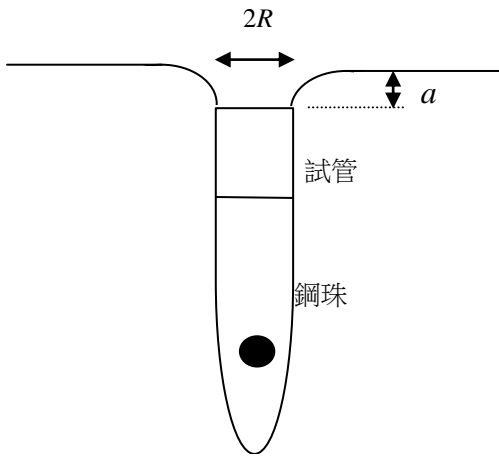


圖 3 測量液體表面張力係數之參數

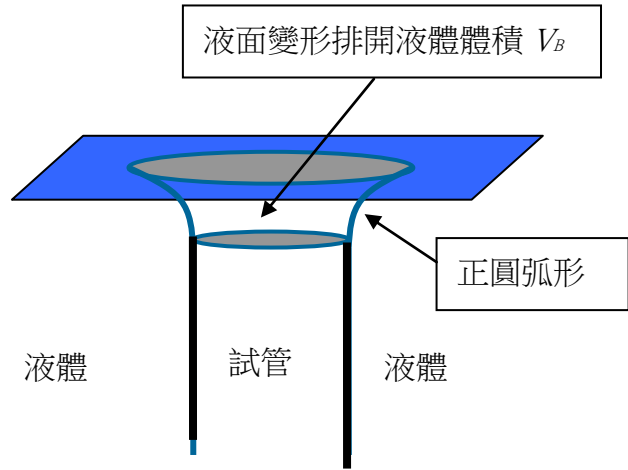


圖 4 測量液體表面張力係數實驗，正圓弧形及液面變形排開液體體積  $V_B$

當試管管口與液面成水平(無上凸或下凹)後至下沉時所滴入的液體重量為  $F_g$ ，這個重量剛好等於鉛直的表面張力  $F_r$  加上所排開液體的體積的浮力  $F_B$ ，由淨力平衡可得方程式：

$$F_g = F_r + F_B \quad (1)$$

其中液面水平歸零後滴入的液體重量  $F_g = mg$ ；試管剛好要下沉時的表面張力方向是垂直向上，所以作用在試管邊緣的表面張力  $F_r = 2\pi R\gamma$ ，其中  $\gamma$  為表面張力係數。當試管下沉時，造成液面變形，如圖 3 和圖 4 所示，造成排開液體體積所造成的向上浮力。為了計算所排開液體的體積，我們簡化液體形變的形貌為正圓弧形，正圓弧形的方程式為：

$$[\sqrt{x^2 + y^2} - (R+a)]^2 + z^2 = a^2,$$

其中試管半徑  $R$ ，當試管剛好要下沉時時高為  $a$ ，我可以用套裝軟體 MAPLE 幫我們積分，所以液面變形排開液體體積  $V_B$  為：

$$V_B = \iiint_V dx dy dz = \int_0^a \pi[(R+a) - \sqrt{a^2 - z^2}] dz = \pi R^2 a + [(2 - \frac{\pi}{2})R + (\frac{5}{3} - \frac{\pi}{2})a] \pi a^2 \sim \pi R^2 a$$

$$F_B = V_B Dg = \pi R^2 a Dg + [(2 - \frac{\pi}{2})R + (\frac{5}{3} - \frac{\pi}{2})a] \pi a^2 Dg \sim \pi R^2 a Dg$$

實驗時使用的試管半徑  $R \gg a$ ，所以排開液體形變的體積只要算半徑  $R$  的高度的圓柱體積就可以。將  $F_g$ 、 $F_r$ 、及  $F_B$  代入(1)式就可以算出的表面張力係數  $\gamma$  為：

$$\gamma = \{6mg - 6\pi R^2 a Dg - [(12 - 3\pi)R + (10 - 3\pi)a] \pi a^2 Dg\} / 12\pi R$$

$$\gamma \sim (mg - \pi R^2 a Dg) / 2\pi R \quad (2)$$

實驗時，將裝有待測液體的燒杯放到電子秤的秤台上，然後將試管放入溶液上，為讓試管穩定漂浮，試管中放一小鐵珠。將待測液體緩慢的滴入試管中，直到試管管口與水面成水



平。若要增加準確性，以自製雷射水平測量器檢測是否為水平狀態，如圖 5、圖 6、圖 7。當水面成平狀態後，把電子秤歸零，再慢慢滴入待測容液於試管中，當試管沉入水中的瞬間，記錄電子秤顯示的量值。其間利用 USB 顯微射影機照相(如圖 8 和圖 9)得到試管下降，得到試管下沉瞬間的高度  $a$ ，代入公式 (2) 後即可得到表面張力係數  $\gamma$ 。



圖 5：自製雷射校準平台



圖 6：將雷射打在水面上



圖 7：反射光投影在珍珠板上產生偏差即代表不水平



圖 8：滴入液體所測得增加重量



圖 9：用 USB 顯微射影機照相

## 二、測量不同漂浮體密度與接觸角的關係

首先我們定義接觸角，液體「內聚力」大小與液體與固體表面的「接觸力」將決定液體與固體接觸的接觸角，當液體對容器壁的接觸面有親水性時，液面與物體造成上凸現象(接觸力大於內聚力)，其接觸角為  $0 < \theta < 90$ ，如下左圖。若與液體對容器壁的接觸面有疏水性時，液面與物體造成下凹的現象(接觸力小於內聚力) 其接觸角為  $90 < \theta < 180$ ，如下圖 10：

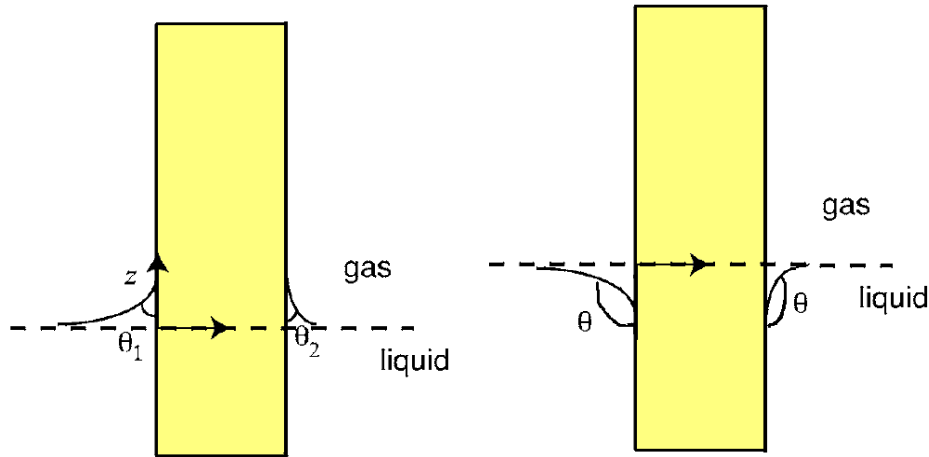


圖 10 液體與固體接觸面接觸角的定義

一般玻璃對水有親水性，其接觸角在  $0 < \theta < 90$ ，利用蠟燭燻黑玻璃所產生的碳微粒，造成液體與接觸面具有疏水性，其接觸角為  $90 < \theta < 180$ 。我們將探討在液體親水性和疏水性在沉體和浮體時接觸角的改變關係。

### (一) 親水性

為了觀察漂浮體和沉體時接觸角的變化，重複實驗一的步驟，分別測量液體水和酒精。以水為例，將試管裝水，裡面放入小鋼球使其容易穩定浮在水面上，以滴管慢慢將水滴入試管中，讓試管整體密度慢慢增大，密度由小於 1 到大於 1，然後沉到水面下。實驗過程以顯微照相機照相，直到承受不住試管整體重量後沉到水裡。將相片處理後，用比例法和曲率半徑後，並帶入公式：

$$p^2 + (R - d)^2 = R^2$$

$$\rightarrow (p^2 + d^2)/2d = R$$

$$\sin\theta = (R - d)/R = (p^2 - d^2)/(p^2 + d^2)$$

$$\rightarrow \theta = \sin^{-1}[(p^2 - d^2)/(p^2 + d^2)]$$

如此可推算出接觸角  $\theta$ 。(如右圖 11)

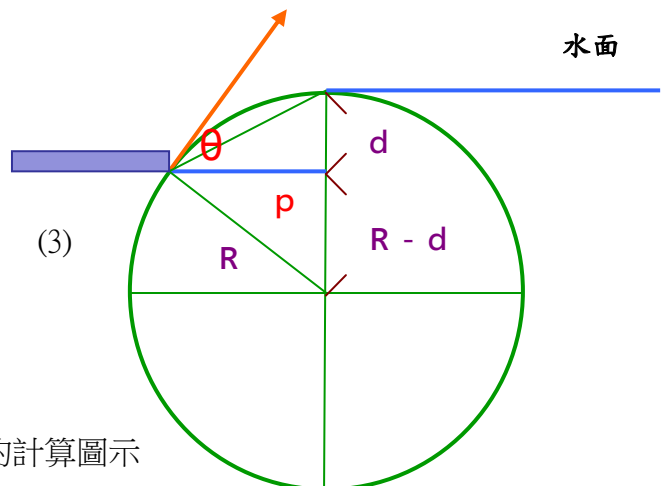


圖 11 漂浮體接觸角的計算圖示

## (二) 疏水性

一般的液體（如水）與玻璃間的接觸面有親水性上凸，其接觸力大於內聚力。對於液體與固體間接觸力小於內聚力的疏水性下凹現象，教科書中都是觀察水銀和玻璃。這裡我們利用蠟燭燻黑玻璃所產生的碳微粒，造成液體的疏水性，探討在液體疏水性在沉體和浮體時接觸角的改變關係。

將紙杯用蠟燭燻黑，如圖 12。紙杯杯面上將會有一層碳微粒，如圖 13。放入水中，觀察其現象，紙杯表面好像多了一層銀色的空氣膜，如圖 14，液體不容易與壁形成上凸面，而有疏水性下凹的現象。為了瞭解疏水性的試管接觸角的變化，將試管以砂紙搓磨後再以蠟燭燻黑，如圖 15。重複上面的實驗，以滴管慢慢將水滴入試管中，讓試管整體密度由小於 1 到大於 1，直到試管承受不住試管整體重量後，沉到水裡。實驗過程以顯微照相機照相，代入公式，算出的 $\theta$  即為接觸角。



圖 12 用蠟燭燻黑紙杯



圖 13 燻黑過後的紙杯



圖 14 燻黑後的紙杯，外面有一層空氣膜



圖 15 用蠟燭燻黑試管管口



### 三、測量兩漂浮體吸力和斥力的大小與接觸角關係

#### (一) 玻璃試管對玻璃試管

為了測量兩試管漂浮體吸力和斥力，可以控制試管內的水量，決定水與試管的接觸角。首先將試管裝水，在裡面放入小鋼球使其平衡，試管口在水面之上時，試管密度小於 1，管壁接觸面將呈現凸面；試管內加入較多水量，使試管口在液面之下，試管密度大於 1，接觸面會形成凹面。將接觸面凹面和凹面、凸面和凸面、凹面和凸面的試管互相靠近，觀察其相吸或相斥的現象。

將兩試管放置於水缸中央，並依照實驗二的結果來控制兩支試管的整體密度及其接觸角。固定一支試管，使其和另一試管發生吸引和排斥的現象，如圖 16 和圖 17，過程中以錄影機從上方錄影，再以軟體 Tracker 程式慢動作解析和 Origin 程式分析，即可得到試管移動距離與時間的關係圖，經兩次微分後可得到加速度，就能推導出吸力與斥力的大小。

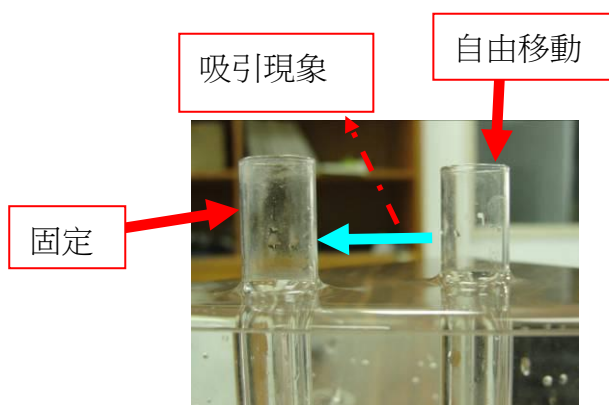


圖 16 兩浮體試管互相靠近



圖 17 兩試管相吸

#### (二) 平板玻璃對平板玻璃

將載玻片兩側邊分別黏上兩條一公尺的細綿繩，並掛在自製實驗裝置上當然為避免細棉繩的側向力長度越大越好。下方放一玻璃水缸，以控制水缸內水量的方法來改變接觸角，將載玻片放置到適當距離，使載玻片和水缸壁發生吸引或排斥的現象，以數位相機攝影，用軟體 Tracker 程式慢動作檢視，畫出載玻片移動距離與時間的關係圖後，加以分析，即可得到結果。實驗裝置示意圖 18。

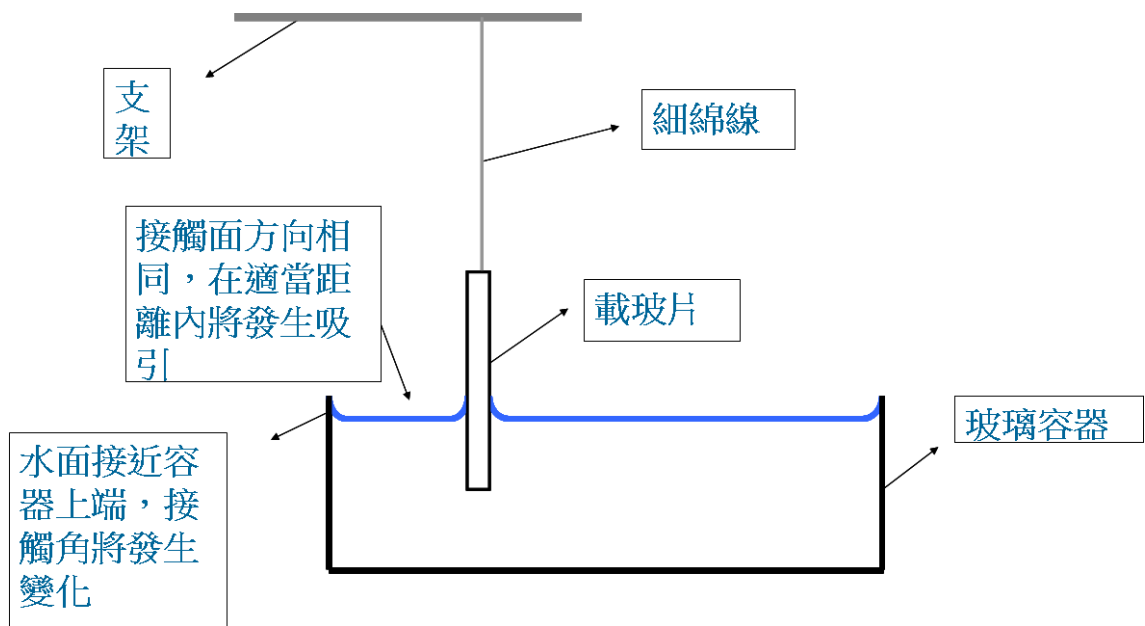


圖 18 平板玻璃對平板玻璃實驗裝置示意圖

## 伍、研究結果

### 一、一種新穎簡易的方法測量液體表面張力係數

我們設計了一種簡單的方法來測量液體的表面張力係數，利用簡單的設備，就可以測得表面張力係數，我們測試了純水、酒精、及甘油，並與參考書籍的標準直作比較：

(一).20°C 測量

(二)試管內直徑 1.42cm

(三)利用公式求表面張力係數  $\gamma \sim (mg - \pi R^2 a D g) / 2\pi R$

水 D:  $1 \text{ g/cm}^{-3}$

	第一次測量	第二次測量	第三次測量
重量和(g)	0.66	0.69	0.67
試管下沈距離 $a$ (cm)	0.25	0.26	0.25
表面張力 $\gamma$ ( $\times 10^{-3} \text{ N/m}$ )	71.19	74.33	72.21

標準值  $\gamma = 72.77 \times 10^{-3} \text{ N/m}$

酒精 D:  $0.8 \text{ g/cm}^{-3}$

	第一次測量	第二次測量	第三次測量
重量和(g)	0.22	0.21	0.19
試管下沈距離 $a$ (cm)	0.085	0.085	0.087
表面張力 $\gamma$ ( $\times 10^{-3} \text{ N/m}$ )	23.76	22.60	20.43

標準值  $\gamma = 22.16 \times 10^{-3} \text{ N/m}$

甘油 D:  $1.26 \text{ g/cm}^{-3}$

	第一次測量	第二次測量	第三次測量
重量和(g)	0.56	0.60	0.58
試管下沈距離 $a$ (cm)	0.078	0.077	0.076
表面張力 $\gamma$ ( $\times 10^{-3} \text{ N/m}$ )	60.30	64.62	63.54

標準值  $\gamma = 63.1 \times 10^{-3} \text{ N/m}$

## 二、測量不同漂浮體密度與接觸角的關係

### (一) 親水性

當試管中的慢慢滴入水滴，則試管整體密度也慢慢增加，此實驗瞭解在不同液體密度與接觸角的關係

1. 20°C 測量
2. 代入公式(3)  $\theta = \sin^{-1}[(p^2 - d^2)/(p^2 + d^2)]$ ，求得接觸角  $\theta$
3. 水的實驗數據如表一，酒精的實驗數據如表二。

表一：不同密度試管與水的接觸角的數據

密度(g/m <sup>-3</sup> )	實際高度(d)m	實際寬度(p)m	sin $\theta$	接觸角 $\theta$
0.645161	0.00185	0.00125	0.37	21.72
0.685484	0.0018	0.0012	0.38	22.33
0.725806	0.00175	0.00115	0.40	23.58
0.766129	0.0017	0.0011	0.41	24.2
0.806452	0.00155	0.001	0.41	24.2
0.846774	0.0014	0.0009	0.42	24.83
0.862903	0.00125	0.0008	0.42	24.83
0.870968	0.0012	0.00075	0.44	26.1
0.879032	0.0011	0.0007	0.42	24.83
0.887097	0.00105	0.00065	0.45	26.74
0.895161	0.001	0.0006	0.47	28.03
0.903226	0.00095	0.00055	0.50	30
0.91129	0.00085	0.0005	0.49	29.34
0.919355	0.00075	0.00045	0.47	28.03
0.927419	0.0007	0.00045	0.51	30.66
0.935484	0.00055	0.00035	0.49	29.34
0.943548	0.0005	0.00035	0.47	28.03
0.951613	0.000425	0.00025	0.49	29.34
0.959677	0.0002	0.0004	0.60	36.87
0.967742	0.00015	0.00035	0.69	43.63
0.975806	0.0001	0.0003	0.80	53.13
0.983871	0.00005	0.0002	0.88	61.64
0.991935	0.00005	0.00025	0.92	66.93
1	0	0.00085	1.00	90.00
1.008065	0.00045	0.0015	0.83	123.9
1.016129	0.0007	0.00165	0.69	136.37
1.024194	0.00155	0.0021	0.29	163.14
1.032258	0.00235	0.0025	0.06	176.56

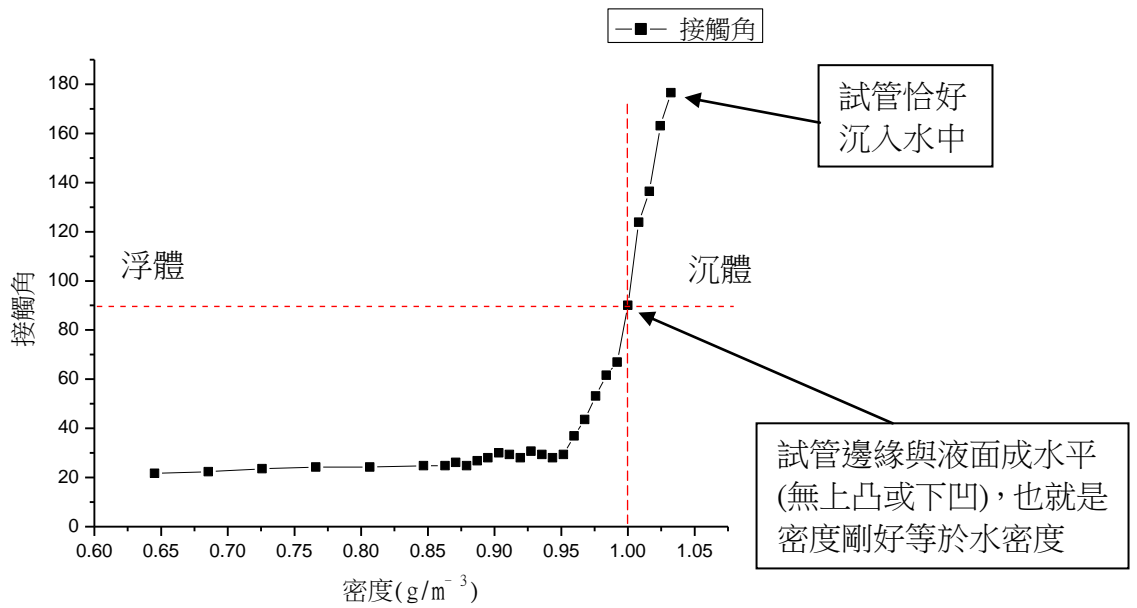


圖 19 試管在不同密度時與水的接觸角的關係

表二：不同密度試管與酒精的接觸角的數據

密度( $\text{g/m}^3$ )	實際高度(d)m	實際寬度(p)m	$\sin\theta$	接觸角 $\theta$
0.6	0.00135	0.0011	0.2	11.54
0.64	0.00115	0.0009	0.24	13.89
0.68	0.00105	0.0007	0.38	22.33
0.72	0.00105	0.00065	0.45	26.74
0.76	0.001	0.0006	0.47	28.03
0.768	0.0009	0.0005	0.53	32.01
0.776	0.00075	0.0004	0.56	34.06
0.784	0.00065	0.0003	0.65	40.54
0.792	0.0004	0.00015	0.75	48.59
0.8	0.0002	0	1	90
0.808	0.0002	0.00005	0.88	118.36
0.816	0.0003	0.0001	0.8	126.87
0.824	0.0004	0.00025	0.44	155.9
0.832	0.0006	0.0004	0.38	157.67
0.84	0.00065	0.00055	0.17	170.21
0.848	0.0007	0.0007	0	180.0

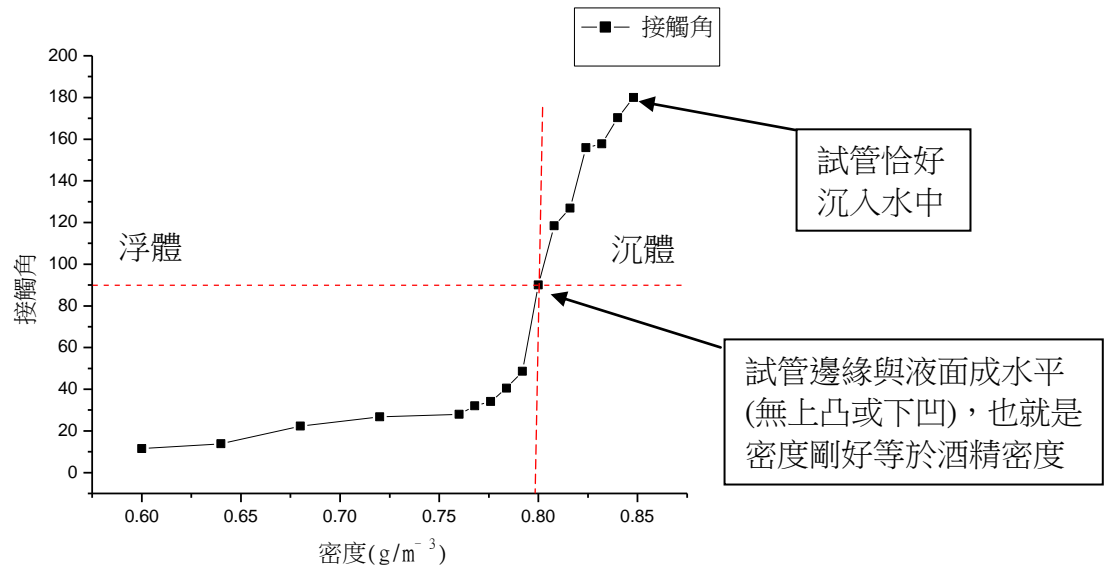


圖 20 試管在不同密度時與酒精的接觸角的關係

由圖 19、圖 20 得到，對親水性的物體與液體，當物體密度小於液體密度，其液體接觸角成上凸面，接觸角小於 90 度。當物體密度與液體密度相同時其接觸角剛好為 90 度，試管邊緣與液面成水平(無上凸或下凹)。當試管密度大於液體密度時，仍然是一個漂浮體，但液體接觸角成下凹，接觸角大於 90 度。

## (二) 疏水性

在試管表面燻黑，加上微粒並觀察在水中的現象加上碳微粒後，表面就好像多了一層銀色的空氣膜，液體不容易與壁形成上凸面，而有疏水性下凹的結果。燻黑後的玻璃試管，試管在不同密度時與水的接觸角照片如圖 21，測量所得的數據分析後如表三。



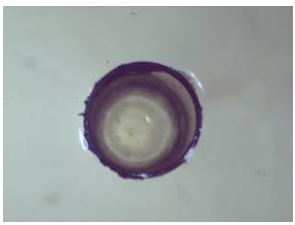





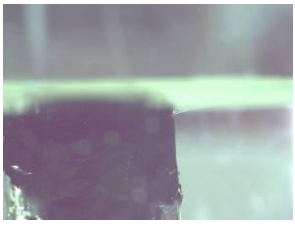


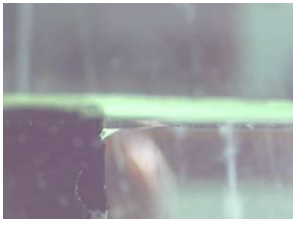


		
俯視圖	8g 接觸角 $\theta = 131.19^\circ$	9g 接觸角 $\theta = 129.5^\circ$
		
10g 接觸角 $\theta = 131.22^\circ$	10.2g 接觸角 $\theta = 129.56^\circ$	10.4g 接觸角 $\theta = 128.53^\circ$
		
10.6g 接觸角 $\theta = 99.33^\circ$	10.8g 接觸角 $\theta = 105.94^\circ$	11.0g 接觸角 $\theta = 114.57^\circ$
		
11.2g 接觸角 $\theta = 125.15^\circ$	11.4g 接觸角 $\theta = 138.33^\circ$	11.6g 接觸角 $\theta = 149.93^\circ$

圖 21 燻黑後的玻璃試管，試管在不同密度時與水的接觸角照片

表三：不同密度燻黑後的玻璃試管與水的接觸角數據

0.645161	131.19°
0.725806	129.5°
0.806452	131.22°
0.822581	129.56°
0.83871	128.53°
0.854839	99.33°
0.870968	105.94°
0.887097	114.57°
0.903226	125.15°
0.919355	138.33°
0.935484	149.93°

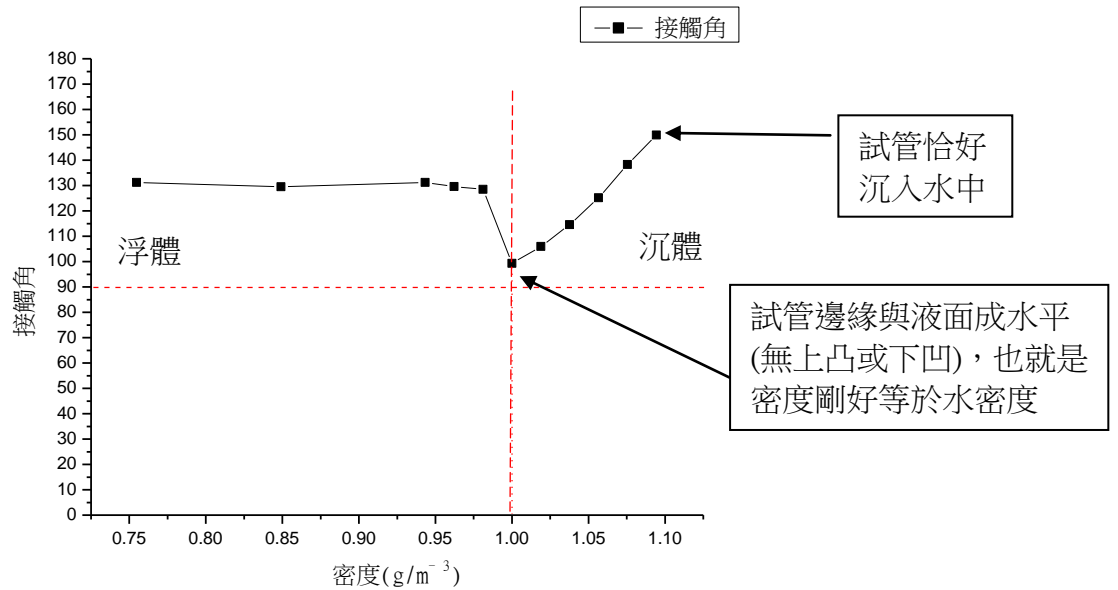


圖 22 燻黑後的玻璃試管在不同密度時與水的接觸角的關係

由圖 22 得到，對疏水性的物體與液體，不管何種物體密度大小的漂浮體，其液體接觸角成下凹面，接觸角接大於 90 度。只有當物體密度與液體密度相同時其接觸角剛好為 90 度，試管邊緣與液面成水平(無上凸或下凹)。

### 三、測量兩漂浮體間的吸力和斥力的大小與接觸角關係

依照前面的實驗結果，對於使用的試管，在純水、酒精液體中，試管是浮體、管口與水面水平、漂浮沉體、及沉入水底的整體密度，歸納得到結果：

	浮體	和水面同高	漂浮沉體	沉入水底
純水(g/cm <sup>3</sup> )	密度小於 1	密度等於 1	密度大於 1	密度為 1.03
燃燒用酒精	密度小於 0.8	密度等於 0.8	密度大於 0.8	密度為 0.84

其中物體密度小於液體密度的浮體，接觸面為上凸；當密度與液體相同時，試管邊緣與水面同高；物體密度大於液體密度的漂浮沉體（事實上是沉體），其接觸面為下凹。使用不同密度試管的漂浮體，其管壁與水面的接觸有不同的形貌。

為了測量兩漂浮體吸力和斥力的大小，可以先觀察不同密度試管間的作用力，例如接觸面為凸面和凸面(浮體與浮體)、凹面和凹面(漂浮沉體與漂浮沉體)、凸面和凹面(浮體與漂浮沉體)、或管口與水面同高和凸面/凹面的兩漂浮體互相靠近，觀察結果如下：

試管 1 \ 試管 2	浮體	管口與水面同高	漂浮沉體
浮體	吸引	排斥	排斥
與水面同高	不吸引不排斥	不吸引不排斥	不吸引排斥
漂浮沉體	排斥	排斥	吸引

在測量作用力的大小時，我們分別嘗試試管與試管，玻璃平板與玻璃平板間的作用力。並以不同的接觸角的兩漂浮體相互靠近，深入瞭解其相吸、相斥作用力。實驗的過程我以攝影機拍攝，經 Tracker 軟體分析，得到每 1/30 秒影片的位置，可以得到實驗時物體的位置對時間的關係如圖 23。

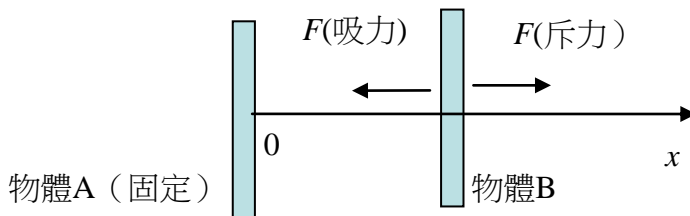


圖 23 兩漂浮體位置示意圖，兩漂浮體接觸時其距離為 0。

### (一) 玻璃試管對玻璃試管

將兩根試管，盛不同量的水，造成不同的密度及接觸角。固定一試管，調整另一試管至適當位置後釋放，兩試管開始相吸，以攝影機拍攝相對位置。圖 24a 為兩根試管都為浮體，液面都是上凸時，其試管位置對時間的關係，實驗中我們固定一根試管接觸角為 36 度，改變另一根試管的接觸角（36、53、66 度），由圖形可知，兩試管間為吸引力。

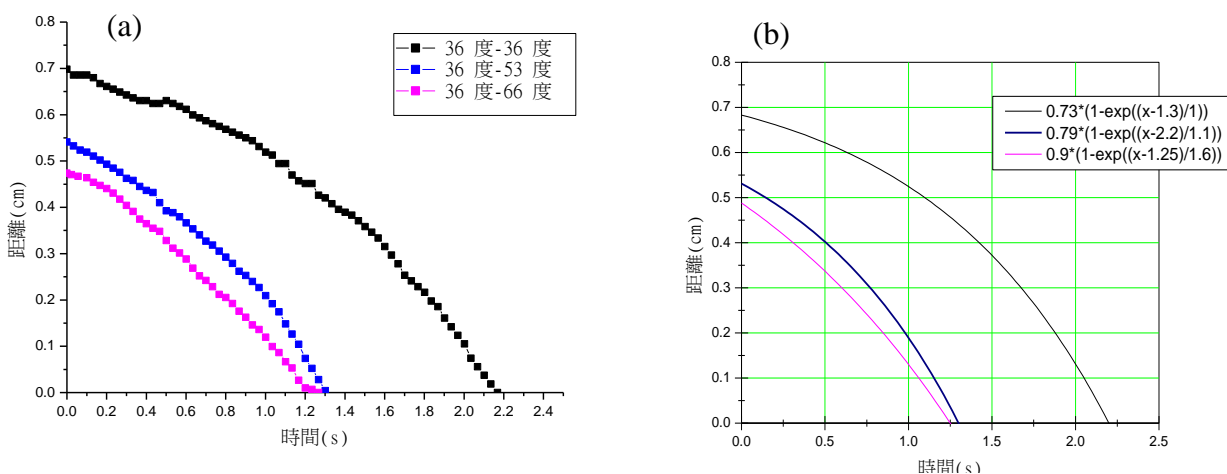


圖 24 不同接觸角的兩根浮體試管相吸，其試管位置對時間的關係。(a) 實驗數據圖形 (b) 經驗公式模擬圖形。

為了瞭解接觸角對吸引力的影響，我們利用一個位置對時間的指數經驗公式來模擬實驗的數據：

$$x = x_o(1 - e^{(t-t_o)/\alpha}) \quad (4)$$

擬合出的平滑曲線如圖24b。這個平滑曲線有利於我們作分析。將這個位置對時間的經驗公式對時間一階、二階微分可的到速度及加速度：

$$v = \frac{dx}{dt} = -\frac{x_o}{\alpha} e^{(t-t_o)/\alpha} \quad (5)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{x_o}{\alpha^2} e^{(t-t_o)/\alpha} \quad (6)$$

將位置及加速度的時間項消去，可得到加速度對位置的函數：

$$a = (x - x_o) / \alpha^2 \quad (7)$$

加速度並非是常數，若兩物體相對位置對時間關係可以用經驗公式(4)來模擬，那我們可以得到式(6)的加速度，其概略圖形如圖 25a。式(6)可以繪成圖 25b，代表加速度與兩物體相對位置的關係，兩物體越靠近時，加速度越大。當兩物體距離接近零時，其加速度最大，其值為  $a = -x_o / \alpha^2$ ，與  $x_o$  成正比，與參數的  $\alpha$  成平方反比。

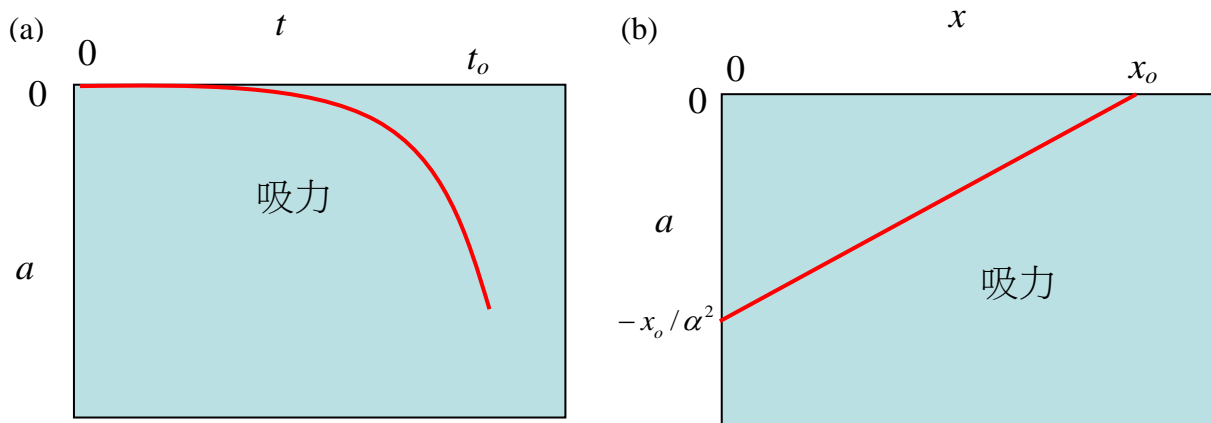


圖 25 (a)加速度對時間的經驗公式。(b) 加速度對位置的經驗公式。

此實驗為凸凸相吸，當兩試管越靠近，加速度越大。整理圖 24b 擬合的參數如下表：

接觸角 A	接觸角 B	$x_o$ ,	$\alpha$	$a = x_o/\alpha^2$
36	36	0.73	1.0	0.73
36	53	0.79	1.1	0.65
36	66	0.90	1.6	0.35

固定試管 A 的接觸角為 36 度（上凸），試管 B 的接觸角越小，加速度越大。上凸的接觸角越小所造成的吸引力就越大。

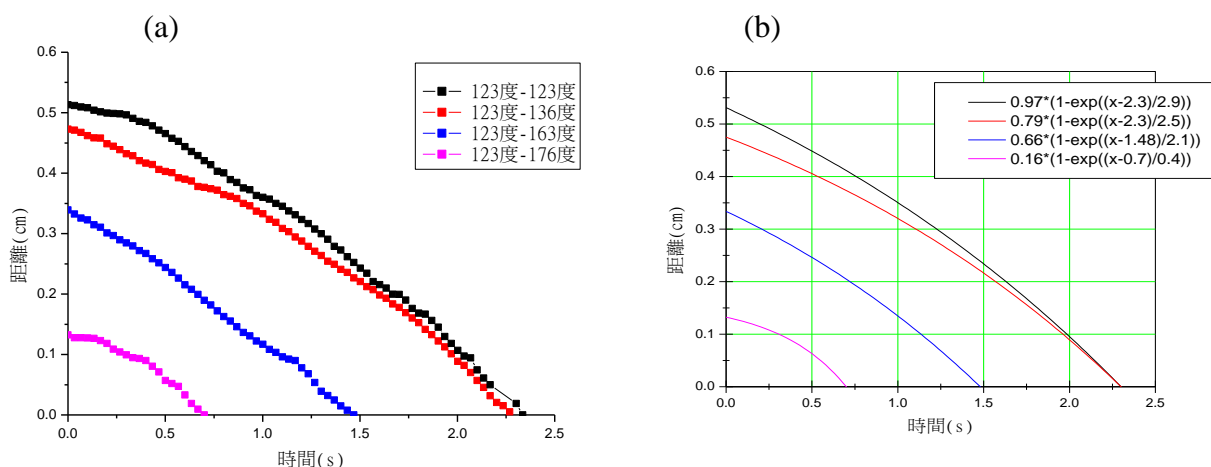


圖 26 不同接觸角的兩根為沉體試管相吸，其試管位置對時間的關係。(a) 實驗數據圖形 (b) 經驗公式模擬圖形。

現在將兩試管內滴入一些水，使試管整體密度都大於 1，成為漂浮沉體，兩根試管的接觸角都大於 90 度。固定試管 A 接觸角為 123 度，調整試管 B 接觸角大於 90 度，並移至適當位置，讓兩試管感受到相吸後釋放。圖 26a 為試管位置對時間的關係，不同接觸角的兩試管會相吸。以經驗公式 (4) 擬合可得到圖 26b，整理相關的參數  $x_0$ 、 $\alpha$ ，結果如下表：

接觸角 A	接觸角 B	$x_0$	$\alpha$	$a = x_0/\alpha^2$
123	123	0.97	2.9	0.12
123	136	0.79	2.5	0.13
123	163	0.66	2.1	0.15
123	176	0.16	0.4	1.00

固定試管 A 的接觸角為 123 度（下凹），試管 B 的接觸角越大，加速度越大。凹凹兩試管的接觸角越大所造成的吸引力就越大

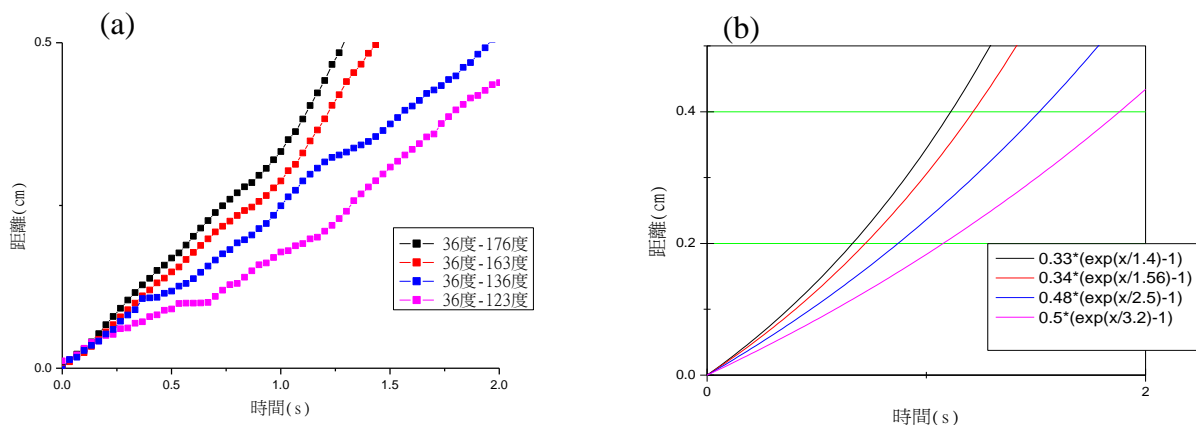


圖 27 接觸面為上凸和下凹的兩根試管位置對時間的關係。(a) 實驗數據圖形 (b) 經驗公式模擬圖形。

現在實驗凸凹相斥實驗，將試管 A 接觸面固定為上凸，接觸角為 36 度的浮體，調整試管 B 的接觸角大於 90 度，移動試管 B 貼緊試管 A，讓兩試管相斥。圖 27a 是接觸面為上凸和下凹的兩根試管位置對時間的關係。為了瞭解接觸角對相斥力的影響，我們利用另一個位置對時間的指數經驗公式來模擬實驗的數據：

$$x = x_o (e^{t/\alpha} - 1) \quad (8)$$

擬合出的平滑曲線如圖 27b。將這個經驗公式對時間一階、二階微分可的到速度及加速度：

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{x_o}{\alpha} e^{t/\alpha} \quad (9)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{x_o}{\alpha^2} e^{t/\alpha} \quad (10)$$

將位置及加速度的時間項消去，可得到加速度對位置的函數：

$$a = (x + x_o) / \alpha^2 \quad (11)$$

則兩物體越遠離，加速度越小。當時間為零時，兩物體距離為零，其作用力加速度為  $a = x_o / \alpha^2$ ，與參數  $x_o$  成正比，與參數  $\alpha$  成平方反比。以經驗公式 (8) 擬合可得到圖 27b，整理相關的參數  $x_o$ 、 $\alpha$ ，結果如下表：

接觸角 A	接觸角 B	$x_o$ ,	$\alpha$	$a = x_o / \alpha^2$
36	175	0.33	1.4	0.16
36	163	0.34	1.56	0.14
36	136	0.48	2.5	0.077
36	123	0.50	3.2	0.048



固定試管 A 的接觸角為 36 度（上凸），試管 B 的接觸角下凹越大，加速度越大。上凸下凹的接觸角差越大所造成的斥力就越大。

## （二）平板玻璃對平板玻璃

測量載玻片與玻璃水缸壁的作用力，藉由控制水缸內水量的方法來改變接觸角，將載玻片放置到適當距離，使載玻片和水缸壁發生吸引或排斥的現象，以數位相機攝影，用 Tracker 程式慢動作檢視，畫出距離與時間的關係圖後，加以分析，即可得到結果如圖 28a。

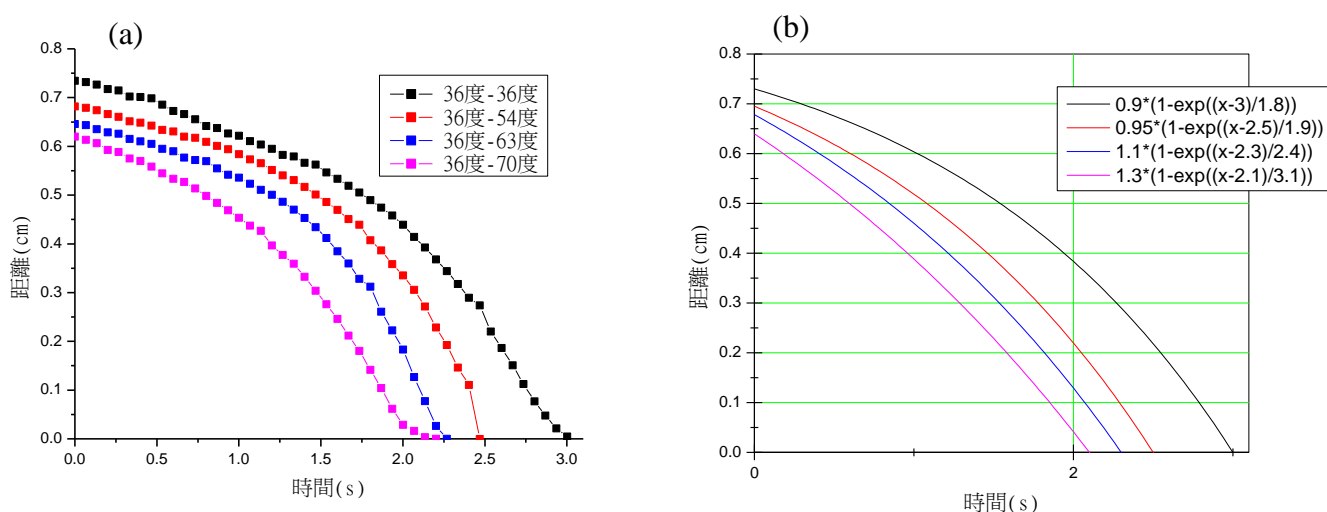


圖 28 不同接觸角的平板玻璃對平板玻璃相吸，其平板玻璃位置對時間的關係。(a) 實驗數據圖形 (b) 經驗公式模擬圖形。

若兩塊玻璃平板接觸角都大於 90 度，圖 28a 為試管位置對時間的關係，不同接觸角的兩塊玻璃平板會相吸。以經驗公式 (4) 擬合可得到圖 28b，整理相關的參數結果如下表：

接觸角 A	接觸角 B	$x_0$	$\alpha$	$a = x_0/\alpha^2$
36	36	0.9	1.8	0.278
36	54	0.95	1.9	0.263
36	63	1.1	2.4	0.191
36	70	1.3	3.1	0.135

固定玻璃缸的玻璃平板 A 的接觸角為 36 度（上凸），玻璃平板 B 的接觸角越小，加速度越大。上凸的接觸角越小所造成的吸引力就越大。

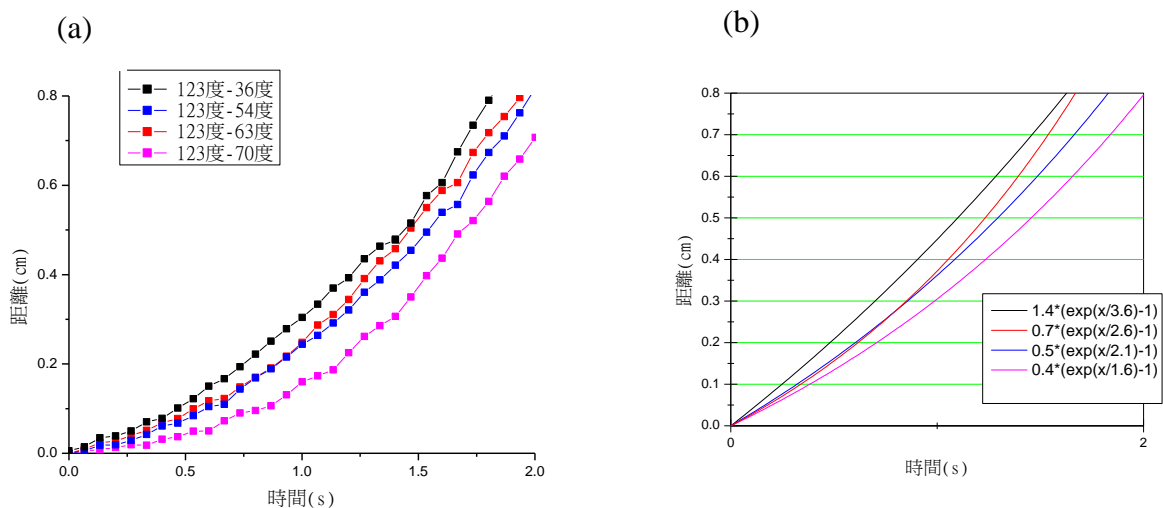


圖 29 不同接觸角的平板玻璃對平板玻璃相斥，其平板玻璃位置對時間的關係。(a) 實驗數據圖形 (b) 經驗公式模擬圖形。

若固定玻璃缸的玻璃平板 A 的接觸角為 123 度（下凹），另一塊玻璃平板接觸角一個小於 90 度，圖 29a 為試管位置對時間的關係，一凸一凹的兩塊玻璃平板會相斥。以經驗公式（8）擬合可得到圖 29b，整理相關的參數  $x_0$ ,  $\alpha$  值，其結果如下表：

接觸角 A	接觸角 B	$x_0$	$\alpha$	$a = x_0/\alpha^2$
123	36	0.4	1.6	0.156
123	54	0.5	2.1	0.113
123	63	0.7	2.6	0.104
123	70	1.4	3.6	0.108

加速度並非常數，兩玻璃片越遠離，加速度越小，但加速度變化不大。由上表參數計算可得，固定玻璃缸的玻璃平板為下凹，另一玻璃平板的接觸角越小所造成的加速度越大，兩塊玻璃平板的斥力也越大。

## 陸、討論

### 一、一種新穎簡易的方法測量液體表面張力係數

- (一) 只要得到滴入試管內的液體重量及試管下沉的高度  $a$ ，我們就可以計算出表面張力係數。
- (二) 本實驗利用的原理大多為高中物理課本的概念，表面張力、浮力、力平衡的相關應用。
- (三) 在歷屆科展作品中，有很多作品用了各種不同方法測量表面張力係數，包括連通管原理、浮沉子、毛細管。但我們利用試管來測量表面張力係數，所需器材皆是實驗室很好取得的，且用到的原理也是簡單的概念-力平衡。
- (四) 考慮浮力時，周圍凹陷處的體積需用到積分計算，超出目前的能力範圍，請老師推導後，利用套裝軟體 MAPLE 幫我們積分，結果為  $V_B = \pi R^2 a + [(2 - \frac{\pi}{2})R + (\frac{5}{3} - \frac{\pi}{2})a]\pi a^2$ ，但第二項比第一項小太多，我們可近似為  $V_B = \pi R^2 a$ 。
- (五) 表面張力係數的通式  $\gamma \sim (mg - \pi R^2 a Dg) / 2\pi R$ ，只要得到點滴液體重量及試管下降的高度，帶入公式即可。
- (六) 漂浮沉體之所以能浮在水面上（密度大於液體的漂浮體），一般都認為只有表面張力的關係，經實驗結果發現液體表面形變所造成的浮力  $F_B = V_B Dg \sim \pi R^2 a Dg$ ，也是因素之一，其貢獻度約佔二十幾個百分比。。
- (七) 檢驗漂浮體是否和液面水平時，雖然可以目視得到，但以目視法太過主觀，後來想出以簡單的反射原理，以「自製雷射水平測量器」，校準後即可準確驗證。將測量器架於支架上後，將雷射光打在水面上使其反射，若入射光與反射光重合，無反射到珍珠板上時，即校準完成。

### 二、測量不同漂浮體密度與接觸角的關係

- (一) BB 彈(沉體，密度為  $1.2\text{g/cm}^3$ )與乒乓球(浮體)浮在一面上後，以顯微攝影處理後，將可發現 BB 彈為下凹水面，密度大於水，如同鐵製的細針。而乒乓球密度比水小，與水的接觸面為上凸水面。



圖 30 BB 彈(沉體)下凹

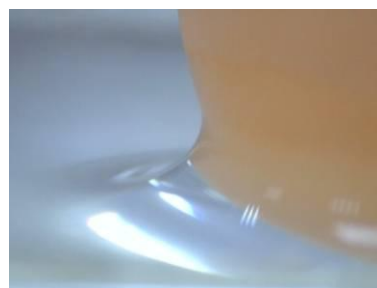


圖 31 乒乓球(浮體)上凸

- (二) 原本是在乒乓球鑽洞，再將外加重量加進乒乓球內，但在測量過程中遇到接觸角的基準點不好找，且兩乒乓球在相互吸引時會有間隙，導致兩個乒乓球無法完全密合，所以最後改用試管代替乒乓球。
- (三) 接觸面下凹時，管口在水面下，此時水抓的地方是試管的內徑。

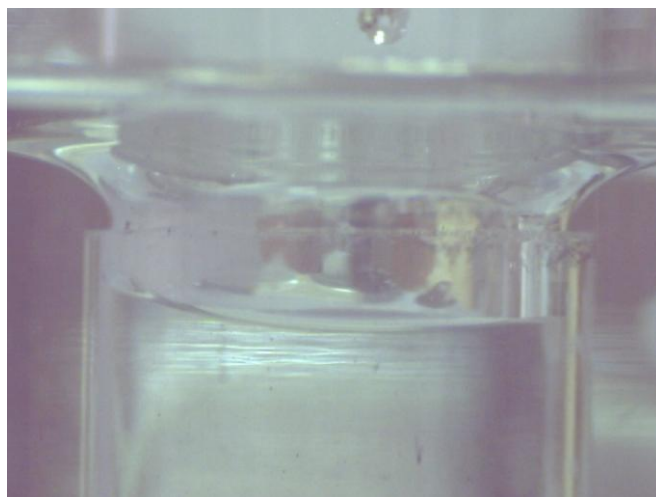


圖 32 試管口內在水面下，水抓試管口內壁

- (四) 照相時，很容易受容器壁影響，所以測量上凸水面(浮體)時，我們把容器的水加滿，使水因為表面張力的關係，凸出容器外，以減少拍照時容器壁的影響。
- (五) 蓮花上奈米科技使我們想到以蠟燭慢慢燻黑紙杯和試管，使上面附著了碳微粒，來制造疏水性下凹的接觸面（一般教科書是用水銀）。

### 三、測量兩漂浮體間的吸力和斥力的大小與接觸角關係

- (一) 經過老師建議，使用指數經驗公式可以幫助我們處理繁雜的實驗數據，經由所模擬得到的平滑曲線，經對時間一階、二階導數可以到的到速度及加速度，並分析力與距離的關係。
- (二) 兩物體相吸、相斥間有一些阻力，無法克服，所以利用指數經驗公式來觀察所受的加速度及作用力，所得的結果可以觀察整體運動行為。
- (三) 把玻璃容器內的水裝到近滿，水面在靠近容器壁上端時，接觸角會由小變到大(由下凹、水平、下凹一直到液體溢出容器)，我們以控制水量來改變接觸角(控制變因)。
- (四) 吊載玻片的棉線要越長越好，才能抵銷掉水平側方向的分力。

## 柒、結論

### 一、利用簡易器材測量不同液體表面張力係數

- (一) 我們發明了一種簡易的方法測量液體的表面張力係數，只要得到滴入試管內的液體重量，及試管下沉的高度  $a$ ，就可以簡單計算出表面張力係數。此方法所使用的工具，皆為實驗室可得的，簡單且準確的測量出液體的表面張力係數。
- (二) 根據外加重量的極限，水的表面張力係數比酒精的表面張力係數大上許多；液體表面張力係數公認值（20°C時，水為  $72.5 \times 10^{-3} \text{N/m}$ ，酒精為  $22.27 \times 10^{-3} \text{N/m}$ ，甘油為  $63.1 \times 10^{-3} \text{N/m}$ ），與本實驗相符。
- (三) 實驗中我們得到一個物體密度大於液體的漂浮體，除了一般所知的表面張力外，還有因液體表面形變所造成的浮力。

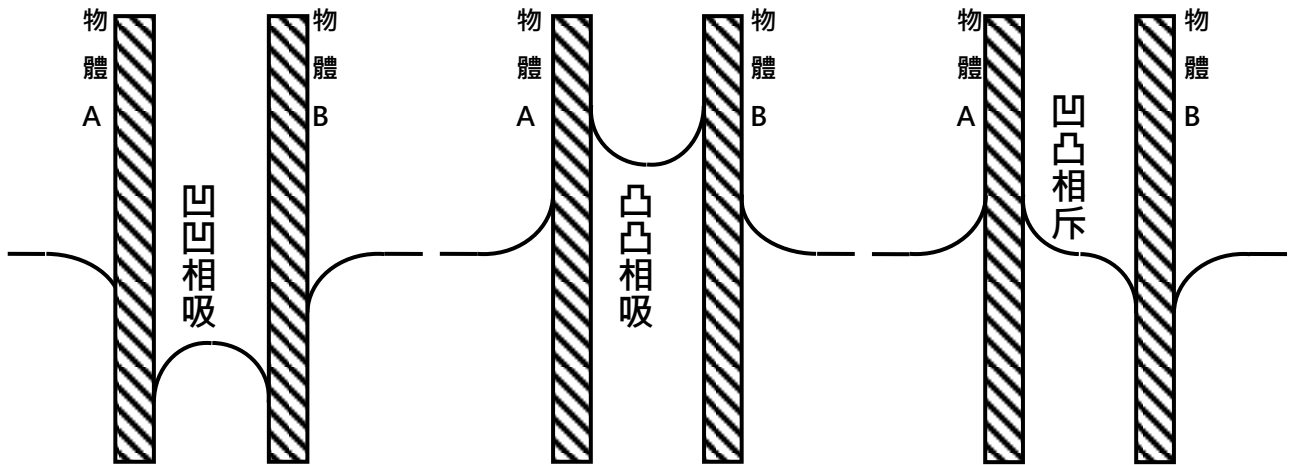
### 二、測量不同液體密度與接觸角的關係

- (一) 一般親水性的液體，若漂浮體密度比液體小（試管口在水面上時），即為浮體，則接觸面為上凸，接觸角在 0 到 90 度間；若漂浮體密度比液體大（試管口在水面下時），即為漂浮沉體，則接觸面為下凹，接觸角在 90 到 180 度間。
- (二) 試管表面燻黑產生碳微粒，使接觸面呈現下凹疏水性的狀態；水面接近管口時，原本下凹的接觸面會突然變成與液面水平（觀察到的現象分別為：下凹→水平→下凹），這是因為試管整體密度與水相同。
- (三) 固體密度從小於液體密度到大於液體密度，由關係圖分析，接觸角一直到接近管口處才有變化與液體對固體是否為親水性或疏水性有關。

### 三、測量漂浮體吸力和斥力的大小與接觸角關係

- (一) 兩物體接觸面形狀相同（凸凸豁凹凹），有著同性相吸的現象，因為液體和物體接觸引起彎曲面，使液面變大，而表面張力的收縮作用要使液體表面積減少，所以兩物體間的液體隨之上升，造成物體距離縮小。
- (二) 兩物體接觸面形狀相異（凸凹），有著異性相斥的現象，因為液體和物體接觸引起彎曲面相反，表面張力促使兩物體遠離，使液體表面積減少。
- (三) 吸引與排斥與水面的上凸或下凹有關。若漂浮體密度比液體大，即為漂浮沉體，則接觸面為下凹；若漂浮體密度比液體小，即為浮體，則接觸面為上凸。

試管 1 \ 試管 2	浮體	管口與水面同高	漂浮沉體
浮體	吸引	排斥	排斥
與水面同高	不吸引不排斥	不吸引不排斥	不吸引排斥
漂浮沉體	排斥	排斥	吸引



- (四) 接觸面:凹凹相吸，凸凸相吸，凹凸相斥。試管口與水面同高時，對另一試管而言，如同沒有東西一樣，自然也沒有吸引或排斥的現象。
- (五) 吸引與排斥與兩物體接觸面的上凸或下凹有關。
- (六) 兩物體越接近容器壁，吸引力或斥力越大。
- (七) 凸凸同性吸引力實驗，由圖分析出容器壁與水的接觸角越小(上凸  $0^{\circ}\sim 90^{\circ}$ )，單位時間內所跑的距離越小，則吸引力越小。凹凹接觸角越大，吸引力越大。
- (八) 凸凹異性排斥力時，分析出容器壁接觸面下凹，接觸角越大 ( $90\sim 180$ )，或上凸接觸角越小 ( $0^{\circ}\sim 90^{\circ}$ )，單位時間內所跑的距離越大，則排斥力越大；越接近容器壁，排斥力越大。
- (九) 上凸的接觸角越小，或下凹的接觸角越大，所造成的力就越大。
- (十) 凹凹相吸，凸凸相吸，凹凸相斥，這就是所謂的 Cheerios effect。在自然界裡很多小生物就是利用這種現象生存於自然界中。

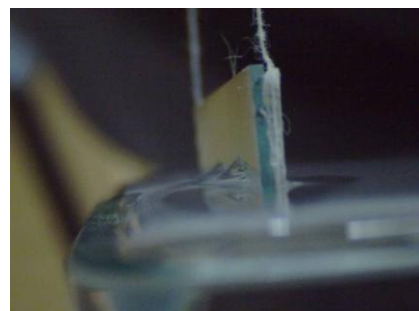


圖 33:載玻片接觸面上凸，  
容器壁接觸面下凹，兩者相斥



## 捌、參考資料及其他

- 一、柯賢文《科學發展》2007年3月，411期，48~51頁
- 二、維基百科全書 [http://en.wikipedia.org/wiki/Surface\\_tension](http://en.wikipedia.org/wiki/Surface_tension)
- 三、表面張力的現象和成因 <http://highscope.ch.ntu.edu.tw/wordpress/?p=1529>
- 四、蔡尚芳《科學教育月刊》第257期 國立台灣大學物理系
- 五、D.Vella and L. Mahadevan, *Am. J. Phys.* **73**, 817 (2005).
- 六、臺灣二〇〇六年國際科學展覽會利用浮沉子測量液體表面張力並演示 ” Cheerios effect”  
嘉義高級中學
- 七、南一書局 高中物理課本下冊

## 【評語】 040114

1. 能以過去優秀作品發想，進一步探討計算原理中所需修正項，科學研究之精神與態度值得肯定。
2. 在作品中可進一步將自己的研究與前作做比較，可更有說服力與價值。
3. 三位作者搭配適切，各自展現獨特能力並可適當互補完成作品，可圈可點。