

中華民國第 51 屆中小學科學展覽會 作品說明書

高中組 物理科

第三名

最佳創意獎

040107

轉吧！測出繞射的精確

學校名稱：國立新竹高級商業職業學校

| | |
|-----------------------------------|--------------|
| 作者： 職二 葛順康 職二 王則方 職二 李宇昕 | 指導老師： 王俊博 |
|-----------------------------------|--------------|

關鍵詞：單狹縫繞射、光二極體

轉吧!測出繞射的精確

摘要

本研究成功解析以綠雷射經過單狹縫產生的繞射光強度分布，有別於一般高中使用之單狹縫繞射實驗教具組，僅能測出光屏上亮暗紋的間距，且可分析之明暗帶數目甚少，進一步思考，這些量測結果皆不為球面波光分佈情形，所以勢必產生誤差。本自製機構加入巧思，建立旋轉平面分析繞射光強度，得到球面波的解，並透過對數放大器電路進行數據處理，可提升觀察解析度至第 40 亮帶。同時使用的材料皆成本低廉。應用上，可量測未知狹縫之寬度。另有鑑於市售之儀器價格昂貴，若此機構可以透過推廣量產，將提升高中課程對於單狹縫繞射進階的認識。

壹、研究動機：

對於光的認識，從光通過針孔的實驗中，在屏幕上出現細小光點，可以親眼看見光的直進性質，高一暑假時，參加科學營隊，利用指縫對著日光燈就可以看到一條一條的條紋，怎麼會這樣呢？原來是光繞射現象所造成的，所以光不是完全直進的，而與之前的認識有所衝突。

而理論告訴我們，光會在狹縫處發生轉彎的現象也就是繞射，這大大的改變了我們對光的了解，進一步從單狹縫繞射實驗，親眼看到光點變成光的帶子，明暗的變化很有規律，用眼睛觀察它的明暗帶週期，發現無法知道它的實際光強度，誰大誰小，以及大有多大，小有多小。只能簡單討論亮帶數目與量測亮暗帶的間距，而且計算分析是透過小角度的概算，會造成很大的誤差，對於繞射圖形的資訊細節充滿好奇，當時就想，我們是否可以自行設計一套測量的儀器來減低誤差呢？那亮暗的光強度是否存在著特殊的關係呢？這些問題引發我們進一步研究的動機，進而開始實驗。

貳、研究目的：

- 一、搭配機械與電路的設計，製作出可量測繞射光強度之儀器。
- 二、討論 Fraunhofer 繞射公式與高中繞射公式之差異，並且實驗驗證。
- 三、量化分析單狹縫繞射條紋之明暗強度。
- 四、設計可以快速檢測狹縫寬度及光源品質的方法。

參、實驗設備與器材：

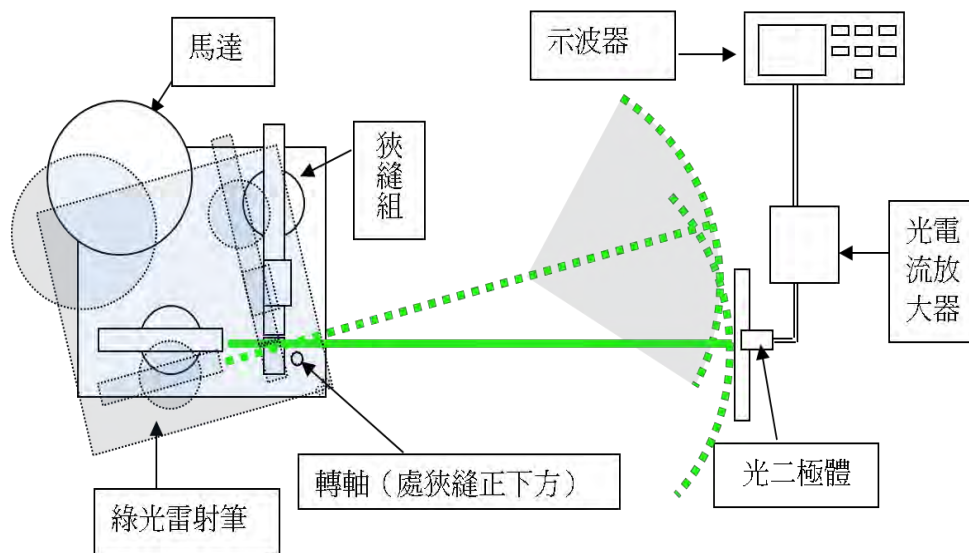
一、裝置簡介：

以下為本實驗使用之裝置：



(一) 旋轉機構：

本實驗將雷射組與狹縫組安排在轉盤上示意圖如下，轉軸置於狹縫處正下方，轉盤旋轉時繞射條紋以轉軸為圓心逐一掃過光二極體。



(二) 齒輪轉速運算：

旋轉盤為雙層結構，下板固定在基板（長方形壓克力板）上，馬達固定於下板之上，雷射筆組與狹縫組裝置於載板上，因載板需旋轉，而旋轉角估計在 ± 30 度之內，為進一步增加角度解析能力，設計弧面條齒由減速馬達帶動，可將旋轉角速度減至最小，弧齒半徑為 120mm，馬達齒輪半徑為 5mm，110V / 60Hz 減速馬達轉速為每分 6 轉的情形下，角速度 = $360^\circ / 10\text{sec} \cdot 5 / 120 = 1.5^\circ / \text{sec}$ 。配合數位示波器訊號擷取頻率為 250 次/sec，故旋轉角度可解析到 0.006° 。

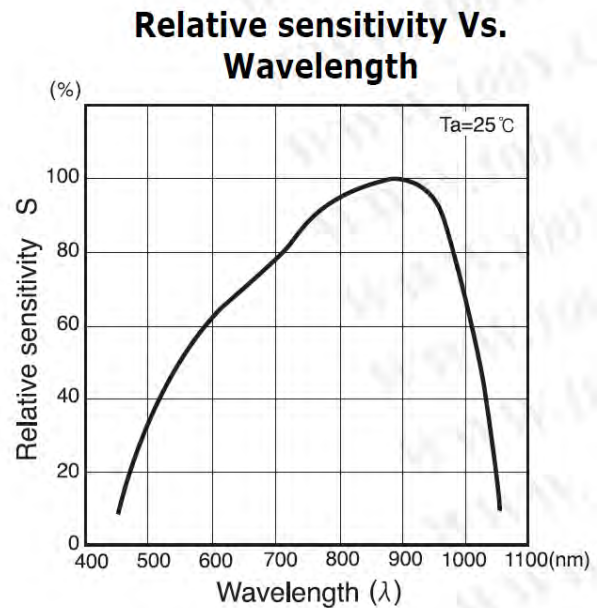
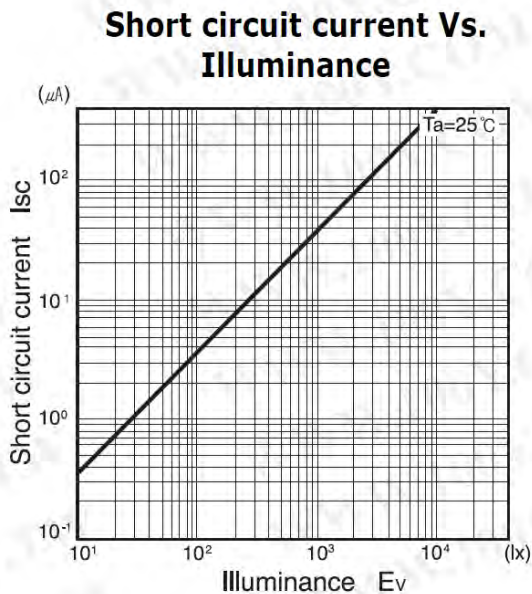
(三) 電路：

1.光偵測器

因繞射光強度的強弱變化可達數十萬倍，參考文獻8的建議需在訊號源頭就將光強度信號轉為相對對數電壓。其電路構成是先以光感測元件將光強度轉換成光電流後再以對數放大器將其轉換成對數電壓。

(1)光感測元件

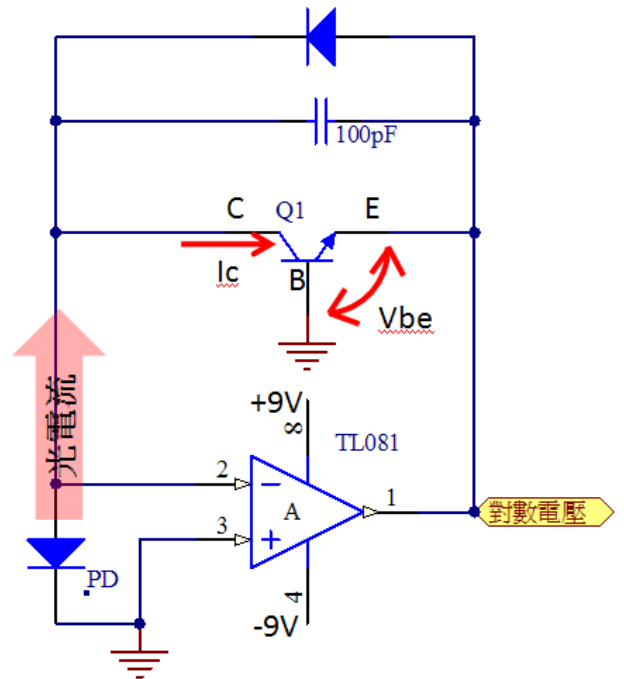
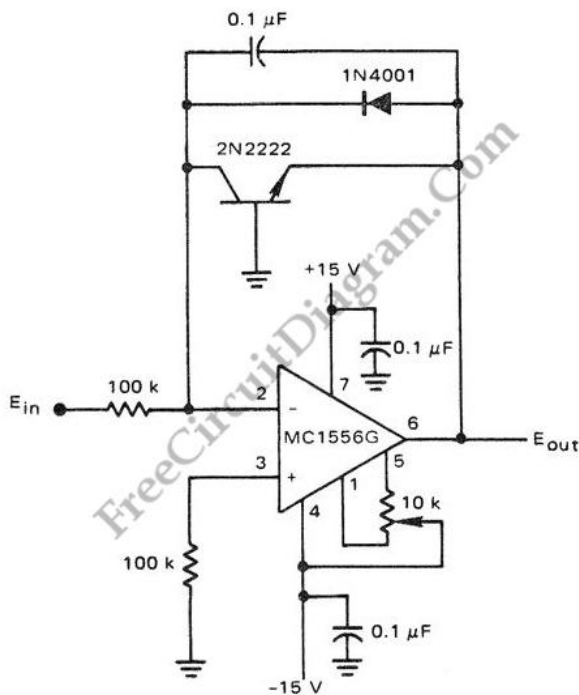
一般常見的光感測元件有光敏電阻，光電晶體與光二極體。由文獻9的數據知光敏電阻的光強度與電阻變化關係並不夠線性。光電晶體雖因具放大作用有極高的靈敏度但考慮其放大率的線性與穩定性不佳。又因找不到綠光專用的光二極體，以文獻10 KODENSHI 公司的矽紅外光二極體 SP1-KL 的規格書來了解光二極體特性。從下左圖光照度(Illuminance)與短路電流 (Short Circuit current)的雙對數圖中可看出光二極體的優良線性關係。因 SP1-KL 矽紅外光二極體是針對 900nm 紅外光所設計，由下右圖照光波長(Wavelength)與相對靈敏度 (Relative sensitivity)的關係中可看出 SP1-KL 對綠光雷射波長 532 +/-5nm 所產生的光電流只有相同照度 900nm 光的 40%，所幸其線性關係不變。



(2) 對數放大器

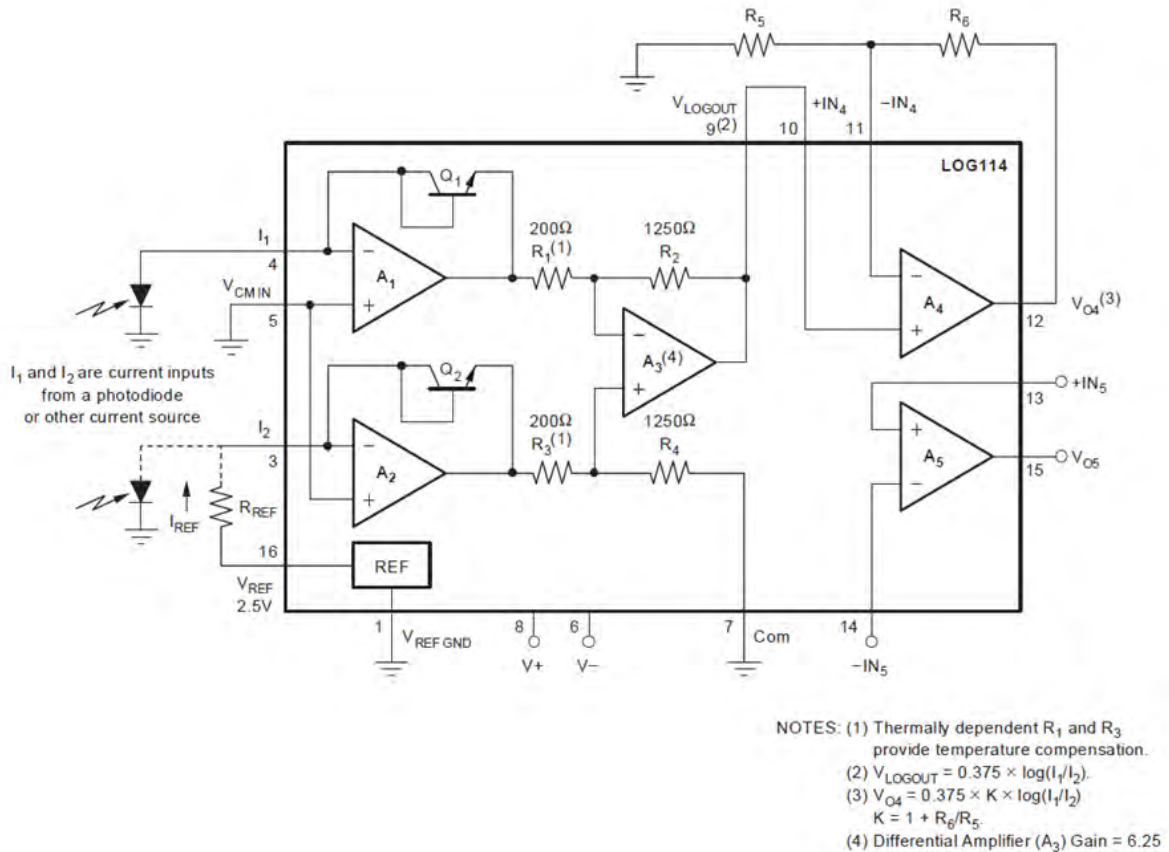
a. 第一代對數放大器

參考網路文獻11.12的對數放大器電路(左下圖)將OPAMP改德州儀器的TL081(輸入阻抗 $10^8\Omega$)，而輸入端以光二極短路方式連接(pin2 為虛接地)如右下圖。光電流將等於 NPN 電晶體的集極電流 (I_c)，依電晶體特性 I_c 正比於 $e^{V_{be}}$ 也就是 V_{be} 正比於 $\log(I_c) = \log(\text{光電流})$ 至於回授電路中二極體與電容的用途文獻中並無交待所以保留。為簡化電路起見正負電源就用兩個 9V 乾電池串連構成 $\pm 9V$ 。



b. 第二代對數放大器

第一代對數放大器有強光照射下輸出反轉，而弱光又有對數失真的情形發生，其原因可能是光電流超出 NPN 電晶體工作範圍，與估計有效對數範圍只有 2~3，造成繞射圖形的光強度部分無法與理論值做比較。為解決這問題，在尋找更準確的電路中發現德州儀器公司有出產轉換範圍可達 10^8 的 LOG114 (網路文獻 13) 摘錄電路如下圖。

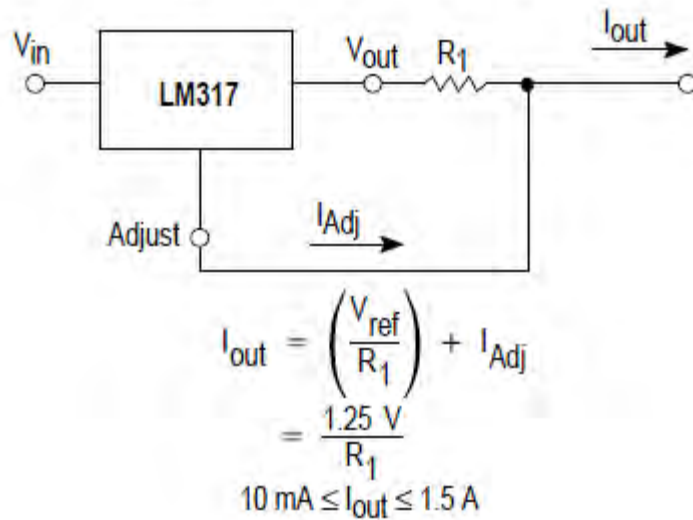


LOG114 外接電路相當簡單，若只取 V_{LOGOUT} 則只需依建議值 $2.5M\Omega$ 。外接電阻 R_{REF} 與光二極體。LOG114 封裝極小 16 隻接腳排列在只有 $4mm \times 4mm^2$ 的四邊，用雕刻機做克難電路板終於將細腳接出，電源用兩個 6V 鉛酸電池串聯構成 $\pm 6V$ 。

2.雷射定電流電路

以兩個乾電池串聯(~3V)供電綠光雷射連續使用 1 小時光強度就明顯減弱，應是乾電池持續反應內阻升高的原故。經實地測量輸入 3V 時其電流約 0.4 安培。為求雷射光輸出穩定必須尋找穩定供電器，在網路上找到 Motorola 公司生產的 LM317 (Ref-17)只需外加一個電阻就可成為定電流電路如下：

Figure 24. Current Regulator



R1 採用 3 個 1Ω 電阻串聯，得 $I_{out} = 0.42 \text{ Amp}$
Vin 用 110VAC-6VAC 變壓器加一橋式整流產生 DC 9V。

二、實驗校正：

在實驗前為了確保實驗結果的準確性，都會進行器材校正。首先我們會將旋轉平面與繞射圖型調至水平，若光不是水平的進入光二極體，出現之圖形就會左右不對稱，正常來說，圖形可見光強度由中央最亮漸漸往兩邊擴散的對稱圖形。接著，我們要使光完全通過偵測孔，以調整高低的方式來確定所有繞射光接進入偵測孔，以下為校正細節。

(一) 將旋轉平面與繞射圖型調至水平

本實驗必須使光繞射圖形，與旋轉機構的旋轉面平行，校正過程先將雷射打於校正板(此以牆為例)上，並將細繩一端固定在光點上(圖 01)，以旋轉機構將光點移至另一端重複此一步驟。使光經過狹縫產生圖形，經由底座活動之設計(圖 02)，轉動螺絲壓縮中間的泡綿墊片，可進行狹縫傾斜角度之微調，使圖形與細線呈水平(圖 03)。



圖 01

圖 02

圖 03

需使光二極體置於旋轉平面上，爲了不改變圖形與旋轉平面平行關係，故選擇移動光二極體的位置。先將光二極體移動到接近旋轉平面的位置(圖 04 紙箱墊高)，於紙箱下墊一物(圖 05 以書本為例)產生斜面，最後，將光二極體調整至旋轉平面(圖 06，人臉的右眼爲光二極體的所在點)，以達到校正目的。

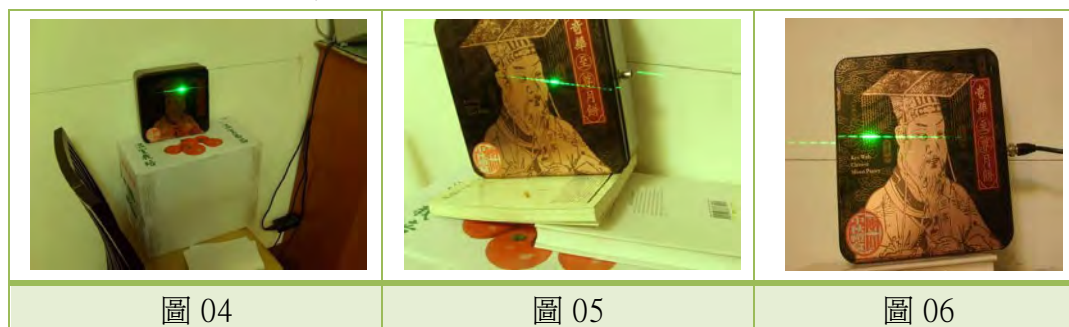


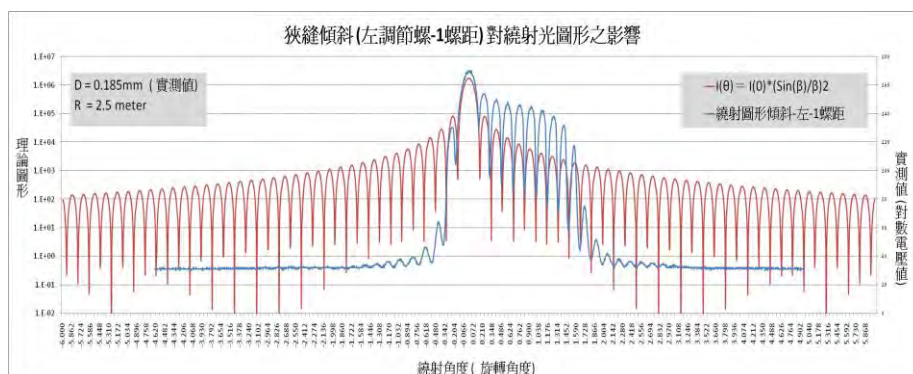
圖 04

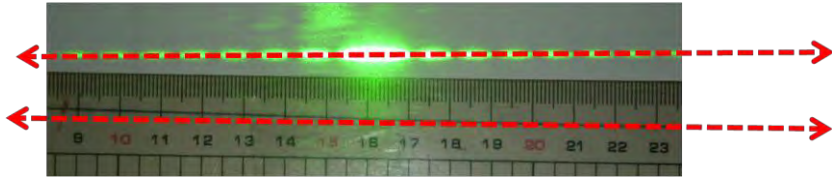
圖 05

圖 06

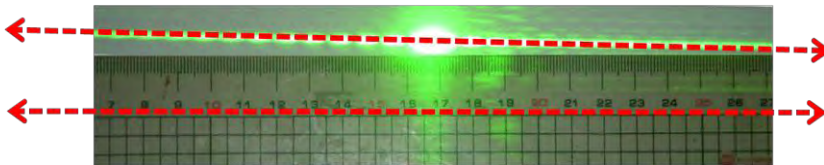
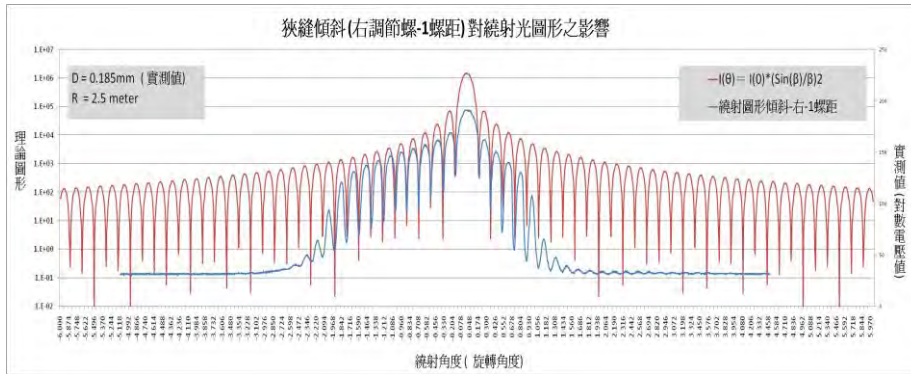
(二)使繞射圖型完整進入偵測孔

調整工作並不容易，旋轉機構之旋轉平面需與繞射圖形平行，且須確定光準確通過光二極體偵測孔。下圖爲我們依不同調整方法所呈現的圖形。調整不平行時，偵測圖光強度左右不對稱，因其光進入大小不同。





繞射圖型左邊偏低的情形



繞射圖型右邊偏低的情形

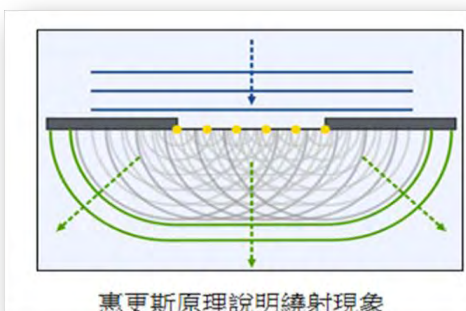
肆、研究過程與方法:

一、實驗原理:

(一)惠更斯的波動理論

依惠更斯之理論可知，一個波的波前上任何一點都可視為新的波源，以其為圓心或球心各自發出圓形波或球面波，某一個時刻和這些波面相切的線或面會形成新的波前。

其示意圖如下(網路文獻 3)，利用惠更斯波動想法處理光波通過狹縫的問題時，可以將光波想成以子波點光源(黃點部分)繼續前進。惠更斯之理論須需能滿足以下假設。入射波(藍色線)必須是同波長同相位的平面波，使用雷射光源可滿足這條件。



惠更斯原理說明繞射現象

子波點光源的特徵是:

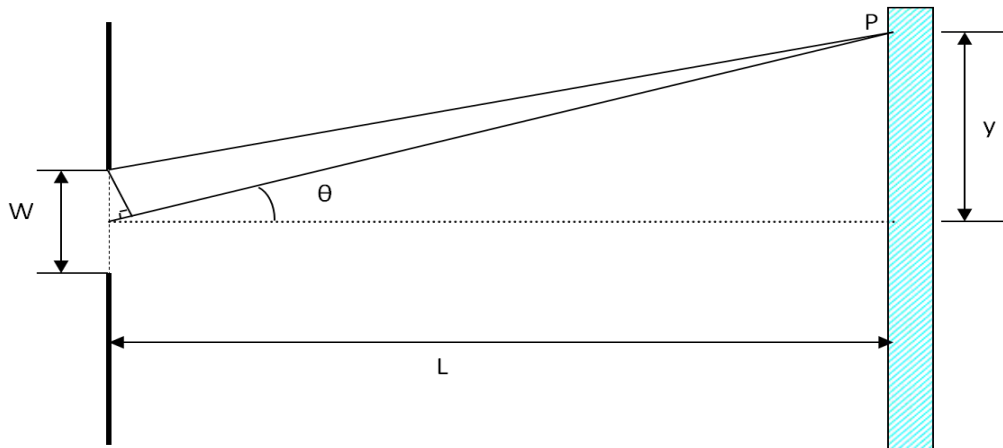
1. 位置恰在狹縫面上
2. 沿延續平面波同波長同相位的特性，但當各子波點光源繼續傳播切面的連線會以複雜的形式相疊(綠色線為示意圖)。

(二)單狹縫繞射光強度近似公式：

1. 高中課程單狹縫繞射的近似公式：

下圖為高中課本對於單狹縫繞射解釋的示意圖，雷射光從左側射入寬度為 W 的狹縫，右側光屏與狹縫距離為 L ，光屏上 P 點，距離狹縫中心垂直高度為 y ， P 點與狹縫中心線夾 θ 角。光通過單狹縫時，假設狹縫寬度內有無數點光源，依惠更斯原理狹縫頂點與狹縫中心點光源到 P 點的光程差為 $\frac{W}{2} \times \sin \theta$ ，若此光程差為半波長的整數倍，則在 P 點形成破壞性干涉，即 $\frac{W}{2} \times \sin \theta = \left(\frac{n-1}{2}\right) \lambda$ ， $n=1,2,\dots$ 為暗帶的條件。因 P 點位置 y 與 θ 之間的關係為 $\tan \theta = \frac{y}{L}$ ，在 $\theta \approx 0$ 的情形下：

$$\frac{\left(\frac{n-1}{2}\right) \lambda}{W} = \sin \theta \approx \tan \theta = \frac{y}{L}$$

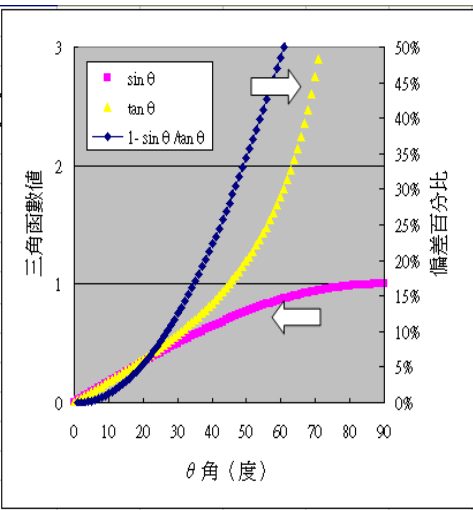


當在 P 點發生破壞性干涉的條件，即暗帶發生在 $\theta = \tan^{-1} \left[\frac{2 \left(\frac{n-1}{2}\right) \lambda}{W} \right]$ 處。

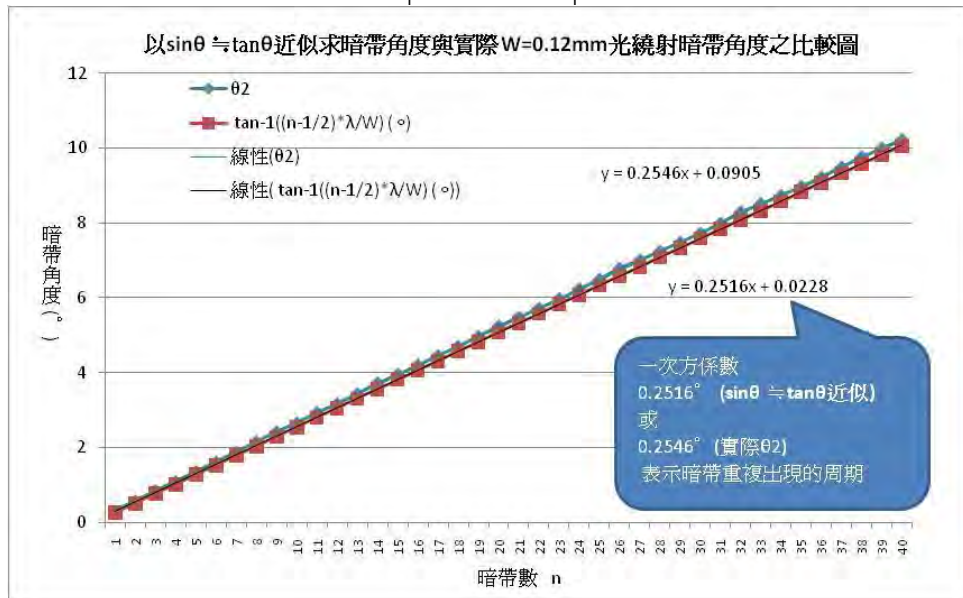
這與一般以 y 為暗帶發生處 $y = 2 \left(\frac{n-1}{2}\right) \lambda \times \frac{L}{W}$ 的表示方式略有不同，但這樣處理就可和以下夫朗禾斐 (Fraunhofer) 近似公式的 θ 關係式直接做比較。

我們先看 $\sin \theta \approx \tan \theta$ 近似關係的誤差情形(下表)，在 $\theta < 1^\circ$ 時 $\sin \theta$ 與 $\tan \theta$ 值的差異確實很小只有萬分之 1.5，當 $\theta = 5^\circ$ 時誤差達 0.38 %。

| θ (deg) | θ (rad) | $\sin \theta$ | $\tan \theta$ | $1 - \sin \theta / \tan \theta$ |
|----------------|----------------|---------------|---------------|---------------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0.0000% |
| 1 | 0.017453 | 0.017452 | 0.017455 | 0.0152% |
| 2 | 0.034906 | 0.034898 | 0.03492 | 0.0609% |
| 3 | 0.052358 | 0.052334 | 0.052406 | 0.1370% |
| 4 | 0.069811 | 0.069754 | 0.069925 | 0.2436% |
| 5 | 0.087264 | 0.087153 | 0.087486 | 0.3805% |
| 6 | 0.104717 | 0.104525 | 0.105101 | 0.5478% |
| 7 | 0.122169 | 0.121866 | 0.122781 | 0.7453% |
| 8 | 0.139622 | 0.139169 | 0.140537 | 0.9731% |
| 9 | 0.157075 | 0.15643 | 0.15838 | 1.2311% |
| 10 | 0.174528 | 0.173643 | 0.176322 | 1.5191% |
| 11 | 0.191981 | 0.190803 | 0.194374 | 1.8372% |
| 12 | 0.209433 | 0.207906 | 0.21255 | 2.1851% |
| 13 | 0.226886 | 0.224945 | 0.230861 | 2.5628% |
| 14 | 0.244339 | 0.241915 | 0.24932 | 2.9703% |
| 15 | 0.261792 | 0.258812 | 0.267941 | 3.4072% |



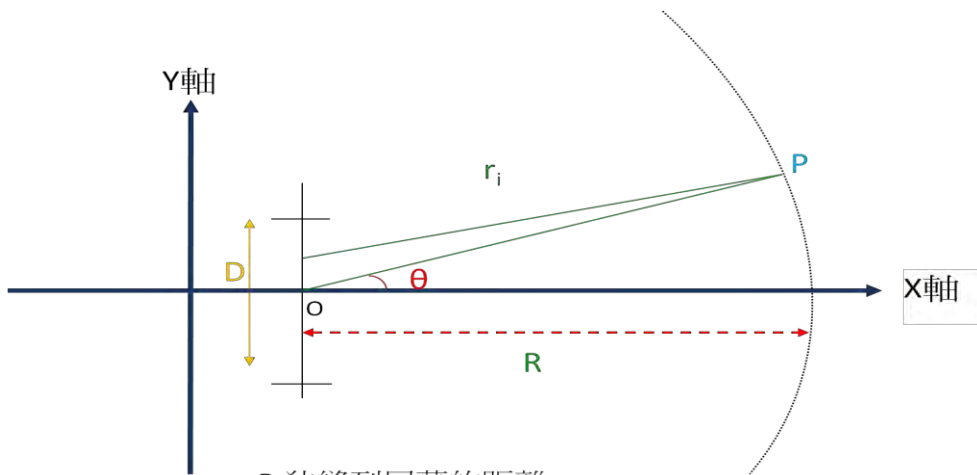
再用 EXCEL 為 $\theta = \tan^{-1} \left[\frac{2 \left(\frac{n-1}{2} \right) \lambda}{W} \right]$ 做圖的示範如下



2. Fraunhofer 近似公式函數解：

利用惠更斯的波動理論來進一步分析，將光波以下列波動函數表示， E 為電場強度， E_0 為振幅， ω 為 $2\pi f$ ， f 為光振動的頻率。

$$E = E_0 \times \sin(\omega t)$$



R:狹縫到屏幕的距離。
D:狹縫寬度。
 r_i :某一點光源至P點距離
P:波前之一點
O:原點

將單狹縫寬度 D 分爲 N 個點光源， E_i 爲點光源 i 在 P 點所貢獻的波動函數，每個點光源的寬度設爲 Δy ， E_i 爲單位長度電場強度 ($E_i = \frac{E}{D}$)， $r_i(y)$ 爲點光源 i 到 P 點的距離因狹縫長度遠大於寬度，因此可視爲柱面波，所以 E_i 與 $r_i(y)$ 成反比，故 $\frac{E_L \Delta y}{r_i(y)}$ 項是該波動函數的振幅。

$$E_i = \frac{E_L \Delta y}{r_i(y)} \times \sin(\omega t + kr_i)$$

點光源 i 在狹縫處相位角爲 0，到達 P 點光程爲 $r_i(y)$ ，故波函數需加相位 kr_i ， k 爲 $\frac{2\pi}{\lambda}$ 。

$$E_p = \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \frac{E_L}{r_i(y)} \times \sin[\omega t + kr_i(y)] \times \Delta y$$

上式 E_p 爲 N 個點光源的光波到達 P 點的電場總和。將 $r_i(y)$ 以勾股定理解出得 $r_i(y) = \left[(y \cos \theta)^2 + (R - y \sin \theta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ ，在此夫朗禾斐 (Fraunhofer) 爲了以函數形式求解，所以取近似值 $r_i(y) \doteq R - y \sin \theta$ ，此外 $r_i(y)$ 以 R

取代（ $R \gg y$ 時）這兩項也就是誤差的來源。終於 E_p 可對 y 以積分方式表示如下。

$$E_p = E_L \frac{D}{R} \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \sin[\omega t + k(R - y \sin \theta)] \times dy$$

以 \sin 函數積分公式，可得下式。

$$E_p = E_L \frac{D}{R} \times \frac{\sin\left[\left(\frac{kD}{2}\right) \sin \theta\right]}{\left(\frac{kD}{2}\right) \sin \theta} \times \sin(\omega t - kR)$$

爲了簡化算式設 $\beta = \left(\frac{kD}{2}\right) \sin \theta$ ，得下式

$$E_p = E_L \frac{D}{R} \times \frac{\sin \beta}{\beta} \times \sin(\omega t - kR)$$

以 I 光強度公式 $I(\theta) = \frac{1}{2} E^2$ 得：

$$I(\theta) = \frac{\left(E_L \frac{D}{R}\right)^2}{2} \times \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2 = I(0) \times \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2$$

藉由微軟 EXCEL 試算表，可將不同的 R 、 λ 、 D 代入上式，觀察繞射光強度的變化。

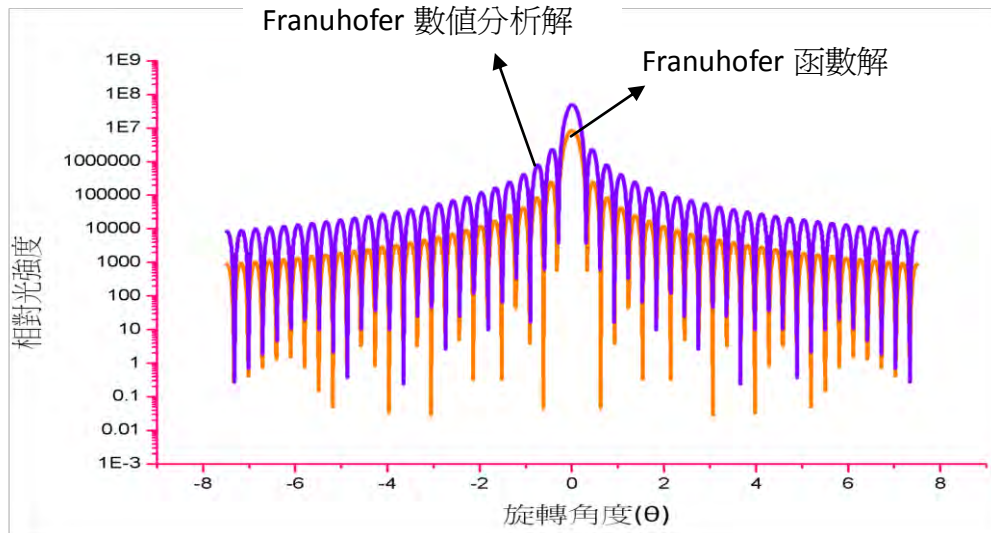
3. 夫朗禾斐 (Fraunhofer) 近似公式數值分析解：

嘗試以數值分析函數解結果的意義，以電腦輔助計算將夫朗禾斐 (Fraunhofer) 微分式累加如下式，進行數值運算，看與函數解之間的差異。

$$E_p = \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \frac{E_L}{r_i(y)} \times \sin[\omega t + kr_i(y)] \times \Delta y$$

下圖爲 Fraunhofer 數值分析與 Fraunhofer 函數解。已將數據繪製成圖形比較， x 軸爲軸爲 θ (度)， y 軸爲光強度。

在 N 值設定很大的情況下，發現數值解與函數解圖形幾乎吻合。



二、實驗內容與步驟：

本研究分成四個實驗進行探討：

1. 函數解與數值解的討論

2. 再現性實驗

3. 改變變因

- 改變狹縫與屏幕之距離

4. 應用

- 未知狹縫寬度量測

(一) N 值改變，函數解與數值解的比較

以試算表計算，繪製出函數解與數值解的圖形。

本實驗的目的在於比較出數值解與函數解的優劣，用試算表計算數值解後，再與函數解畫圖做比較。

(二)再現性實驗:

- 1.完成量測設備之校正，確定繞射光線皆通過偵測點。
- 2.安裝已知寬度的狹縫，啟動雷射光源開始實驗。
- 3.相同實驗條件重複做多次。
- 4.處理由光二極體得出之數據。
 - (1)量測環境雜訊。
 - (2)將得出之數值減掉環境雜訊。
 - (3)數據平移後得出最後結果。

(三)改變狹縫與屏幕之距離:

- 1.完成量測設備之校正，即確定繞射光線皆通過偵測點。
- 2.安裝已知寬度的狹縫，啟動雷射光源開始實驗。
- 3.改變不同狹縫與光二極體電路的距離
- 4.處理由光二極體得出之數據。
 - (1)量測環境雜訊。
 - (2)將得出之數值減掉環境雜訊。
 - (3)數據平移後得出最後結果。

(四)未知狹縫寬度量測:

- 1.完成量測設備之校正，即確定繞射光線皆通過偵測點。
- 2.安裝未知狹縫，以刀片組任意製作一個未知寬度，放置完成後，啟動雷射光源始實驗
- 3.處理由光二極體得出之數據
 - (1)量測環境雜訊。
 - (2)將得出之數值減掉環境雜訊。
 - (3)數據平移後得出最後結果。
- 4.與理論值(Franuhofer 函數解)圖形做比較
 - (1)透過高中的近似公式計算得知未知狹縫的寬度。

(2) 利用試算表中 **Fraunhofer** 函數公式的計算，使公式的理論圖與測量圖形的明暗周期對齊，最後得到的 D 值即為未知狹縫的寬度。

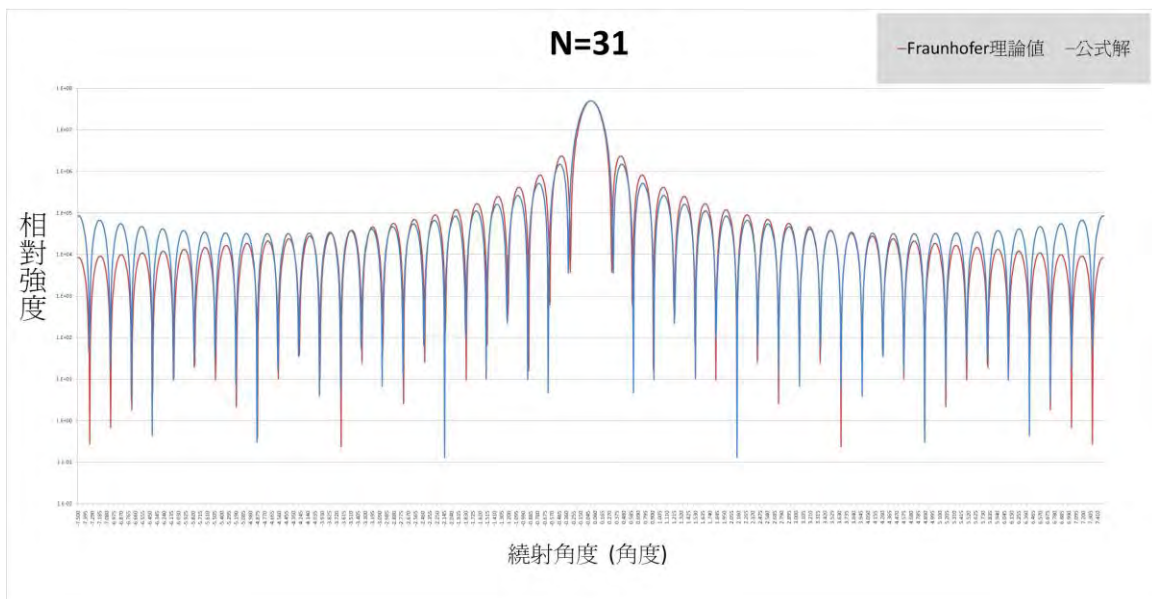
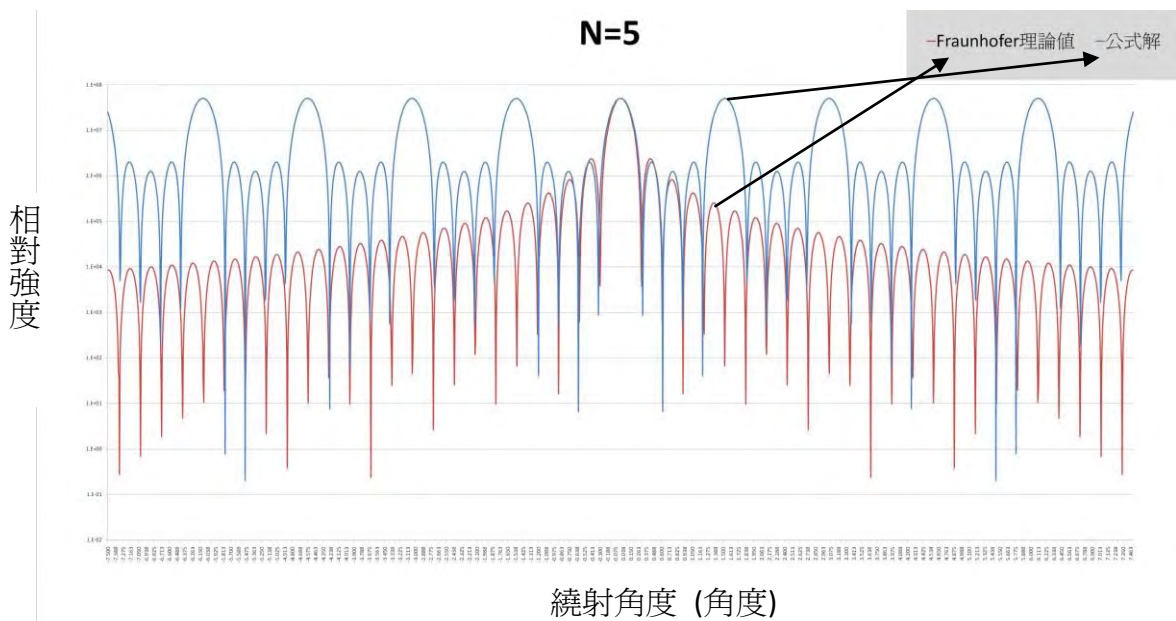
5. 求證 D 值

(1) 用顯微鏡在固定倍率及解析度下拍攝已知狹縫及未知狹縫比較其寬度

(2) 使用影像處理軟體來分析，拉出一準尺，與任意拉出之刀片組狹縫作疊圖分析比較，以確認其未知狹縫的寬度。

伍、研究結果:

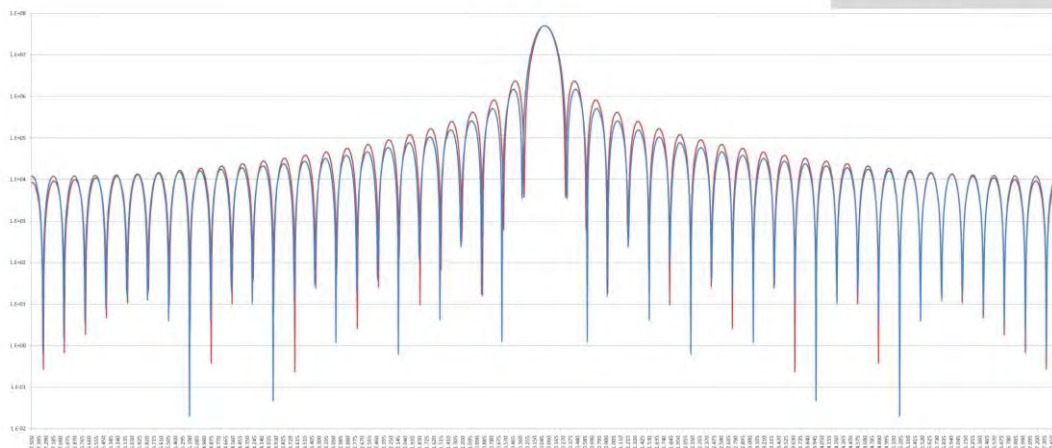
一、N 值改變



相對強度

N=51

-Fraunhofer理論值 -公式解

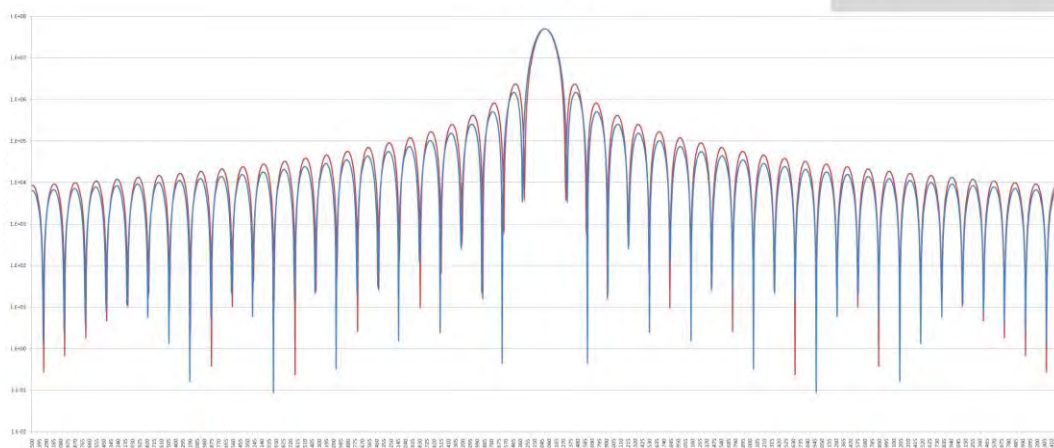


繞射角度 (角度)

相對強度

N=101

-Fraunhofer理論值 -公式解

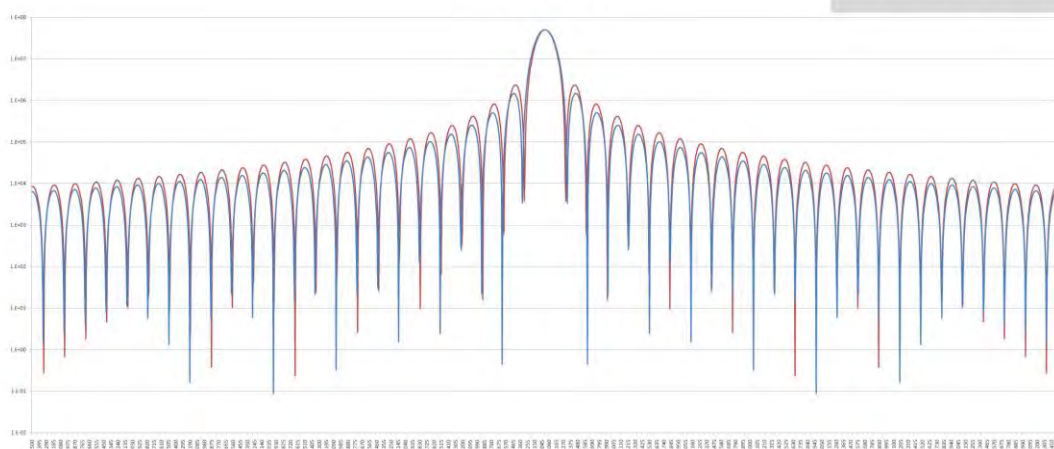


繞射角度 (角度)

相對強度

N=501

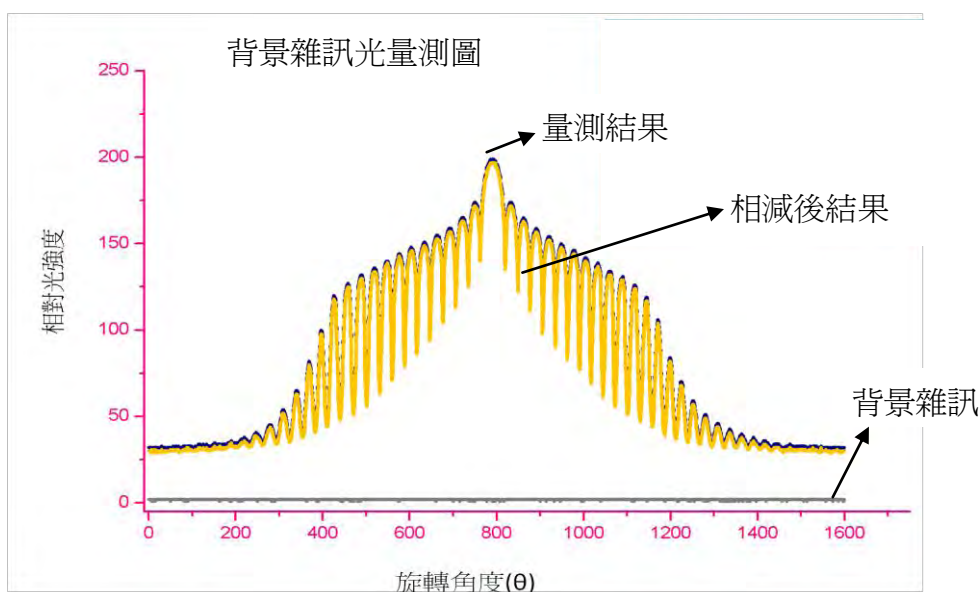
-Fraunhofer理論值 -公式解



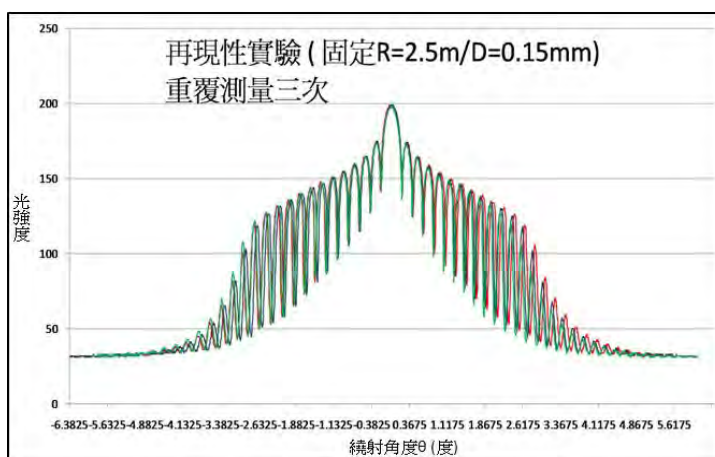
繞射角度 (角度)

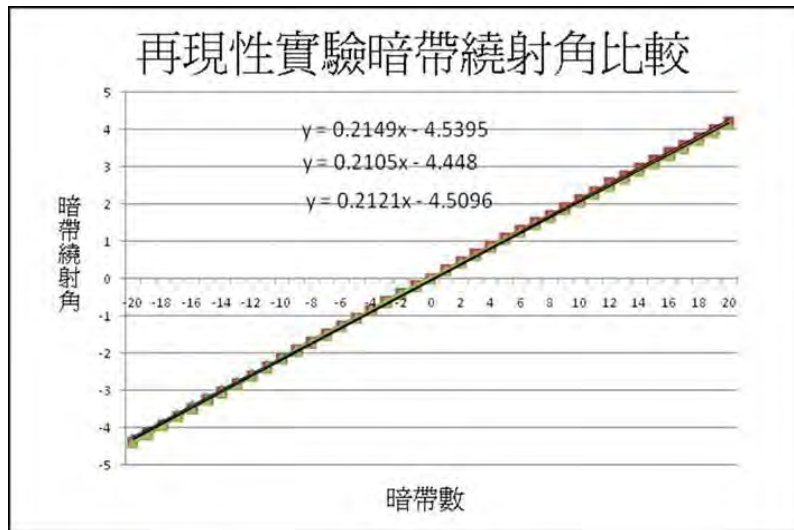
因為 *Franhofer* 公式在推導時，已將 N 視為無限大值，所以我們以 $N=501$ 帶入數值解，與函數解的結果最相近，將帶入的數值減小至 101，發現從第 12 明帶開始數值解有比原來強的現象，再將 N 值減小至 31 或是更小的 5，看到圖形可得知此為多狹縫干涉現象，由此實驗得到一個結論，起初我們對 *Franhofer* 近似公式(函數解)的近似抱有懷疑，才有非近似公式(數值解)的構想，以上實驗證明，函數解較數值解來的穩定，且其誤差極小，所以我們之後以函數解與實驗做比較。

二、再現性實驗：



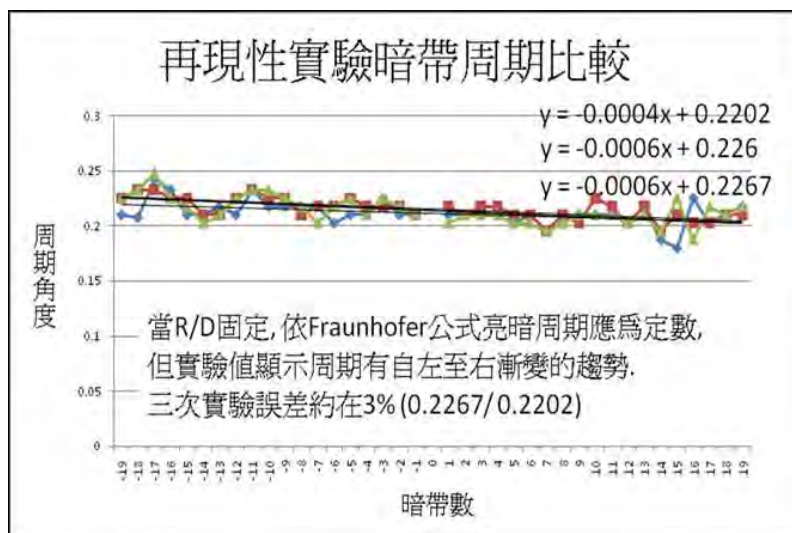
Background noise light intensity is more than 100 times the light intensity difference, the difference is very large, in data processing, it will first subtract the background noise from the measured light intensity, so the background noise source will not affect the data.





由於暗帶容易觀察，我們取每一個暗帶的繞射角度，與其暗帶數做圖，從上圖斜率可得知，角度大致上皆在 0.21 度。

此圖差異太小，難以辨別誤差，所以採用下列實驗。

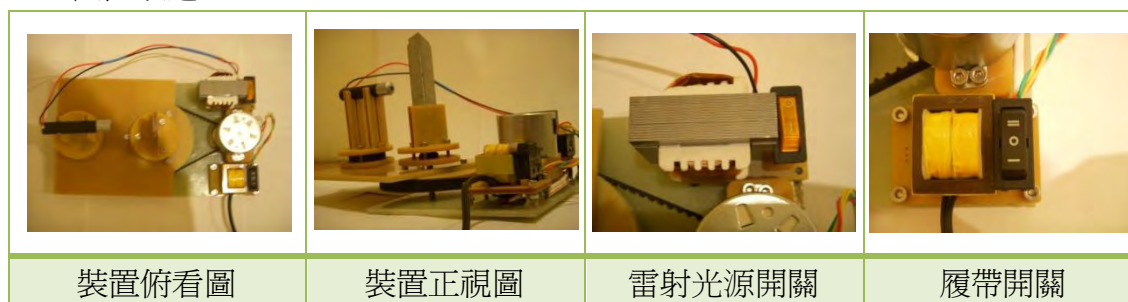


此圖是將第 $n+1$ 暗帶角度減去第 n 暗帶角度，可得一個明暗帶週期，再與其對應的第 n 周期數做圖。由圖觀察可以看到，每一週期與 0.21 度有 4%~19% 的誤差，此三次實驗誤差約在 3%。

細觀之下，發現每 7 個點會出現一個曲線，由上張圖可知每個周期皆約 0.21 度，得 7×0.21 度 = 1.47 度為大齒輪轉一刻度的角度，因此推斷為齒輪之問題。

為了改進這個誤差，我們改善原設備的缺點，並設計了一套新的設備，改良後的數據我們在討論進行比較。

裝置改進：

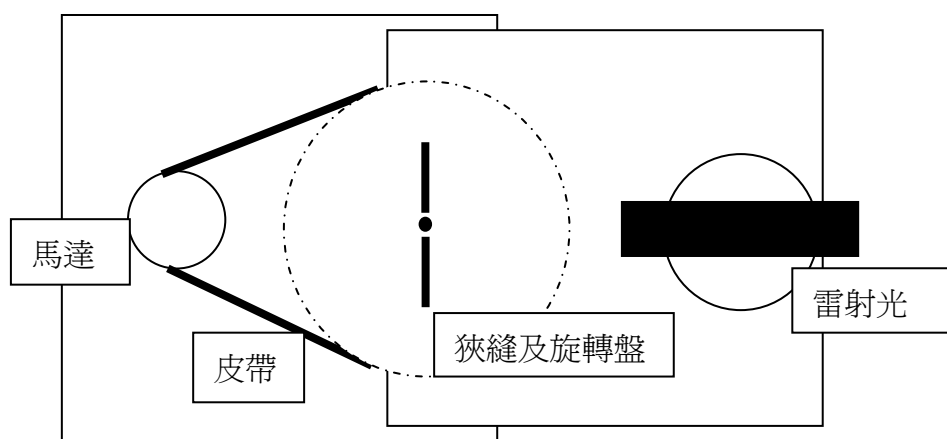


(一)設計理念：

此次改版，是針對第一版機構的缺點進行修改。

第一，在原機構的再現性實驗中，發現可能是齒輪間的咬和不夠緊密，導致實驗明暗帶周期不一，此版的齒輪是以皮帶帶動，沒有齒輪咬合問題，以解決此問題。

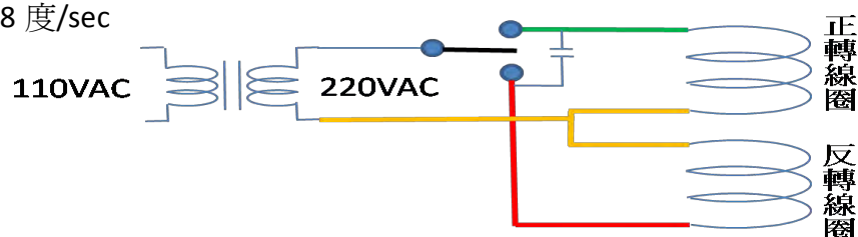
第二，原機構設計過於簡陋，綠光雷射和馬達，都沒有一個正式的開關操作，造成實驗的進行上有許多不便，此版的開關可解決這些問題，馬達原來只有單轉向，另外新增了功能，此版採用的馬達（無廠商，型號 50KTYZ）內部有正向和反向的線圈，可進行雙轉向。



裝置改進機構示意圖

(二)齒輪轉速運算：

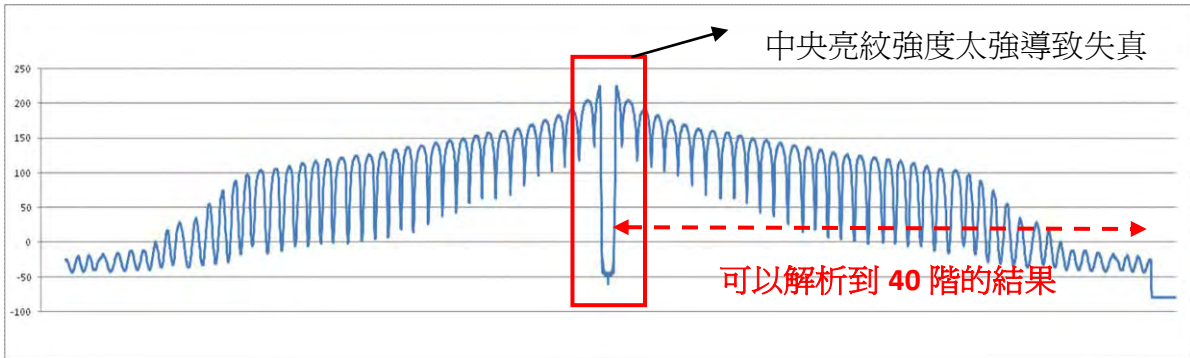
用 110VAC 轉 220VAC 變壓器可催動減速馬達，但台灣市電是 60Hz，所以 50Hz/ 1RPM 規格就轉成 60Hz/ 1.2RPM. 主動齒輪是 15 齒搭配 1.2RPM 就是每秒鐘轉 0.3 齒 (15 齒/轉 x 1.2 轉/min = 18 齒/min = 0.3 齒/sec). 旋轉盤共 60 齒，所以每齒 6 度，每秒 0.3 齒就得每秒轉 1.8 度 (6 度/齒) / (0.3 齒/sec) = 1.8 度/sec



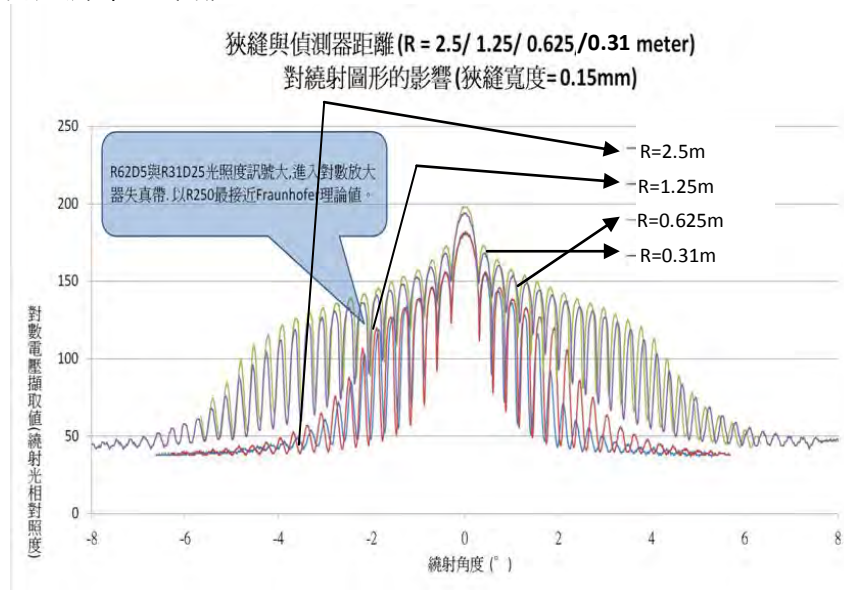
馬達正反轉線圈示意圖

改進裝置的結果對於數據的誤差有很大的改進，將在下面討論進行分析。

將實驗儀器校正後進行量測，裝置在狹縫寬度 0.15mm、距離調整為 2.5m，可以量測到距離中央亮紋第 40 階的繞射光強度。



三、改變狹縫與屏幕之距離



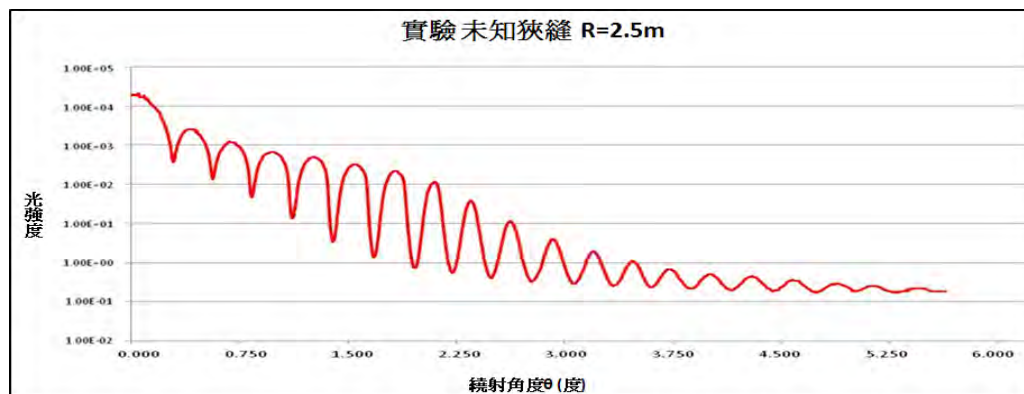
改變狹縫與屏幕的距離 R 不需調整狹縫寬度，本應是最容易做的實驗，但實際操作時卻出現一些問題：

- (一) 繞射光線與偵測孔需重新對準：不論移動旋轉盤和偵測器都會改變原來的對準，造成無法估計照度改變。
- (二) R 值小時，繞射光變強，導致對數放大器失真研究：繞射照度約與距離平方成反比，距離 0.31m 較距離 2.5m 強 256 倍，所以測量時只好加貼 95% 反光紙在偵測孔前，但只有周期可觀察，照度的高低就無比較意義。
- (三) R 值小時，明暗週期短光二極體解析度不夠：距離 0.625m 的暗帶肉眼勉強可見，但電訊號已被左右亮帶訊號遮蓋。

本實驗結果可以看到，在短距離的量測結果比較失真，應該是亮暗紋的間距太短，造成電路解析力下降，不過距離從 0.31m 到 2.5m 都可解析出繞射光的強度分佈，量測系統不會受到距離的因素有所影響，但結果顯示選用 2.5m 的距離最合適。

四、未知狹縫寬度量測：

(一)製作 3 組未知狹縫，實驗以 USB 顯微鏡測量值，將 3 組狹縫實驗以高中公式進行計算，可得一計算值，再與測量值比對。



以上是其中一組未知狹縫，實驗後做的圖，其 x 軸 θ 值(度)，是由旋轉機構的馬達，計算轉速而得。接著可取到某暗帶對應到的 θ 值，取 2 個連續暗帶 θ 值，推算出一個明暗帶的週期角度，實驗結果顯示週期為 0.278 度，最後帶入公式計算未知狹縫 D 值。

$$\text{公式: } \frac{\lambda}{D} = \sin \theta \approx \tan \theta = \frac{y}{R}$$

λ : 532nm (綠光雷射筆波長)

D : 未知狹縫值

y : 一個明暗帶的長度(其值，在下列計算中以 θ 計算)

R : 2.5m 狹縫到光二極體電路的距離

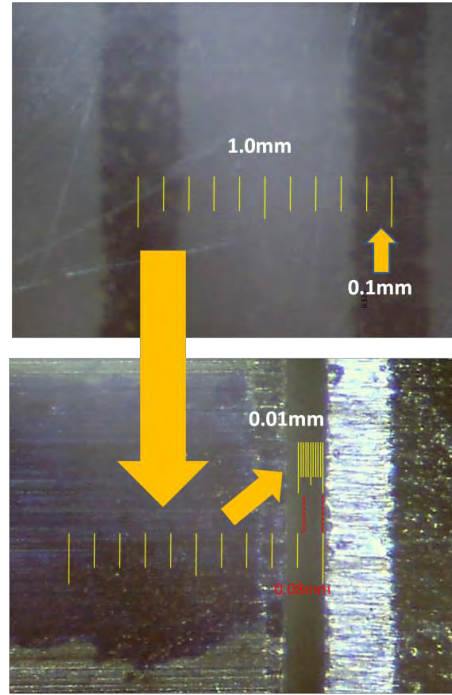
$$\frac{532 \times 10^{-9}}{D} = \frac{0.278 \times \frac{\pi}{180}}{2.5}$$

得 $D = 0.011 \text{ mm}$ 。

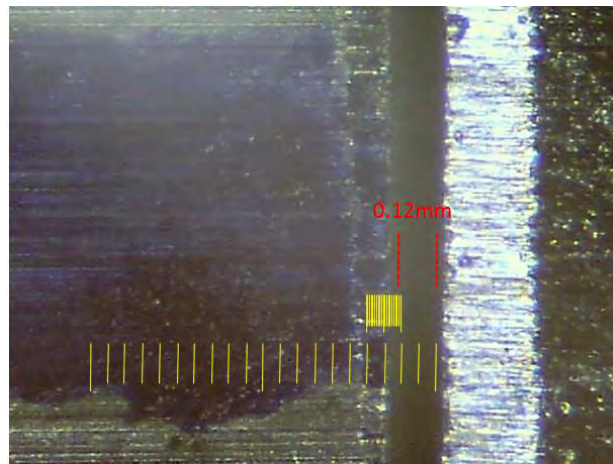
我們用以上所述之方式，再計算出另 2 組 D 值為 0.152mm 和 0.027mm。

(二)以電子顯微鏡求證測量值：

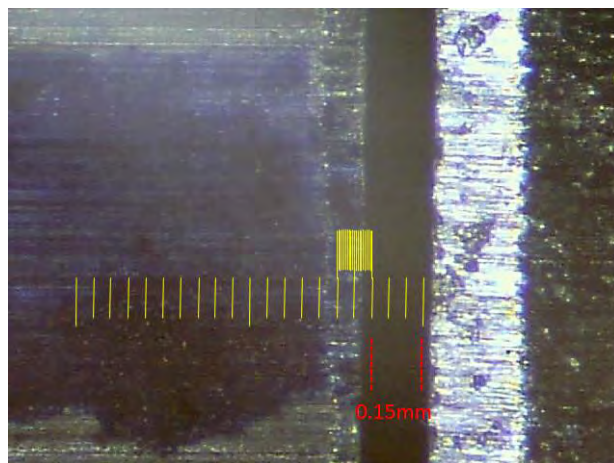
用 USB 顯微鏡，先以普通直尺取得 x200 倍下 1mm 的影像，再運用 MSPPT 軟體在電腦上的虛擬尺量取同等倍率狹縫照片上的寬度 (如下圖)此法可取到解析度 0.005mm 的虛擬尺，但因狹縫照片的清晰度不夠，所以 0.01mm 為目前極限。



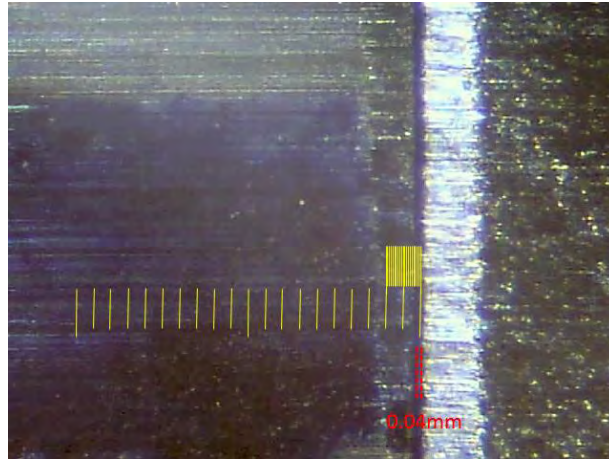
經過上步驟，我們將 3 組未知狹縫組，測出其狹縫寬度的測量值



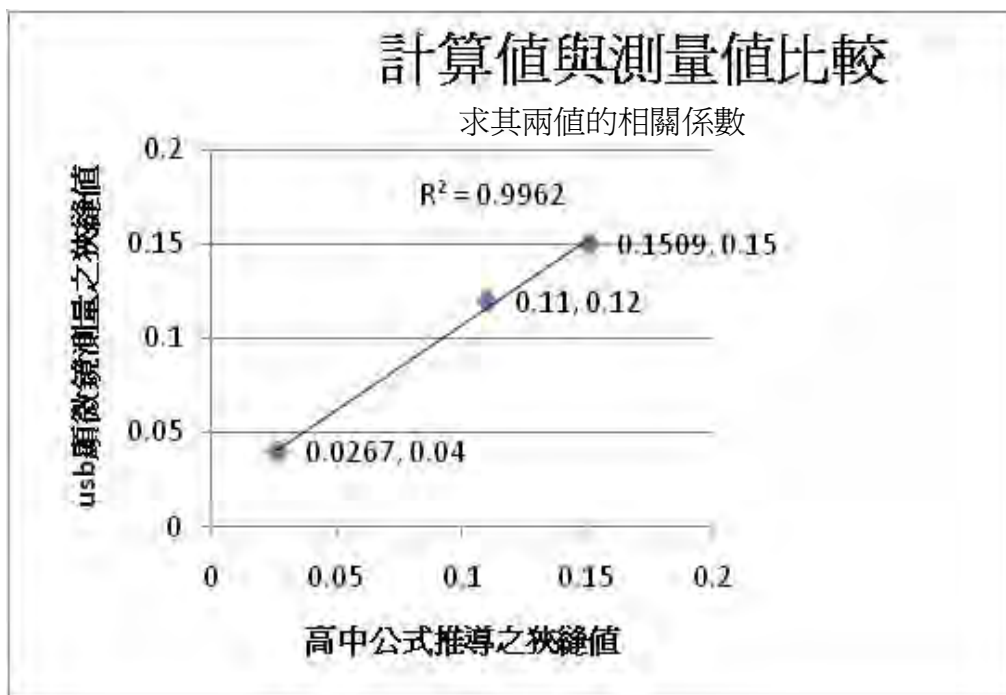
第一組未知狹縫 測量值約為 0.12mm



第二組未知狹縫 測量值約為 0.15mm



第三組未知狹縫 測量值約為 0.04mm



將三組未知狹縫寬度的計算與測量值做圖比較

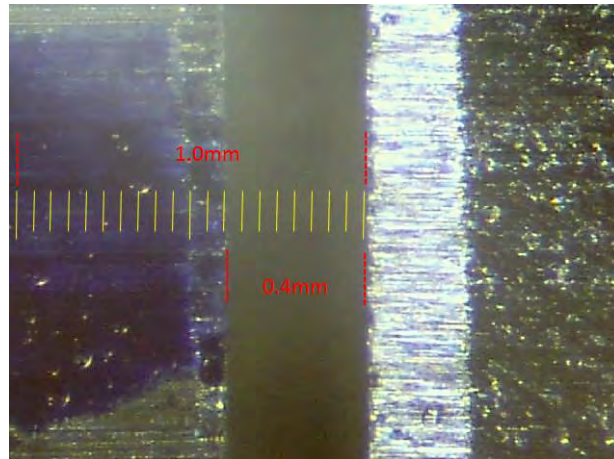
第一組狹縫差距 8.3%，第二組 0.6%，第三組 33.2%。

第三組狹縫出現相當大的差距，之後會在討論中探討其可能原因。

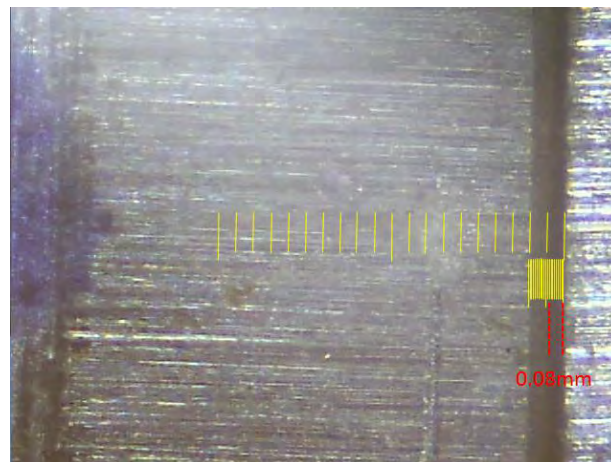
由相關係數可知，越接近 1，兩數值就越接近正比關係，基本上所有的數據兩者的結果是相當接近的。

(三)以 Franuhofer 函數圖做測量

以上的數據分析，透過高中公式計算得未知狹縫寬度值求得較複雜，使用的簡化式子導致很多誤差的產生，常會出現如同第三組比對結果，有較大的誤差。因此，若是以 Franuhofer 函數解與 USB 顯微鏡的測量值做比較，可將實驗環境輸入試算表，數值得到的會較準確。為增加實驗的可靠性我們又做了兩組狹縫。



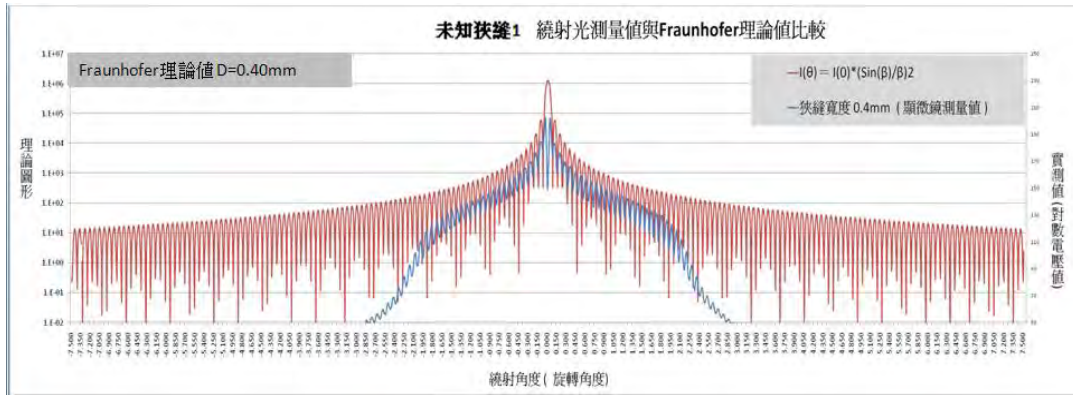
第四組未知狹縫 測量值約為 0.4mm



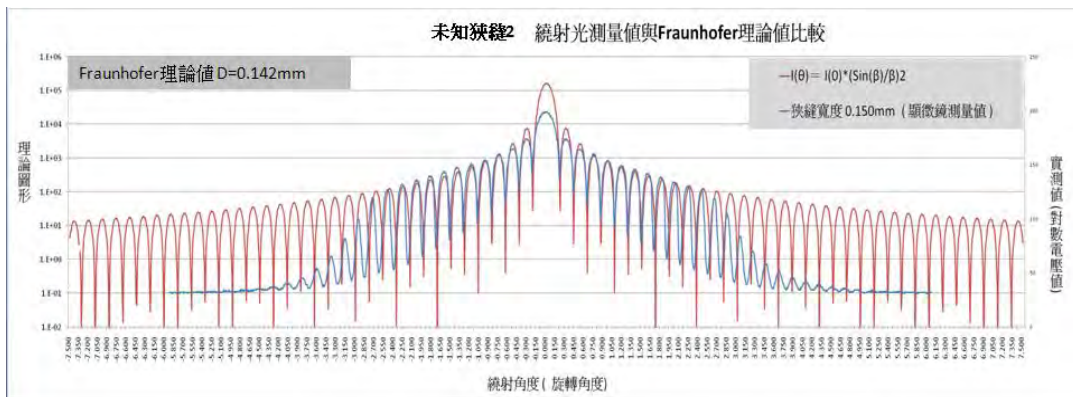
第五組未知狹縫 理論值約為 0.08mm

做法:在試算表中，輸入相同的實驗環境(同 R 值、同波長)，將量測結果與理論結果兩圖形做於同一座標軸上，並對齊兩圖形的中央亮帶，再以理論值的狹縫寬度為變數做調整，使兩圖形明暗帶周期趨於吻合。

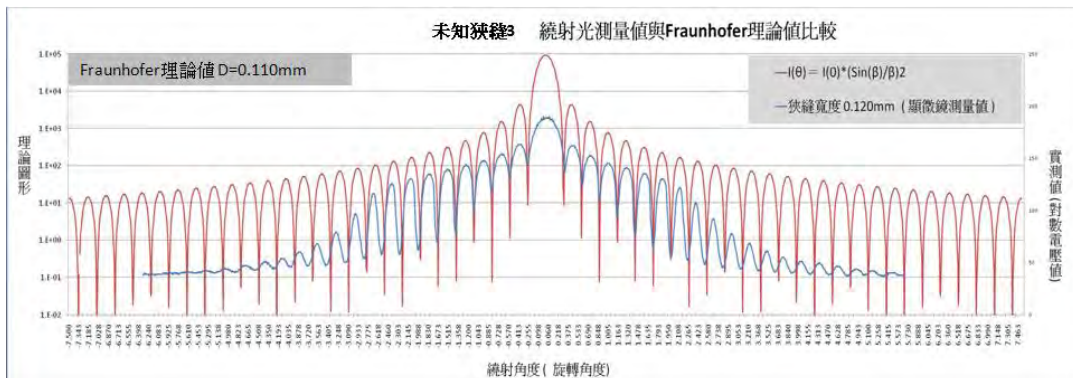
以下 Franuhofer 函數圖形與測量圖形的明暗周期皆已對齊(由狹縫寬度大到小做排序)



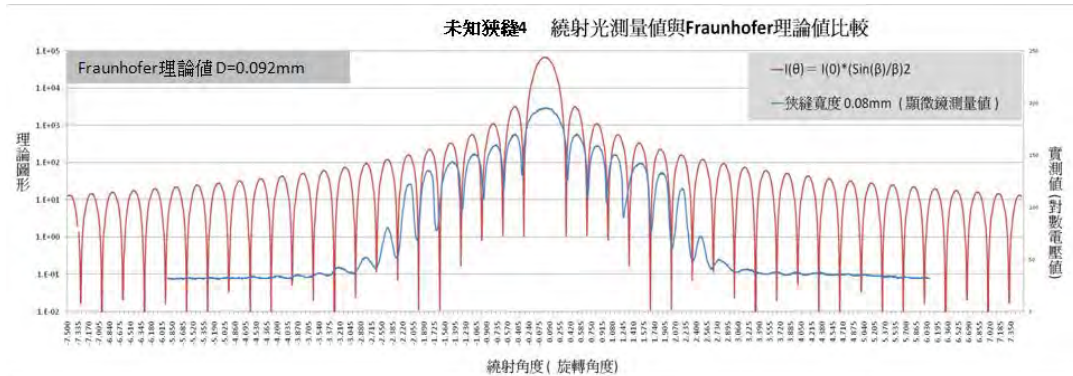
第一組未知狹縫 理論值約為 0.4mm



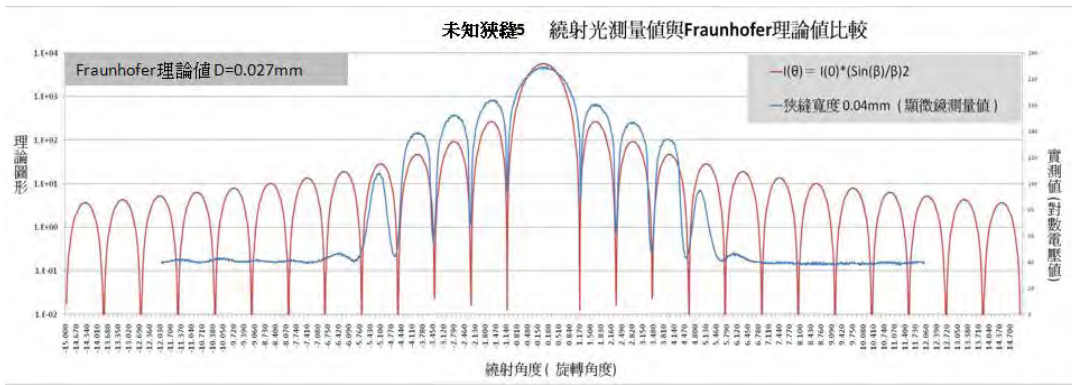
第二組未知狹縫 理論值約為 0.142mm



第三組未知狹縫 理論值約為 0.011mm

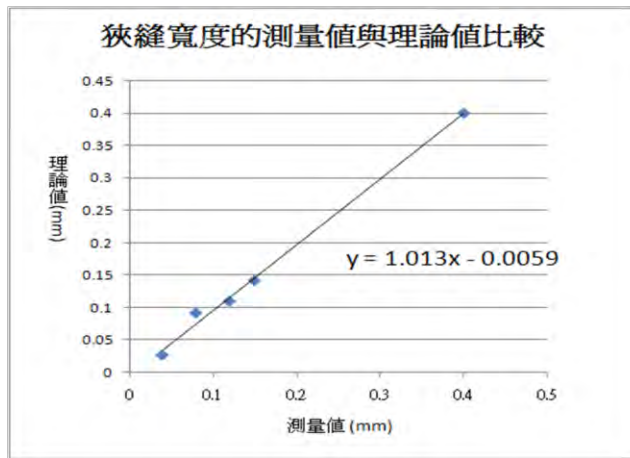


第四組未知狹縫 理論值約為 0.092mm



第五組未知狹縫 理論值約為 0.027mm

4. 將測量值與理論值做比較



從此比較得到的結果是相當接近的，趨勢線的斜率與1只差1.3%

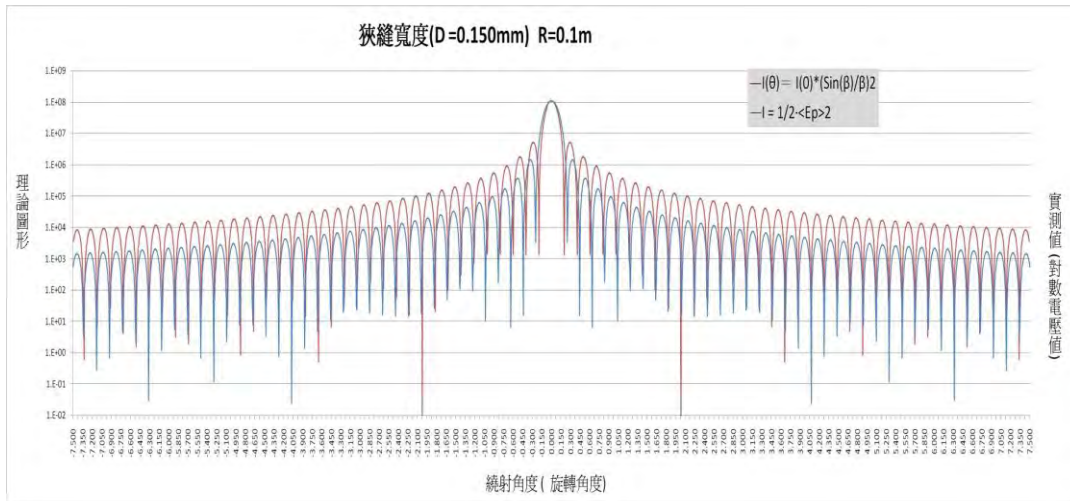
陸、討論

一、對於實驗圖形強度之探討：

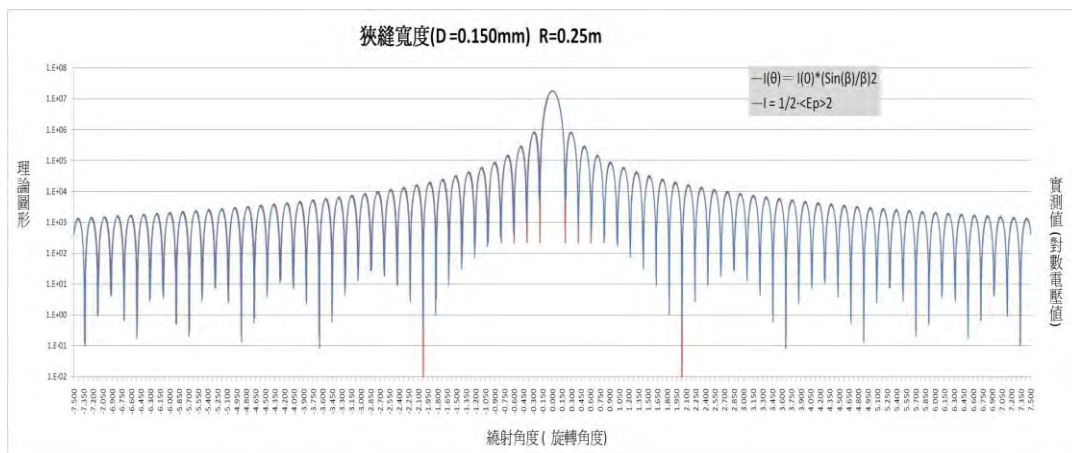
由於本題目的實驗圖皆以對數形式表現，在試算表做圖中確實有 \log_{10} 的轉換，但在實驗上我們是用對數電路處理電訊，這之中的 \log 底數並不是整 10，所以本題目在做強度比較的時候有時對不太上，應該對於對數電路的設計進行最佳化。

二、Fraunhofer 公式 R 值得最小限制

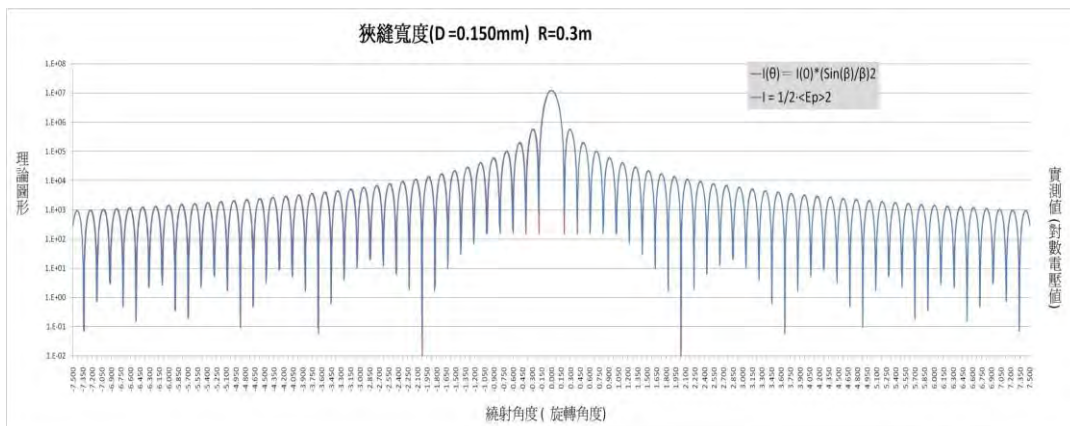
在 Fraunhofer 公式 r_i (光源至 P 點距離) 取近似，視為與 R (狹縫到屏幕的距離) 等長，且 $R \gg D$ ，由於好奇，我們以 R 為變因帶入數值與函數解找出其臨界值，因為數值解的 r_i 並沒有取近似為 R，所以我們以這點，改變 R 值，進行分析，觀察數值解與函數解兩圖形，R 值在何種範圍內的結果差距在可接受的範圍內。



$R = 0.1\text{m}$ (10^{th} 明帶照度比 $1.01 \cdot 10^4 / 1.67 \cdot 10^4$)



$R = 0.25$ (10^{th} 明帶照度比 $1.48 \cdot 10^4 / 1.3 \cdot 10^4$)



$R = 0.3$ (10^{th} 明帶照度比 $1.12 \cdot 10^4 / 1.09 \cdot 10^4$)

數據處理上以第十亮帶的數值解光強度與理論的光強度比較，兩者相除求其誤差，依序計算 $R=0.1$ 、 0.25 、 0.3m 的變化，從上圖可觀察到 $R = 0.1\text{m}$ ，差距很大(約 39.5%)，當 $R = 0.3\text{m}$ (差約 2%)，從上圖看來已相當吻合， R 最小約為 0.3m ，符合真實實驗的情形，此實驗表示 R 約為 D 的 2000 倍。

三、高中公式在實驗計算中出現的誤差

關於量測未知狹縫的實驗中，第三組誤差高達 33%，推斷是狹縫寬度太小，造成 θ 與 y 值取得上的誤差變大，因此數據處理最後提出了利用公式理論值的圖形反推的方式，得到準確的未知狹縫的寬度值。

Franuhofer 公式數據易得，只要輸入實驗環境，調整 D 值，甚至不必測量 θ ，即可以得到準確的未知狹縫值，但在製作試算表過程要仔細對應，經過實驗結果，我們認為第二方法較為適合測定狹縫寬度。

四、旋轉機構問題之探討

在測未知狹縫的實驗中有圖形出現一些問題：

- (一) 我們發現低階暗帶週期能與理論週期相符，但是到了高階時實驗值卻都向低角度偏離。此現象無法以馬達轉速不均解釋，若轉速不均應是隨機發生，並不會剛好發生在每次測量的左右相對位置，因此排除為減速馬達轉速問題。此外已確定先前狹縫傾斜校正無誤，亦排除為狹縫傾斜之問題。此奇特現象目前尚無合理解釋。
- (二) 在 $D=0.08\text{mm}$ 實驗數據中，右邊第四暗帶有明顯偏離 0.0857 度（解析能力到達 0.0075 度），因為其為獨立事件，以資料擷取器與 NB 都不可能暫時故障，因此懷疑可能是減速馬達齒輪合齒不順的原故。
- (三) 在 $D=0.4\text{mm}$ 實驗中，照度讀數異常。經反覆測量，確定因為 $D=0.4\text{mm}$ 時，狹縫過寬，以致光通量過大使訊號進入光放大器的失真帶，而造成光照度對電壓讀數異常，在後面的實驗中我們使用 95% 反射貼紙部份解決這問題。

五、原機構與改進機構的比較



上圖是原機構與改進機構量測結果比較，分析個別的繞射明暗帶週期的偏差，可看出原機構明暗帶週期最大差達約 20%，改進機構的繞射明暗帶週期相當穩定，確實有相當大的改良(差值縮小約 50 倍)，利用皮帶的新設計解決了齒輪的問題。

柒、結論

- 一、驗證了旋轉機構的可行性，量測到球面播的繞射光強度。
- 二、完成對數電路分析的構想，提高單狹縫繞射光強度的解析。
- 三、成功的觀察到 532nm 雷射單狹縫繞射的第 40 個暗帶。
- 四、量化的光繞射強度結果與 Fraunhofer 近似公式結果吻合。
- 五、本研究製作的儀器可量測未知狹縫的寬度，進一步對光源或雷射品質做檢測。

捌、文獻資料

一、【書籍】

- (一)周趙遠鳳博士，光學，2009 年 10 月出版，台北，儒林圖書公司，336 頁，2009
- (二)OPTICS EUGENE HECHT ALFRED ZAJAC，1983 年 3 月出版，台北，歐亞書局有限公司，565 頁

二、【網路文獻】

- (一)2005 年諾貝爾物理獎——光同調性的量子理論

取自於：<http://web1.nsc.gov.tw/ct.aspx?xItem=8361&ctNode=40&mp=1>

- (二)原子模型的故事

取自於：<http://210.60.226.25/science/content/1978/00110107/0009.htm>

- (三)惠更斯原理 (Huygens Principle)

國科會高瞻計畫資源平台 中學教材示範網頁 & 種子教師工作坊

取自於：<http://highscope.ch.ntu.edu.tw/wordpress/?p=19279>

- (四)49 齒輪減速電機 微型電動機 玩具馬達 5rmin 超低價-淘寶網

取自於：<http://item.taobao.com/item.htm?id=2448685248>

- (五)150-XL 型同步帶，長 15 寸 寬 10mm-淘寶網

取自於: <http://item.taobao.com/item.htm?id=4262378080&frm=>

(六)上宸光學國際有限公司 - 雷射光模組、雷射筆、綠光雷射筆

取自於: <http://www.telescopes.com.tw/shop/index.php?cPath=112>

(七)光的干涉光的干涉概念、規律

取自於: <http://202.114.36.12/gx/gsheglgl.htm#gsh7>

(八)對數放大器

取自於: http://www.eel.tsint.edu.tw/teacher/cthung/ED3_PT/Ch14.pdf

(九)自製簡易照度計

取自於: <http://www.shs.edu.tw/works/essay/2011/04/2011040113550708.pdf>

(十) SP-1KL

取自於: http://www.100y.com.tw/pdf_file/SP-1KL.pdf

(十一) Logarithmic Amplifier Using MC1556 Op-Amp Circuit Diagram

取自於:

<http://freecircuitdiagram.com/2011/02/01/logarithmic-amplifier-using-mc1556-op-amp/>

(十二) si_pd_circuit_examples

取自於:

http://sales.hamamatsu.com/assets/applications/SSD/si_pd_circuit_examples.pdf

(十三) log114

取自於: <http://focus.ti.com/lit/ds/symlink/log114.pdf>

(十四)LM317

取自於: http://www.raphnet.net/electronique/gc_n64_usb/lm317rev1g.pdf

【評語】 040107

作品能以旋轉光柵的方式來均勻化繞射光波，而能觀測到 20 階層的繞射，設計具實用性。但目前作品對該技術的進一步運用較少思考，應可進行運用於探討物理問題。