

# 中華民國第 51 屆中小學科學展覽會 作品說明書

---

國中組 物理科

第三名

030115

光、輪輻與視覺之圓舞曲—疾轉下的定格影像

學校名稱：臺中市私立衛道高級中學(附設國中)

|               |              |
|---------------|--------------|
| 作者：<br>國三 陳 曦 | 指導老師：<br>洪香瑜 |
|---------------|--------------|

關鍵詞：視覺暫留、定格影像、光學

# 光、輪輻與視覺之圓舞曲--疾轉下的定格影像

## 摘要

夜晚的公路上，汽車在路燈下行駛，我們常可見到輪胎的輪輻呈現多樣的變形影像，令人印象深刻。我們花了數年的時間，從大量觀察旋轉葉片著手，找到一個有趣而可靠的規律，然後成功地建立一個基於視覺暫留與總亮度比例調色的模型，再以這個模型去模擬計算各種不同的輪輻在各種旋轉頻率下可能出現的定格影像，終於得到一個完整地，適用各種不同輪輻的公式。藉由這個公式我們就可以就任何輻條數，甚至輻條(黑)與輻條之間(白)不等弧長的輪輻作預測，預測它在任何轉速下可能被看到的已經遠不像靜止輪輻的多樣定格影像。也許日後在特定頻率的光源配合下，這些輪輻影像可以成為偵測的影像來使用，我們只要見到何種預知的影像，便馬上可以知道它的轉速。

## 壹·研究動機

這個問題起因於多年前的一個晚上，我坐在爸爸的車內，看著外面別的車子一輛輛超車過去，我發現那些車子輪圈的輪輻有些是模糊一片，有些則出現清晰的輪輻影像，從幾條到幾十條細輪輻都有。從觀察靜止的車子我知道它們真正的輪輻數量可能只有，比方說：四輻、五輻、六輻或、、但為什麼我會看見這種變裝的美麗畫面呢？我決定找出原因。

## 貳·研究目的

我們想藉由這次的研究了解以下問題：

- 一、在何種光源下可使輪輻出現清晰的輪輻影像？
- 二、同一個輪輻，可以產生多少種不同的輪輻影像？
- 三、造成各種輪輻影像的原因是什麼？能否找到一個簡單的規律？

## 參·研究器材與設備

我們的研究器材如下：用以模擬汽車輪輻的六輻葉片(葉片旋轉頻率可以控制與讀取，儀器讀取的 LED 顯示數值表示外環均勻的六輻葉片每一葉的頻率)。如下圖(一)。日常生活中最常見的十種光為光源；分別是日光，日光燈，水銀路燈，家用鎢絲燈，手電筒鎢絲燈，手電筒 LED 燈，液晶螢幕，陰極射線管(CRT)電視螢幕，燭光，捕蚊燈。另外，數位相機被用來拍攝與眼睛看到的相同影像。

## 肆·研究內容

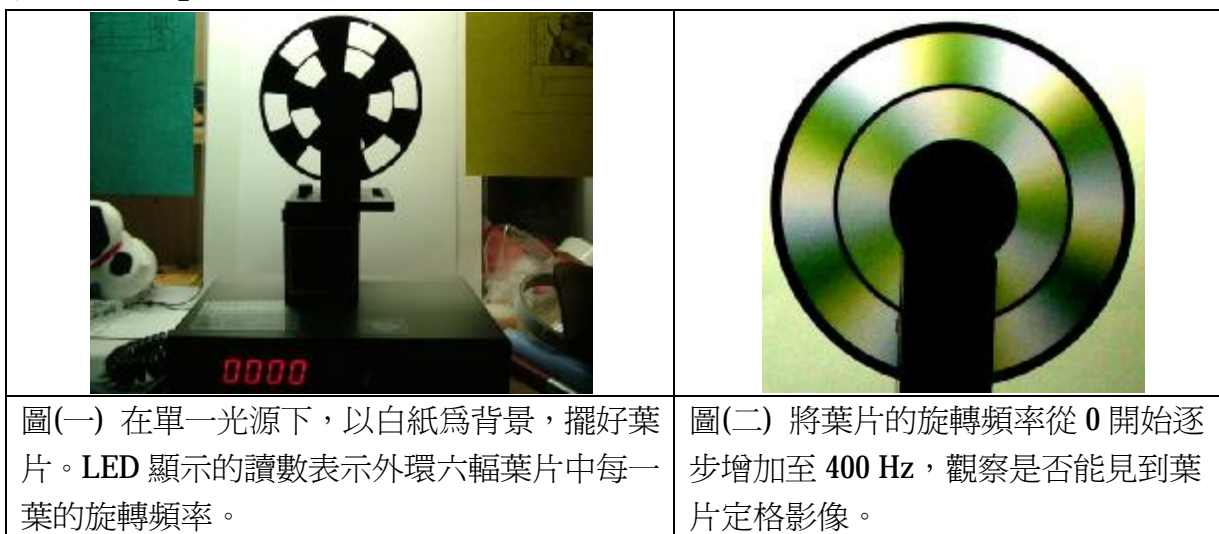
### 一、實驗說明

(一)實驗一：探討在何種光源下可使旋轉的六輻葉片出現清晰的葉片定格影像？

步驟一：

依序以下列十種光為光源；日光，家用日光燈，水銀路燈，家用白熾燈泡，手電筒鎢絲燈，手電筒 LED 燈，電腦液晶螢幕，CRT 電視螢幕，燭光，家用捕蚊燈等。在選定的單一

光源下，固定一張白紙為背景，擺好我們的葉片。儀器上 LED 所顯示的頻率讀數對應的是外環均勻的六幅葉片中每一葉的頻率，我們稱為「葉片頻率」或者「葉片的旋轉頻率」，簡稱「葉頻」。如下圖(一)



步驟二：

將葉片的旋轉頻率從 0 開始逐步增加至 400 Hz，觀察是否能見到葉片定格影像。如上圖(二)。一旦出現葉片定格影像，記錄此時葉片的旋轉頻率。

步驟三：

更換光源，重覆步驟一、二 直到完成對十種不同的光源(分別是日光，日光燈，水銀路燈，家用鎢絲燈，手電筒鎢絲燈，手電筒 LED 燈，液晶螢幕，陰極射線管(CRT)電視螢幕，燭光，捕蚊燈)的測量

## (二)實驗二：以 CRT 電視螢幕為光源，探討光源閃爍頻率、葉片的旋轉頻率與葉片定格影像的關係

原本，爲了要模擬日光燈下的汽車輪輻影像，應該用日光燈為光源才對，但我們發現在日光燈下呈現的影像很淡，很難以數位相機拍清楚，我們於是決定以實驗一當中能夠最清楚呈現影像的 CRT 電視螢幕為光源做為替代，因為我們相信其中道理是一樣的。

步驟一：

將均勻的六幅葉片放在 CRT 電視螢幕前，在螢幕上貼一張白紙當背景。如下圖(三)




步驟二：

將葉片的旋轉頻率從 0 開始逐步增加至 60Hz(因為從實驗一得知此光源頻率為 60Hz)，當見到葉片定格影像時，拍下相片並紀錄其頻率。如上圖(四)

## 二、 實驗結果與討論

(一) 在實驗一當中，根據葉片在光源下的視覺結果，我們將這十種光源區分為三大類：第一類光源是無法呈現葉片定格影像(亦即糊成一圈)的光源。第二類光源是能夠呈現葉片定格影像且測得其閃爍頻率是 60Hz 的光源。第三類光源是能夠呈現葉片定格影像且測得其閃爍頻率是 120Hz 的光源。整理如下表(一)。

表(一)能夠造成葉片定格影像的光源

| 結果               | 影像                                                                                                                  | 光源                                                                                                              |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 無葉片定格影像<br>(第一類) |                                   | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 日光</li> <li>2. 手電筒鎢絲燈</li> <li>3. 手電筒 LED 燈</li> <li>4. 燭光</li> </ol> |
| 有葉片<br>定格影<br>像  | 光閃爍頻率<br><b>60Hz</b><br>(第二類)   | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. CRT 電視螢幕</li> <li>2. 電腦液晶螢幕</li> </ol>                                |
|                  | 光閃爍頻率<br><b>120Hz</b><br>(第三類)  | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 日光燈</li> <li>2. 水銀路燈</li> <li>3. 白熾燈泡</li> <li>4. 捕蚊燈</li> </ol>      |

從上表的結果得知：「只有在穩定閃爍的光源下，旋轉的葉片才有葉片定格影像的產生」。換句話說，汽車的輪輻在大白天是不會看到有輪輻影像的，我們只有在入夜後的日光燈下



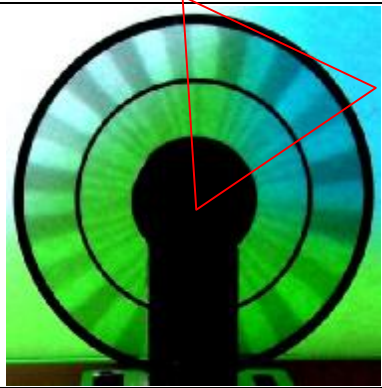
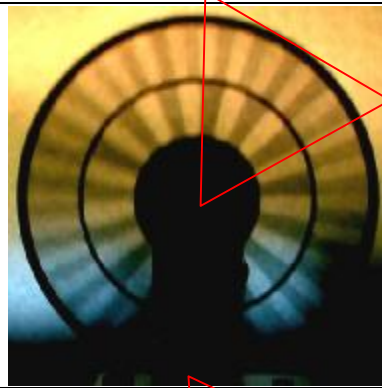
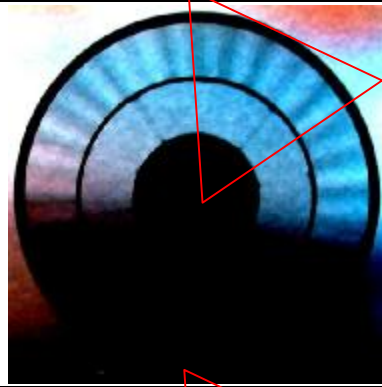
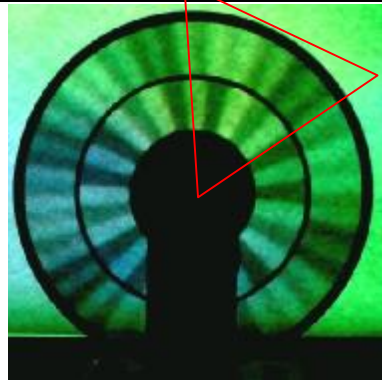
或者任何穩定閃爍的光源下才有可能見到這種多變的輪輻影像。

(二) 在實驗二當中，我們以能夠造成最清晰影像的光源；CRT 電視螢幕(光閃爍頻率，簡稱「光頻」60Hz)來探索葉片旋轉頻率與光閃爍頻率對葉片定格影像的影響。得到如下表(二)的結果(正三角形框是爲了輔助視覺觀察)。我們在葉片的旋轉頻率 12，20，24，36，40，48，60Hz 時找到了極爲清楚明亮的葉片定格影像，我們依看見的葉片定格影像將之區分爲(60)，(20，40)，(12，24，36，48)Hz 等三群，因爲每一群有完全相同的影像；第一群的(60)Hz 出現的是與靜止畫面一樣的六輻且黑白等距相間的葉片定格影像。第二群(20，40)Hz 出現了十八細輻條且黑白等距相間的葉片定格影像。第三群(12，24，36，48)Hz 則出現了三十細輻條且黑白等距相間的葉片定格影像。我們無意中將這些葉片頻率除以光源的閃爍頻率 60Hz，約分後得到(葉片頻率/光源頻率)的比值爲(1)， $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ ， $(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ 。令人無限想像的數字！第一群比值是(1)，得到的是與原來靜止葉片相同的影像(六輻)。第二群是 $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ ，分母是 3，得到 3 倍於原來靜止葉片數量的影像(細十八輻)。第三群 $(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ ，分母是 5，得到 5 倍於原來靜止葉片數量的影像(細三十輻)。我們稱第一群爲(X/1)，第二群爲(X/3)，第三群爲(X/5)。如下表(二)

表(二) 以閃爍頻率 60 Hz 的 CRT 螢幕發出的光爲光源，檢測葉片定格影像與葉片旋轉頻率的關係。(以正三角形框輔助視覺觀察)

| 葉片頻率<br>$(\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}})$ | 靜止時六輻均勻葉片<br>(外圈)                                                                   | 葉片頻率<br>$(\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}})$ | 葉片定格影像<br>(第一群, X/1)                                                                 |
|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 0Hz<br>(0)                                  |  | 60Hz<br>$(\frac{1}{1})$                     |  |



| 葉片頻率<br>( $\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}}$ ) | 葉片定格影像<br>(第二群, X/3)                                                               | 葉片頻率<br>( $\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}}$ ) | 葉片定格影像<br>(第三群, X/5)                                                                 |
|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 20Hz<br>$(\frac{1}{3})$                       |   | 12Hz<br>$(\frac{1}{5})$                       |    |
| 40Hz<br>$(\frac{2}{3})$                       |  | 24Hz<br>$(\frac{2}{5})$                       |   |
|                                               |                                                                                    | 36Hz<br>$(\frac{3}{5})$                       |  |
|                                               |                                                                                    | 48Hz<br>$(\frac{4}{5})$                       |  |



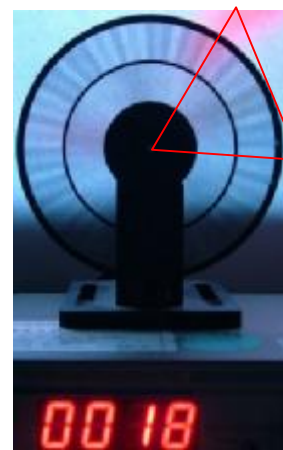
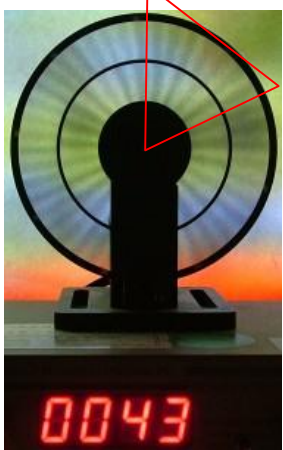


我們很自然地聯想到，既然(葉片頻率/光源頻率)的比值有(1),  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ ,  $(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ 這三群，




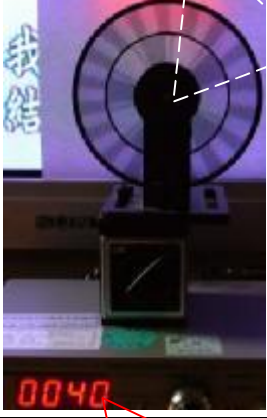

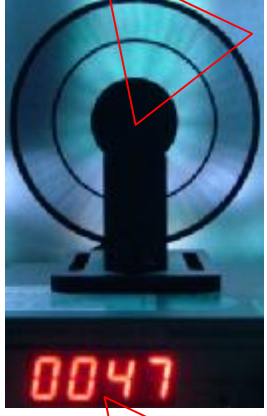


呈現三種不同的影像；且每一群內影像相同。那麼(葉片頻率/光源頻率)會不會也有 $(\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots)$ 、

$(\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \dots)$  甚至更多群呢？於是我們重新尋找。果然，雖然觀察不易，極易被忽略，但還是讓我們找到了第四(X/7)、第五(X/9)、第六群(X/11)。至於第七群(X/13)之後便看不清了。


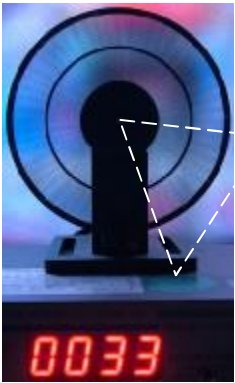




我們將它整理成下表(三)

表(三) 第四群(X/7)至第七群(X/13)的葉片定格影像(以正三角形框輔助觀察。)

| 葉片頻率<br>( $\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}}$ ) | 葉片定格影像<br>(第四群, X/7)                                                                | 葉片頻率<br>( $\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}}$ ) | 葉片定格影像<br>(第四群, X/7)                                                                  |
|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 9Hz<br>$(\frac{1}{7})$                        |   | 35Hz<br>$(\frac{4}{7})$                       |   |
| 18Hz<br>$(\frac{2}{7})$                       |  | 43Hz<br>$(\frac{5}{7})$                       |  |
| 26Hz<br>$(\frac{3}{7})$                       |  | 52Hz<br>$(\frac{6}{7})$                       |  |

| 葉片頻率<br>(葉片頻率)<br>光源頻率                       | 葉片定格影像<br>(第五群, X/9)                                                                                                                                                                                                                                              | 葉片頻率<br>(葉片頻率)<br>光源頻率                       | 葉片定格影像<br>(第五群, X/9)                                                                                                                                                                                                                                                |
|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7Hz<br>$\frac{1}{9}$                         |  A fan with a blue light source. The blades are frozen in a circular pattern. A red triangle is drawn over the blades. A digital display at the bottom shows '0007'.             | 33Hz<br>$\frac{5}{9}$                        |  A fan with a blue light source. The blades are frozen in a circular pattern. A red triangle is drawn over the blades. A digital display at the bottom shows '0033'.             |
| 14Hz<br>$\frac{2}{9}$                        |  A fan with a red light source. The blades are frozen in a circular pattern. A red triangle is drawn over the blades. A digital display at the bottom shows '0014'.             | 40Hz<br>$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$<br>(被取代) |  A fan with a purple light source. The blades are frozen in a circular pattern. A white dashed triangle is drawn over the blades. A digital display at the bottom shows '0040'. |
| 20Hz<br>$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$<br>(被取代) |  A fan with a white light source. The blades are frozen in a circular pattern. A white dashed triangle is drawn over the blades. A digital display at the bottom shows '0020'. | 47Hz<br>$\frac{7}{9}$                        |  A fan with a cyan light source. The blades are frozen in a circular pattern. A red triangle is drawn over the blades. A digital display at the bottom shows '0047'.           |
| 27Hz<br>$\frac{4}{9}$                        |  A fan with a blue light source. The blades are frozen in a circular pattern. A red triangle is drawn over the blades. A digital display at the bottom shows '0027'.           | 54Hz<br>$\frac{8}{9}$                        |  A fan with a blue light source. The blades are frozen in a circular pattern. A red triangle is drawn over the blades. A digital display at the bottom shows '0054'.           |



| 葉片頻率<br>( $\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}}$ )    | 葉片定格影像<br>(第六群, X/11)                                                               | 葉片頻率<br>( $\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}}$ )     | 葉片定格影像<br>(第六群, X/11)                                                                 |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 6Hz<br>$(\frac{1}{11})$                          |    | 33Hz<br>$(\frac{6}{11}) = (\frac{5}{9})$<br>(被取代) |    |
| 11Hz<br>$(\frac{2}{11})$                         |   | 38Hz<br>$(\frac{7}{11})$                          | 受 $(\frac{3}{5})$ 影像的干擾，<br>看不見葉片定格影像                                                 |
| 16Hz<br>$(\frac{3}{11})$                         | 受 $(\frac{2}{7})$ 影像的干擾，<br>看不見葉片定格影像                                               | 44Hz<br>$(\frac{8}{11})$                          |  |
| 22Hz<br>$(\frac{4}{11})$                         | 受 $(\frac{1}{3})$ 影像的干擾，<br>看不見葉片定格影像                                               | 49Hz<br>$(\frac{9}{11})$                          | 受 $(\frac{4}{5})$ 影像的干擾，<br>看不見葉片定格影像                                                 |
| 27Hz<br>$(\frac{5}{11}) = (\frac{4}{9})$<br>(取代) |  | 55Hz<br>$(\frac{10}{11})$                         |  |

| 葉片頻率<br>( $\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}}$ )    | 葉片定格影像<br>(第七群, X/13)                                                              | 葉片頻率<br>( $\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}}$ )        | 葉片定格影像<br>(第七群, X/13)                                                                 |
|--------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 5Hz<br>$(\frac{1}{13})$                          |   | 32Hz<br>$(\frac{7}{13})$                             | 受 $(\frac{5}{9})$ 影像的干擾<br>看不見葉片定格影像                                                  |
| 9Hz<br>$(\frac{2}{13}) = (\frac{1}{7})$<br>(被取代) |  | 37Hz<br>$(\frac{8}{13})$                             | 受 $(\frac{3}{5})$ 影像的干擾<br>看不見葉片定格影像                                                  |
| 14Hz<br>$(\frac{3}{13})$                         | 受 $(\frac{2}{9})$ 影像的干擾<br>看不見葉片定格影像                                               | 42Hz<br>$(\frac{9}{13})$                             | 受 $(\frac{2}{3})$ 影像的干擾<br>看不見葉片定格影像                                                  |
| 19Hz<br>$(\frac{4}{13})$                         | 受 $(\frac{1}{3})$ 影像的干擾<br>看不見葉片定格影像                                               | 46Hz<br>$(\frac{10}{13})$                            | 受 $(\frac{7}{9})$ 影像的干擾<br>看不見葉片定格影像                                                  |
| 23Hz<br>$(\frac{5}{13})$                         | 受 $(\frac{2}{5})$ 影像的干擾<br>看不見葉片定格影像                                               | 51Hz<br>$(\frac{11}{13})$                            | 受 $(\frac{6}{7})$ 影像的干擾<br>看不見葉片定格影像                                                  |
| 28Hz<br>$(\frac{6}{13})$                         | 受 $(\frac{5}{11})$ 影像的干擾<br>看不見葉片定格影像                                              | 55Hz<br>$(\frac{12}{13}) = (\frac{10}{11})$<br>(被取代) |  |

將以上所有可以被看見的七群(X/1, X/3, X/5...到 X/13)葉片定格影像，作以下歸納：在葉

片旋轉頻率不大於 60Hz 的情況下，第一群(X/1)與原來靜止的六幅葉片一模一樣。第二群(X/3)影像是十八條細幅(增為 3 倍)，出現於比值 $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$  2 個狀態，第三群(X/5)影像是三十條細幅(增為 5 倍)，出現在比值是 $(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5})$  4 個狀態。第四群(X/7) 影像是四十二條細幅(增為 7 倍)，出現在比值 $(\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots, \frac{6}{7})$  6 個狀態。第五群(X/9)影像是五十四條細幅(增為 9 倍)，出現在比值 $(\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \dots)$  8 個狀態。很有趣的是在這一群中，二個狀態的影像被取代了；分別是 20、40Hz。在葉片頻率 20Hz 時，其(葉片頻率)/(光源頻率)比值是 $\frac{3}{9}$ ，但同時也是 $\frac{1}{3}$ ，我們看到的是由比值 $\frac{1}{3}$  這個影像模式占據而非，呈現出(x/3)的十八條細幅而不是(x/9)的五十四條細幅。葉片頻率 40Hz 也發生相同結果，它的葉片定格影像由 $\frac{2}{3}$  的模式占據呈現十八條細幅而不是 $\frac{6}{9}$  應有的五十四條細幅影像。此外，第六群(x/11)中也有二個狀態被(x/9)占據的情形。第七群(X/13)則有二個狀態分別被(X/7)，(X/11)占據。會出現這種占據的原因可能是因為分母小的比值(如 1/3)其影像當中的黑白弧長對比大於比值大者。請見 15 頁的表(五)中，右欄關於葉頻/光頻=1/3 的模型解釋；黑白對比=4:8=1:2。而在 $\frac{3}{9}$  的模擬影像中，其黑白對比只有 6:7=1:1.17。二者差異頗大。所以只會見到對比大的 $\frac{1}{3}$  模式

另外，第六群(X/11)與第七群(X/13)出現了某些比值狀態因為太接近前面群組的狀態，影像無法呈現，我們稱它的葉片定格影像被前面群組的模式干擾了；比方，頻率 19Hz 是第七群(X/13)的第 4 個比值狀態(4/13)，但是它太接近頻率 20Hz 了(第二群(x/3)的第 1 個狀態 $\frac{1}{3}$ )，以致於頻率 19 時，我們只能見到緩慢逆轉中的 $\frac{1}{3}$  影像模式而不是預期中的 $\frac{4}{13}$  影像模式。這些被取代或被干擾的情況在第七群(x/13)中特別嚴重，導致於這一群的葉片定格影像，除了比值 $\frac{1}{13}$  的影像可以被見到之外，其他 11 個比值的影像已經看不到。我們將結果歸納整理如下表(四)

表(四)葉頻不大於 60Hz 下所有葉片的定格影像。同顏色表示同一個影像模式。色塊內的分數表示(葉頻/光頻)的比值。(光頻 60 Hz)。(取)代表「被其他比值取代」,箭頭表示被干擾的來源

| 葉片頻率<br>(Hz) | 第一群<br>x/1 | 第二群<br>x/3 | 第三群<br>x/5 | 第四群<br>x/7 | 第五群<br>x/9 | 第六群<br>x/11 | 第七群<br>x/13 |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|
| 1            |            |            |            |            |            |             |             |
| 2            |            |            |            |            |            |             |             |
| 3            |            |            |            |            |            |             |             |
| 4            |            |            |            |            |            |             |             |
| 5            |            |            |            |            |            |             | 1/13        |
| 6            |            |            |            |            |            | 1/11        |             |
| 7            |            |            |            |            | 1/9        |             |             |
| 8            |            |            |            |            |            |             |             |
| 9            |            |            |            | 1/7        |            |             | 2/13 取      |
| 10           |            |            |            |            |            |             |             |
| 11           |            |            |            |            |            | 2/11        |             |
| 12           |            |            | 1/5        |            |            |             |             |
| 13           |            |            |            |            | 2/9        |             |             |
| 14           |            |            |            |            |            |             | 被干擾         |
| 15           |            |            |            |            |            |             |             |
| 16           |            |            |            |            |            |             | 被干擾         |
| 17           |            |            |            | 2/7        |            |             |             |
| 18           |            |            |            |            |            |             |             |
| 19           |            |            |            |            |            |             | 被干擾         |
| 20           |            | 1/3        |            |            | 3/9 取      |             |             |
| 21           |            |            |            |            |            |             |             |
| 22           |            |            |            |            |            |             | 被干擾         |
| 23           |            |            |            |            |            |             | 被干擾         |
| 24           |            |            | 2/5        |            |            |             |             |
| 25           |            |            |            |            |            |             |             |
| 26           |            |            |            | 3/7        |            |             |             |
| 27           |            |            |            |            | 4/9        | 5/11 取      |             |
| 28           |            |            |            |            |            |             | 被干擾         |
| 29           |            |            |            |            |            |             |             |
| 30           |            |            |            |            |            |             |             |
| 31           |            |            |            |            |            |             |             |
| 32           |            |            |            |            |            |             | 被干擾         |
| 33           |            |            |            |            | 5/9        | 6/11 取      |             |
| 34           |            |            |            | 4/7        |            |             |             |
| 35           |            |            |            |            |            |             |             |



|    |     |     |     |     |       |       |         |
|----|-----|-----|-----|-----|-------|-------|---------|
| 36 |     |     | 3/5 |     |       |       |         |
| 37 |     |     |     |     |       |       | 被干擾     |
| 38 |     |     |     |     |       |       | 被干擾     |
| 39 |     |     |     |     |       |       |         |
| 40 |     | 2/3 |     |     | 6/9 取 |       |         |
| 41 |     |     |     |     |       |       |         |
| 42 |     |     |     |     |       |       | 被干擾     |
| 43 |     |     |     | 5/7 |       |       |         |
| 44 |     |     |     |     |       | 8/11  |         |
| 45 |     |     |     |     |       |       |         |
| 46 |     |     |     |     |       |       | 被干擾     |
| 47 |     |     |     |     | 7/9   |       |         |
| 48 |     |     | 4/5 |     |       |       |         |
| 49 |     |     |     |     |       |       | 被干擾     |
| 50 |     |     |     |     |       |       | 被干擾     |
| 51 |     |     |     | 6/7 |       |       |         |
| 52 |     |     |     |     |       |       |         |
| 53 |     |     |     |     |       |       |         |
| 54 |     |     |     |     | 8/9   |       |         |
| 55 |     |     |     |     |       | 10/11 | 12/13 取 |
| 56 |     |     |     |     |       |       |         |
| 57 |     |     |     |     |       |       |         |
| 58 |     |     |     |     |       |       |         |
| 59 |     |     |     |     |       |       |         |
| 60 | 1/1 |     |     |     |       |       |         |

值得一提的是：不論那個比值的葉片定格影像所見的細幅條，每一組的黑白弧長比仍為 1:1。例如以  $x/5$  來講，它呈現的 30 條細幅條中(原本 6 幅，增為 6 倍)，其實是 30 組黑白黑白黑白、，而其中的一組黑白其弧長比是 1:1。

接著，我們自問：以上述六幅均勻葉片(黑白弧長比 1:1)得到的規則；即(葉片頻率/光源頻率)= $m/2n+1$  可以見到各種葉片定格影像，且每種相同的影像包含  $2n$  個狀態，是否適用於其他不同幅條數的葉片(比方說奇數的幅條)。我們於是以前述均勻的五幅葉片(黑白弧長比 1:1)展開實驗，得到了與上述六幅均勻葉片一致的公式規則；即(葉頻/光頻)為  $x/2$  時，看見幅條數擴增為 10 幅(2 倍)，為  $x/3$  時，幅條數增為 15 幅(3 倍)、，且影像的細幅條黑白弧長比仍為 1:1。因此我們有了第一個推論：『只要是均勻(黑白弧長比 1:1)的各種輪幅，不管幅條數多寡，均能在(葉片頻率/光源頻率)= $m/2n+1$  的條件下看見清晰的輪幅影像，同分母呈現相同影像，且每種影像包含了  $2n$  個狀態(在葉片頻率/光源頻率比值不大於 1 之下)，影像中的幅條數增為原來的  $2n+1$  倍的黑白等距細幅條』，同比值情況下，由分母小者占據」。

我們再自問，不均勻的輪輻(即黑白不等弧長)，也遵守上述的規則嗎？我們於是取一個有三幅條，但其黑白弧長比=3:1 的葉片(如下頁圖)。比較它在同頻率下(亦即同比值狀態)與上述六幅條均勻葉片的差異。結果如下表(七)。

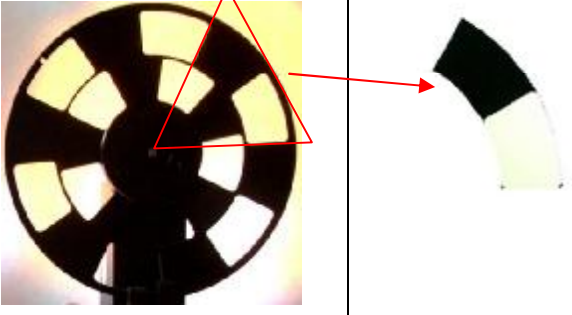

表(七)均勻(左欄)與不均勻輪輻(右欄)在相同葉片頻率下的比較(光源頻率 60Hz)

| <p>均勻輪輻(黑白弧長 1:1)</p>                                                               | <p>不均勻輪輻(黑白弧長 3:1)</p>                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
|    |    |
| <p>靜止時葉片外環之黑白弧長比=1:1</p>                                                            | <p>靜止時葉片外環之黑白弧長比=3:1</p>                                                             |
|  |  |
| <p>此頻率下影像的黑白弧長比仍為 1:1</p>                                                           | <p>此頻率下影像的黑白弧長比反為 1:3</p>                                                            |
|  |  |
| <p>此頻率下看不見輪輻影像</p>                                                                  | <p>此頻率下影像黑白弧長比竟為 1:1</p>                                                             |

結果顯示：不均勻的輪輻(黑白弧長不相等)呈現的輪輻影像不再遵守上述的推論；例如，它在頻率 30Hz，(葉片頻率/光源頻率) =  $\frac{1}{2}$  時，出現了輪輻影像(這個比值在均勻輪輻是沒有影像的)，而且，影像細輪輻的一組黑白弧長比也不是原來靜止時的 3:1，而是 1:1。既然上述推論的規則只適用於黑白弧長相等的葉片，那麼，黑白弧長不等的葉片，其輪輻影像的簡單規則存在嗎？我們一定要探求到底。但在這之前，我們打算先探討在均勻葉片(黑白弧長比 1:1)的條件下，眾多葉片定格影像的起因，以及為何這些影像的輻條數量會從 k 條擴增為(2n+1)k 倍，又為何同一個群內，葉片定格影像會完全相同。

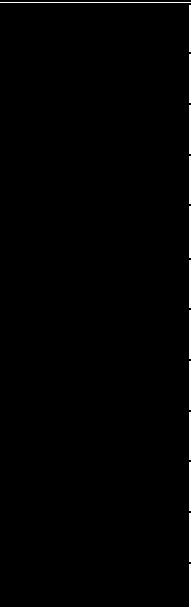
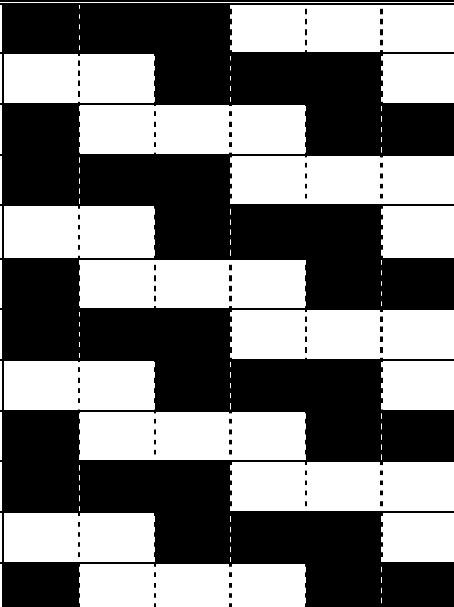
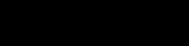
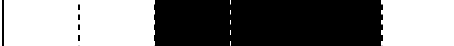
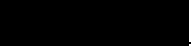

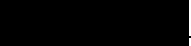

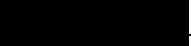

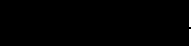

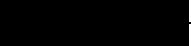

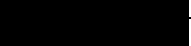

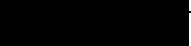

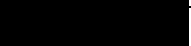

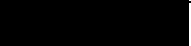



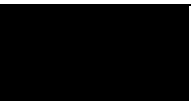



根據資料，我們知道人的視覺暫留時間是 0.1 至 0.4 秒<sup>[1]</sup>。我們於是取中間值 0.2 秒。以 CRT 電視螢幕(閃爍頻率 60Hz，週期 1/60 秒)來說，就相當於人的眼睛可以暫時留住電視光源閃爍 12 次(0.2秒 ÷ (1/60)秒)以內的影像。我們最後看到的影像，便是這 12 次影像的累積。我們取一圈 360 度其中的 60 度(正三角形框內)內的影像演變來說明(因為可以造成葉片定格影像的比值狀態太多，我們僅以上述六幅均勻葉片的六個比值狀態(1)， $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ ， $(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5})$ 來說明)。我們的想法是；以(葉片頻率/光源頻率) =  $\frac{1}{3}$  的狀態而言，光閃了 1 次，葉片只走了一組黑白弧長的 1/3 長度。我們將葉片黑色的部分，亮度計為 0。白色的部分(葉片之間的間隔)，亮度計為 1。累積 12 個閃爍週期之後，我們將這 12 張影像疊加起來，累計其總亮度，將之除以 12 而得到亮度比例，並且以黑白模式為這個儲存格配色，其全白的亮值是 255，全黑的亮值是 0，共 256 色(此為電腦的預設值)。依此將各個顏色調出來成為最後看到的黑白影像。我們的這個模型得出的結果對照各種比值狀態的葉片定格影像都是合理而且成功的。

底下我們取外環 60° 內輪輻的一黑一白的區域來圖解說明。如下圖(五)

|                                                                                   |                 |                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  | =               |  |
| 圖(五)六輻葉片外環在 60°<br>內黑白弧長比 1:1                                                     | 只取外環來看<br>1 組黑白 | 圖解成<br>黑白方格的 1 組黑白                                                                  |

以下表(五)來解釋六個比值狀態( $1, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}$ )出現葉片定格影像的原因。

表(五) 以視覺暫留的想法建立模型解釋數個不同的葉片定格影像(光源頻率 60 Hz)

| 葉片頻率=60Hz<br>$\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}} = 1$ |                                                                                     | 葉片頻率=20Hz<br>$\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}} = \frac{1}{3}$ |                                                                                      |
|----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 光源閃爍累計<br>N(週期)<br>( $\times \frac{1}{60}$ 秒)      | 照亮瞬間一組黑白的位<br>置<br>黑區亮度=0, 白區亮度<br>=1                                               | 光源閃爍累計<br>N(週期)<br>( $\times \frac{1}{60}$ 秒)                | 照亮瞬間一組黑白的位<br>置<br>黑區亮度=0, 白區亮度=1                                                    |
| 1                                                  |  | 1                                                            |  |
| 2                                                  |  | 2                                                            |  |
| 3                                                  |  | 3                                                            |  |
| 4                                                  |  | 4                                                            |  |
| 5                                                  |  | 5                                                            |  |
| 6                                                  |  | 6                                                            |  |
| 7                                                  |  | 7                                                            |  |
| 8                                                  |  | 8                                                            |  |
| 9                                                  |  | 9                                                            |  |
| 10                                                 |  | 10                                                           |  |
| 11                                                 |  | 11                                                           |  |
| 12                                                 |  | 12                                                           |  |
| 亮度累計                                               | 0                      12                                                           | 亮度累計                                                         | 4    8    4    8    4    8                                                           |
| (依亮度比例<br>調色)                                      |  | (依亮度比例<br>調色)                                                |  |
| 所見的<br>葉片定格影<br>像                                  |  | 所見的<br>葉片定格影<br>像                                            |  |



| 葉片頻率=20Hz<br>$\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}} = \frac{2}{3}$ |                              | 葉片頻率=12Hz<br>$\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}} = \frac{1}{5}$ |                              |
|--------------------------------------------------------------|------------------------------|--------------------------------------------------------------|------------------------------|
| 光源閃爍<br>累計<br>N(週期)<br>( $\times \frac{1}{60}$ 秒)            | 照亮瞬間一組黑白的位置<br>黑區亮度=0，白區亮度=1 | 光源閃爍累計<br>N(週期)<br>( $\times \frac{1}{60}$ 秒)                | 照亮瞬間一組黑白的位置<br>黑區亮度=0，白區亮度=1 |
| 1                                                            |                              | 1                                                            |                              |
| 2                                                            |                              | 2                                                            |                              |
| 3                                                            |                              | 3                                                            |                              |
| 4                                                            |                              | 4                                                            |                              |
| 5                                                            |                              | 5                                                            |                              |
| 6                                                            |                              | 6                                                            |                              |
| 7                                                            |                              | 7                                                            |                              |
| 8                                                            |                              | 8                                                            |                              |
| 9                                                            |                              | 9                                                            |                              |
| 10                                                           |                              | 10                                                           |                              |
| 11                                                           |                              | 11                                                           |                              |
| 12                                                           |                              | 12                                                           |                              |
| 亮度累計                                                         | 4 8 4 8 4 8                  | 亮度累計                                                         | 5 7 4 6 4 7 5 8 6 8          |
| (依亮度比例調色)                                                    |                              | (依亮度比例調色)                                                    |                              |
| 所見的<br>葉片定格影像                                                |                              | 所見的<br>葉片定格影像                                                |                              |

| 葉片頻率=24Hz<br>$\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}} = \frac{2}{5}$ |                              | 葉片頻率=36Hz<br>$\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}} = \frac{3}{5}$ |                              |
|--------------------------------------------------------------|------------------------------|--------------------------------------------------------------|------------------------------|
| 光源閃爍<br>累計<br>N(週期)<br>( $\times \frac{1}{60}$ 秒)            | 照亮瞬間一組黑白的位置<br>黑區亮度=0，白區亮度=1 | 光源閃爍<br>累計<br>N(週期)<br>( $\times \frac{1}{60}$ 秒)            | 照亮瞬間一組黑白的位置<br>黑區亮度=0，白區亮度=1 |
| 1                                                            |                              | 1                                                            |                              |
| 2                                                            |                              | 2                                                            |                              |
| 3                                                            |                              | 3                                                            |                              |
| 4                                                            |                              | 4                                                            |                              |
| 5                                                            |                              | 5                                                            |                              |
| 6                                                            |                              | 6                                                            |                              |
| 7                                                            |                              | 7                                                            |                              |
| 8                                                            |                              | 8                                                            |                              |
| 9                                                            |                              | 9                                                            |                              |
| 10                                                           |                              | 10                                                           |                              |
| 11                                                           |                              | 11                                                           |                              |
| 12                                                           |                              | 12                                                           |                              |
| 亮度累計<br>(依亮度比例調色)                                            | 5 7 5 7 4 7 5 7 5 8          | 亮度累計<br>(依亮度比例調色)                                            | 4 7 5 7 5 8 5 7 5 7          |
| 所見的<br>葉片定格<br>影像                                            |                              | 所見的<br>葉片定格<br>影像                                            |                              |

當然，我們也以上述模型解釋為何看不見葉片定格影像(糊成一圈)的幾個模式： $\frac{1}{2}$ 、 $(\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{2})$ 、

$(\frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \dots)$ 如下表(六)：

表(六) 以視覺暫留的想法建立的模型解釋看不見葉片定格影像的模式(光頻 60 Hz)




| 葉片頻率=30Hz<br>$\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}} = \frac{1}{2}$ |                                      | 葉片頻率=15Hz<br>$\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}} = \frac{1}{4}$ |                                    |  |  |
|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------------------------------|------------------------------------|--|--|
| 光源閃爍<br>累計<br>( $\times \frac{1}{60}$ 秒)                     | 照亮瞬間一組黑白的<br>位置<br>黑區亮度=0，白區亮度<br>=1 | 光源閃爍<br>累計<br>( $\times \frac{1}{60}$ 秒)                     | 照亮瞬間一組黑白的<br>位置<br>黑區亮度=0，白區亮度=1   |  |  |
| 1                                                            |                                      | 1                                                            |                                    |  |  |
| 2                                                            |                                      | 2                                                            |                                    |  |  |
| 3                                                            |                                      | 3                                                            |                                    |  |  |
| 4                                                            |                                      | 4                                                            |                                    |  |  |
| 5                                                            |                                      | 5                                                            |                                    |  |  |
| 6                                                            |                                      | 6                                                            |                                    |  |  |
| 7                                                            |                                      | 7                                                            |                                    |  |  |
| 8                                                            |                                      | 8                                                            |                                    |  |  |
| 9                                                            |                                      | 9                                                            |                                    |  |  |
| 10                                                           |                                      | 10                                                           |                                    |  |  |
| 11                                                           |                                      | 11                                                           |                                    |  |  |
| 12                                                           |                                      | 12                                                           |                                    |  |  |
| 亮度累計                                                         | 6          6                         | 亮度累計                                                         | 6          6          6          6 |  |  |
| (依亮度比<br>例調色)                                                |                                      | (依亮度比<br>例調色)                                                |                                    |  |  |
| 所見的<br>葉片定格<br>影像                                            |                                      | 所見的<br>葉片定格<br>影像                                            |                                    |  |  |

| 葉片頻率=45Hz<br>$\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}} = \frac{3}{4}$ |                                       | 葉片頻率=10Hz<br>$\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}} = \frac{1}{6}$ |                                   |
|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| 光源閃爍<br>累計<br>( $\times \frac{1}{60}$ 秒)                     | 照亮瞬間一組黑白的<br>位置<br>黑區亮度=0, 白區亮度<br>=1 | 光源閃爍<br>累計<br>( $\times \frac{1}{60}$ 秒)                     | 照亮瞬間一組黑白的<br>位置<br>黑區亮度=0, 白區亮度=1 |
| 1                                                            |                                       | 1                                                            |                                   |
| 2                                                            |                                       | 2                                                            |                                   |
| 3                                                            |                                       | 3                                                            |                                   |
| 4                                                            |                                       | 4                                                            |                                   |
| 5                                                            |                                       | 5                                                            |                                   |
| 6                                                            |                                       | 6                                                            |                                   |
| 7                                                            |                                       | 7                                                            |                                   |
| 8                                                            |                                       | 8                                                            |                                   |
| 9                                                            |                                       | 9                                                            |                                   |
| 10                                                           |                                       | 10                                                           |                                   |
| 11                                                           |                                       | 11                                                           |                                   |
| 12                                                           |                                       | 12                                                           |                                   |
| 亮度累計                                                         | 6 6 6 6                               | 亮度累計                                                         | 6 6 6 6 6 6                       |
| (依亮度比<br>例調色)                                                |                                       | (依亮度比<br>例調色)                                                |                                   |
| 所見的<br>葉片定格<br>影像                                            |                                       | 所見的<br>葉片定格<br>影像                                            |                                   |

然而，這個模型，是否也可以合理解釋不均勻輪輻所見的影像呢(如第 13 頁表(七)右欄中，三幅條、黑白弧長比 3:1 的實驗)?。我們於是取第 13 頁中的不均勻輪輻，當葉片頻率 20Hz 時(葉頻/光頻=1/3)所見到的輪輻影像來解釋：圖解如下圖(六)與表(八)



圖(六) 取 120° 內一黑一白的弧長來說明其圖解

|                                                                                   |                                                                                   |           |                                                                                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------|------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | <p>=</p>  |  |
| <p>靜止葉片外環在 120° 內黑白弧長比 3:1</p>                                                    | <p>只取外環來看</p>                                                                     | <p>圖解</p> | <p>黑白方格的黑白弧長比 3:1</p>                                                              |

表(八) 以視覺暫留的想法建立的模型解釋不均勻輪輻的影像(光頻 60Hz)































|                                                                 |                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{\text{葉片頻率}}{\text{光源頻率}} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ |                                                                                      |
| <p>光源閃爍累計<br/>( × <math>\frac{1}{60}</math> 秒)</p>              | <p>照亮瞬間一組黑白的位置<br/>黑區亮度=0，白區亮度=1</p>                                                 |
| 1                                                               |  |
| 2                                                               |  |
| 3                                                               |  |
| 4                                                               |  |
| 5                                                               |  |
| 6                                                               |  |
| 7                                                               |  |
| 8                                                               |  |
| 9                                                               |  |
| 10                                                              |  |
| 11                                                              |  |
| 12                                                              |  |
| <p>亮度累計</p>                                                     | <p>0 4 4 4 0 4 4 4 0 4 4 4</p>                                                       |
| <p>(依亮度比例調色)</p>                                                |  |
| <p>所見的<br/>葉片定格影像</p>                                           |  |







依模型調色出來的結果，也與肉眼所見的影像一樣。可見得我們以視覺暫留與總亮度比

例調色所建立的模型是適用於各種黑白弧長比的葉片的。

於是，我們似乎找到了可以用來探索一個適用全體黑白弧長比的影像規則的利器——就是我們的模型。藉著使用這個成功的模型，我們模擬四個葉片，其黑白弧長比分別是 2:1, 3:1, 4:1, 5:1。並模擬出在葉頻/光頻=X/1, X/2, X/3...X/10 十群的情況下，將見到的輪輻影像。模擬計算的結果如下表(九)。每個模擬影像的下方，以「R 組，黑白弧長比 S:T/組」說明，表示此影像的輻條數擴增為原來 R 倍(或者說從原來的一組黑白擴增為 R 組黑白)。並且每一組影像細黑白的弧長比是 S:T。

表(九)以視覺暫留與總亮度比例調色所建立的模型模擬四種不同的葉片在十群的比值下可能見到的輪輻定格影像。每個影像下方「R 組，黑白比 S:T/組」代表此影像的總輻條數擴增為原來 R 倍，且每一組黑白的弧長比是 S:T

| 葉頻<br>/光頻 | 靜止葉片<br>黑白弧長比 2:1                                                                                    | 靜止葉片<br>黑白弧長比 3:1                                                                                    | 靜止葉片<br>黑白弧長比 4:1                                                                                     | 靜止葉片<br>黑白弧長比 5:1                                                                                      |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|           |                     |                     |                     |                     |
| x/1       | <br>1 組，黑白比 2:1/組   | <br>1 組，黑白比 3:1/組   | <br>1 組，黑白比 4:1/組   | <br>1 組，黑白比 5:1/組   |
| x/2       | <br>2 組，黑白比 1:2/組 | <br>2 組，黑白比 2:2/組 | <br>2 組，黑白比 3:2/組 | <br>2 組，黑白比 4:2/組 |
| x/3       | 無                                                                                                    | <br>3 組，黑白比 1:3/組 | <br>3 組，黑白比 2:3/組 | <br>3 組，黑白比 3:3/組 |
| x/4       | <br>4 組，黑白比 2:1/組 | 無                                                                                                    | <br>4 組，黑白比 1:4/組 | <br>4 組，黑白比 2:4/組 |
| x/5       | <br>5 組，黑白比 1:2/組 | <br>5 組，黑白比 3:1/組 | 無                                                                                                     | <br>5 組，黑白比 1:5/組 |
| x/6       | 無                                                                                                    | <br>6 組，黑白比 2:2/組 | <br>6 組，黑白比 4:1/組 | 無                                                                                                      |
| x/7       | <br>7 組，黑白比 2:1/組 | <br>7 組，黑白比 1:3/組 | <br>7 組，黑白比 3:2/組 | <br>7 組，黑白比 5:1/組 |
| x/8       | <br>8 組，黑白比 1:2/組 | 無                                                                                                    | <br>8 組，黑白比 2:3/組 | <br>8 組，黑白比 4:2/組 |

|      |                                                                                                      |                                                                                                      |                                                                                                      |                                                                                                        |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| x/9  | 無                                                                                                    | <br>9 組, 黑白比 3:1/組  | <br>9 組, 黑白比 1:4/組 | <br>9 組, 黑白比 3:3/組  |
| x/10 | <br>10 組, 黑白比 2:1/組 | <br>10 組, 黑白比 2:2/組 | 無                                                                                                    | <br>10 組, 黑白比 2:4/組 |

從上表(九)中我們發現：黑白弧長比 2:1 的葉片，在葉頻/光頻= $X/1, X/2, X/3, \dots, X/10$  的情況下，幅條數量擴增為 1 倍，2 倍， $\dots, 10$  倍。而模擬後的定格影像，其每一組黑白的弧長比則在(2:1→1:2→無)重覆循環。

黑白弧長比 3:1 的葉片，在葉頻/光頻= $X/1, X/2, X/3, \dots, X/10$  情況下，幅條數擴增的情況同上，也是依序增為 1 倍，2 倍、 $\dots, 10$  倍。但它的模擬定格影像，每一組黑白弧長比則在(3:1→2:2→1:3→無)循環。

黑白弧長 4:1 的葉片，幅條數擴增情況同前。至於模擬定格影像，每一組黑白弧長比則在(4:1→3:2→2:3→1:4→無)循環。

黑白弧長 5:1 的葉片，幅條數擴增情況同前。至於模擬定格影像，每一組黑白弧長比則在(5:1→4:2→3:3→2:4→1:5→無)循環。

由以上的規律，我們得到第二個推論：「當葉片的黑白弧長比為 A:1 時(A 為整數)，在葉頻/光頻= $X/1, X/2, X/3, \dots, X/10$  情況下，我們除了知道其總幅條數將擴增為 1 倍，2 倍、 $\dots, 10$  倍之外，我們還能預知，每一組影像的黑白比將依序在(A:1→(A-1):2→(A-2):3→ $\dots, 1:A$ →無)當中循環，且在葉頻/光頻= $X/(A+1), X/2(A+1), X/3(A+1), \dots$  時沒有定格影像」。由此知道，在推論一所得的結果；即黑白弧長比 1:1 只不過是本推論中的一個例子(此時 A=1)。我們再舉一個例子：如果拿一個黑白弧長比 8:1 的葉片(不論它的幅條數多少，我們前面已證實過)，我們可以預期當它的葉頻/光頻=1, 1/2, 1/3, 1/4、 $\dots$  的情況下，可以看見定格影像的總幅條數將增為 1, 2, 3, 4、 $\dots, 8$  倍，而且每一組細幅條，黑白弧長比必依序為 8:1, 7:2, 6:3, 5:4、 $\dots$  我們也知道葉頻/光頻=1/9 時並沒有定格影像。

當然，這不是通式，因為我們只找到黑白弧長比 A:1 的規則，因此接下去，我們便要進入黑白弧長比 A:B (A,B 為任何數)的真正主題了。

同樣以我們成功建立的模型來模擬三個葉片以及它們的定格影像，分別是其黑白弧長比為 3:2, 2:3, 1:4 的葉片，藉此與上面表(九)的黑白弧長比 4:1 的葉片定格影像作比較。模擬計算的結果如下表(十)。每個模擬影像的下方，以「R 組，黑白弧長比 S:T/組」說明，表示此影像的總幅條數擴增為原來 R 倍(或者說從原來的一組黑白擴增為 R 組黑白)。並且每一組黑白的弧長比是 S:T。

從下表(十)中我們發現：黑白弧長比 3:2 的葉片，在葉頻/光頻= $X/1, X/2, X/3, \dots, X/10$  的情況下，幅條數量擴增為 1 倍，2 倍， $\dots, 10$  倍。而模擬後的定格影像，其每一組黑白的弧長比則在(3:2→1:4→4:1→2:3→無)重覆循環。




黑白弧長比 2:3 的葉片，在葉頻/光頻= $X/1, X/2, X/3, \dots, X/10$  的情況下，幅條數量同樣擴增為 1 倍，2 倍， $\dots, 10$  倍。而模擬後的定格影像，其每一組黑白的弧長比則在(2:3→4:1→1:4→3:2→無)重覆循環。

而黑白弧長比 1:4 的葉片，在葉頻/光頻= X/1, X/2, X/3、X/10 的情況下，輻條數量一樣擴增為 1 倍，2 倍、10 倍。而模擬後的定格影像，其每一組黑白的弧長比則在 (1:4→2:3→3:2→4:1→無)重覆循環。

將這三個葉片的定格影像與表(九)的黑白弧長比 4:1 結果一起比較(因其比數和皆為 5)，我們看到一個有趣的事實：它們的定格影像中每組的黑白弧長比不出這幾個值；「4:1，3:2，2:3，1:4，無」。在黑白弧長比 4:1 的葉片中，葉頻/覺頻= X/1, X/2, X/3、X/10 的情況下，定格影像每組黑白弧長比是完全按照此「正常順序」循環的。

表(十)以視覺暫留與總亮度比例調色所建立的模型模擬三種不同的葉片在十群的比值下可能見到的輪輻影像。每個影像下方「R 組，黑白比 S:T/組」代表此影像的總輻條數擴增為原來 R 倍，且每一組黑白的弧長比是 S:T

|       | 葉片黑白弧長比<br>3:2    | 葉片黑白弧長比<br>2:3    | 葉片黑白弧長比<br>1:4    |
|-------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 葉頻/光頻 |                   |                   |                   |
| x/1   | <br>1 組，黑白比 3:2/組 | <br>1 組，黑白比 2:3/組 | <br>1 組，黑白比 1:4/組 |
| x/2   | <br>2 組，黑白比 1:4/組 | <br>2 組，黑白比 4:1/組 | <br>2 組，黑白比 2:3/組 |
| x/3   | <br>3 組，黑白比 4:1/組 | <br>3 組，黑白比 1:4/組 | <br>3 組，黑白比 3:2/組 |
| x/4   | <br>4 組，黑白比 2:3/組 | <br>4 組，黑白比 3:2/組 | <br>4 組，黑白比 4:1/組 |
| x/5   | 無                 | 無                 | 無                 |
| x/6   | <br>6 組，黑白比 3:2/組 | <br>6 組，黑白比 2:3/組 | <br>6 組，黑白比 1:4/組 |
| x/7   | <br>7 組，黑白比 1:4/組 | <br>7 組，黑白比 4:1/組 | <br>7 組，黑白比 2:3/組 |
| x/8   | <br>8 組，黑白比 4:1/組 | <br>8 組，黑白比 1:4/組 | <br>8 組，黑白比 3:2/組 |

|      |                                                                                                    |                                                                                                     |                                                                                                      |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| x/9  | <br>9 組，黑白比 2:3/組 | <br>9 組，黑白比 3:2/組 | <br>9 組，黑白比 4:1/組 |
| x/10 | 無                                                                                                  | 無                                                                                                   | 無                                                                                                    |

但是在黑白弧長比 3:2 的葉片中(上表十的左欄)，其定格影像在葉頻/覺頻=  $X/1, X/2, X/3, \dots, X/10$  的情況下，每一組的黑白弧長比會從 3:2 開始，然後依正常順序逐次跳一格地循環下去，比方它是從 3:2 跳過 2:3 到 1:4，然後跳過「無」到 4:1，再跳過 3:2 到 2:3，再跳過 1:4 到「無」。依此循環。

至於黑白弧長比 2:3 的葉片中(上表十的中欄)，其定格影像在葉頻/覺頻=  $X/1, X/2, X/3, \dots, X/10$  的情況下，每一組的黑白弧長比會從 2:3 開始，然後依正常順序逐次跳二格地循環下去，比方它是從 2:3 跳過 1:4 與「無」到 4:1，然後跳過 3:2，2:3 到 1:4，再跳過「無」，4:1 到 3:2，再跳過 2:3，1:4 到「無」。依此循環。

最後，在黑白弧長比 1:4 的葉片中(上表十的右欄)，其定格影像在葉頻/覺頻=  $X/1, X/2, X/3, \dots, X/10$  的情況下，每一組的黑白弧長比會從 1:4 開始，然後依正常順序跳三格地循環下去，比方它是從 1:4 跳過「無」，4:1，3:2 到 2:3，然後跳過 1:4，「無」，4:1 到 3:2，再跳過 2:3，1:4，「無」到 4:1，再跳過 3:2，2:3，1:4 到「無」。依此循環。

終於，我們找到了第三個推論：「當黑白弧長比 A:B(A 與 B 可為任何約分過的整數)的葉片，在葉頻/光頻=  $X/1, X/2, X/3, \dots, X/10$  的情況下，定格影像的總輻條數會增為 1, 2, 3, \dots, 倍。而且每一組黑白弧長比將依正常順序「(A+B):1, (A+B-1):2, (A+B-2):3, \dots, A:B, \dots, 1:(A+B)、無」從 A:B 開始，逐次跳(B-1)格地依序排列下去。」再一次我們看到上面的推論二原來是推論三的一個例子(此時 B=1)。我們最後舉一個例子說明：如果有一個葉片(不論其輻條數)，輪輻的黑白弧長比是 3:4，則我們可以預期這個輪輻在葉頻/覺頻=  $X/1, X/2, X/3, \dots, X/10$  的情況下，見到的總輻條數將增為 1, 2, 3, \dots, 倍，且每一組黑白弧長比將依「正常順序」；即「6:1, 5:2, 4:3, 3:4, 2:5, 1:6, 無」，從 3:4 起算依序跳三格地循環下去，最後將依序見到每一組影像的黑白弧長比為 3:4→6:1→2:5→5:2→1:6→4:3→無→3:4→6:1→2:5。

## 伍、結論

- (一) 只有在穩定閃爍的光源之下，才有可能讓轉動中的汽車輪子的輪輻產生精采多變的輪輻影像。從實驗得知，我們生活的周遭，穩定閃爍的光源，其頻率有 60 與 120Hz 二種。常見的 CRT 電視螢幕屬於前者，日光燈則是後者。
- (二) 以六輻均勻葉片(黑白等弧長)，置於 CRT 電視螢幕前，依此研究夜間日光燈下多變的汽車輪輻影像。我們發現均勻輪輻的旋轉頻率與光源閃爍頻率之比值在不小於 1 的情況下只要是 1、(1/3、2/3)、(1/5、2/5、3/5、4/5)、(1/2n+1、2/2n+1、\dots、m/2n+1) n=0, 1, 2, 3, \dots、且  $m \leq 2n+1$ (當然，比值大於 1 的條件，僅需將上述比值加上任意整數)便可以見到清晰的輪輻影像。這個規則適用於不同輻條數目的均勻輪輻。分母相同者為同一群，有相同的影像(共包含 2n 個狀態)且輻條總數倍增為原來的 2n+1 倍黑白等距細輻條；例如：分母是 3 的這一群有(1/3、2/3)二個模式，呈現一樣的影像，其輻條數量會擴增為原來的 3 倍。分母漸大至 13 後；如 1/13、2/13、\dots、已不容易看清，因為其影像被分母小的某些模式取代

或被干擾擾。比值相同者，由最簡分數的影像占據。

- (三) 當葉片的黑白弧長比為  $A:1$  時( $A$  為任意整數)，在葉頻/光頻= $X/1, X/2, X/3, \dots, X/10$  情況下，我們除了知道其總輻條數將擴增為 1 倍，2 倍、 $\dots$ 、10 倍之外，我們還能預知，每一組影像的黑白比將依序在( $A:1 \rightarrow (A-1):2 \rightarrow (A-2):3 \rightarrow \dots \rightarrow 1:A \rightarrow$ 無)當中循環，且在葉頻/光頻= $X/(A+1), X/2(A+1), X/3(A+1), \dots$ 、時沒有定格影像。
- (四)當黑白弧長比  $A:B$ ( $A$  與  $B$  可為任何約分過的整數)的葉片，在葉頻/光頻= $X/1, X/2, X/3, \dots, X/10$  的情況下，定格影像的總輻條數會增為 1, 2, 3,  $\dots$ 、倍。而且每一組黑白弧長比將依正常順序「 $(A+B):1, (A+B-1):2, (A+B-2):3, \dots, A:B, \dots, 1:(A+B),$ 無」從  $A:B$  開始，逐次跳 $(B-1)$ 格地依序排列下去。
- (五)我們成功建立了一個模型；基於眼睛的視覺暫留與亮度比例調色。得以合理解釋大量由實驗觀察到的葉片影像。並由這個模型的模擬計算，我們可以預測任何有著一定黑白弧長比的輪輻，在何種轉速之下，可能出現的定格影像

## 陸、展望

完成了這份研究，我們才知道，原來我們的眼睛本身就是一個好用的偵測器材；如果知道旋轉中的物體(如風扇葉片、飛輪、 $\dots$ )的黑白弧長比值，在日光燈(或其他固定閃爍的光源)的照明下，當我們見到它出現了某種清晰的影像模式時，我們可以比對事先準備好的對照表，推定它可能的旋轉頻率。如果更知道它的半徑，我們甚至可以知道它可能的速度。也許日後，在一些危險的工作場所、受過訓練的工人們看見某些旋轉中飛輪的清晰影像時，知道馬上停止作業，因為它的轉速已超過安全標準了。

## 柒、參考資料

1. 中文維基百科。 <http://zh.wikipedia.org/zh-tw/視覺暫留>
2. 英文維基百科。 [http://en.wikipedia.org/wiki/persistence\\_of\\_vision](http://en.wikipedia.org/wiki/persistence_of_vision)
3. Yahoo 知識+。 <http://tw.knowledge.yahoo.com/question/視覺暫留>
4. 大衛·伯尼，生物學習百科，台北，貓頭鷹，p152，2002
5. 內爾·阿德利，科學學習百科，台北，貓頭鷹，p83，2002
6. 資優生科學百科，台北，閣林國際，p260-267，2004
7. 國中自然與生活科技(一)，台北，康軒，p100，2008



## 【評語】 030115

1. 實驗內容很有趣，而且能整理出規則是很有意義。
2. 如能說明定格影像的順轉與逆轉現象將會更佳。
3. 建議探討非固定頻率的影像變化，讓作品更完整有趣。
4. 建議蒐集牛頓光實驗，以增加作品的深度。