

中華民國第 51 屆中小學科學展覽會 作品說明書

國中組 物理科

佳作

030114

拍出液體的表面張力

學校名稱：宜蘭縣立中華國民中學

作者： 國二 陳立富 國二 陸予庭 國二 何子凡	指導老師： 林志杰
---	------------------

關鍵詞：表面張力、拍照法（攝影）

摘要

液體從滴管口被擠壓出來的液滴，形成「水滴狀」，這是液體表面張力作用的結果。我們感興趣的是在不同液體的表面張力作用下，所形成的液滴形狀和張力大小的差異。我們的研究使用「拍照法」測量液體的表面張力，實驗誤差在 16 % 以下，是一種創新和準確的測量方式。藉由此方法我們研究影響液體表面張力的因素，使用純水測量「溫度」和表面張力的關係，結果顯示：溫度愈高，其表面張力愈小；溫度愈低，其表面張力愈大。其次，我們使用離子化合物水溶液 ($\text{NaCl}_{(\text{aq})}$ 、 $\text{KCl}_{(\text{aq})}$ 、 $\text{CaCl}_{2(\text{aq})}$)，測量其「濃度」和表面張力的關係，我們發現：其濃度愈大，表面張力愈大；濃度愈小，表面張力愈小。最後，我們使用醇類水溶液 ($\text{CH}_3\text{OH}_{(\text{aq})}$ 、 $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}_{(\text{aq})}$ 、 $\text{C}_3\text{H}_5(\text{OH})_{3(\text{aq})}$) 測量其「濃度」和表面張力的關係，結果發現：醇類水溶液的濃度愈大，表面張力愈小；濃度愈小，表面張力則愈大。

壹、研究動機

不論是未關全緊的水龍頭，或是在實驗室使用滴管，均很容易看出液體逐漸的形成「水滴狀」，這是液體表面張力作用的結果。一般液體和水溶液形成水滴狀的原因是「粒子與粒子間」的作用力、「粒子與水分子間」的作用力、「水分子與水分子間」的作用力、「粒子、水分子與管壁物質間」的作用力之結果，這些力的作用最後反應在液體表面張力大小上。我們發現，使用不同的液體所形成液滴的形狀和體積有差異性，是否可藉由測量表面張力大小研究液滴形狀的變化。能否藉由數位攝影與電腦後製，設計出一個簡單測量液體表面張力的方法，並探討影響液體表面張力的因素，以及液滴內各粒子間相互作用的關係。為了解開這些困惑，我們三人於是開始進行了研究。

貳、研究目的

- 一、使用「液滴重量法」和「拍照法」測量水的表面張力，比較兩者測量結果與誤差。
- 二、使用「拍照法」探究影響液體表面張力的因素。
- 三、藉由測量純水在不同溫度下的表面張力，探究「溫度」對表面張力大小的影響。
- 四、探討離子化合物水溶液 ($\text{NaCl}_{(\text{aq})}$ 、 $\text{KCl}_{(\text{aq})}$ 、 $\text{CaCl}_{2(\text{aq})}$) 其濃度和表面張力的關係。
- 五、探討醇類水溶液 ($\text{CH}_3\text{OH}_{(\text{aq})}$ 、 $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}_{(\text{aq})}$ 、 $\text{C}_3\text{H}_5(\text{OH})_{3(\text{aq})}$) 其濃度和表面張力的關係。

參、研究設備及器材

一、實驗器材

1. 針筒×3 (針頭口半徑 = 0.096 cm、0.093 cm、0.084cm)
2. 照相機×1
3. 直尺×1 (最小刻度 = 0.1 cm)
4. 酒精溫度計×1
5. 量筒 25mL×1
6. 加熱裝置×1
7. 鏡座×2
8. 支撐桿×3
9. 連接器×2
10. 麵包板×1
11. 電子秤×1
12. 計算機×1
13. 純水
14. 水平儀×1
15. $\text{CH}_3\text{OH}_{(\text{aq})}$ 、 $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}_{(\text{aq})}$ 、 $\text{C}_3\text{H}_5(\text{OH})_3$ 、 $\text{NaCl}_{(\text{aq})}$ 、 $\text{KCl}_{(\text{aq})}$ 、 $\text{CaCl}_2_{(\text{aq})}$

二、實驗裝置(見圖 3-1)

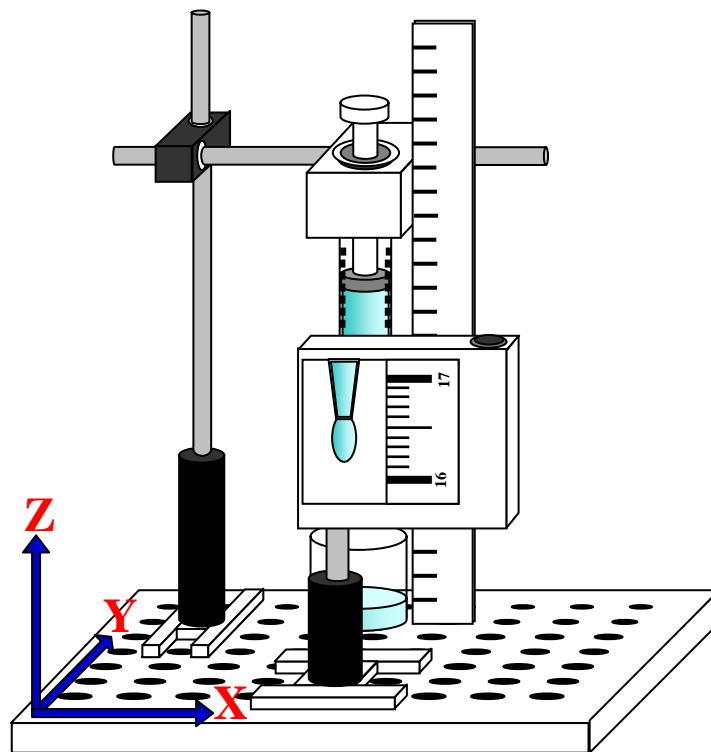


圖 3-1 實驗裝置

肆、研究過程或方法

一、液滴重量法

1. 測量原理

- (1) 表面張力公式(見式 4-1) [1]， T = 液體表面張力、 m = 液滴質量、 r = 針頭口的半徑、 g = 重力加速度(9.8 m/s^2)。

$$T = \frac{mg}{2\pi r}, \quad (\text{式 4-1})$$

- (2) 測量 m 、 r ，即可得到表面張力大小。

2. 實驗步驟

- (1) 測量 m ，爲了增加液滴質量測量的準確性，使用多次測量，再求平均值。
(2) 測量 r ，爲了增加針頭口的半徑測量的準確性，將拍照的圖片用電腦放大測量。

二、拍照法

1. 測量原理

- (1) 表面張力公式(見式 4-2)， T = 液體表面張力、 ρ = 液體密度、 V = 液滴體積、 r = 針頭口的半徑、 g = 重力加速度(9.8 m/s^2)。

$$T = \frac{\rho V g}{2\pi r}, \quad (\text{式 4-2})$$

- (2) 測量 ρ 、 V 、 r ，即可得到表面張力大小。

- (3) 液滴體積(V)是用拍照方法來測量，首先拍出來的液滴圖片是一個左右對稱的圖形，取一側的液滴面，在上面點出 10 個點，藉由電腦程式的分析，取得液滴面的曲線方程式 $f(x)$ (見圖 4-1)，再將液滴切成許多等份的小圓柱(見圖 4-2)，藉由數值分析的方式求得液滴的體積(見式 4-3)：

$$V = \sum_{i=1}^{300} \pi [f(x_i)]^2 dx, \quad (\text{式 4-3})$$

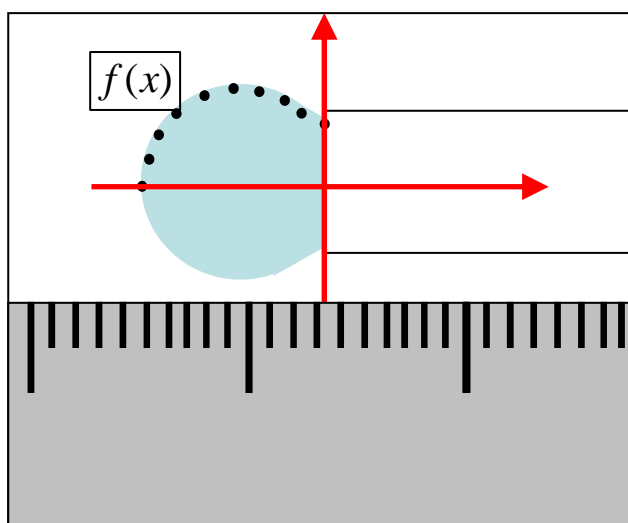


圖 4-1 拍照法的液滴圖片與液面曲線方程式的取得方法

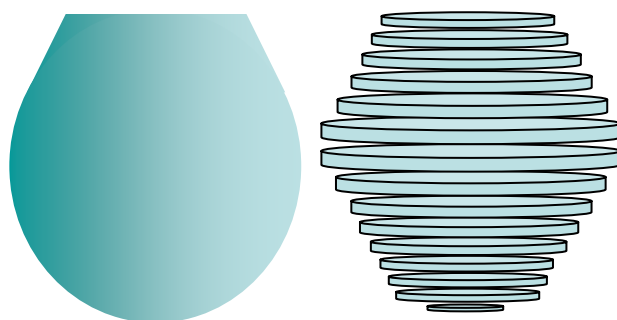


圖 4-2 液滴以對稱軸爲中心切出 300 等份的小圓柱，小圓柱體積和即是液滴的體積

2. 實驗步驟

(1) 測量 V ，爲了增加液滴體積測量的準確性，圖片分析均由電腦處理(見圖 4-3)。

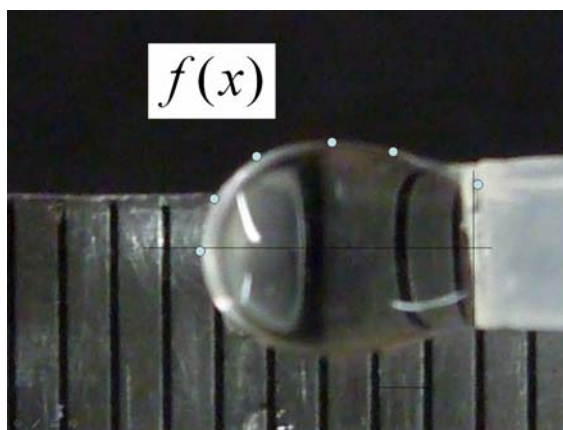


圖 4-3 用拍照法測液滴體積

(2) 測量 r ，爲了增加針頭口的半徑測量的準確性，將拍照的圖片用電腦放大測量(見圖 4-4)。



圖 4-4 用拍照法測針頭口的半徑

(3) 測量 ρ ，爲了增加液體密度測量的準確性，繪製液體質量與體積關係圖求出斜率倒數(見圖 4-5)。

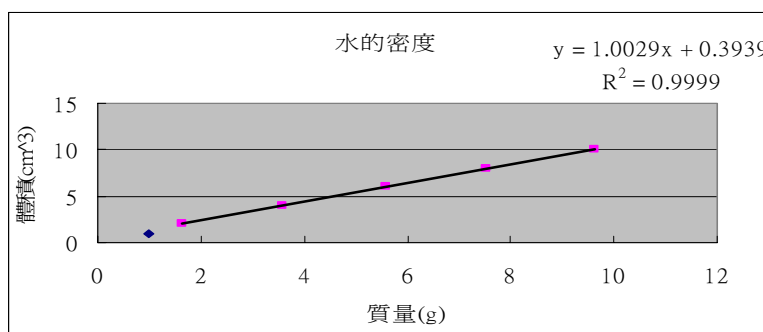


圖 4-5 液體體積與質量關係圖求斜率 (斜率倒數即密度)

伍、研究結果

- 一、使用「液滴重量法」和「拍照法」測量水的表面張力，水溫約 27.0 °C、3 號針頭口半徑為 0.093 cm，水的密度為 1.0 g/cm³，將測量結果與理論值比較，水溫在 27.0 °C 時，表面張力理論值為 72 mN/m。[2], [3].
- 二、「液滴重量法」和「拍照法」測量水表面張力的結果(見表 5-1)，液滴重量法多次測量誤差為 ± 3.62 %，拍照法多次測量誤差為 ± 6.59 %。

表 5-1 「液滴重量法」和「拍照法」測量水表面張力的結果之比較

測量方法	純水溫度 (°C)	表面張力測量值 (mN/m)	表面張力理論值 (N/m)	誤差 (%)
液滴重量法	27.0	91 ± 3	72	26.39
拍照法	27.0	84 ± 6	72	16.67

- 三、根據上述實驗結果，我們設定拍照法誤差的標準是小於 26 %。在測量方式無誤的條件下，當測量誤差大於 26 % 時，就進行儀器裝置的微調，目的讓誤差小於 26 %，使表面張力的測量可以更準確。
- 四、將儀器裝置分為 X、Y、Z 三個方向的調整(見圖 5-1)，X 方向的調整是平移 1 號鏡座；Y 方向的調整是平移 2 號鏡座；Z 方向的調整是平移 1 號鏡座的支撐桿高度，藉由 X、Y、Z 三個方向的微調，找出最好的測量設置，使表面張力的測量誤差可以達到最小值。

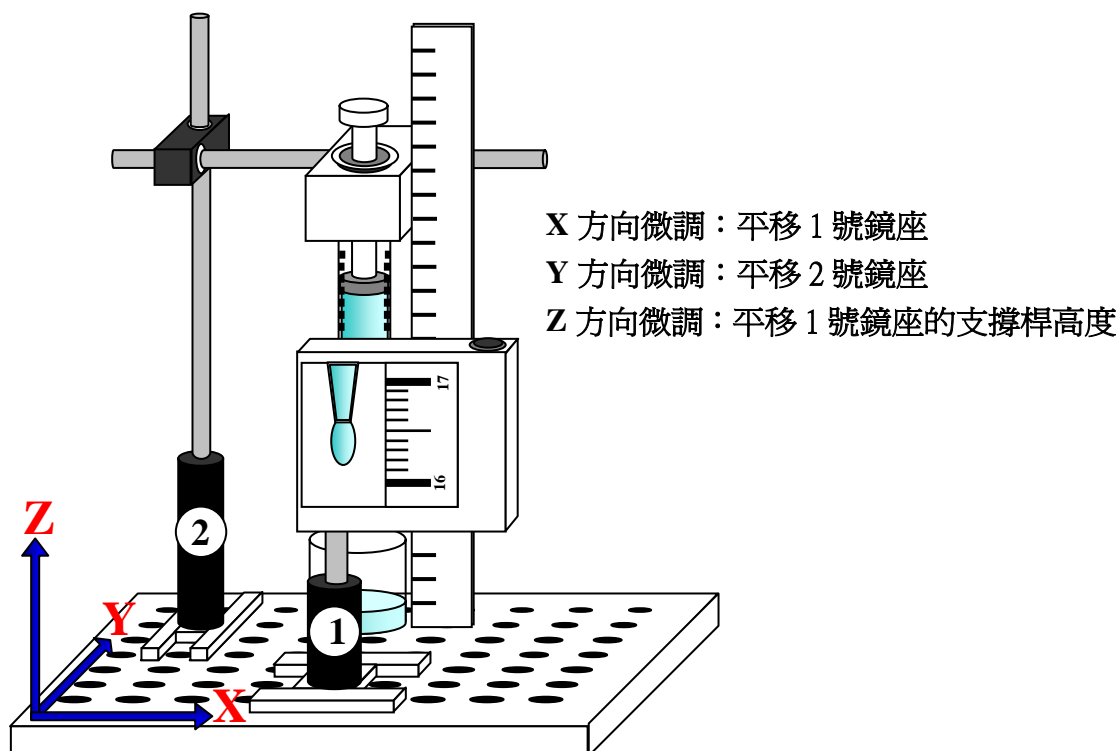


圖 5-1 實驗裝置示意圖

五、 X、Y、Z 三個方向的微調，位移範圍 ± 0.2 cm 之間，測量純水表面張力大小，得到位移和測量誤差的關係圖(見圖 5-2)，藉由此圖的結果可以作為調整儀器位置的依據。

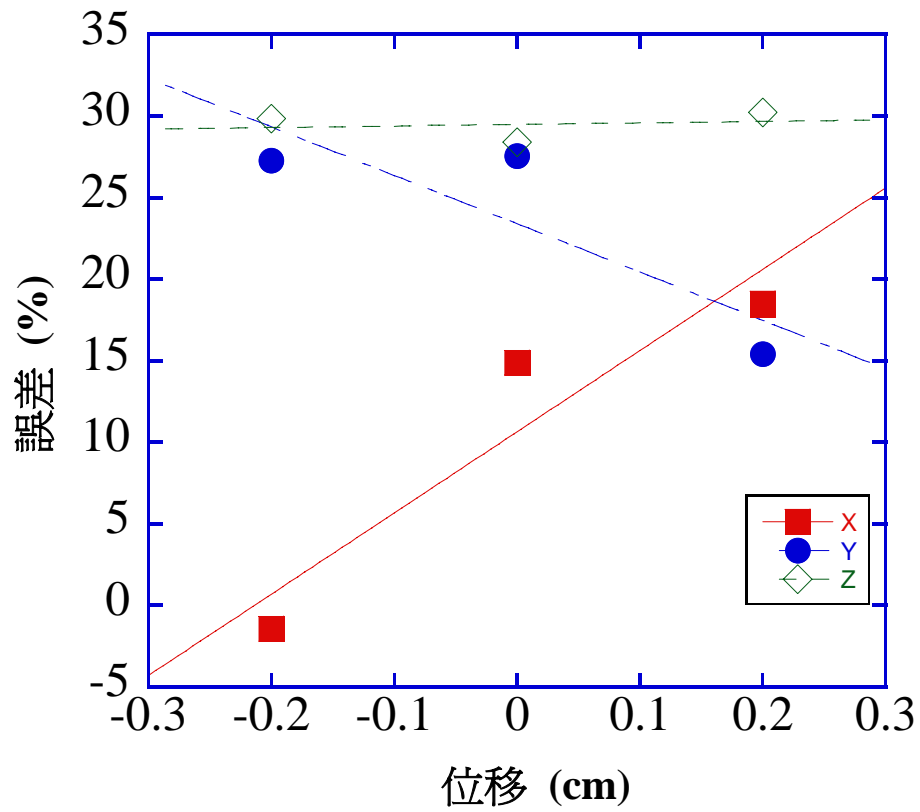


圖 5-2 純水表面張力大小--位移和測量誤差的關係圖

六、使用拍照法測量純水在不同溫度下的表面張力，實驗值和理論值的比較(見表 5-2、圖 5-3)，取四種溫度 26.3 °C、40.3 °C、57.0 °C、74.4 °C，每個點分析 5 張圖片，求得平均值，多次測量的誤差為± 6.60 %。

表 5-2 拍照法測量純水在不同溫度下的表面張力

溫度 (°C)	密度 (g/cm ³)	表面張力測量值 (mN/m)	表面張力理論值 (mN/m)	誤差 (%)
26.3	1.00	79±5	72	9.49
40.3	1.00	63±8	69	-8.94
57.0	1.00	75±2	66	13.24
74.4	1.00	57±3	63	-10.19

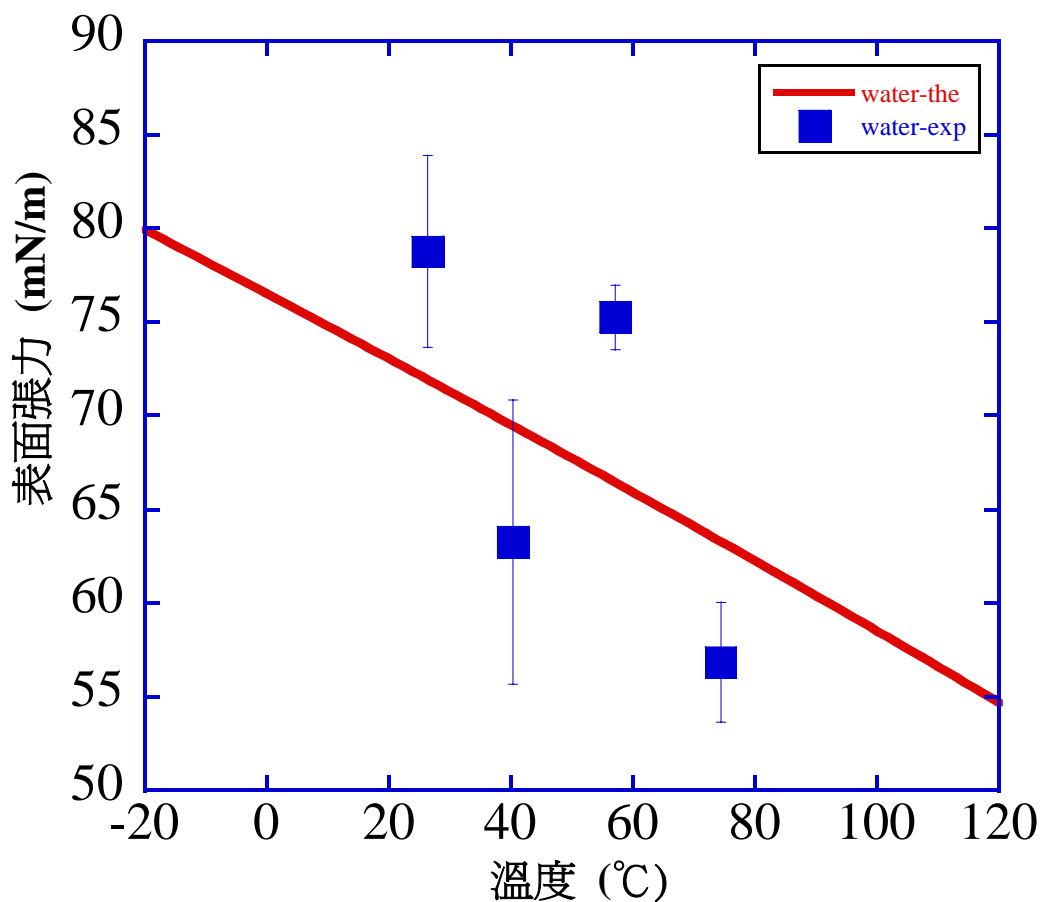


圖 5-3 以拍照法測量純水在不同溫度下的表面張力

七、使用拍照法測量「氯化鈉水溶液」在不同濃度的表面張力，實驗值和理論值的比較（見表 5-3、圖 5-4），取五種濃度 0.5 M、1.0 M、1.5 M、3.0 M、4.0 M，每個點分析 5 張圖片，求得平均值，多次測量的誤差為 $\pm 5.72\%$ 。[8]

表 5-3 以拍照法測量氯化鈉溶液在不同濃度下的表面張力

莫耳濃度 (M)	密度 (g/cm ³)	溫度 (°C)	表面張力測量值 (mN/m)	表面張力理論值 (mN/m)	誤差 (%)
0.5	1.02	28.0	69±2	72	-4.17
1.0	1.03	28.0	82±8	73	12.33
2.0	1.08	28.5	81±4	75	8.00
3.0	1.11	29	84±5	78	7.69
4.0	1.15	28	88±4	81	8.64

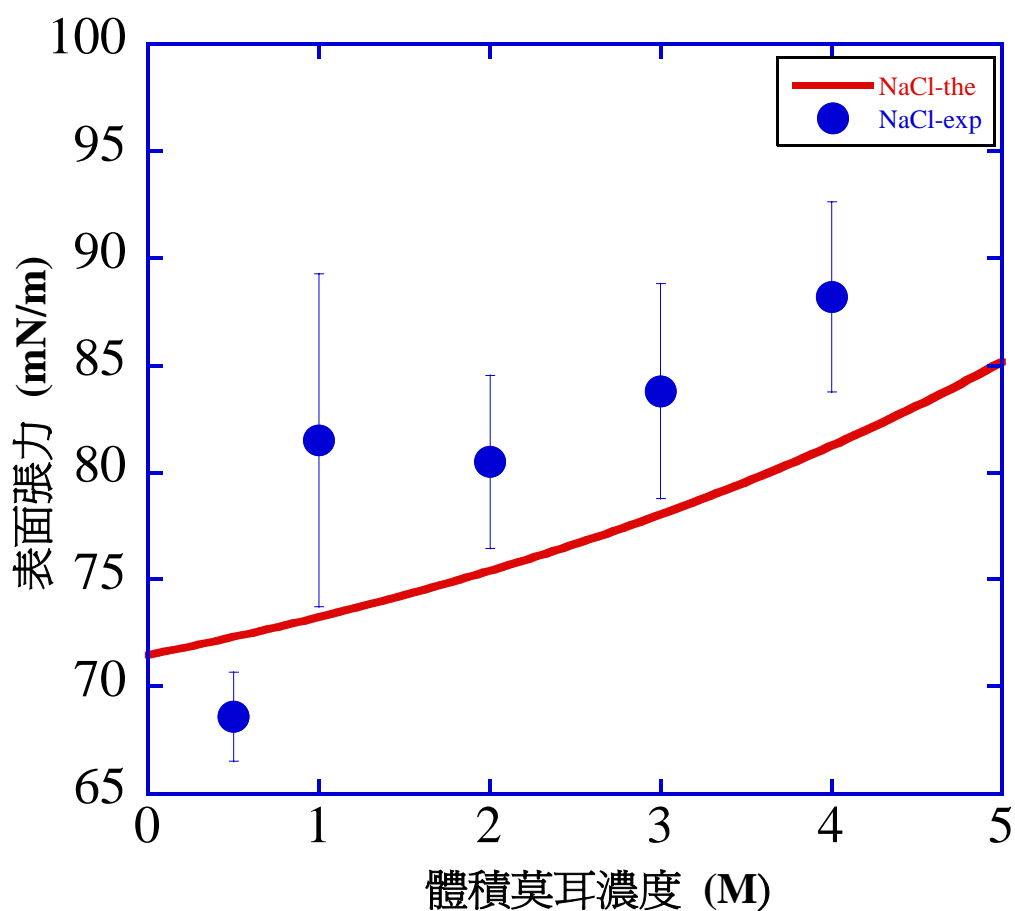


圖 5-4 以拍照法測量氯化鈉溶液在不同溫度下的表面張力

八、使用拍照法測量「氯化鉀水溶液」在不同濃度的表面張力，實驗值和理論值的比較（見表 5-4、圖 5-5），取四種濃度 0.5 M、1.0 M、1.5 M、3.0 M，每個點分析 5 張圖片，求得平均值，多次測量的誤差為 $\pm 3.85\%$ 。[8]

表 5-4 拍照法測量氯化鉀溶液在不同濃度下的表面張力

莫耳濃度 (M)	密度 (g/cm ³)	溫度 (°C)	表面張力測量值 (mN/m)	表面張力理論值 (mN/m)	誤差 (%)
0.5	1.02	30.0	70 \pm 2	72	-2.55
1.0	1.05	30.0	79 \pm 1	73	7.62
2.0	1.08	30.5	87 \pm 4	75	16.14
3.0	1.13	29.5	95 \pm 6	78	22.75

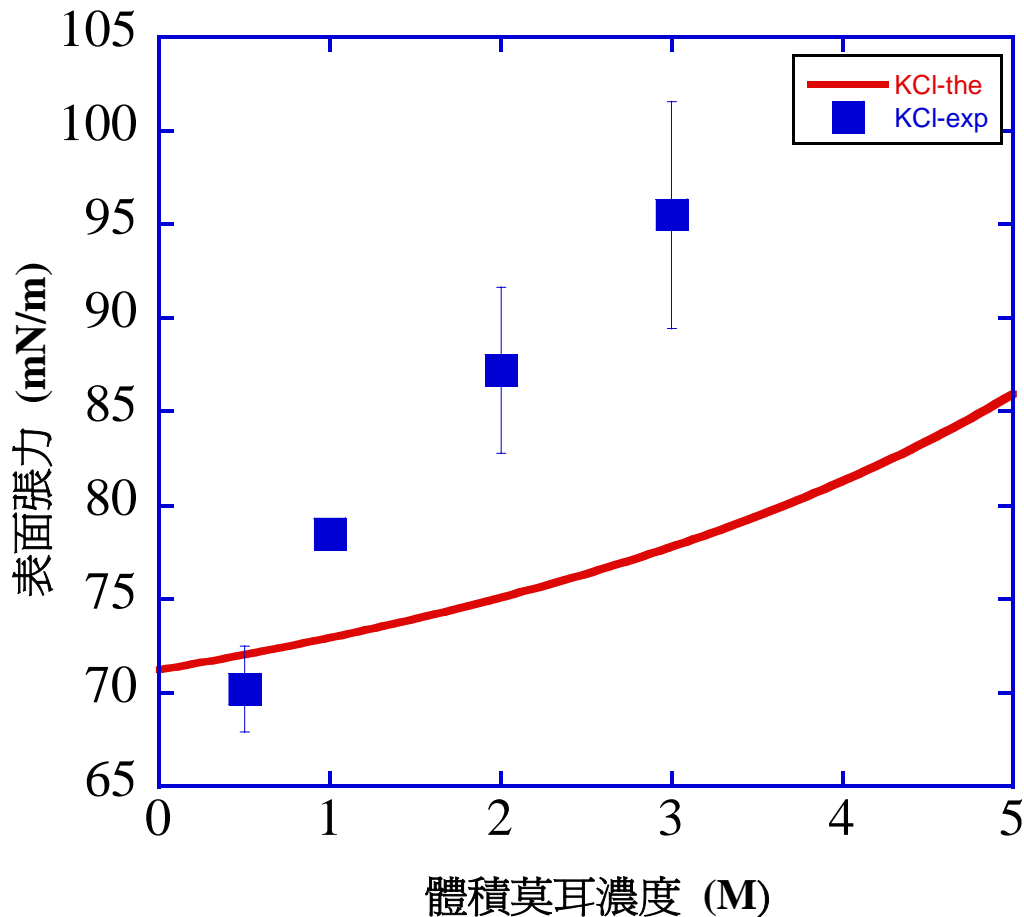


圖 5-5 以拍照法測量氯化鉀溶液在不同溫度下的表面張力

九、使用拍照法測量「氯化鈣水溶液」在不同濃度的表面張力，實驗值和理論值的比較（見表 5-5、圖 5-6），取四種濃度 0.5 M、1.0 M、1.5 M、3.0 M，每個點分析 5 張圖片，求得平均值，多次測量的誤差為 $\pm 5.08\%$ 。[8]

表 5-5 以拍照法測量氯化鈣溶液在不同濃度下的表面張力

莫耳濃度 (M)	密度 (g/cm ³)	溫度 (°C)	表面張力測量值 (mN/m)	表面張力理論值 (mN/m)	誤差 (%)
0.5	1.03	30.0	58 \pm 3	73	-21.34
1.0	1.06	30.0	79 \pm 2	76	3.34
2.0	1.14	29.5	102 \pm 7	83	23.85
3.0	1.18	29.5	90 \pm 6	93	-3.10

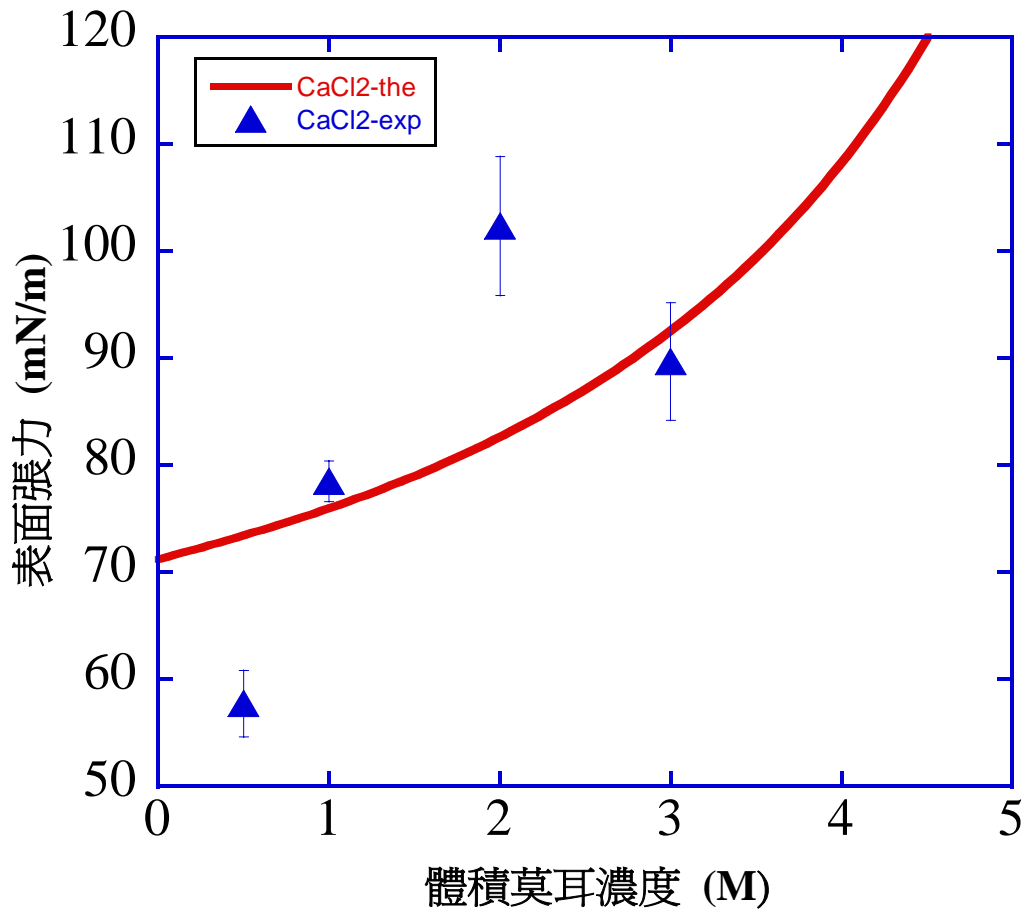


圖 5-6 以拍照法測量氯化鈣溶液在不同溫度下的表面張力

十、使用拍照法測量「乙醇水溶液」在不同濃度的表面張力，實驗值和 25°C 乙醇水溶液理論值[4]的比較(見表 5-6、圖 5-7)，取五種重量百分濃度 5.0 %、15.0 %、30.0 %、60.0 %、99.5 %，每個點分析 5 張圖片，求得平均值，多次測量的誤差為 ± 8.77 %。

表 5-6 以拍照法測量乙醇溶液在不同濃度下的表面張力

重量百分濃度 (%)	密度 (g/cm ³)	溫度 (°C)	表面張力測量值 (mN/m)	25 °C 表面張力理論值 (mN/m)	誤差 (%)
5.0	0.98	29.5	64 ± 5	56	14.09
15.0	0.97	29.5	46 ± 3	41	11.36
30.0	0.95	29.5	35 ± 1	33	5.76
60.0	0.89	29.5	25 ± 4	26	-5.41
99.5	0.78	29.5	21 ± 2	24	-11.53

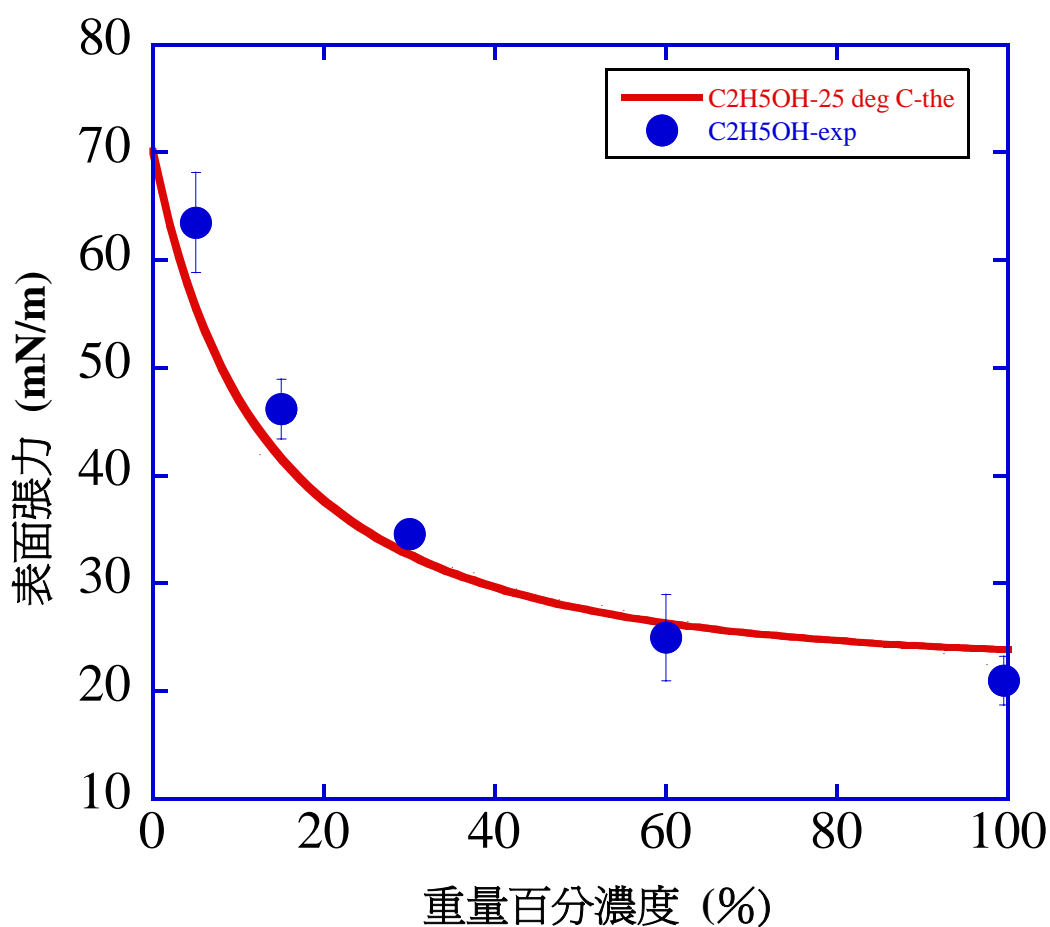


圖 5-7 以拍照法測量乙醇溶液在不同溫度下的表面張力

十一、使用拍照法測量「甲醇水溶液」在不同濃度的表面張力(見表 5-7、圖 5-8)，取五種重量百分濃度 5.0 %、15.0 %、30.0 %、60.0 %、99.7 %，每個點分析 5 張圖片，求得平均值，多次測量的誤差為 $\pm 5.23\%$ 。

表 5-7 拍照法測量甲醇溶液在不同濃度下的表面張力

重量百分濃度 (%)	密度 (g/cm^3)	溫度 ($^{\circ}\text{C}$)	表面張力測量值 (mN/m)	表面張力理論值 (mN/m)	誤差 (%)
5.0	0.99	31.0	66 ± 3	--	--
15.0	0.97	31.0	56 ± 2	--	--
30.0	0.95	31.0	52 ± 2	--	--
60.0	0.89	31.0	38 ± 4	--	--
99.7	0.78	31.0	23 ± 1	--	--

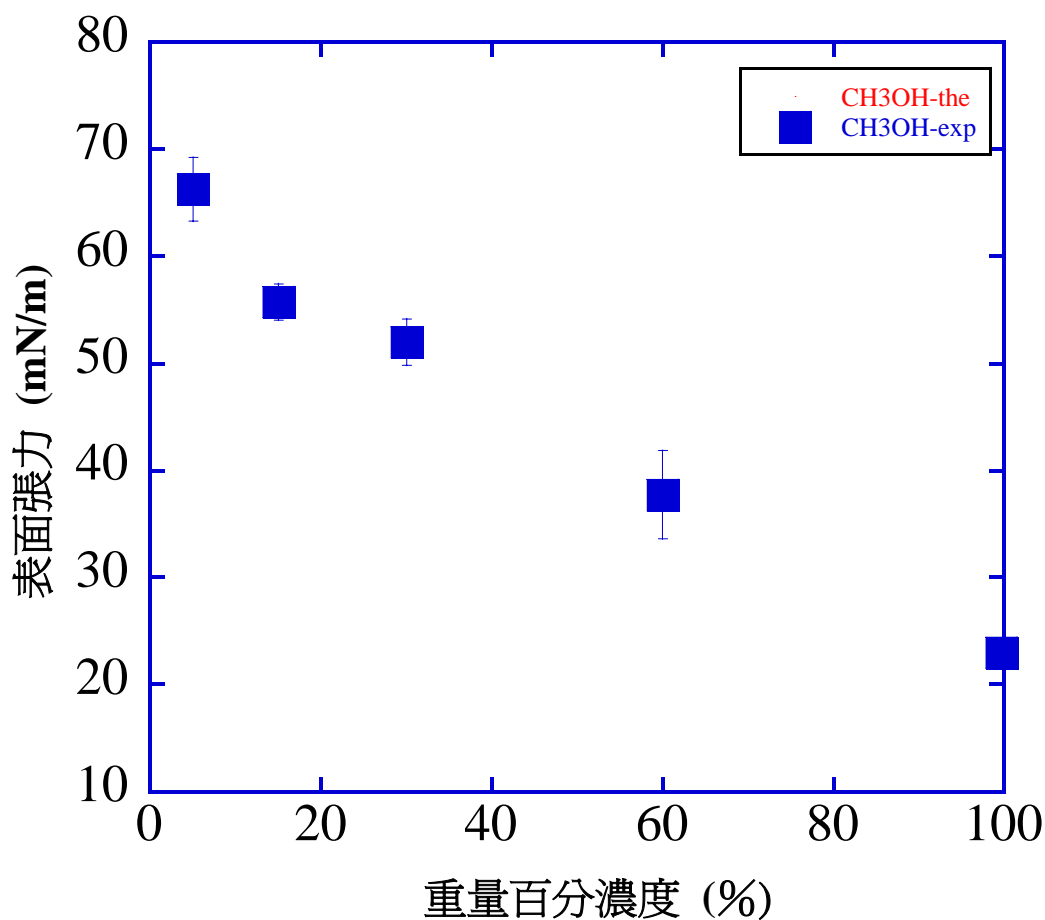


圖 5-8 以拍照法測量甲醇溶液在不同溫度下的表面張力

十二、使用拍照法測量「丙三醇水溶液」在不同濃度的表面張力，實驗值和 25 °C 丙三醇水溶液理論值的比較(見表 5-8、圖 5-9)，取四種重量百分濃度 5.0 %、30.0 %、40.0 %、60.0 %，每個點分析 5 張圖片，求得平均值，多次測量的誤差為 $\pm 5.35\%$ 。[6], [7].

表 5-8 以拍照法測量丙三醇溶液在不同濃度下的表面張力

重量百分濃度 (%)	密度 (g/cm ³)	溫度 (°C)	表面張力測量值 (mN/m)	25°C 表面張力理論值 (mN/m)	誤差 (%)
5.0	1.00	30.0	63 ± 4	71	-11.97
30.0	1.07	30.0	56 ± 3	68	-18.72
40.0	1.10	30.0	61 ± 3	68	-9.23
60.0	1.14	30.0	59 ± 3	67	-12.16

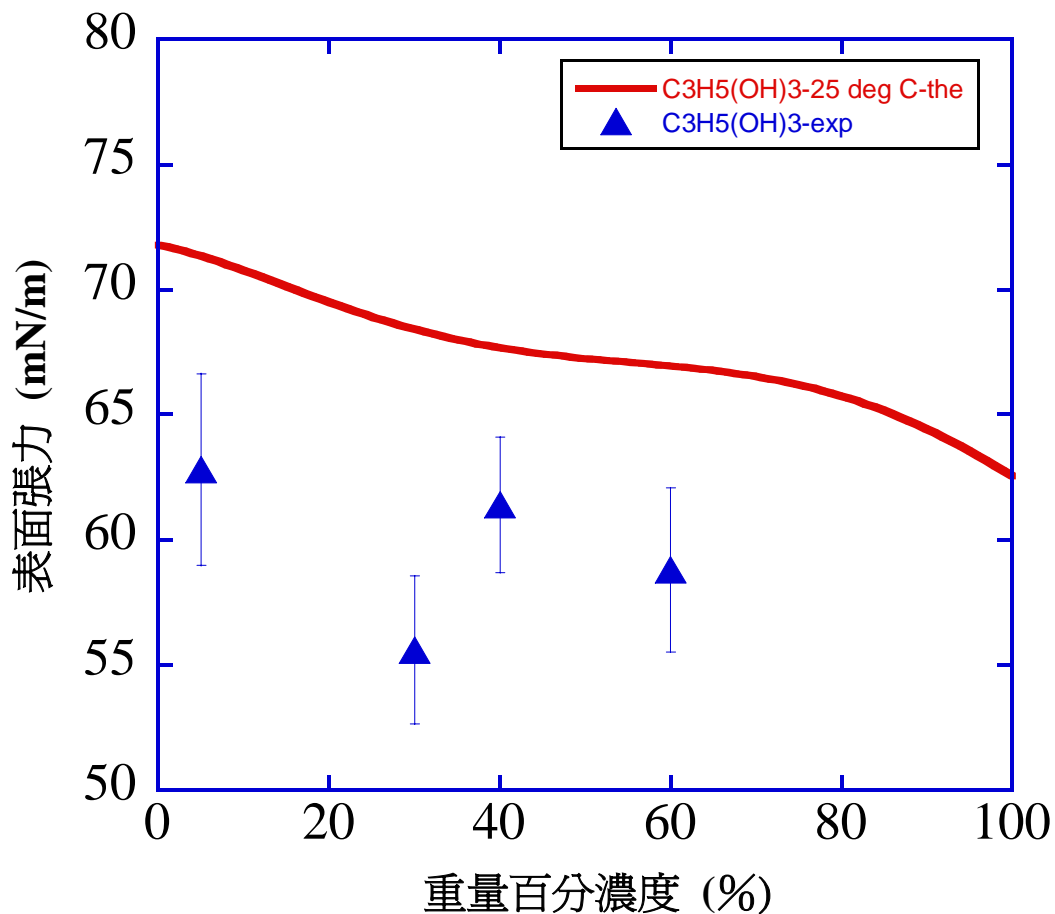


圖 5-9 以拍照法測量丙三醇溶液在不同溫度下的表面張力

陸、討論

- 一、使用「液滴重量法」測量水的表面張力，誤差約為 26.39 %；使用「拍照法」測量水的表面張力，誤差約為 16.67 %。根據上述實驗結果，以「拍照法」測量表面張力的誤差較小。
- 二、根據純水溫度與表面張力的關係圖(見圖 5-2)，可看出溫度愈高時，其表面張力愈小，液滴體積愈小；而溫度愈低時，其表面張力愈大，液滴體積愈大。在實驗過程中，最低溫和最高溫液滴體積的變化約為 0.0084 cm^3 ，體積變化率約為 18 %，而溫度變化 1°C 所造成表面張力的測量誤差約為 0.25 %。
- 三、大部分水溶液的表面張力都會隨著溫度的增加，其表面張力反而減小，這是因為溫度增加時水溶液中的粒子運動速度加快，使得粒子與粒子之間的作用力減弱，故表面張力減小。
- 四、三種離子化合物水溶液在不同濃度時的表面張力(見圖 6-1)方面，我們將三種水溶液的實驗值和理論值比較發現：不論是哪一種離子化合物水溶液，當濃度愈大時其表面張力均愈大，濃度愈小時表面張力則愈小。

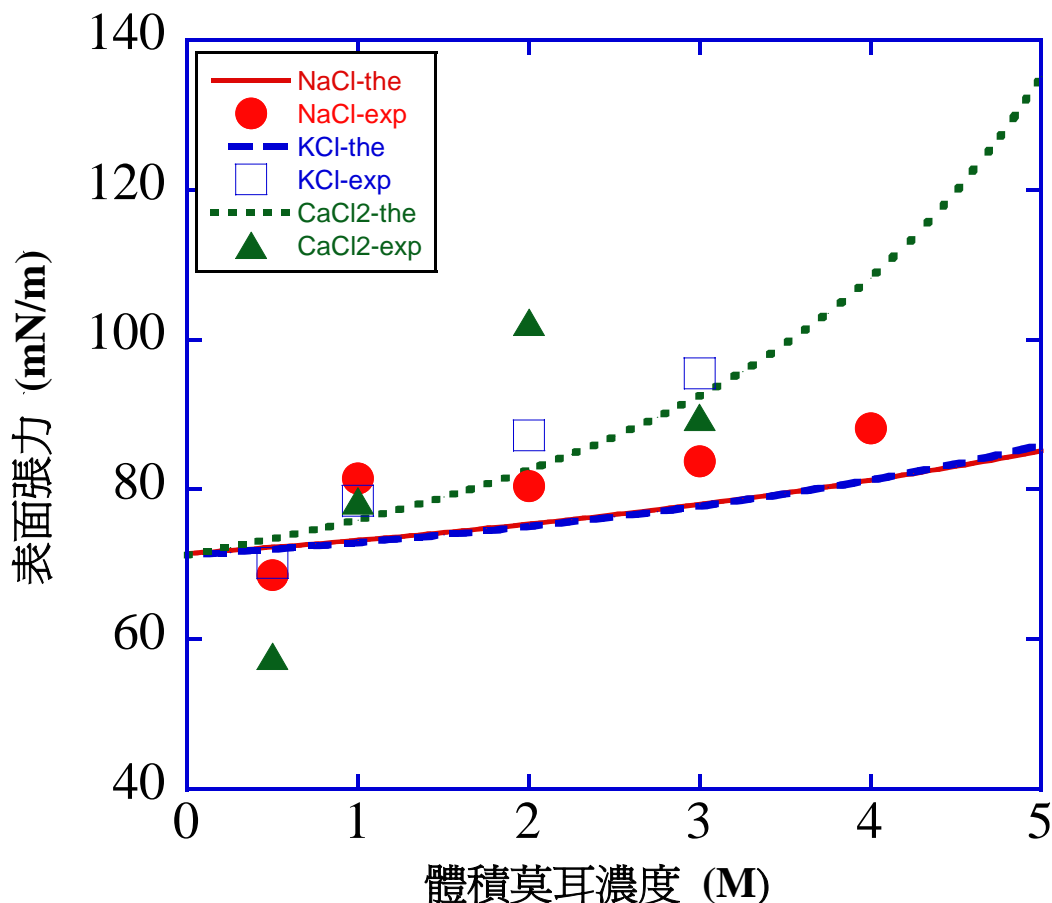


圖 6-1 三種不同種類的離子化合物水溶液於不同濃度時的表面張力

五、三種離子化合物水溶液的測量值與理論值的誤差約為 11 %，由測量值的趨勢可看出濃度愈大時表面張力愈大，濃度愈小時表面張力則愈小。這是因為濃度增加時，水溶液中正負離子的數量增加，此時正離子、負離子、水分子間的作用力增強，使得表面張力增加。由理論值的結果發現，氯化鈉水溶液和氯化鉀水溶液的表面張力大小非常接近，這是因為 Na^+ 和 K^+ 的電荷密度差異性約為 65 %，反應在表面張力的差異性小於 1 %； Ca^{2+} 和 K^+ 的電荷密度差異性約為 264 %，反應在表面張力的差異性大於 19 %。

離子	原子半徑 (10^{-12} m)	電荷密度 (10^3 C/cm ³)
Na^+	186	5.94
K^+	220	3.59
Ca^{2+}	180	13.10

六、三種醇類水溶液在不同濃度時的表面張力(見圖 6-2)方面，我們將三種水溶液的實驗值和 25 °C 理論值比較發現：當濃度愈大時其表面張力愈小，濃度愈小時其表面張力愈大。

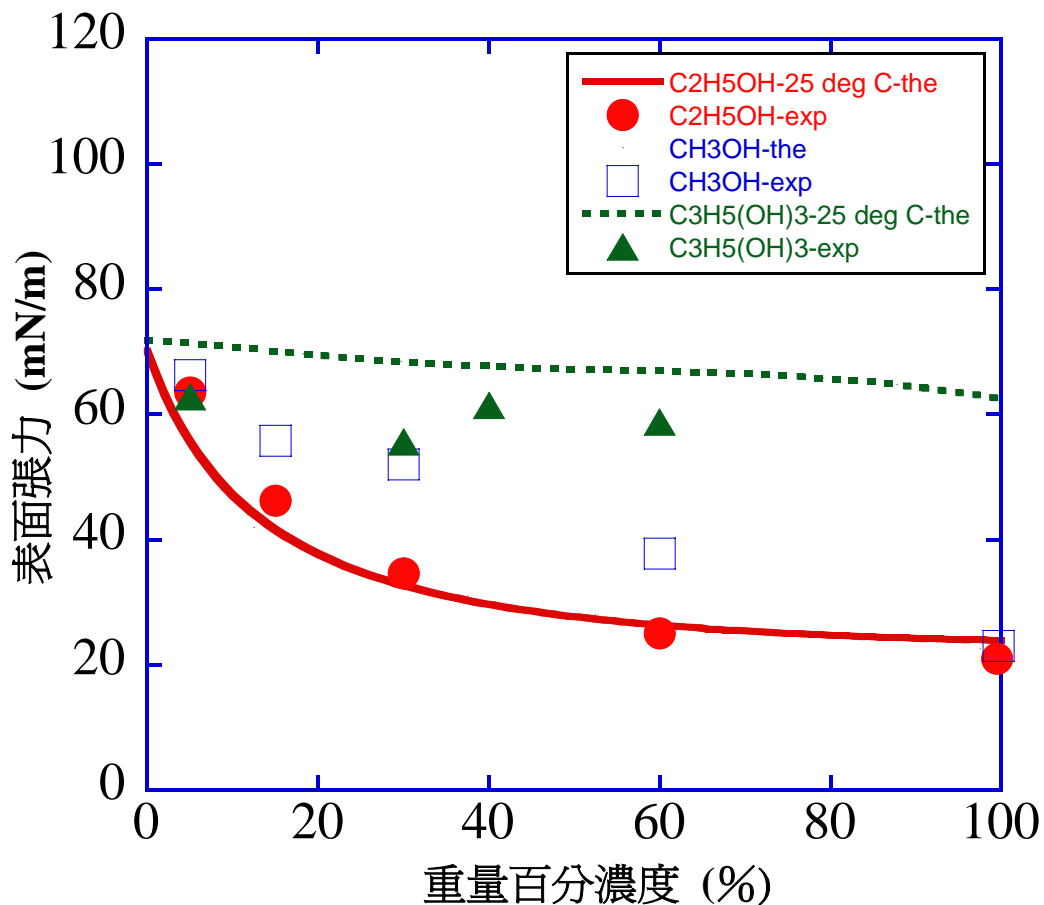


圖 6-2 三種醇類水溶液於不同濃度時的表面張力

- 七、三種醇類水溶液在不同濃度的表面張力(見圖 6-2)，其中乙醇水溶液和丙三醇水溶液是和 25 °C 的理論值比較，由於測量時水溶液溫度約為 30 °C，所以測量誤差會比實際理論值小。
- 八、在相同濃度下，丙三醇溶液表面張力值最大，其次為甲醇溶液，乙醇溶液的表面張力值則是最小。
- 九、利用拍照法測量表面張力時，要注意裝置擺放位置和拍照技巧，滴管、針頭要和直尺在同一鉛垂面上，照相機要正向拍照，不能有傾角或俯角，否則所拍出來的照片經過分析誤差會大於 100~300 %。
- 十、本實驗裝置測量誤差約為 16.67 %，所以拍照法測量出的體積較實際大，主要原因是針頭口徑周圍的平面，會使液滴向周圍外擴，造成測量誤差，這也是之後要克服的問題。

柒、結論

- 一、影響液體表面張力的因素有：「液體的種類」、「溫度」、「水溶液的種類」及「水溶液的濃度」。
- 二、以純水為例，溫度愈高時其表面張力愈小，溫度愈低時則表面張力愈大。
- 三、若加入氯化鈉、氯化鉀、氯化鈣等離子化合物，其溶液的表面張力隨著溶質濃度的增加而緩慢上升。
- 四、若加入甲醇、乙醇、丙三醇等低碳直鏈的醇類，其溶液的表面張力隨著溶質濃度的增加而緩慢下降。
- 五、目前已進入一個攝影數位化的時代，我們嘗試了一種創新、準確的方法進行測量液體的表面張力。藉由拍照及電腦分析等方式測出液滴的體積，體積約為 $0.04 \text{ cm}^3 \sim 0.05 \text{ cm}^3$ ，經數值分析後體積誤差小於 0.1%，體積測量誤差小於 4%。

捌、參考資料及其他

- [1] 高級中學物質科學物理篇下冊（南一版）第十章-流體的性質
- [2] 維基百科，表面張力
http://en.wikipedia.org/wiki/File:Temperature_dependence_surface_tension_of_water.svg.
- [3] Arthur W. Adamson，表面物理化學，陶雨台/譯，千華。
- [4] 乙醇水溶液表面張力的模型擬合，作者：朱琳、劉恩、蔣文、廖勝文、蘇敏
<http://www.doc88.com/p-99150862434.html>
- [5] 計算液體在不同溫度表面張力的計算機
http://www.ddbst.com/en/online/Online_Calc_sft106_Form.php
- [6] 甘油不同濃度的密度數據
<http://www.dow.com/glycerine/resources/physicalprop.htm>
- [7] 25deg-C 甘油表面張力理論(Droplet formation in matrix-assisted pulsed-laser evaporation direct writing of glycerol-water solution)
<http://www.clemson.edu/ces/camsil/publications/jpaper27.pdf>

- [8] 離子化合物水溶液表面張力計算機(C. S. Dutcher, A. S. Wexler and S. L. Clegg (2010)
Surface tensions of inorganic multicompon)
<http://www.aim.env.uea.ac.uk/aim/surftens/surftens.php>

【評語】 030114

1. 研究內容有趣且有意義。
2. 建議說明離子化合物與醇類水溶液作為研究樣本原因。
3. 各項測量表面張力大小的樣本數宜增加。