

中華民國第 51 屆中小學科學展覽會 作品說明書

國中組 物理科

030106

「漩」曲線—雙漩渦的疊加現象

學校名稱：新竹市立光華國民中學

作者： 國二 蘇彧民	指導老師： 林松源
---------------	--------------

關鍵詞：雙漩渦、雙螺旋、漩渦分離

「漩」曲線-雙漩渦的疊加現象

摘要

將轉盤置入一個自由漩渦，將轉盤朝自由漩渦反向旋轉，特定轉速下，轉盤會形成一個自由漩渦，這個狀態稱為「雙漩渦」。

本實驗除了進行雙漩渦實驗，觀察雙漩渦狀態外，還做了滴紅墨水，觀察物體切線速率的實驗、漩渦分離的實驗。分別觀察 ω 、 L 、 Hl 、 H 、 ωb 對實驗的影響。

ω 增加時， ΔHs 、 Δt 變小， V 變大。 L 增加時， ΔHs 變大， V 變小， Δt 下降後上升。 Hl 增加時， ΔHs 、 V 變小， Δt 下降後又上升。 H 增加時， V 變小， Δt 變大。 ωb 增加時， ΔHs 、 Δt 變小， V 變大。而且我發現漩渦分離是因為漩渦中和把漩渦崩潰抬升所造成的現象。

壹、研究動機

在一次專題課，學到洋流交發生的狀況。若兩條流動中的洋流交會時，不會相消，而是產生共存的現象。此現象中，一個在其中一條洋流流動的物體，經過兩條洋流的交點時，會因那條洋流在此交點上的強度有不同的行進方向。因此我推測兩個反向相同中的雙漩渦狀態存在，之後我便開始了一連串的研究。

貳、研究目的

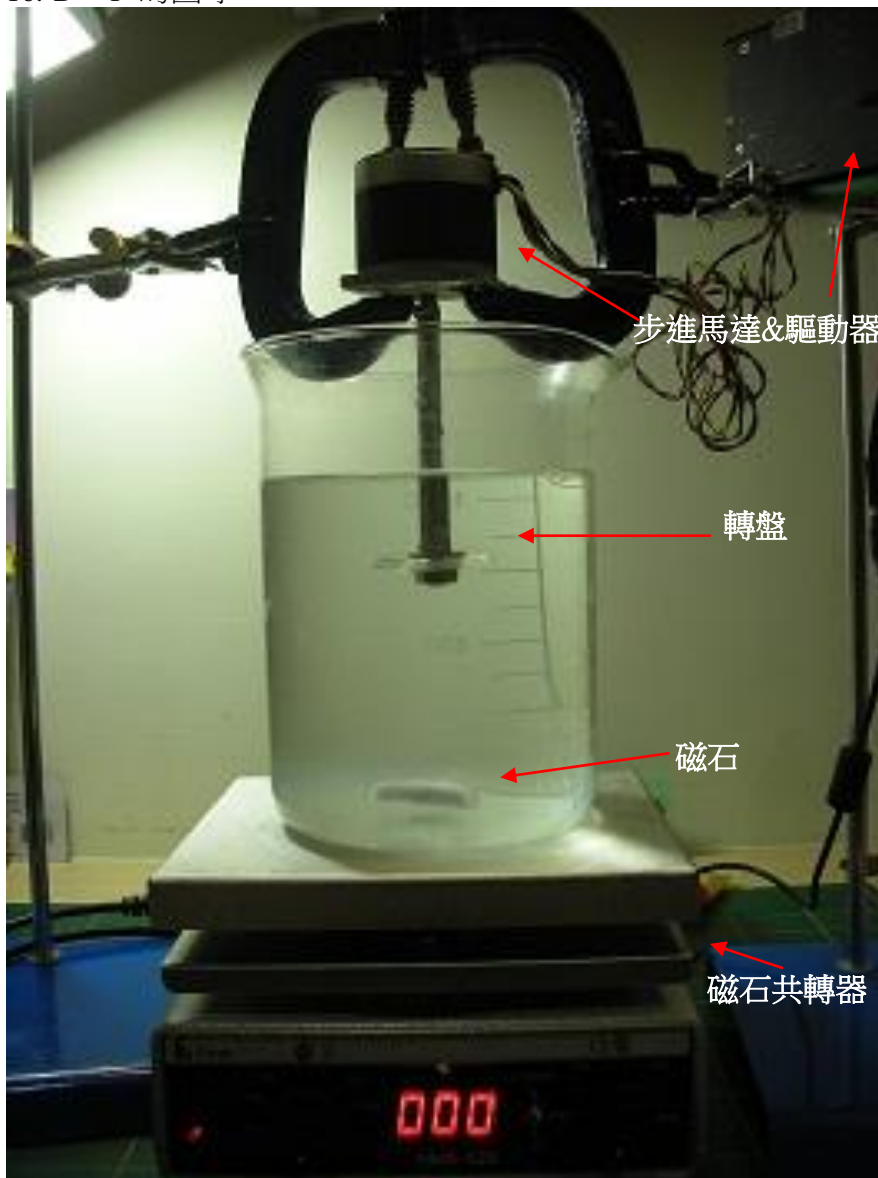
- 一、雙漩渦現象及證明
- 二、漩渦分離現象及原因
- 三、上漩渦轉速對雙漩渦形成時間、切線速率及分離數的影響
- 四、轉盤寬度對雙漩渦形成時間、切線速率及分離數的影響
- 五、轉盤厚度對雙漩渦形成時間、切線速率及分離數的影響
- 六、轉盤距離液面高度對雙漩渦形成時間及切線速率的影響
- 七、下方漩渦轉速對雙漩渦形成時間、切線速率及分離數的影響

參、研究器材

一、裝置

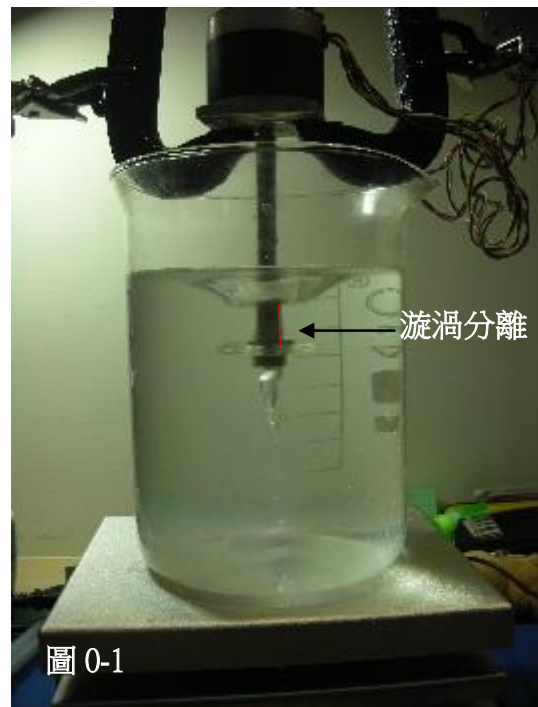
1. 燒杯(2000c.c.)
2. 轉盤(直徑：1.5~2.5cm，厚 0.5~1.5cm)
3. montrol 馬達運動控制系統
4. C形夾
5. 鐵架
6. 鐵軸
7. 紅墨水
8. 藍墨水
9. 甘油
10. 轉速器
11. 尺
12. 滴管
13. 磁石共轉器
14. 攝影機
15. 分析程式
16. D→1 的圓球

- 一個
- 三個
- 一組
- 二個
- 兩個
- 一根
- 一瓶
- 一瓶
- 一桶
- 一支
- 一支
- 兩支
- 一個
- 一臺
- 數個
- 一顆



二、名詞解釋

1. 水渦流：流體形成渦流的兩個條件，一為垂直向下的速度，二為切線旋轉的速度。
2. 自由漩渦：中心轉軸帶動液面旋轉，產生漩渦。即磁石共轉器還有步進馬達啟動時，液體向下垂直速度與切線速度形成。
3. 強迫漩渦：圓柱形容器旋轉，強迫原本靜止的液體，由外部帶動內部旋轉。
4. 組合漩渦：組合漩渦由自由漩渦與強迫漩渦組合而成。
5. 雙漩渦：兩個不同方向的漩渦，一上一下，一內一外的狀況下，搭配特定的轉速比，兩個漩渦會共生旋轉，而且剛好與雙螺旋有類似。此狀態的圖形經拆解之後，會呈現兩個漩渦的圖形(兩個反向的螺旋)，且由多條等角螺旋線形成，若對其中一個漩渦進行鏡射，兩個漩渦會是相似的螺旋。形成雙漩渦的條件為足夠的垂直向下速率與上下兩個漩渦足夠的切線速率。
6. 等角螺旋：漩渦上的任一螺旋線 L ， L 上任取兩點 P 、 Q ， P 點的切線與 P 點與漩渦中心之連線夾角以及 Q 點的切線與 Q 點與漩渦中心之連線夾角相等。
7. 切線速率(V)：若一物體行走的路徑的「方向」為漩渦的切線，此物體將會沿著漩渦臂的紋路行進，則此物運動中的速率即為切線速率。
8. 漩渦分離：當上下兩個漩渦在同時旋轉時，中間會有一個斷層區域，如圖 0-1。
9. 分離數(ΔHs)：斷層間隔的距離。
10. 上方漩渦轉速(ω)：轉盤轉速。
11. 下方漩渦轉速(ωb)：磁石共轉器轉速。
12. L ：轉盤直徑。
13. 轉盤距離液面的高度(H)：靜止時轉盤最上部距離液面接觸燒杯最高處的距離。
14. 形成雙漩渦的時間(Δt)：從轉盤開始轉動至產生雙漩渦瞬間所需的時間。
15. Hl ：轉盤厚度。
16. 合成函數：兩函數最高次項係數取平均值轉為新的最高次項係數，合成新函數。
17. 漩渦中和：此為一種自然現象，發生的條件為一水龍卷在一個漩渦上方發生，形成組合漩渦，使原漩渦的深度上升。



肆、研究方法

實驗 1：雙漩渦的觀察與研究

實驗 1-1：探討上方漩渦轉速對形成雙漩渦的時間與現象的影響

1. 在 2000ml 的燒杯裡裝入甘油混水，甘油比水的比例為 2：9。
2. 將直徑 2cm，厚 1.5cm 的轉盤裝至轉軸上，使之沒入甘油混水面下 5cm。
3. 將磁石共轉器調成 1000RPM，步進馬達轉速調至 400RPM。
4. 以步進馬達的調節器控制不同的轉速，分別觀察各轉速下雙漩渦形成的時機，用攝影機拍攝下來。
5. 從拍攝的影片裡擷取不同轉速下雙漩渦形成瞬間的圖片，量測所需時間。
6. 重複步驟 1 到 5，改為量測切線速率(實驗二)。

實驗 1-2：探討轉盤寬度對形成雙漩渦的時間與現象的影響

1. 在 2000ml 的燒杯裡裝入甘油混水，甘油比水的比例為 2：9。
2. 將直徑 1.5cm，厚 1.5cm 的轉盤裝至轉軸上，使之沒入甘油混水面下 5cm。
3. 將磁石共轉器調成 1000RPM，步進馬達轉速調至 400RPM，用攝影機拍攝下來。
4. 以步進馬達的調節器控制不同的轉速並拍攝，從攝影機所拍攝的影片裡擷取圖片，分別觀察各轉速下雙漩渦形成的時機，並測量雙漩渦形成所需的時間。
5. 將步驟 2 中的轉盤直徑換成 1.75cm、2cm、2.25cm、2.5cm，分別重複步驟 2 到 4。
6. 重複步驟 1 到 5，改為量測切線速率(實驗二)。

實驗 1-3：探討轉盤厚度對形成雙漩渦的時間與現象的影響

1. 在 2000ml 的燒杯裡裝入甘油混水，甘油比水的比例為 2：9。
2. 將直徑 2cm，厚 1cm 的轉盤裝至轉軸上，使之沒入甘油混水面下 5cm。
3. 將磁石共轉器調成 1000RPM，步進馬達轉速調至 400RPM，用攝影機拍攝下來。
4. 以步進馬達的調節器控制不同的轉速並拍攝，從攝影機所拍攝的影片裡擷取圖片，分別觀察各轉速下雙漩渦形成的時機，並測量雙漩渦形成所需的時間。
5. 將步驟 2 中的轉盤厚度換成 2cm、1.5cm、1.75cm、1.25cm，分別重複步驟 2 到 4。
6. 重複步驟 1 到 5，改為量測切線速率(實驗二)。

實驗 1-4：探討轉盤距離液面高度對形成雙漩渦時間與現象的影響

1. 在 2000ml 的燒杯裡裝入甘油混水，甘油比水的比例為 2：9。
2. 將直徑 2cm，厚 1.5cm 的轉盤裝至轉軸上，使之沒入甘油混水面下 1cm。
3. 將磁石共轉器調成 1000RPM，步進馬達轉速調至 400RPM，用攝影機拍攝下來。
4. 以步進馬達的調節器控制不同的轉速並拍攝，從攝影機所拍攝的影片裡擷取圖片，分別觀察各轉速下雙漩渦形成的時機，並測量雙漩渦形成所需的時間。
5. 將步驟 2 中的轉盤距離液面高度換成 5cm、9cm，並分別重複步驟 2 到 4。
6. 重複步驟 1 到 5，改為量測切線速率(實驗二)。

實驗 1-5：探討下方漩渦的轉速對形成雙漩渦時間與現象的影響

1. 在 2000ml 的燒杯裡裝入甘油混水，甘油比水的比例為 2：9。
2. 將直徑 2cm，厚 1.5cm 的轉盤裝至轉軸上，使之沒入甘油混水面下 5cm。
3. 將磁石共轉器調成 1050RPM，步進馬達轉速調至 400RPM，用攝影機拍攝下來。
4. 以步進馬達的調節器控制不同的轉速並拍攝，從攝影機所拍攝的影片裡擷取圖片，分別觀察各轉速下雙漩渦形成的時機，並測量雙漩渦形成所需的時間。
5. 將步驟 2 中的磁石共轉器轉速換成 1100RPM、1000RPM、900RPM、950RPM，分別重複步驟 2 到 4。
6. 重複步驟 1 到 5，改為量測切線速率(實驗二)。

實驗 3：漩渦分離的研究

實驗 3-1：觀察轉盤轉速對漩渦分離的影響

1. 在 2000ml 的燒杯裡裝入水 14cm。
2. 將直徑 2cm，厚 1.5cm 的轉盤裝至轉軸上，使之沒入水面下 5cm。
3. 將磁石共轉器調成 1200RPM，步進馬達轉速調至 400RPM。
4. 以步進馬達的調節器控制不同的轉盤轉速，隨機拍攝五張照片。
5. 觀察攝影機拍攝的照片，量測分離數。

實驗 3-2：觀察轉盤寬度對漩渦分離的影響

1. 在 2000ml 的燒杯裡裝入水 14cm。
2. 將直徑 1.5cm，厚 1.5cm 的轉盤裝至轉軸上，使之沒入水面下 5cm。
3. 將磁石共轉器調成 1200RPM，步進馬達轉速調至 400RPM，隨機拍攝五張照片。
4. 以步進馬達的調節器控制不同的轉速並拍攝，觀察攝影機拍攝的照片，量測分離數。
5. 將步驟 2 中的轉盤直徑換成 1.75cm、2cm、2.25cm、2.5cm，分別重複步驟 2 到 4。

實驗 3-3：觀察轉盤厚度對漩渦分離的影響

1. 在 2000ml 的燒杯裡裝入水 14cm。
2. 將直徑 2cm，厚 1cm 的轉盤裝至轉軸上，使之沒入水面下 5cm。
3. 將磁石共轉器調成 1200RPM，步進馬達轉速調至 400RPM，隨機拍攝五張照片。
4. 以步進馬達的調節器控制不同的轉速並拍攝，觀察攝影機拍攝的照片，量測分離數。
5. 將步驟 2 中的轉盤厚度換成 2cm、1.75cm、1.5cm、1.25cm，分別重複步驟 2 到 4。

實驗 3-4：觀察下方漩渦的轉速對漩渦分離的影響

1. 在 2000ml 的燒杯裡裝入水 14cm。
2. 將直徑 2cm，厚 1.5cm 的轉盤裝至轉軸上，使之沒入水面下 5cm。
3. 將磁石共轉器調成 1250RPM，步進馬達轉速調至 400RPM，隨機拍攝五張照片。
4. 以步進馬達的調節器控制不同的轉速並拍攝，觀察攝影機拍攝的照片，量測分離數。
5. 將步驟 2 中的磁石共轉器轉速換成 1300RPM、1200RPM、1100RPM、1150RPM，分別重複步驟 2 到 4。

磁石轉速的校準：

由於無法保證磁石的轉速和輸入的轉速相同，因此必須校準。使用每秒拍攝 1000 張的高速攝影機，拍下磁石旋轉的過程。正常電腦影片播影片是以每秒 30 畫格的方式，所以用高速攝影機拍攝的影片中的 1 秒就是實際上的 0.33...秒，故可以數出單位時間磁石轉的圈數。而我將磁石轉速設定在 1200RPM 時所側的實際值為 1202RPM(操作誤差)，所以推測磁石的轉速就是輸入的值。

水流速的校準：

步進馬達的特點是只要輸入多少，就會帶動水流相等速率的機器，但磁石輸入的轉速值不一定是水流速的值。於時我在磁石轉速設定在 1200RPM 時，在水中放入一顆 $D \rightarrow 1$ 的圓球，測量圓球的轉速，一樣使用高速攝影機，測定圓球的轉速，測定結果為圓球轉速為 1201RPM(操作誤差)，所以推測磁石共轉器的轉速就是水流速。

伍、研究結果

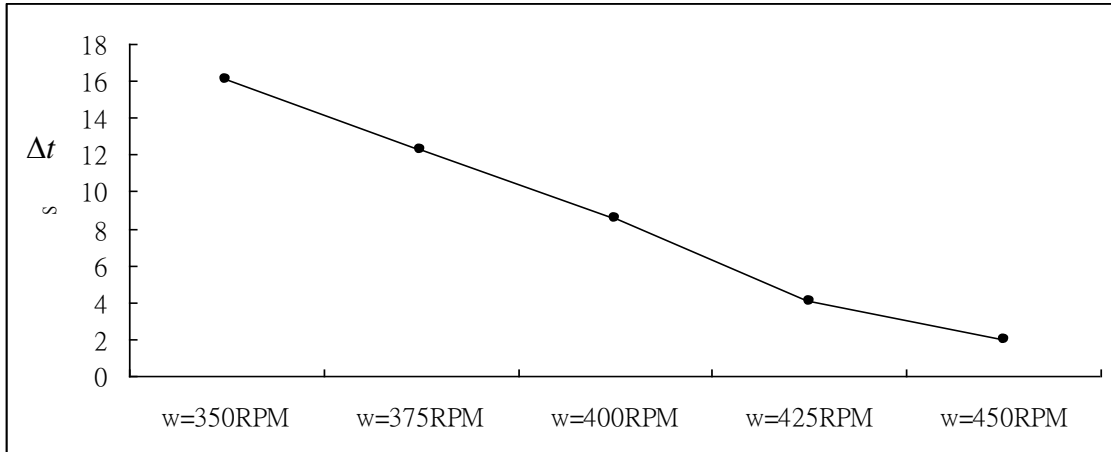
實驗 1：雙漩渦的觀察與研究

實驗 1-1：探討上方漩渦轉速對形成雙漩渦的時間與現象的影響

1. 控制變因：甘油 5cm 水 9cm、 $L=2\text{cm}$ 、 $Hl=1.5\text{cm}$ 、 $\omega b=1000\text{RPM}$ 、 $H=5\text{cm}$ 。
2. 操縱變因： $\omega=350\text{RPM}$ 、 375RPM 、 400RPM 、 425RPM 、 450RPM 。
3. ω 改變時的 Δt 平均圖表分析。

如圖表 1-1-1 所示分析：

圖表 1-1-1

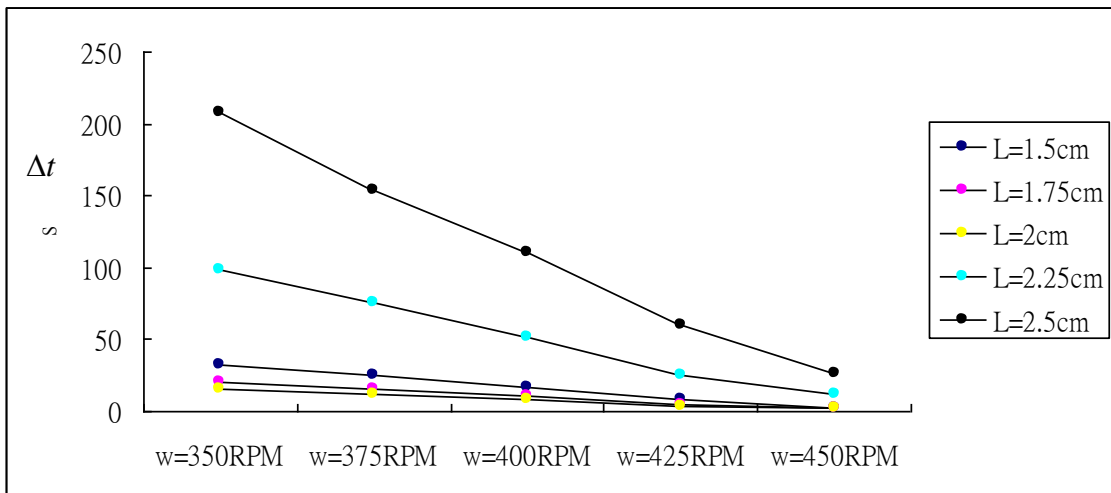


實驗 1-2：探討轉盤寬度對形成雙漩渦的時間與現象的影響

1. 控制變因：甘油 5cm 水 9cm、 $\omega=400\text{RPM}$ 、 $Hl=1.5\text{cm}$ 、 $\omega b=1000\text{RPM}$ 、 $H=5\text{cm}$ 。
2. 操縱變因： $L=1.5\text{cm}$ 、 1.75cm 、 2cm 、 2.25cm 、 2.5cm 。
3. L 、 ω 改變時的 Δt 平均圖表分析。

如圖表 1-2-1 表所示分析：

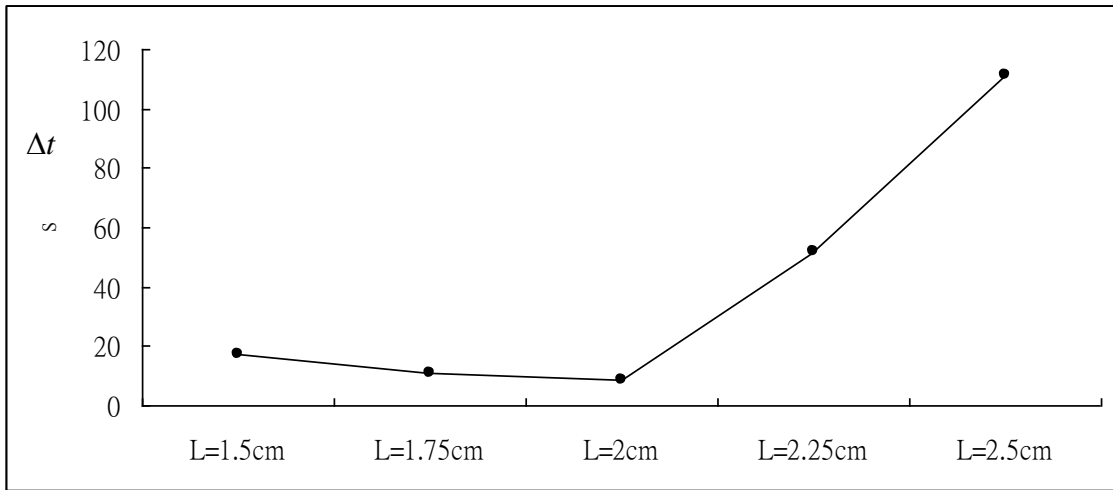
圖表 1-2-1



4. L 改變時的 Δt 平均變化趨勢。

如圖表 1-2-2 表所示分析：

圖表 1-2-2

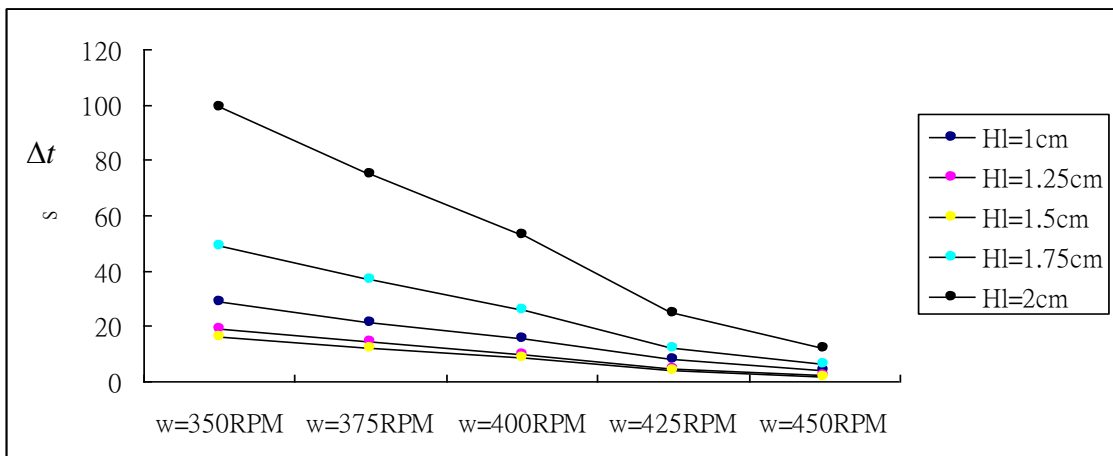


實驗 1-3：探討轉盤厚度對形成雙漩渦的時間與現象的影響

1. 控制變因：甘油 5cm 水 9cm、 $\omega=400\text{RPM}$ 、 $L=2\text{cm}$ 、 $\omega b=1000\text{RPM}$ 、 $H=5\text{cm}$ 。
2. 操縱變因： $Hl=1\text{cm}$ 、 1.25cm 、 1.5cm 、 1.75cm 、 2cm 。
3. Hl 、 ω 改變時的 Δt 平均圖表分析。

如圖表 1-3-1 所示分析：

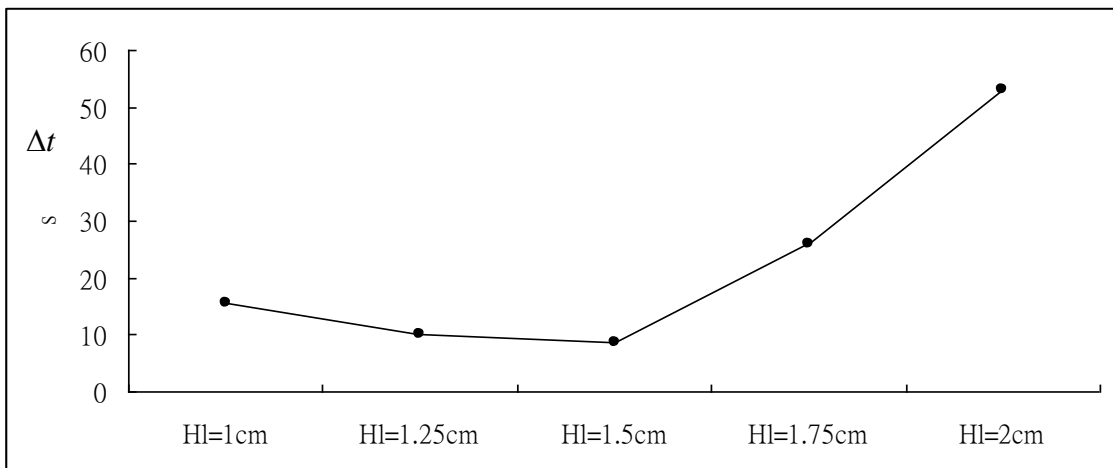
圖表 1-3-1



4. Hl 改變時的 Δt 平均變化趨勢。

如圖表 1-3-2 所示分析：

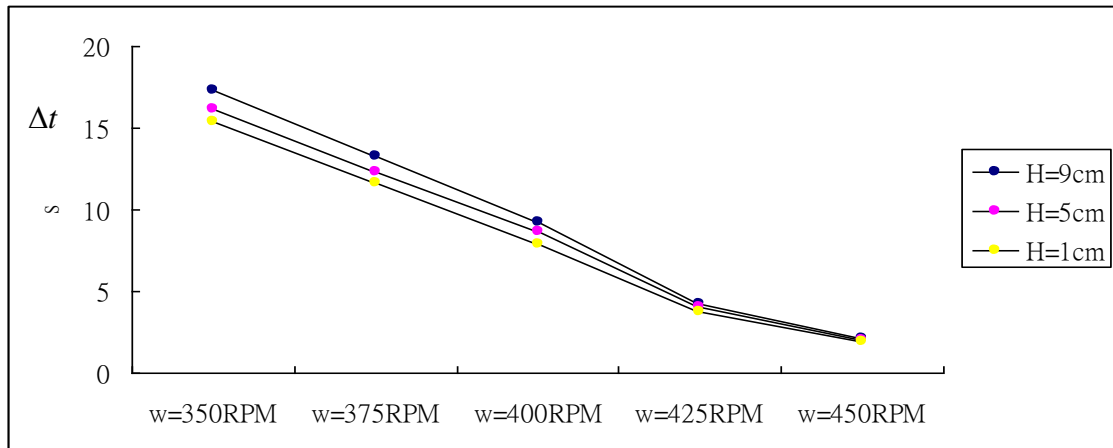
圖表 1-3-2



實驗 1-4：探討轉盤距離油面高度對形成雙漩渦時間與現象的影響

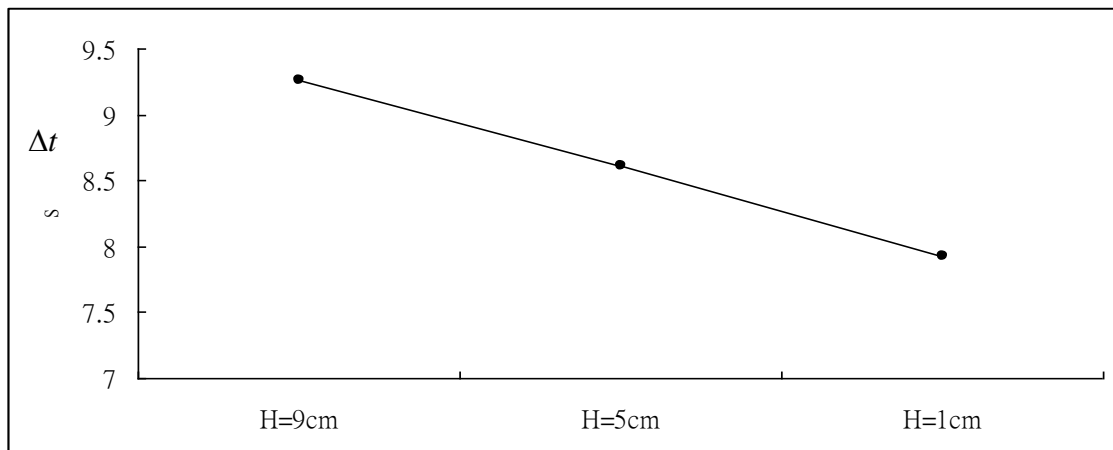
1. 控制變因：甘油 5cm 水 9cm、 $\omega=400\text{RPM}$ 、 $Hl=1.5\text{cm}$ 、 $L=2\text{cm}$ 、 $\omega b=1000\text{RPM}$ 。
2. 操縱變因： $H=1\text{cm}$ 、 5cm 、 9cm 。
3. H 、 ω 改變時的 Δt 平均圖表分析。
如圖表 1-4-1 所示分析：

圖表 1-4-1



4. H 改變時的 Δt 平均變化趨勢。
如圖表 1-4-2 所示分析：

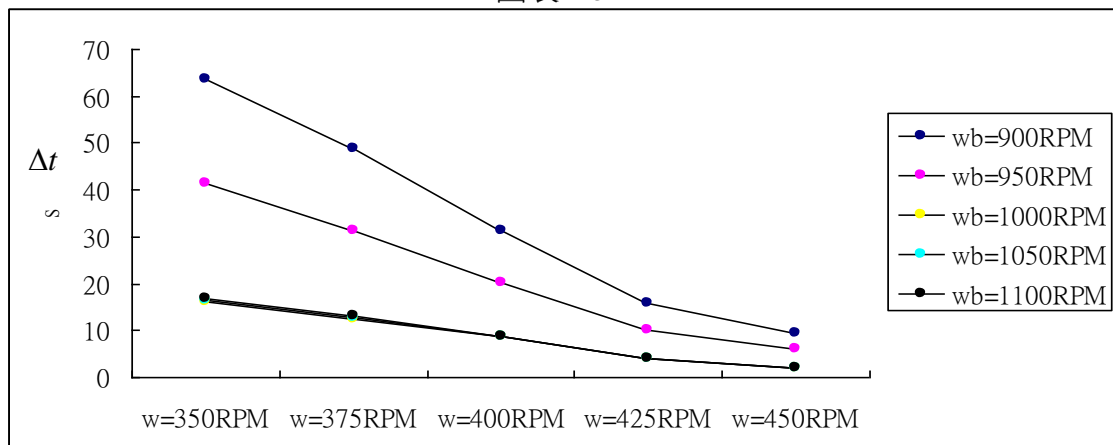
圖表 1-4-2



實驗 1-5：探討下方漩渦的轉速對形成雙漩渦時間與現象的影響

1. 控制變因：甘油 5cm 水 9cm、 $\omega=400\text{RPM}$ 、 $Hl=1.5\text{cm}$ 、 $L=2\text{cm}$ 、 $H=5\text{cm}$ 。
2. 操縱變因： $\omega b=900\text{RPM}$ 、 950RPM 、 1000RPM 、 1050RPM 、 1100RPM 。
3. ωb 、 ω 改變時的 Δt 平均圖表分析。
如圖表 1-5-1 所示分析：

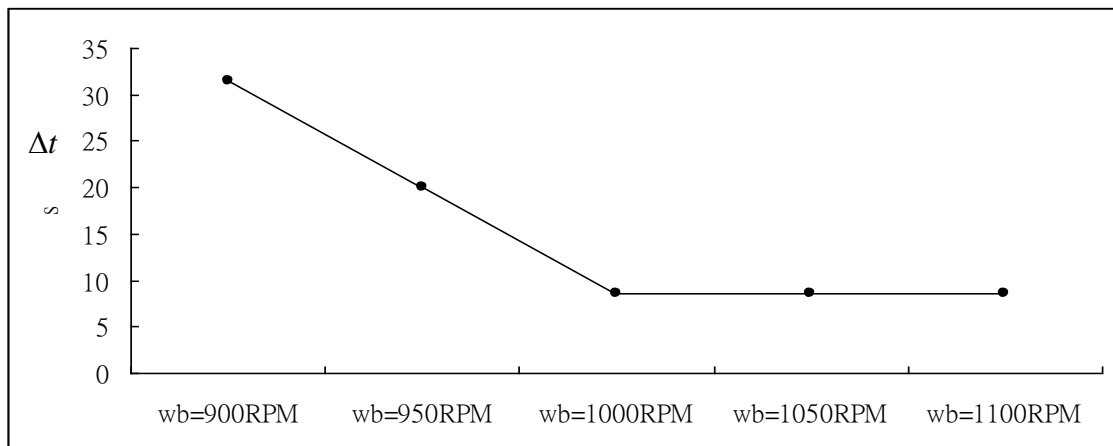
圖表 1-5-1



4. ωb 改變時的 Δt 平均變化趨勢。

如圖表 1-5-2 所示分析：

圖表 1-5-2



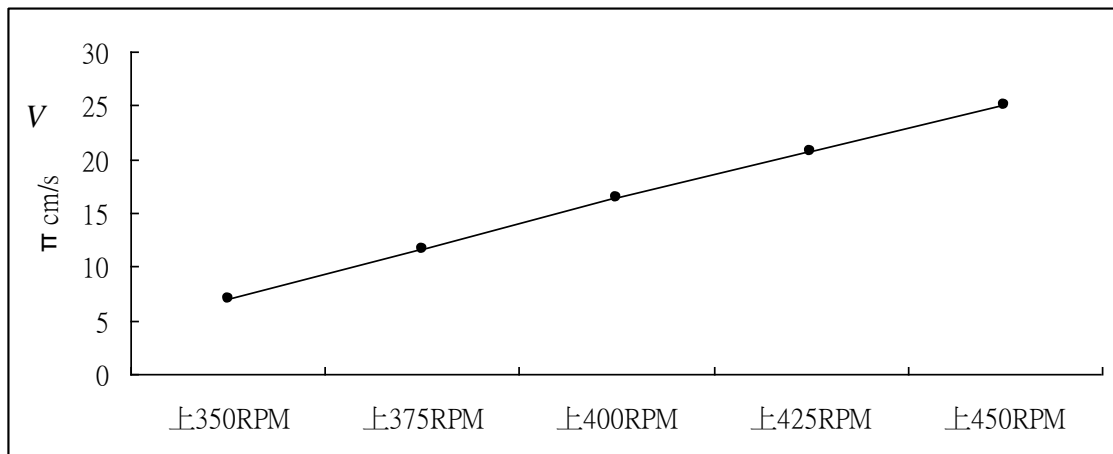
實驗 2：觀察物體在雙漩渦中切線速率的研究

實驗 2-1：觀察轉盤轉速對雙漩渦中紅墨水切線速率的影響

1. 控制變因：甘油 5cm 水 9cm、 $L=2\text{cm}$ 、 $Hl=1.5\text{cm}$ 、 $\omega b=1000\text{RPM}$ 、 $H=5\text{cm}$ 。
2. 操縱變因： $\omega=350\text{RPM}$ 、 375RPM 、 400RPM 、 425RPM 、 450RPM 。
3. ω 改變時的平均 V 圖表分析。

如圖表 2-1-1 所示分析：

圖表 2-1-1

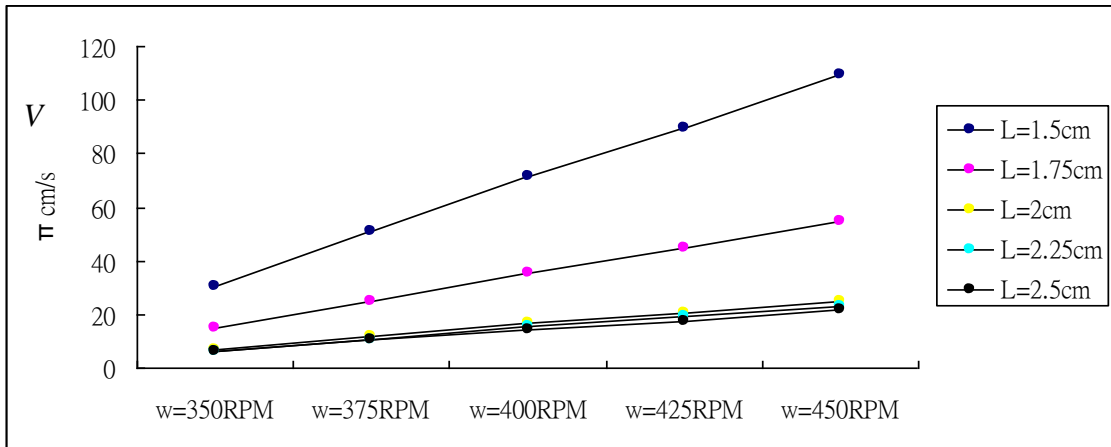


實驗 2-2：觀察轉盤寬度對雙漩渦中紅墨水顏料切線速率的影響

1. 控制變因：甘油 5cm 水 9cm、 $\omega=400\text{RPM}$ 、 $Hl=1.5\text{cm}$ 、 $\omega b=1000\text{RPM}$ 、 $H=5\text{cm}$ 。
2. 操縱變因： $L=1.5\text{cm}$ 、 1.75cm 、 2cm 、 2.25cm 、 2.5cm 。
3. L 、 ω 改變時的平均 V 圖表分析。

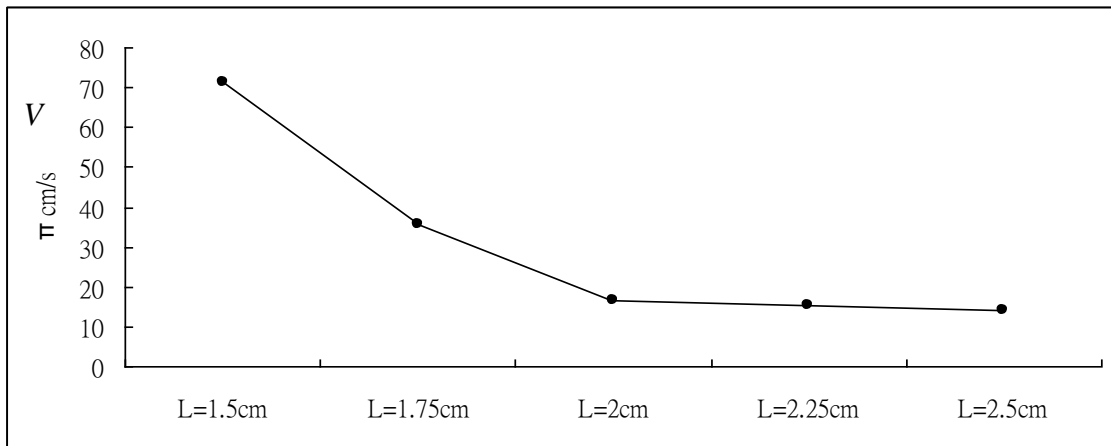
如圖表 2-2-1 所示分析：

圖表 2-2-1



4. L 改變時的平均 V 變化趨勢。
如圖表 2-2-2 所示分析：

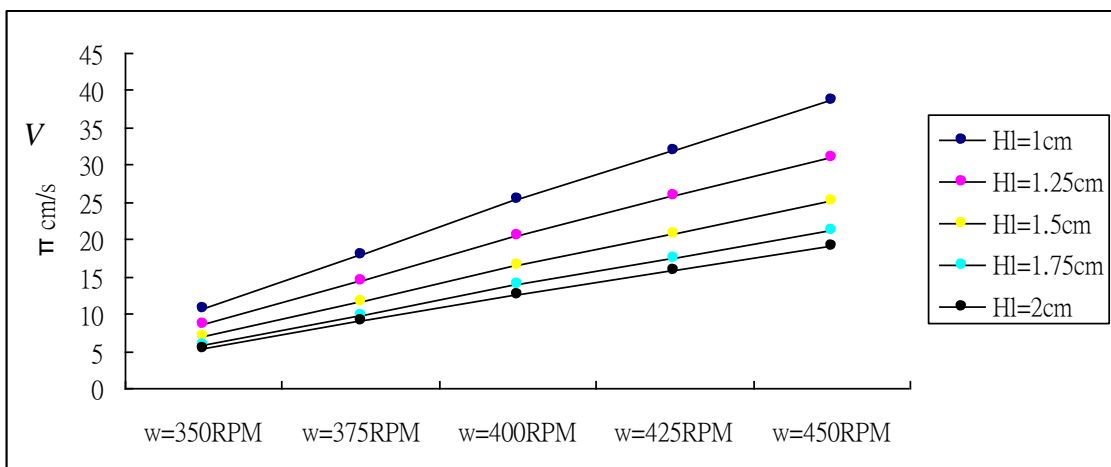
圖表 2-2-2



實驗 2-3：觀察轉盤厚度對雙漩渦中紅墨水顏料切線速率的影響

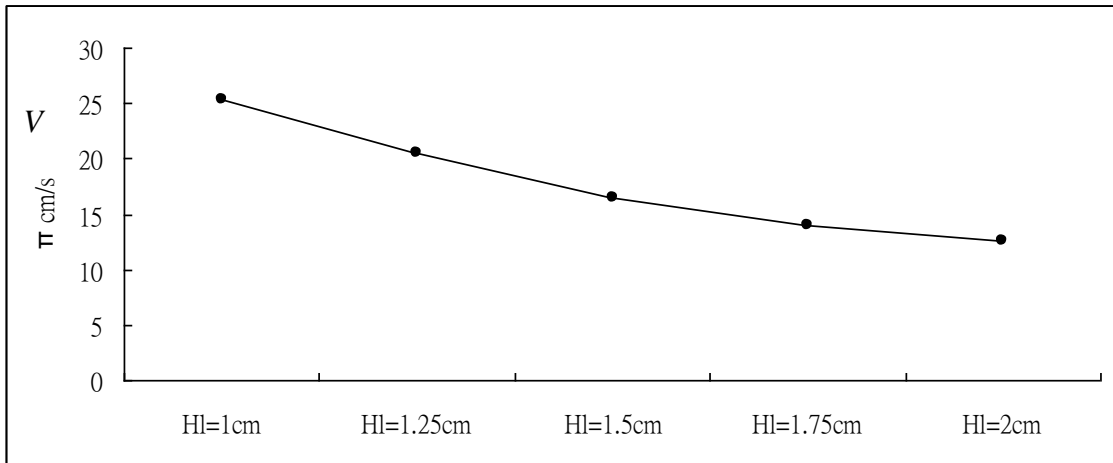
1. 控制變因：甘油 5cm 水 9cm、 $\omega=400\text{RPM}$ 、 $L=2\text{cm}$ 、 $\omega b=1000\text{RPM}$ 、 $H=5\text{cm}$ 。
2. 操縱變因： $Hl=1\text{cm}$ 、 1.25cm 、 1.5cm 、 1.75cm 、 2cm 。
3. Hl 、 ω 改變時的平均 V 圖表分析。
如圖表 2-3-1 所示分析：

圖表 2-3-1



4. Hl 改變時的平均 V 變化趨勢。
如圖表 2-3-2 所示分析：

圖表 2-3-2

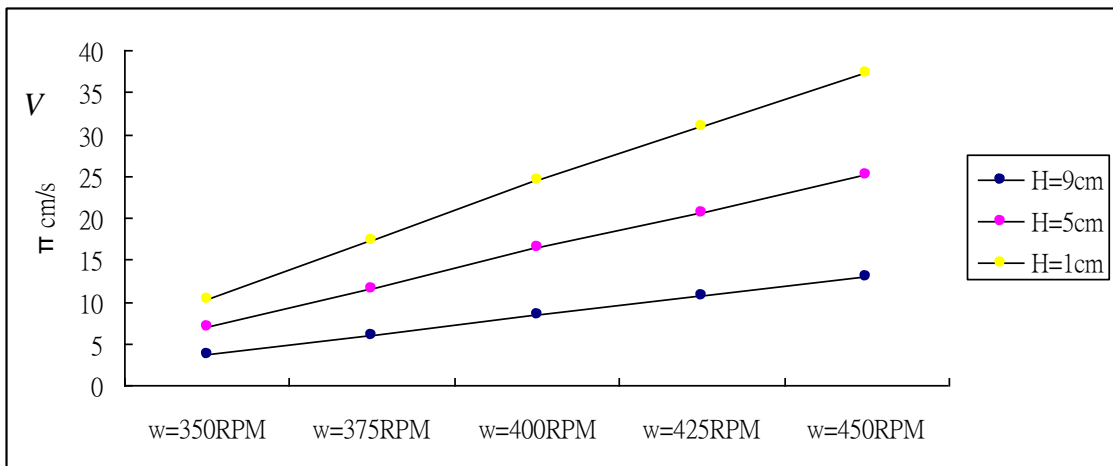


實驗 2-4：觀察轉盤距離油面高度對雙漩渦中紅墨水切線速率的影響

1. 控制變因：甘油 5cm 水 9cm、 $\omega=400\text{RPM}$ 、 $Hl=1.5\text{cm}$ 、 $L=2\text{cm}$ 、 $\omega b=1000\text{RPM}$ 。
2. 操縱變因： $H=1\text{cm}$ 、 5cm 、 9cm 。
3. H 、 ω 改變時的平均 V 圖表分析。

如圖表 2-4-1 所示分析：

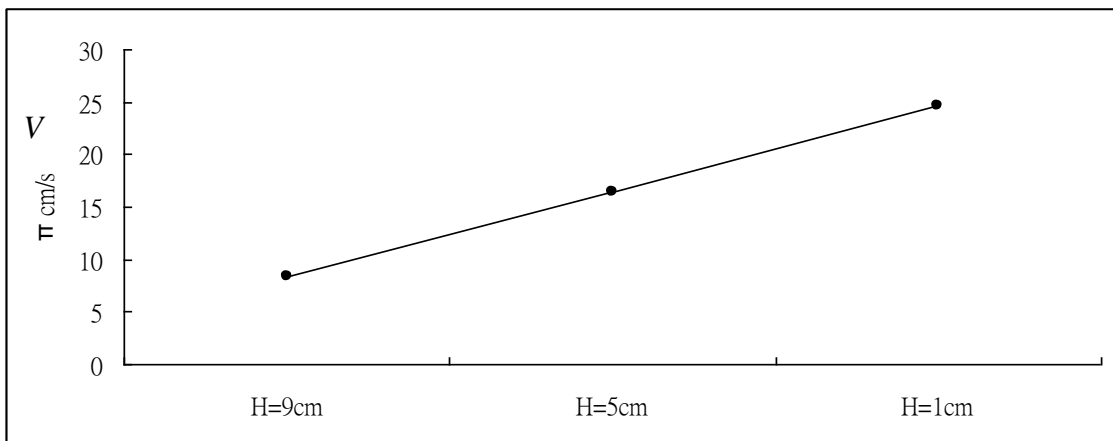
圖表 2-4-1



4. H 改變時的平均 V 變化趨勢。

如圖表 2-4-2 所示分析：

圖表 2-4-2

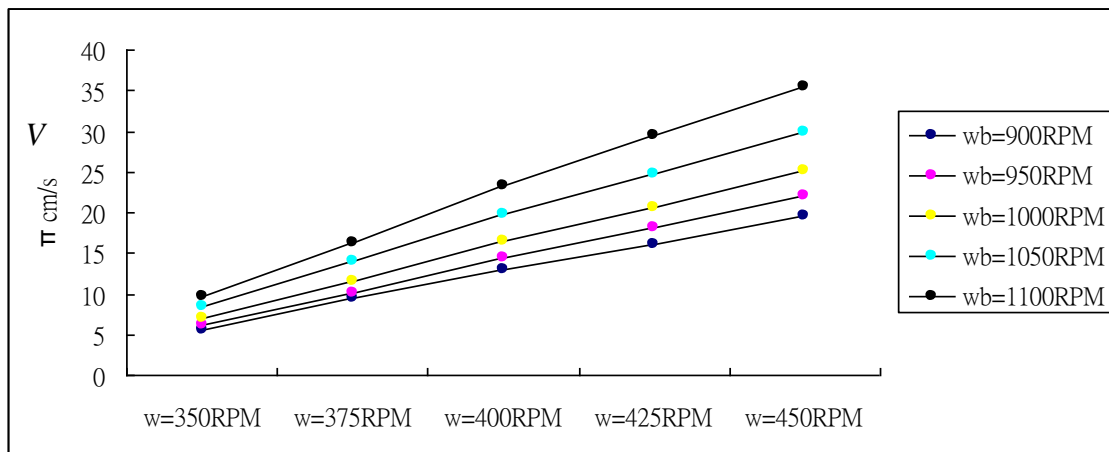


實驗 2-5：觀察下方漩渦的轉速對雙漩渦中紅墨水切線速率的影響

1. 控制變因：甘油 5cm 水 9cm、 $\omega=400\text{RPM}$ 、 $Hl=1.5\text{cm}$ 、 $L=2\text{cm}$ 、 $H=5\text{cm}$ 。
2. 操縱變因： $\omega b=900\text{RPM}$ 、 950RPM 、 1000RPM 、 1050RPM 、 1100RPM 。
3. ωb 、 ω 改變時的平均 V 圖表分析。

如圖表 2-5-1 所示分析：

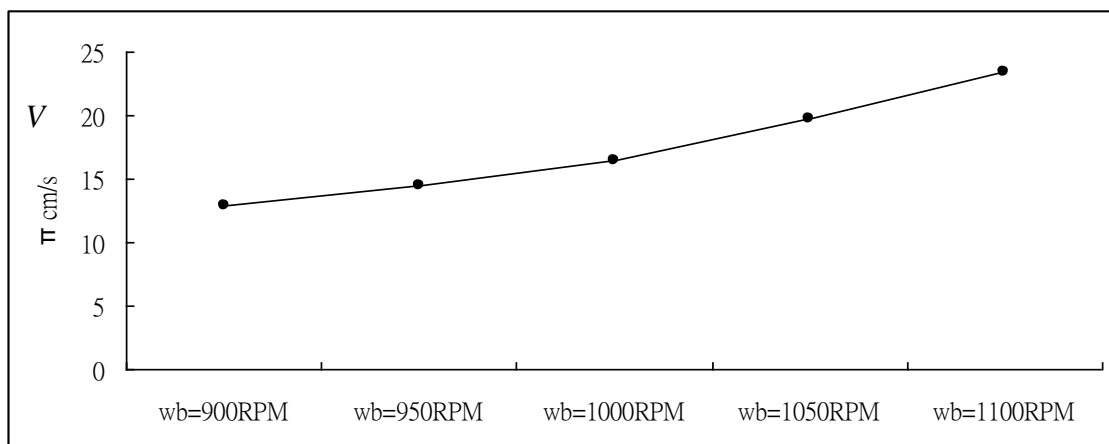
圖表 2-5-1



4. ωb 改變時的平均 V 變化趨勢。

如圖表 2-5-2 所示分析：

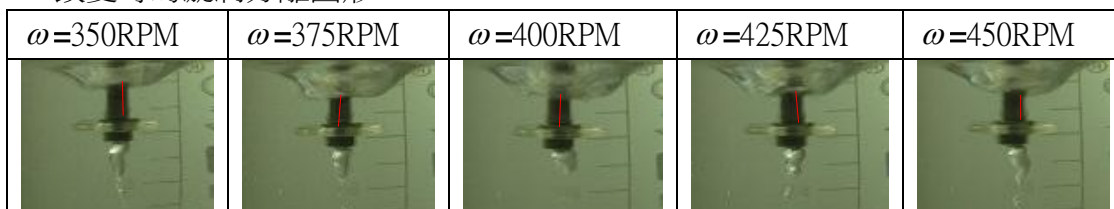
圖表 2-5-2



實驗 3：漩渦分離的研究

實驗 3-1：觀察轉盤轉速對漩渦分離的影響

1. 控制變因：水深=15cm、 $L=2\text{cm}$ 、 $Hl=1.5\text{cm}$ 、 $\omega b=1000\text{RPM}$ 、 $H=5\text{cm}$ 。
2. 操縱變因： $\omega=350\text{RPM}$ 、 375RPM 、 400RPM 、 425RPM 、 450RPM 。
3. ω 改變時的漩渦分離圖形。

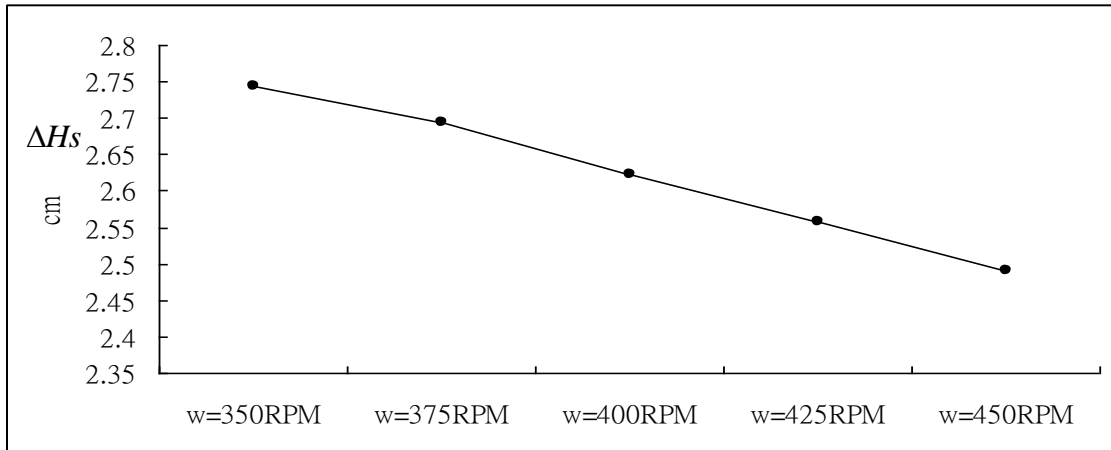


由上五圖和數據可知，轉速的增加是一個漸減的變量。

4. ω 改變時的平均 ΔH_s 圖表分析。

如圖表 3-1-1 所示分析：

圖表 3-1-1



實驗 3-2：觀察轉盤寬度對漩渦分離的影響

1. 控制變因：水深 15cm、 $\omega=400\text{RPM}$ 、 $Hl=1.5\text{cm}$ 、 $\omega b=1000\text{RPM}$ 、 $H=5\text{cm}$ 。
2. 操縱變因： $L=1.5\text{cm}$ 、 1.75cm 、 2cm 、 2.25cm 、 2.5cm 。
3. L 、 ω 改變時的漩渦分離圖形。

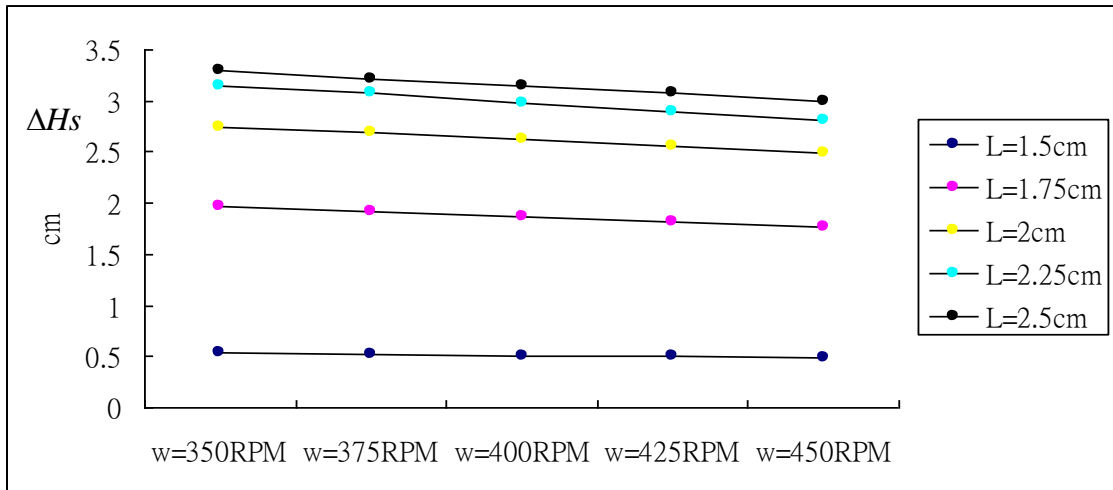
ω	$\omega=350\text{RPM}$	$\omega=375\text{RPM}$	$\omega=400\text{RPM}$	$\omega=425\text{RPM}$	$\omega=450\text{RPM}$
控制變因					
$L=1.5\text{cm}$					
$L=1.75\text{cm}$					
$L=2\text{cm}$					
$L=2.25\text{cm}$					
$L=2.5\text{cm}$					

由上二十五圖和數據可知，轉盤的寬度的增加是一個漸增的變量。

4. L 、 ω 改變時的平均 ΔH_s 圖表分析。

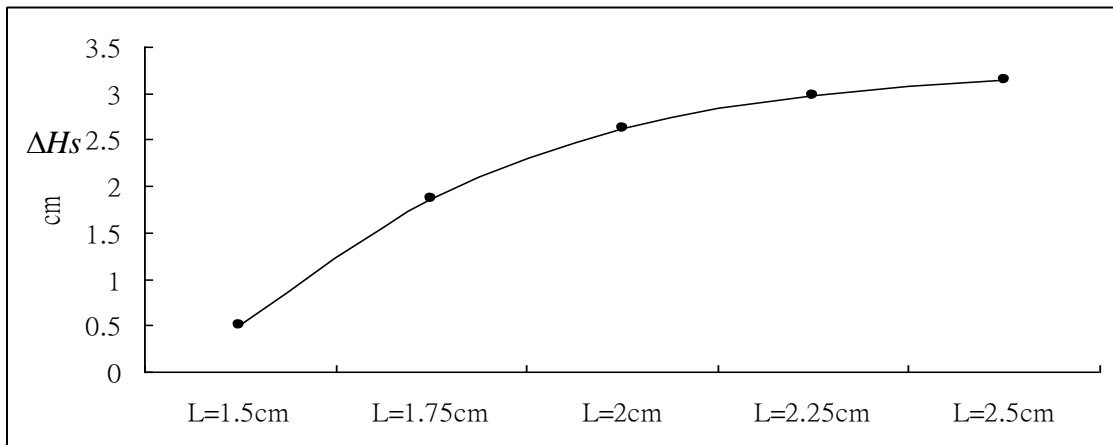
如圖表 3-2-1 所示分析：

圖表 3-2-1



5. L 改變時的 ΔH_s 變化趨勢。
如圖表 3-2-2 所示分析：

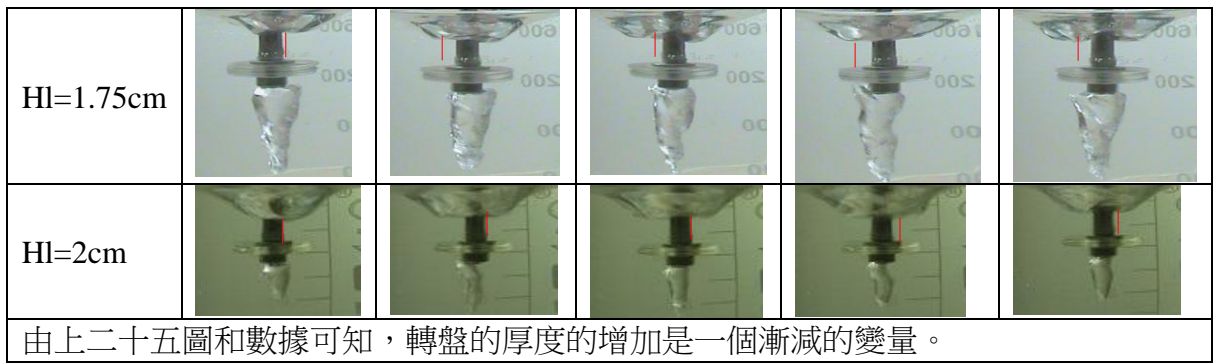
圖表 3-2-2



實驗 3-3：觀察轉盤厚度對漩渦分離的影響

1. 控制變因：水深 15cm、 $L=2\text{cm}$ 、 $\omega=400\text{RPM}$ 、 $\omega_b=1000\text{RPM}$ 、 $H=5\text{cm}$ 。
2. 操縱變因： $Hl=1\text{cm}$ 、 1.25cm 、 1.5cm 、 1.75cm 、 2cm 。
3. Hl 、 ω 改變時的漩渦分離圖形。

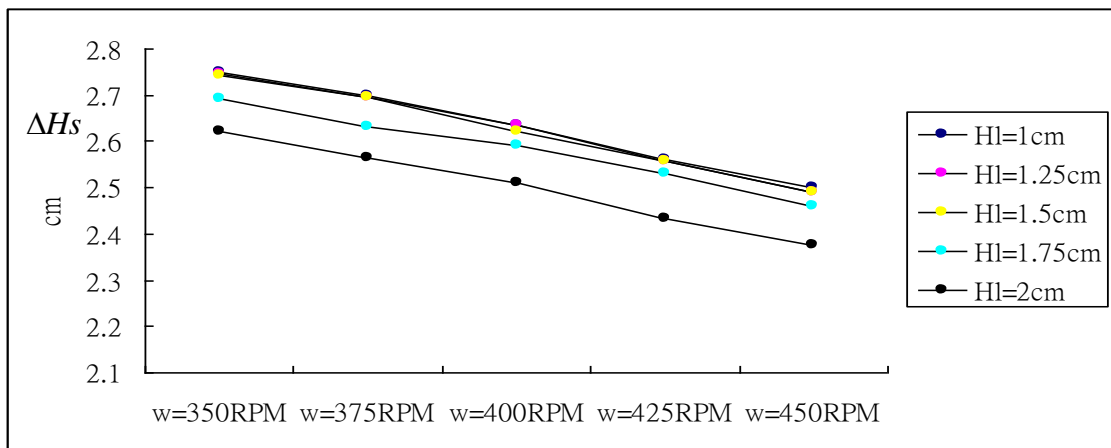
控制變因	ω				
	$\omega=350\text{RPM}$	$\omega=375\text{RPM}$	$\omega=400\text{RPM}$	$\omega=425\text{RPM}$	$\omega=450\text{RPM}$
$Hl=1\text{cm}$					
$Hl=1.25\text{cm}$					
$Hl=1.5\text{cm}$					



4. HI 、 ω 改變時的平均 ΔH_s 圖表分析。

如圖表 3-3-1 所示分析：

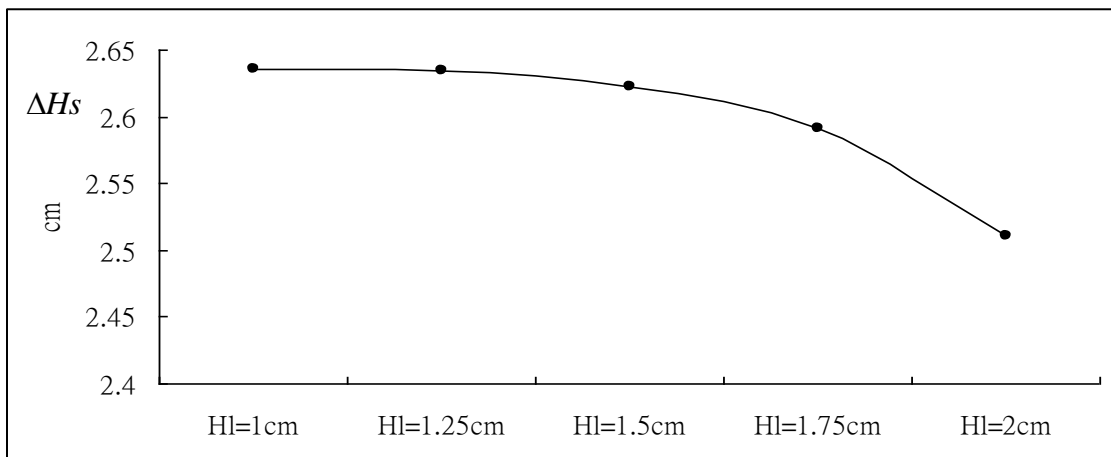
圖表 3-3-1



5. HI 改變時的 ΔH_s 變化趨勢。

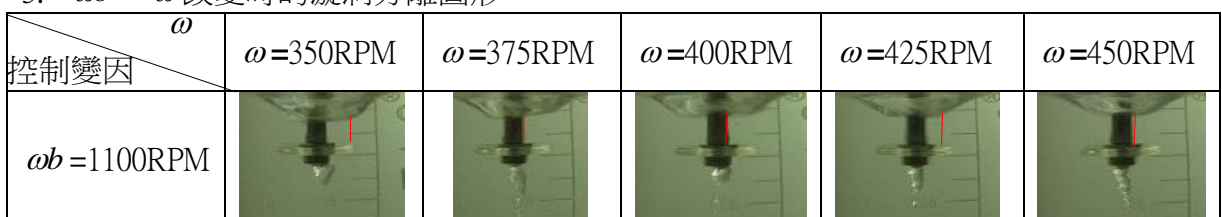
如圖表 3-3-2 所示分析：






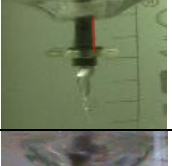



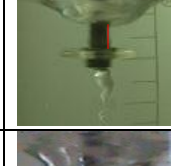
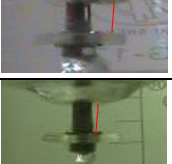
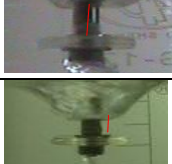



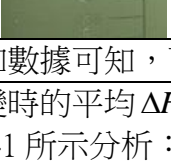

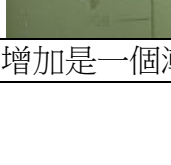


圖表 3-3-2



實驗 3-4：觀察下方漩渦的轉速對漩渦分離的影響

1. 控制變因：水深 15cm、 $\omega=400\text{RPM}$ 、 $HI=1.5\text{cm}$ 、 $L=2\text{cm}$ 、 $H=5\text{cm}$ 。
2. 操縱變因： $\omega b=900\text{RPM}$ 、 950RPM 、 1000RPM 、 1050RPM 、 1100RPM 。
3. ωb 、 ω 改變時的漩渦分離圖形。



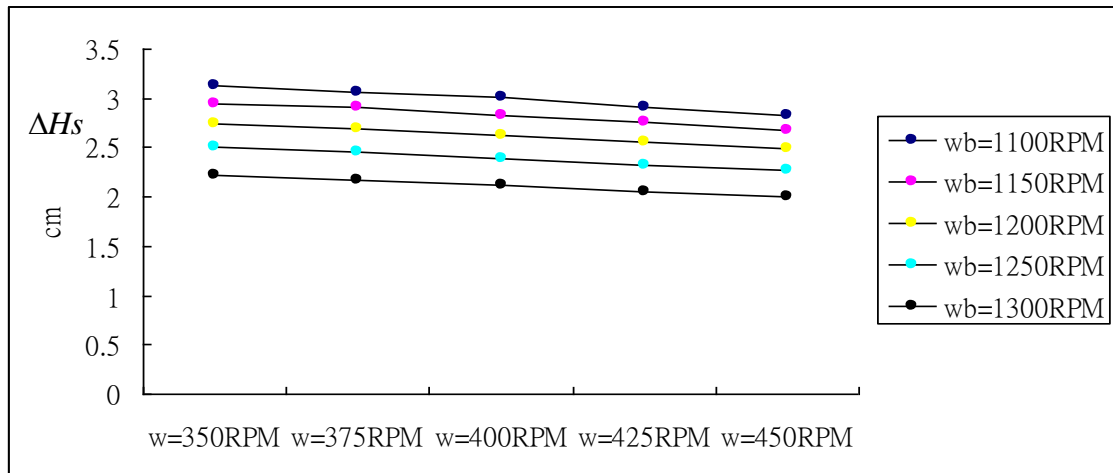
$\omega b = 1150\text{RPM}$					
$\omega b = 1200\text{RPM}$					
$\omega b = 1250\text{RPM}$					
$\omega b = 1300\text{RPM}$					

由上二十五圖和數據可知，下方漩渦轉速的增加是一個漸減的變量。

4. ωb 、 ω 改變時的平均 ΔH_s 圖表分析。

如圖表 3-4-1 所示分析：

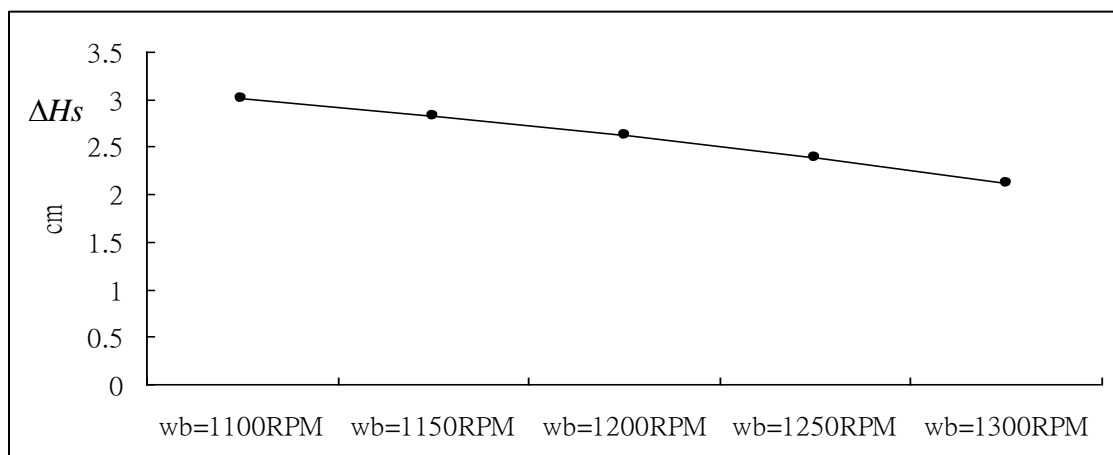
圖表 3-4-1



5. ωb 改變時的 ΔH_s 變化趨勢。

如圖表 3-4-2 所示分析：

圖表 3-4-2



陸、討論

一、雙漩渦狀態的探討

(一) 雙漩渦狀態：

圖 1-1、1-2、1-3、1-4 為甘油混水以及水的雙漩渦。我推測雙漩渦是雙螺旋碎形的一種，圖 1-5 為雙螺旋碎形的一種，比較圖 1-3 與圖 1-5。

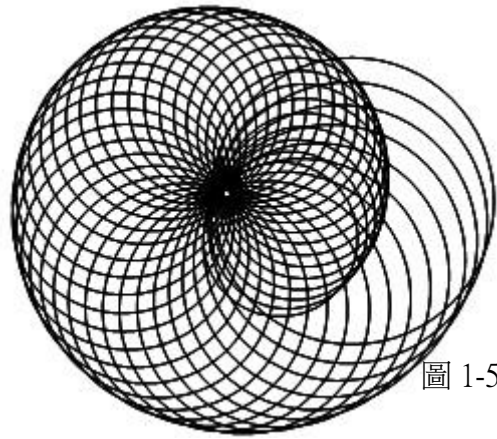
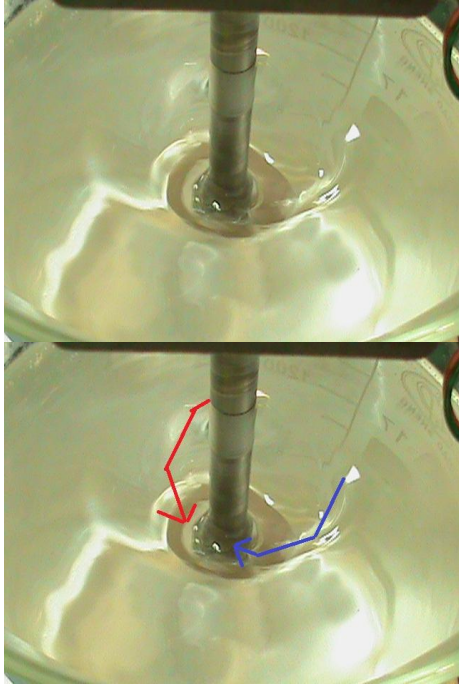
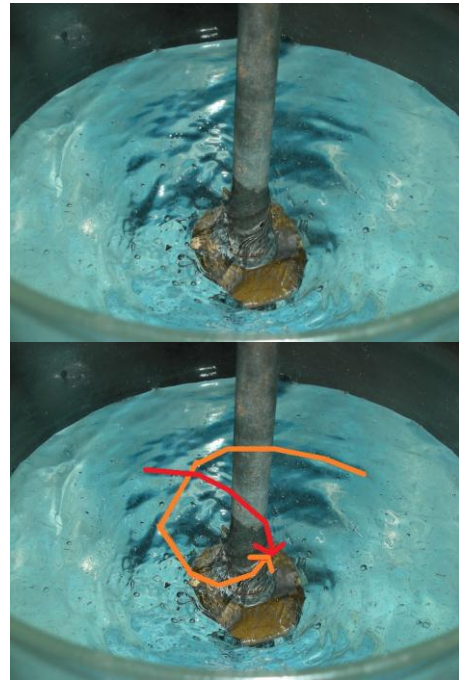


圖 1-5



甘油混水雙漩渦：圖 1-1、圖 1-2



水雙漩渦圖 1-3、圖 1-4

雙漩渦存在之實驗證明：

如圖 1-6，圖中為雙漩渦之一部份小範圍的圖。圖中有紅色的墨水以及藍色的墨水，左上方是藍色墨水的注射管，右下方是紅墨水的注射管。兩種顏色的墨水由圖中可發現滴入的地方藍色墨水距離漩渦中心比較近，由於下方漩渦的轉速大於上方漩渦的轉速大部分的物質很容易被下方漩渦吸入，因此墨水若是要往上方漩渦吸水的方向前進的話，越靠近上方漩渦中心越有機會。又紅色墨水距離上方漩渦中心較遠，所以兩種顏色的墨水行進的水道是不同的水道。結果顯示紅色墨水往下方漩渦吸水的方向前進，藍色墨水往上方漩渦吸水的方向前進。



圖 1-6

由這張圖所示，藍色墨水的軌跡為向順時針方向前進與紅色墨水的軌跡向逆時針方向前進相反，因為墨水會有兩種路徑可以行進，就代表有兩個往不同方向旋轉的漩渦同時存在。因此我就以兩種不同顏色的墨水驗證了當上下兩個漩渦各自往不同方向轉時，兩個漩渦不會相消，反而會產生共存的雙漩渦現象。而雙漩渦是否為組合漩渦的一種？根據定義，組合漩渦由強迫漩渦與自由漩渦組成，但雙漩渦是由兩個自由漩渦組成，故不為組合漩渦。

物體在雙漩渦逆時針或順時針行進的臨界：

現在已知物體在雙漩渦中可以往逆時針行進也可以向順時針前進。那麼其實可以求出一個往順時針或逆時針前進的臨界值，而經實驗發現不管什麼變因，都不會影響這個臨界值太多。條件：上方漩渦順時針，下方漩渦逆時針。求出：

- 1.當物體距離雙漩渦中心的距離 $> 1.25\text{cm}$ 時，只會逆時針前進。
- 2.當物體距離雙漩渦中心的距離 $\leq 1.25\text{cm}$ ， $\geq 0.51\text{cm}$ 時，都有可能。
- 3.當物體距離雙漩渦中心的距離 $< 0.51\text{cm}$ 時，只會順時針前進。

而從此次實驗中，又得知注入墨水量的多寡，不會影響臨界。

(二) ω 與 Δt 的關係：

數據分析：由數據可發現 ω 越大， Δt 越小。

實驗討論：轉盤轉速大表示被帶動的甘油混水的轉速比較快，因此有了速度差與壓力差，造成較大的切線速率與垂直向下速率，因此會比較快形成雙漩渦。

(三) L 與 Δt 的關係：

數據分析：由數據可發現 L 使 Δt 有下降後又上升的趨勢，臨界大約在 $L=2\text{cm}$ 左右，而通過極限後 Δt 又會上升。

實驗討論：轉盤寬度大表示帶動的甘油混水較多，所以被帶動的甘油混水的轉速會比較快，因此有了速度差與壓力差，造成較大的切線速率與垂直向下速率，因此會比較快形成雙漩渦。由於不但快，又同時帶動了更多的甘油混水，因此數據會呈現劇烈變化。而數據逼近極限後又上升到底有什麼含意？在此狀態下，因為帶動的甘油混水因過多又過快，本身結構負荷不住，因此在形成雙漩渦前就先散成亂波了。雖然有在實驗中發現，但因為這是一瞬間發生的，所以沒有捕捉到影像。

(四) HI 與 Δt 的關係：

數據分析：由數據可發現 HI 使 Δt 有下降後又上升的趨勢，臨界大約在 $HI=1.5\text{cm}$ 左右，而通過極限後 Δt 又會上升。

實驗討論：轉盤厚度大表示帶動的甘油混水較多，所以被帶動的甘油混水的轉速會比較快，因此有了速度差與壓力差，造成較大的切線速率與垂直向下速率，因此比較快形成雙漩渦。但相較於實驗 1-2，由於實驗 1-3 體積變化量比較小，因此數據的變化程度也比較小。而數據逼近極限後又上升的含意與實驗 1-2 相同，皆是因為結構負荷不住，產生亂波。

(五) H 與 Δt 的關係：

數據分析：由數據可發現 H 越大， Δt 越大。

實驗討論：轉盤距離液面高度大表示上方漩渦要抽的甘油混水越多，但因為還是有一定的轉速，因此數據圖形會呈現緩慢變化的樣子。

(六) ωb 與 Δt 的關係：

數據分析：由數據可發現 ωb 越大， Δt 越小。

實驗討論：下方漩渦的轉速大表示被帶動的甘油混水的轉速比較快，因此有了速度差與壓力差，造成較大的切線速率與垂直向下速率，因此會比較快形成雙漩渦。而此變因的極限約為 $\omega b=1000\text{RPM}$ ，實驗結果顯示 1000RPM 與 1050RPM 形成雙漩渦的時間差不多。而為何不會有實驗 1-2 數據逼近極限後又上升的狀況呢？因為此狀態只是加快油混水的轉速，亂波是因為液體太多而混亂，因此不會有亂波。

二、雙漩渦切線速率的探討

(一) 切線：

圖 2-1 為紅墨水沿著漩渦線向著漩渦中心前進的圖。根據定義的部分，即為沿著切線方向，速率為 k 並且具備向心力的物體所走過的路徑。因此紅墨水之軌跡即為漩渦上切線速率為 k 一物體的行進的路徑。



圖 2-1

(二) ω 與 V 的關係：

數據分析：由數據可發現 ω 越大， V 越大。

實驗討論：轉盤轉速大表示被帶動的甘油混水的轉速比較快，因此有了速度差，因此就造成了較大的切線速率。

(三) L 與 V 的關係：

數據分析：由數據可發現 L 越大， V 越小。

實驗討論：轉盤寬度大表示帶動的甘油混水較多，所以被帶動的甘油混水的轉速比較快，因此有了速度差，有速率上的增加，為什麼切線速率還會變慢？因為此狀態下運動的甘油混水太多了，阻擋了切線速率的增加。而此時 $L=2.5\text{cm}$ 也幾乎逼近了極限。

(四) Hl 與 V 的關係：

數據分析：由數據可發現 Hl 越大， V 越小。

實驗討論：轉盤厚度大表示帶動的甘油混水較多，所以被帶動的甘油混水的轉速比較快，因此有了速度差，有速率上的增加，而切線速率變慢的原因與實驗 2-2 相同。而此時 $Hl=2\text{cm}$ 也幾乎逼近了極限。但相較於實驗 2-2，由於實驗 2-3 體積變化量比較小，因此數據的變化程度也比較小，所以在逼近極限時，實驗 2-3 較實驗 2-2 緩慢一些。

(五) H 與 V 的關係：

數據分析：由數據可發現 H 越大， V 越小。

實驗討論：轉盤距離液面高度大表示上方漩渦要抽的甘油混水越多，因此切線速率會降低。

(六) ωb 與 V 的關係：

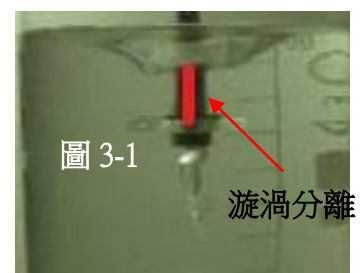
數據分析： ωb 越大， V 越大。

實驗討論：下方漩渦的轉速大表示被帶動的甘油混水的轉速比較快，因此有了速度差，造成較大的切線速率。此狀態下的數據是一個緩慢變化的圖形，不同於實驗 2-1 的是下方漩渦帶動的是全部的甘油混水，上方漩渦只有上方的一部分，所以實驗 2-5 的數據變化會比較緩慢。

三、漩渦分離狀態的探討

(一) 漩渦分離狀態：

如圖 3-1，漩渦分離是雙漩渦狀態中獨有的現象。當雙漩渦形成之後，中間會出現一個斷層，而這個斷層看似之下整個漩渦的結構並沒有被破壞，根據漩渦中和現象的解釋，兩個漩渦堆疊在一起時，整個狀態會被往上抬升，而這個現象說不定是因為漩渦中和抬升了某種原本單個漩渦的現象。



(二) 漩渦分離的分析

1. 漩渦分離與漩渦崩潰

在研究[1]中有提到，單純的一個漩渦，在兩種互不溶的溶液之上方旋轉時，會產生漩渦崩潰現象。圖 3-2 為漩渦崩潰的簡易原理。

漩渦崩潰現象大致上可分為兩種型態：

1. 泡型漩渦崩潰：崩潰發生時，回流和渦流在崩潰點相遇產生球形的泡狀物，如圖 3-3 所示。
2. 螺旋型漩渦崩潰：崩潰現象發生時，回流和渦流在崩潰點相遇時會散開，產生螺旋形狀的軌跡並持續向上升，如圖 3-4 所示。

而到這裡不禁使我思考，如果此時在雙漩渦現象中，轉盤被看成漩渦崩潰現象中的

兩種互不溶的溶液交界面，那漩渦分離就是抬升泡型漩渦崩潰的新現象，因此我認為漩渦分離可能與漩渦崩潰有關係。

2. 將漩渦分離量化成函數

既然猜測漩渦分離可能與漩渦崩潰有雷同之處，那就必須進一步分析漩渦分離的結構。漩渦如果從側面看，

會是一個線對稱的圖形，如圖 3-5、圖 3-6、圖 3-7， f_3 、 f_4 兩個二次函數，若不給定極值，則會有很多種不同的函數形態，但是 f_3 、 f_4 在某種狀況下會是同一種二次函數： f_1 ，對此函數做函數圖形，做出原漩渦模擬路徑。

f_1 、 f_2 是兩個可以求出來的二次函數圖形(f_1 的極值設定在擷取出的影像的漩渦模擬路徑與水面之接觸點， f_2 為 f_3 、 f_4 的交集部份函數， f_3 、 f_4 不給定極值)， f_5 是當只有上方漩渦在旋轉

時，與轉盤下方一小塊顯現出漩渦的狀態近行函數分析，並畫出的函數圖形， f_6 是根據只有下方漩渦在旋轉時，所造成顯示狀態進行函數分析，並畫出的函數圖形 (f_5 、 f_6 的極值設定在擷取出的影像的漩渦模擬路徑與水面之接觸點，而 f_6 在 $\omega b \geq 1000\text{RPM}$ 時，漩渦的深度會到 15cm，之後若再增加轉速，只會使漩渦變細)。在黃順雄的書籍[6]中有提到，當只有單純的漩渦在旋轉時，轉速的改變會改變漩渦深入的深度，但幾乎不會改變漩渦模擬路徑之函數。當 f_1 、 f_2 、 f_3 、 f_4 都是一個可以求的值時且 f_5 、 f_6 是定值時，可以針對雙漩渦現象發生前的函數 f_5 、 f_6 與雙漩渦現象發生後的函數 f_1 、 f_2 、 f_3 、 f_4 進行比較，看雙漩渦現象發生後對漩渦模擬路徑函數所造成的影響，再去與「漩」麗奇「跡」—漩渦崩潰現象之探討中提到的漩渦崩潰做比較。

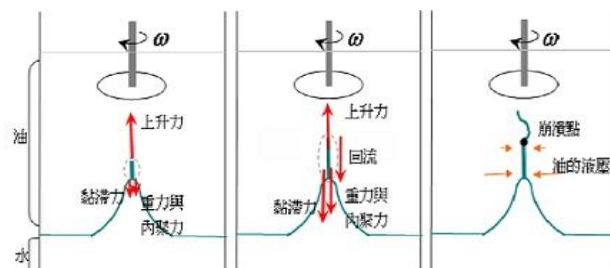


圖 3-2



圖 3-3 泡型漩渦崩潰



圖 3-4 螺旋型漩渦崩潰

圖片取自「漩」麗奇「跡」—漩渦崩潰現象之探討

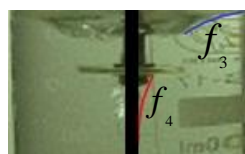


圖 3-5



圖 3-6

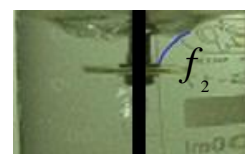


圖 3-7

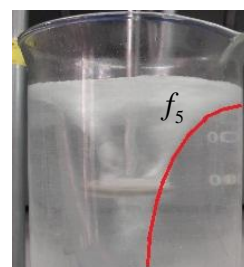


圖 3-8

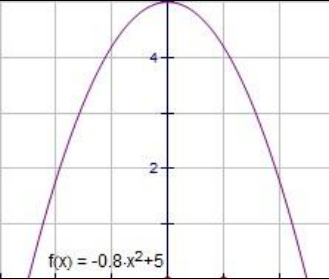
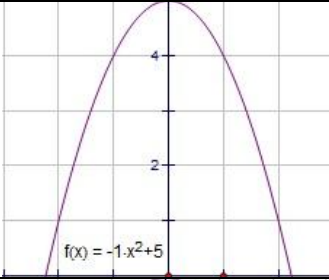
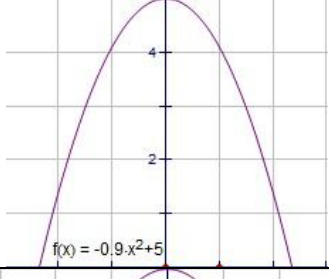
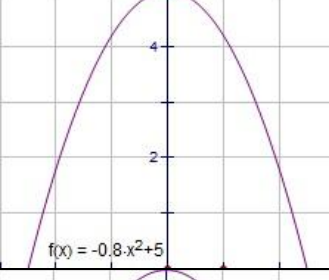
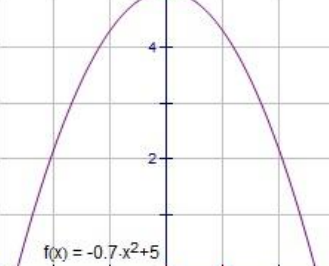


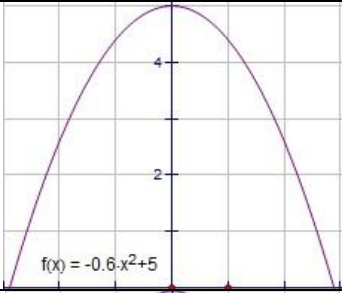
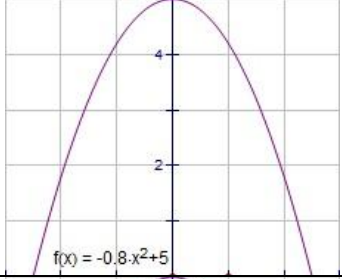
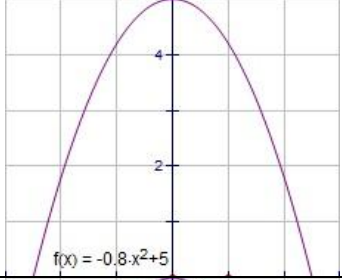
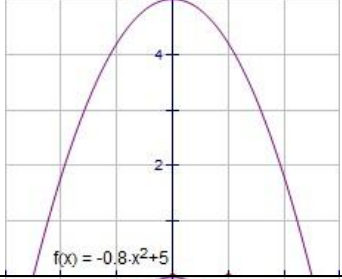
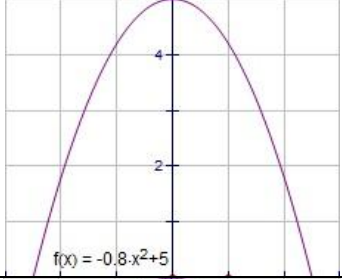
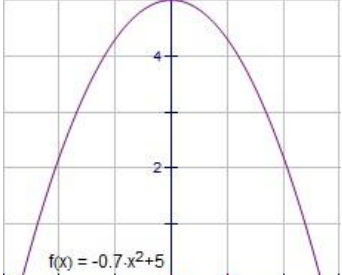
圖 3-9

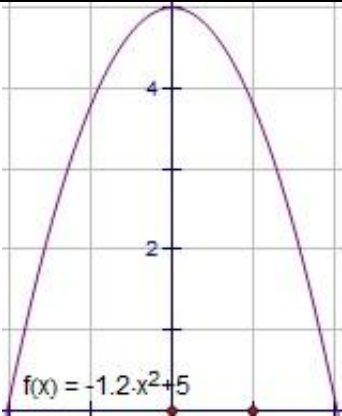
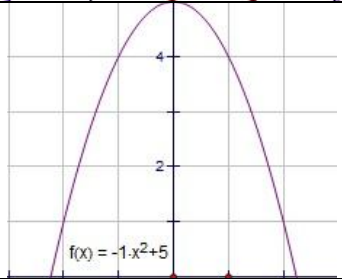
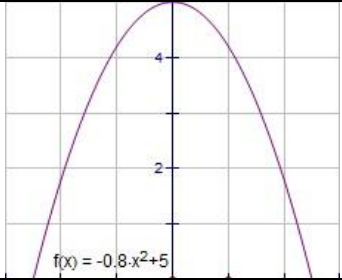
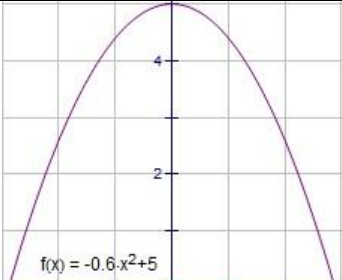
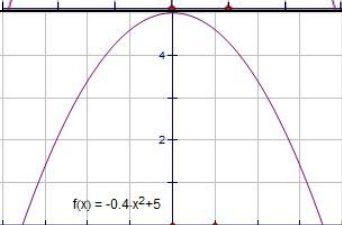
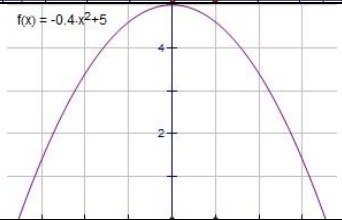
3. 二次函數化

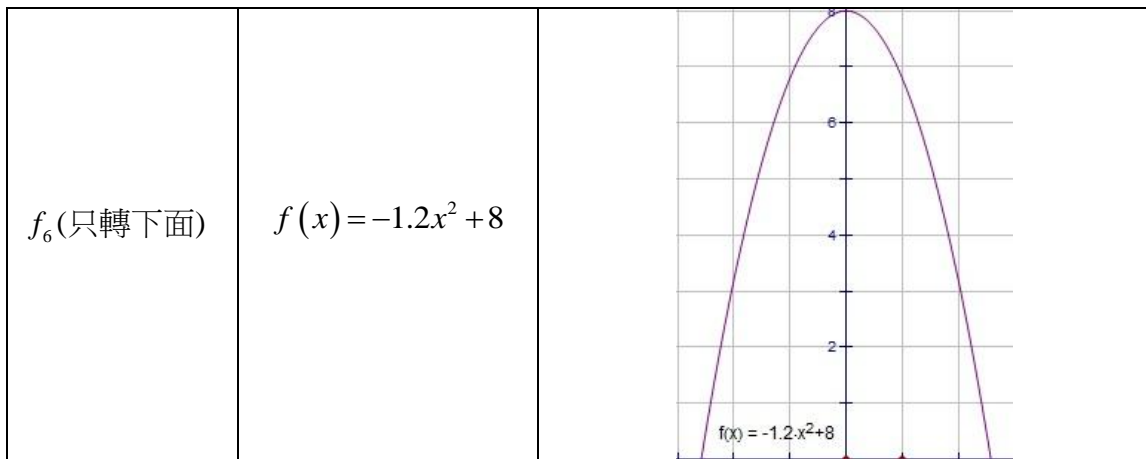
既然 f_5 、 f_6 是定值，那就對 f_5 、 f_6 取最清晰的影像分析，對每次實驗都做 f_1 、 f_2 、 f_3 、 f_4 即可(原影像見實驗結果)。令轉盤座標為 $y=0$ ， x 不給予限制。本部份全部用多個數學軟體支援，但二次函數各項只能求至小數點後第一位。分析順序：

① f_3 、 f_4 先分別求出可能 → ② 用函數交集法求出 f_2 → ③ 以 f_2 、 f_3 、 f_4 求出 f_1

控制變因 / f_1	f_1 (漩渦分離時做出的模擬函數) 函數	f_1 函數圖形
ω	$f(x) = -0.8x^2 + 5$	
$\omega b = 1100\text{RPM}$	$f(x) = -1x^2 + 5$	
$\omega b = 1150\text{RPM}$	$f(x) = -0.9x^2 + 5$	
$\omega b = 1200\text{RPM}$	$f(x) = -0.8x^2 + 5$	
$\omega b = 1250\text{RPM}$	$f(x) = -0.7x^2 + 5$	

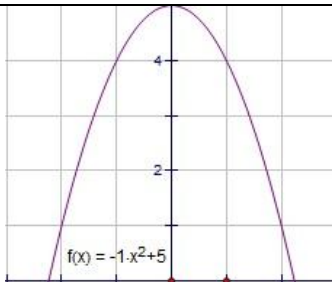
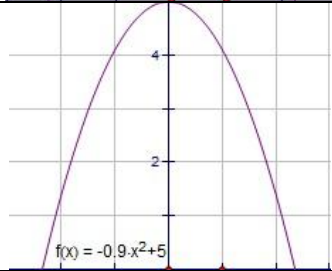
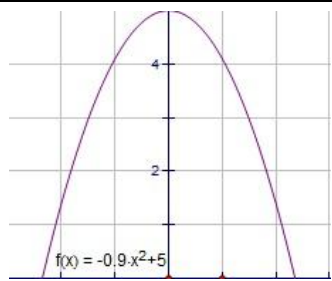
$\omega b = 1300\text{RPM}$	$f(x) = -0.6x^2 + 5$	
$Hl = 1\text{cm}$	$f(x) = -0.8x^2 + 5$	
$Hl = 1.25\text{cm}$	$f(x) = -0.8x^2 + 5$	
$Hl = 1.5\text{cm}$	$f(x) = -0.8x^2 + 5$	
$Hl = 1.75\text{cm}$	$f(x) = -0.8x^2 + 5$	
$Hl = 2\text{cm}$	$f(x) = -0.7x^2 + 5$	

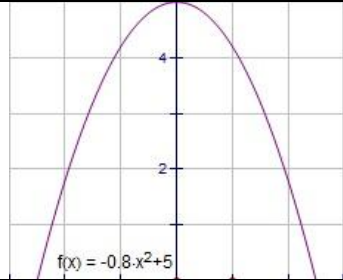
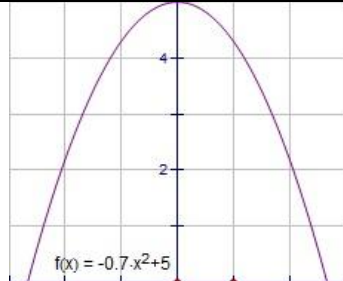
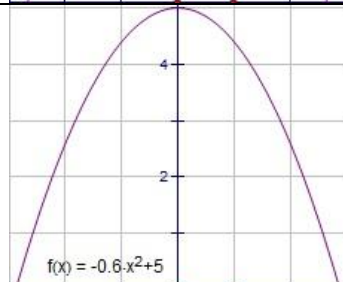
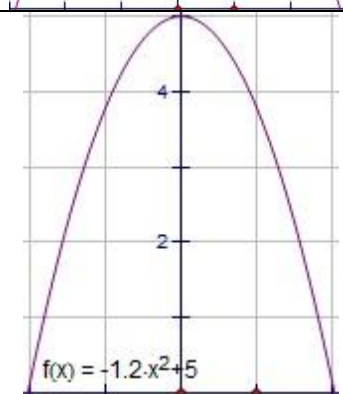
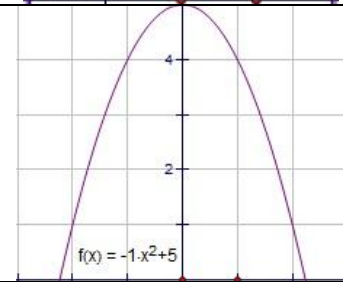
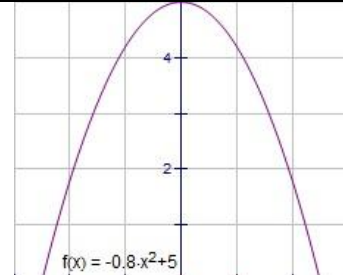
L=1.5cm	$f(x) = -1.2x^2 + 5$	
L=1.75cm	$f(x) = -1x^2 + 5$	
L=2cm	$f(x) = -0.8x^2 + 5$	
L=2.25cm	$f(x) = -0.6x^2 + 5$	
L=2.5cm	$f(x) = -0.4x^2 + 5$	
f_5 (只轉上面)	$f(x) = -0.4x^2 + 5$	

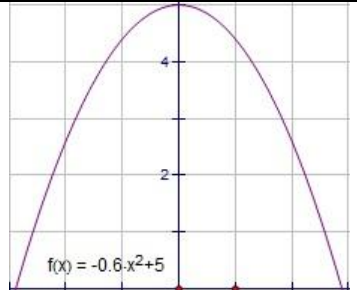
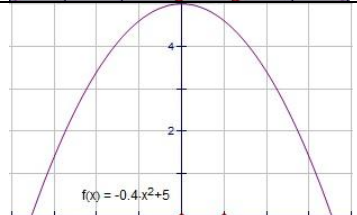


4. 分析

由這些 f_1 函數可發現似乎成一定的規律變化(此時 HI 不能拿來進行比較，見實驗結果，轉盤厚度的改變是一個對分離數變化極微的，漩渦分離的狀態幾乎不改變，且數學支援程式只能將二次函數的二次項係數算至小數點後第一位，非常不準，所以不進行討論)。如：下方漩渦轉速改變，每增加 50RPM， f_1 的二次項係數就會減少 0.1；轉盤寬度改變，每增加 0.25cm，二次項係數就會減少 0.2。

控制變因	f_1 函數圖形	分析
ω		將 ω 的 f_1 與 f_5 、 f_6 進行比較，可以發現 ω 的 f_1 為 f_5 、 f_6 之合成函數，表示雙漩渦現象發生後，使上下兩漩渦漩渦中和，產生新函數。
$\omega b = 1100\text{RPM}$		將 $\omega b = 1100\text{RPM}$ 的 f_1 與 f_5 、 f_6 進行比較，由於一開始不加入變因的原實驗 $\omega b = 1200\text{RPM}$ ，因 ωb 減少了 100RPM，所以合成函數之後，二次項係數因此減少了。
$\omega b = 1150\text{RPM}$		將 $\omega b = 1150\text{RPM}$ 的 f_1 與 f_5 、 f_6 進行比較，由於一開始不加入變因的原實驗 $\omega b = 1200\text{RPM}$ ，因 ωb 減少了 50RPM，所以合成函數之後，二次項係數因此減少了。

$\omega b = 1200\text{RPM}$		<p>將 $\omega b = 1200\text{RPM}$ 的 f_1 與 f_5、f_6 進行比較，可以發現 $\omega b = 1200\text{RPM}$ 的 f_1 為 f_5、f_6 之合成函數，表示雙漩渦現象發生後，使上下兩漩渦漩渦中和，產生新函數。</p>
$\omega b = 1250\text{RPM}$		<p>將 $\omega b = 1250\text{RPM}$ 的 f_1 與 f_5、f_6 進行比較，由於一開始不加入變因的原實驗 $\omega b = 1200\text{RPM}$，因 ωb 增加了 50RPM，所以合成函數之後，二次項係數因此增加了。</p>
$\omega b = 1300\text{RPM}$		<p>將 $\omega b = 1300\text{RPM}$ 的 f_1、f_2 與 f_5、f_6 進行比較，由於一開始不加入變因的原實驗 $\omega b = 1200\text{RPM}$，因 ωb 增加了 100RPM，所以合成函數之後，二次項係數因此增加了。</p>
$L = 1.5\text{cm}$		<p>將 $L = 1.5\text{cm}$ 的 f_1、f_2 與 f_5、f_6 進行比較，由於一開始不加入變因的原實驗 $L = 2\text{cm}$，因 L 減少了 0.5cm，所以合成函數之後，二次項係數因此減少了。</p>
$L = 1.75\text{cm}$		<p>將 $L = 1.75\text{cm}$ 的 f_1 與 f_5、f_6 進行比較，由於一開始不加入變因的原實驗 $L = 2\text{cm}$，因 L 減少了 0.25cm，所以合成函數之後，二次項係數因此減少了。</p>
$L = 2\text{cm}$		<p>將 $L = 2\text{cm}$ 的 f_1、f_2 與 f_5、f_6 進行比較，可以發現 $L = 2\text{cm}$ 的 f_1、f_2 為 f_5、f_6 之合成函數，表示雙漩渦現象發生後，使上下兩漩渦漩渦中和，產生新函數。</p>

L=2.25cm		將L=2.25cm的 f_1 與 f_5 、 f_6 進行比較，由於一開始不加入變因的原實驗L=2cm，因L增加了0.25cm，所以合成函數之後，二次項係數因此增加了。
L=2.5cm		將L=2.5cm的 f_1 、 f_2 與 f_5 、 f_6 進行比較，由於一開始不加入變因的原實驗L=2cm，因L增加了0.5cm，所以合成函數之後，二次項係數因此增加了。

既然因漩渦中和造成下方漩渦的深度往上抬升，那原本只有上方漩渦在旋轉的漩渦崩潰現象的兩種互不溶的溶液之介面往上抬升，到了轉盤附近形成新的介面(甚至有可能把轉盤變成了新介面)。所以可以說，雙漩渦現象把漩渦崩潰往上抬升，製造出了漩渦分離現象。

(三) ω 與分離數 ΔH_s 的關係：

數據分析：由數據可發現 ω 越大， ΔH_s 越小。

實驗討論：轉盤的轉速大就表示被帶動的水的轉速比較快，因此就有了速度差與壓力差，造成較大的切線速率與垂直向下速率，推測造成漩渦具有更大的動量去壓縮漩渦分離現象，不過仍然不足以完全壓縮這個作用力。

(四) L與 ΔH_s 的關係：

數據分析：由數據可發現L越大， ΔH_s 越大。

實驗討論：轉盤的寬度越大表示帶動的水較多，所以被帶動的水的轉速會比較快，因此就有了速度差與壓力差，造成較大的切線速率與垂直向下速率，有了更大的動量，但為什麼數據還呈現上升的趨勢？推測因為這個轉盤新介面越大，漩渦分離越明顯，且大過動量影響。在這個實驗，我了解到影響漩渦分離的最大的變因。如圖 3-10、圖 3-11、圖 3-12，三個狀態下呈現明顯的差距，再見討論-漩渦分離與漩渦崩潰-二次函數化，改變L只要增加0.25cm就可以使其二次函數近形大幅的變化(二次項係數增加0.2)，因此我推測轉盤寬度是影響分離數最大的變因。



圖 3-10(L=1.5cm)



圖 3-11(L=2cm)



圖 3-12(L=2.5cm)

(五) Hl 與 ΔH_s 的關係：

數據分析：由數據可發現 Hl 越大， ΔH_s 越小。

實驗討論：轉盤的厚度越大表示帶動的水較多，所以被帶動的水的轉速會比較快，因此就有了速度差與壓力差，造成較大的切線速率與垂直向下速率，推測造成漩渦具有更大的動量去壓縮漩渦分離現象，不過仍然不足以完全壓縮這個作用力。

(六) ωb 與 ΔH_s 的關係：

數據分析：由數據可發現 ωb 越大， ΔH_s 越小。

實驗討論：下方漩渦的轉速大就表示被帶動的水的轉速比較快，因此就有了速度差與壓力差，造成較大的切線速率與垂直向下速率，推測造成漩渦具有更大的動量去壓縮漩渦分離這種作用力，不過仍然不足以完全壓縮這個作用力。

柒、結論

1. 雙漩渦：

兩個漩渦一上一下，一內一外的同時往不同的方向旋轉，漩渦不會相消，反而產生共存的情況。根據實驗結果，我猜測雙漩渦可能是雙螺旋，又根據右圖，發現雙漩渦中會有兩個往不同方向旋轉的漩渦。



2. 漩渦分離：

在雙漩渦狀態中，中間會出現一個斷層。而我發現漩渦分離是因為漩渦中和，使漩渦崩潰向上抬升，造成漩渦分離現象。

3. 上方漩渦轉速對形成雙漩渦時間、切線速率、分離數的影響：

當上方漩渦轉速增加時，分離數、形成雙漩渦的時間變小，切線速率變大。

4. 轉盤寬度對形成雙漩渦時間、切線速率、分離數的影響：

當轉盤寬度增加時，分離數會變大，切線速率變小，形成雙漩渦的時間原本會下降，通過極限後又會上升。

5. 轉盤厚度對形成雙漩渦時間、切線速率、分離數的影響：

當轉盤寬度增加時，分離數、切線速率變小，形成雙漩渦的時間原本會下降，通過極限後又會上升。

6. 轉盤距離液面高度對形成雙漩渦時間、切線速率的影響：

當轉盤距離液面高度增加時，切線速率變小，形成雙漩渦的時間變長。

7. 下方漩渦轉速對形成雙漩渦時間、切線速率、分離數的影響：

當下方漩渦轉速增加時，分離數、形成雙漩渦的時間變小，切線速率變大。

8. 物體在雙漩渦逆時針或順時針行進的臨界：

1. 當物體距離雙漩渦中心的距離 $> 1.25\text{cm}$ 時，只會逆時針前進。
2. 當物體距離雙漩渦中心的距離 $\leq 1.25\text{cm}$ ， $\geq 0.51\text{cm}$ 時，都有可能。
3. 當物體距離雙漩渦中心的距離 $< 0.51\text{cm}$ 時，只會順時針前進。

捌、未來展望

1. 分析雙漩渦中一物體的極座標變化，推導二維的運動方程式，再推導至三維的運動方程式，並與切線速率結合，檢視原先求的切線速率是否與原先計算的切線速率相同。
2. 分析雙漩渦中的螺線公式。
3. 三重漩渦現象，本實驗主軸為上下兩個漩渦，我希望有機會可以做上下一共三個漩渦的現象與探討。
4. 兩個雙漩渦，在雙漩渦中，加入了藤原效應，進行研究。

玖、參考文獻

- [1] 古庭安、賴靜瑤(民 98 年)。「漩」麗奇「跡」－漩渦崩潰現象之探討。臺灣 2009 年國際科學展覽會。
- [2] 呂雁君著(民 92 年)。大地洋流交點鏡。中國時代廣場出版。
- [3] 周哲賢、許冠章、盧悞智、陳重光(民 99 年)。向日葵裡的黃金項鍊。中華民國第 49 屆中小學科學展覽會高中組。
- [4] 洪寧(民 97 年)。漩渦也有形。臺灣 2008 年國際科學展覽會。
- [5] 黃順雄著(民 94 年)。漩渦流體效應。中國時代廣場出版。
- [6] 黃順雄著(民 98 年)。漩渦力與外界的關聯。中國時代廣場出版。
- [7] Vortex。取自：<http://en.wikipedia.org/wiki/Vortex>。

【評語】 030106

本作品研究轉盤及磁石共轉器反向旋轉所形成的雙漩渦現象，分別以改變轉速、轉盤大小及厚度等參數來探討雙漩渦的變化，並觀測到漩渦分離等有趣的現象，並找出漩渦的函數形式，是很難能可貴的，唯在整體現象的解釋上仍有再加強的空間。