

中華民國 第 50 屆中小學科學展覽會
作品說明書

國小組 數學科

最佳團隊合作獎

080413

「圓」來如此一看我 88 變

學校名稱：金門縣金湖鎮金湖國民小學

作者： 小五 黃昭晟 小五 呂欣縈 小五 陳泓銘 小五 陳眉仙 小五 陳乙萱 小五 張立群	指導老師： 張培英 楊國興
---	-------------------------

關鍵詞：數學拼圖、圓形、對稱圖形

「圓」來如此—看我 88 變

摘要

從十片看似形狀不一的圖形（圖 1）組合成圓形是我們挑戰的目標。經由實際的拼組操作及多次討論，我們發現可以利用圓的外型特徵以及全等圖形交換的方式，組合出許多好玩又不同的圓。從第一次成功拼出圓，接二連三大家又陸陸續續發現不同的拼湊方法，再經過老師的指點，整理出菱形、正三角形和四分之一圓的對稱規則性，找出之前遺漏的部份，越拼越多，彷彿進入拼圖世界，讓人一探究竟！



圖 1 十片拼圖零件

壹、研究動機

在上「線對稱圖形」的課程時，老師拿出十片不一樣的圖形，要我們組合看看。我們不知道要拼出什麼東西，於是胡亂瞎湊，拼出了許多的奇形怪狀。後來老師告訴我們要組合成一個「圓」，大家都覺得不可能，試了好幾次都失敗，因為根本不像！老師便提醒大家從圓的外形著手，沒想到不一會兒我們就用六片有弧狀的圖形拼出了圓的外框，留下中間的空洞，剛好是一個菱形，所以我們就從這個雛形開始發展這次的研究主題。

貳、 研究目的

本研究主要目的是找出圓形拼圖的解題方法，並加以歸納。依據研究目的，我們可加以探索的研究問題，如下所述：

- 一、 找出將十片形狀不一的零件拼成圓形的基本要素。
- 二、 比較不同組員的解題方法，找出拼組的原則。
- 三、 觀察零件的特性，找出其他可能的線索。
- 四、 解釋圓形拼圖的所有解題方法。

參、 研究設備及器材

- 一、 鉛筆、橡皮擦、彩色鉛筆、白紙。
- 二、 尺、圓規、剪刀、美工刀、切割墊。
- 三、 雙面西卡紙（自製圓形拼圖）、軟磁鐵、雙面膠。
- 四、 數位相機、電腦、印表機。

肆、 研究過程或方法

一、 找出將十片形狀不一的零件拼成圓形的基本要素

（一）挑戰開始

一開始，老師拿出這組拼圖要我們試一試，有人以為要拼出一些奇形怪狀的圖形，於是七拼八湊出狐狸（圖2）、人形（圖3）等等。後來，老師說：「要拼出圓形！」可是試了好幾次都失敗。



圖 2 狐狸拼圖

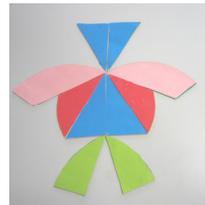


圖 3 人形拼圖

（二）拼出外圓

老師提醒我們：「先想一想圓的外圍是什麼樣子？」突然有同學發現：「外面的圓周是圓弧組合成的。」老師接著說：「除了四片三角形以外，其他六片都有彎彎的部份叫做圓弧，有圓弧的零件一定要排在外面，不然會排不出來！」我們似懂非懂地重新挑戰。

我們分成兩組開始研究，雖然都把六片有圓弧的零件擺在最外面，但是兩組拼起來的外圓看起來不太一樣。（圖4、圖5）

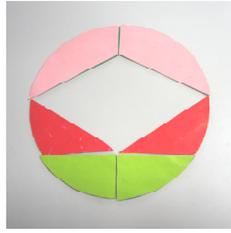


圖 4 圓弧在外的拼圖 A

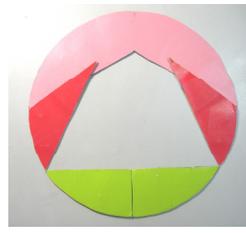


圖 5 圓弧在外的拼圖 B

A 組：成功

1. 先找出圓弧的部份。
2. 將圓弧都朝外。
3. 想像有一個「圓」的框框，慢慢把零件拼起來。
4. 同心協力把圓的外形拼出來。

B 組：失敗

1. 跟 A 組的操作步驟相同，但是組合不同。
2. 拼出圓的形狀，可是部分零件卻交疊在一起。

(三) 破鏡重圓

分析 A 組和 B 組的排法，都是把圓弧放在最外面，A 組的排法，不僅合成一個完整的圓，中間空下來的部分，放進四片三角形剛好可以填滿（圖 6）；可是 B 組的圖形無法在不重疊的情況下合成一個圓，而且中間空下來的部分放進四片三角形還會有空隙（圖 7），所以排法是錯誤的。

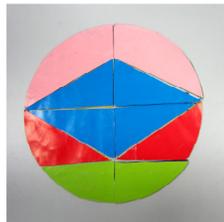


圖 6 放進三角形的拼圖 A



圖 7 放進三角形的拼圖 B

(四) 兩個恰恰好

經過好幾次交換零件位置（圖 8、圖 9），不斷實驗的結果中，發現 A 組可以密合的原因，因為綠色和紅色零件合在一起的大小剛好和粉紅色零件的大小相同。（圖 10）

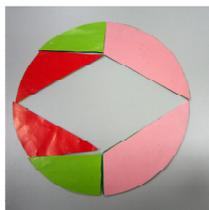


圖 8 拼圖 A 交換零件

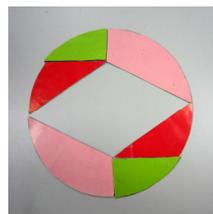


圖 9 拼圖 A 交換零件

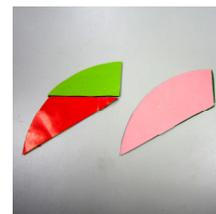


圖 10 零件組合同樣大

(五) 空洞的秘密

由 A 組中還發現圍好圓的外形後，中間空下來的部分剛好是一個「菱形」。

二、 比較不同組員的解題方法，找出拼組的原則

(一) 菱形的合成

發現組成中間菱形的四片三角形，分別重疊之後，大小居然都一樣，就是以前教過的「全等圖形」。拿兩片直角三角形可以組成長方形（圖 11）、平行四邊形（圖 12）或等腰三角形（圖 13）。



圖 11 組成長方形



圖 12 組成平行四邊形

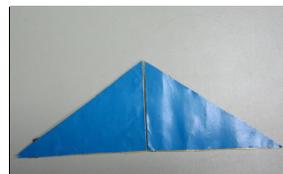


圖 13 組成等腰三角形

線對稱關係：兩個三角形依著對稱軸翻轉個方向相疊完全吻合的話，例如：一左一右或一上一下，便可以組成線對稱的圖形。

發現四片全等的直角三角形，任兩片三角形都可以組成線對稱的圖形。在轉來轉去的過程中，發現將三角形兩兩對稱排成等腰三角形，再把兩個等腰三角形合起來剛好可以填滿中間的空洞部份。（圖 14）



圖 14 中間合成菱形

(二) 正三角形的玄機

後來有同學排出另一種菱形（圖 15），老師提醒我們想一想用這兩個直角三角形拼出來的三角形還有哪些特徵。

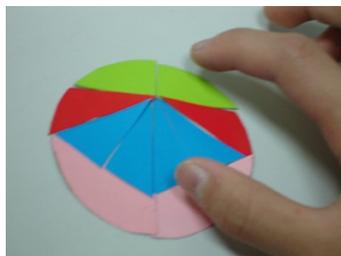


圖 15 中間也是菱形的排法

爲了找出組合後的三角形除了等腰三角形，還有什麼變化，有人就拿尺來量一量，卻發現組合後的一組等腰三角形，三邊邊長居然都一樣，其實就是「正三角形」。(圖 16)

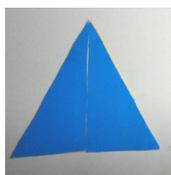


圖 16 合成正三角形

將兩個直角三角形用不同的排列方式，排出來的正三角形，就好像用對稱軸將兩個直角三角形以互相對稱的方法組合起來。(圖 17)



圖 17 正三角形的不同排法

(三) 正三角形的菱形組合

既然四個直角三角形可以組成兩個正三角形，而兩個正三角形又可組成菱形，剛好變成左右對稱的圖形。我們整理出規則如下所示：

左邊的正三角形有三種排法，右邊三種，那中間的菱形就有 9 種不同的組合。(圖 18)

$$3 \times 3 = 9$$



圖 18 變化正三角形組合的圓

三、 觀察零件的特性，找出其他可能的線索

(一) 菱形內外一起轉

在前面提過的圖 10 中，已知綠色和紅色零件合在一起的大小剛好和粉紅色零件的大小相同，固定中間的菱形，變換不同的排列組合(圖 19)，找出其他可以組成圓的方法，原本有 6 種，排除 2 種重複的組合，最後得到 4 種組合(圖 20)。



圖 19 有圓弧的零件不同組合的圓

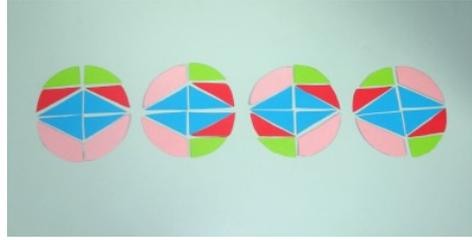


圖 20 變化菱形周邊組合的圓形

目前的圓弧組合分成四類，搭配不同的菱形變化，找出更多的組合，整理如下：

1. 小圓弧都在上方（如之前的圖 18）：**9 種排法**
2. 小圓弧都在右側（圖 21）：**9 種排法**

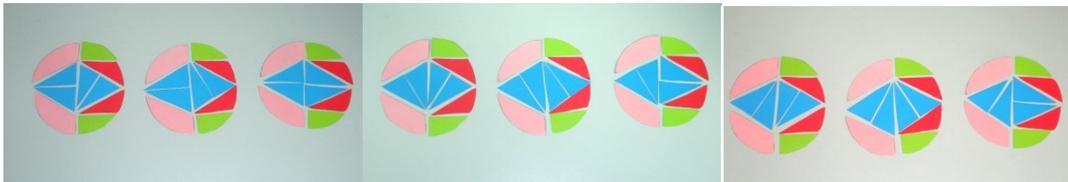


圖 21 變化三角形和圓弧組合的圓形（右方）

3. 小圓弧在右上左下（圖 22）：**9 種排法**？

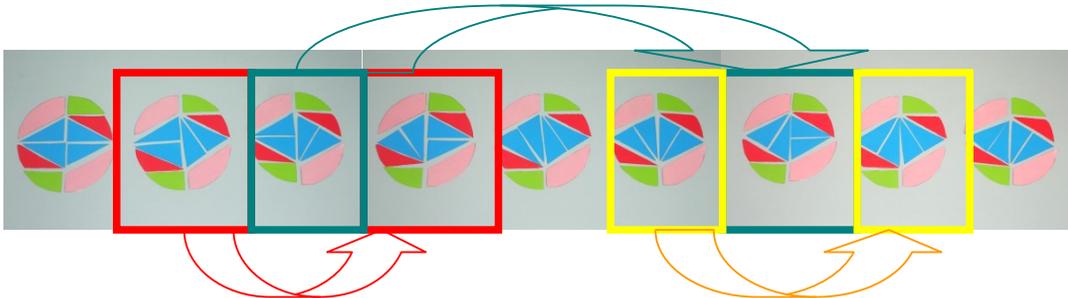


圖 22 變化三角形和圓弧組合的圓形（右上左下）

可是我們發現有些組合旋轉 180 度會一樣，扣掉之後只剩下「**6 種排法**」。

4. 小圓弧在左上右下（圖 23）：和前一類的情況相似，只有「**6 種排法**」。

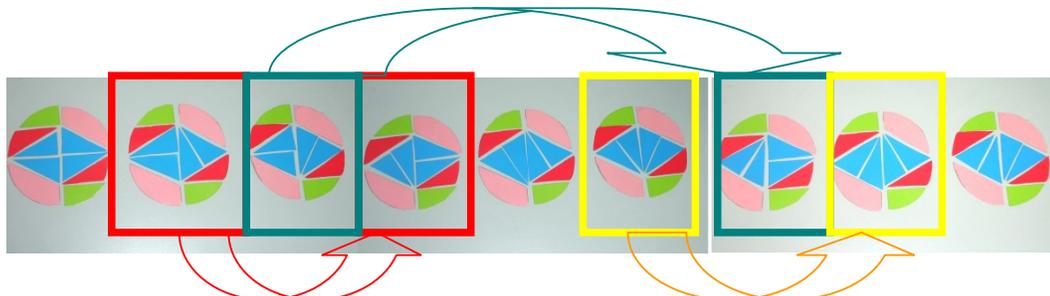


圖 23 變化三角形和圓弧組合的圓形（左上右下）

$$9 + 9 + 6 + 6 = 30$$

歸納上述，中間為菱形的組合總共有 30 種。

(二) 轉動四分之一圓

研究當中，有一位同學發現不只含圓弧的零件可以對調排出不同的組合，還可以將直角三角形也一起調換，找出更多的組合，其中的訣竅就是把圓切成「四分之一」來拼拼看。

1. 點對稱概念：不管轉 90 度、180 度、270 度，排列相同者都算重覆，所以不考慮直立的直角三角形在其他位置（右上、右下、左下）的組合。

例如：下面左圖（圖 24）和右圖（圖 25）其實是同一種拼法



圖 24

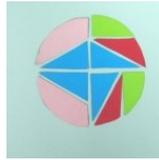
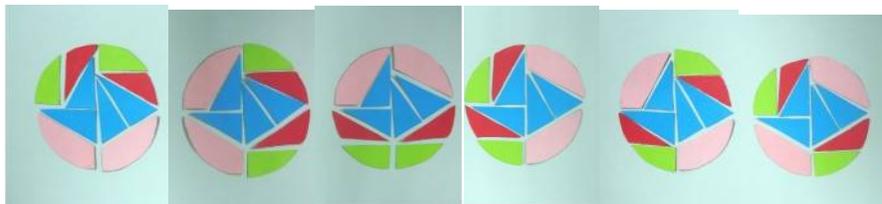
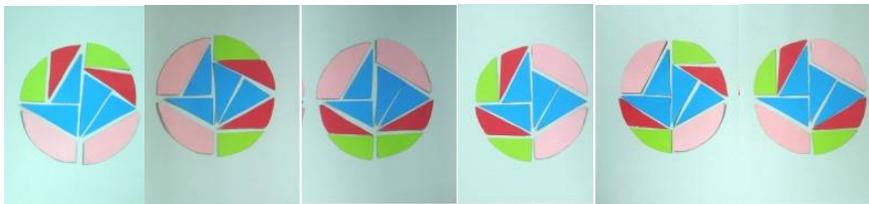
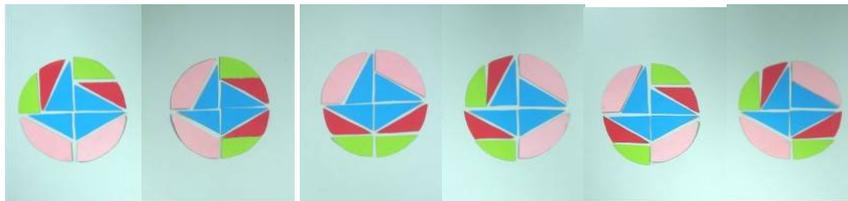


圖 25

2. 先固定內部的帆船組合、更換外圈圓弧部分的排法。
3. 固定外圈的圓弧零件，更換內部正三角形角度的排法。
4. 轉換帆船的帆（直立的直角三角形）的方向，由順時針換成逆時針的排法。

固定中央只換外弧組合 正三角形變化 直立的直角三角形方向變化
 【帆船拼圖】 $6 \times 3 \times 2 = 36$



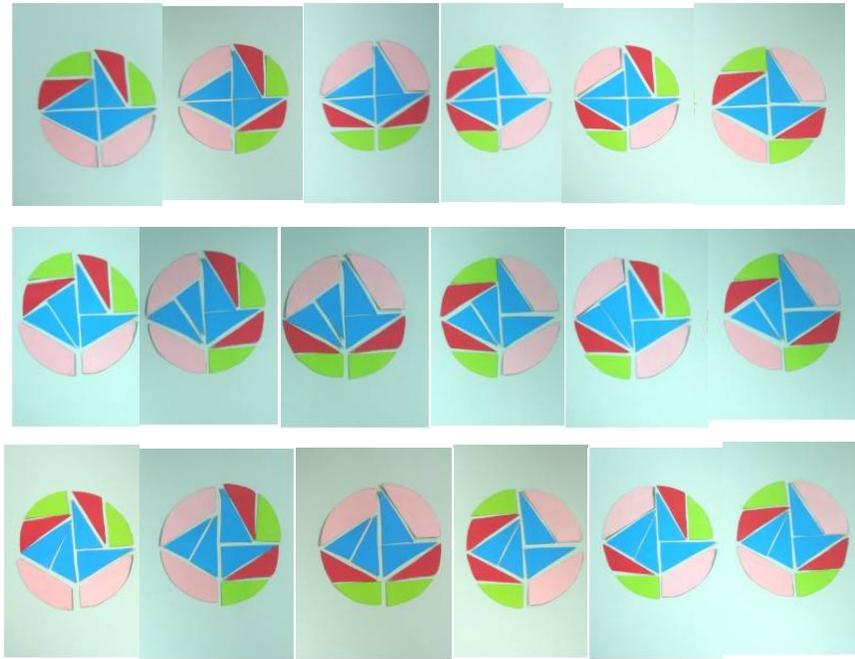


圖 26 轉動四分之一圓的帆船組合

(三) 轉動四分之二圓

固定中央只換外弧組合 正三角形變化

【十字弓拼圖】 \uparrow $6 \times 3 = 18$ (不用乘 2, 旋轉角度後相同)

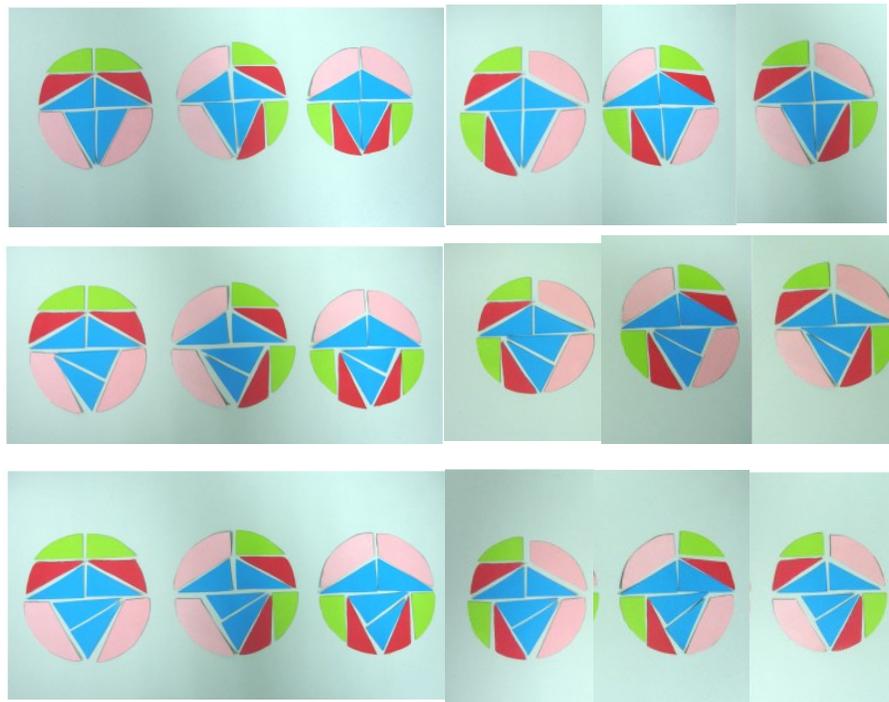


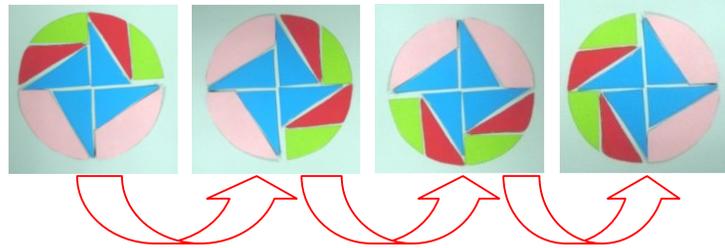
圖 27 改變四分之二圓的十字弓組合

(四) 轉動四分之三圓

【風車拼圖】 $2 \times 2 = 4$ (已經扣掉重複的排法)

排列過程：

下面 4 個圖也都是同一種排法



下面 2 個圖也都是同一種排法

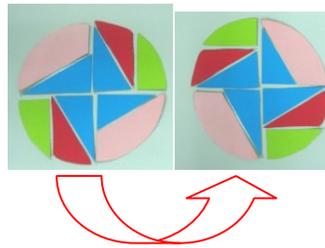


圖 28 改變四分之三圓的風車組合 (逆時針)

以此類推，扣掉會重複的排法，以下是風車另一個方向的排法

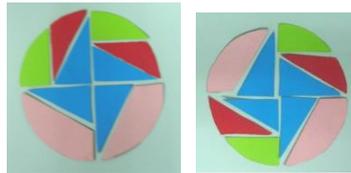


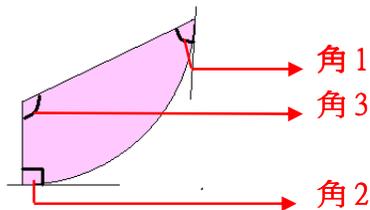
圖 29 改變四分之三圓的風車組合 (順時針)

四、 解釋圓形拼圖的所有解題方法

(一) 拼出外圓的秘密

1. 測量所有圓弧零件的角度

以下提到的弦切角就是弦與弦的端點上之切線所夾的角，頂點在弦的端點上。



(1) 粉紅色圓弧片

二片粉紅色圓弧片一樣大，以圖 30 為例，右側的弦切角角 1 經測量得知為「60 度」，下方的弦切角角 2 經測量得知為「90 度」，角 3 經測量得知為「120 度」。

圖 30 粉紅色圓弧片

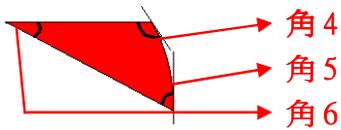


圖 31 紅色圓弧片

(2) 紅色圓弧片

二片紅色圓弧片一樣大，以圖 31 為例，右側的弦切角角 4 經測量得知為「125 度」，右下方的弦切角角 5 經測量得知為「60 度」，角 6 經測量得知為「30 度」。

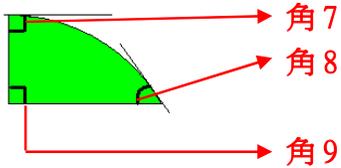


圖 32 綠色圓弧片

(3) 綠色圓弧片

二片綠色圓弧片一樣大，以圖 32 為例，上方的弦切角角 7 經測量得知為「90 度」，右方的弦切角角 8 經測量得知為「55 度」，角 9 經測量得知為「90 度」。

2. 測量三角形的內角角度

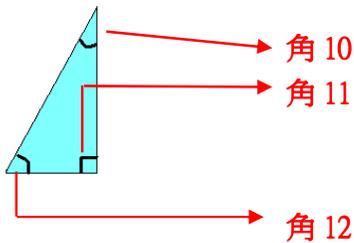


圖 33 三角形

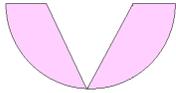
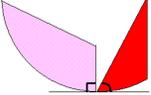
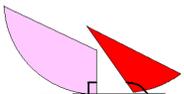
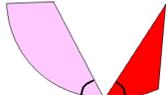
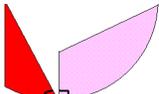
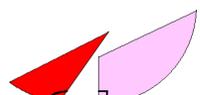
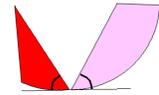
四片三角形一樣大，以圖 33 為例，上方的角 10 經測量得知為「30 度」，右下方的角 11 經測量得知為「90 度」，左下方的角 12 經測量得知為「60 度」。

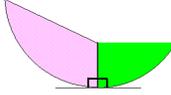
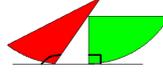
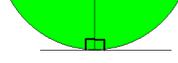
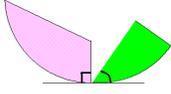
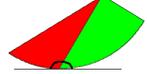
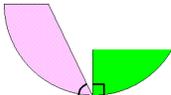
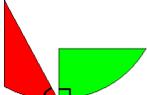
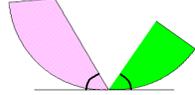
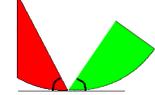
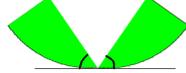
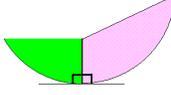
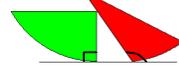
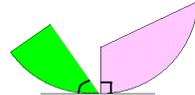
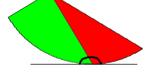
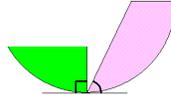
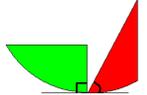
3. 可能拼出 180 度的組合

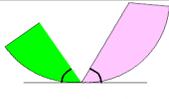
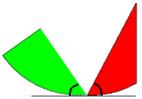
重組外圓時，圓上每個點的角度和為 180 度，所以先找出各個圓弧零件可以合成 180 度的組合。整理出 18 種合成 180 度的組合，詳如表 1 所示。

表 1 圓弧零件可能的組合

	 90 度 + 90 度 = 180 度		
	 90 度 + 三角形的 30 度 + 60 度 = 180 度		
	 60 度 + 三角形的 30 度 + 90 度 = 180 度		

	 <p>60度+三角形的60度+60度 =180度</p>		
	 <p>90度+三角形的30度+60度 =180度</p>	 <p>125度+125度 > 180度</p>	
	 <p>90度+125度 > 180度</p>	 <p>125度+60度 > 180度</p>	
	 <p>60度+三角形的60度+60度 =180度</p>	 <p>60度+125度 > 180度</p>	
	 <p>60度+125度 > 180度</p>	 <p>60度+三角形的60度 +60度=180度</p>	
	 <p>60度+三角形的30度+90度 =180度</p>		
	 <p>125度+90度 > 180度</p>		
	 <p>60度+三角形的60度+60度 =180度</p>		

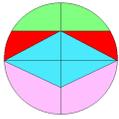
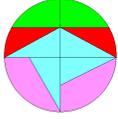
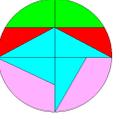
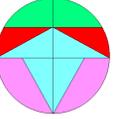
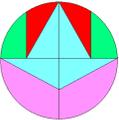
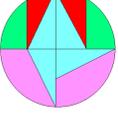
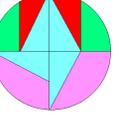
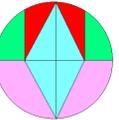
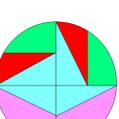
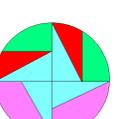
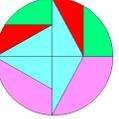
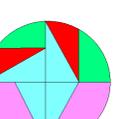
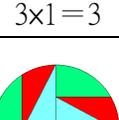
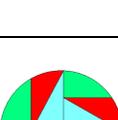
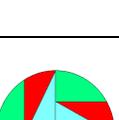
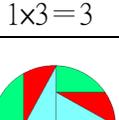
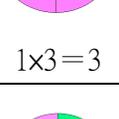
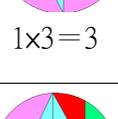
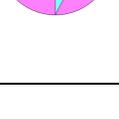
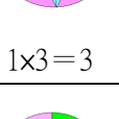
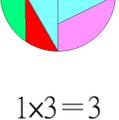
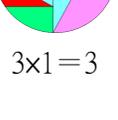
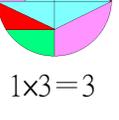
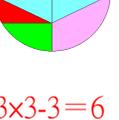
	 $125 \text{ 度} + 60 \text{ 度} > 180 \text{ 度}$		
	 $90 \text{ 度} + 90 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$	 $125 \text{ 度} + 90 \text{ 度} > 180 \text{ 度}$	 $90 \text{ 度} + 90 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$
	 $90 \text{ 度} + \text{超過三角形內角的 } 35 \text{ 度} + 55 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$	 $125 \text{ 度} + 55 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$	 $90 \text{ 度} + \text{超過三角形內角的 } 35 \text{ 度} + 55 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$
	 $60 \text{ 度} + \text{三角形的 } 30 \text{ 度} + 90 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$	 $60 \text{ 度} + \text{三角形的 } 30 \text{ 度} + 90 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$	 $55 \text{ 度} + \text{超過三角形內角的 } 35 \text{ 度} + 90 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$
	 $60 \text{ 度} + \text{超過三角形內角的 } 65 \text{ 度} + 55 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$	 $60 \text{ 度} + \text{超過三角形內角的 } 65 \text{ 度} + 55 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$	 $55 \text{ 度} + \text{超過三角形內角的 } 70 \text{ 度} + 55 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$
	 $90 \text{ 度} + 90 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$	 $90 \text{ 度} + 125 \text{ 度} > 180 \text{ 度}$	
	 $55 \text{ 度} + \text{超過三角形內角的 } 35 \text{ 度} + 90 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$	 $55 \text{ 度} + 125 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$	
	 $90 \text{ 度} + \text{三角形的 } 30 \text{ 度} + 60 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$	 $90 \text{ 度} + \text{三角形的 } 30 \text{ 度} + 60 \text{ 度} = 180 \text{ 度}$	

	 <p>55度 + 超過三角形內角的65度 +60度 = 180度</p>	 <p>55度 + 超過三角形內角的65度 +60度 = 180度</p>	
--	--	--	--

(二) 找出外圓可能的組合

圓弧片總共有6片，其中有2片粉紅圓弧片、2片紅色圓弧片以及2片綠色圓弧片，正三角形的變化再搭配外圓可能的組合，整理出外圓可能的組合88種，跟先前操作的結果相同，如表2所示。

表2 外圓可能的組合

 $3 \times 3 = 9$	 $1 \times 3 = 3$	 $3 \times 1 = 3$	 $1 \times 3 = 3$		
 $3 \times 1 = 3$	 $3 \times 1 = 3$	 $3 \times 1 = 3$	 $3 \times 3 = 9$		
 $3 \times 1 = 3$		 $3 \times 1 = 3$	 $1 \times 3 = 3$		
 $1 \times 3 = 3$	 $1 \times 3 = 3$		 $1 \times 3 = 3$		
 $1 \times 3 = 3$	 $3 \times 1 = 3$	 $1 \times 3 = 3$	 $3 \times 3 - 3 = 6$	 $1 \times 3 = 3$	
 $3 \times 3 - 3 = 6$	 $3 \times 1 = 3$	 $1 \times 3 = 3$			

(三) 分解圓

1. 如何剪出 10 片零件

(1) 四分之一圓找出直角

利用對稱軸找出兩條互相垂直的直徑，可以把圓分成四等份，也找出 4 個 90 度的圓心角。

(2) 由直角三角形找出正三角形

在四分之一圓上畫出內角各是 30 度、60 度及 90 度的直角三角形，其中 90 度的內角即為圓心角，依此類推找出其他 3 個直角三角形；把兩個直角三角形合在一起可以組成一個正三角形，再把兩個正三角形合在一起可以組成一個菱形。

(3) 找出圓弧零件

圓扣掉中間的菱形，剩下 4 片圓弧片，2 片大圓弧片跟粉紅色零件相同，將另外兩片大圓弧片利用垂直線找出跟綠色小圓弧片相同大小的零件，剪下剩下的部分跟紅色零件相同。

(4) 大功告成

檢查兩兩對稱的零件，確認交換位置後仍可以拼成圓的樣子，即完成圓的分解。

2. 如何畫出 10 片零件

(1) 由直角三角形找出正三角形

先畫出內角各是 30 度、60 度及 90 度的直角三角形，其中 90 度的內角即為圓心角，依此類推找出其他 3 個直角三角形；把兩個直角三角形合在一起可以組成一個正三角形，再把兩個正三角形合在一起可以組成一個菱形。

(2) 由直角三角形找出圓的半徑

直角三角形內角 60 的對邊就是圓的半徑，即可畫出外圓。

(3) 找出圓弧零件

由中間菱形的對角線把圓分成 4 等份，除了中間的菱形，剩下 4 片圓弧片，2 片大圓弧片跟粉紅色零件相同，將另外兩片大圓弧片利用垂直線找出跟綠色小圓弧片相同大小的零件，畫出剩下的部分跟紅色零件相同。

(4) 大功告成

測量圓上每個點的角度和皆為 180 度，即大功告成。

伍、 研究結果

一、 解題步驟

- (一) 首先將圓弧零件找出來。
- (二) 最外圍的圓周先拼起來，發現中間留下菱形的空位。
- (三) 發現兩個小圓弧和大圓弧圖形是全等對稱圖形，變換位置有更多的圓形組合。
- (四) 中間的正三角形也有 3 種角度的變化。
- (五) 轉動「四分之一圓」，做交互排列組合。
- (六) 翻轉順時針和逆時針方向，找出最後的組合。

二、 基本圖

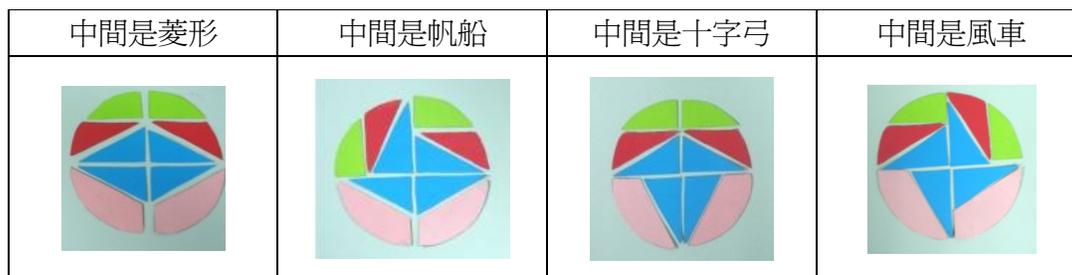


圖 30 基本圖

三、 歸納結果

表 3 圓形拼圖的組合數

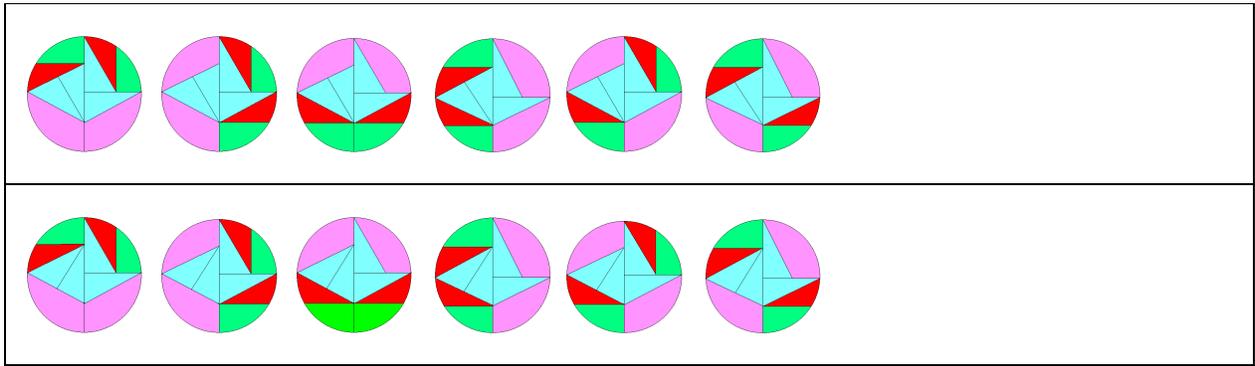
圖片項目	排列方式	排法	小計
圖 18、21、22、23	菱形拼圖	$9+9+6+6=30$	30
圖 26	帆船拼圖	$6 \times 3 \times 2=36$	36
圖 27	十字弓拼圖	$6 \times 3=18$	18
圖 28、29	風車拼圖	$2 \times 2=4$	4
總計			88

88 種圓的組合整理如表 4 所示：

表 4 圓形拼圖的所有組合圖

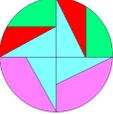
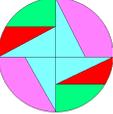
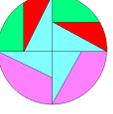
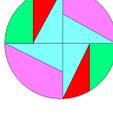
中間是菱形的圓								
					同左 2		同左 4	同左 1
					同左 2		同左 4	同左 1

中間是帆船的圓					



中間是十字弓的圓

中間是風車的圓

	
同左 1 同左 1 同左 1	同左 5
	
同左 1 同左 1 同左 1	同左 5

陸、 討論

小晟：由這次的科展發現一個圓卻有如此多的變化，例如：中間可以排成菱形、帆船、十字弓或是風車等形狀，變換周邊的零件位置也可以排出不同的組合；透過有規則的排列，比較容易找出不重複的組合結果，才不至於在大海裡撈針，摸不著頭緒。另外，除了加強線對稱圖形的觀念，還學到點對稱的概念，真是一舉數得。

小縈：整理出的四種基本圖，利用圖形對稱全等的特性，更換位置來組合，就好像在玩「大風吹」一樣，沒想到還能玩出這麼多種花樣。

阿銘：雖然圓是很簡單的圖形，但是要用這十片零件拼起來可真是不簡單，更何況要找出這麼多的組合方式。

小仙：經過大家的合作，終於拼出了 88 種，雖然圓這個圖形乍看之下很簡單，但實際操作起來卻比想像的難，一定要動手去做，才能享受組合成功的學問與樂趣！

萱萱：我們每次都是利用午休時間到教務處做科展，每次下課前，老師都會提醒：「要做好整理和分類，並且要刪掉一樣的圖形，不然到時候會難整理喔！」起先幾次成功，大家都很高興，但是想不出來的時候，大家一起努力研究，也很讓人難忘，而且應驗了「團結力量大」這句話，所以我們才能再接再勵，發現更多更多的拼圖方法。

阿群：透過小組分工，大家絞盡腦汁合作，到發現新組合的興奮，過程中充滿期待與不安，也有許多的挫折與成就感，讓我們覺得獲益良多。

名稱	定義及特徵
正三角形	三邊等長、三內角相等（60 度）
等腰三角形	兩邊（腰）等長、兩底角相等
菱形	四邊等長、對角相等、對角線平分

名稱	定義及特徵
線對稱圖形	如果一個圖形沿一直條對折，直線兩旁的部分能互相重合，這個圖形叫做線對稱圖形。
點對稱圖形	如果把圖形繞著一個定點旋轉 180 度後，能和原來的圖形完全重合，那麼這個圖形叫做點對稱圖形。

名稱	定義及特徵
圓心角	兩個半徑所夾的角，頂點是圓心。
圓周角	兩條弦所夾的角，頂點在圓周上。
弦切角	弦與弦的端點上之切線所夾的角，頂點在弦的端點上。

柒、 結論

一、 將拼圖 10 片零件分類：

- (一) 4 片藍色直角三角形：兩兩相組可變成正三角形，4 片可合成菱形。
- (二) 2 塊粉紅色大圓弧片：一塊粉紅弧片剛好等於一塊紅弧片加上一塊綠弧片。
- (三) 2 塊紅色小圓弧片
- (四) 2 塊綠色小圓弧片

二、 複習平面圖形的定義及線對稱的概念：

- (一) 正三角形三邊等長，有三條對稱軸。
- (二) 菱形四邊等長，對角線可平分菱形（即兩兩對稱），有兩條對稱軸。

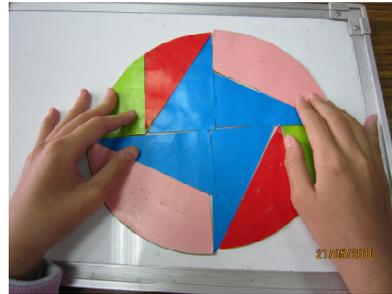
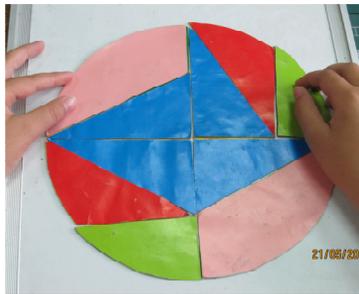
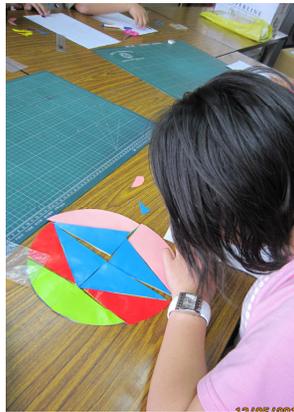
三、 使用 10 片兩兩對稱的零件圖形拼成四種基本圖：

- (一) 運用規則我們一共找出 88 種不同的組合方式，超出我們原先所估計的數量。
- (二) 老師說這是從三百多種的可能組合，篩選出來的結果，更讓我們嘆為觀止。

四、 受限於研究時間與人力的因素，也許百密有一疏，還有更多種我們沒想到的組合可能，我們會繼續再探索、發掘。

捌、 參考資料及其他

- 一、 國小數學 第五冊 第八單元 圓與角（2009）。臺北：康軒。
- 二、 國小數學 第七冊 第八單元 三角形（2009）。臺北：康軒。
- 三、 國小數學 第八冊 第三單元 四邊形（2010）。臺北：康軒
- 四、 國小數學 第九冊 第七單元 三角形與扇形（2009）。臺北：康軒。
- 五、 國小數學 第十冊 第九單元 線對稱圖形（2010）。臺北：康軒。



【評語】 080413

- 1.具有團隊精神，大家合作無間。
- 2.探討圓分割成十片後再組合成圓形的各種可能性，討論分析相當清晰，分類也算完整。
- 3.作品具有創意，討論內容豐富，是一件相當不錯的作品，惟可發展性仍待研究。